

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY**

CAMPUS MONTERREY

DIVISIÓN DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY®**

**OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE HERRAMIENTA MULTIVARIABLE
PARA FRESADO DE ALTO RENDIMIENTO.**

TESIS

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
ACADÉMICO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN SISTEMA DE MANUFACTURA**

POR:

OSCAR JESÚS ESCALERA RODRÍGUEZ.

MONTERREY NUEVO LEÓN,

DICIEMBRE DE 2018.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Los miembros del comité aquí citados certificamos que hemos leído la tesis presentada por Oscar Jesús Escalera Rodríguez, y consideramos que es adecuada en alcance y calidad como un requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ciencias en con Especialidad en Sistemas de Manufactura.




Dr. Alex Elías Zúñiga

Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Asesor

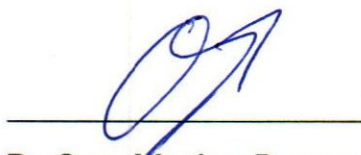


Dr. Daniel Olvera Trejo

Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Co-Asesor

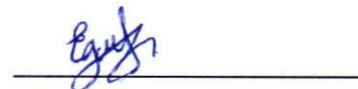


Dr. Oscar Martínez Romero

Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Miembro del comité



Dra. Erika García López

Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Miembro del comité



Dr. Rubén Morales Menéndez

Director Nacional de Posgrado



Declaración de autoría

Yo, Oscar Jesús Escalera Rodríguez, declaro que esta tesis titulada, 'Optimización del diseño de herramienta multivariable para fresado de alto rendimiento', y el trabajo que se presenta en ella es de mi autoría. Adicionalmente, confirmo que:

- Realice este trabajo en su totalidad durante mi candidatura al grado de maestría en esta universidad.
- He dado crédito a cualquier parte de esta tesis que haya sido previamente sometida para obtener un grado académico o cualquier otro tipo de titulación en esta o cualquier otra universidad.
- He dado crédito a cualquier trabajo previamente publicado que se haya consultado en esta tesis.
- He citado el trabajo consultado de otros autores, y la fuente de donde los obtuve.
- He dado crédito a todas las fuentes de ayuda utilizadas.
- He dado crédito a las contribuciones de mis coautores, cuando los resultados corresponden a un trabajo colaborativo.
- Esta tesis es enteramente mía, con excepción de las citas indicadas.



Oscar Jesús Escalera Rodríguez.

Monterrey Nuevo León, Diciembre de 2018

@2018 por Oscar Jesús Escalera Rodríguez.

Todos los derechos reservados

Dedicatoria:

*A mi señor padre,
porque siempre
estarás en mi
corazón....*

Agradecimientos.

No cabe duda de que este ha sido el reto académico profesional más importante al que me he enfrentado, no ha sido nada fácil llegar hasta aquí, y por eso, primeramente, le doy gracias a Dios por todas y cada una de las bendiciones que me ha dado, por la fortaleza en los momentos difíciles, la tranquilidad en los momentos de angustia y la serenidad para tomar las cosas con calma. A mi familia, parte fundamental en todo este proceso que ha significado una pérdida personal a los que me aman, también ellos han sacrificado mucho, en especial a mi esposa y a mi hija, gracias Diana por tu apoyo incondicional, tu comprensión y tu valentía, porque han sido, son y seguirán siendo mi más grande motivación en la vida. Desde luego que extendiendo el agradecimiento a mi madre, mis hermanas, primos, amigos y compañeros que de una u otra manera siempre me alentaron a seguir adelante.

Agradezco profundamente a mi asesor y director de tesis, Dr. Daniel Olvera Trejo, por brindarme la confianza y la oportunidad de trabajar bajo su asesoría, gracias por su paciencia, su tiempo, su disponibilidad, por compartir sus conocimientos y sus experiencias, y por todas y cada una de las atenciones que ha tenido durante este tiempo, muchas gracias por ser mi asesor. También, agradezco al Dr. Alex Elías líder del grupo de investigación por el apoyo y el interés mostrado en la conclusión de mi trabajo de investigación, de igual manera se extiende el agradecimiento a los miembros del comité para la revisión respectiva del presente trabajo integrado por el Dr. Oscar Martínez, Dr. Héctor Siller y la Dra. Erika García López .

Por último, un agradecimiento muy sincero a mi compañero Santiago Puma, quien fue clave en la etapa final de mi trabajo, gracias por el apoyo y brindarme la mano sin tener alguna obligación o compromiso de hacerlo, aunque fue un tiempo muy corto, muchas gracias Santiago por la buena comunicación y relación que mantuvimos, estoy muy agradecido por tu ayuda.

Resumen.

El objetivo de este trabajo de investigación ha sido el desarrollo de una metodología para optimizar el diseño de una herramienta de corte multivariable (con ángulos de paso y ángulos de hélice variable) mediante la implementación de un algoritmo de optimización.

Se implementa un algoritmo sistemático para lograr identificar dentro de un catalogo de configuraciones de 934 mil herramientas, y con la adaptación del algoritmo del recocido simulado para maximizar la tasa de remoción de material *mmr* en conjunto con el algoritmo de estabilidad, y con el algoritmo de selección de herramienta mencionado se encuentran los parámetros óptimos de la herramienta multivariable.

Simultáneamente se emplea una metodología analítico-numérica para la solución del problema de estabilidad de ecuaciones diferencial con retardo (DDE) que modela el proceso de corte en fresado que determina la productividad de la herramienta.

Una principal contribución es la expansión de la metodología para solución de DDE mediante un enfoque de discretización del retardo y una aproximación al subintervalo de retardo con una función polinomial de segundo orden comparando mediante estudios de convergencia con una función polinomial de cero y primer orden respectivamente, teniendo a la ecuación de Mathieu y a la ecuación de fresado de un grado de libertad como casos de estudio. Esta misma solución fue empleada para formar un mapa discreto para aproximar la matriz de transición, que de acuerdo con la teoría de Floquet, contiene la información para determinar la estabilidad del sistema dinámico.

La prueba de orden de precisión del método numérico para las aproximaciones de primero y segundo orden son descritas como parte del análisis de convergencia de las soluciones para ambos casos de estudio. Las validaciones experimentales de los ensayos de caracterización de la herramienta fabricada se comparan con el modelo predictivo propuesto, similarmente se validan experimentalmente algunos puntos en zonas estables e inestables comparando con el diagrama de estabilidad para la herramienta propuesta.

Contenido

Capítulo 1	Introducción	1
1.1	Antecedentes	1
1.2	Estado del Arte	4
1.3	Estrategias para asegurar un proceso de maquinado estable	6
1.4	Organización del trabajo	11
Capítulo 2	Modelación del proceso de Fresado	13
2.1	Introducción	13
2.1.1	Breve Perspectiva del proceso de fresado	13
2.1.2	Modelo de fuerzas de corte en el proceso de fresado	14
2.1.3	Modelo mecánico considerando el desalineamiento	19
2.1.4	Dinámica del proceso de fresado	20
2.1.5	Función de Respuesta a la Frecuencia	22
2.2	Chatter	24
2.2.1	Vibración autoexcitada o chatter regenerativo	25
Capítulo 3	Estabilidad en fresado mediante EMHPM con aproximación de segundo orden	28
3.1	Método de perturbación por homotopía	29
3.2	Aplicación del EMHPM en ecuaciones de DDE	30
3.3	EMHPM mediante la aproximación del término de retardo con polinomio de segundo orden.	32
3.4	Caso de Aplicación	35
3.5	Estabilidad de la ecuación de fresado mediante EMHPM de orden dos	39
3.6	Nuevos Resultados	45
3.6.1	Errores en Métodos Numéricos	46
3.6.1.2	Estabilidad del método numérico	46
3.6.2	Prueba de precisión del método numérico y casos de estudio	47
3.6.2.1	Caso de estudio. Ecuación de Fresado	47
3.6.2.2	Caso de estudio. Ecuación de Mathieu	50

3.6.2.3 Caso de Estudio. DDE Básica	54
Capítulo 4 Optimización del diseño para una herramienta multivariable.....	57
4.1 Introducción	57
4.2 Geometría básica de una herramienta	58
4.2.1 Herramientas Multivariantes.....	60
4.3 Estabilidad de la ecuación de fresado con múltiples retardos.....	61
4.4 Tipos de Algoritmos de Optimización.....	67
4.4.1 Algoritmo de Recocido Simulado	68
4.5 Selección de herramienta multivariable.....	74
Capítulo 5 Validación experimental de estabilidad y modelo de fuerzas en fresado....	80
5.1 Análisis modal en pieza de trabajo	80
5.2 Modelo de fuerzas para herramientas multivariable	81
5.3 Ensayos de caracterización	84
5.4 Validación experimental de estabilidad en fresado	89
5.5 Conclusiones.....	92
5.6 Líneas futuras de investigación.....	94
Apéndice A. Códigos de Matlab	94
A.1 EMHPM de segundo orden.....	94
A.2 Cálculo del dominio de ángulos	97
Referencias	98

Índice de Figuras

Figura 1.1 Publicaciones sobre Chatter por año.	2
Figura 1.2 Autores más prolíficos en temas de chatter.	2
Figura. 1.3 Chatter en distintas aplicaciones de mecanizado[1].	3
Figura. 1.4 Líneas de investigación con enfoque en chatter[30].	7
Figura. 1.5 Uso de sensores para la detección del Chatter[30].	8
Figura. 1.6 a) Herramienta de corte convencional. b) Herramienta de corte con paso variable c) Herramienta de corte con ángulo de hélice variable.[1]	9
Figura. 2.1 a) Fresado en oposición y b) Fresado en concordancia.	14
Figura 2.2. Esquema del diagrama de fuerzas de corte.[36]	15
Figura 2.3 Geometría general de una fresa.[37]	16
Figura 2.4 Fuerzas de corte sobre un elemento diferencial de corte.[38]	17
Figura. 2.5 Geometría de Runout(a); runout aproximado(b).[39]	20
Figura 2.6 Geometría de fresado frontal y dinámica de una fresadora.[25]	21
Figura 2.7 Esquema de prueba de impacto y respuesta a la frecuencia.[1]	23
Figura. 2.8 Respuesta a la frecuencia de un sistema.	23
Figura 2.9 Marcas de chatter en fresado.[25]	25
Figura 2.10 Efecto de la fase del posterior paso del diente sobre el espesor de la viruta.[1]	25
Figura. 2.11 Regeneración de la ondulación en un modelo de fresado con dos grados de libertad.[16]	26
Figura 2.12 Ejemplo de lóbulos de estabilidad, indicando las zonas estables e inestables y formación de viruta.[42]	27
Figura 2.13 Procedimiento para obtener lóbulos de estabilidad (SLD).[42]	27
Figura 3.1. Esquema de la aproximación del término de retardo: orden cero (línea gris puntuada), primer orden (línea gris intermitente) y segundo orden (línea continua negra).	32
Figura 3.2. Solución aproximada de la Ec. (26) mediante el EMHPM de diferente orden dónde se observa la convergencia con la solución respecto a dde23.	37
Figura 3.3. Valor de la norma entre la rutina dde23 y las soluciones aproximadas mediante el EMHPM. Profundidad de corte $a_p = 2mm$, velocidad de husillo $n = 10000$ rpm y valores de $m = 2, 7, 10$. a) Para $m=2$, b) Para $m=7$ y $m=10$ (acercamiento de gráfica)	38

Figura 3.4. Comparación de lóbulos de estabilidad utilizando, a) EMHPM de orden dos vs EMHPM de orden uno con $m=7$ y $N=41$ y b) Método de Semi-discretización SD.	42
Figura 3.5 Comparación entre aproximaciones utilizando valores experimentales en ensayos de estabilidad empleados en [39], mostrando el ajuste que existe entre las fronteras de estabilidad determinadas por cada aproximación.	44
Figura. 3.6 Convergencia entre las aproximaciones de primer y segundo orden para distintas discretizaciones en la ecuación de fresado, donde se observa que el EMHPM de orden 1 disminuye el error más rápido que el EMHPM de orden 2.	49
Figura. 3.7 Solución de la ecuación de Mathieu para los parámetros de entrada $\kappa=0.2$, $\varepsilon=1$, $\delta=1.2$, $\tau=2\pi$, valores que provocan una respuesta con pocas oscilaciones.	50
Figura 3.8 Convergencia de las soluciones para la ecuación de Mathieu con parámetros $\kappa=0.2$, $\varepsilon=1$, $\delta=1.2$, $\tau=2\pi$, observe como la aproximación de segundo orden mejora la respuesta en la solución.	52
Figura. 3.9 Solución de la ecuación de Mathieu para los parámetros de entrada $\kappa=0.2$, $\varepsilon=1$, $\delta=5$, $\tau=2\pi$, valores que provocan una respuesta oscilatoria	53
Figura. 3.10 Convergencia de las soluciones para la ecuación de Mathieu con parámetros de entrada $\kappa=0.2$, $\varepsilon=1$, $\delta=5$, $\tau=2\pi$, claramente la aproximación de orden 1 disminuye el error más rápido que el orden 2 hasta $N < 150$	54
Figura 3.11 Soluciones aproximadas de orden uno y orden dos con respecto a la solución exacta de la Ec.(3.8).	55
Figura 3.12 Norma entre la solución exacta y las soluciones EMHPM de primer y segundo orden	55
Figura. 4.1 Número de filos más comunes en fresado[63].	59
Figura. 4.2 Geometría básica de una herramienta de corte (End Mill)[63].	59
Figura. 4.3 Geometría de herramienta con parámetros de paso y hélice variables. [29]	60
Figura 4.4 Representación de la aproximación polinomial de primer orden para el subintervalo de retardo.[69]	62
Fig. 4.5 Lóbulo de estabilidad mediante EMHPM con múltiples retardos para herramienta de 4 filos utilizada en [29], con los parámetros variables de ángulos de paso 87: 93:87: 93 y 40-42-40-42 de ángulos de hélice	65
Figura 4.6. Comparación entre una herramienta uniforme CPCH y una herramienta variable VPVH mejorando las zonas de estabilidad.	66
Figura. 4.7 Diagrama de flujo del recocido simulado.	70
Figura. 4.8 Gráficas de estabilidad para las distintas combinaciones de herramientas variables. 72	

Fig. 4.9 Superficies de productividad con la evolución del algoritmo de recocido simulado para la combinación de herramientas multivariables comerciales. Observe que en el caso de a) y b) se ha omitido la superficie, dejando solo los puntos que representan los intentos (x) y los óptimos (o), demostrando así la evolución del algoritmo en cada iteración, seleccionado aleatoriamente una combinación de las 9 posibles.	73
Figura. 4.10 Diagrama de flujo para la generación, filtrado y selección de herramientas.	74
Figura. 4.11 Ilustración esquemática de la geometría de los filos de una herramienta variable. .	75
Figura. 4.12 Dominio de búsqueda para las combinaciones de paso y hélice, 934 mil herramientas posibles.	76
Figura. 4.13 Mapa de densidad de combinaciones tomadas por el algoritmo en todo el dominio de búsqueda.	77
Figura. 4.14 Selección de óptimos para cada una de las 100 simulaciones.	78
Figura. 4.15 Lóbulo de estabilidad de la herramienta multivariable seleccionada.	79
Figura 5.1. Instrumentación, diseño y montaje para pruebas modales en bloque de Aluminio 7075T6.	81
Figura 5.2. Arreglo experimental para análisis modal en pieza de trabajo.	81
Figura. 5.3 Modo de vibración de la pieza a ensayar mediante prueba de impacto	82
Figura. 5.4 Representación de las fuerzas experimentadas por un elemento diferencial en el filo de una herramienta de corte. [38]	83
Figura. 5.5 Arreglo experimental para ensayos de caracterización de herramienta.	84
Figura 5.6 Instrumentación, mesa dinamométrica Kistler 9257B para la medición de fuerzas y pieza de trabajo de Aluminio 7075.	85
Figura. 5.7 Comparación entre fuerzas medidas y fuerzas simuladas para $a_p = 3mm$, $f_z = 0.01mm / diente$, $n = 3000rpm$ y $a_e = 1mm$	88
Figura 5.8 Arreglo experimental para las pruebas de estabilidad.	89
Figura 5.9 Plan de ensayo de estabilidad a validar experimentalmente.	89
Figura 5.10 a) Contenido de Frecuencia para un ensayo estable de $a_p = 6.5mm$, $n = 4500rpm$, b) Contenido de Frecuencia para un ensayo inestable $a_p = 6.5mm$, $n = 2500rpm$	91
Figura 5.11 Lóbulo de herramienta diseñada con sus coeficientes y puntos de ensayos de estabilidad validados. Estable O , inestable X , indeterminado Δ (corte sin ser de manera clara estable, ni claramente inestable). .	92

Índice de Tablas

Tabla 3.1 Comparación de esfuerzo computacional para cada alternativa de solución, logrando menor tiempo con las aproximaciones de orden 1 y dos, en comparación a la rutina dde23.	39
Tabla 3.2 Comparación del costo computacional para el cálculo de estabilidad mediante EMHPM de primer y segundo orden y el método de Semi-discretización.	43
Tabla 3.3 Comparación de error para distintas mallas entre las distintas aproximaciones, en la cual se tiene que el error disminuye más rápido en la aproximación de Orden 1.....	45
Tabla 3.4 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución para el caso de estudio de la ecuación de fresado.	48
Tabla 3.5 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución (Orden 1 y Orden 2) en la ecuación de Mathieu, para los parámetros de entrada $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 1.2$, $\tau = 2\pi$	51
Tabla 3.6 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución en la ecuación de Mathieu con parámetros $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 5$, $\tau = 2\pi$	53
Tabla 4.1 Parámetros de herramienta variable y uniforme utilizados para la comparación de la gráfica 4.5	66
Tabla 4.2 Herramientas multivariantes comerciales.	72
Tabla 4.3 Rango de valores utilizados en la generación de las variaciones de ángulos, con incrementos de 5 grados para el paso y 2 grados para la hélice.	75
Tabla 4.4 Muestra de simulaciones con los resultados arrojados por el código de optimización, combinación de ángulos de paso y hélice, parámetros de corte y combinación encontrada por el algoritmo en la rutina de ángulos.	76
Tabla 4.5 Parámetros óptimos de la herramienta seleccionada para lograr mayor productividad y disminuir la vibración.	78
Tabla 4.6. Listado de parámetros básicos del diseño de la herramienta multivariable a fabricar.	79
Tabla 5.1. Parámetros modales en diferentes puntos a lo largo de la pieza.	82
Tabla 5.2. Comparación de ángulos medidos con valores especificados en el diseño.	85
Tabla 5.3 Configuración de parámetros empleados en los ensayos de caracterización.	86
Tabla 5.4. Coeficientes de corte calculados considerando inmersión completa con $a_p = 3mm$..	87

Nomenclatura

c_m	Amortiguamiento modal
ζ	Amortiguamiento relativo
ψ	Angulo de desfase de filo de corte debido al ángulo de hélice
$\cdot \phi_{st}, \phi_{ex} \cdot$	Ángulos de entrada y salida de corte
β	Angulo de hélice de la herramienta
ϕ	Angulo de posición del primer filo
ϕ_{iz}	Angulo de posición del filo iz
ϕ_p	Angulo de paso entre filos para una herramienta regular
f_z	Avance por diente
K_{xc}, K_{yc}, K_{zc}	Coefficientes de fuerza específica por cizalladura en la dirección de avance normal y axial
K_{tc}, K_{rc}, K_{ac}	Coefficientes de fuerza específica por cizalladura en la dirección tangencial, radial y axial
K_{xe}, K_{ye}, K_{ze}	Coefficientes de fuerza específica por fricción en la dirección de avance normal y axial
K_{te}, K_{re}, K_{ae}	Coefficientes de fuerza específica por fricción en la dirección tangencial, radial y axial
k_β	Constante de desfase angular por profundidad axial debido al ángulo de hélice
D	Diámetro de la herramienta
δ_{a_p}	Discretización de la herramienta axialmente
$\delta\phi$	Discretización del giro angular de la herramienta
Δt	Discretización del tiempo
χ_k	Distancia entre filos adyacentes
x, y, z	Ejes cartesianos, x en la dirección de avance, y normal y z en la dirección del eje de rotación.
h_{nom}	Espesor de viruta nominal
h_{disc}	Espesor de viruta por cada disco de corte
ω	Frecuencia de chatter
f_n	Frecuencia natural
ω_n	Frecuencia natural angular
$h_{xx}, h_{xy}, h_{yx}, h_{yy}$	Fuerzas específicas de corte variacional en la dirección x, y por la variación en x, y
$\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z$	Fuerzas promedio de corte en las direcciones cartesianas
$g(k)$	Función ventana
H	Función de Homotopía
i, j, k	índices denotando el elemento de la herramienta discretizado, posición angular, posición axial y el número de dientes respectivamente

a_e	Inmersión radial de corte
N	Número de discretizaciones
z_n	Numero de filos de la herramienta
$\mathbf{P}_i, \mathbf{Q}_i, \mathbf{R}_i$	Matrices de solución para el sub-intervalo i
\mathbf{D}	Matriz de diferenciación
\mathbf{A}, \mathbf{B}	Matriz de coeficientes
$\mathbf{A}_t, \mathbf{B}_t$	Matriz de coeficientes evaluadas en el tiempo t
\mathbf{D}_i	Matriz de mapeo i
Φ	Matriz de transición de Floquet
L, N, B	Operador lineal, no lineal y de frontera
k, m	Orden de la aproximación y orden de la solución
p	Parámetro de expansión
a_p	Profundidad axial de corte
τ, τ_T	Retardo en el tiempo
k_m	Rigidez dinámica
t	Variable de tiempo
T	Variable de tiempo normalizada
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	Vector de estados que describen la dinámica en el dominio del tiempo t
$\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$	Vector de estados que describen la dinámica en el dominio del tiempo T
v_c	Velocidad de corte
n	Velocidad de husillo

Capítulo 1. Introducción

La vibración en el mecanizado es el más oscuro y delicado de todos los problemas que enfrenta el maquinista, una observación que sigue siendo válida hoy en día, como se muestra en muchas publicaciones sobre mecanizado.

Frederick W. Taylor.

1.1 Antecedentes

El mecanizado o maquinado mediante corte de metal es una de las técnicas de fabricación más populares. La productividad en operaciones de fresado puede aumentar considerablemente cuando la máquina herramienta funciona a altas tasas de remoción de material, además, la producción de componentes con geometrías complejas, y de acabados superficiales con alta calidad ha causado un desarrollo y mejora de las operaciones de mecanizado, de las máquinas herramientas, y de las mismas herramientas de corte.

Como resultado, existe una tendencia novedosa en tecnologías de corte, ya que, al momento de planificar una operación de mecanizado, la selección de las herramientas de corte es un factor muy importante que debe tenerse en cuenta.

Los procesos de mecanizado suelen ir acompañados de una vibración producida por el paso del diente anterior la cual es llamada como, vibración autoexcitada, entre la pieza de trabajo y la herramienta de corte que se conoce como “chatter” (expresión en inglés). Cuando se producen vibraciones, la amplitud de la vibración autoexcitada aumenta hasta que la no linealidad (oscilaciones inestables o movimientos no acotados en el tiempo) limita cualquier incremento adicional [1]. Los resultados o efectos del Chatter suelen tener consecuencias como, un acabado superficial deficiente, precisión dimensional fuera de tolerancias, y baja tasa de remoción de material [2]. El Chatter se vuelve aún más crítico al mecanizar materiales que son difíciles de cortar debido a qué, algunos materiales avanzados de herramientas de corte como la cerámica, el nitruro de silicio y el CBN requieren un estricto control de vibración para evitar la rotura frágil [3]. Por esta razón, ha sido un tema de interés industrial y académico en el sector manufacturero durante muchos años, los investigadores han estudiado cómo detectar, identificar, evitar, prevenir, reducir, controlar y/o suprimir el chatter. Se han llevado a cabo una gran cantidad de investigaciones desde finales de la década de 1950 para resolver el problema de la vibración en el mecanizado. [1]

Según la base de datos ScienceDirect [4], indican que el número de publicaciones con las palabras clave “chatter en mecanizado“, filtrando los resultados para artículos de

investigación y revisión de literatura de 2010 a 2018, han aumentado gradualmente año tras año, tal como se muestra en la figura 1.1

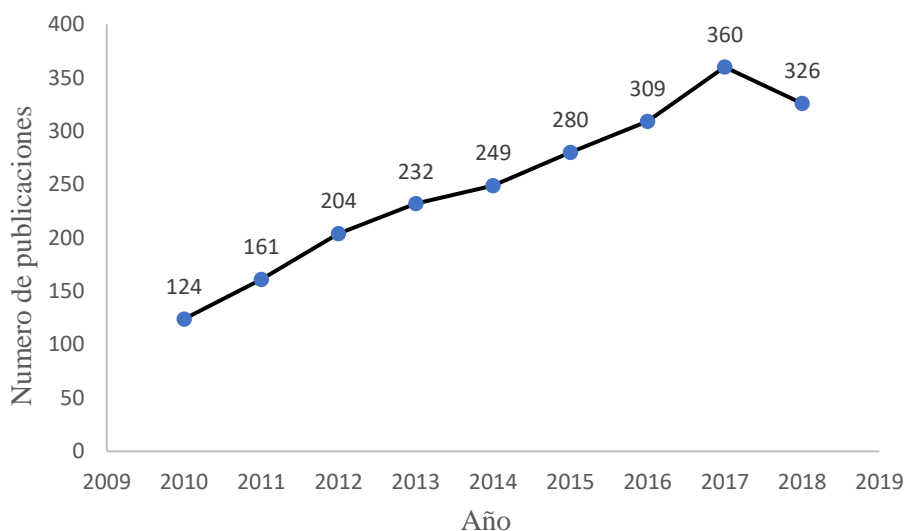


Figura 1.1 Publicaciones sobre Chatter por año.

Además, se buscó la palabra "chatter" en títulos de artículos, resúmenes o palabras clave en la base de datos Scopus [5], considerando todos los tipos de documentos en el área temática de las ciencias físicas, publicados de 2010 a 2018, el contenido de la búsqueda en Scopus reveló que los autores, que más informan sobre el problema del chatter hoy en día son Stepan G., Altintas, Inesperger y Budak. La figura 1.2 muestra los 10 autores más prolíficos.

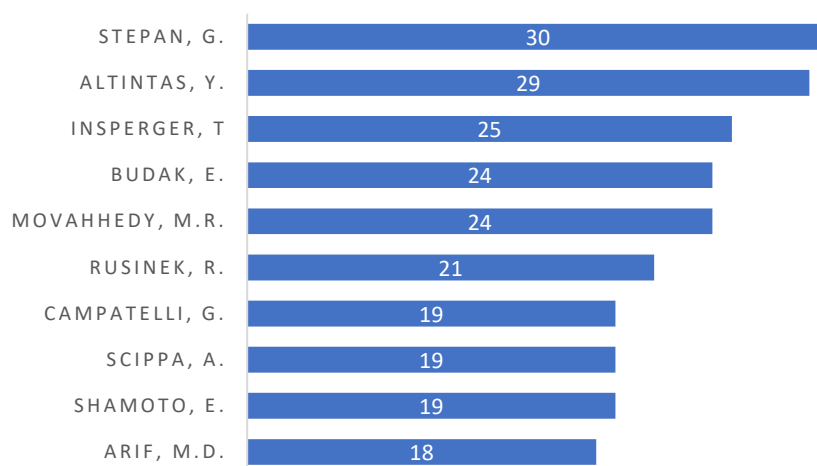


Figura 1.2 Autores más prolíficos en temas de chatter.

Por lo tanto, el chatter ha sido y sigue siendo un tema muy importante de investigación y que precisamente resulta muy atractivo para los investigadores ya que el chatter es un fenómeno altamente complejo debido a la diversidad de elementos que pueden componer el sistema dinámico

y sus componentes, es decir: la herramienta de corte, el portaherramientas, el material de la pieza, la estructura de la máquina herramienta y los parámetros de corte.

Algunos de los efectos negativos del chatter y que motivan o estimulan el interés por resolver el problema, son enlistados a continuación [1]

- Mala calidad superficial.
- Inexactitud inaceptable.
- Ruido excesivo.
- Desgaste desproporcionado de la herramienta.
- Daño a la máquina herramienta.
- Tasa de eliminación de material reducida (MRR).
- Aumento de los costos en términos de tiempo de producción.
- Desperdicio de materiales.
- Desperdicio de energía.
- Impacto ambiental en términos de materiales y energía.

La aparición de chatter como podemos ver, tiene muchos efectos negativos a la hora de mecanizar, por ejemplo, podemos observar algunos de los resultados como evidencia del chatter en distintas operaciones de maquinado o mecanizado en la figura 1.3



Figura. 1.3 Chatter en distintas aplicaciones de mecanizado. [1]

En años recientes el diseño y fabricación de herramientas con geometría variable o herramientas multivariantes ha tenido un mayor impacto y desarrollo en las operaciones de mecanizado de alto rendimiento. Es bien sabido que las herramientas de corte con paso variable ayudan a suprimir la vibración, incluso a bajas velocidades de corte eliminando las fases de vibración entre dientes adyacentes, por lo que las herramientas multivariantes pueden ofrecer una alta productividad y mejores acabados superficiales si se diseñan correctamente. Por lo tanto, el diseño adecuado de herramientas de fresado especiales que utilizan modelos de estabilidad es crucial para aumentar la productividad. [6].

La revisión de la literatura presentada en este trabajo muestra las limitaciones de estudios previos, y un resumen del estado del arte del área del problema y las tendencias tecnológicas detectadas en el mercado. Se inicia con una perspectiva histórica sobre el chatter y su estudio.

1.2 Estado del Arte

La investigación sobre predicción de vibraciones se centra en el desarrollo de algoritmos matemáticos para evaluar la estabilidad con las combinaciones de parámetros de corte. Uno de los primeros modelos matemáticos analíticos y detallados para describir el chatter fue realizado por Tobias [7]. Al mismo tiempo, Tlustý [8], que fue pionero en el análisis de estabilidad para el chatter regenerativo, formuló el modelo dinámico que contiene términos de retardo en el tiempo. Otro de los pioneros en el desarrollo de las matemáticas en relación con el chatter y la inclusión de no linealidades fue Stepan [9]. Durante las últimas décadas se han desarrollado varios métodos numéricos para resolver el problema, en general, se pueden aplicar tres estrategias para estimar los llamados lóbulos de estabilidad, los cuales son diagramas que determinan las fronteras estables (libres de vibración) e inestables (con vibración) graficados en función de la velocidad de husillo y la profundidad de corte: simulación en el dominio del tiempo, análisis en el dominio de frecuencia y métodos basados en DDE (ecuación diferencial con retardo) .

Este último de particular importancia, ya que una aplicación en ingeniería mecánica es precisamente el análisis de la dinámica del proceso de remoción de viruta, pues el efecto de retardo es de suma importancia, ya que el llamado efecto regenerativo chatter, es causado por la repercusión de la vibración del corte anterior sobre el actual. [10]. Por ejemplo, a modo de resumen, Smith [11], Weck [12], H. Li [13], S.K. Kim [14], M.L. Campomanes [15], implican resolver numéricamente el modelo de fresado dinámico aplicando las aproximaciones de Euler, Runga Kutta o Tustin las cuales resultan ser muy confiables. Desafortunadamente, las simulaciones de dominio de tiempo consumen mucho tiempo en comparación con otros enfoques analíticos y su aplicabilidad en condiciones industriales es limitada. Una gran parte del trabajo realizado se ha dirigido hacia la manipulación de los parámetros de corte que permite encontrar las zonas de estabilidad e inestabilidad, mejor conocidas como lóbulos de estabilidad desarrollados por Budak-Altintas [16]. En 1995, Budak y Altintas [16] desarrollaron el método Zeroth Order Approximation ZOA [16]. En este método, donde el análisis de estabilidad se realiza en el dominio de la frecuencia, el método tiene buenas capacidades de aproximación, pero su aplicación está limitada a operaciones de fresado de ranura, ya que sus predicciones para operaciones de inmersión parcial no son confiables. Específicamente, no es adecuado para predecir la dinámica de procesos de fresado altamente intermitentes con pequeñas inmersiones radiales, ya que el modelo debería incluir armónicos superiores. Esta extensión del ZOA se llama solución de Multifrecuencia y ha demostrado buenas capacidades de predicción. La solución de multifrecuencia es capaz de predecir la estabilidad con precisión si los armónicos de las frecuencias de paso del diente se incluyen en la solución del eigenvalor [17].

Otros métodos para la predicción de chatter se basan en el planteamiento de una ecuación diferencial con retardo, E. Bueler [18], Chebyshev [19], T. Insperger [20]. En general, la predicción de vibración regenerativa es muy difícil ya que los modelos matemáticos utilizados para estudiar este mecanismo se basan en sistemas de ecuaciones diferenciales con retardo. En

2004, Insperger y Stepan [20] presentaron un método numérico eficiente, pues las capacidades predictivas del método son bastante satisfactorias en una amplia gama de aplicaciones, el cual consiste en una técnica de discretización del término de retardo, llamado método de semidiscretización y esta metodología ha sido la base del desarrollo de análisis de estabilidad de modelado de procesos de mecanizado. Por otra parte, Butcher y colaboradores desarrollaron en [21] una nueva técnica basada en las propiedades del método de puntos de colocación de los polinomios de Chebyshev (CCM), es decir, el empleo de una matriz de diferenciación a los polinomios. Entonces, las fronteras de estabilidad de la ecuación dinámica correspondiente son determinados por los eigenvalores de la matriz de transición la cual mapea los puntos de un intervalo al siguiente. Ellos concluyeron que este enfoque provee resultados similares a los de los otros métodos que emplean puntos igualmente espaciados.

Posteriormente, Mann [22] presentó el método llamado análisis de elementos finitos de tiempo (TFEA) el cual forma una solución aproximada dividiendo el tiempo en un número finito de elementos donde la estabilidad se determina a partir de los multiplicadores característicos del mapa lineal discreto que se genera de la solución aproximada y de la solución de vibración libre. Similarmente Ding et al. desarrollo en [23] el denominado Método de Discretización Completa (FD) que toma como base la integración directa de la ecuación de movimiento para el cálculo de las fronteras de estabilidad utilizando una representación en espacio de estados en forma integral, argumentando que este método tiene mejor desempeño computacional que el SD [5]. Sin embargo, Insperger en [10] mostró que el FD y el SD son similares ya que ambos métodos aproximan las ecuaciones diferenciales por una serie de ecuaciones diferenciales ordinarias por lo que el FD es un caso particular del SD. Poco después, Ding et al. [24] propuso el FD de segundo orden para determinar los lóbulos de estabilidad para operaciones de fresado mejorando la convergencia, pero sacrificando el tiempo de computo.

Simultáneamente, Kuljanic propuso un algoritmo innovador para la predicción de vibraciones en el fresado llamado Quick Chatter Prediction Method - QCPM [25]. La principal diferencia entre SDM y QCPM es que los coeficientes de la matriz y el término diferido no se consideran constantes dentro de los intervalos, sino que se aproximan mediante polinomios de interpolación. De la comparación numérica entre QCPM y SDM se puede ver que QCPM tiene características predictivas similares a SDM, sin embargo, el QCPM es aproximadamente de diez a cien veces más rápido. Además, requiere menos memoria de la computadora para un nivel dado de precisión.

Actualmente las publicaciones en temas de investigación sobre el chatter en mecanizado están aumentando, con nuevos métodos y técnicas, por ejemplo, un artículo reciente presentado por Chong Peng, Lun Wang y Warren Liao [2], muestran un nuevo método para la predicción de lóbulos de estabilidad de chatter basado en un modelo dinámico de simulación de fuerza de corte y vector de soporte de máquina. Incluye cuatro componentes: adquisición de señal, extracción de características, entrenamiento de modelo de clasificación y predicción de SLD (diagrama del lóbulo de estabilidad). El nuevo método presentado en este documento es técnicamente factible para predecir el diagrama de lóbulos de estabilidad de vibración. Además, en comparación con otros métodos de análisis como ZOA y SD, tiene mayor precisión y está más en línea con los estados de corte reales en función de los resultados de verificación de cuatro condiciones de corte, pero este método no tiene en cuenta la geometría variable de la herramienta.

Respecto a la influencia de la geometría de la herramienta en las características mecánicas y dinámicas del proceso de fresado, Zatarain [26] estudio la influencia del ángulo de hélice en la estabilidad y cómo su presencia afecta la creación de los lóbulos de estabilidad. Sobre la cuestión del paso entre los dientes hablando de estabilidad, fue estudiado por Budak [27], desde el punto de vista del diseño, demostrando para algunas aplicaciones cómo un efecto de paso variable ayuda a reducir la vibración auto-excitada. Además, Altintas [16], uno de los mayores exponentes de la investigación de chatter, presentó una predicción analítica de los lóbulos de estabilidad para fresas con ángulos de paso variable, el método requiere un enfoque iterativo para buscar un eigenvalor de valor real admisible para cada punto de datos en la curva. En consecuencia, el tiempo de solución es mucho más lento y depende en gran medida de la eficiencia del código de programación [22]. Más recientemente, en 2012 Compeán [28] propuso un nuevo enfoque basado en el método de perturbación de homotopia por subintervalos (EMHPM) para encontrar los lóbulos de estabilidad en operaciones de fresado para herramientas multivariables (paso variable, hélice variable y ángulo de ataque variable). El método EMHPM permitió capturar los efectos de la herramienta multivariables, particularmente los múltiples retardos ocasionados por el paso y ángulo de hélice variable, permitiendo la validación de los lóbulos de estabilidad calculados con datos experimentales, mostrando resultados aceptables.

Por otro lado, Comak & Budak [6] mostraron el diseño óptimo de una herramienta de fresado con geometría variable para maximizar la estabilidad de vibración, mediante dos formulaciones de estabilidad utilizadas para el análisis del chatter de la herramienta en el fresado, método de semi discretización y aproximación de orden cero mediante casos de ejemplos validados experimentalmente. También mostró un método novedoso para determinar la mejor geometría de paso (solo el paso variable, herramienta de hélice variable se excluye debido a la presencia de retardo variable a lo largo del eje del cortador) para una condición de corte dada para aumentar la estabilidad sin simulaciones que requieren mucho tiempo. El procedimiento presentado se puede utilizar para el diseño de herramientas de fresado variables para maximizar los límites de estabilidad de la vibración para la velocidad del husillo deseada.

Con la información y datos mostrados anteriormente, se intenta transmitir una idea clara sobre el contexto de este trabajo. En la siguiente subsección se especifican algunas de las estrategias utilizadas en el mecanizado para asegurar procesos libres de vibraciones mencionando algunas soluciones comerciales existentes.

1.3 Estrategias para asegurar un proceso de maquinado estable

Por lo general, los investigadores tratan de detectar, identificar, evitar, prevenir, reducir, controlar o suprimir el chatter. Enseguida se presenta una breve clasificación de los métodos existentes en dos grupos principales, según Quintana y Ciurana [1] en una revisión de la literatura sobre el problema del chatter.

