



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.**

Proyecto de ingeniería
Sistema de Levitación Electromagnético



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.**

BIBLIOTECA
Campus Ciudad de México

Integrantes

Miriam Arroyo Araujo 719948
Octavio Morones 993398
Sergio Contla 993808
Gustavo A. Solorio 993450

Asesor
Dr. Ricardo del Corazón de Jesús Fernández del Busto y Ezeta
Profesor
Dr. Jorge Eduardo Brieva
Sinodales
Dr. Ricardo Ganem Corvera
Dr. Marco Antonio Paz Ramos

20

b 11567168

7.

Tesis
TF 1600
S 58

[Faint, illegible text]

Índice

	Pag.
1. Introducción	4
1.1 Problemática	4
1.2 Objetivo	4
1.3 Estado del arte	4
1.4 Organización del trabajo	6
2. Comportamiento electromagnético	7
2.1 Ley de Biot-Savart	7
2.1.1 Campo magnético alrededor de un alambre.	8
2.1.2 Campo magnético sobre el eje de una espira	10
2.2 Ley de Ampère	11
2.2.1 Campo magnético en un solenoide.	12
2.2.2 Campo magnético en un solenoide a lo largo de su eje.	14
2.3 Flujo Magnético	16
2.3.1 Ley de Gauss en el magnetismo	17
2.3.2 Inductancia de un solenoide	17
3. Análisis y diseño del sistema de levitación.	18
3.1 Diseño del electroimán en el sistema de levitación.	18
3.1.1 Relaciones matemáticas del electroimán.	19
3.1.2 Cálculos de los parámetros del electroimán.	24
3.1.3 Desventajas del sistema optimizado.	25
3.1.4 Pruebas en el electroimán.	26
3.1.5 Planta con la entrada de corriente.	30
3.1.5.1 Compensación del sistema.	31
3.1.5.2 Simulaciones.	34
3.1.6 Planta con la entrada de voltaje.	35
3.1.6.1 Compensación del sistema.	37
3.1.6.2 Simulaciones.	38
3.2 Análisis de las chumaceras electromagnéticas.	40
4. Implementación del sistema de levitación.	47
4.1 Sensores	47
4.1.1 Sensores Ópticos	47
4.1.2 Desventajas de los sensores ópticos	48
4.1.3 Sensores de Campo (Efecto Hall)	48
4.1.4 Desventajas de sensores de campo	49
4.2 Etapa de potencia	49
4.3 Implementación analógica del control	51

4.4 Implementación digital del control	52
4.4.1 Características del eZdsp™ LF2407	52
4.4.2 Pruebas experimentales del DSP	55
4.4.3 Uso del DSP en el levitador	57
5. Resultados obtenidos en el sistema de levitación	62
5.1 Modelo matemático	62
5.2 Sensor del sistema	62
5.3 Implementación del control	63
5.4 Experimentos y mediciones	63
6. Conclusiones y trabajo futuro	66
7. Referencias	68
Apéndice I. Método de Smith (Identificación experimental de la función de transferencia).	70
Apéndice II. Chumaceras.	71
Apéndice III. Especificaciones del sensor de campo	74
Apéndice IV. Digital Signal Processing (DSP)	75

1. Introducción

A continuación se presenta la problemática que deseamos resolver en este proyecto, además se explican los objetivos del trabajo y se da una breve reseña de los trabajos que se han realizado sobre levitación y chumaceras electromagnéticas.

1.1 Problemática

Todos los sistemas mecánicos sufren pérdidas de energía, la más común es la fricción. Esta se genera por el rozamiento entre las partes del sistema y además crea a la larga un desgaste en el mismo. Este desgaste no sólo se ve reflejado en un continuo mantenimiento, también afecta el desempeño del sistema. Por estas razones, bajar el nivel de fricción entre partes móviles de los sistemas mecánicos es necesario para optimizar su desempeño. La alternativa que se planteada en este trabajo es estudiar la aplicación de la levitación magnética mediante la construcción de un levitador electromagnético y el análisis de una chumacera magnética.

1.2 Objetivo

El objetivo de nuestro proyecto es analizar, diseñar e implementar un sistema de levitación magnética con fines educativos e ilustrativos. También se estudian la aplicación de la levitación magnética en las chumaceras.

1.3 Estado del arte

La industria requiere procesos más eficientes, confiables y rápidos; tal es el caso de las chumaceras, en las cuales se han implementado electroimanes que aumentan su eficiencia. También se han desarrollado materiales magnéticos de muy alta permeabilidad basados en óxidos de tierras raras, que se aplican en chumaceras electromagnéticas o generadores de alto campo magnético. ^[1] La SKF (Svenska Kullagerfabriken)^[2], proveedor mundial en el área de los rodamientos, ha lanzado al mercado una línea de chumaceras basadas en el electromagnetismo, figura 1.1.



Figura 1.1 Chumacera magnética radial SKF ^[2]

Según la SKF las chumaceras magnéticas ofrecen las siguientes ventajas:

- Libres de lubricación
- Libres de contaminación
- Baja vibración
- Alta velocidad en la superficie
- Confiabilidad
- Bajo consumo de energía
- Sistema de monitoreo
- Disminución de la fricción

El sistema magnético de chumacera SKF cuenta con tres partes esenciales:

- Actuadores
- Sensores
- Control y algoritmo

Las aplicaciones en la industria de estas chumaceras son diversas, hasta ahora la SKF presenta sistemas que las implementan en turbo compresores, generadores de alta velocidad, equipos de alto aspirado (turbo bombas moleculares)¹, motores que operan en ambientes corrosivos, fresadoras y turbo maquinaria. La figura 1.2 muestra la implementación de estas chumaceras en una fresadora de alta velocidad.

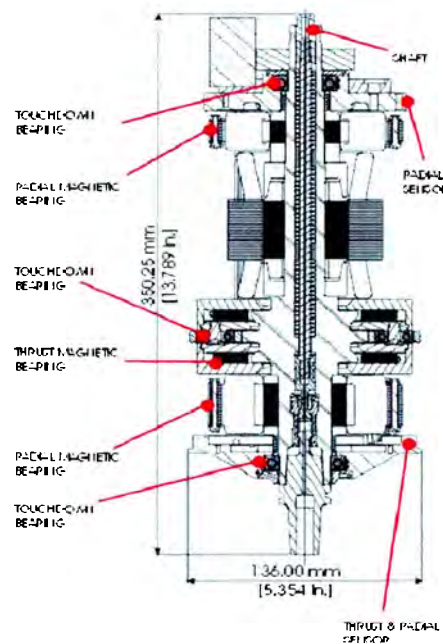


Figura 1.2 Diseño de una fresadora de alta velocidad. ^[2]

¹ Las turbo bombas moleculares se utilizan en la industria de los semiconductores. Altos niveles de aspirado son requeridos en los procesos de implementación de iones, microlitografías, recubrimiento y recubrimiento de los materiales. En la instrumentación analítica, estas bombas son usadas en analizadores de gases, electromicroscopías y aceleradores de protones.

Actualmente, en México se han realizado investigaciones sobre estos dispositivos. El doctor Amado Sotelo Piedrota presentó una maestría en el CENIDET (Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico) sobre el diseño, construcción y puesta en operación de una chumacera magnética.^[3] Investigaciones de este tipo se han aplicado dentro de la industria mexicana, como en PEMEX. Especialistas de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME), unidad Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional, desarrollaron un prototipo tecnológico en rotodinámica basado en chumaceras electromagnéticas.^[4]

El diseño de una chumacera magnética se basan en el comportamiento electromagnético de un solenoide, esta teoría también se aplica al levitador que se construyó durante este proyecto. La levitación magnética de una esfera proporciona una demostración visual de los principios de la ingeniería de control en un sistema inestable. Varios autores han descrito diversas maneras de abordar el problema; uno de los pioneros en la levitación es T. H. Wong^[5] que implementa un control analógico a través de una compensación de adelanto. Otro diseño es el William G. Hurley y Werner H. Wölfle^[6], quienes proponen la optimización del sistema de levitación con una estructura que concentra la magnetización del dispositivo, analizando un control analógico proporcional derivativo que emplea la estrategia de compensación. Los mismos autores diseñan la operación de un convertidor con modulación de pulso (PWM)^[7] en el sistema de suspensión magnética. También existen implementaciones digitales del control, como las de Vilma A. Olivera, Eduardo F. Costa y Jerson B. Vargas^[8], que realizaron un control cuadrado optimo usando un procesador de señales digitales (DSP).