El primer grupo se compone de todos los métodos que aseguran un proceso de mecanizado estable, seleccionando combinaciones de parámetros de corte en la zona estable del diagrama de estabilidad, aprovechando al máximo el efecto del lóbulo. El segundo grupo incluye aquellos

métodos que evitan la vibración cambiando el comportamiento del sistema, y modificando la frontera de estabilidad. La Figura. 1.4 presenta las principales líneas de investigación sobre chatter.

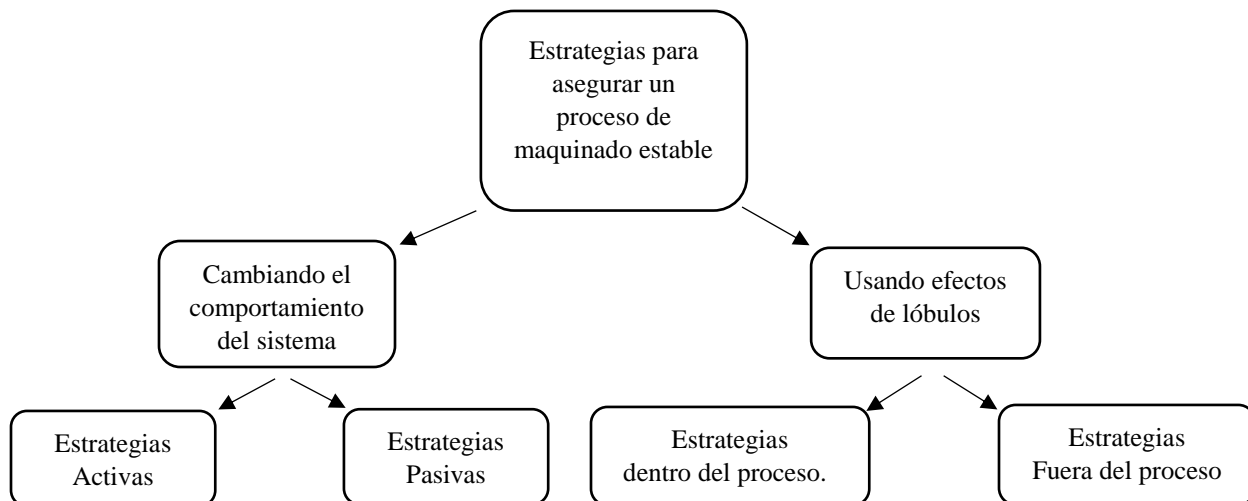


Figura 1.4 Líneas de investigación con enfoque en chatter. [30]

De manera que, los diagramas de lóbulos de estabilidad son una clave importante para asegurar un maquinado libre de chatter, sin embargo, el uso de diagramas de estabilidad para optimizar los parámetros de corte durante el proceso de maquinado (dentro del proceso) no es algo práctico debido al alto costo computacional que implica.

Además, también cabe mencionar que calcular el diagrama de lóbulos de estabilidad es un enfoque que implica un análisis completo de la dinámica de la máquina, que es difícil de llevar a cabo por los usuarios industriales, y requiere un conocimiento profundo del proceso y el material de mecanizado, herramienta de corte etc. Por otra parte, los métodos basados en el reconocimiento de chatter no necesitan identificación SLD. Para tales casos, los investigadores han desarrollado métodos que consisten en detección de chatter en línea, monitoreando una determinada señal como vibración, sonido, potencia, etc. (como se muestra en la Figura. 1.5) con diferentes tipos de sensores o instrumentos para obtener información del proceso. [30]

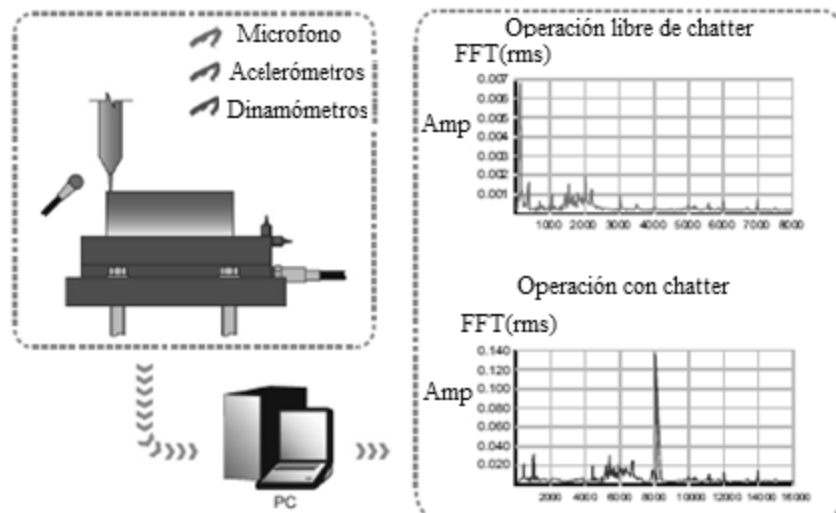


Figura. 1.5 Uso de sensores para la detección del Chatter.[30]

Por ejemplo, la empresa Metalmaxs [31] diseñó un programa de software llamado Harmonizer el cual escanea el sonido del proceso de corte con un micrófono y se detecta vibración si la energía de la señal de sonido medida excede un cierto umbral. Ismail y Ziaei [32] combinaron varias estrategias en una sola, ellos implementaron un algoritmo que combina la programación fuera de línea de parámetros y rampas de velocidad de husillo en línea, basadas en proceso de análisis de datos de sonido.

Okuma [33] presentó una solución comercial para detección y evitación de vibraciones, llamada Machining Navi. Esta aplicación puede implementarse en las máquinas herramienta de la compañía mediante el uso de un micrófono conectado a un puerto USB o un acelerómetro piezoeléctrico integrado en el husillo de la máquina herramienta. El software está completamente integrado en la pantalla de control numérico y sugiere las mejoras de los parámetros para cortes estables, asegurando que el operador pueda modificarlos automáticamente en línea. El uso de micrófonos para capturar y analizar el sonido de corte ha sido demostrado ser una solución eficiente y barata.

Es decir, Las estrategias dentro del proceso se centran en identificar o reconocer la vibración mediante el uso de varias tecnologías de sensores, monitoreo de procesos y tratamiento de señales entre otros dispositivos.

En contraste con las estrategias anteriores, también existen métodos que se centran en el uso de elementos pasivos, dispositivos, metodologías o técnicas que cambian o modifican el comportamiento del sistema y mejoran su rendimiento frente a la vibración. Por ejemplo, basado en la mejora del diseño de la máquina herramienta para cambiar su rendimiento frente a la vibración o en el uso de dispositivos adicionales que pueden absorber energía extra o interrumpir el efecto regenerativo. [1]

Ejemplos de estos son los dispositivos de amortiguación pasiva instalados en elementos de máquina herramienta con menor rigidez: amortiguadores de fricción, amortiguadores de masa o

amortiguadores sintonizados. Esta línea de investigación se centra en garantizar operaciones sin vibraciones mediante el uso de estrategias pasivas para amortiguar, reducir y controlar los fenómenos.

Por mencionar otro ejemplo dentro de esta categoría y que tiene incidencia directa en gran parte con el tema central de este trabajo, el uso de herramientas con geometría variable, o herramientas multivariables, se han propuesto el uso de herramientas de corte no estándar, es decir, con herramientas de fresado de paso variable y hélice variable (mostradas en la Figura. 1.6) para aumentar la profundidad del límite de corte estable interrumpiendo el efecto regenerativo.

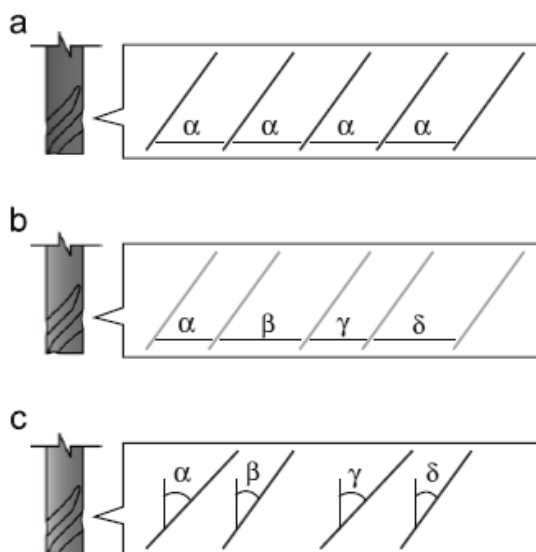


Figura. 1.6 a) Herramienta de corte convencional. b) Herramienta de corte con paso variable. c) Herramienta de corte con ángulo de hélice variable.[1]

Sin embargo, en el entorno industrial, el uso de estas herramientas no convencionales todavía no es muy extenso. Esto se puede explicar por la falta de conocimiento sobre su existencia y los proveedores de herramientas convencionales que superan a los proveedores de herramientas de ángulo de hélice / paso variable, razones que no contribuyen a aumentar la oferta y la demanda de herramientas no convencionales.

Es por eso, que el desarrollo de este trabajo toma mayor relevancia, y sin duda, sirve como parte de la justificación y/o motivación para fomentar e incentivar a la industria manufacturera y a cualquier otra área que cuente con procesos de maquinado el uso de este tipo de estrategia para combatir el problema del chatter en las distintas operaciones de fresado.

Por último, los objetivos principales, específicos y la organización del trabajo se mencionan a continuación.

1. Objetivo

El objetivo principal del presente trabajo consiste en hallar y validar experimentalmente el diseño óptimo de una herramienta de fresado con geometría variable (ángulo de paso, y ángulo de hélice). El diseño óptimo permite maximizar la productividad (tasa de remoción de material) y la supresión de la vibración. Esta metodología se basa en el uso del método de perturbación por homotopía mejorada por subintervalos EMHPM (Enhanced multistage homotopy perturbation method), proponiendo un modelo de la dinámica del proceso de corte eficiente en términos computacionales, para lograr un control de los parámetros del proceso de corte maximizando la estabilidad y anulando o reduciendo el chatter. Además, realizar la validación experimental correspondiente en un centro de maquinado, con la herramienta diseñada y fabricada con las especificaciones obtenidas del método empleado, con la finalidad de demostrar que los resultados del modelo simulado corresponden con los valores experimentales y entender mejor el proceso.

Objetivos Específicos

- Proponer un modelo de fuerzas multivariable para la herramienta optimizada en operaciones de fresado.
- Utilizar la metodología basada en homotopía llamada EMHPM, aproximando el término del retardo mediante un polinomio de segundo grado para mejorar la precisión en la solución.
- Determinar la estabilidad del sistema de la ecuación de fresado con múltiples retardos.
- Calcular el diseño óptimo de la herramienta para su fabricación mediante el algoritmo de optimización del recocido simulado.
- Validación experimental del diseño óptimo de la herramienta la estabilidad dinámica en una pieza de trabajo demostrando zonas de estabilidad e inestabilidad con el diagrama de lóbulos respectivo.

1. Hipótesis de investigación

El diseño óptimo de la herramienta multivariable ofrecerá zonas más productivas en cuanto a tasas de remoción de material, mitigando la presencia de chatter en el mecanizado de alto rendimiento.

- Una aproximación polinomial cuadrática al término del retardo en la ecuación de fresado mejorara la respuesta en la solución logrando convergencia más rápido que una aproximación lineal.
- El modelo de fuerza propuesto para la herramienta multivariable se ajustará notablemente con las fuerzas medidas en los ensayos de caracterización.
- Se validará el diagrama de lóbulos de estabilidad de la herramienta optimizada identificando zonas estables e inestables con los ensayos experimentales.

1.4 Organización del trabajo

El documento se ha dividido en capítulos que detallan y profundizan respectivamente cada uno de los aspectos mencionados.

En el capítulo 2 se explican y se establecen los fenómenos físicos en los que se fundamenta la mecánica del corte, así como los parámetros que caracterizan el corte de metales y los modelos mecanísticos del proceso de mecanizado. Además, se plantea en un contexto de marco teórico los conceptos y elementos básicos que intervienen en el sistema dinámico del mecanizado, se describe brevemente el proceso de caracterización de una herramienta constante y una herramienta con geometría variable, así como el análisis de respuesta a la frecuencia, su importancia desde el punto de vista práctico y el método para obtener los parámetros modales. Por último, se introduce el fenómeno del chatter, su origen, definición, características, efectos en el proceso de mecanizado y algunas estrategias predictivas para suprimirlo.

En el capítulo 3 se presenta un nuevo método para la solución a ecuaciones diferenciales con retardo mediante la aplicación del método de perturbación por homotopía, utilizando un polinomio de segundo orden como aproximación al término del retardo. Este método permite hallar una solución analítico-numérica que le confiere ventajas de precisión y bajo coste computacional. Para evidenciar sus ventajas se ha aplicado a la ecuación que describe el proceso de fresado y a la ecuación de Mathieu para demostrar la efectividad del método. Estudios de convergencia y precisión se han realizado en comparación con integradores comerciales, demostrando que el método por homotopía es una herramienta precisa y eficiente. También la solución en su forma recursiva se emplea para calcular la estabilidad del proceso de fresado mediante la construcción de la matriz de transición de Floquet. Esta matriz contiene propiedades de la dinámica del sistema, permitiendo el cálculo de las fronteras de estabilidad con el objetivo de identificar los parámetros que logran mayor productividad. Además, un estudio de precisión del orden del método numérico, para el análisis del error con respecto a las aproximaciones propuestas en la presente investigación.

Se aclara que todas las simulaciones que se realizaron para estimar los esfuerzos computacionales se llevaron a cabo en una computadora Dell, procesador Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2650 v4@ 2.20GHz (2 procesadores) memoria RAM de 128 GB, corriendo 10 simulaciones en cada caso y tomando el valor mínimo de tiempo computacional según corresponda.

En el capítulo 4 se determinan los parámetros geométricos de una herramienta multivariable, así como la metodología que se siguió para llegar a la selección de la herramienta óptima considerando el ángulo de paso y ángulo de hélice mediante el método de optimización llamado recocido simulado. La ventaja de utilizar un método de optimización, radica en que permite explorar de forma aleatoria combinaciones de parámetros de corte, en conjunto con las combinaciones de ángulos dentro de un dominio previamente definido, es decir, este método localiza las fronteras de estabilidad en las zonas de corte de interés (máxima productividad), en lugar de realizar el tradicional análisis de barrido (el cual se va realizando para cada valor de profundidad contra cada valor de velocidad) de los parámetros para obtener las fronteras de estabilidad.

En el capítulo 5 se describe la instrumentación y procedimientos utilizados para medir experimentalmente los parámetros modales de la pieza, así como el procedimiento de caracterización de la herramienta para medir las fuerzas de corte, y comparar con el modelo predictivo analizando la precisión del modelo con los valores experimentales, y para terminar, se determina el diagrama de estabilidad de la herramienta y se validan experimentalmente puntos estables e inestables en la pieza de trabajo con un grado de libertad. Finalmente se presentan los resultados, las conclusiones y líneas futuras de investigación con la intención de lograr una continuidad, seguir mejorando y enriqueciendo el conocimiento hasta ahora documentado en la presente tesis, sin embargo, estando consciente de que esto no ha terminado, y que aún hay muchas cosas por hacer en este fascinante e intenso mundo del mecanizado.

Capítulo 2. Modelación del proceso de fresado

Algo he aprendido en una larga vida: que toda nuestra ciencia, medida contra la realidad, es primitiva e infantil, y sin embargo es lo más hermoso que tenemos.

Albert Einstein.

2.1 Introducción

En este capítulo se presentan y se establecen los fenómenos físicos en los que se fundamenta la mecánica del corte, así como los parámetros que caracterizan el corte de metales y los modelos mecánicos del proceso de mecanizado. Además, se plantea en un contexto de marco teórico los conceptos y elementos básicos que intervienen en el sistema dinámico del mecanizado, se describe brevemente el proceso de caracterización de una herramienta, así como el análisis de respuesta a la frecuencia su importancia desde el punto de vista práctico y el método para obtener los parámetros modales. Por último, se introduce el fenómeno del chatter, su origen, definición, características, el efecto de desalineamiento de la herramienta conocido como “runout” entre otros efectos en el proceso de mecanizado y algunas estrategias predictivas para suprimirlo.

2.1.1 Breve Perspectiva del proceso de fresado

El proceso de arranque de material es uno de los procesos de fabricación más importantes para obtener una pieza con la forma y las dimensiones deseadas mediante la remoción de material en forma de viruta [34]. Se han desarrollado diferentes operaciones de corte de metal para diversas aplicaciones, incluyendo torneado, taladrado, mandrinado, rectificado y fresado, tallado, cepillado. Entre estas operaciones, las operaciones de fresado se han utilizado ampliamente para obtener geometrías tridimensionales y superficies de formas libres. El proceso de fresado convencional se ha estudiado a través de técnicas experimentales y analíticas, dando como resultado una mayor productividad.

En los últimos años, de la mano del desarrollo de las máquinas-herramientas, el fresado ha evolucionado hasta convertirse en un método con el que es posible mecanizar una amplia gama de perfiles. Con las máquinas multi-eje actuales, la elección del método ha dejado de ser directa: además de aplicaciones convencionales, el fresado se utiliza cada vez más para realizar barrenos, cavidades, superficies que antes se torneaban, roscar, etc. El fresado consiste principalmente en corte de metal con una herramienta rotativa de varios filos que ejecuta movimientos de avance programados sobre una pieza en casi cualquier dirección. Es esta acción de corte la que hace que el fresado sea un método de mecanizado tan versátil y eficiente. Cada uno de los filos elimina una cierta cantidad de metal, con una actuación de corte limitada y, por ello, la formación y salida de la viruta han pasado a ser un problema secundario. Durante la operación en fresado es posible encontrarse con dos casos generales de la interacción herramienta-pieza de trabajo, uno en el cual

la pieza avanza a favor de la dirección de rotación de la herramienta y un segundo que es opuesto al primero, este fenómeno tiene repercusión especialmente al comienzo al final del corte.

En el fresado “up-milling”, también llamado: “fresado en oposición”, la dirección de avance de la pieza es opuesta a la de la rotación de la herramienta en el área de corte, por lo cual, el espesor de viruta comienza a partir de cero e incrementa su valor hasta un máximo hacia el final del corte, Figura. 2.1 . En dicha circunstancia, cuando un filo de la herramienta incide en la pieza de trabajo, existen fuerzas de reacción que tienden a separar la herramienta de la pieza, el filo tiene que forzarse para comenzar su tarea de remoción de material y esta circunstancia provoca un efecto de fricción que eleva la temperatura de la región donde el fenómeno se presenta, surgiendo como consecuencia en muchos de los casos un endurecimiento superficial, mismo que provocará mayor dificultad para ser removido por los filos sucesivos de la herramienta.

Por otra parte, durante el fresado “down-milling”, también llamado: “en concordancia”, la dirección de avance de la pieza es la misma que al de rotación de la herramienta en el área de corte, esto tiene como consecuencia que el espesor de viruta disminuye desde un valor máximo en el comienzo de corte hasta alcanzar cero cuando finaliza el mismo, Figura. 2.1. Bajo este esquema el filo de la herramienta comienza cortando un espesor de viruta significativo, lo cual evita el efecto de fricción y genera temperaturas del proceso notablemente inferiores que minimizan el problema de endurecimiento superficial, como ventaja del hecho que se presenta al comenzar la incidencia con un espesor de viruta considerable, se tiene que las fuerzas de reacción producto del corte provocan una especie de atracción de la pieza de trabajo hacia la herramienta, efecto benéfico para la incidencia del filo sucesivo.

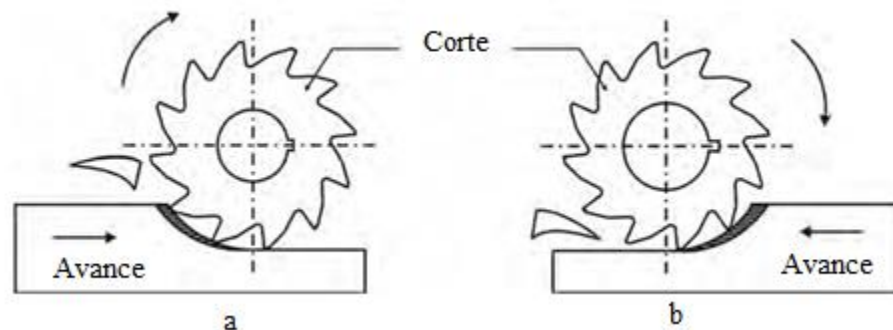


Figura. 2.1 a) Fresado en oposición y b) Fresado en concordancia.

2.1.2 Modelo de fuerzas de corte en el proceso de fresado

Los modelos de fuerza de corte son una parte esencial de los esfuerzos de modelado para los procesos de fresado convencionales utilizados para calcular el consumo de potencia de fresado, predicción de condiciones de mecanizado estables (sin vibración), determinación de errores de ubicación de superficie y diseño de máquinas herramienta y herramientas de corte [34].

En general, se usan tres enfoques diferentes para modelar las fuerzas de corte en fresado: analítico, numérico y mecanístico.

Los modelos analíticos se derivan de la mecánica, la ciencia de los materiales y física y están diseñados para estimar las fuerzas de corte. Para adaptarse al proceso multifísico, se emplean algunos resultados empíricos o estadísticos.

Los métodos numéricos se pueden usar para encontrar las fuerzas de corte directamente. Por ejemplo, mediante el método de elementos finitos, considerando el fresado como grandes fuerzas de corte del proceso de deformación[35]. De acuerdo con los modelos mecanísticos o también llamados empíricos, las fuerzas de corte y de borde en la cara de la herramienta de corte se consideran las fuerzas efectivas en el proceso de corte. Por lo tanto, las fuerzas de corte y borde constituyen la fuerza resultante.[35]

Considerando que la primera etapa para analizar el comportamiento de una herramienta es obtener un modelo de fuerzas, que pueda estimar de forma realista la magnitud, y dirección de estas en el proceso de fresado, para ello se ha elegido un enfoque mecanístico, el cual se encuentra definido como un modelo hipotético de fuerzas que relaciona los esfuerzos de corte sobre el filo con la sección de viruta sin deformar mediante los denominados coeficientes de corte.

Dichos coeficientes representan de forma cuantitativa la resistencia que ofrece el material al ser cortado por la herramienta. Aunque parte de su planteamiento es analítico, la obtención de los coeficientes de corte es una cuestión experimental. El modelo del que se parte es descrito por Altintas[36], y en general reparte las fuerzas experimentadas por la herramienta en tres componentes diferentes Figura. 2.2:

- *Tangencial (F_t)*: Fuerza en dirección de la velocidad de corte.
- *Radial (F_r)*: Fuerza en la dirección que define el espesor de viruta.
- *Axial (F_a)*: En las fresas frontales, su dirección coincide con la del eje de la herramienta.

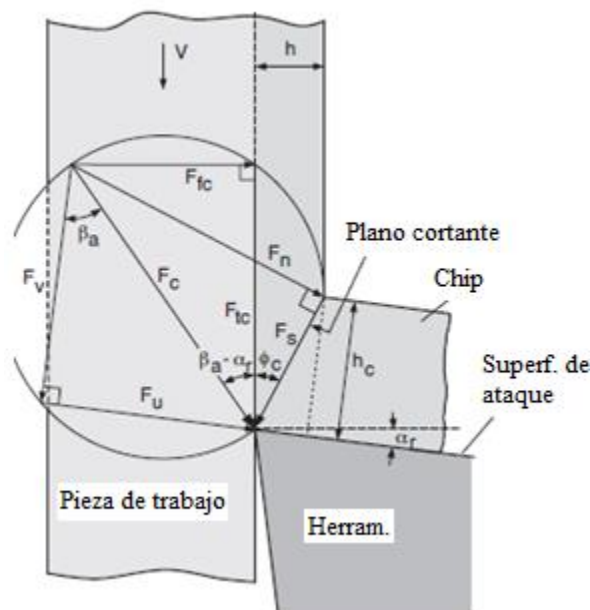


Figura 2.2. Esquema del diagrama de fuerzas de corte, [36].

Otra característica importante de los modelos mecánicos es que se supone que una parte de la contribución de la fuerza proviene del corte o cizalladura del material mientras que hay otro porcentaje atribuible al rozamiento o la fricción que hay entre la pieza y el filo cortante. De forma que las fuerzas se pueden expresar en función de la variación de área de viruta sin cortar y la longitud de contacto Ec. (2.1):

$$\begin{aligned} F_t(\phi) &= K_{tc}ah(\phi) + K_{te}a \\ F_r(\phi) &= K_{rc}ah(\phi) + K_{re}a \\ F_a(\phi) &= K_{ac}ah(\phi) + K_{ae}a \end{aligned} \quad (2.1)$$

Para considerar la geometría de la herramienta, Engin y Altintas [37] generalizaron la forma de la fresa en función de ciertos parámetros dimensionales como se muestra en la Figura. 2.3

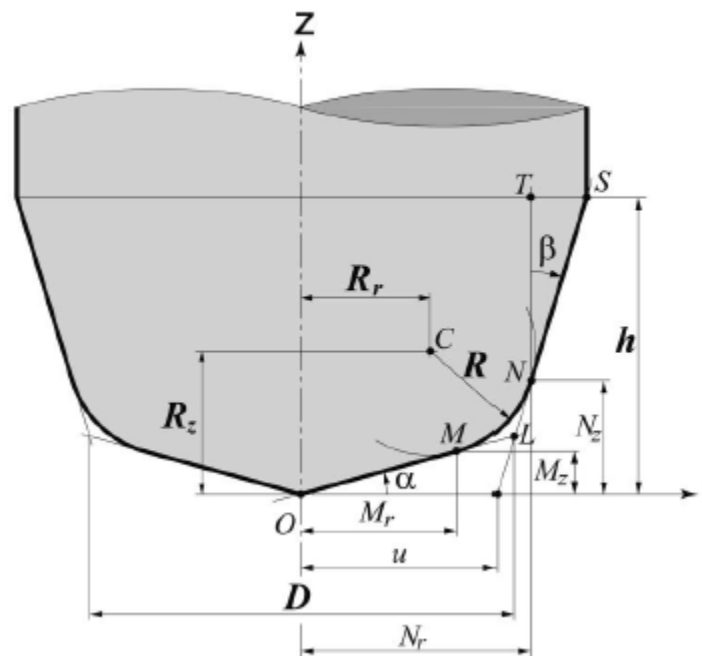


Figura 2.3 Geometría general de una fresa.[37]

En dónde, D es el diámetro de filo, R el radio del arco o radio de acuerdo, R_z la altura del centro del arco, R_r el radio del centro del arco, α la pendiente del cono, β la inclinación del flanco y H la altura máxima del filo.

Para modelar una herramienta con ángulo de hélice es necesario considerar secciones diferenciales a lo largo del eje de la herramienta y así, ir cuantificando los esfuerzos en cada uno de estos elementos diferenciales.

De tal manera que las fuerzas que actúan sobre el filo son Ec. (2.2):

$$\begin{aligned}
 dF_{t,j}(\phi, z) &= [K_{tc} h_j(\phi_j(z)) + K_{te}] dz, \\
 dF_{r,j}(\phi, z) &= [K_{rc} h_j(\phi_j(z)) + K_{re}] dz, \\
 dF_{a,j}(\phi, z) &= [K_{ac} h_j(\phi_j(z)) + K_{ae}] dz,
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Donde las fuerzas en la dirección tangencial ($dF_{t,j}$), radial ($dF_{r,j}$) y axial ($dF_{a,j}$) que actúan sobre elementos diferenciales de cada filo y con espesor d_z , como se puede observar en la Figura. 2.4 y las K representan los coeficientes de corte para cada diente y el espesor de viruta se encuentra definido como Ec. (2.3):

$$h(\phi, z) = f_{iz} \sin \phi_j(z) \tag{2.3}$$

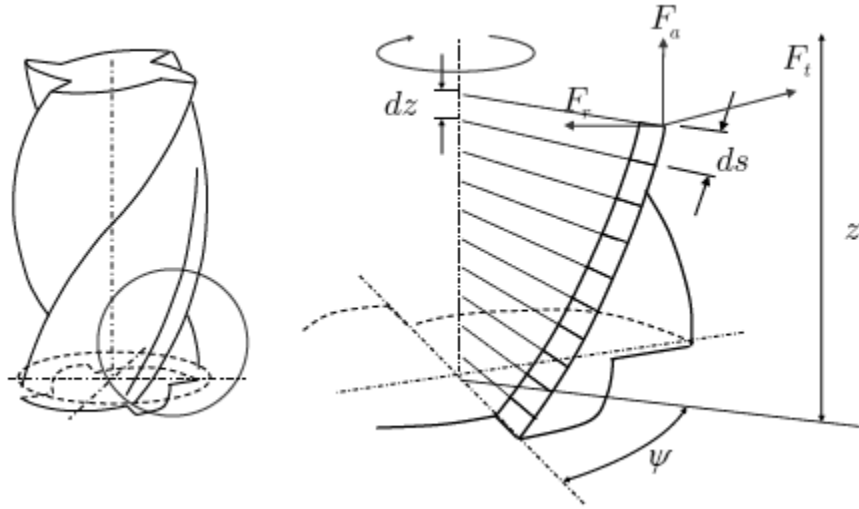


Figura 2.4 Fuerzas de corte sobre un elemento diferencial de corte.[38]

Las fuerzas de corte se proyectan en el sistema coordenado de la herramienta en las direcciones de avance (x), normal (y), y axial (z) usando la transformación Ec. (2.4)

$$\begin{aligned}
 dF_{x,j}(\phi_j(z)) &= -dF_{t,j} \cos \phi_j(z) - dF_{r,j} \sin \phi_j(z), \\
 dF_{y,j}(\phi_j(z)) &= +dF_{t,j} \sin \phi_j(z) - dF_{r,j} \cos \phi_j(z), \\
 dF_{z,j}(\phi_j(z)) &= +dF_{a,j}.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Sustituyendo las fuerzas diferenciales de la Ec. (2.2) y el espesor de viruta tenemos las Ecs. (2.5)

$$\begin{aligned}
dF_{x,j}(\phi_j(z)) &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{f_z}{2} \left[-K_{tc} \sin 2\phi_j(z) - K_{rc} (1 - \cos 2\phi_j(z)) \right] \\ &+ \left[-K_{te} \cos \phi_j(z) - K_{re} \sin \phi_j(z) \right] \end{aligned} \right\} dz \\
dF_{y,j}(\phi_j(z)) &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{f_z}{2} \left[K_{tc} (1 - \cos 2\phi_j(z)) - K_{rc} \sin 2\phi_j(z) \right] \\ &+ \left[K_{te} \sin 2\phi_j(z) - K_{re} \cos \phi_j(z) \right] \end{aligned} \right\} dz \\
dF_{z,j}(\phi_j(z)) &= \left[K_{ac} f_z \sin \phi_j(z) + K_{ae} \right] dz.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Como se mencionaba, una de las características principales de los modelos semi-empíricos es la utilización de un modelo de fuerzas para posteriormente obtener los coeficientes de corte de manera experimental. Por lo tanto, se requiere caracterizar a la herramienta con el material y realizar un conjunto de experimentos a diferentes avances por diente f_z pero manteniendo la inmersión radial y la profundidad axial aun valor fijo. Con la finalidad de evitar el efecto del desalineamiento de la herramienta en los resultados, se realizan cortes con inmersión radial completa (ranurado). La fuerza total promedio por revolución es calculada por diente, puesto que el material cortado por cada diente es el mismo.

Integrando y dividiendo por el ángulo de paso $\phi_p = 2\pi/N$ resulta el promedio de fuerzas por diente dentro de la zona de corte: $\phi_{st} \leq \phi \leq \phi_{ex}$

$$\begin{aligned}
\bar{F}_x &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{Naf_z}{8\pi} \left[K_{tc} \cos 2\phi - K_{rc} [2\phi - \sin 2\phi] \right] \\ &+ \frac{Na}{2\pi} \left[-K_{te} \sin \phi + K_{re} \cos \phi \right] \end{aligned} \right\}_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}, \\
\bar{F}_y &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{Naf_z}{8\pi} \left[K_{tc} [2\phi - \sin 2\phi] - K_{rc} \cos 2\phi \right] \\ &- \frac{Na}{2\pi} \left[K_{te} \cos \phi + K_{re} \sin \phi \right] \end{aligned} \right\}_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}, \\
\bar{F}_z &= \frac{Na}{2\pi} \left[-K_{ac} f_z \cos \phi + K_{ae} \phi \right]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Ejecutar cortes en inmersión completa permite la simplificación de la Ec. (2.6) puesto que $\phi_{st} = 0$ y $\phi_{ex} = \pi$. Las fuerzas promedio pueden ser expresadas por una función lineal del avance por diente como Ec. (2.7):

$$\bar{F}_q = \bar{F}_{qc} f_z + \bar{F}_{qe} \quad (q = x, y, z) \tag{2.7}$$

En donde $\bar{F}_{c_{x,y,z}}$ y $\bar{F}_{e_{x,y,z}}$ se calculan mediante una regresión lineal. Finalmente, los coeficientes de fuerza de corte son evaluados a través de Ecs. (2.8):

$$\begin{aligned} K_{tc} &= \frac{4\bar{F}_{yc}}{Na}, & K_{te} &= \frac{\pi\bar{F}_{ye}}{Na}, \\ K_{rc} &= \frac{-4\bar{F}_{xc}}{Na}, & K_{re} &= \frac{-\pi\bar{F}_{xe}}{Na}, \\ K_{ac} &= \frac{\pi\bar{F}_{zc}}{Na}, & K_{ae} &= \frac{2\bar{F}_{ze}}{Na}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

El procedimiento se repite para cada geometría de corte; por lo tanto, los coeficientes de fuerza de fresado no pueden predecirse antes de la prueba para nuevos diseños usando modelos mecanísticos.[36]

2.1.3 Modelo mecanístico considerando el desalineamiento.

El runout es definido como el desplazamiento del eje de rotación de la herramienta geométrica respecto al real, por lo tanto, es una condición universal que afecta el rendimiento de las operaciones de corte de metales con múltiples dientes, por ejemplo, en las operaciones de fresado Figura 2.5. Es un efecto prácticamente imposible de evitar, ya que, el runout total es la suma de los desalineamientos del husillo, del portaherramientas e inclusive de la máquina herramienta. Se han desarrollado modelos matemáticos para la geometría de corte, el radio de los dientes, el grosor de la viruta, ángulos de entrada y de salida para el fresado considerando compensación de la herramienta o runout, en esta sección se plantea el modelo y los parámetros que incluye dichos efectos en las fuerzas de corte.

Cuando se considera este efecto en las operaciones de fresado, las fuerzas de corte pueden ser expresadas de la siguiente manera Ec. (2.9):

$$F_y(t) = \sum_{j=1}^{z_n} \rho_j \frac{1}{4k_\beta} \left[K_{tc} \cos 2\phi_j(z) + K_{rc} \left(\sin 2\phi_j(z) + 2\phi_j(z) \right) \right]_{z_{j,1}(\phi)}^{z_{j,1}(\phi)} \quad (2.9)$$

Donde ρ representa un factor que está relacionado con la magnitud de la fuerza de corte por filo de la herramienta. Para tomar en consideración el runout, se propone una alternativa considerando que, Ec.(2.10)

$$\rho_j = \left[1 + \delta \left(\cos \phi_p(j-1) - \cos \phi_p(j-2) \right) \right], \delta = \frac{\tilde{r}}{f_z} \quad (2.10)$$

Donde \tilde{r} representa el radio aparente de runout, proyectado sobre la dirección de avance x , α es el ángulo de runout y f_z el avance por filo. Note que δ representa la proporción de variación del espesor respecto a la dirección de avance x . Para determinar el valor experimental de \tilde{r} se puede utilizar un reloj comparador anclado a la mesa lo cual permite capturar el runout en suma de la herramienta, porta-herramienta y el husillo. Es decir, el radio aparente se estima mediante la deflexión promedio entre los filos de 180° de espacio. Entonces el factor proporcional ρ_j para la carga de viruta en el actual diente j puede ser calculado como el avance nominal más la relación $\delta = \tilde{r}/f_z$, representando el porcentaje de avance nominal.[39]

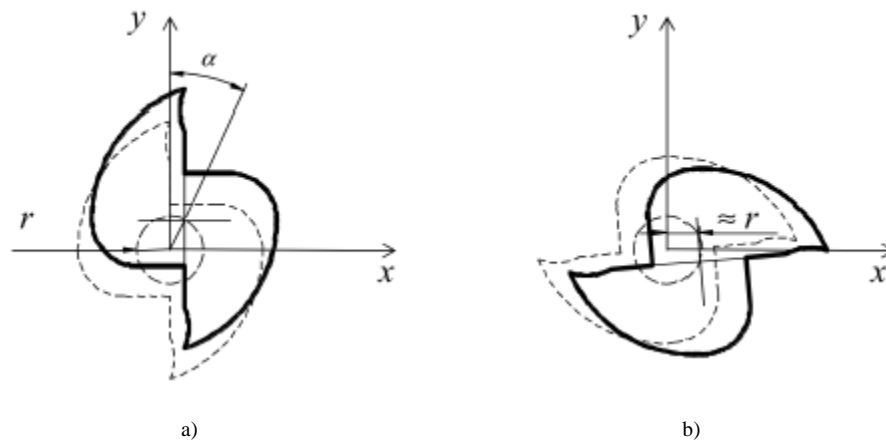


Figura. 2.5 Geometría de Runout(a); runout aproximado(b).[39]

Por último, se observa que el factor δ , está relacionado con la magnitud de la fuerza de corte en cada diente que depende del aparente radio runout.

2.1.4 Dinámica del proceso de fresado

Durante el corte, el comportamiento dinámico del sistema de mecanizado depende tanto de las propiedades dinámicas de sus elementos como de su interacción dinámica. La estructura del sistema de mecanizado está compuesta por el bastidor de la máquina herramienta, la carcasa del husillo, los cojinetes del husillo, el husillo, el sistema de herramientas (adaptador del husillo, adaptador de herramienta y herramienta), la mesa o bancada, la pieza de trabajo y el sujetador de la pieza de trabajo, Figura 2.6. La unidad de control que es parte del sistema de mecanizado no tiene ningún efecto sobre su rigidez. Se sabe que la rigidez del sistema depende de la rigidez de su parte más débil, por lo que es importante identificar qué elementos mecánicos son los principales responsables de la flexibilidad relativa en el punto de acoplamiento de la herramienta-pieza de trabajo. Por ejemplo, en el fresado, un elemento débil podría ser el sistema de herramientas, cuando

se aplica un sistema de herramientas delgado, o en el torneado, cuando se mecaniza una pieza larga con un diámetro pequeño.

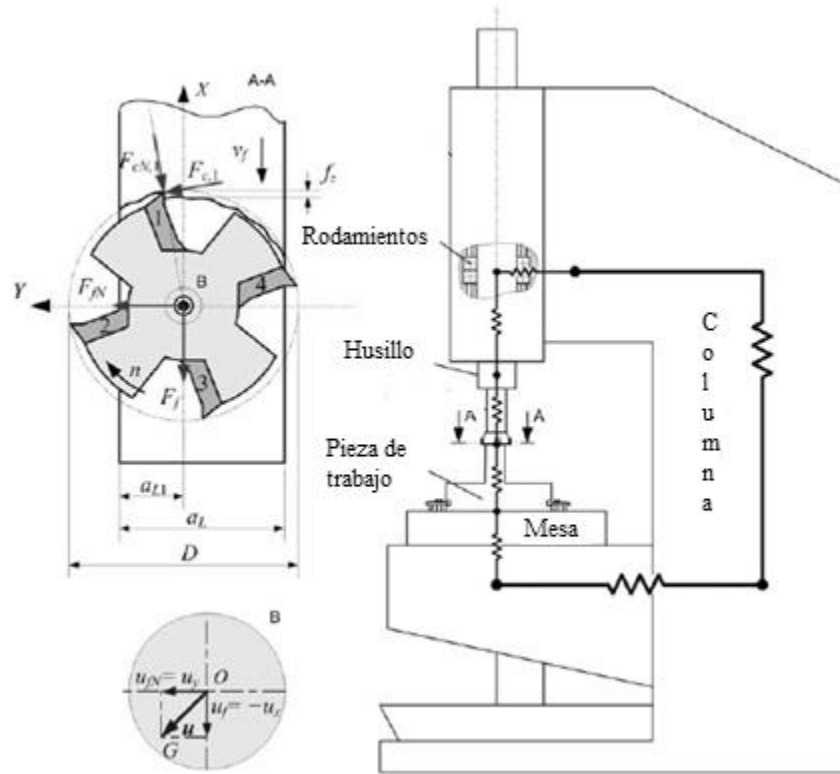


Figura 2.6 Geometría de fresado frontal y dinámica de una fresadora.[25]

De tal forma que, es muy importante:

- Identificar qué elementos del sistema de mecanizado son los principales responsables de la flexibilidad relativa en el punto de contacto de la herramienta-pieza de trabajo;
- estimar los parámetros modales y la función de transferencia de los elementos más flexibles de la estructura de la máquina herramienta realizando pruebas modales experimentales.
- construir un modelo dinámico de sistema de mecanizado para la estimación de vibraciones relativas entre la herramienta y la pieza de trabajo.

El sistema puede entonces modelizarse a través de una ecuación diferencial de 2º grado Ec. (2.11) con retraso temporal, siendo T el período de giro (dado por las revoluciones de pieza en torneado o por el giro de la herramienta en fresado):

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t, x(t), x(t-T)) \quad (2.11)$$

La Ec. (2.11) permite describir el comportamiento dinámico del sistema a través de las características modales del sistema. Las matrices de masa $[m]$, amortiguamiento $[c]$ y rigidez

[k] definen lo que se denomina función de respuesta en frecuencia (FRF en la siguiente subsección se describe más a detalla), es decir, la representación matemática de la relación entre la entrada o esfuerzo de excitación de la estructura y la salida o deformación resultante del sistema de mecanizado, el cual es considerado lineal [40].

2.1.5 Función de Respuesta a la Frecuencia FRF

La respuesta a la frecuencia de un sistema es una función que depende de la frecuencia y que se expresa cómo una señal sinusoidal de una frecuencia dada en la entrada del sistema y se transfiere a través del mismo sistema Figura 2.7. Cada componente de la frecuencia es una señal sinusoidal que tiene cierta amplitud y una cierta frecuencia, es decir cuando un sistema lineal como un SDOF (sistema de un grado de libertad) o un MDOF (sistema con múltiples grados de libertad), si se somete a excitación sinusoidal, responderá sinusoidalmente a la misma frecuencia y a la amplitud específica que es característica de la frecuencia de excitación.

Entonces, como se ha introducido antes, la Función de Respuesta a la Frecuencia (FRF por sus siglas en inglés) permite conocer la amplitud del movimiento del sistema respecto a la frecuencia de la fuerza excitadora. La FRF puede ser medida experimentalmente sobre piezas de trabajo, herramientas, máquinas y en general cualquier componente que estructuralmente se encuentre involucrado. Esta información permite conocer el desempeño dinámico de la máquina durante las operaciones de fresado.

En un sistema de un grado de libertad se dice que sólo hay una frecuencia natural mientras que, en un sistema más complejo, como en un centro de mecanizado, éste puede ser representado como un sistema con múltiples grados de libertad el cual puede vibrar según sea excitada la frecuencia correspondiente (modos de vibración). La caracterización de la vibración total de una máquina considera la suma de los efectos individuales de cada uno de estos modos de vibrar los cuales contribuyen a la máxima amplitud de vibración de manera diferente por lo cual es deseable identificar aquellos modos que pudieran ser críticos durante la operación de mecanizado. Además, la FRF permite conocer el amortiguamiento, y la rigidez de cada uno de los modos de vibrar, lo cual nos permite simular y predecir bajo qué condiciones de corte (inmersión radial, profundidad axial y velocidad de husillo) el proceso será estable.

Para determinar los valores de amortiguamiento relativo ζ y rigidez modal κ , es práctica común en operaciones de maquinado recurrir a pruebas de impacto o de pulso. A principios de los años setenta, se produjeron mejoras en los transductores, la adquisición de datos y el equipo informático, lo que hizo factible la prueba del pulso [1]. Esta prueba es una manera simple de conocer en forma experimental los parámetros modales que sirven para establecer aquellas condiciones bajo las cuales una operación de mecanizado produce acabados superficiales de calidad con buena durabilidad de la herramienta. Con esta prueba de impacto, se puede medir la FRF de una pieza flexible o bien de la cadena herramienta-porta-husillo. La prueba de impacto se realiza con un martillo instrumentado que mide la fuerza que se inyecta a la estructura como entrada, además de

un sensor de desplazamiento, velocidad o aceleración que se emplea para medir la respuesta vibratoria del sistema pieza-herramienta.

En la práctica, la entrada de un pulso y la respuesta del sistema se registran simultáneamente, se calcula la transformada de Fourier, se toma la relación y se obtienen los datos de respuesta de frecuencia resultantes. El gráfico típico de respuesta de frecuencia se muestra en la Figura 2.7 así como una representación de la prueba de impacto.

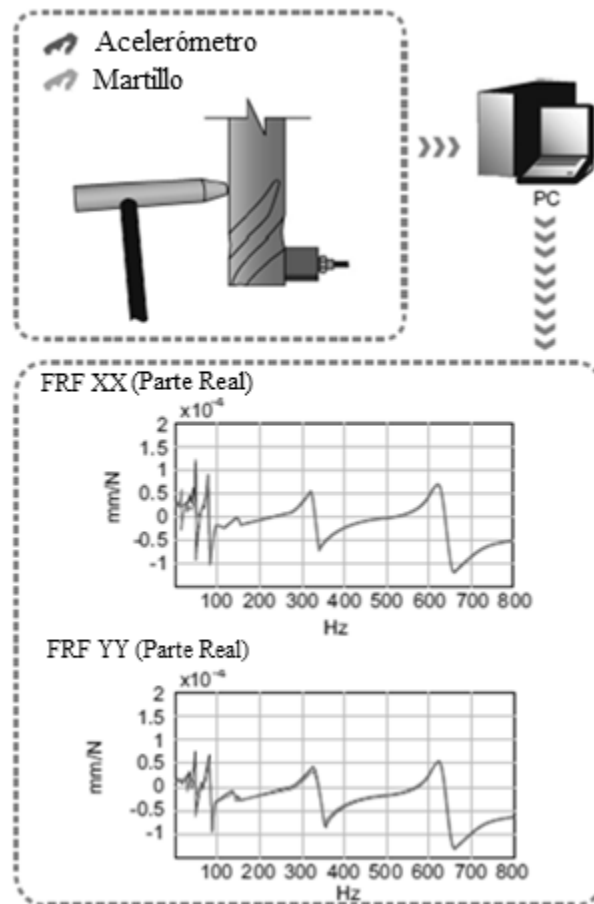


Figura 2.7 Esquema de prueba de impacto y respuesta a la frecuencia.[1]

Posteriormente el pos-procesamiento transforma la señal adquirida en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y hace la relación entre la fuerza de entrada respecto a la salida Figura 2.8 para el cálculo de la FRF.

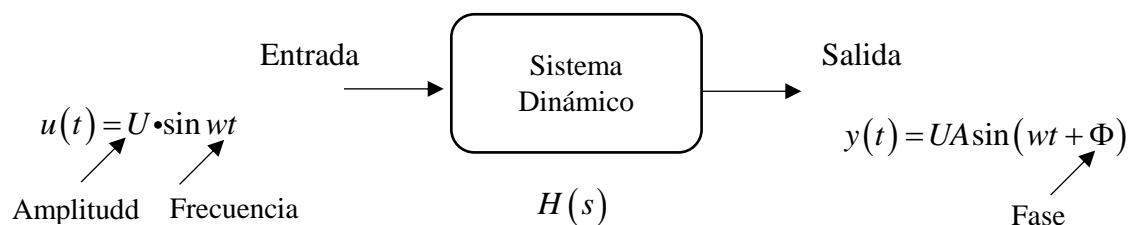


Figura. 2.8 Respuesta a la frecuencia de un sistema.

Por eso, el estudio en el dominio frecuencial permite ver y analizar los sistemas desde otra perspectiva. Muchos aspectos se ven más fácilmente desde el dominio de la frecuencia.

La prueba de pulso o de impacto es una alternativa práctica a los métodos tradicionales para la evaluación de las características dinámicas de las estructuras de máquina herramienta típicas. Las ventajas son la simplicidad del sistema de excitación, la virtual eliminación de la necesidad de accesorios especiales, y una reducción del orden de magnitud en el tiempo requerido para obtener un diagrama de respuesta de frecuencia.

Así, la importancia de la función de respuesta a la frecuencia en el proceso de mecanizado corresponde a la construcción de los diagramas de lóbulos de estabilidad, ya que los datos calculados para su construcción se originan a partir de la función de respuesta a la frecuencia FRF, es decir, la construcción de un SLD (Diagrama de lóbulo de estabilidad por sus siglas en inglés) requiere información previa sobre, la función de respuesta de frecuencia FRF, de la herramienta de corte, portaherramientas, máquina herramienta y combinación de material de pieza. Pero modelar el proceso para identificar el SLD no es una tarea fácil porque las estructuras de múltiples grados de libertad, los múltiples dientes de corte y las fuerzas de corte variables complican el análisis y el cálculo.

2.2 Chatter

Los recientes avances en la industria, especialmente en los sectores aeroespacial, de moldes y automotriz, han fomentado una considerable evolución en las máquinas herramienta, que se hicieron más potentes, precisas, rígidas y automáticas. Sin embargo, también aparecieron nuevas limitaciones y desafíos, como las vibraciones en la máquina.

Las vibraciones de mecanizado en general y las debidas al *chatter* en particular son fuente de problemas desde los inicios del arranque de metal y llevan ocupando y preocupando a la comunidad científica e industrial que aúna esfuerzos para limitar en lo posible los daños asociados. F.W. Taylor, padre de la organización científica del trabajo, fue el primero en dar cuenta de este problema al referirse a él como *el más oscuro y delicado de todos los problemas a que puede enfrentarse el operario* [41]. Sin embargo, sería a mediados de siglo cuando se desarrollen los fundamentos básicos del *chatter* gracias a Tobias, Fishwick [7], Tlustý, Polacek [11] y Merritt [30]. Estos autores y otros desarrollan la llamada teoría lineal clásica basada en la obtención de unos diagramas predictivos o mapas de estabilidad que proporcionan la profundidad de corte límite a partir del cual el proceso se vuelve inestable en función de la velocidad de giro (de la pieza en torneado, de la herramienta en fresado).

El *chatter* es un fenómeno vibratorio anómalo que puede surgir en procesos de mecanizado para combinaciones particulares de parámetros de corte y otros factores. Se caracteriza por

movimientos inestables y caóticos del sistema de mecanizado y por una fuerte fluctuación de las fuerzas de corte, que tienden a amplificar y reforzar el fenómeno. Es un evento no deseado, ya que puede provocar el desgaste anormal de la herramienta o la rotura de la herramienta, daños tanto en la estructura de la herramienta como en los cojinetes del husillo. Además, puede afectar seriamente la rugosidad de la superficie y la precisión dimensional de la pieza de trabajo. Figura 2.9

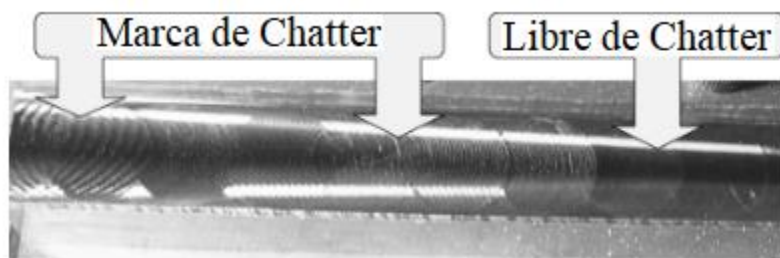


Figura 2.9 Marcas de chatter en fresado.[25]

En la Figura 2.9 se da un ejemplo de vibraciones en condiciones estables e inestables en el fresado.

El Chatter generalmente se clasifica como primario o secundario. La vibración primaria típicamente ocurre a bajas velocidades de giro del husillo, y es causado por mecanismos físicos como la fricción entre la herramienta y la pieza de trabajo en las superficies de contacto.

2.2.1 Vibración auto-excitada o chatter regenerativo

La teoría convencional de corte de metal o mecánica del corte trata el proceso de corte en régimen permanente, es decir, sin vibraciones. El problema se estudia por tanto desde un enfoque estático o mejor dicho, estacionario. Por el contrario, la Dinámica del corte de metal analiza el proceso de corte desde un punto de vista dinámico, es decir, con presencia de vibraciones.

La vibración secundaria, se presenta principalmente a velocidades de rotación de husillo más altas, es causada por el efecto regenerativo o autoexcitada, que es un comportamiento inestable del grosor de la viruta sin cortar debido a una combinación de vibraciones con la ondulación producida por el paso del diente anterior, Figura 2.10. Este efecto regenerativo o autoexcitada es la causa más importante de chatter. Por esta razón, se ha convertido en una convención y ha sido seguido por muchas de las publicaciones donde "chatter" solo se refiere a la vibración regenerativa, Figura 2.11.

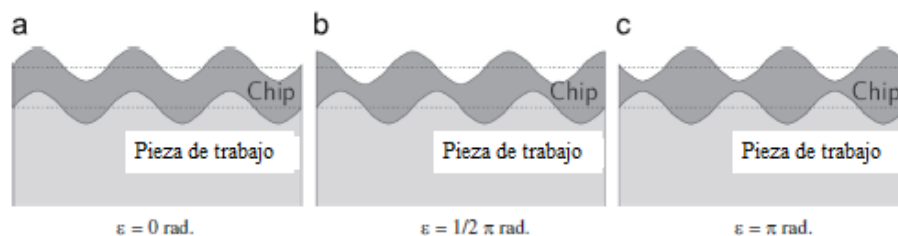


Figura 2.10 Efecto de la fase del posterior paso del diente sobre el espesor de la viruta.[1]

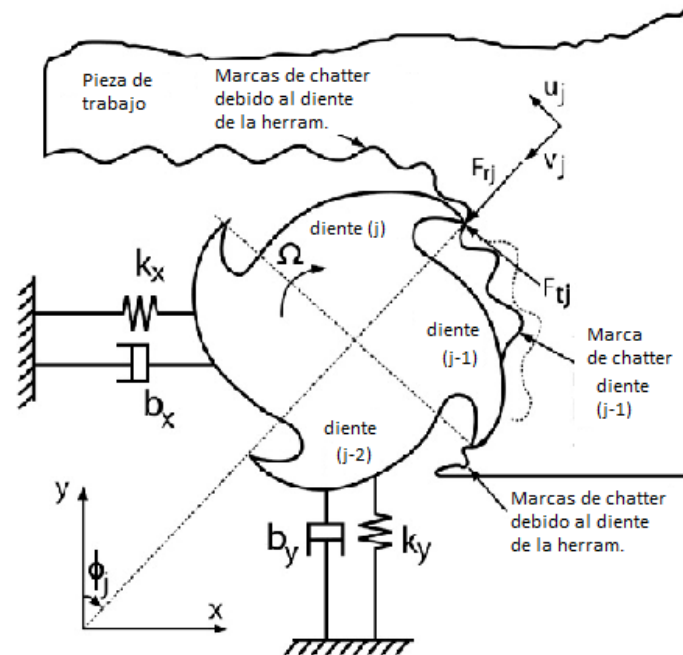


Figura. 2.11 Regeneración de la ondulación en un modelo de fresado con dos grados de libertad.[16]

Pero, la raíz del problema está en la variación en el espesor de viruta no deformada h entre dos períodos consecutivos. De hecho, el *chatter* ocurrirá si la anchura de viruta (o la profundidad de pasada) produce fuerzas demasiado grandes con respecto a la rigidez suministrada por el sistema dinámico [40]. La fuerza de corte se vuelve variable y se alcanzan amplitudes de vibración muy elevadas que resultan inadmisibles a la hora del acabado superficial de la pieza. Para reducir o eliminar las vibraciones, en la mayoría de los casos, la intuición del operario le hace disminuir la velocidad de giro o la profundidad de pasada (o la anchura) lo cual lleva a una baja tasa de arranque y, por tanto, a un bajo rendimiento de la operación.

Dado que la vibración está influenciada principalmente por la velocidad de rotación del husillo n la profundidad de corte a_p , un enfoque común es representar las condiciones de corte estables e inestables en el diagrama del lóbulo de estabilidad, Figura 2.12. En este diagrama, para cada velocidad de revolución del husillo n , es posible determinar la profundidad crítica de corte a_p que separa las áreas estables de las inestables. La región inestable está representada por un conjunto de lóbulos. La posición de los valores mínimos de a_p dependen de la frecuencia de resonancia natural del sistema de mecanizado f_n . Este diagrama podría obtenerse de datos experimentales o mediante simulación por computadora.

Además, la Figura 2.12 también muestra que los mecanismos de vibración son diferentes para diferentes velocidades de giro del husillo.

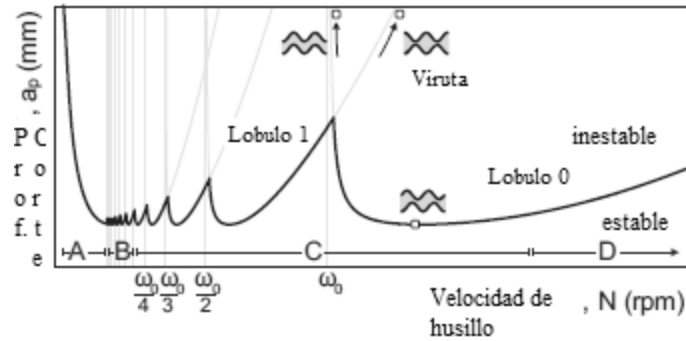


Figura 2.12 Ejemplo de lóbulos de estabilidad, indicando las zonas estables e inestables y formación de viruta.[42]

Entonces, siguiendo la idea original de Tobias y Fishwick [7], los problemas de vibración se pueden resolver construyendo SLD y cambiando los parámetros de proceso de la profundidad de corte a_p y la velocidad del husillo n en consecuencia. El SLD se construye utilizando un modelo de estabilidad alimentado con cuatro entradas diferentes: los coeficientes de corte o fuerzas específicas que describen la fuerza de corte, los parámetros dinámicos del sistema, los parámetros del proceso y la geometría de la herramienta. Figura 2.13



Figura 2.13 Procedimiento para obtener lóbulos de estabilidad (SLD).[42]

La fuerza de corte se caracteriza por medio de modelos matemáticos alimentados por coeficientes de corte o fuerzas de corte específicas. Los coeficientes de corte representan la resistencia a la fluencia del material, la fricción entre la herramienta y el material de trabajo, y la geometría de la herramienta.

Los parámetros dinámicos del sistema se miden experimentalmente por algunas de las técnicas experimentales disponibles por ejemplo mediante pruebas de impacto modal explicada anteriormente o cualquier otra. El objetivo de esta medición es capturar las vibraciones relativas en la zona de contacto de la herramienta-pieza de trabajo que son causadas por los modos críticos de la estructura que están limitando la productividad.

Para terminar, el modelo de estabilidad también requiere la geometría de la herramienta que afecta el coeficiente de la fuerza de corte, la cinemática de la operación de mecanizado y los coeficientes direccionales de la fuerza dinámica

Capítulo 3. Estabilidad en fresado mediante EMHPM con aproximación de segundo orden.

Nunca alguna gran obra se ha hecho de prisa. Lograr un gran descubrimiento científico, imprimir una excelente fotografía, escribir un poema inmortal, convertirse en ministro o en un general famoso; hacer cualquier gran logro requiere tiempo, paciencia y perseverancia. Estos logros se hacen gradualmente, “poco a poco”.

W.J. Wilmont Buxton

Los sistemas dinámicos, que van desde aplicaciones en ingeniería mecánica, biológicos o físicos, se pueden modelar con ecuaciones diferenciales. Estos modelos permiten observar, por ejemplo, como la tasa de cambio a futuro de una variable que depende del estado actual de un sistema. Sin embargo, la tasa de cambio de esta variable también puede depender de efectos pasados. Es bien conocido que varios problemas pueden describirse por modelos que incluyen efectos pasados [10]. Los sistemas con retardo aparecen en varios problemas de ingeniería, como en el efecto shimmy [9] (vibración de la rueda), modelos de tráfico de vehículos [43], problemas de estabilización de retroalimentación [44], y en la vibración de máquinas-herramientas mejor conocido como chatter (termino en inglés de vibración autoexcitada) [36].

Por ejemplo, en los casos en que la fuerza neta depende de los valores actuales y algunos valores pasados (historia) como la posición y la velocidad, el sistema se describe mediante una ecuación diferencial con retardo (DDE de Delay Differential Equation en inglés). Durante el proceso de mecanizado puede producirse vibración relativa autoexcitada entre la pieza de trabajo y la herramienta de corte, que se conoce como “chatter”. Los efectos del chatter suelen tener consecuencias como, un acabado superficial con gran rugosidad, precisión dimensional deficiente, y baja tasa de remoción de material al reducir la carga de trabajo. El chatter se vuelve más propenso al mecanizar materiales que son difíciles de cortar, por lo tanto, este fenómeno ha sido un tema de mucho interés para académicos e investigadores que han estudiado cómo detectar, identificar, evitar, prevenir, reducir, controlar y/o suprimir el ya mencionado chatter. Una alternativa de diseño, llamada lóbulos de estabilidad, intenta predecir bajo que parámetros o condiciones de corte el proceso de fresado se mantiene estable o libre de vibración. Olvera y Elias-Zuñiga en [45] llevaron la aplicación del método de perturbación de homotopia multietapa mejorado (EMHPM) para resolver ecuaciones diferenciales de retardo (DDE) con coeficientes constantes y variables, encontrando soluciones aproximadas en menor tiempo de computo, bajo el procedimiento analítico-numérico con respecto a la solución numérica de la rutina dde23 de Matlab y determinando las fronteras de estabilidad en operaciones de mecanizado.

En el presente capítulo se extiende el método mejorado de perturbación homotópica por subintervalos (EMHPM) desarrollado en [45], resolviendo para la ecuación de segundo grado que describe la dinámica del proceso del mecanizado en el fresado con aproximación al término del retardo mediante un polinomio de segundo grado obteniendo las soluciones aproximadas de la ecuación diferencial con retardo (DDE) y determinando las fronteras de estabilidad del proceso de fresado. El método se implementa como una rutina de Matlab© y es comparada con las soluciones numéricas de la rutina dde23.

3.1 Método de perturbación por homotopia HPM

El método de perturbación por homotopía HPM es un acoplamiento de método tradicional de perturbación y la teoría de homotopía empleada en topología, el cual consiste inicialmente en usar una solución simple que se va deformando continuamente al problema de estudio a través de un parámetro que converge a la unidad, eliminando la limitación del pequeño parámetro asumido en los métodos de perturbación [46]. Bajo este enfoque, un problema no lineal puede transformarse en un número finito de problemas simples sin la restricción de tener pequeños valores de parámetros no lineales. Este método de perturbación por homotopía toma las principales ventajas de los métodos de perturbación tradicionales junto con el análisis de homotopía. Para ilustrar la idea básica del HPM, consideremos la siguiente ecuación diferencial no lineal:

$$A(u) - f(r) = 0, r \in \Omega \quad (3.1)$$

con la condición de frontera

$$B(u, \partial u / \partial n) = 0, r \in \Gamma \quad (3.2)$$

en donde A es un operador diferencial, B es un operador de frontera, $f(r)$ es una función analítica conocida y Γ es la frontera del dominio Ω .

El operador A puede ser dividido en dos partes: L y N , donde L es lineal mientras que N es no lineal. La Ec. (3.1) entonces puede ser rescrita como

$$L(u) + N(u) - f(r) = 0 \quad (3.3)$$

Ahora, mediante la técnica de homotopía, se construye una homotopía $v(r, p) : \Omega \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que satisface,

$$H(v, p) = L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + p[N(v) - f(r)] = 0 \quad (3.4)$$

donde $p \in [0,1]$ es un parámetro, u_0 es una aproximación inicial propuesta a la Ec. (3.1) que además satisface las condiciones de frontera, así tenemos que

$$\begin{aligned} H(v,0) &= L(v) - L(u_0) = 0 \\ H(v,1) &= A(v) - f(r) = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

El cambio en p de cero a la unidad, hace que $v(r,p)$ cambie de $u_0(r)$ a $u(r)$. En topología, esto es llamado deformación y en el mismo contexto $L(v) - L(u_0)$ y $A(v) - f(r)$ es llamado homotopía. He en [46] supuso que la Ec. (3.4) podría ser escrita como una serie de potencias de p

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \dots \quad (3.6)$$

considerando $p = 1$ la solución aproximada de la Ec. (3.1) es

$$u = \lim_{p \rightarrow 1} = v_0 + v_1 + v_2 + \dots \quad (3.7)$$

3.2 Aplicación del EMHPM en ecuaciones de DDE

Ahora utilizando la técnica del EMHPM descrita y desarrollada en [45] por Olvera y Elias-Zuñiga en la cual generalizan la ecuación diferencial con retardo n-dimensional de la forma

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)x(t - \tau) \quad (3.8)$$

donde $A(t + \tau) = A(t)$, $B(t + \tau) = B(t)$, $x(t)$ es el vector de estados y τ es el tiempo de retardo, Olvera y Elias-Zuñiga aproximaron el término del retardo mediante una constante y un polinomio de grado uno, es decir escribiéndola en su forma equivalente

$$\dot{\mathbf{x}}(T) - \mathbf{A}_t \mathbf{x}_i(T) \approx \mathbf{B}_t \mathbf{x}_i^\tau(T) \quad (3.9)$$

donde $\mathbf{x}_i(T)$ representa la solución de orden m para la solución de la Ec. (3.8) en el i -ésimo subintervalo que además debe satisfacer el vector de condiciones iniciales $\mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i-1}$, \mathbf{A}_t y \mathbf{B}_t representan las matrices en las que cada uno de sus elementos se evalúan en el tiempo t . Entonces, discretizando N puntos igualmente espaciados el periodo $[t_0 - \tau, t_0]$ y suponiendo que la función que describe al término del retardo $\mathbf{x}_i^\tau(T)$ y que corresponde al subintervalo $[t_{i-N}, t_{i-N+1}]$ es aproximado por un valor constante:

$$\mathbf{X}_i^r(T) = \mathbf{x}_{i-N+1}(T) \approx \mathbf{x}_{i-N} \quad (3.10)$$

Tomando la solución desarrollada en [45] a partir de la homotopia tenemos que la solución aproximada de la Ec. (3.9) en su forma recursiva es

$$\mathbf{X}_{ik} = \frac{T}{k} (\mathbf{A}_i \mathbf{X}_{i(k-1)} + g(k) \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N}), k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

donde $g(k)=1$ para $k=1$ y $g(k)=0$ en cualquier otra situación. Por último, la solución de la Ec. (3.8) se obtiene sumando cada una de las aproximaciones \mathbf{X}_{ik} es decir,

$$\mathbf{x}_i(T) \approx \sum_{k=0}^m \mathbf{X}_{ik}(T) \quad (3.12)$$

y el cual recibe el nombre de EMHPM de orden cero cuando se aproxima el retardo mediante una constante. Sin embargo, buscando mejorar la solución de la Ec. (3.8) se emplean polinomios de aproximación para el término del retardo como se ilustra en la Figura. 3.1. Utilizando como referencia el polinomio interpolador de Lagrange de forma general como

$$\begin{aligned} f_n(x) &= \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i) \\ L_i(x) &= \prod_{i=0, i \neq k}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \end{aligned} \quad (3.13)$$

y para lograr una aproximación polinomial de grado uno tenemos que,

$$P(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) \quad (3.14)$$

dónde, $f(x_0) = x_{i-N}$, $f(x_1) = x_{i-N+1}$ y $x_0 = 0$, $x_1 = \Delta t$.

Por lo tanto, la función que describe al término del retardo en el subintervalo $[t_{i-N}, t_{i-N+1}]$ tiene la siguiente forma

$$\mathbf{x}_i^r(T) = \mathbf{x}_{i-N+1}(T) \approx \mathbf{x}_{i-N} + \frac{N-1}{\tau} (\mathbf{x}_{i-N+1} - \mathbf{x}_{i-N}) T \quad (3.15)$$

la cual es consistente con la función aproximada en [45], y por consiguiente al construir la homotopia y solucionar para el conjunto de ecuaciones lineales obtenidas por Olvera [45] tenemos la solución aproximada llamada EMHPM de orden 1

$$\mathbf{X}_{ik} = \mathbf{X}_{ik}^a + \mathbf{X}_{ik}^b, k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.16)$$

Donde $\mathbf{X}_{i0}^a = \mathbf{x}_{i-1}$, $\mathbf{X}_{i0}^b = 0$ y

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{ik}^a &= \frac{T}{k} (\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^a + g(k) \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N}) \\ \mathbf{X}_{ik}^b &= \frac{T}{k+1} (\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^b) + \frac{T}{k+1} (g(k) \left[\frac{N-1}{\tau} T (-\mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1}) \right])\end{aligned}\quad (3.17)$$

Finalmente, la solución de la Ec. (3.8) se obtiene sustituyendo la Ec. (3.16) en la Ec. (3.12).

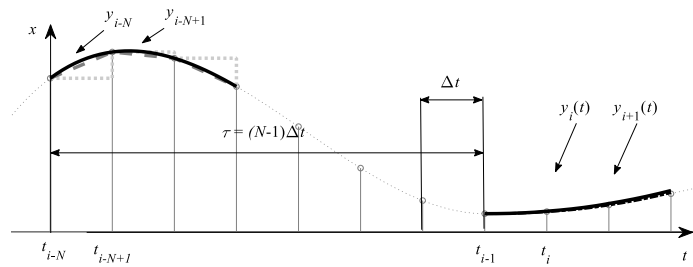


Figura 3.1. Esquema de la aproximación del término de retardo: orden cero (línea gris puntuada), primer orden (línea gris intermitente) y segundo orden (línea continua negra).

3.3 EMHPM mediante la aproximación del término de retardo con polinomio de segundo orden

Ahora siguiendo con la metodología propuesta por Olvera en [45], y con el fin de aproximar el término de retardo $\mathbf{x}_i^\tau(T)$ en la Ec. (3.9), buscando mejorar la aproximación en la solución de la Ec. (3.8) se utiliza una representación polinomial de segundo orden, el periodo $[t_0 - \tau, t_0]$ se discretiza N puntos igualmente espaciados como lo muestra la Figura. 3.1.

Entonces, suponiendo que la función que describe al término del retardo $\mathbf{x}_i^\tau(T)$ y que corresponde al subintervalo $[t_{i-N}, t_{i-N+1}, t_{i-N+2}]$ es aproximado por un polinomio de segundo grado mediante el interpolador de Lagrange. En este caso, es necesario hacer uso las discretizaciones $x_{i-N}, x_{i-N+1}, x_{i-N+2}$ y de acuerdo con la Ec. (3.13) tenemos

$$P_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} f(x_1) + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} f(x_2) \quad (3.18)$$

donde, $f(x_0) = x_{i-N}$, $f(x_1) = x_{i-N+1}$, $f(x_2) = x_{i-N+2}$ y $x_0 = 0, x_1 = \Delta t, x_2 = 2\Delta t$

Por lo tanto, sustituyendo y evaluando en Ec. (3.18), la función que describe el subintervalo del retardo es:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^r(T) = \mathbf{x}_{i-N+1}(T) \approx \mathbf{x}_{i-N} + \frac{N-1}{\tau}(\mathbf{x}_{i-N+1} - \mathbf{x}_{i-N})T + [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T^2(N-1)^2}{2\tau^2} - \\ [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T(N-1)}{2\tau} \end{aligned} \quad (3.19)$$

el cual recibe el nombre de EMHPM de segundo orden cuando se aproxima el retardo mediante un polinomio de segundo grado y no se debe de confundir con el orden de la solución m y que está determinado por la última deformación incluida en la solución.

Es evidente a partir de la Ec. (3.19) que si se aproxima el término del retardo mediante una constante se requiere evaluar solo un punto para obtener un polinomio de orden cero, similarmente si evaluamos utilizando dos puntos obtenemos una aproximación polinomial llamada polinomio de orden uno, lo cual significa que para obtener un polinomio de segundo grado se requieren evaluar tres puntos respectivamente y qué corresponde a la solución desarrollada en el presente trabajo. Por lo tanto, empleando la técnica de HPM se procede a construir la homotopia de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} H(\mathbf{X}_i, p) = L(\mathbf{x}_i) - L(\mathbf{x}_{i0}) + pL(\mathbf{x}_{i0}) - p(\mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N} - \left(\frac{N-1}{\tau}\right) \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N} T + \left(\frac{N-1}{\tau}\right) \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N+1} T \\ + [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T^2(N-1)^2}{2\tau^2} - [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T(N-1)}{2\tau}) = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Sustituyendo en la expansión de orden m $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i0} + p\mathbf{x}_{i1} + \dots + p^m \mathbf{x}_{im}$ en la ecuación anterior, agrupando en potencias de p y considerando la condición inicial $\mathbf{x}_{i0} = \mathbf{x}_{i-1}$ y $\mathbf{x}_{i1}(0) = \mathbf{x}_{i2}(0) + \dots + \mathbf{x}_{im}(0) = 0$, se obtiene las siguientes ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

$$\begin{aligned} p^0 : \frac{d}{dT} \mathbf{X}_{i0} + \frac{d}{dT} \mathbf{x}_{i-1} = 0, \\ p^1 : \frac{d}{dT} \mathbf{X}_{i1} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{i-1} T + \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N} - \frac{N-1}{\tau} \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N} T + \frac{N-1}{\tau} \mathbf{B}_i \mathbf{x}_{i-N+1} T \\ + [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T^2(N-1)^2}{2\tau^2} - [\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1})] \frac{T(N-1)}{2\tau} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned}
p^2 : \frac{d}{dT} \mathbf{X}_{i2} &= \mathbf{A} \mathbf{X}_{i1} \\
&\vdots \\
p^m : \frac{d}{dT} \mathbf{X}_{im} &= \mathbf{A} \mathbf{X}_{i(m-1)}
\end{aligned}$$

Integrando el conjunto de Ecs. (3.21) se tiene que,

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_{i0} &= \mathbf{x}_{i-1} \\
\mathbf{X}_{i1} &= \mathbf{A}_t \mathbf{x}_{i-1} T + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T - \frac{1}{2} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T^2 + \frac{1}{2} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1} T^2 + \\
&\left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \frac{T^3 (N-1)^2}{6\tau^2} - \left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \frac{T^2 (N-1)}{4\tau} \\
\mathbf{X}_{i2} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_t^2 \mathbf{x}_{i-1} T^2 + \frac{1}{2} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T^2 - \frac{1}{6} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T^3 + \frac{1}{6} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1} T^3 + \\
&\left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \frac{T^4 (N-1)^2}{24\tau^2} - \left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \frac{T^3 (N-1)}{12\tau} \\
\mathbf{X}_{im} &= \frac{1}{m!} \mathbf{A}_t^m \mathbf{x}_{i-1} T^m + \frac{1}{m!} \mathbf{A}_t^{m-1} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T^m - \frac{1}{(m+1)!} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{A}_t^{m-1} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} T^{m+1} + \frac{1}{(m+1)!} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{A}_t^{m-1} \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1} T^{m+1} + \\
&\frac{T^{m+2}}{(m+2)!} \frac{(N-1)^2}{\tau^2} \mathbf{A}_t^{m-1} \mathbf{B}_t \left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right] - \frac{T^{m+2}}{2(m+1)!} \frac{(N-1)}{\tau} \mathbf{A}_t^{m-1} \mathbf{B}_t \left[\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2(\mathbf{x}_{i-N+1}) \right]
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Por lo tanto, por deducción se expresa en forma recursiva de $\mathbf{X}_{ik}(T)$ como

$$\mathbf{X}_{ik} = \mathbf{X}_{ik}^a + \mathbf{X}_{ik}^b + \mathbf{X}_{ik}^c, \quad k = 1, 2, 3, \dots \tag{3.23}$$

Donde

$$\mathbf{X}_{i0}^a = \mathbf{x}_{i-1}, \quad \mathbf{X}_{i0}^b = \mathbf{X}_{i0}^c = 0, \quad \text{y} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_{ik}^a &= \frac{T}{k} (\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^a + g(k) \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N}) \\
\mathbf{X}_{ik}^b &= \frac{T}{k+1} (\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^b) + \frac{T}{k+1} \left(g(k) \left[\frac{N-1}{\tau} T (-\mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \right) \\
\mathbf{X}_{ik}^c &= \frac{T}{k+2} (\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^c) + g(k) \left[\begin{aligned} &\frac{T^{k+2}}{(k+2)!} \frac{(N-1)^2}{\tau^2} \mathbf{B}_t (\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2\mathbf{x}_{i-N+1}) - \\ &\frac{T^{k+1}}{2(k+1)!} \frac{(N-1)}{\tau} \mathbf{B}_t (\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2\mathbf{x}_{i-N+1}) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Donde $g(k) = 1$ para $k = 1$ y $g(k) = 0$ en cualquier otra situación. Por último, la solución aproximada de la Ec.(3.8) puede ser obtenida sustituyendo la Ec. (3.23) en la Ec. (3.12) sumando cada una de las aproximaciones \mathbf{X}_{ik} .

Es importante notar que, para este caso, para que pueda ser comparable el tamaño de la discretización con la aproximación de primer orden y orden cero, se discretiza N puntos igualmente espaciados considerando los puntos $(x_{i-N}, x_{i-N+1}, x_{i-N+2})$ a evaluar mediante el interpolador de Lagrange y así obtener una aproximación polinomial de segundo grado con un paso de integración igual a $2\Delta t$, tal y como se muestra en la Figura 3.1.