1.4 Organización del trabajo

El presente trabajo es un reporte sobre los sistemas de levitación electromagnética. En el capítulo 2 se abordan los fundamentos relacionados con el fenómeno electromagnético que permite la levitación de objetos metálicos. Más adelante, en el capítulo 3, se presenta el diseño del electroimán que se construyó y un análisis sobre una de las aplicaciones más interesantes usadas en la industria, las chumaceras electromagnéticas. El capítulo 4 contiene la implementación del sistema; en este apartado se muestra el sensado del sistema, la etapa de potencia, y una comparación entre la implementación analógica y digital. En el capítulo 5, se exponen los resultados obtenidos con el sistema de levitación diseñado. Finalmente, el capítulo 6 muestra las conclusiones a las que se llegó con este proyecto.

2. Comportamiento electromagnético

En este capítulo se presentan los principios electromagnéticos que fundamentan el análisis y diseño de un sistema de levitación magnético. Estos fundamentos son la ley de Biot-Savat, Ampere y Gauss, que determinan el campo producido por una corriente en un solenoide. Esta investigación se basó en los libros de Raymond A. Serway^[9] y de John D. Kraus^[10].

2.1 La ley de Biot-Savart

A partir de los resultados experimentales de Biot y Savart se logró llegar a una expresión matemática que proporciona el campo magnético en algún punto del espacio en términos de la corriente que produce el campo. Dicha expresión está basada en las siguientes observaciones experimentales para el campo magnético $d\mathbf{B}$ en un punto P asociado con el elemento de longitud $d\mathbf{s}$ de un alambre que produce una corriente estable I (Ver figura 2.1)²:

- 1) El vector $d\mathbf{B}$ es perpendicular tanto a $d\mathbf{s}$ (que apunta en la dirección de la corriente) como al vector unitario \hat{r} dirigido de $d\mathbf{s}$ a P.
- 2) La magnitud de $d\mathbf{B}$ es inversamente proporcional a r^2 , donde r es la distancia desde $d\mathbf{s}$ hasta P.
- 3) La magnitud de $d\mathbf{B}$ es proporcional a la corriente y a la magnitud ds del elemento de longitud ds .
- 4) La magnitud de $d\mathbf{B}$ es proporcional a $\sin \theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores $d\mathbf{s}$ y \hat{r} .

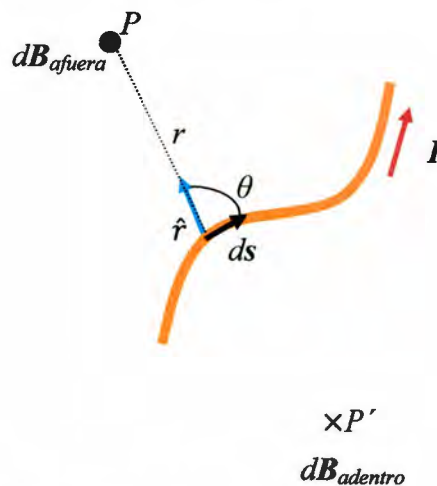


Figura 2.1 El campo magnético $d\mathbf{B}$ en un punto P debido a un elemento de corriente ds está dado por la ley de Biot-Savart. El campo apunta hacia fuera de la página en P y hacia dentro de la misma en P' ^[9]

² En esta sección los vectores están indicados con negritas, por ejemplo en este caso \mathbf{B} y \mathbf{s} son vectores.

Las observaciones antes descritas se resumen en la fórmula matemática (2.1). En donde μ_0 es una constante conocida como permeabilidad del espacio libre y su valor es de $4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A.

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds \times \hat{r}}{r^2} \quad (2.1)$$

En la ecuación (2.1) el campo $d\mathbf{B}$ es creado por la corriente para un pequeño elemento de longitud ds , si se desea conocer el campo magnético total \mathbf{B} creado en algún punto por una corriente de tamaño finito, se debe evaluar \mathbf{B} integrando la ecuación (2.1).