Observe que se mantiene el mismo tamaño del subintervalo para las aproximaciones de orden cero y orden uno, teniendo al punto x_{i-N+1} como un punto intermedio entre los puntos x_{i-N} y x_{i-N+2} .

3.4 Caso de aplicación

Con el objetivo de validar el método propuesto del EMHPM, se calcula la solución numérica de la ecuación diferencial con retardo de la Ec. (3.26), la cual describe el modelo dinámico del proceso de fresado en un grado de libertad

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = -\frac{a_p h_x(t)}{m_m} (x(t) - x(t - \tau)) \tag{3.26}$$

donde ω es la frecuencia natural de la pieza de trabajo, ζ es la relación de amortiguamiento modal, a_p es la profundidad de corte axial, m_m es la masa modal, τ representa el retardo que corresponde al tiempo período de golpeo entre cada diente de la herramienta, $h_x(t)$ es el coeficiente específico de corte, el cual se calcula dependiendo de la posición en el tiempo de la herramienta

$$h_x(t) = \sum_{iz=1}^{z_n} g(\phi_{iz}) \sin \phi_{iz} (K_{tc} \cos \phi_{iz} + K_{nc} \sin \phi_{iz}) \quad (3.27)$$

donde, z_n es el número de filos de la herramienta, K_{tc} y K_{nc} son los coeficientes específicos de corte promedios en la dirección tangencial y normal respectivamente, y $\phi_{iz}(t)$ es la posición angular de cada iz -ésimo filo descrito por

$$\phi_{iz} = (2\pi n / 60)t + 2\pi iz / z_n \quad (3.28)$$

donde n es la velocidad del husillo en rpm. La función $g(\phi_{iz}(t))$ es una función ventana, la cual toma el valor de la unidad mientras el filo actual iz se encuentra cortando material, de lo contrario toma el valor cero.

$$g(\phi_{iz}(t)) = \begin{cases} 1 \rightarrow \phi_{st} < \phi_j(t) < \phi_{ex} \\ 0 \rightarrow \text{diferente} \end{cases} \quad (3.29)$$

Los ángulos ϕ_{st} y ϕ_{ex} son las posiciones angulares donde cada filo entra y abandona la pieza de trabajo. En cortes en oposición, $\phi_{st} = 0$ y $\phi_{ex} = \arccos(1 - 2a_d)$, por el contrario en cortes en concordancia, $\phi_{st} = \arccos(2a_d - 1)$ y $\phi_{ex} = \pi$, donde a_d es la relación de inmersión radial del corte. Utilizando el procedimiento del EMHPM, se describe la Ec. (3.26) por subintervalos

$$\ddot{x}_i(T) + 2\zeta\omega_n\dot{x}_i(T) + \omega_n^2x_i(T) \approx -\frac{a_p h_{x,t}}{m}(x_i(T) - x_{i-N+1}(T)) \quad (3.30)$$

donde $x_i(T)$ denota la solución de orden m para la Ec. (3.26) sobre el i -ésimo subintervalo que satisfice las condiciones iniciales

$$x_i(0) = x_{i-1}, \dot{x}(0) = \dot{x}_{i-1}h_t = h(t) \quad (3.31)$$

Introduciendo la transformación $x_i = [x_i, \dot{x}_i]^T$ la Ec. (3.30) puede ser rescrita como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden que en forma matricial se representa como

$$\dot{\mathbf{x}}(T) = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_i(T) + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1}(T) \quad (3.32)$$

Donde

$$\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 - \frac{a_d}{m} h_{x,t} & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix}, \mathbf{B}_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{a_p}{m} h_{x,t} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Entonces, aplicando el procedimiento propuesto del EMHPM para obtener la solución de la Ec. (3.26) y considerando una operación en concordancia con los siguientes parámetros: $z_n = 2$, $a_d = 0.1$, $\omega_n = 5793 \text{ rad/s}$, $m_m = 0.03993 \text{ kg}$, $K_{tc} = 6 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $K_{nc} = 2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, se obtienen los resultados mostrados en las Figura 3.2. Para simular y analizar la solución de la Ec. (3.26) se programó una rutina en Matlab, planteando el modelo de fuerza respectivo, introduciendo las ecuaciones de estado descritas por las matrices \mathbf{A}_i y \mathbf{B}_i , así como los parámetros mencionados previamente para cada una de las aproximaciones, orden cero, uno y dos respectivamente, tomando como referencia la solución Runge-Kutta implementada en la rutina dde23.

Tal y como se puede observar en la Figura. 3.2 , donde se gráfica el desplazamiento con respecto al tiempo para cuatro veces el periodo del retardo τ , se puede observar que en el primer intervalo de solución de tamaño $T[0,T]$, como era de esperarse, las soluciones con aproximaciones al retardo de cero, primer y segundo orden, son exactamente las mismas ya que el desplazamiento y velocidad antes de 0 se supusieron constantes, es decir, la aproximación al retardo de primer y segundo orden se reduce a una aproximación de cero orden. Después, para el siguiente intervalo de tamaño igual al período $T[T,2T]$, es claro que la aproximación de primer y segundo orden al retardo logran una mejor aproximación al subintervalo del retardo. Así, la solución aproximada del EMHPM de segundo orden converge con la solución numérica de la Ec. (3.26) obtenida mediante la rutina dde23 y las aproximaciones de orden cero y orden uno.

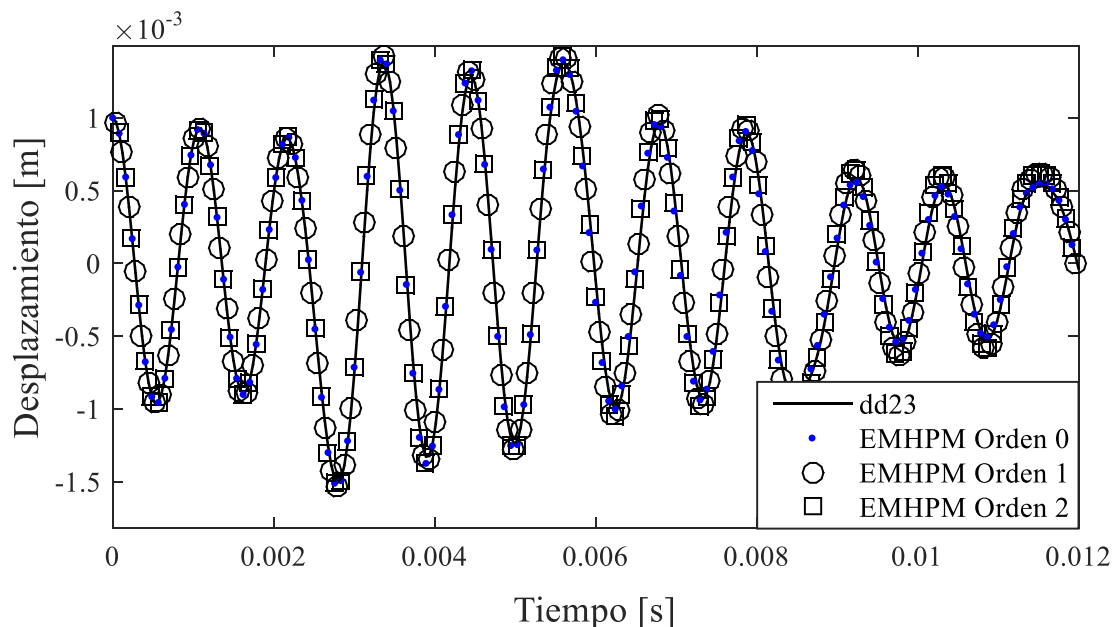
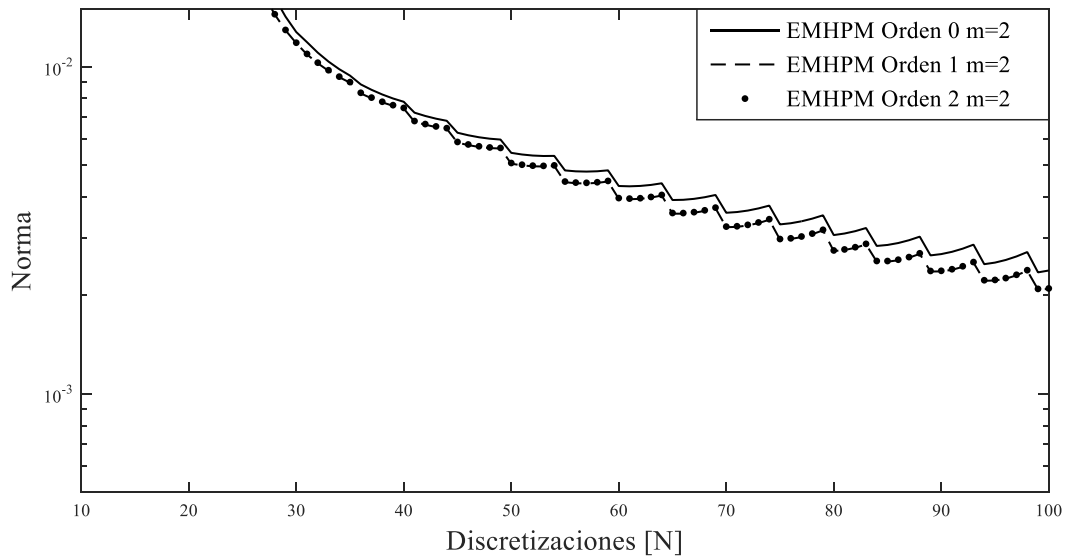


Figura 3.2. Solución aproximada de la Ec. (26) mediante el EMHPM de diferente orden dónde se observa la convergencia con la solución respecto a dde23.

La Figura. 3.3 muestra el valor de la norma (medida del error que se determina por el módulo de un vector) [47] entre la técnica del EMHPM y la solución numérica dde23 tomando como valor máximo $N = 100$ discretizaciones. Observe en la Figura 3.3b que los valores de la norma llegan a ser prácticamente los mismos para $m = 7$ y $m = 10$ cuando $N \geq 40$ para las aproximaciones de orden uno y orden dos, respectivamente.

a)



b)

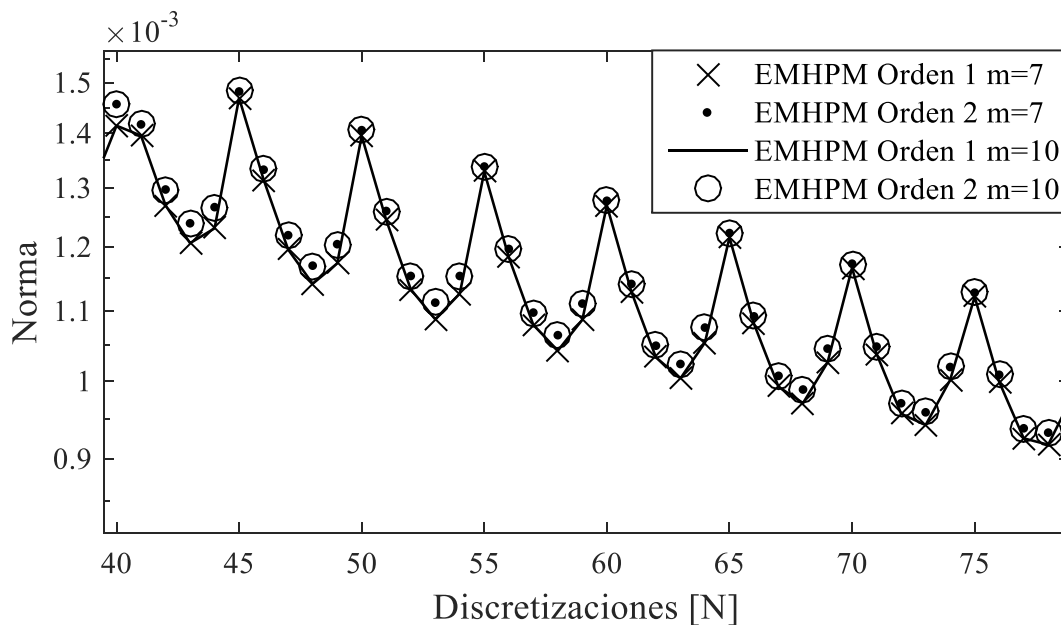


Figura 3.3. Valor de la norma entre la rutina dde23 y las soluciones aproximadas mediante el EMHPM.

Profundidad de corte $a_p = 2mm$, velocidad de husillo $n = 10000$ rpm y valores de $m = 2, 7, 10$. a) Para $m=2$, b) Para $m=7$ y $m=10$ (acercamiento de gráfica)

En la Tabla 3.1 se muestra los tiempos computacionales para cada alternativa de solución. Para este análisis se tomaron $N=75$ discretizaciones considerando como referencia, en términos de comparación, el paso de integración promedio de la rutina dde23 $\Delta t \approx \tau/N$, se puede observar que para $m=7$ la solución más rápida se obtiene cuando se considera que el término del retardo tiene un valor lineal. Como fue aclarado en el capítulo 1, las simulaciones se realizaron en una computadora Dell procesador Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2650 v4@ 2.20GHz (2 procesadores) y una memoria RAM de 128 GB, corriendo 10 simulaciones en cada caso y tomando el valor mínimo de tiempo computacional.

Método de solución	Tiempo [ms]
Runge-Kutta dde23	175
EMHPM Orden 1 (m=7)	56.1
EMHPM Orden 2 (m=7)	101

Tabla 3.1 Comparación de esfuerzo computacional para cada alternativa de solución, logrando menor tiempo con las aproximaciones de orden 1 y dos, en comparación a la rutina dde23.

Como era de esperarse, el tiempo o esfuerzo computacional se incrementa Tabla 3.1, debido al término cuadrático de la expresión de segundo orden con respecto a la aproximación de primer orden, pero contrastando con la rutina dde23, donde se tiene que ambas aproximaciones orden 1 y orden 2 presentan soluciones aproximadas en menor tiempo de computo.

3.5 Estabilidad de la ecuación de fresado mediante EMHPM de orden dos

Una vez demostrado que la solución de la Ec. (3.26) al aproximar la función $\mathbf{x}_i^r(T)$ con un polinomio de segundo grado, converge con la solución numérica dde23 y con la aproximación de orden uno, se procede a determinar la estabilidad empleando el método descrito para segundo orden. Entonces la solución de la Ec. (3.8) utilizando la aproximación de orden dos es:

$$\mathbf{x}_i(T) \approx \sum_{k=0}^m \mathbf{X}_{ik}(T) \quad (3.34)$$

Donde, $\mathbf{X}_{ik}(T)$ se puede escribir como

$$\mathbf{X}_{ik} = \mathbf{X}_{ik}^a + \mathbf{X}_{ik}^b + \mathbf{X}_{ik}^c, k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.35)$$

Con las condiciones, $\mathbf{X}_{i0}^a = \mathbf{x}_{i-1}$, $\mathbf{x}_{i0}^b = \mathbf{x}_{i0}^c = 0$, y

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_{ik}^a &= \frac{T}{k} \left(\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^a + g(k) \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} \right) \\
\mathbf{X}_{ik}^b &= \frac{T}{k+1} \left(\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^b \right) + \frac{T}{k+1} \left(g(k) \left[\frac{N-1}{\tau} T (-\mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1}) \right] \right) \\
\mathbf{X}_{ik}^c &= \frac{T}{k+2} \left(\mathbf{A}_t \mathbf{X}_{i(k-1)}^c \right) + g(k) \left[\begin{aligned} & \frac{T^{k+2}}{(k+2)!} \frac{(N-1)^2}{\tau^2} \mathbf{B}_t (\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2\mathbf{x}_{i-N+1}) - \\ & \frac{T^{k+1}}{2(k+1)!} \frac{(N-1)}{\tau} \mathbf{B}_t (\mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{x}_{i-N+2} - 2\mathbf{x}_{i-N+1}) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{3.36}$$

sumando cada una de las aproximaciones individuales. Ahora, para analizar la estabilidad de la ecuación diferencial (3.8) se debe describir la solución (3.34) agrupando cada uno de los valores discretos $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_{i-N}, \dots, \mathbf{x}_{i-N+2}$, resultando

$$\mathbf{x}_i(T) \approx \mathbf{P}_i(T) \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{Q}(T) \mathbf{x}_{i-N+1} + \mathbf{R}_i(T) \mathbf{x}_{i-N} + \mathbf{S}_i(T) \mathbf{x}_{i-N+2} \tag{3.37}$$

Donde,

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_i(T) &= \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} \mathbf{A}_t^k T^k, \\
\mathbf{Q}_i(T) &= \sum_{k=1}^m \frac{N-1}{(k+1)! \tau} \mathbf{A}_t^{k-1} \mathbf{B}_t T^{k+1} - 2\mathbf{S}_i \\
\mathbf{R}_i(T) &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k!} \mathbf{A}_t^{k-1} \mathbf{B}_t T^k - \mathbf{Q}_i - \mathbf{S}_i \\
\mathbf{S}_i(T) &= \sum_{k=1}^m \left(\frac{(N-1)^2}{(k+2)! \tau^2} \mathbf{A}_t^{k-1} \mathbf{B}_t T^{k+2} - \frac{(N-1)}{2(k+1)! \tau} \mathbf{A}_t^{k-1} \mathbf{B}_t T^{k+1} \right)
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Entonces, la solución expresada por la Ec. (3.37) puede ser escrita como un mapa discreto usando la siguiente relación:

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{w}_{i-1} \tag{3.39}$$

donde \mathbf{D}_i es una matriz de coeficientes, \mathbf{w}_{i-1} es un vector cuyos elementos son los estados del sistema:

$$\mathbf{w}_{i-1} = [x_{i-1}, \dot{x}_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-N}]^T \tag{3.40}$$

Después, al combinar las Ecs. (3.39) y (3.40) los coeficientes de la matriz \mathbf{D}_i tienen la forma:

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{Q}_i & \mathbf{R}_i & \mathbf{S}_i \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

El siguiente paso es determinar la matriz de transición Φ mediante el acoplamiento de cada uno de los mapas discretos que van desde el primer hasta el último subintervalo $\mathbf{D}_i, i = 1, 2, \dots, (N-1)$ esto es,

$$\Phi = \mathbf{D}_{N-1} \mathbf{D}_{N-2} \dots \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1 \quad (3.42)$$

Entonces, la estabilidad de la Ec. (3.8) es determinada mediante el cálculo de los eigenvalores de la matriz de transición dada por la Ec. (3.42). Los eigenvalores de la matriz de transición (3.42) corresponde a los multiplicadores de Floquet. Si al menos el módulo uno de los multiplicadores superar la unidad, el sistema es inestable, caso contrario el sistema se mantiene estable.

Para ejemplificar la eficacia del método se trabaja con la ecuación de fresado en donde la pieza tiene un marcado modo de vibrar, para determinar los lóbulos de estabilidad.

Considerando la Ec. (3.26) que describe el movimiento del modelo de fresado en un grado de libertad y que es reescrita como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden que en forma matricial se representa como

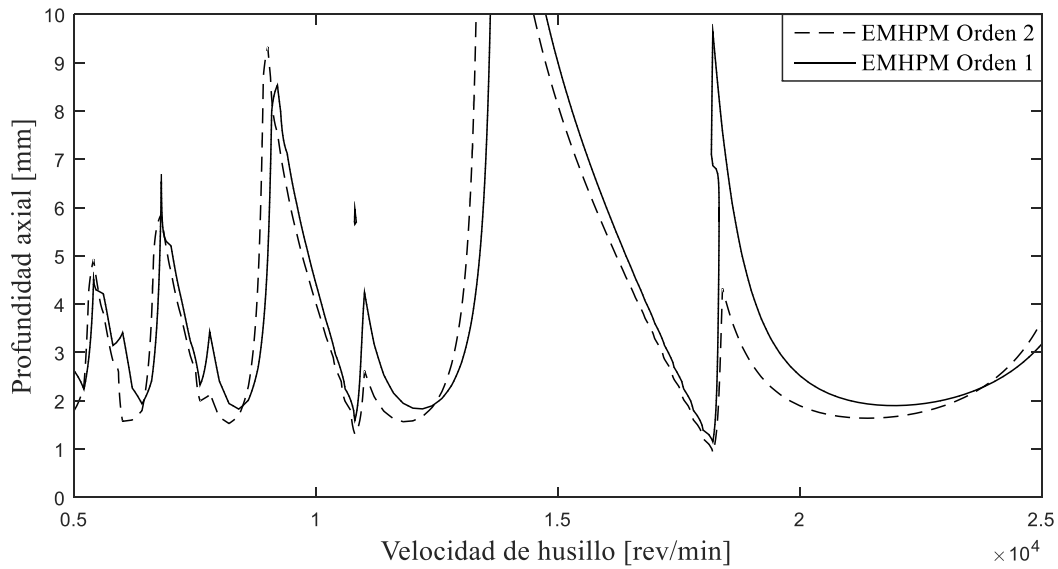
$$\dot{\mathbf{x}}(T) = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_i(T) + \mathbf{B}_t \mathbf{x}_{i-N+1}(T) \quad (3.43)$$

Donde,

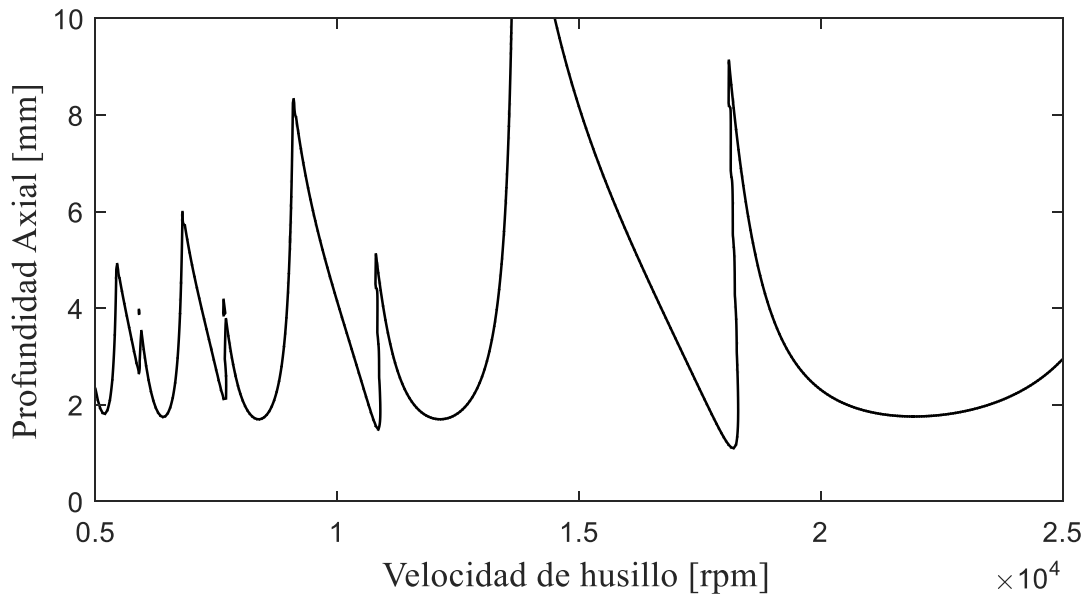
$$\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 - \frac{a_d}{m} h_{x,t} & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix}, \mathbf{B}_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{a_p}{m} h_{x,t} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

y con el objetivo de validar su efectividad y bajo qué condiciones de corte se puede lograr estabilidad, se resuelve la Ec. (3.44) mediante el EMHPM tomando como referencia los parámetros descritos en la literatura en [45] y [10], ajustando $N = 41$ y $m = 7$, los resultados se muestran en la Figura. 3.4a, además, también para demostrar la precisión del método, en la Figura

3.4b se compara con el método de Semi-discretización para una profundidad radial de $aD = 0.05$, encontrando una similitud con el trabajo reportado en la literatura en [10].



a) Lóbulos de estabilidad para EMHPM orden 1 Vs EMHPM orden 2.



b) Lóbulo de estabilidad del trabajo de Insperger en [10]

Figura 3.4. Comparación de lóbulos de estabilidad utilizando, a) EMHPM de orden dos vs EMHPM de orden uno con $m=7$ y $N=41$ y b) Método de Semi-discretización SD.

Similarmente, en la Tabla 3.2 se especifica el costo computacional consumido por cada método, dónde se puede observar que el EMHPM de segundo orden mejora el costo computacional en el cálculo de estabilidad reduciendo el tiempo computacional en un 7.7%, ya que se optimizó eficientemente el algoritmo logrando tales resultados computacionales, además, claramente ambas aproximaciones mejoran considerablemente el tiempo de computo con respecto al método de Semi-discretización.

Método	Costo computacional [s]
EMHPM Orden 1 ($m=7$)	32.95
EMHPM Orden 2 ($m=7$)	30.39
Método de SD	972.09

Tabla 3.2 Comparación del costo computacional para el cálculo de estabilidad mediante EMHPM de primer y segundo orden y el método de Semi-discretización.

Por último, en las Figura 3.5a y 3.5b mediante valores experimentales de ensayos de estabilidad utilizados en la literatura en [39] y [71], se comparan las aproximaciones de primer y segundo orden con la intención de identificar si la aproximación de segundo orden mejora las zonas de estabilidad con respecto a la aproximación de primer orden, por ejemplo note que, para los valores experimentales correspondientes al EMHPM de primer orden de la Figura 3.5a, al superponer la aproximación de segundo orden en la gráfica, se observa que en el intervalo de velocidad comprendido entre 4000 y 5000 rpm existe una zona más amplia de estabilidad por parte de la aproximación de segundo orden pues se puede alcanzar profundidades de corte mayores específicamente en ese intervalo de velocidades. Se considera que con la aproximación de segundo orden se puede obtener una mejora en estabilidad, pero solo para ciertos valores de velocidad, ya que hasta ahora no existe una evidencia contundente de una mejora absoluta con respecto a primer orden.

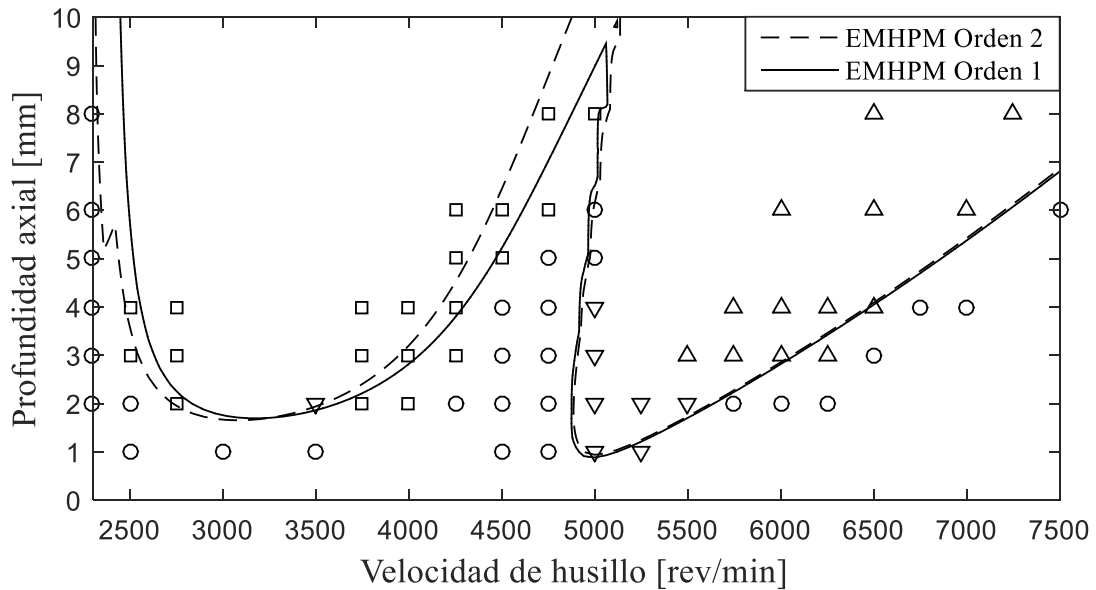


Figura 3.5 a) Comparación entre aproximaciones utilizando valores experimentales en ensayos de estabilidad empleados en [39], mostrando el ajuste que existe entre las fronteras de estabilidad determinadas por cada aproximación.

Similarmente en la Figura 3.5b, si observamos el intervalo de velocidad comprendido entre 3400 rpm y 3650 rpm se podría decir que se obtiene una zona más amplia de estabilidad pues se pueden alcanzar profundidades de corte más grandes lo cual representa una mejora con respecto a la aproximación de primer orden específicamente para esos valores de velocidad.

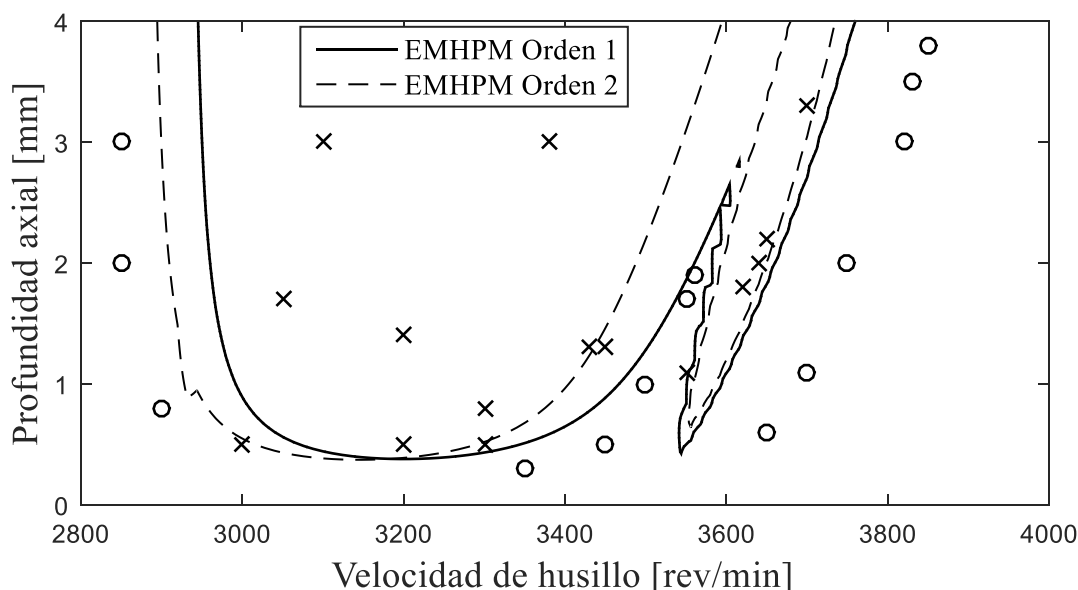


Figura 3.5 b) Comparación entre aproximaciones utilizando valores experimentales en ensayos de estabilidad empleados en [71], mostrando el ajuste que existe entre las fronteras de estabilidad determinadas por cada aproximación.

3.6 Nuevos Resultados

Una vez realizado rigurosos estudios de análisis de convergencia, comparaciones de esfuerzo computacional entre las distintas alternativas de solución (orden 1 y orden 2), además de la validación de la solución determinando las zonas de estabilidad para ambas alternativas, se encuentra que una aproximación mediante un polinomio de segundo orden al término del retardo, no mejora significativamente en primer lugar, el orden de convergencia en la solución tal y como lo muestra la Tabla 3.3, la cual muestra el error para distintos valores de malla, desde una malla gruesa, hasta una muy fina; en segundo lugar, no se logra obtener zonas de estabilidad más amplias Figura 3.4, lo cual corresponde a una consecuencia del primer punto.

Discretizaciones	Error EMHPM Orden 1	Error EMHPM Orden 2
20	1.98e-3	2.08e-3
39	1.27e-3	1.31e-3
77	8.07e-4	8.21e-4
156	6.23e-4	6.25e-4
305	3.37e-4	3.38e-4
609	1.77e-4	1.78e-4

Tabla 3.3 Comparación de error para distintas mallas entre las distintas aproximaciones, en la cual se tiene que el error disminuye más rápido en la aproximación de Orden 1.

Una vez analizados los resultados de la Tabla 3.3, y tratando de obtener una respuesta y demostrar de manera clara, precisa y sobre todo con un fundamento lógico y científico, se procede a realizar pruebas más exhaustivas que permitan ofrecer una explicación para los resultados obtenidos, en las siguientes secciones se plantean las bases y fundamentos para tal situación.

3.6.1 Errores en Métodos Numéricos

Se podría suponer que el error cometido al aproximar una función mediante el polinomio de interpolación disminuye a medida que aumenta el grado de dicho polinomio; sin embargo, esto no es así. Un polinomio de grado N puede tener $N-1$ extremos relativos y por lo tanto su gráfica puede presentar oscilaciones importantes. Este fenómeno se conoce como efecto *Runge*, es decir, cuando el número de puntos aumenta, también aumenta el grado del polinomio, que se hace más oscilante (lo cual se traduce en un aumento de los errores). [47]

Cuando se usa algún método para la resolución de ecuaciones diferenciales, se necesita conocer cuan exacta es la aproximación obtenida en comparación con la solución analítica (en caso de existir). Insperger [48], demostró que al querer mejorar la convergencia del método de semidiscretización utilizando una aproximación de orden superior $p > 1$ (donde p es el orden de la aproximación) no se requiere una aproximación mayor a la de primer orden cuando se aproxima el término del retardo, es decir la aproximación de primer orden es la aproximación óptima ya que se aumentaría el error al aumentar el orden de la aproximación.

Un procedimiento numérico para resolver una ecuación diferencial puede tener dos posibles fuentes de error: [47]

- *Error por redondeo*: que se debe a la precisión finita de la aritmética del punto flotante.
- *Error por truncamiento*: (o error de discretización), que se debe al método utilizado, y que se mantendría incluso si toda la aritmética se pudiera realizar exactamente.

Aunque surgen de diferentes fuentes, estos dos tipos de errores no son independientes entre sí. Por ejemplo, el error de truncamiento usualmente se puede reducir usando un tamaño de paso menor h , pero hacerlo puede incurrir en un mayor error de redondeo. En la mayoría de las situaciones prácticas, sin embargo, el error de truncamiento es el factor dominante en la determinación de la precisión de las soluciones numéricas de ODE. [47]

3.6.1.2 Estabilidad del método numérico

El concepto de estabilidad para soluciones numéricas de ODE (Ecuación diferencial ordinaria) es análogo, pero distinto, del concepto de estabilidad de la ODE misma. Recordando que una ODE

es estable si sus curvas de solución no divergen una de la otra con el tiempo. De forma similar, se dice que un método numérico es estable si las pequeñas perturbaciones no hacen que las soluciones numéricas resultantes diverjan unas de otras sin límite. Tal divergencia de soluciones numéricas podría deberse a la inestabilidad del ODE que se está resolviendo, pero también puede deberse al método numérico mismo, incluso cuando se resuelve un ODE estable. [47]

3.6.2 Prueba de precisión del método numérico y casos de estudio

Para comparar la efectividad de los métodos iterativos, necesitamos caracterizar sus tasas de convergencia, se va a considerar una aproximación numérica de un valor exacto u . La aproximación depende de un pequeño parámetro h , que puede ser, por ejemplo, el tamaño de la malla o el tiempo en un método numérico. Denotamos la aproximación por \tilde{u}_h . El método numérico tiene orden de precisión p si hay un número C independiente de h tal que [49]

$$|\tilde{u}_h - u| \leq Ch^p \quad (3.45)$$

al menos para una h suficientemente pequeña. *Por lo tanto, cuanto mayor es el orden de precisión, más rápido se reduce el error a medida que h disminuye.* Decimos que la tasa de convergencia del método es h^p . El número C típicamente depende de la solución exacta u y posiblemente de otros parámetros en el esquema numérico. Lo importante es que no depende de h .

Entonces si queremos determinar el orden de la precisión de nuestro método (EMHPM), considerando que conocemos la solución exacta u (se utiliza la misma aproximación pero considerando una malla muy fina y se toma como referencia [49]), entonces podemos calcular el orden de la precisión p de la siguiente manera [49]

$$\log_2 \left(\frac{\tilde{u}_h - u}{\tilde{u}_{h/2} - u} \right) = p + O(h) \quad (3.46)$$

Donde h es el tamaño del sub-intervalo, u es la solución de referencia conocida, \tilde{u}_h es la solución aproximada y $\tilde{u}_{h/2}$ es la solución aproximada en el subintervalo $h/2$.

3.6.2.1 Caso de estudio. Ecuación de Fresado

Así pues, siguiendo el método indicado en la Ec. (3.46), se procede a realizar la prueba de precisión del método numérico tomando como caso de estudio en primera instancia la ecuación de fresado, para ambas aproximaciones. Es importante mencionar que dicha prueba nos indicara la precisión del método, es decir la velocidad con la cual el error disminuye conforme la malla se va haciendo cada vez más fina, y no se debe de confundir con el orden del polinomio que se utiliza para las

aproximaciones, además se dice que si el método es consistente y convergente esa razón deberá ser constante[49]. En la Tabla 3.4 se muestra los resultados obtenidos de la prueba de precisión del método considerando las aproximaciones lineales y cuadráticas, con su respectivo error y la precisión.

Se aclara que para esta prueba se define una malla fina teniendo $N = 1218$ y se considera como referencia, de tal manera que se va comparando con cada una de las mallas que a su vez están incluidas en la malla fina determinando el error en cada caso. Lo ideal es una malla muy fina (número de discretizaciones alto) pero implica primero, un costo computacional no deseado, segundo, los errores y la precisión numérica son muy exigidos, así que se opta por cifras manejables observando el comportamiento de las aproximaciones en la gráfica de convergencia, así se puede decidir si el número de discretizaciones es suficiente o de lo contrario se requiere aumentar o disminuir la malla si así fuera el caso.

Discretizaciones	Orden 1		Orden 2	
	Error	Precisión	Error	Precisión
20	1.98e-3	-----	2.08e-3	-----
39	1.27e-3	0.63	1.31e-3	0.66
77	8.07e-4	0.66	8.21e-4	0.68
153	6.23e-4	0.37	6.25e-4	0.39
305	3.37e-4	0.88	3.38e-4	0.88
609	1.77e-4	0.93	1.78e-4	0.93

Tabla 3.4 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución para el caso de estudio de la ecuación de fresado.

A partir de la Tabla 3.4 se demuestra lo siguiente: primero, el orden de precisión del método, que es importante conocerlo, en segundo lugar, el error para cada una de las aproximaciones, al ser del mismo orden no necesariamente la solución mejora al incrementar el mallado fino, y tercero observar la convergencia con la solución para ver si se incrementa en la mejora de la solución. La Figura 3.6 muestra el orden de convergencia para las distintas alternativas de solución, donde se observa que la aproximación que disminuye el error más rápido corresponde a la aproximación lineal, sin embargo, note que para $N > 150$ prácticamente el error entre las dos aproximaciones es el mismo mostrando la misma convergencia cuando la malla se va haciendo cada vez más pequeña.

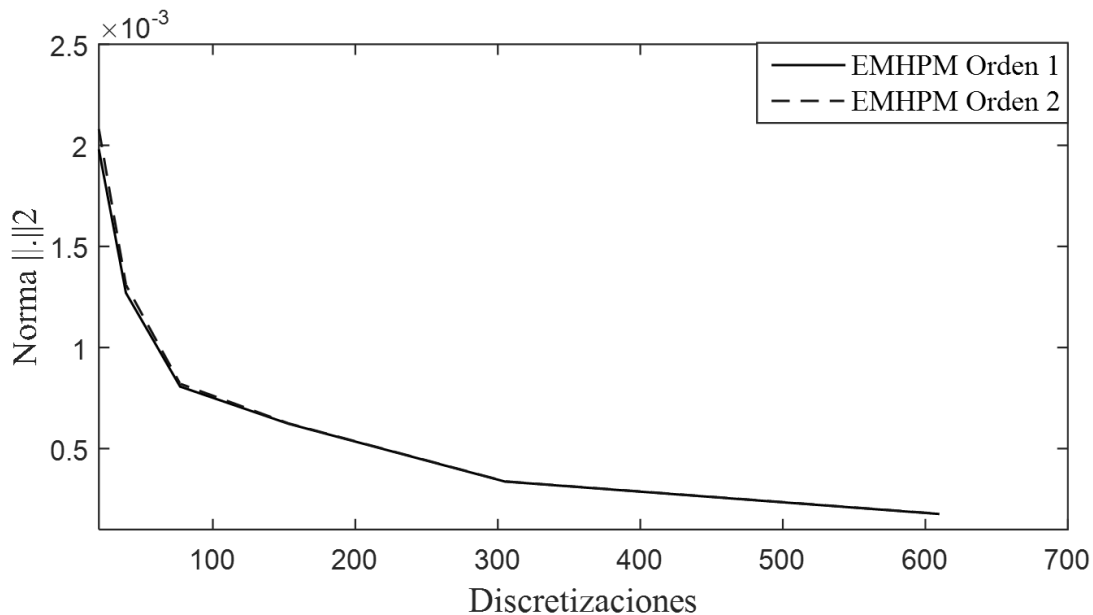


Figura. 3.6 Convergencia entre las aproximaciones de primer y segundo orden para distintas discretizaciones en la ecuación de fresado, donde se observa que el EMHPM de orden 1 disminuye el error más rápido que el EMHPM de orden 2.

Por lo tanto, la tendencia del orden de la precisión del método numérico es de uno, lo cual se puede interpretar como la pendiente de las líneas mostradas en la Figura. 3.6, y se comprueba que efectivamente permanecen constante ya que la solución es convergente y consistente para ambas aproximaciones. Una vez determinada la prueba del orden de la precisión la cual, como se mencionó y se demostró indica la velocidad con la cual disminuye el error conforme la malla se va haciendo más pequeña, aún sigue existiendo el interés particular de conocer porque una aproximación cuadrática no mejora en la disminución del error de la solución. Hasta este momento se ha enfocado en la solución numérica de la ecuación de fresado, la cual consiste en una ecuación diferencial de segundo orden con retardo, sin embargo, la suposición de derivadas suficientemente suaves radica en gran parte en el análisis de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias y con retardo, es decir, las discontinuidades en derivadas pueden surgir en ecuaciones diferenciales ordinarias y generalmente surgen en ecuaciones diferenciales con retardo C.Paul [50], también, Christopher Baker [51] menciona que, al resolver numéricamente una ecuación diferencial, la asunción de una solución continua con derivados suficientemente suaves tiene implicación en gran parte del análisis de convergencia para métodos numéricos. En particular, el análisis de error de truncamiento local que constituye la base de la mayoría de los algoritmos de control de pasos puede dejar de ser válido si la solución no es lo suficientemente uniforme. Este método numérico puede volverse inexacto o ineficaz, o ambos, en la región de tales discontinuidades y discontinuidades derivadas, o simplemente discontinuidades.

Siendo así, se realiza la prueba con una función “test” buscando lograr una función lo suficientemente suave para validar los resultados y poder confirmar los estudios y pruebas realizadas.

3.6.2.2 Caso de estudio. Ecuación de Mathieu

Como se mencionaba previamente, y tratando de validar con mayor seguridad, por una parte, la prueba de precisión realizada y por otro lado, buscando encontrar que la aproximación de segundo orden pueda disminuir el error más rápido con respecto a la aproximación de primer orden, entonces, con el fin de auditar los resultados previos se estudia la ecuación diferencial con retardo de Mathieu cuya forma se expresa:

$$\ddot{x} + \kappa \dot{x} + \left(\delta + \varepsilon \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) x = bx(t - \tau) \quad (3.47)$$

en donde, $\kappa, \delta, \varepsilon, \tau$ son parámetros del sistema. Se resuelve utilizando la técnica de homotopia como en [6], es decir, se intenta encontrar que el método permanezca constante (orden de la precisión) y consistente con la solución, pero logrando una mejora significativa en el error (mejorar la solución).

Una vez teniendo las aproximaciones correspondientes para la ecuación de Mathieu, se procede a realizar las pruebas de precisión con los siguientes parámetros $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 1.2$, $\tau = 2\pi$ Obteniendo la siguiente solución Figura. 3.7

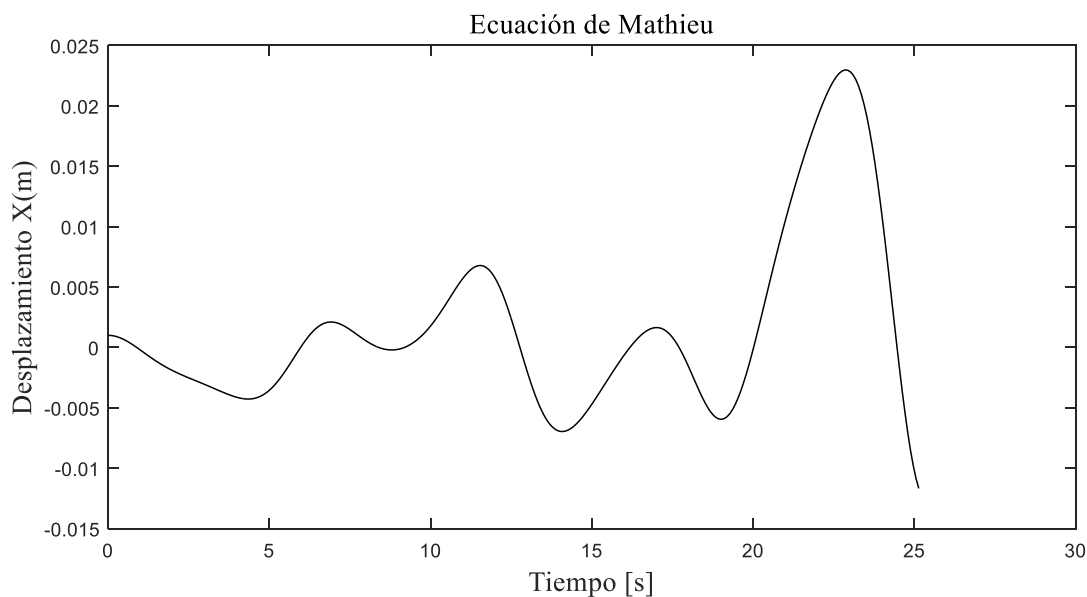


Figura. 3.7 Solución de la ecuación de Mathieu para los parámetros de entrada $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 1.2$, $\tau = 2\pi$, valores que provocan una respuesta con pocas oscilaciones.

Para continuar con el procedimiento descrito en la Ec. (3.46), se realiza la prueba de precisión, mostrando los resultados en la tabla 3.5

Discretizaciones	Orden 1		Orden 2	
	Error	Precisión	Error	Precisión
20	8.77e-3	-----	8.08e-3	-----
39	6.48e-3	0.44	6.21e-3	0.38
77	4.61e-3	0.49	4.51e-3	0.46
153	3.18e-3	0.53	3.15e-3	0.52
305	2.11e-3	0.59	2.10e-3	0.59
609	1.28e-4	0.72	1.27e-4	0.72
1217	6.05e-4	1.08	6.04e-4	1.08

Tabla 3.5 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución (Orden 1 y Orden 2) en la ecuación de Mathieu, para los parámetros de entrada $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 1.2$, $\tau = 2\pi$,

De la Tabla 3.5 se puede observar claramente como el error va disminuyendo de forma más rápida cuando se aproxima mediante un polinomio de segundo grado con respecto a una aproximación lineal, lo cual indica que efectivamente tal y como se menciona en [50] y [51] la función de prueba (Mathieu) es lo suficientemente suave, es decir, no presenta , cambios bruscos como lo muestra la Figura 3.7, y por lo tanto la aproximación cuadrática converge mejor que la aproximación lineal reduciendo el error más rápida Fig. 3.8 ,pero note como para $N > 150$ el error entre las dos aproximaciones es el mismo mostrando la misma convergencia cuando la malla se va haciendo cada vez más pequeña. Además de la misma tabla se puede observar que el orden de la precisión del método numérico también permanece consistente con las pruebas anteriores, lo cual brinda la certeza de los algoritmos realizados y en general de los resultados obtenidos.

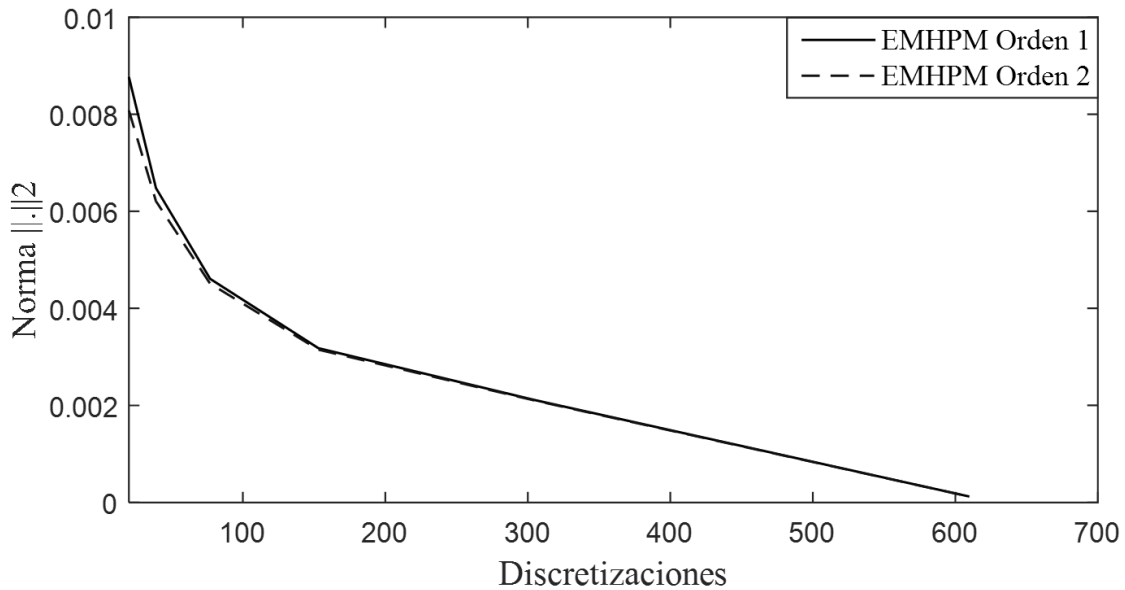


Figura 3.8 Convergencia de las soluciones para la ecuación de Mathieu con parámetros $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 1.2$, $\tau = 2\pi$, observe como la aproximación de segundo orden mejora la respuesta en la solución.

Enseguida intencionalmente se busca obtener una respuesta en la solución de la ecuación de Mathieu con cambios bruscos, con valores de parámetros de entrada que generen como respuesta oscilaciones, y verificar nuevamente la prueba para analizar qué es lo que pasa cuando se aproxima una función con discontinuidades mediante un polinomio lineal y cuadrático respectivamente.

Se procede a realizar las pruebas de precisión y de convergencia con los siguientes parámetros $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 5$, $\tau = 2\pi$, obteniendo la solución en la Figura 3.9

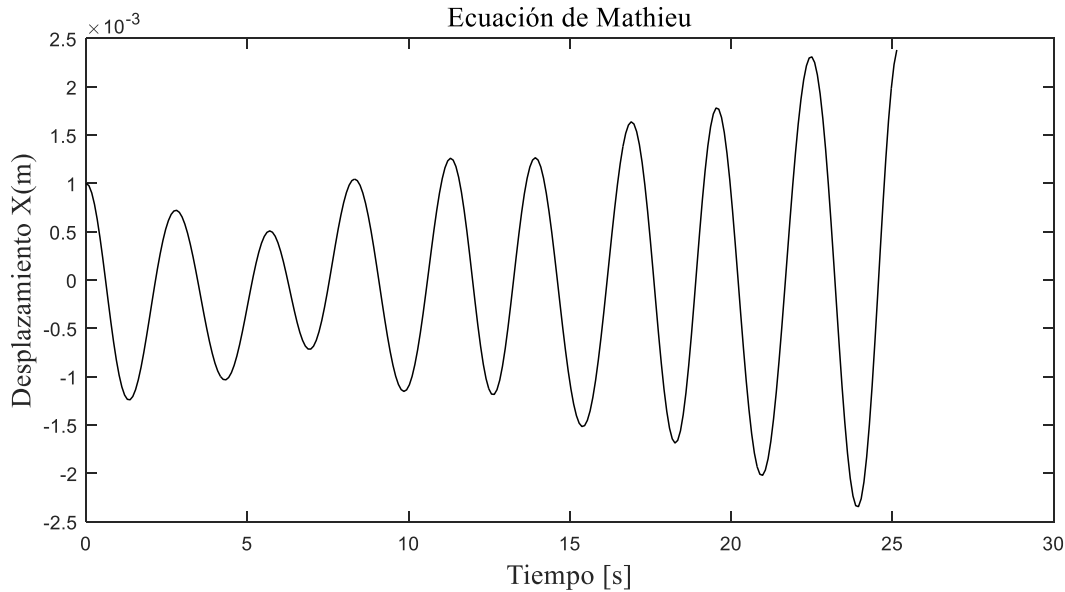


Figura. 3.9 Solución de la ecuación de Mathieu para los parámetros de entrada $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 5$, $\tau = 2\pi$, valores que provocan una respuesta oscilatoria .

La diferencia entre la Figura 3.9 con respecto a la Figura 3.7, simplemente es el comportamiento de la solución, se observa que la Figura 3.9 presenta oscilaciones marcadas que van aumentando conforme aumenta el tiempo, por el contrario la Figura 3.7 muestra una trayectoria no tan marcado en el sentido oscilatorio, aunque al final se produce un pico alto, a partir de ese análisis se puede suponer que la primer figura cumple con la suposición de derivadas lo suficientemente suaves, para que el método numérico tenga implicaciones favorables en la convergencia de la solución [50,51].

De la misma manera, siguiendo el procedimiento descrito en la sección 3.6.2 se realiza la prueba de precisión, mostrando los resultados en la Tabla 3.6

Discretizaciones	Orden 1		Orden 2	
	Error	Precisión	Error	Precisión
20	6.90e-4	-----	1.07e-3	-----
39	3.60e-4	0.94	4.75e-4	1.17
77	2.20e-4	0.71	2.48e-4	0.93
153	1.44e-4	0.61	1.50e-4	0.72
305	9.37e-5	0.62	9.52e-5	0.66
609	5.64e-5	0.73	5.68e-5	0.74
1217	2.65e-5	1.09	2.66e-5	1.09

Tabla 3.6 Error y orden de la precisión para las distintas alternativas de solución en la ecuación de Mathieu con parámetros $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 5$, $\tau = 2\pi$.

De la Tabla 3.6 es evidente que la mejor solución se tiene cuando se aproxima mediante un polinomio lineal, pues el error va disminuyendo más rápido en comparación con la aproximación cuadrática, pero también se observa que a partir de $N > 150$ ambas aproximaciones tienen el mismo error, por último, se grafica en la Figura 3.10 la convergencia en las distintas alternativas de solución donde se confirma visualmente los valores numéricos de la Tabla 3.6.

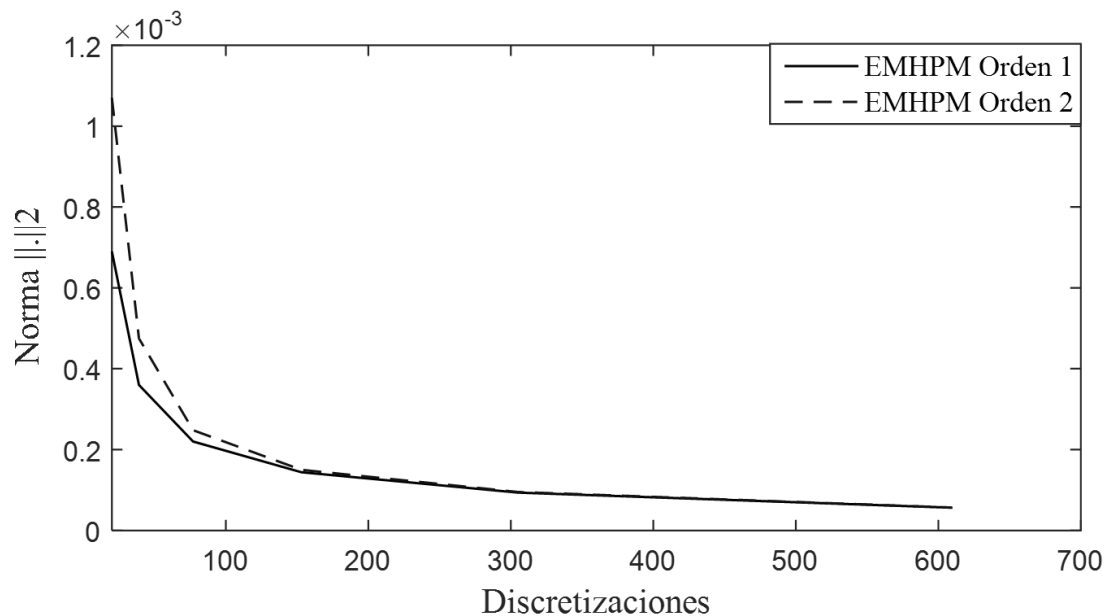


Figura. 3.10 Convergencia de las soluciones para la ecuación de Mathieu con parámetros de entrada $\kappa = 0.2$, $\varepsilon = 1$, $\delta = 5$, $\tau = 2\pi$, claramente la aproximación de orden 1 disminuye el error más rápido que el orden 2 hasta $N < 150$.

3.6.2.3 Caso de estudio. DDE Básica

Por último, tomando la Ec. (3.8), ecuación diferencial con retardo más simple se calcula la solución exacta por tramos y se compara con las soluciones aproximadas de orden uno y orden dos con los parámetros $N = 75$ y $m = 7$, obteniendo las soluciones mostradas en la Figura 3.11

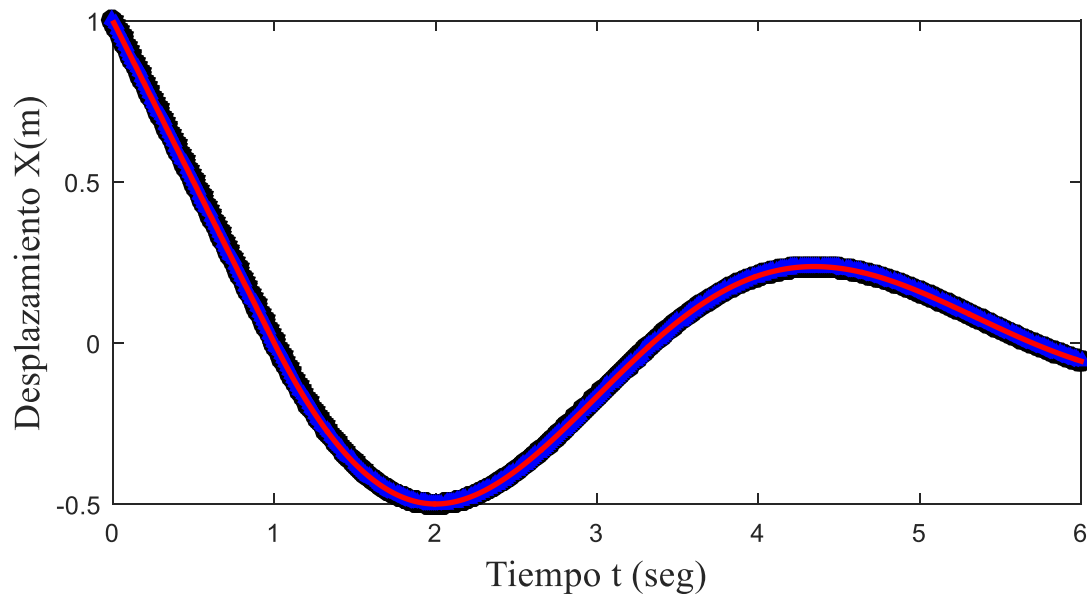


Figura 3.11 Soluciones aproximadas de orden uno y orden dos con respecto a la solución exacta de la Ec.(3.8). Exacta — , Orden uno — , Orden 2 —

De la Figura 3.11 se puede observar la convergencia de ambas soluciones con respecto a la solución exacta, sin embargo no se logra apreciar que aproximación disminuye más rápido el error y por lo tanto obtener mejor convergencia con la solución, entonces, en la Figura 3.12 se gráfica la norma con respecto a ambas aproximaciones tomando como referencia la solución exacta en función del número de discretizaciones N .

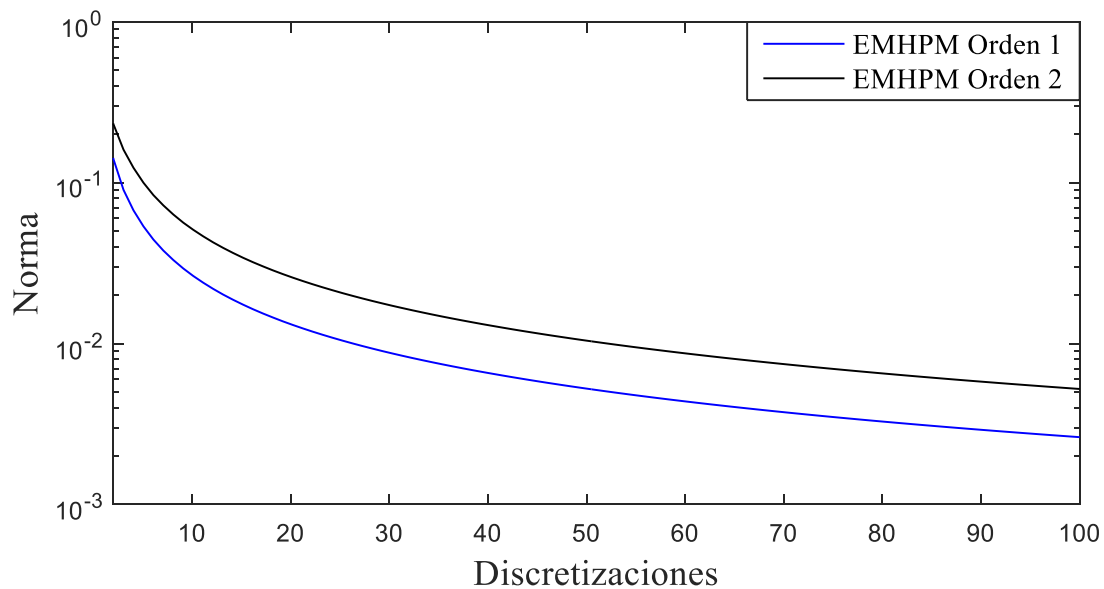


Figura 3.12 Norma entre la solución exacta y las soluciones EMHPM de primer y segundo orden.

Evidentemente, de la Figura 3.12 se observa que la aproximación polinomial de primer orden disminuye el error más rápido que la aproximación de segundo orden.

El motivo de los resultados anteriores se deben a la presencia de discontinuidades en la solución, en [72] se demuestra que la solución de la Ec. (3.8) presenta una discontinuidad típica en su primera derivada cuando $\tau = 0$, después su primera derivada es continua cuando $\tau = 1$, pero existe una discontinuidad en la segunda derivada. Entonces, se deduce que la solución de la DDE en el intervalo $[\tau, \tau + 1]$ es un polinomio de grado $\tau + 1$, es decir $X^{\tau+1}$ tiene un salto o brinco en ese punto.

Esta situación nos lleva a concluir de la siguiente manera: si se tiene una ecuación diferencial con retardo que presente discontinuidades, no existe garantía de que una aproximación cuadrática logre mejorar el error en la solución, de lo contrario si no existen tales discontinuidades, se pueden lograr mejores aproximaciones con respecto a una aproximación lineal, mientras que, una aproximación lineal tiene mayor oportunidad de lograr mejores aproximaciones cuando se encuentra con discontinuidades o saltos [73] como se demostró con las pruebas realizadas en esta sección.

Capítulo 4. Optimización del diseño para una herramienta multivariable.

Aquel que no sabe y no sabe que no sabe es un idiota; evítalo. Aquel que no sabe y sabe que no sabe es un niño; educalo. Aquel que sabe y no sabe que sabe está dormido; despiértalo. Aquel que sabe y sabe que sabe es un sabio; síguelo.
Proverbio Persa.

4.1 Introducción.

Los estudios en optimización han sido de gran importancia en informática a lo largo de toda su historia. Donde quiera que aparezca un problema de búsqueda, optimización o incluso aprendizaje tienen cabida los múltiples análisis existentes sobre el diseño eficiente de algoritmos. La optimización es una rama de trabajo muy dinámica debido a que nos enfrentamos a nuevos retos: nuevos problemas de ingeniería, nuevas situaciones de la industria, nuevos servicios que necesitan ser optimizados y un largo etcétera de situaciones que desafían a las técnicas de optimización existentes constantemente. [52]

Es por esto que, en los últimos 30 años los algoritmos que entran en la categoría conocidos como algoritmos aproximados, se han ganado la atención de los investigadores. Estos algoritmos no aseguran un óptimo, pero son capaces de obtener una solución de calidad en un tiempo razonable [53]. Un ejemplo distinguido de algoritmos aproximados son los metaheurísticos [52], surgidos en los años 70 y que incluyen técnicas tales como optimización basada en colonias de hormigas [54], computación evolutiva [55], búsqueda local iterada [56], recocido simulado [57] y búsqueda tabú [58].

Por otra parte, una clave de las características del proceso de mecanizado se debe a la interacción de la herramienta con la pieza de trabajo, cobrando así, el diseño óptimo la geometría de esta una importancia particular. La influencia de la geometría de la herramienta en las características mecánicas y dinámicas del proceso de fresado fue estudiada a profundidad por Engin y Altintas tanto para fresas enterizas [37] como para herramientas de insertos [59]. Zatarain et al. [26] comenzó a estudiar la influencia del ángulo de hélice en la estabilidad y como su presencia afectaba la creación de lóbulos flip (estabilidad de doble período). Por su parte, B.R. Patel et al. [60] mostraron que la presencia de pequeñas islas de inestabilidad en los lóbulos podría ser directamente relacionada con la hélice de la fresa. Un modelo de fuerzas para considerar la cuestión de la hélice fue propuesto por B.P. Mann et al. [22] para mejorar la predicción de vibraciones y estimar predicciones de errores de superficie. Igualmente, Turner et al. [61] comenzaron a modelar la estabilidad para fresas con hélice variable.

También sobre la cuestión del paso entre dientes con respecto a estabilidad, Budak [62] estudio el efecto del paso variable en fresado desde el punto de vista de diseño, demostrando para algunas aplicaciones como este efecto variable ayuda a reducir las vibraciones auto-excitadas.

Comak & Budak [6] mostraron el diseño óptimo de una herramienta para operaciones de fresado con geometría variable para ampliar las zonas de estabilidad mediante dos formulaciones: la primera utilizando el método de semi discretización, y la segunda empleando el método de aproximación de orden cero, validando experimentalmente mediante casos de aplicación. También mostró un método novedoso para determinar la mejor geometría de paso (solo el paso variable, la herramienta de hélice variable se excluye debido a la presencia de retardo variable a lo largo del eje del cortador) para una condición de corte dada permitiendo aumentar la estabilidad sin simulaciones que requieren mucho tiempo. El procedimiento presentado se puede utilizar para el diseño de herramientas de fresado variables para maximizar los límites de estabilidad de la vibración para la velocidad del husillo deseada.

El objetivo del presente capítulo es determinar los parámetros geométricos de una herramienta multivariable, además de describir la metodología que se siguió para llegar a la selección de la herramienta óptima, considerando el ángulo de paso y ángulo de hélice mediante el método de optimización llamado recocido simulado. La ventaja de utilizar un método de optimización radica en que permite explorar de forma aleatoria combinaciones de parámetros de corte, en conjunto con las combinaciones de ángulos dentro de un dominio previamente definido, es decir, este método localiza las fronteras de estabilidad en las zonas de corte de interés encontrando la máxima productividad, definida por una función de costo llamada tasa de remoción de material *mmr*.

4.2 Geometría básica de una herramienta

Una de las consideraciones más importantes al elegir una herramienta de corte (end mill), es determinar qué cantidad de filos o dientes es el mejor para el trabajo en cuestión. Tanto el material como la aplicación juegan un papel importante en esta parte crítica del proceso de selección de herramientas. Comprender los efectos del número de filos en otras propiedades de la herramienta, y cómo se comportará una herramienta en diferentes situaciones es una consideración esencial en el proceso de selección de la herramienta [63].

Tradicionalmente, las fresas se comercializan en opciones de 2 filos o 4 filos. La regla general ampliamente aceptada es usar 2 filos o dientes para el mecanizado de aluminio y materiales no ferrosos, y 4 filos para el mecanizado de acero y aleaciones más duras. Como el aluminio y las aleaciones no ferrosas son típicamente mucho más blandos que los aceros, la resistencia de una herramienta es menos preocupante, una herramienta puede trabajar a velocidades de corte más rápidas y los grandes espacios entre las herramientas de 2 dientes facilitan mayores tasas de remoción de material (MRR material removal rate, en inglés). Los materiales ferrosos suelen ser mucho más duros y requieren la resistencia de un núcleo más grande. Las velocidades de corte son más lentas, lo que da como resultado viruta más pequeñas y teniendo en cuenta que es para una herramienta con núcleo más grande, permite la evacuación de viruta entre los espacios que son más pequeños entre dientes. Esto también permite que más filos quepan en la herramienta, lo que a su vez aumenta la productividad [63].

En consecuencia, más filos o dientes reducen la carga de virutas y mejora el acabado de la superficie si la velocidad de corte sigue siendo la misma. Los números de dientes o filos más comunes para operaciones de fresado en general son dos (espacio máximo para la expulsión de viruta) y cuatro (mejor acabado de superficie). En la Figura 4.1 se muestran las herramientas con el número de filos más comunes en el mercado.



Figura. 4.1 Número de filos más comunes en fresado [63].

- 2-Filos: permite el máximo espacio para la expulsión de viruta. Utilizado para operaciones generales de fresado y en metales blandos.
- 3-Filos : excelente para ranurar. Utilizado para operaciones generales de fresado. También es bueno para un cruce entre mayor eliminación de viruta y acabado.
- 4-Filos: se usa para una mejor rigidez y acabado en metales ferrosos.
- 6 y 8-Filos: esta mayor cantidad de filos reduce la carga de virutas y puede mejorar el acabado de la superficie. Como tales, estas herramientas son excelentes para poner el acabado final en la aplicación, y eliminar los puntos ásperos de la operación previa.

En cuanto a las consideraciones más importantes al elegir la longitud de una herramienta de corte son la profundidad de su ranura o corte y la rigidez de sus herramientas. Cuando se elige una herramienta, debe elegir algo que pueda cortar a la profundidad requerida, pero idealmente debe ser lo más corto posible con el mayor diámetro posible. Al elegir una herramienta lo más corta posible, se reduce el riesgo de vibración y se garantiza que su herramienta sea lo más rígida posible. Las herramientas de mayor diámetro deberían proporcionar un mejor acabado y mejorar aún más la rigidez. Figura 4.2 geometría básica de una herramienta de corte.

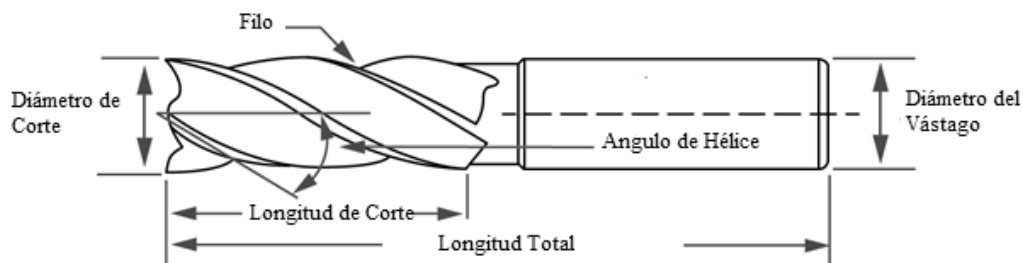


Figura. 4.2 Geometría básica de una herramienta de corte (End Mill)[63].

4.2.1 Herramientas Multivariables

Las herramientas de paso y/o hélice variable (VPVH) cambian el comportamiento de estabilidad de vibración ya que afectan a la fase o retardo, entre la modulación externa e interna en un proceso de fresado. En general, el límite de estabilidad se puede maximizar minimizando o eliminando el retardo. Esto se hace seleccionando una velocidad favorable basada en diagramas de estabilidad para herramientas de fresado estándar. En el caso de las herramientas de fresado de geometría especial, esto también se puede hacer por la variación del espaciado de los dientes. Dado que el retardo en el corte dinámico depende de la velocidad de corte y la frecuencia de vibración, se debe esperar una fuerte influencia del espaciado entre los ángulos de hélice de los dientes sobre la estabilidad del proceso. [6]

Sims et al. [22] investigaron analíticamente la estabilidad para una herramienta con ángulo de paso y hélice variable, y propusieron una metodología de optimización comparando tres métodos distintos para el cálculo de las fronteras de estabilidad: Semi-discretización, Semi-discretización promediada en el tiempo y análisis temporal de tiempo finito. También, Stepan [64] investigó el efecto de la variación del ángulo de hélice en términos de la estabilidad con el método de Semi-discretización. Finalmente, Shamoto [65] presentó un método de optimización basado en un mecanismo de regeneración multimodo el cual consiste en determinar un índice llamado factor de regeneración para cuantificar el efecto regenerativo, y después mediante un método de optimización heurístico busca el valor óptimo del ángulo de paso minimizando el parámetro de factor regenerativo, cabe mencionar que solo busca el óptimo para el ángulo de paso y no considera el ángulo de hélice.

El retardo o la fase pueden estar relacionados con la variación de paso para su cancelación. Por otro lado, la frecuencia de vibración también varía debido a las alteraciones en la separación de los dientes, lo que dificulta la selección de la variación óptima del paso o hélice.[29]

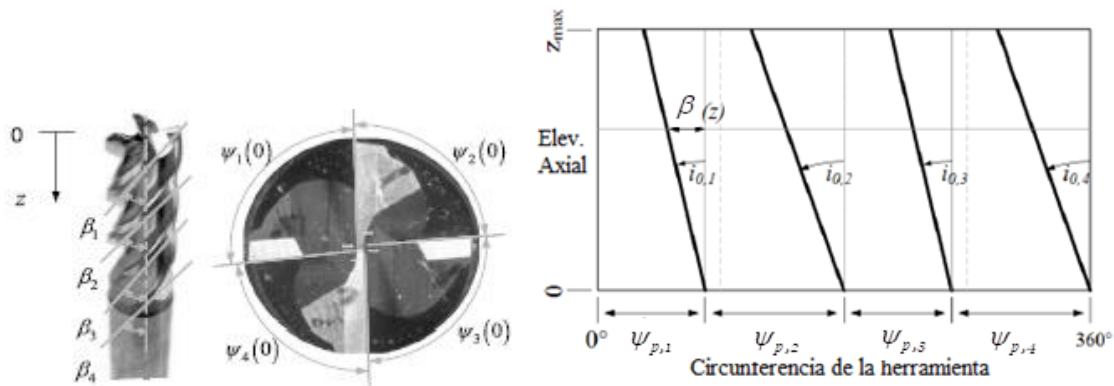


Figura. 4.3 Geometría de herramienta con parámetros de paso y hélice variables. [29]

Por lo tanto, herramientas de fresado con ángulo de paso y hélice variable Figura 4.3 son usualmente utilizadas para mitigar el chatter regenerativo, eliminando las fases de vibración entre dientes adyacentes [19]. En la siguiente subsección, de la misma manera como se generalizó para el análisis de estabilidad en el capítulo 3 en la sección 3.2 para la ecuación de fresado, se estudia también cuando la DDE presenta múltiples retardos, siguiendo así el trabajo realizado tal y como

lo describe Compean en [28], en el cual se trata la metodología para la caracterización de los coeficientes de corte para una herramienta multivariable, y se analizó el comportamiento dinámico desde el punto de vista de mejora de productividad.

En un estudio para considerar los múltiples retardos debido a los pasos variables, la herramienta es axialmente discretizada en discos para una altura específica Δa_{dsk} , y con el propósito de calcular la estabilidad dinámica para un sistema de un grado de libertad [21], se utiliza el método de perturbación por homotopía desarrollada por Olvera en [66,67], teniendo que, las gráficas de estabilidad se determinan realizando el cómputo de los eigenvalores de la matriz de transición calculada.

4.3 Estabilidad de la ecuación de fresado con múltiples retardos.

Debido a que la diferencia angular en el inicio del filo es distinta entre los dientes y además a la diferencia entre ángulo de hélices de los filos entre dientes adyacentes, la distancia angular entre dientes a cierta altura cambia de forma continua. Esto produce un infinito número de retardos. Una alternativa para su estudio consiste en discretizar la herramienta en discos de corte en la dirección axial de espesor Δa_{dsk} , lo cual induce la aparición de número finito de retardos.