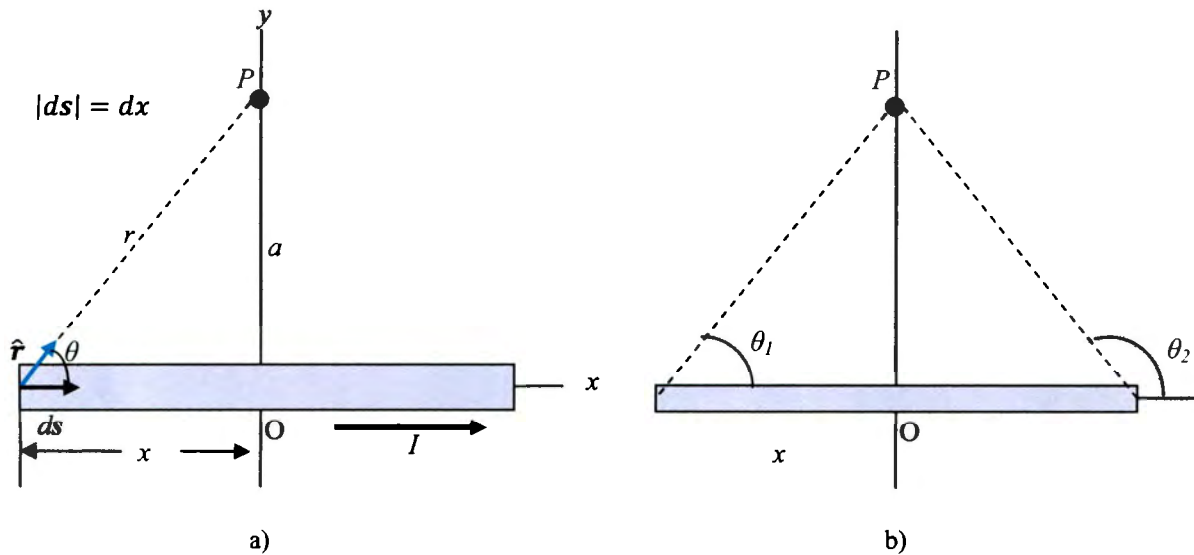


Figura 2.2 a) Un segmento de alambre recto que conduce una corriente I . El campo magnético en P debido a cada elemento ds apunta hacia fuera del papel, por lo que el campo neto se dirige también hacia fuera del papel b) Los ángulos límite θ_1 y θ_2 ^[9]

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \times \hat{r}}{r^2} \quad (2.2)$$

2.1.1 Campo magnético alrededor de un alambre.

Considerando un alambre recto y delgado que conduce una corriente constante I y que se coloca a lo largo del eje x , como se muestra en la figura 2.2. A partir de la ley de Biot-Savart (2.1), se espera que la magnitud del campo sea proporcional a la corriente en el alambre y disminuya conforme aumenta la distancia a desde el alambre al punto P . Considerando un elemento de longitud ds que está a una distancia r del punto P , la dirección del campo magnético en el punto P debido a la corriente en este elemento apunta hacia fuera de la página, pues $d\mathbf{S} \times \hat{r}$ se orienta hacia esta dirección. La dirección del campo se puede saber fácilmente, usando la regla de mano derecha (ver figura 2.3).

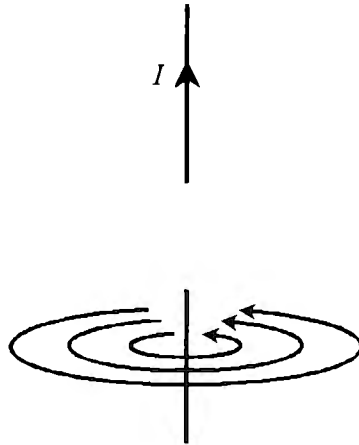


Figura 2.3 Regla de la mano derecha que relaciona la dirección del campo magnético B (dedos) y la dirección de la corriente I (dedo pulgar). ⁽¹¹⁾

De hecho, dado que todos los elementos de corriente $I \, d\mathbf{s}$ están en el plano de la página, todos ellos producen un campo magnético dirigido hacia afuera de la página en el punto P , y sólo se requiere calcular la magnitud. Tomando el origen en O y dejando que P esté a lo largo del eje y positivo, con \mathbf{k} como el vector unitario que apunta hacia afuera de la página, se ve que:

$$d\mathbf{s} \times \hat{r} = \mathbf{k} |d\mathbf{s} \times \hat{r}| = \mathbf{k} (ds \, \text{sen} \, \theta) \quad (2.3)$$

Puesto que \hat{r} es un vector unitario, la unidad del producto cruz es simplemente $d\mathbf{s}$, que es longitud. Utilizando la ecuación (2.1) tenemos que:

$$d\mathbf{B} = (dB)\mathbf{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds \, \text{sen} \, \theta}{r^2} \mathbf{k} \quad (2.4)$$