Ahora, el retardo entre cada disco depende de su correspondiente paso angular, entonces considerando que el máximo retardo en el proceso es el período de giro de la herramienta, éste se discretiza en $N - 1$ subintervalos. Cierta número de subintervalos pueden asociarse con el retardo de cada diente iz por disco l empleando la siguiente formulación

$$N_{iz,l} = \text{round} \left((N - 1) \frac{\delta\phi_{iz,l}}{2\pi} \right), \quad (4.1)$$

Donde, $\delta\phi_{iz,l}$ es el paso angular entre dientes consecutivos, la función `round` convierte el argumento al entero más cercano. Esto puede generar retardos iguales por lo que se requiere coleccionar todos los retardos distintos d_n de $N_{iz,l}$ y teniendo en consideración el valor máximo

$$N_{\max} = \max(N_{iz,l}).$$

Sin perder generalidad, la DDE con múltiples retardos se lee como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{z}(t) + \sum_{d=1}^{d_n} \mathbf{B}^d \mathbf{z}(t - \tau_d), \quad (4.2)$$

Donde \mathbf{z} es el vector de estados, $\mathbf{A}(t + \tau_T) = \mathbf{A}(\tau_T)$, $\mathbf{B}^d(t + \tau_T) = \mathbf{B}^d(\tau_T)$ y τ_T es el período de giro del husillo. Siguiendo el procedimiento del EMHPM, la Ec. (4.2) puede ser escrita en forma equivalente por subintervalos como:

$$\dot{\mathbf{z}}(T) - \mathbf{A}_i \mathbf{z}_i(T) \approx \sum_{d=1}^{d_n} \mathbf{B}_i^d \mathbf{z}_i^{\tau_d}(T) \quad (4.3)$$

Siendo $\mathbf{z}_i(T)$ la solución por subintervalos de orden m para la Ec. (4.2) en el i -ésimo subintervalo que satisface la condición inicial $\mathbf{z}_i(0) = \mathbf{z}_{i-1}$, las matrices \mathbf{A}_t y \mathbf{B}_t^d representan los valores de las matrices $\mathbf{A}(t)$ y $\mathbf{B}^d(t)$ evaluadas en el tiempo t respectivamente. Para aproximar el término asociado a los retardos discreto $\mathbf{z}_i^{\tau_d}(T)$ de la Ec. (4.3), el intervalo del periodo $\tau_T, [t_0 - \tau_T, t_0]$ es discretizado en $N - 1$ subintervalos que pueden ser de igual tamaño, como se observa en la Figura 4.4

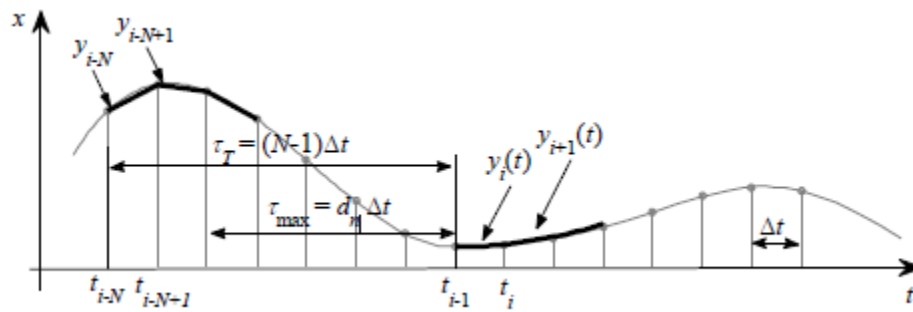


Figura 4.4 Representación de la aproximación polinomial de primer orden para el subintervalo de retardo.

Por simplicidad, se eligen subintervalos de igual tamaño $\Delta t = \frac{\tau_T}{(N-1)}$. De esta manera, se asume que la función $\mathbf{z}_i^{\tau_d}(T)$, que está definida en el subintervalo $[t_{i-d-1}, t_{i-d}]$, tiene una representación de la forma:

$$\mathbf{z}_i^{\tau_d}(T) = \mathbf{z}_{i-d}(T) \approx \mathbf{z}_{i-d-1} + \frac{N-1}{\tau_T} (\mathbf{z}_{i-d} - \mathbf{z}_{i-d-1}) T \quad (4.4)$$

Definiendo $\mathbf{z}_i = \mathbf{z}_i(T_i)$ para simplificar la notación, y sustituyendo la Ec. (4.4) en la Ec. (4.3), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\dot{\mathbf{z}}_i(T) = \mathbf{A}_i \mathbf{z}_i(T) + \sum_{d=1}^{d_n} \left(\mathbf{B}_i^d \mathbf{z}_{i-d-1} - \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_i^d \mathbf{z}_{i-d-1} T + \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_i^d \mathbf{z}_{i-d} T \right) \quad (4.5)$$

Continuando con el procedimiento del EMHPM, se asume que la homotopia para la solución de la Ec. (4.5) tiene la forma

$$H(\dot{\mathbf{Z}}_i, p) = \dot{\mathbf{Z}}_i - \dot{\mathbf{z}}_{i0} + pL\dot{\mathbf{z}}_{i0} = p \left(\mathbf{A}_t \mathbf{Z}_i + \sum_{d=1}^{d_n} \left(\mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} - \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T + \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d} T \right) \right) \quad (4.6)$$

Además, la expansión de orden m de \mathbf{z}_i

$$\mathbf{Z}(T) = \mathbf{Z}_{i0}(T) + p\mathbf{Z}_{i1}(T) + \dots + p^m \mathbf{Z}_{im}(T) \quad (4.7)$$

Entonces, la Ec. (4.7) es sustituida en la Ec. (4.6) junto con la solución propuesta que se asume es $\mathbf{z}_{i0} = \mathbf{z}_{i-1}$. Siguiendo con la solución del conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden que resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{i0} &= \mathbf{z}_{i-1} \\ \mathbf{Z}_{i1} &= \mathbf{A}_t \mathbf{z}_{i-1} T + \sum_{d=1}^{d_n} \left(\mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T - \frac{1}{2} \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T^2 + \frac{1}{2} \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d} T^2 \right) \\ \mathbf{Z}_{i2} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_t^2 \mathbf{z}_{i-1} T^2 + \mathbf{A}_t \sum_{d=1}^{d_n} \left(\frac{1}{2} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T^2 - \frac{1}{6} \frac{N-1}{\tau} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T^3 + \frac{1}{6} \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d} T^3 \right) \\ &\vdots \\ \mathbf{Z}_{ik} &= \frac{1}{k!} \mathbf{A}_t^k \mathbf{z}_{i-1} T^k + \mathbf{A}_t^{k-1} \sum_{d=1}^{d_n} \left(\frac{1}{k!} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T^k - \frac{1}{(k+1)!} \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} T^{k+1} + \frac{1}{(k+1)!} \frac{N-1}{\tau_T} \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d} T^{k+1} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Donde la Ec. (4.8) puede ser escrita de forma recursiva como

$$\mathbf{Z}_{ik} = \mathbf{Z}_{ik}^a + \mathbf{Z}_{ik}^b, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.9)$$

Aquí $\mathbf{Z}_{i0}^a = \mathbf{y}_{i-1}$, $\mathbf{Z}_{i0}^b = \mathbf{0}$, y

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ik}^a &= \frac{T}{k} \left(\mathbf{A}_t \mathbf{Z}_{i(k-1)}^a + g(k) \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} \right) \\ \mathbf{Z}_{ik}^b &= \frac{T}{k+1} \left(\mathbf{A}_t \mathbf{Z}_{i(k-1)}^a + g(k) \left[\frac{N-1}{\tau} T (-\mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d-1} + \mathbf{B}_t^d \mathbf{z}_{i-d}) \right] \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Siendo $g(k) = 1$ cuando $k = 0$ y $g(k) = 0$ en otro caso. Al final, la solución de orden m para la Ec. (4.5) es obtenida sumando cada una de las aproximaciones k de la Ec. (4.9). Similarmente para obtener las gráficas de estabilidad de la Ec. (4.2) la solución de la Ec. (4.9) se reescribe agrupando los estados discretos, lo cual resulta:

$$\mathbf{z}_i(T) \approx \mathbf{P}_i(T) \mathbf{z}_{i-1} + \sum_{d=1}^{d_n} \left(\mathbf{Q}_i^d(T) \mathbf{z}_{i-d} + \mathbf{R}_i^d(T) \mathbf{z}_{i-d-1} \right),$$

$$\mathbf{P}_i(T) = \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} \mathbf{A}_i^k T^k,$$

$$\mathbf{Q}_i^d(T) = \begin{cases} \sum_{k=1}^m \frac{N-1}{(k+1)!(\tau_T)} \mathbf{A}_i^{k-1} \mathbf{B}_i^d T^{k+1} & m \geq 1 \\ 0 & m = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{R}_i^d(T) = \begin{cases} \sum_{k=1}^m \frac{1}{k!} \mathbf{A}_i^{k-1} \mathbf{B}_i^d T^k - \mathbf{Q}_i^d & m \geq 1 \\ 0 & m = 0 \end{cases}$$

Ahora, la solución aproximada mediante el EMHPM está dada por la Ec. (4.11) que es empleada para definir un mapa discreto siguiendo el mismo procedimiento que SD en [10]:

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{w}_{i-1}, \quad (4.12)$$

Donde la matriz de coeficientes \mathbf{D}_i de dimensión $(N-1)(z_n) \times (N-1)(z_n)$, \mathbf{w}_{i-1} es un vector de la forma:

$$\mathbf{w}_{i-1} = [\mathbf{z}_{i-1}, \dot{\mathbf{z}}_{i-1}, \mathbf{z}_{i-2}, \dots, \mathbf{z}_{i-N}]^T \quad (4.13)$$

Usando las Ecs. (4.12) y (4.13), los coeficientes de la matriz \mathbf{D}_i esta dadas por:

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & 0 & 0 & \dots & \mathbf{Q}_i^1 & \mathbf{R}_i^1 & \dots & \mathbf{Q}_i^2 & \mathbf{R}_i^2 & \dots & \mathbf{Q}_i^{d_n} & \mathbf{R}_i^{d_n} & \dots & 0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{I} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{I} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \mathbf{I} & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

La matriz de transición Φ sobre el periodo $\tau_T = (N-1)\Delta t$ es determinada mediante el acoplamiento de cada solución \mathbf{z}_i a través del mapa discreto \mathbf{D}_i , $i = 1, 2, \dots, (N-1)$. Sin embargo, es importante remarcar que el costo computacional puede ser reducido de forma significativa computando únicamente la matriz de transición hasta el retardo máximo sin perder precisión el cálculo de los eigenvalores

$$\Phi = \mathbf{D}_{N_{\max}} \mathbf{D}_{N_{\max}-1} \cdots \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1 \quad (4.15)$$

Al final, las gráficas de estabilidad de la Ec. (4.2) se determinan realizando el computo de los eigenvalores de la matriz de transición calculada por la Ec. (4.15). Los resultados del EMHPM han sido corroborados con lóbulos de estabilidad en el estudio de herramientas multivariables, y como ejemplo se valida con lóbulos de estabilidad publicados en el estado del arte, en este caso los lóbulos calculados por Ding en [29] para una herramienta multivariable de 4 filos con parámetros de ángulos de paso igual a 87: 93:87: 93 y ángulos de hélice 40-42-40-42, obteniendo un resultado similar tal y como se muestra en la Figura. 4.5. Lo cual indica la precisión del método en el cálculo de los diagramas de estabilidad.

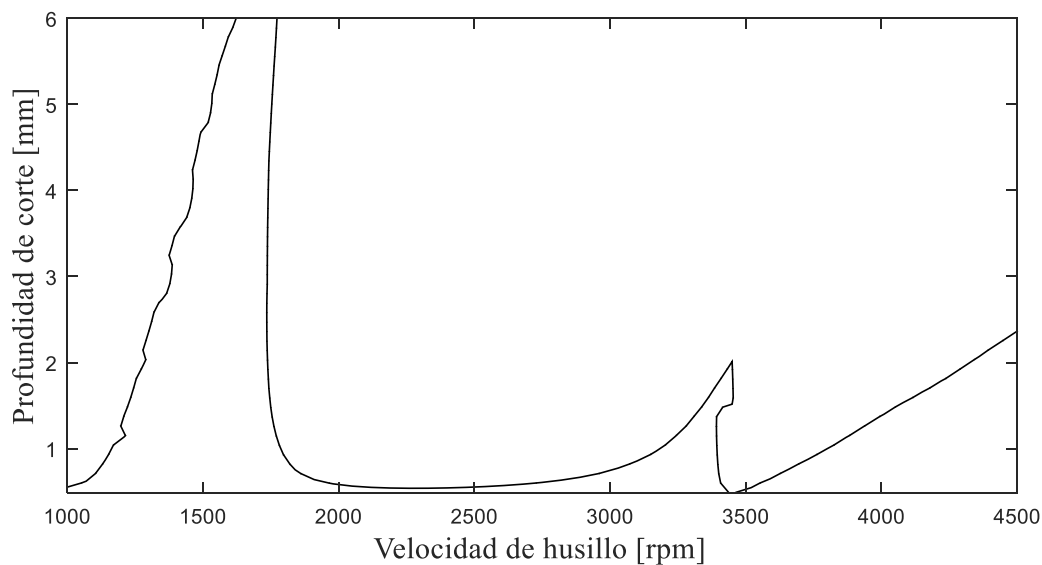


Figura. 4.5 Lóbulo de estabilidad mediante EMHPM con múltiples retardos para herramienta de 4 filos utilizada en [29], con los parámetros variables de ángulos de paso 87: 93:87: 93 y ángulos de hélice 40-42-40-42.

Una vez teniendo validado satisfactoriamente el código EMHPM para múltiples retardos con lóbulos publicados en el estado del arte, también, en la Figura. 4.6 se compara la estabilidad de una herramienta uniforme CPCH (paso constante hélice constante) con respecto a una herramienta variable, considerando cuatro filos o dientes, empleando los parámetros experimentales de la Tabla 4.1.

Herramienta	Hélice	Paso	ω_n (hz)	ζ (%)	m (kg)
Uniforme	30-30-30-30	90:90:90:90	132	68e-3	3.80
Variable	35-35-38-35	100:80:100:80	132	68e-3	3.80

Tabla 4.1 Parámetros de herramienta variable y uniforme utilizados para la comparación de la gráfica 4.5

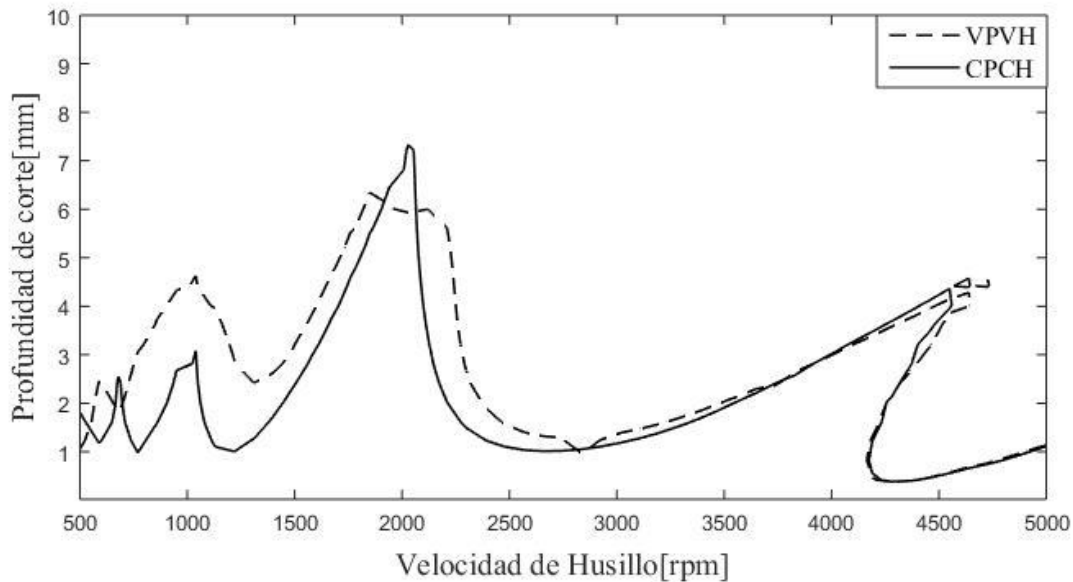


Figura 4.6. Comparación entre una herramienta uniforme CPCH y una herramienta variable VPVH mejorando las zonas de estabilidad.

Como se puede observar en la Figura 4.6 se presenta una mejora en la zona de estabilidad por parte de la herramienta VPVH, por ejemplo note que a una velocidad de 2200 rpm se puede llegar a maquinar hasta una profundidad de 5 mm, más del doble de profundidad que se lograría alcanzar con una herramienta regular manteniéndose en la zona libre de chatter, lo cual representa una ventaja sobre una herramienta uniforme y se justifica su estudio en cuanto al diseño óptimo multivariable que se describe a partir de la siguiente sección.

4.4 Técnicas de de Optimización.

Podemos establecer varias clasificaciones de algoritmos. En primer lugar, podemos diferenciar entre algoritmos deterministas y algoritmos no deterministas. Un algoritmo es determinista si en un conjunto de problemas, todas las ejecuciones del algoritmo producen el mismo resultado final (y, además, todos los resultados intermedios también son iguales). Un algoritmo no es determinista si se introduce algo de aleatoriedad en el proceso de encontrar la solución y por lo tanto los resultados finales e intermedios no tienen por qué coincidir.

Al resolver problemas de optimización en respuesta a la “precisión”, damos la siguiente clasificación:

Algoritmos exactos :son algoritmos que siempre devuelven una solución óptima.

Algoritmos aproximados :son algoritmos que producen soluciones que están dentro de un cierto porcentaje del óptimo.

Algoritmos heurísticos: son algoritmos que producen soluciones sin ninguna garantía de optimalidad y, a su vez, por lo general tienen un tiempo de ejecución mucho menor.

Uno de los inconvenientes de algoritmos exactos es que pueden ser muy lentos. En este caso podemos utilizar algoritmos aproximados o, si son todavía demasiado lentos, los algoritmos heurísticos. La metodología es muy diferente entre los algoritmos heurísticos y algoritmos exactos y aproximados.

Dentro del grupo de los algoritmos heurísticos podemos distinguir los denominados métodos metaheurísticos, que imitan fenómenos simples observados en la naturaleza y que parecen estar asociados con la inteligencia artificial. Estos algoritmos tratan de adaptar el comportamiento de diferentes especies a soluciones de problemas altamente complejos mediante optimización. Entre otros, podemos destacar los siguientes:

- Algoritmos evolutivos (genéticos): basado en modelos biológicos que emulan el proceso natural de evolución.
- Algoritmos basados en el comportamiento de las comunidades de hormigas, abejas, etc.
- Algoritmos basados en fenómenos físicos como el Recocido simulado
- Búsqueda heurística (tabú, aleatorios).

Los algoritmos genéticos (GA) se basan en el proceso de evolución biológica, en general, es bien sabido que el ser humano es un muy buen ejemplo de un tomador de decisiones. Así que los investigadores comenzaron a experimentar con los sistemas naturales y han desarrollado métodos como los algoritmos genéticos y las redes neuronales. Las diferencias reales entre los GA y otros métodos de optimización se resumen brevemente a continuación. GA se mueve a través del espacio de la solución a partir de una población de puntos y no desde un solo punto. Esto es similar a los métodos basados en el cálculo en los que tenemos que reiniciar la solución desde varios puntos para garantizar la convergencia global. El trabajo de GA con la información de la función objetivo directamente y no con cualquier otra información auxiliar como los derivados. Las restricciones se incluyen en la función objetivo utilizando alguna función de penalización. Los GA usan reglas

probabilísticas y no reglas deterministas. Los GA también difieren del recocido simulado en el hecho de que la solución óptima se selecciona de una población de soluciones y no de una solución que se calcula en base a una probabilidad. [68]

También a continuación se compilan algunas de las características principales de algunos de los métodos de optimización principales.

- **Algoritmos Genéticos:** Abordan con éxito la convergencia prematura teniendo en cuenta, al mismo tiempo, una serie de soluciones. Se mueve a través del espacio de la solución a partir de una población de puntos y no desde un solo punto.
- **Búsqueda Tabú:** Extiende la idea de evitar el óptimo local mediante el uso de estructuras de memoria. La búsqueda tabú prohíbe la repetición de movimientos que se han realizado recientemente.
- **Inteligencia de Enjambre:** Es una técnica de inteligencia artificial basado en el estudio del comportamiento colectivo en sistemas descentralizados (auto-organizados). Dos de los tipos de mayor éxito de este enfoque son *optimización de las colonias de hormigas* (ACO) y *optimización de enjambre de partículas* (PSO).
- **Recocido simulado:** Acepta soluciones de costo mejorado y también acepta soluciones con deterioro en el costo. Es muy efectivo y robusto, además genera soluciones con alta calidad en problemas de optimización combinatorial y solución punto a punto.

Para este trabajo de investigación se ha elegido al recocido simulado como método a implementar para la optimización de los parámetros de la herramienta.

4.4.1 Algoritmo de Recocido simulado.

El recocido simulado es una técnica que se utiliza ampliamente en la optimización de sistemas complejos. La columna vertebral de la teoría radica en el hecho de que existe una analogía muy fuerte entre la mecánica estadística (el comportamiento de sistemas con muchos grados de libertad en equilibrio térmico a una temperatura finita) y la optimización multivariable. Además, el proceso de recocido en sólidos proporciona un marco para la optimización de las propiedades de sistemas muy grandes y complejos. Este fue introducido a principios de la década de 1980 por Kirkpatrick, Gellat y Vecchi [57]. Las características principales de este método son su aplicabilidad general y su capacidad de obtener soluciones arbitrariamente cercanas a un óptimo. Un inconveniente importante de este método es que encontrar soluciones de alta calidad puede requerir un gran esfuerzo computacional, sin embargo, esto puede variar dependiendo de la naturaleza del problema de optimización [68].

El SA (Simulated Annealing) se puede aplicar para generar una secuencia de soluciones de un problema de optimización combinatoria. La analogía entre un sistema físico de partículas múltiples y un problema combinatorio se basa en las siguientes equivalencias.

- Las soluciones en un problema de optimización combinatoria son equivalentes a los estados de un sistema físico.
- El costo de una solución es equivalente a la energía del estado.
- La temperatura es análoga al parámetro de control.

El algoritmo de recocido simulado se puede ver como una iteración del algoritmo de Metrópolis, que se evalúa a valores decrecientes del parámetro de control. Una característica del algoritmo de recocido simulado es que, además de aceptar mejoras en el costo, también, en cierta medida, acepta el deterioro en costo. Inicialmente, cuando el parámetro de control es grande, se aceptará un gran porcentaje de deterioro y cuando el valor del parámetro de control disminuya, la tasa de deterioro de aceptación será menor y, finalmente, cuando el parámetro de control se vuelva cero, la probabilidad de aceptar deterioros es casi inexistente. Esto muestra que el algoritmo de recocido simulado puede escapar de los mínimos locales que un enfoque basado en gradiente no puede emular. El recocido simulado se puede ver como una generalización de la búsqueda local. [68]. En la Figura 4.7 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo del recocido simulado.

El algoritmo es un método punto a punto, la temperatura inicial debe ser elegida de tal manera que el sistema tenga suficiente energía para visitar todo el dominio de búsqueda. Si la propuesta inicial la temperatura da un número menor a la tasa mínima de aceptación, T_0 se escala linealmente y el proceso se repite. El algoritmo encontrará una mejor solución cuando se disponga de suficiente energía disponible. Sin embargo, si T_0 es mayor, entonces el algoritmo necesita más tiempo para encontrar la solución óptima.

En cada iteración el algoritmo valida los parámetros de ángulos de paso y hélice, después se calcula una función de costo mmr mediante la llamada a la función de estabilidad, si el nuevo valor es mayor que el valor actual, se actualiza y se repite el proceso, en caso contrario se acepta el valor pero con la probabilidad $Random < E$ donde $E = \exp(-\Delta E / T)$, y el proceso continúa hasta evaluar su condición final.

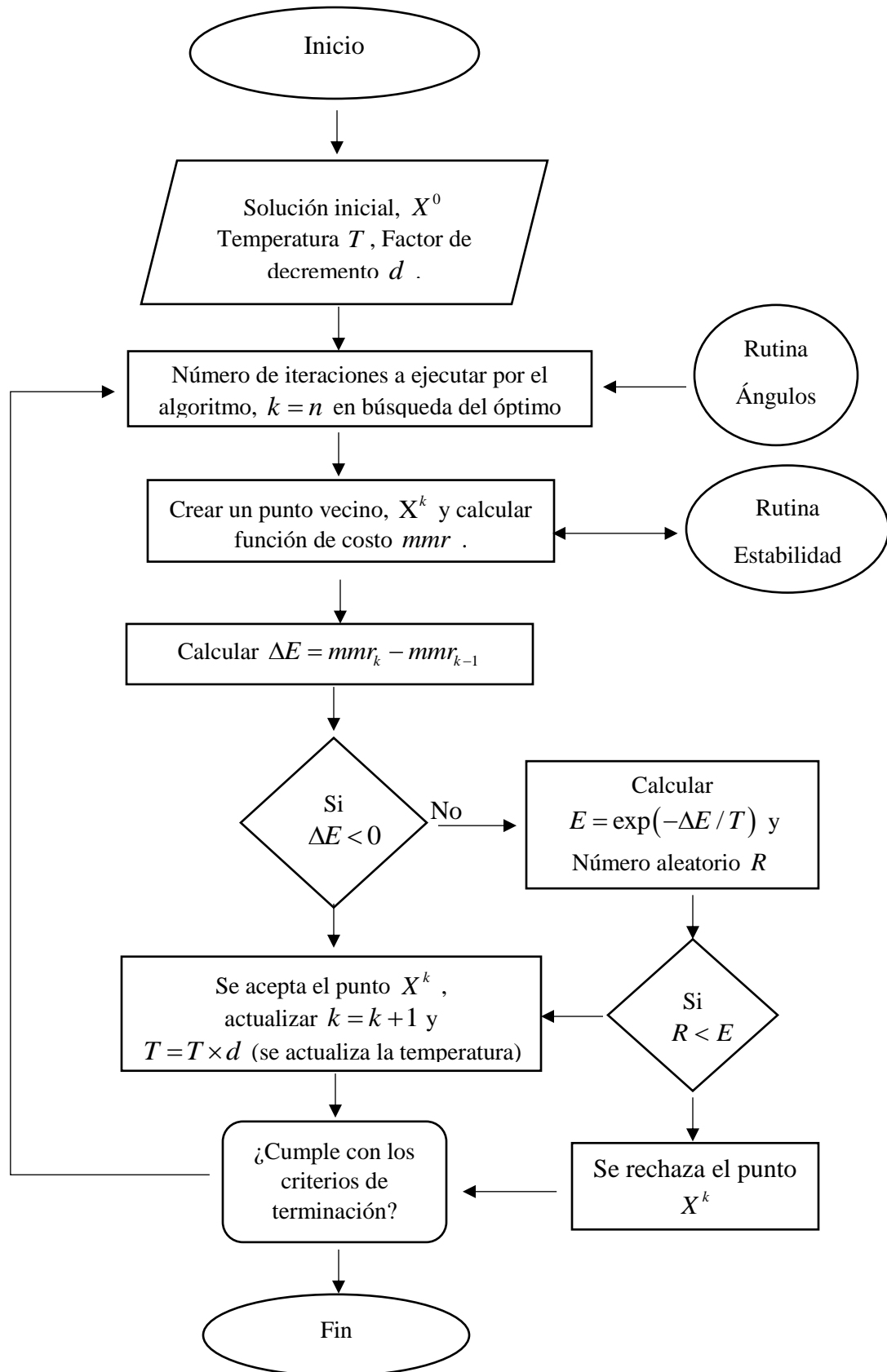


Figura. 4.7 Diagrama de flujo del recocido simulado.

Además, el recocido simulado no es un algoritmo en el sentido de que prescribe una secuencia mecánica de cálculos para resolver un problema específico, Más bien, el recocido es una estrategia o estilo para resolver problemas de optimización combinatoria. Específicamente, el recocido simulado es una estrategia de solución heurística aplicable a una amplia variedad de problemas de optimización. Sin embargo, seguiremos hablando de "algoritmos de recocido", sabiendo que esto simplemente significa una técnica de solución implementada en el estilo de recocido.[70]

Para mostrar su utilidad y la importancia del método, se toma el modelo de fresado de 1 grado de libertad del trabajo de Insperger [10], y siguiendo el diagrama de flujo de la Figura. 4.7 para optimizar la tasa de remoción de material, es decir, el volumen de material removido por unidad de tiempo el cual es calculado mediante la función de costo dada por,

$$trm = \frac{1}{60} a_p \cdot a_e \cdot D \cdot n \cdot f_z \cdot z_n \quad (4.16)$$

Donde, a_p y $a_e \cdot D$ es la profundidad axial y radial respectivamente en [m], n la velocidad de giro del husillo en rev/min y $z_n \cdot f_z$ el avance por revolución en m. Sin embargo, puesto que ni el diámetro ni el avance por diente incluyen al efecto regenerativo chatter, se utiliza la tasa de remoción de material lineal en mm/s como sigue,

$$mmr = \frac{1000}{60} a_p \cdot a_e \cdot n \cdot z_n \quad (4.17)$$

Entonces, la función de costo se calcula en función de la estabilidad (computado mediante el EMHPM e indicado en la Figura.4.7 mediante el conector estabilidad) para las diferentes combinaciones de profundidad axial y velocidad de husillo, asignando productividad cero si el proceso es inestable, y en otro caso igual a uno si el proceso resulta estable,

$$C(z) = \begin{cases} 0 & \text{Si } |\mu(z)| \geq 1 \\ mmr & \text{Si } |\mu(z)| \leq 1 \end{cases} \quad (4.18)$$

En dónde $z = [n, a_p]$.

Para ejemplificar lo anterior, se ha desarrollado un algoritmo en código de Matlab con valores de herramientas comerciales que se listan en la Tabla 4.2 y utilizadas en el estado del arte [16,19,21], mostrando las zonas de estabilidad en la Figura. 4.8 para cada combinación de ángulos de paso y hélice respectivamente, obteniendo un total de 9 herramientas distintas.

Herramienta	Angulo de paso	Angulo de hélice
1	70:110:70:110	30-33-30-33
2	100:80:100:80	35-35-38-35
3	97:83:97:83	40-42-40-42

Tabla 4.2 Herramientas multivariables comerciales.

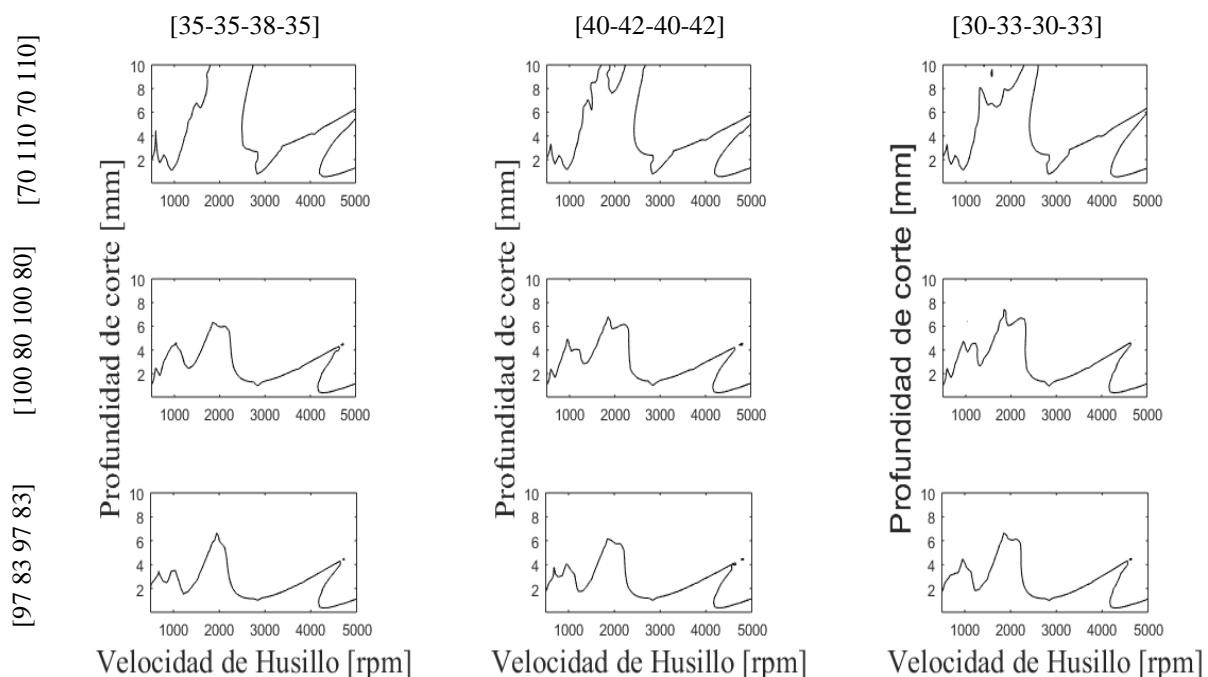


Figura. 4.8 Gráficas de estabilidad para las distintas combinaciones de herramientas variables.

Similarmente, para validar e ilustrar la evolución del algoritmo de optimización, se obtuvieron las gráficas de superficies de *mmr* para cada herramienta y se superpuso con los intentos y los óptimos encontrados como se observa en la Figura. 4.9. En la ejecución mostrada en la Figura. 4.9, el algoritmo inicia con una combinación aleatoria de herramienta, calcula la función de costo *mmr* en función de la estabilidad, y posteriormente se ilustra en la gráfica correspondiente a la selección previa de herramienta.

Si la solución actual, es mejor que la solución previa, la mejor solución se actualiza y continúa con la siguiente iteración verificando siempre quedarse con la solución máxima (mejor costo), y al final se gráfica simbólicamente en la superficie correspondiente.

Note como el algoritmo realiza saltos para las diferentes combinaciones de herramientas en función de la tasa de remoción de material, buscando encontrar al valor máximo posible.

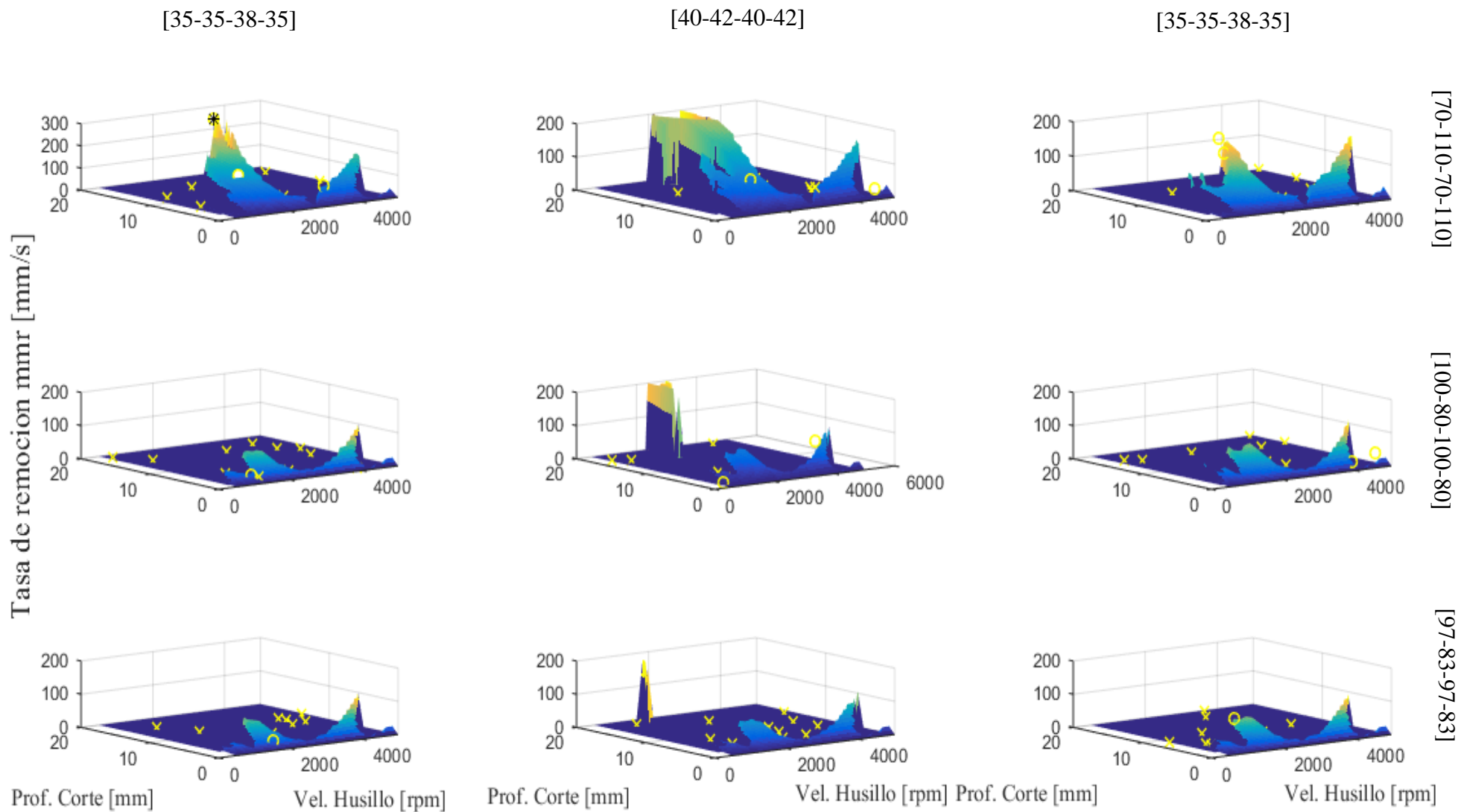


Figura. 4.9 Superficies de productividad con la evolución del algoritmo de recocido simulado para la combinación de herramientas multivariables comerciales. Observe que en el caso de los intentos se marcan con (x) y los óptimos con (o), demostrando así la evolución del algoritmo en cada iteración, seleccionado aleatoriamente una combinación de las 9 posibles.

4.5 Selección de herramienta multivariable

Así como se explicó la evolución del algoritmo del recocido simulado empleando configuraciones de herramientas comerciales utilizadas en la literatura, para el óptimo diseño y la correcta selección de la herramienta a fabricar, se procedió a desarrollar una rutina en Matlab que permitiera generar de forma sistemática un conjunto de ángulos que representaran un dominio amplio de valores tanto de paso como de hélice, incluyendo los valores de ángulos comerciales previamente utilizados.

Dicha rutina se describe como un diagrama de flujo, que a su vez se une con el diagrama de flujo en la conexión correspondiente de ángulos de la Figura.4.10, para trabajar en conjunto con el algoritmo de optimización y determinar los valores óptimos deseados.