Ahora, para integrar la magnitud de la ecuación (2.4) se deben relacionar las variables θ , x , y r . Una aproximación es expresar x y y en términos de θ . A partir de la geometría de la figura 2.2a se observa que:

$$r = \frac{a}{\text{sen} \, \theta} = a \, \text{csc} \, \theta \quad (2.5)$$

Puesto que la $\tan \, \theta = \frac{a}{-x}$ según el triángulo rectángulo de la figura 2.2a, en donde el signo negativo es necesario porque $d\mathbf{s}$ se localiza en un valor negativo de x . La ecuación (2.6) se obtiene por la relación antes descrita ente θ , a y x ; al derivar (2.6) se obtiene:

$$x = -a \cot \theta \quad (2.6)$$

$$dx = a \, \text{csc}^2 \, \theta \, d\theta \quad (2.7)$$

Se sustituye (2.5) y (2.7) en (2.4) y se obtiene lo siguiente:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \csc^2 \theta \sin \theta}{a^2 \csc^2 \theta} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \theta d\theta \quad (2.8)$$

Finalmente se puede obtener el valor de B en el punto P integrando la ecuación (2.8).

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (2.9)$$

Los ángulos θ_1 y θ_2 se ven definidos en la figura 2.2b. Considerando el caso especial de un alambre infinito los valores de $\theta_1=0$ y $\theta_2=180^\circ$ por lo que $\cos \theta_1 - \cos \theta_2 = \cos 0 - \cos 180 = 2$. Así que para un alambre infinito el campo B sería:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (2.10)$$

2.1.2 Campo magnético sobre el eje de una espira.

Si se considera una espira circular de alambre de radio R localizada en el plano yz que conduce una corriente estable I , como se ve en la figura 2.4. El elemento de longitud ds es perpendicular al vector \hat{r} en la ubicación del elemento. Por lo tanto, cualquier elemento $ds \times \hat{r} = (ds)(1)\sin 90^\circ = ds$. Todos los elementos de longitud alrededor del lazo están a la misma distancia r desde P, donde $r^2 = x^2 + R^2$. Por tanto, la magnitud de dB debido a la corriente en cualquier elemento de longitud ds es:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|ds \times \hat{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{x^2 + R^2} \quad (2.11)$$

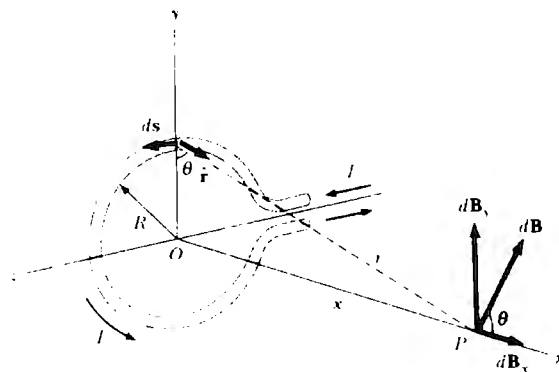


Figura 2.4 La geometría para calcular el campo magnético en un punto axial P para un lazo de corriente. Por simetría el campo total B está a lo largo del eje x^[9].

La dirección de $d\mathbf{B}$ es perpendicular al plano formado por \hat{r} y $d\mathbf{s}$. El vector $d\mathbf{B}$ puede descomponerse en una componente $d\mathbf{B}_x$, a lo largo del *eje* x , y una componente $d\mathbf{B}_y$, perpendicular al *eje* x . Cuando las componentes $d\mathbf{B}_y$ se suman sobre todos los elementos alrededor de la espira, la componente resultante es cero. Por las razones anteriores, el campo resultante de P debe estar a lo largo del *eje* x y puede encontrarse integrando las componentes $d\mathbf{B}_x = dB \cos \theta$. Esto es, $\mathbf{B} = B_x \mathbf{i}$, donde:

$$B_x = \oint dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \cos \theta}{x^2 + R^2} \quad (2.12)$$

La integral debe tomarse sobre toda la espira, como θ , x y R son constantes para todos los elementos de la espira, y puesto que $\cos \theta = R/(x^2 + R^2)^{1/2}$, se obtiene:

$$B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(x^2 + R^2)^{3/2}} \oint ds = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2.13)$$