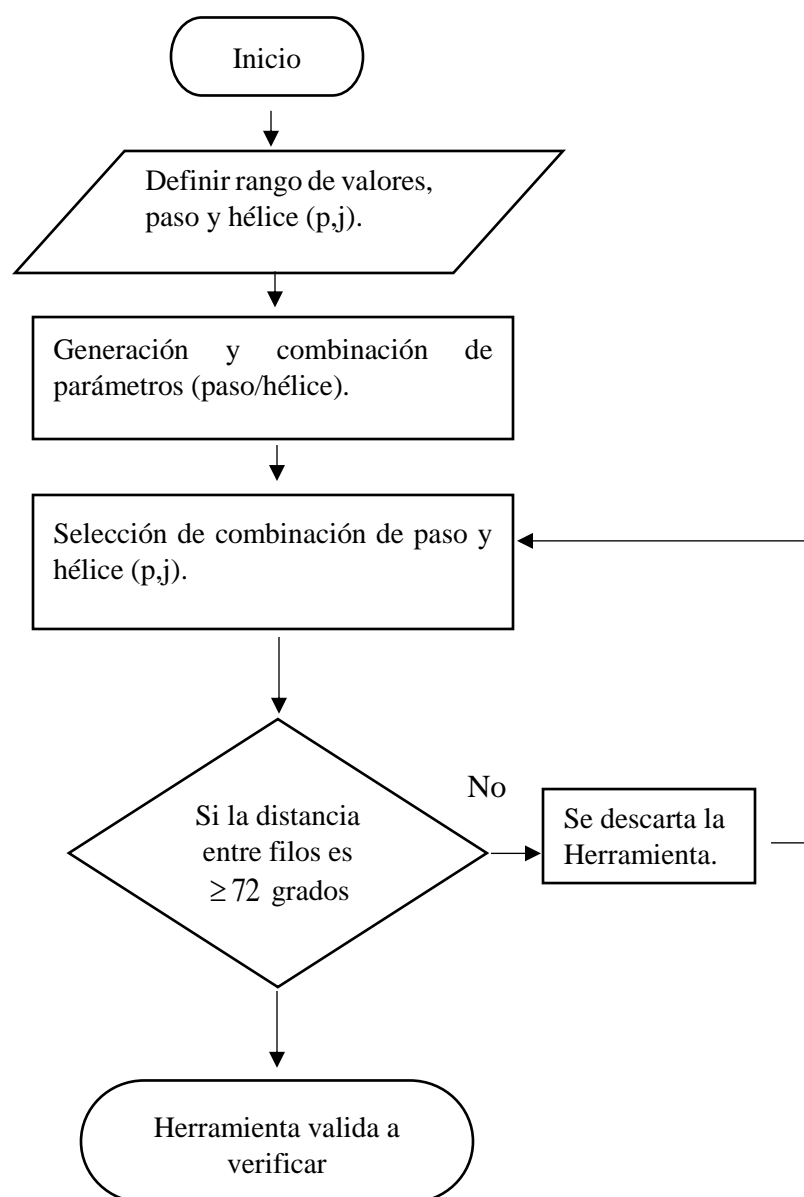


Figura. 4.10 Diagrama de flujo para la generación, filtrado y selección de herramientas (rutina ángulos).

Cabe mencionar que, el rango de valores en el dominio de ángulos de paso y hélice respectivamente, se consideraron partiendo como referencia de valores comunes que suelen utilizarse y que se encuentran disponibles por distintos fabricantes[20,25,26] para una herramienta de 4 filos, los cuales se listan en la Tabla 4.3 iniciando con una geometría de ángulo de paso de (70:70:70:70) y ángulo de hélice de (25-25-25-25), con incrementos de 5 grados en el caso del paso, y 2 grados para la hélice haciendo todas las posibles variaciones de ángulos hasta llegar a (110:110:110:110) y (41-41-41-41) respectivamente.

Parámetro	Rango de ángulos	Incremento
Angulo de paso	70-110	5
Angulo de hélice	25-41	2

Tabla 4.3 Rango de valores utilizados en la generación de las variaciones de ángulos, con incrementos de 5 grados para el paso y 2 grados para la hélice.

También es importante comentar que, de todo el universo de combinaciones posibles, se filtran y se seleccionan únicamente las herramientas que, al combinarse sus ángulos de paso y hélice desde el punto de vista geométrico, cumplan con la condición de un espacio entre sus filos o dientes de al menos 72 grados, con la finalidad de asegurar el suficiente espacio para la evacuación de la viruta (el cual corresponde a un espacio equivalente entre dientes de una herramienta uniforme de 5 filos).

Se utiliza la expresión de la Ec. (4.19) para determinar la distancia entre filos adyacentes y asegurar la selección de herramientas que se puedan fabricar descartando el resto.

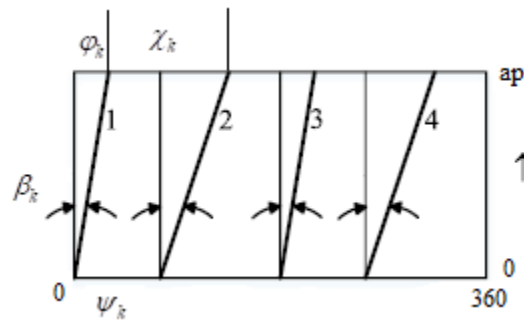


Figura. 4.11 Ilustración esquemática de la geometría de los filos de una herramienta variable.

$$\chi_k = (\psi_k + \varphi_{k+1}) - (\varphi_k) \quad k = \# \text{ filo} \quad (4.19)$$

Donde χ_k representa la distancia en grados entre los filos adyacentes 1 y 2, β_k es el ángulo de hélice del diente k , ψ_k es el ángulo de paso y a partir de la Figura. 4.11 se calcula el ángulo de atraso φ_k de cada filo mediante la Ec. (4.20)

$$\varphi_{\beta_k} = \frac{(\tan \beta_k) \cdot a_p \cdot 360}{2\pi D} \quad (4.20)$$

De tal forma, cada vez que el algoritmo de optimización evalúa una herramienta, ésta ya ha pasado por un proceso de verificación que cumple geoméricamente con las restricciones necesarias, asegurando que se pueda llevar a cabo su fabricación en el caso de ser la herramienta seleccionada por el algoritmo.

En la Figura 4.12 se pueda visualizar el universo de combinaciones que el algoritmo puede verificar como herramientas que cumplen geoméricamente con la restricción de la distancia mínima entre filos, las cuales son alrededor de 934 mil opciones de herramientas posibles.

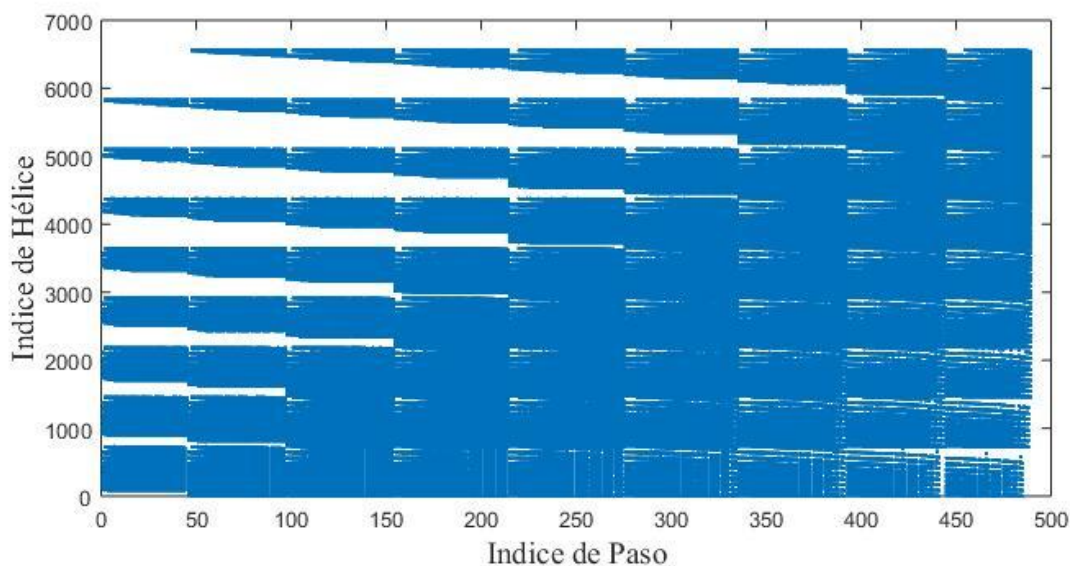


Figura. 4.12 Dominio de búsqueda para las combinaciones de paso y hélice, 934 mil herramientas posibles.

Entonces, para la selección de la herramienta se ejecutaron 100 simulaciones del código de optimización, definiendo 5000 iteraciones en cada simulación, lo cual quiere decir que la rutina implementada analiza 5000 combinaciones de herramientas posibles, o lo que viene hacer lo mismo, 5000 herramientas de corte con geometría variable por cada simulación.

La Tabla 4.4 muestra algunos resultados obtenidos por las simulaciones realizadas, así como la combinación de parámetros de corte, la función de costo *mmr* y sus correspondientes ángulos de paso y hélice, (la Tabla 4.4 solo es una muestra del total de simulaciones).

Sim.	Ang. Paso	Ang. Hel	mmr	Vel.	Prof.	Comb. Optima
1	75 110 70 105	33 35 37 41	284.2331	2930	.0185	90 3384
2	100 95 75 90	35 35 27 41	326.5092	3110	.020	376 4068
3	85 75 110 90	31 39 39 37	205.6567	2120	.0185	163 2824
4	105 70 95 90	29 39 41 33	307.6115	2930	.020	397 2102
5	105 110 70 75	41 35 25 41	264.6898	2570	.0196	443 6246

Tabla 4.4 Muestra de simulaciones con los resultados arrojados por el código de optimización, combinación de ángulos de paso y hélice, parámetros de corte y combinación encontrada por el algoritmo en la rutina de ángulos.

Se puede observar la tendencia del método en encontrar un valor máximo de tasa de remoción de material en cada simulación, también, se identifican velocidades relativamente bajas, pero con profundidades grandes, lo cual podemos adelantar que es muy probable que el algoritmo este detectando islas de estabilidad en cada caso.

Además, tratando de seleccionar la mejor herramienta posible, se grafica en la Figura. 4.13 la evolución del algoritmo en cuanto a la búsqueda de combinaciones de herramientas en cada simulación, logrando una apariencia de mapa de densidad donde el marcador azul indica las herramientas validas que están siendo analizadas por el método, y por último un marcador negro el cual corresponde a la herramienta óptima seleccionada al terminar la búsqueda.

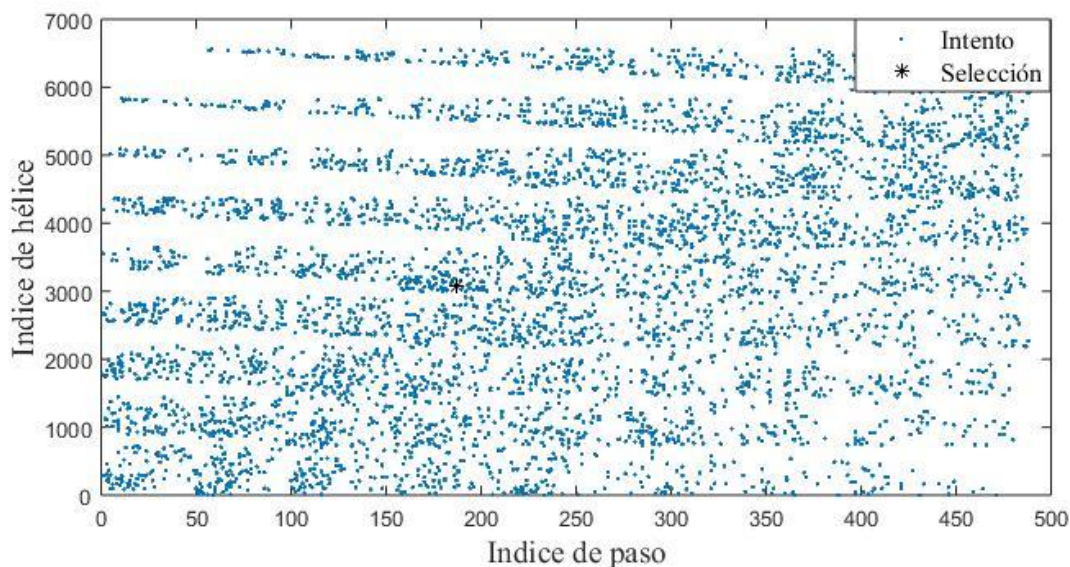


Figura. 4.13 Mapa de densidad de combinaciones tomadas por el algoritmo en todo el dominio de búsqueda.

Así, cada simulación genera su propio mapa de densidad con las combinaciones que el algoritmo va tomando de forma aleatoria en cada iteración, y para poder apreciar mejor las herramientas óptimas seleccionadas en el total de las simulaciones realizadas, aparecen en la Figura. 4.14 de forma simbólica dónde fueron encontrados los parámetros óptimos en el dominio o universo de posibles combinaciones.

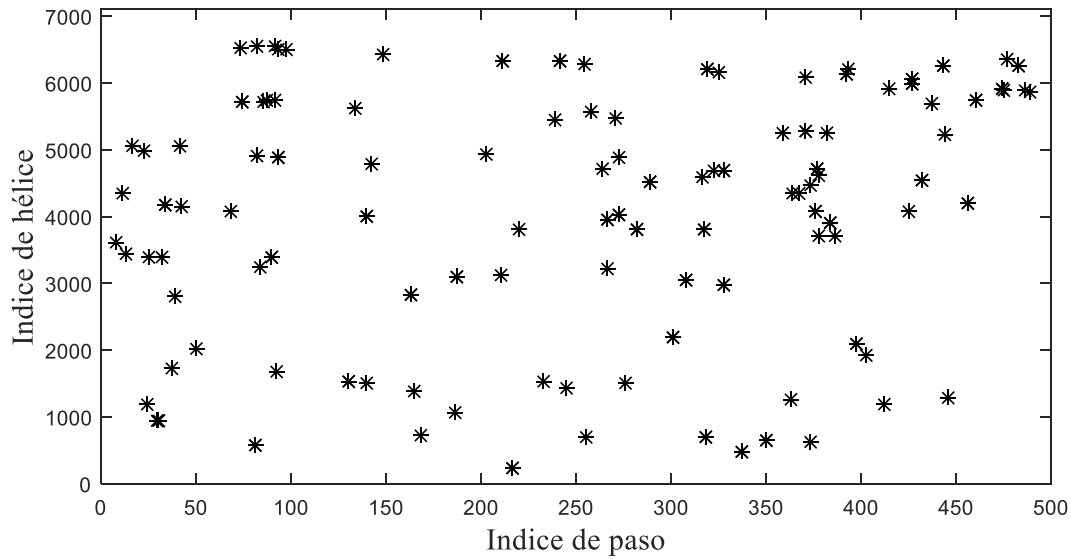


Figura. 4.14 Selección de óptimos para cada una de las 100 simulaciones.

Por fin, para tomar la decisión sobre la mejor opción de herramienta a seleccionar, se determina la estabilidad del sistema para cada caso simulado, identificando las herramientas con lóbulos de estabilidad que contengan zonas más productivas para el mecanizado, considerando por supuesto la velocidad y profundidad axial y tomando en cuenta que estará sujeto a validación experimental posteriormente de su fabricación.

Concluyendo que, la herramienta seleccionada corresponde a la herramienta de corte con parámetros variables de ángulos de paso y hélice indicados en la Tabla 4.5.

Ángulos de Paso	Ángulos de Hélice
80:100:70:110	39-37-39-41

Tabla 4.5 Parámetros óptimos de la herramienta seleccionada para lograr mayor productividad y disminuir la vibración.

También, su correspondiente diagrama de lóbulo de estabilidad se muestra en la Figura 4.15, en la cual se logra observar zona de estabilidad para alcanzar valores de productividad mayores sin la presencia de chatter o vibración.

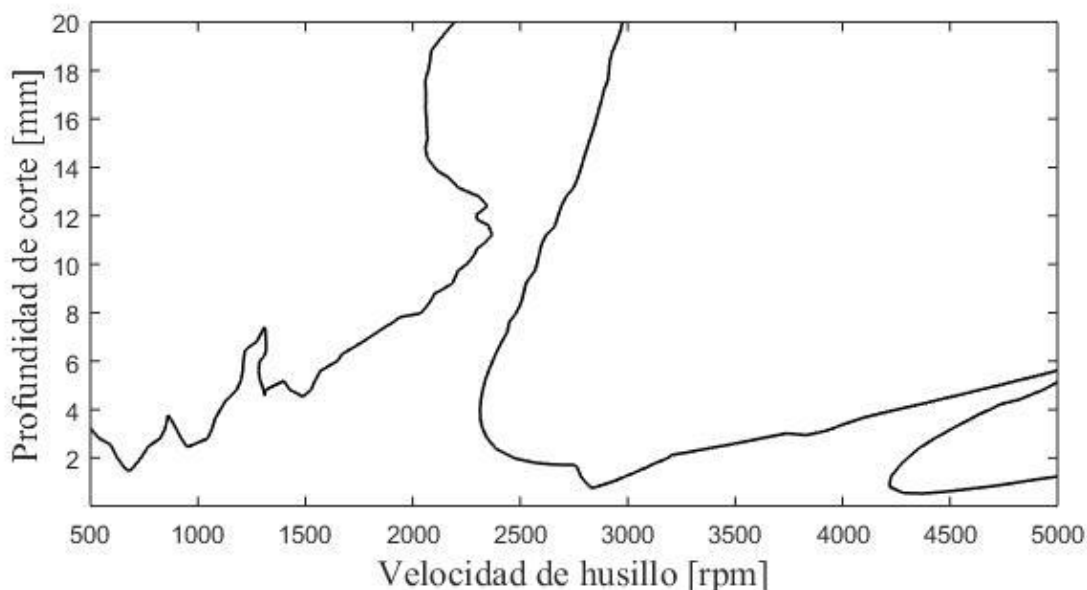


Figura. 4.15 Lóbulo de estabilidad de la herramienta multivariable seleccionada.

Por último, posteriormente del diseño y selección de la herramienta de corte, se manda fabricar con los parámetros especificados en la Tabla 4.6, y con los parámetros listados en la Tabla 4.6 completando el diseño básico de la geometría básica de la herramienta, teniendo como proveedor fabricante a la empresa 3G herramientas ubicado en la ciudad de Monterrey Nuevo León.

Parámetro	Especificación
Material	Carburo de Tungsteno
Diámetro	12.7 mm
Long. Corte	25 mm
Long. Total	88.9 mm
Recubrimiento	Sí

Tabla 4.6. Listado de parámetros básicos del diseño de la herramienta multivariable a fabricar.

Cabe mencionar que la herramienta estará sujeta a validación experimental, por una parte, validando un modelo de fuerzas predictivo con el medido, y por otro lado validando las zonas de estabilidad encontradas con su respectiva experimentación, procedimientos que se describen con detalle en el siguiente capítulo mostrando el análisis de los resultados, así como sus pertinentes conclusiones.

Capítulo 5.

Validación experimental de estabilidad y modelo de fuerzas en Fresado.

La teoría es cuando se sabe todo y nada funciona. La práctica es cuando todo funciona y nadie sabe por qué. En este caso hemos combinado la teoría y la práctica: nada funciona... y nadie sabe por qué

Albert Einstein.

Como se mencionó al final del capítulo anterior, ahora, mediante ensayos de caracterización de la herramienta se exploran experimentalmente las fuerzas presentes en una pieza de trabajo, la cual consiste en un bloque de aluminio 7075T6, la importancia e interés sobre el mecanizado de esta aleación se debe a sus propiedades mecánicas mejoradas en comparación con otras aleaciones de aluminio, comúnmente usada en componentes aeronáuticos e inclusive para la construcción de moldes para procesos de inyección entre otras aplicaciones. Las fuerzas medidas con la herramienta multivariable previamente diseñada y fabricada, se comparan con las fuerzas del modelo predictivo, el cual se retoma del modelo planteado en el capítulo 2 y se describe, pero ahora para el caso de la herramienta multivariable validando dicho modelo con la magnitud de las fuerzas medidas.

Además, se describe el proceso realizado para el respectivo análisis modal de la pieza de trabajo, para la obtención de los parámetros modales: frecuencia natural, masa modal y amortiguamiento. Por último, se documenta las pruebas experimentales para el análisis y validación de estabilidad en fresado de un grado de libertad sobre la pieza de trabajo.

5.1 Análisis modal en pieza de trabajo

Con el fin de poder realizar el análisis modal y obtener los parámetros modales de la pieza de trabajo para el proceso de fresado de un grado de libertad, se diseñó un montaje especial para el bloque de Aluminio 7075T6 soportado por dos placas o paredes relativamente delgadas de aproximadamente 4.5 mm de espesor, el cual se une en conjunto mediante tornillos tipo socket de 9.525 mm (3/8'), y por último uniéndolo rígidamente con tornillos de 12.7 mm (1/2') a la mesa o bancada del centro de maquinado. La pieza de trabajo, la instrumentación empleada en la prueba de impacto y el arreglo descrito se muestra en la Figura 5.1.



Figura 5.1. Instrumentación, diseño y montaje para pruebas modales en bloque de Aluminio 7075T6.

Una vez teniendo listo todo el arreglo montado en la mesa o bancada, se realiza el ensayo utilizando los siguientes elementos Figura 5.1:

- Un acelerómetro modelo 352C68 de la marca PCB Piezotronics.
- Martillo de impacto Kistler modelo 9722A500.
- Una tarjeta de adquisición de datos Polytec VIB-E-220 y su respectivo software analizador de señales VibSoft.

El arreglo experimental se muestra en la Figura 5.2.

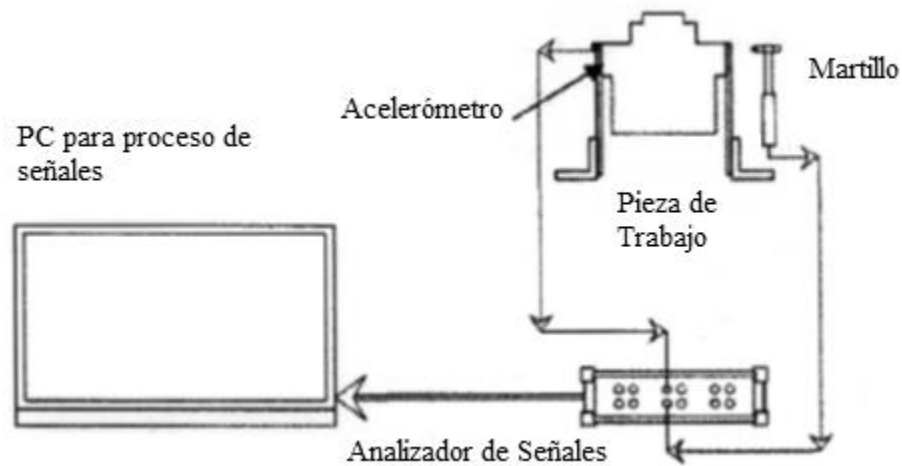


Figura 5.2. Arreglo experimental para análisis modal en pieza de trabajo.

En esta prueba el analizador de señales captura la información de los transductores, y a través del software de tratamiento de señales se transforma al dominio de la frecuencia para calcular la función de transferencia que relaciona la fuerza de entrada del martillo con la salida, en este caso, del acelerómetro.

Mediante el software de análisis modal de CutPro 8 fue posible determinar las características del modo de vibración de la pieza; el cual, dada su construcción, se comportaba como un sistema de un grado de libertad, Figura 5.3.

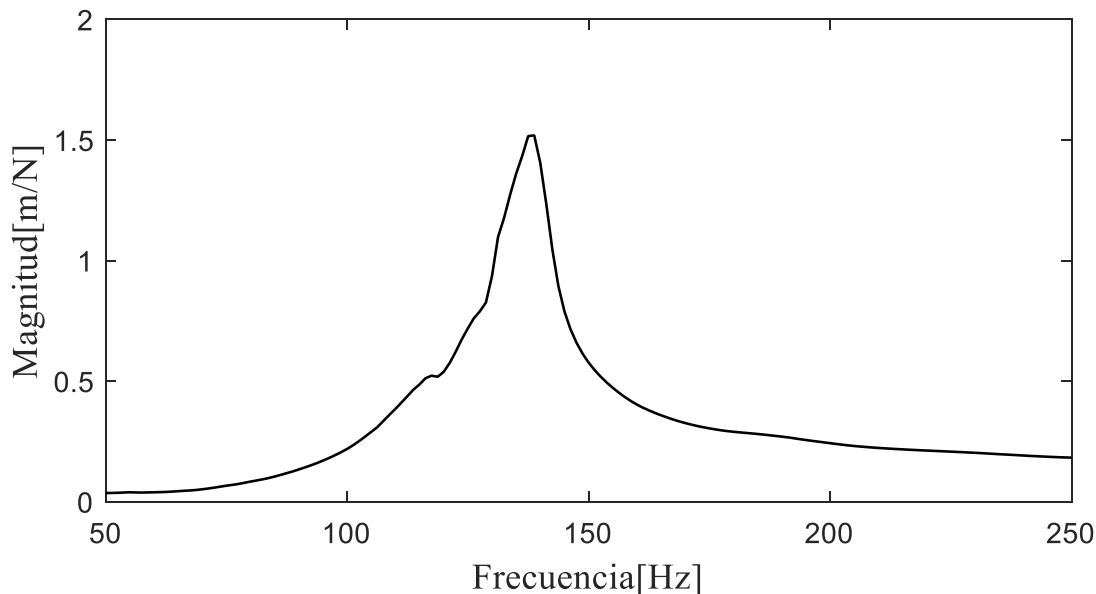


Figura. 5.3 Modo de vibración de la pieza a ensayar mediante prueba de impacto.

Durante la prueba, se adquirieron distintas mediciones colocando el acelerómetro en tres puntos a lo largo de la pieza para obtener el promedio de respuesta en frecuencia de la pieza de trabajo, los resultados se listan en la Tabla 5.1, note la consistencia del arreglo para la realización de los ensayos.

Experimentos	$\omega_n \left[\frac{rad}{s} \right]$	$\zeta [\%]$	$m_y [kg]$
Atrás	132.11	67.69	3.821
Centro	131.46	68.06	3.196
Adelante	131.58	67.92	3.460

Tabla 5.1. Parámetros modales en diferentes puntos a lo largo de la pieza.

En la siguiente sección se establecen las ecuaciones utilizadas para el modelo de fuerza propuesto, considerando que se trata de una herramienta multivariable.

5.2 Modelo de fuerza para herramienta multivariable

Para modelar una herramienta con ángulo de hélice variable, es necesario considerar secciones diferenciales a lo largo del eje de la herramienta y así ir cuantificando los esfuerzos en cada uno de estos elementos diferenciales Figura. 5.4.

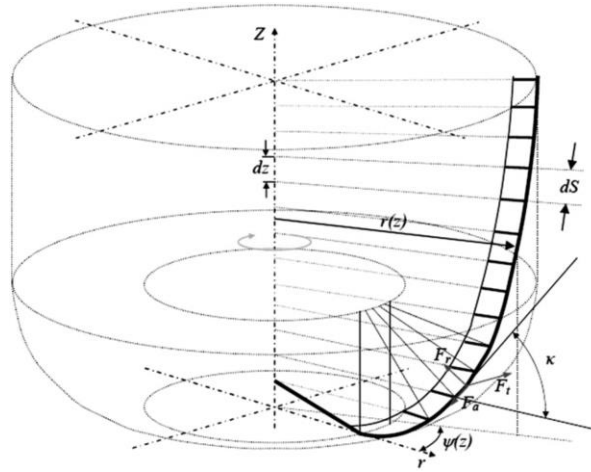


Figura. 5.4 Representación de las fuerzas experimentadas por un elemento diferencial en el filo de una herramienta de corte. [38]

De forma que, basado en el modelo lineal mecánico de fuerzas de corte [36], las fuerzas de corte elementales tangenciales, radiales y axiales que actúan sobre el filo se expresan como Ecs. (5.1):

$$\begin{aligned} dF_t(i, j, k) &= g(\phi(i, j, k)) [K_{tc} h(i, j, k) dz + K_{te} dS] \\ dF_n(i, j, k) &= g(\phi(i, j, k)) [K_{nc} h(i, j, k) dz + K_{ne} dS] \\ dF_a(i, j, k) &= g(\phi(i, j, k)) [K_{ac} h(i, j, k) dz + K_{ae} dS] \end{aligned} \quad (5.1)$$

Donde $ds = dz / \cos(\beta_k)$ es un diferencial de longitud de filo, y $g(\phi(i, j, k))$ Ec. (5.2) es una función ventana para juzgar si el elemento está cortando o no.

$$g(\phi(i, j, k)) = \begin{cases} 1, & \phi_{sr}(i, k) \leq \text{mod}(\phi(i, j, k), 2\pi) \leq \phi_{ex}(i, k) \\ 0, & \text{Diferente} \end{cases} \quad (5.2)$$

Transformando las fuerzas elementales $dF_t(i, j, k)$, $dF_n(i, j, k)$ y $dF_a(i, j, k)$ en el sistema de coordenadas xOy , tenemos el conjunto de Ecs. (5.3)

$$\begin{aligned} dF_x(i, j, k) &= -dF_t(i, j, k) \cos(\phi(i, j, k)) - dF_n(i, j, k) \sin(\phi(i, j, k)) \\ dF_y(i, j, k) &= -dF_t(i, j, k) \sin(\phi(i, j, k)) + dF_n(i, j, k) \cos(\phi(i, j, k)) \\ dF_z(i, j, k) &= -dF_a(i, j, k) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Entonces las fuerzas de corte instantáneas pueden ser calculadas sumando cada uno de los elementos de fuerza Ecs. (5.4)

$$\begin{aligned}
 F_x(i) &= \sum_{j=1}^{Na} \sum_{k=1}^N dF_x(i, j, k) \\
 F_y(i) &= \sum_{j=1}^{Na} \sum_{k=1}^N dF_y(i, j, k) \\
 F_z(i) &= \sum_{j=1}^{Na} \sum_{k=1}^N dF_z(i, j, k)
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

De la misma manera, teniendo en cuenta que se trata de una herramienta con ángulos de hélice variable, se debe plantear un plan de caracterización que permita identificar la contribución de cada filo o diente, con la intención de calcular los coeficientes de corte de forma independiente para cada diente de la herramienta, procedimiento que se detalla en la siguiente sección.

Así, utilizando el modelo de fuerzas descrito y la metodología de obtención de coeficientes de corte mencionada en la siguiente sección, se intentará modelar la multi-variabilidad de la herramienta utilizada caracterizando cada diente de manera individual. Esto es, se adaptará el modelo y el proceso de caracterización para tomar en cuenta el paso, el ángulo de hélice y el coeficiente de corte de forma independiente para cada diente de la herramienta.

El procedimiento experimental no cambia en referencia a un proceso de caracterización de una fresa convencional; sin embargo, el tratamiento de las señales y su interpretación son diferentes como se especifica a continuación.

5.3 Ensayos de caracterización

La idea es realizar ensayos con el conjunto herramienta-material a caracterizar barriendo un rango de avances por filo y profundidad de corte. La caracterización se realizó en una pieza de aluminio 7075T6 con dimensiones de 101x172 mm.

Todos los ensayos fueron realizados en un centro de maquinado de control numérico Makino F3. El arreglo experimental se muestra en la Figura 5.5.

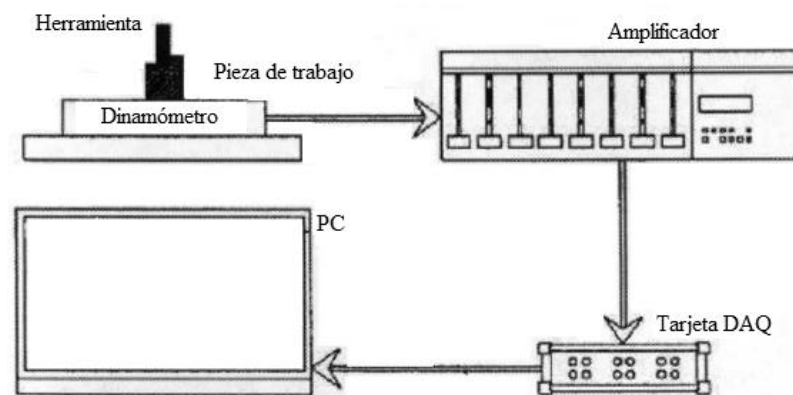


Figura. 5.5 Arreglo experimental para ensayos de caracterización de herramienta.

Antes de iniciar con el proceso de caracterización se realizó la medición de cada uno de los filos de la herramienta y verificar que realmente los valores medidos correspondieran con los valores especificados en el diseño. Para esta prueba se utilizó el microscopio Alicona InfiniteFocus, registrando las mediciones en la Tabla 5.2

Parámetro	Valores Diseñados	Valores Medidos
Ángulos de paso	70:100:80:110	69.4:101.1:79.4:110.2
Ángulos de hélice	39-37-39-41	38.5-36.4-38.1-40.2

Tabla 5.2. Comparación de ángulos medidos con valores especificados en el diseño.

Las mediciones confirman que los valores corresponden a los valores especificados en el diseño de la herramienta y se procede a realizar las pruebas correspondientes.

Los ensayos de caracterización fueron ejecutados empleando un programa CNC para asegurar la exactitud de la trayectoria y las condiciones de corte. Cada ejecución del programa consistía en cortes para los diferentes avances por diente programados, bajo una combinación específica de profundidad axial y velocidad de corte, y como consecuencia también en el husillo.

También, como parte de la instrumentación, para la medición de fuerzas se utilizó la mesa dinamométrica Kistler 9257B mostrada en la Figura 5.6. Las cargas en tres direcciones generadas por los cuatros piezo-eléctricos son transmitidas al sumador analógico cuya función es acoplar las cargas de los distintos canales a sólo tres salidas correspondientes a las fuerzas en las tres direcciones. Dichas cargas son amplificadas, o bien, integradas por el amplificador para generar un voltaje proporcional de acuerdo con la sensibilidad y el factor de escala configurado en el dispositivo. La sensibilidad es un valor que se toma del certificado de calibración del fabricante e indica la relación de carga por unidades mecánicas.



Figura 5.6. Instrumentación, mesa dinamométrica Kistler 9257B para la medición de fuerzas y pieza de trabajo de Aluminio 7075.

Para el desarrollo de los ensayos se diseñó un plan de pruebas con los parámetros listados en la Tabla 5.3.

	Profundidad de corte a_p [mm]	Avance por diente f_z [mm/diente]
Velocidad de husillo (n) = 3000rpm	1	0.05, 0.10, 0.15, 0.20
Inmersión radial (a_e) = 1mm	2	0.05, 0.10, 0.15, 0.20
Material = Aluminio 7075T6	3	0.05, 0.10, 0.15, 0.20
	4	0.05, 0.10, 0.15, 0.20

Tabla 5.3 Configuración de parámetros empleados en los ensayos de caracterización.

Ahora, puesto que el material cortado por cada diente no es el mismo por el efecto de la variabilidad de los ángulos de la herramienta, para poder calcular los coeficientes de corte respectivos es necesario definir una inmersión radial que asegure la identificación de la contribución de cada diente de forma independiente, en la Tabla 5.3 se indica el valor de 1mm establecido como mínimo para los ensayos programados, de esta manera se podrán determinar la fuerza promedio y las constantes de corte por diente. Se programa una rutina en Matlab, la cual de forma sistemática una vez identificada la aportación de cada filo a partir de la señal obtenida de la mesa dinamométrica, suma dichas aportaciones para las tres direcciones de la fuerza x , y , z .

Sin embargo, en [29] Niu et.al asume que, para herramientas con variaciones pequeñas de ángulos de hélice, los coeficientes de corte se pueden considerar iguales para cada diente (suponiendo que cada uno corta el mismo material) y lo demuestra ajustando el modelo predictivo con la validación experimental obteniendo un ajuste entre la señal medida y la predictiva. En este caso, al considerarse de una herramienta con ángulos de hélice variable, se diseña la siguiente estrategia para considerar de manera independiente la aportación de cada diente, en primer lugar, se caracteriza la herramienta con inmersión completa, suponiendo que se tratara de una herramienta uniforme y se calculan los coeficientes de corte con las siguientes expresiones Ecs. (5.5) previamente descritas en el capítulo 2.

$$\begin{aligned}
 K_{tc} &= \frac{4\bar{F}_{yc}}{Na}, & K_{te} &= \frac{\pi\bar{F}_{ye}}{Na}, \\
 K_{rc} &= \frac{-4\bar{F}_{xc}}{Na}, & K_{re} &= \frac{-\pi\bar{F}_{xe}}{Na}, \\
 K_{ac} &= \frac{\pi\bar{F}_{zc}}{Na}, & K_{ae} &= \frac{2\bar{F}_{ze}}{Na}.
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Obteniendo los coeficientes de corte listados en la Tabla 5.4,

(N/mm^2)			(N/mm)		
<i>Ktc</i>	<i>Krc</i>	<i>Kac</i>	<i>Kte</i>	<i>Kre</i>	<i>Kae</i>
804.2	182.3	301.8	27.6	59.5	3.46

Tabla 5.4. Coeficientes de corte calculados considerando inmersión completa con $a_p = 3\text{mm}$.

Después, el modelo predictivo se modifica con los coeficientes de corte calculados, pero considerando la inmersión radial de 1mm, entonces asumiendo que los filos no cortan la misma cantidad de material, para cada discretización axial o disco de corte, se va calculando un espesor de viruta para cada disco por cada filo, es decir, toda la variación se va a estar atribuyendo a la geometría de la herramienta, y de esta manera se obtendrá una contribución geométrica de la variación. La expresión que permita calcular esta variación de corte para cada disco por cada filo se plantea en la Ec. (5.6)

$$h_{disc}(j,k) = h_{nom} \left(\frac{\psi_{j,k}}{360/z_n} \right) \quad (5.6)$$

Donde $h_{disc}(j,k)$ representa el espesor de viruta correspondiente a cada disco por cada filo de la herramienta y $\psi_{j,k}$, es el ángulo de desfase de cada filo para cada disco de corte debido al ángulo de hélice.

Los resultados se muestran en la Figura 5.7, comparando las fuerzas medidas experimentalmente contra las fuerzas simuladas para una profundidad de corte de $a_p = 3\text{mm}$, $a_e = 1\text{mm}$ y $f_z = 0.01\text{mm/diente}$.

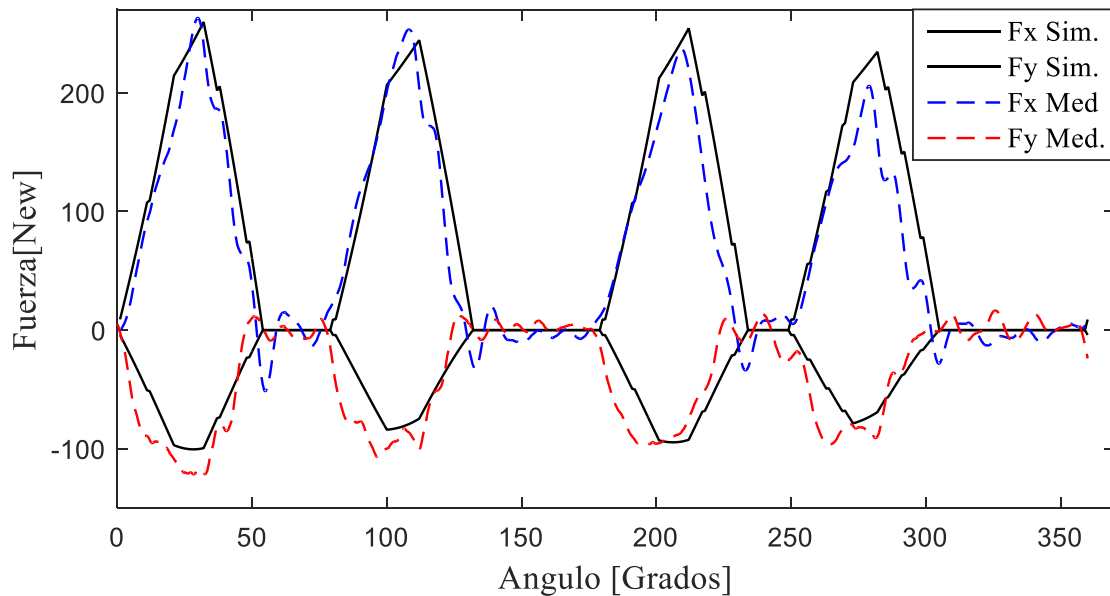


Figura. 5.7 Comparación entre fuerzas medidas y fuerzas simuladas para $a_p = 3\text{mm}$,
 $f_z = 0.01\text{mm/diente}$, $n = 3000\text{rpm}$ y $a_e = 1\text{mm}$.

De la Figura 5.7 se pueden apreciar el ajuste que existe entre el modelo de fuerzas simulado y las magnitudes medidas experimentalmente, se puede decir que existe un ajuste cualitativo pues las formas de onda coinciden de forma aceptable, aunque no se logra un ajuste cuantitativo completo, ya que las magnitudes sobre todo en los picos no son exactamente los mismos, también, claramente se logran apreciar cada uno de los filos, gracias a la inmersión radial que se configuró, así mismo, se pueden identificar mediante observación los espacios entre filo y filo por el efecto variable de la herramienta. Por lo tanto, la suposición planteada de calcular un espesor de viruta para cada disco de corte por cada filo es validada con el ajuste de fuerzas medidas y simuladas mostradas en la Figura 5.7.

Por último, es importante mencionar que la principal fuente de error de este método experimental se encuentra en el hecho de que para los ensayos realizados se supone que no existe vibración ni flexión de la herramienta. De igual manera, si los ensayos se realizan a velocidades relativamente bajas; muchas veces la estimación puede perder precisión para velocidades de corte mayores [38].

5.4 Validación experimental de estabilidad en fresado.

Los cortes de los ensayos de estabilidad fueron realizados manteniendo constante el avance por diente $f_z = .1 \text{ mm/diente}$ y la inmersión radial $a_e = 1 \text{ mm}$. En la Figura 5.8 se muestra el arreglo experimental montado para las pruebas experimentales.

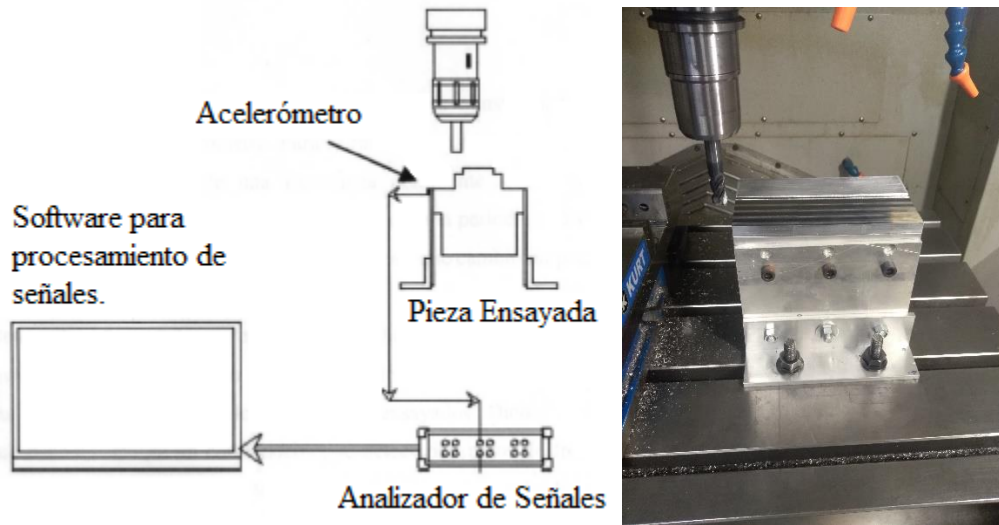


Figura 5.8 Arreglo experimental para las pruebas de estabilidad.

Se determina el plan de ensayos a realizar para validar estabilidad de acuerdo con el lóbulo calculado con los coeficientes obtenidos en los ensayos de caracterización, Figura 5.9.

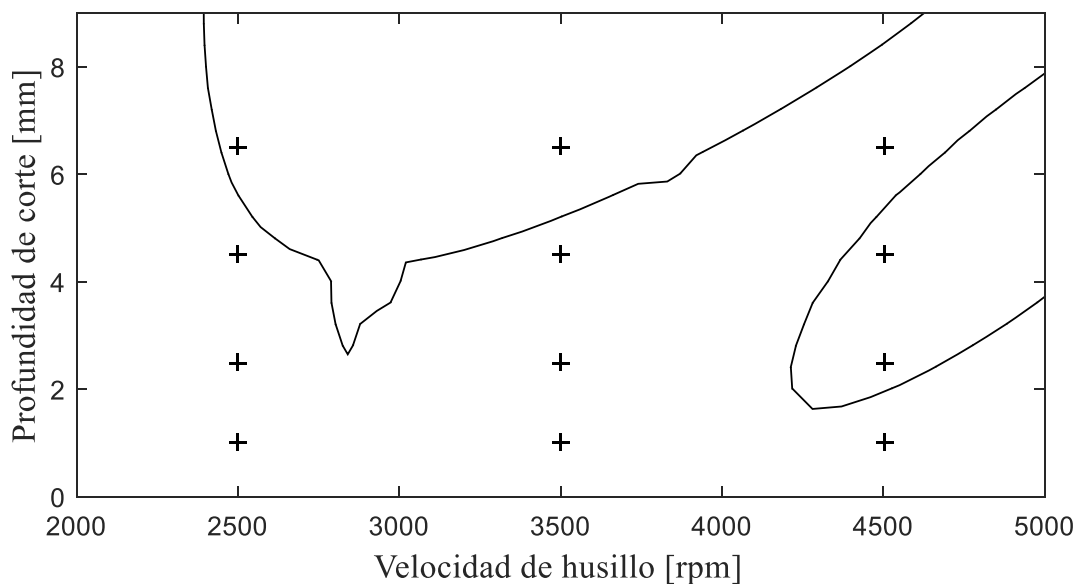
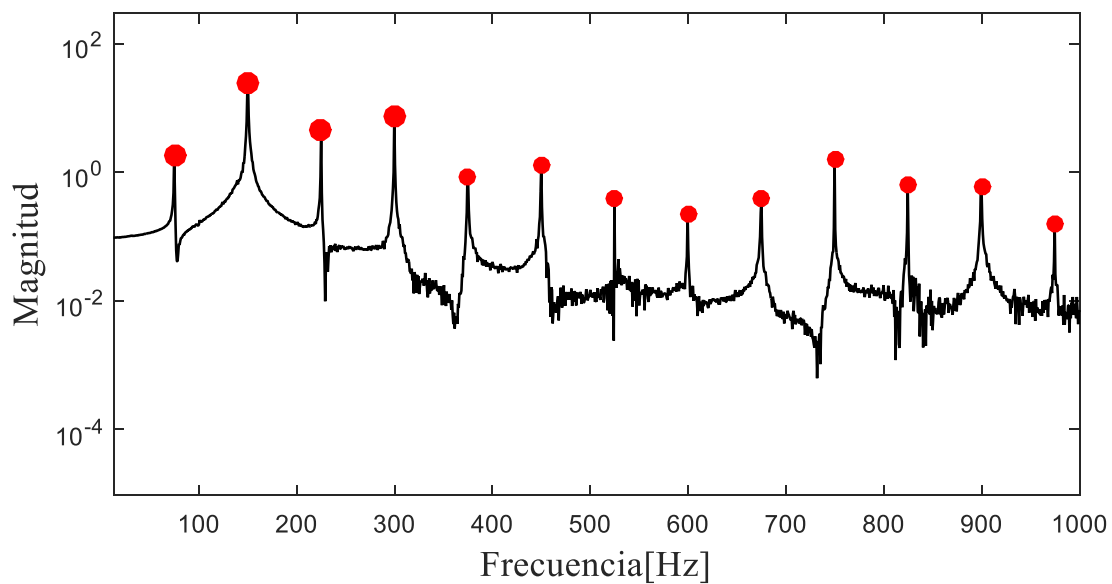


Figura 5.9. Plan de ensayo de estabilidad a validar experimentalmente.

La idea general consiste en determinar la estabilidad del corte mediante la posterior evaluación de la señal del acelerómetro. Para ello se evaluó el contenido en frecuencia dado por la transformada rápida de Fourier (FFT) de la señal del acelerómetro, y para poder determinar si el corte era estable o inestable, para el caso de un corte estable se detectarían picos de frecuencia no solo en la frecuencia determinada por el corte, si no de manera ordenada en los múltiplos de esta de acuerdo con la contribución de cada diente. Por ejemplo, se obtienen las siguientes señales, para un punto estable y uno inestable, en la Figura 5.10 a) se puede observar el contenido de frecuencia medido en un ensayo estable, la frecuencia de excitación del corte de la herramienta corresponde a la velocidad del husillo y en los múltiplos de esa frecuencia.

De lo contrario en la figura 5.10 b) se puede apreciar un caso de inestabilidad. En este caso la frecuencia de chatter genera picos de frecuencia que no corresponden a los múltiplos de frecuencia de excitación de la herramienta.

a)



b)

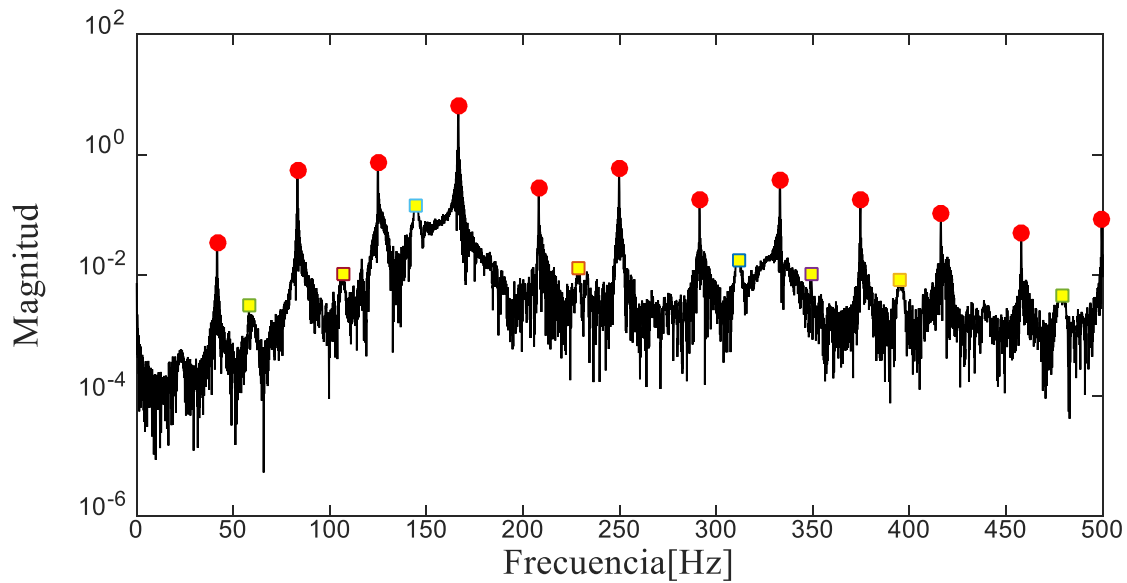


Figura 5.10 a) Contenido de Frecuencia para un ensayo estable de $a_p = 6.5\text{mm}$, $n = 4500\text{rpm}$, b)

Contenido de Frecuencia para un ensayo inestable $a_p = 6.5\text{mm}$, $n = 2500\text{rpm}$.

Desafortunadamente con este método no es posible precisar del todo el tipo de inestabilidad que se presenta. Esto debido al reto particular que presenta la no periodicidad de los dientes de la herramienta. Con el método actual se determinaron los resultados mostrados en la Figura 5.11. En general se puede decir que hay una tendencia positiva con respecto a los lóbulos calculados

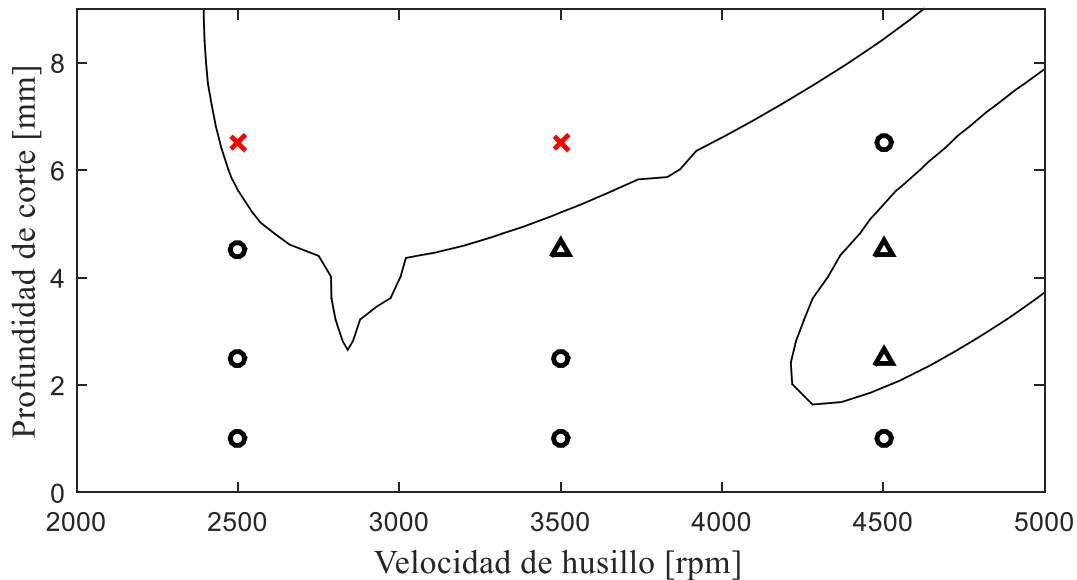


Figura 5.11 Lóbulo de herramienta diseñada con sus coeficientes y puntos de ensayos de estabilidad validados. Estable \circ , inestable \times , indeterminado \triangle (corte sin ser de manera clara estable, ni claramente inestable).

5.5 Conclusiones

- En la revisión del estado del arte se exploró el impacto de la línea de investigación en chatter, donde se observó que el número de publicaciones desde el 2010 durante los últimos 8 años se ha incrementado en una tasa de 32 publicaciones por año en contraste con la tasa de 20 artículos entre el período comprendido del 2004 al 2010[69]. Esto deja en claro que el desarrollo de metodologías para el análisis de la dinámica del proceso es fundamental para desarrollar investigación en diversos temas afines tales como el diseño de herramientas y nuevos materiales.
- Así mismo, se presentaron las principales líneas de investigación sobre chatter, mostrando mayor énfasis al grupo enfocado en estrategias que utilizan los diagramas de lóbulos de estabilidad para determinar las zonas libres de chatter en el mecanizado, se describen sus ventajas, así como sus inconvenientes para lograr un mecanizado estable.
- Se desarrolló una extensión del algoritmo basado en la técnica del EMHPM para la solución de ecuaciones diferenciales con retardo, empleando el interpolador de Lagrange como herramienta para obtener una aproximación al término del retardo mediante un polinomio de segundo orden.

- Se calculó la solución de la ecuación que describe el proceso dinámico en el proceso de fresado observando convergencia de la solución con respecto a la aproximación polinomial de orden uno y de 23 respectivamente, confirmando que el método tiene la ventaja de poder ajustar la convergencia mediante el tamaño del subintervalo y el orden de la aproximación.
- Una vez teniendo el método validado, se determinó la estabilidad del sistema graficando los lóbulos de estabilidad encontrando las fronteras estables e inestables respectivamente. El procedimiento utilizado para el cómputo de los lóbulos de estabilidad es similar al método SD y FD ya que ambos requieren el cálculo de la matriz de transición sobre el periodo principal.
- El EMHPM fue sometido a la prueba de precisión para conocer la disminución del error entre la solución exacta y la aproximada cuando la malla se va haciendo más pequeña, se utilizaron como casos de estudio la ecuación de fresado y la ecuación de Mathieu bajo distintas condiciones de parámetros, analizando la convergencia para las aproximaciones de primer y segundo orden en ambos casos. La aproximación de segundo orden si mejora la respuesta en la solución para el caso de la ecuación de Mathieu cuando no se presenta una respuesta de naturaleza oscilatoria, en caso contrario cuando existe una respuesta con oscilaciones muy marcadas como en el caso de la ecuación de fresado, la aproximación de primer orden resulta ser la mejor opción en cuanto a la solución de ambos casos de estudio, por lo tanto se concluye que no existe la garantía de que la aproximación mediante un polinomio de segundo grado mejore la respuesta en la solución, ya que va depender de la naturaleza de la respuesta de la ecuación en cuestión.
- La implementación de un algoritmo sistemático para generar alrededor de 934 mil herramientas filtradas por un proceso de selección geométrico para asegurar su posible fabricación sin poner en riesgo la evacuación eficiente de viruta.
- La adaptación del algoritmo del recocido simulado para maximizar la tasa de remoción de material m_{mr} en conjunto con el algoritmo de estabilidad, y con el algoritmo de selección de herramienta para encontrar los valores óptimos de ángulos de paso y ángulos de hélice.
- La búsqueda, cotización y seguimiento del proveedor fabricante de la herramienta previamente diseñada.
- Elaboración de fixtures necesarios para los ensayos respectivos de caracterización experimental de la herramienta, y para la validación experimental de estabilidad en la pieza de un grado de libertad, realizados en un centro de maquinado Makino F3.
- Se propuso un modelo predictivo de fuerza multivariable para la herramienta optimizada en operaciones de fresado, y se comparó con las fuerzas medidas experimentalmente obteniendo un ajuste aceptable entre las fuerzas simuladas y las fuerzas medidas.
- El cálculo de espesor de viruta de cada filo por cada disco de corte, para considerar y atribuir toda la variación a la geometría de la herramienta y así considerar la aportación de cada filo de forma independiente.

- La validación experimental de zonas estables e inestables mediante los lóbulos de estabilidad del sistema, evaluando el contenido en frecuencia dado por la transformada rápida de Fourier (FFT) de la señal del acelerómetro, explorando distintos puntos de zonas de estables e inestables teniendo en general una tendencia positiva con respecto a los lóbulos calculados.

5.6 Líneas futuras de investigación

El trabajo y la metodología propuesta abren nuevas líneas de interés para futuros trabajos de investigación, entre las cuales se puede mencionar las siguientes:

- Explorar la viabilidad de distintos métodos de interpolación para aproximar al término del retardo de la ecuación diferencial con retardo para mejorar la convergencia en la solución.
- Extender el EMHPM para trabajar en conjunto con otro método numérico, es decir hacer un método numérico híbrido, que permita identificar que aproximación polinomial (primero o segundo grado) brinda mejor solución para cada subintervalo, y dependiendo de la condición presente vaya aproximando la solución, cambiando alternadamente según corresponda.
- Proponer un modelo de fuerza para herramienta multivariable considerando runout y validarlo experimentalmente.
- Aplicar los algoritmos de optimización y diseño de herramienta multivariables para el mecanizado de titanio.

Apéndice A. Códigos de Matlab

A.1 EMHPM de segundo orden

`%Ecuacion de fresado de un grado de libertad mediante EMHPM de orden dos`

```
clear all
%clc
tic;
% Parametros de corte
n=10000;           % rpm
zn=2;             % número de filos
kt=6e+8;          % cte tangencial
kn=2e+8;          % cte normal
ap=.002;          % profundidad axial
ad=.1;           % inmersión radial
phi_st=acos(2*ad-1); % posición angular de entrada
phi_ex=pi;        % posición angular de salida
```

```

% Parametros modales
wn=922*2*pi;           % frecuencia natural
zeta=0.011;           % fact de amort.
m=.03993;             % masa

% Parametros de solucion
k=7;                  %# de deformaciones
N=75;                 % # de discretizaciones
N2=2*N;               % para la doble discretizacion del intervalo
tau=60/n/zn;         % valor del retardo
T=tau/(N2-2);        % tamaño del retardo
tg=0;
xg=[];

x_i=zeros(2,N2-1);    %historia vector velocidad en ceros
x_i(1,:)=.001*ones(1,N2-1); % solucion con historia incluida, matriz de
2xN

Ntau=4;

for itau=1:Ntau      % inicia el ciclo de 1 hasta
TF                  % vector tiempo global que
    t=linspace((itau-1)*tau,itau*tau,N2-1); % va incrementando en cada iteracion.
    iN2=3:2:N2-1;
    for iN=1:length(iN2) % ciclo de sub-intervalos

        % Modelo de Fuerza
        h(iN)=0;
        for iz=1:zn % filos de la herrm.
%posicion angular de cada iz-esimo filo e funcion de t
            phi(iN)=mod(2*pi*n/60*t(iN2(iN))+(iz-1)*2*pi/zn,2*pi);
% condicion para funcion ventana g(phi_iz)
            if (phi(iN)>=phi_st && phi(iN)<=phi_ex)
                h(iN)=h(iN)+sin(phi(iN))*(kt*cos(phi(iN))+kn*sin(phi(iN)));
            end
        end
        end
        At=[0 1;(-wn^2-ap*h(iN)/m) (-2*zeta*wn)]; %calcula matriz At
        Bt=[0 0;ap*(h(iN)/m) 0]; %calcula matriz Bt

        Z=x_i(:,itau*(N2-2)+iN2(iN)-2); %cond. inicial
        Y=x_i(:,(itau-1)*(N2-2)+iN2(iN)-2); %punto izquierda Xi-N
        X=x_i(:,(itau-1)*(N2-2)+iN2(iN)-1); %punto centro Xi-N+1
        W=x_i(:,(itau-1)*(N2-2)+iN2(iN)-0); %punto derecha Xi-N+2

        x_k=zeros(2,k+1);
        x_ka=zeros(2,k+1); % se inicializa x_xa
        x_kb=zeros(2,k+1); % se inicializa x_kb
        x_kc=zeros(2,k+1); % se inicializa x_kc

        %primero se evalua en deltaT
        for ik_=0:k % ciclo de las deformaciones hasta "k+1"
            ik=ik_+1;
            if ik_==0 %deformacion k=0
                x_ka(:,ik)=Z;
            end
        end
    end
end

```

```

x_k(:,ik)=x_ka(:,ik);

elseif ik_==1 %deformacion k=1
x_ka(:,ik)= T/(ik-1)*(At*x_ka(:,ik-1)+Bt*Y);
x_kb(:,ik)= T/(ik)*(At*x_kb(:,ik-1))+T/(ik)*((N2-2)/tau)*T*(-
Bt*Y+Bt*X);
x_k(:,ik)=x_ka(:,ik)+x_kb(:,ik);
elseif ik_>1
x_ka(:,ik)= T/(ik-1)*(At*x_ka(:,ik-1));
x_kb(:,ik)= T/(ik)*(At*x_kb(:,ik-1));
x_k(:,ik)=x_ka(:,ik)+x_kb(:,ik); %suma de xa y xb
deformaciones k=2 y 3
end
end
x_sol=sum(x_k,2); % suma de las deformaciones matriz 2x1
x_i=[x_i,x_sol]; % matriz solucion concatena soluciones

x_k=zeros(2,k+1);
x_ka=zeros(2,k+1); % se inicializa x_xa
x_kb=zeros(2,k+1); % se inicializa x_kb
x_kc=zeros(2,k+1); % se inicializa x_kc

T_=2*T; %ahora se evalua en 2*deltaT
for ik_=0:k
ik=ik_+1;
if ik_==0 %deformacion k=0
x_ka(:,ik)=Z; % condicion inicial
x_k(:,ik)=x_ka(:,ik);

elseif ik_==1 %deformacion k=1
x_ka(:,ik)= T_/(ik-1)*(At*x_ka(:,ik-1)+Bt*Y);
x_kb(:,ik)= T_/(ik)*(At*x_kb(:,ik-1))+T_/(ik)*(N2-
2)/tau*T_*(-Bt*Y+Bt*X);
x_kc(:,ik)= T_/(ik+1)*(At*x_kc(:,ik-1))+T_^3/(ik+1)*((N2-
2)/tau)^2*Bt*(Y+W-2*X)-T_^2/(2*ik)*(N2-2)/tau*Bt*(Y+W-2*X);
x_k(:,ik)=x_ka(:,ik)+x_kb(:,ik)+x_kc(:,ik);
elseif ik_>1
x_ka(:,ik)= T_/(ik-1)*(At*x_ka(:,ik-1));
x_kb(:,ik)= T_/(ik)*(At*x_kb(:,ik-1));
x_kc(:,ik)= T_/(ik+1)*(At*x_kc(:,ik-1));
x_k(:,ik)= x_ka(:,ik)+x_kb(:,ik)+x_kc(:,ik);
end
end
x_sol=sum(x_k,2); % suma de las deformaciones matriz 2x1
x_i=[x_i,x_sol]; % matriz solucion concatena soluciones
end

tg=[tg,t(2:end)];
end
% Gráfica de Aproximación
tiempo=toc;
xg=x_i(1,(N2-1:2:end));
tg=tg(1:2:end);
plot(tg,xg,'b')
grid on
title('Fresado de un grado de libertad')

```

```

xlabel('Tiempo t (seg)')
ylabel('Desplazamiento X(m)')
legend('EMHPM Orden 2')
fprintf('El proceso ha tardado %d segundos', tiempo);
save ('EMHPM_Orden2_Gen_Dan.mat', 'xg')

```

A.2 Cálculo del dominio de ángulos de paso y hélice.

```

% Algoritmo para obtener las combinaciones de ángulos de paso y hélices a
% probar, y validación de geometría

```

```

function
[paso_grados, helice_grados, ang_atraso, paso_radi, helice_radi]=vector_angulos

% Rutina para generar la matriz con los ángulos de paso

decena=linspace(70,110,9);
unidad=linspace(70,110,9);
centena=linspace(70,110,9);
millar=linspace(70,110,9);
contu=0;

for m=1:length(millar)
    for k=1:length(centena)
        for i=1:length(decena)
            for j=1:length(unidad)
                contu=contu+1;
                vec(contu,:)= [millar(1,m) centena(1,k) decena(1,i)
                unidad(1,j)];
            end
        end
    end
end

b=sum(vec,2); % suma cada renglón de combinaciones del vector vec
c=find(b==360); % encuentra los índices donde la suma es 360
paso_grados=vec(c,:); % ángulos de paso en grados
paso_radi=paso_grados*pi/180; % ángulos de paso en radianes

% Rutina para generar la matriz con los ángulos de hélice
hdecena=linspace(25,41,9);
hunidad=linspace(25,41,9);
hcentena=linspace(25,41,9);
hmillar=linspace(25,41,9);
hcontu=0;

for hm=1:length(hmillar)
    for hk=1:length(hcentena)
        for hi=1:length(hdecena)
            for hj=1:length(hunidad)
                hcontu=hcontu+1;
                hvec(hcontu,:)= [hmillar(1,hm) hcentena(1,hk) hdecena(1,hi)
                hunidad(1,hj)];
            end
        end
    end
end

```

```

    end
end
helice_grados=hvec;
helice_radi=helice_grados*pi/180;

% rutina para combinar calcular el angulo de atraso
d=12.7;           % diametro
ap=20;           % profundidad
for xx=1:length(helice_grados)           % para el tamaño de la matriz
de angulos de helice
    for yy=1:size(paso_grados,2)         % para el tamaño del renglon de
la matriz (4 filos)
        ang_atraso(xx,yy)=(tan(helice_radi(xx,yy))*ap)/(2*pi*d)*360;    %
calcula el angulo de atraso
    end
end
end

```

Referencias

- [1] G. Quintana, J. Ciurana. 2011. Chatter in machining processes: A review. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*.
- [2] Chong Peng Lun Wang T. Warren Liao. A new method for the prediction of chatter stability lobes based on dynamic cutting force simulation model and support vector machine. *Journal of Sound and Vibration*. 2015.
- [3] Doi, Kato, Chatter vibration of lathe tools, *transactions of the ASME*.2010.
- [4] ElsevierB. [Database on the Internet. Available at: /<http://0-www.sciencedirect.com>.
- [5] ElsevierB.V. Scopuss [Database on the Internet]. Available at: /<http://0-www.scopus.comS>
- [6] Alptunc Comak, Erhan Budak. Modeling dynamics and stability of variable pitch and helix milling tools for development of a design method to maximize chatter stability. *Precision Engineering*. 2016.
- [7] Tobias, *Machine-tool vibration*, J. Wiley, 1965
- [8] F. Koenigsberger, J. Tlustý, *Machine tool structures*, Pergamon Press, 1970.
- [9] G. Stépán, *Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions*, Longman Scientific & Technical, 1989.
- [10] T. Insperger, G. Stépán, *Semi-Discretization for Time-Delay Systems: Stability and Engineering Applications*, Springer, 2011.
- [11] S. Smith, J. Tlustý, *Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling*, *Annals of the CIRP*, 42 (1993) 463-466.
- [12] M. Weck, Y. Altintas, C. Beer, *CAD Assisted Chatter Free NC Tool Path Generation in Milling*, *International Journal of Machine Tool Design and Research*, 34/6 (1994) 879-891

- [13] H. Li, X. Li, *Modelling and Simulation of Chatter in Milling Using a Predictive Force Model*, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 40 (2000) 2047-2071
- [14] S.K. Kim, S.Y. Lee, *Chatter Prediction of End Milling in a Vertical Machining Centre*, *Journal of Sound and Vibration*, 241/4 (2000) 567-586
- [15] M.L. Campomanes, Y. Altintas, *An Improved Time Domain Simulation for Dynamic Milling at Small Radial Immersions*, *Trans. ASME, Manufacturing and Engineering and Science*, 125 (2003) 29-38.
- [16] Y. Altintas, E. Budak, *Analytical prediction of stability lobes in milling*, *CIRP Annals – Manufacturing Technology* 44(1) (1995) 357–362.
- [17] Y. Altintas S. D. Merdol. 2004. *Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling*. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*.
- [18] E. Bueler, E. Butcher, *Stability of Periodic Linear Delay-Differential Equations and the Chebyshev Approximation of Fundamental Solutions*, *UAF Dept. of Mathematical Sciences Technical Report 2002-2003*
- [19] E. Bueler, *Chebyshev Collocation for Linear, Periodic, Ordinary and Delay Differential Equations: a Posteriori Estimates*, (2004), *Cornell University Library*, <http://arxiv.org/math.NA/0409464>
- [20] T. Insperger, G. Stépán, *Updated Semi-Discretization Method for Periodic Delay-Differential Equations with Discrete Delay*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61 (2004) 117-141
- [21] E.A. Butcher, P. Nindujarla, E. Bueler, *Stability of up- and down-milling using Chebyshev collocation method*, *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Vol 6, Pts A-C, (2005) 841-850.
- [22] N.D. Sims B. Mann S. Huyanan. *Analytical prediction of chatter stability for variable pitch and variable helix milling tools*. *Journal of sound and vibration*. 2008.
- [23] Ye Ding, LiMinZhu , Xiao JianZhang , HanDing. *A full-discretization method for prediction of milling stability*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2010
- [24] Ye Ding a, LiMinZhu a, XiaoJianZhang b, HanDing. *Second-order full-discretization method for milling stability prediction*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2010.
- [25] E. Kuljanic, M. Sortino, G. Totis. 2007. *Quick Chatter Prediction Method - QCPM, an Innovative Algorithm for Chatter Prediction in Milling*, *8th AITeM Conference*.
- [26] M. Zatarain, J Muñoa, G. Peigne, T. Insperger. 2006. *Analysis of the influence of mill helix angle on chatter stability*. *Annals of the CIRP*.
- [27] Y. Altıntaş, S. Engin and E. Budak. 1999. *Analytical Stability Prediction and Design of Variable Pitch Cutters*. *J. Manuf. Sci. Eng* 121(2), 173-178 (May 01, 1999).
- [28] F.I. Compean, D. Olvera, F.J. Campa , L.N. Lopez deLacalle, A. Elias-Zuñiga, C.A. Rodriguez. *Characterization and stability analysis of a multivariable milling tool by the enhanced multistage homotopy perturbation method*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2012.
- [29] Jinbo Niu, Ye Ding, LiMin, Han Ding. *Mechanics and multi-regenerative stability of variable pitch and variable helix milling tools considering runout*. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2017
- [30] H.E. Merritt, *Theory of self-excited machine tool chatter*, *Journal of Engineering for Industry* 87 (1965) pp. 447-454.
- [31] *Manufacturing Laboratories I. Harmonizer*. Available at: [/http://www.mfg-labs.com/S](http://www.mfg-labs.com/S).

- [32] F. Ismail, R. Ziaei, *Chatter suppression in five-axis machining of flexible parts*, *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 42 (1) (2002/1) 115–122.
- [33] OKUMA. *Machining Navi, Mac Navi*. Available at: [/http://www.okuma.co.jp/english/onlyone/process/index.html](http://www.okuma.co.jp/english/onlyone/process/index.html).
- [34] Budak E., Altintas Y. and Armarego E.J.A., *Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data*, *Trans. ASME J. Manuf. Sci. Eng.*, 118 (2) (1996), pp. 216–224
- [35] Kanlı muammer. *Modeling of cutting forces in micro milling including run-out*. Bilkent university.2014.
- [36] Altintas Yusuf. *Manufacturing Automation Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations*. Cambridge University Press.2012.
- [37] S. Engin I, Y. Altintas. *Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: helical end mills*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 41 (2001) 2195–2212
- [38] F.J. Campa, *A method to predict and avoid instabilities on the thin floors milling process*, in: *Mechanical Engineering*, University of the Basque Country, 2009.
- [39] Daniel Olvera, Gorka Urbikain, Alex Elías-Zuñiga. Luis Norberto López de Lacalle. *Improving Stability Prediction in Peripheral Milling of Al7075T6*. *Applied science*. 2018.
- [40] Urbikain Gorka. *Tesis Doctoral, predicción de estabilidad en procesos de torneado por el método de colocación por polinomios de chebyshev*. Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea.
- [41] F.W Taylor, *On the art of cutting metals*, *Transactions of ASME* 28 (1907) pp. 231-248.
- [42] J. Munoa , X. Beudaert, Z. Dombovari, Y. Altintas, E. Budak, C. Brecher, G. Stepan. *Chatter suppression techniques in metal cutting*. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*.2016.
- [43] Orosz G, Stepan G (2006) *Subcritical Hopf bifurcations in a car-following model with reaction-time delay*. *P Roy Soc A–Math Phy* 462:2643–2670.
- [44] Hu H, Wang Z (2002) *Dynamics of controlled mechanical systems with delayed feedback*. Springer, Berlin
- [45] D. Olvera.A. Elías-Zuñiga,L. N. López de Lacalle,C. A. Rodríguez. *Approximate Solutions of Delay Differential Equations with Constant and Variable Coefficients by the Enhanced Multistage Homotopy Perturbation Method*.2013. Hindawi Publishing Corporation
- [46] J.-H. He, “Homotopy perturbation technique,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 178, no. 3-4, pp.257–262, 1999.
- [47] Michael T. Heath. *Scientific computing an introductory survey*. McGraw-Hill second edition 1997.
- [48] Tamas Insperger, Gabor Stepan, Janos Turi. *On the higher-order semi-discretizations for periodic delayed systems*. *Journal of Sound and Vibration* 313 (2008) 334–341
- [49] Olof Runborg. *Orden of Accuracy*. KTH engineering sciences.2013.

- [50] C.A.H. Paul. *The Treatment of Derivative Discontinuities in Differential Equations*. Manchester Centre for Computational Mathematics Numerical Analysis Reports. The University of Manchester.1999
- [51] Christopher T.H. Baker. *Discontinuous solutions of neutral delay differential equations*. Applied Numerical Mathematics.2006
- [52] V.J. Rayward-Smith, I.H. Osman, C.R. Reeves, and G.D. Smith. *Modern Heuristic Search Methods*. John Wiley & Sons, Chichester, 1996.
- [53] C. Blum and A. Roli. *Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison*. ACM Computing Surveys, 35(3):268{308, 2003.
- [54] M. Dorigo. *Optimization, Learning and Natural Algorithms*. PhD thesis, DEI, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [55] T. BAack. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford University Press, New York, 1996.
- [56] T. StÄutzle. *Iterated local search for the quadratic assignment problem*. Technical Report aida-99-03, FG Intellektik, TU Darmstadt, 1999.
- [57] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. *Optimization by simulated annealing*. Science, 4598(220):671{680, May 1983.
- [58] F. Glover. *Future paths for integer programming and links to artificial intelligence*. Computers & Operations Research, 13:533{549, 1986
- [59] S. Engin, Y. Altintas, *Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part 11: Inserted cutters*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 41 (2001) 2213-2231
- [60] B. R. Patel, B. P. Mann, K. A. Young, *Uncharted islands of chatter instability in milling*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 48 (2008) 124-134
- [61] S. Turner, D. Merdol, Y. Altintas, K. Ridgway, *Modelling of the stability of variable helix end mills*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 47 (2007)1410-1416
- [62] E. Budak, *An analytical design method for milling cutters with non-constant pitch to increase stability, Part 1: Theory*, Journal of Manufacturing Science and Engineering ASME 125(2003)29-34.
- [63] *End Mill selection guide. Selecting suitable characteristics of your cutting tool*. http://www.conicalendmills.com/wp-content/uploads/2014/10/Endmill_Selection_Guide.pdf
- [64] Dombovar iZ, Stepa nG. *The effect of helix angle variation on milling stability*. J Manuf Sci Technol 2012;134:0515.
- [65] Suzuki N, Kojima T, Hino R, Shamoto E. *A novel design method of irregular pitch cutters to attain simultaneous suppression of multi-Mode regenerations*. Procedia CIRP 2012;4.
- [66] D.Olvera,A. Elías-Zuñiga, L.N.López de Lacalle, C.A. Rodriguez, *Solution of delay differential equations by the enhanced multistage homotopy perturbation method*, in: *Proceedings of the Thirteenth Conference on Nonlinear Vibrations, Dynamics, and Multibody Systems*, Blacksburg, VA,USA, May 23–27, 2010.
- [67] D. Olvera, A . Elías -Zuñiga, L.N. López de Lacalle, C.A. Rodriguez, *Stability lobes in end-milling operations by the enhanced multistage homotopy perturbation method*, in: *Proceedings of the Thirteenth Conference on Nonlinear Vibrations, Dynamics, and Multibody Systems*, Blacksburg, VA, USA, May 23–27, 2010.

- [68] Z. Khan. *Machining condition optimization by genetic algorithms and simulated annealing*. Pergamon.1996
- [69]Olvera Trejo Daniel. *Método mejorado de perturbación de homotopía por subintervalos y su aplicación para la predicción de estabilidad en el proceso de fresado*.Tesis Doctoral.2012.
- [70] Rob A. Rutenbar. *Simulated Annealing Algorithms: An Overview*. *IEEE circuits and devices magazine*.
- [71] B.P. Mann.T. Insperger. P.V. Bayly. G. Stepan. *Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental verification*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 43 (2003) 35–40
- [72] L.F. Shampine and S. Thompson. *Numerical Solution of Delay Diferential Equations*. Mathematics Department, Southern Methodist University, Dallas, TX 75275.
- [73] Randall J. LeVeque. *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*. University of Washington Seattle, Washington.2007.