Donde la integral $\oint ds = 2\pi R$ (la circunferencia de la espira). Para encontrar el campo magnético en el centro de la espira, se toma a $x = 0$ en la ecuación (2.13) y se obtiene que:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{En } x = 0, \quad (2.14)$$

El comportamiento del campo magnético lejos de la espira, ($x \gg R$) se obtiene:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} \quad \text{Para } x \gg R \quad (2.15)$$

2.2 Ley de Ampère

Evaluando el producto $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ y sumando los productos sobre la trayectoria circular cerrada en el alambre, a lo largo de esta trayectoria, los vectores $d\mathbf{s}$ y \mathbf{B} son paralelos en cada punto, figura 2.5b. De esta forma sabemos que el producto de los vectores $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \cdot ds$. Además se sabe que \mathbf{B} es de magnitud constante sobre este círculo y está dada por la ecuación (2.10); por lo tanto, la suma de los productos $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ sobre la trayectoria cerrada, la cual es equivalente a la integral de línea de $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ es:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I \quad (2.16)$$

Donde $\oint ds = 2\pi r$ es la circunferencia del círculo.

Tomando en cuenta la relación (2.16) se determina la ley de Ampere, la integral de línea de $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente estable total que pasa a través de cualquier superficie delimitada por la trayectoria cerrada.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \quad (2.17)$$

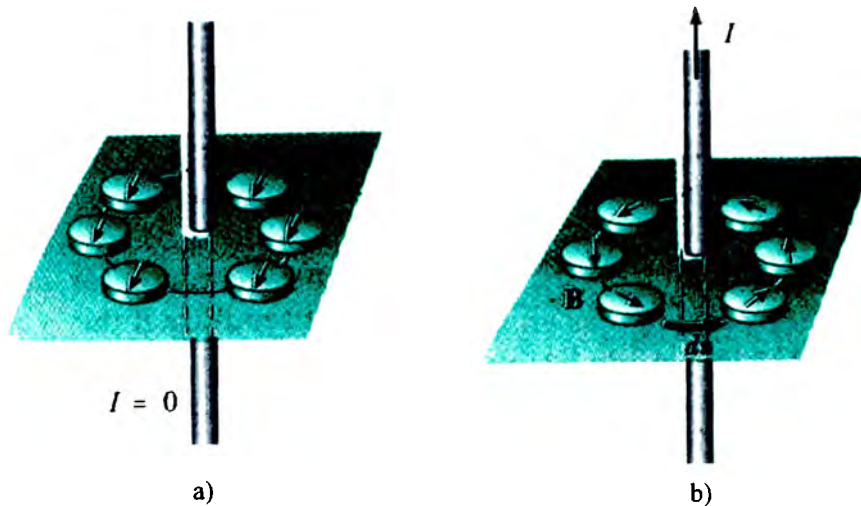


Figura 2.5 a) Cuando no hay corriente en el alambre vertical, todas las agujas de las brújulas apuntan en la misma dirección. b) Cuando el alambre conduce una corriente intensa las agujas se desvían en una dirección tangente al círculo, el cual está en la dirección de \mathbf{B} debido a la corriente. ^[9]

2.2.1 Campo magnético en un solenoide.

La configuración de un solenoide hace posible producir un campo magnético, razonablemente uniforme en el espacio rodeado por las vueltas de alambre. Cuando las vueltas están muy cercas entre sí, cada una puede considerarse como una vuelta circular, y el campo magnético neto es el vector resultante de la suma de los campos debido a todas las vueltas. La figura 2.6a muestra las líneas de campo magnético de un solenoide.

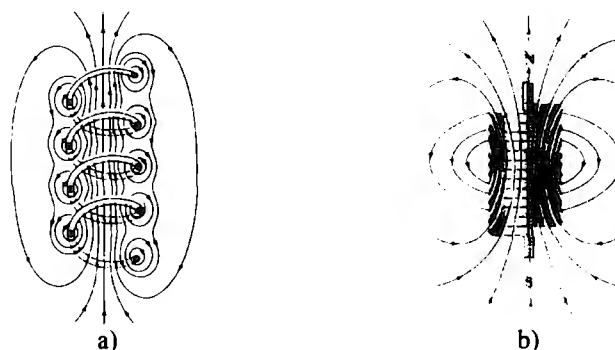


Figura 2.6 a) Las líneas de campo magnético para un solenoide. b) Líneas de campo magnético para un solenoide de longitud finita enrollado con vueltas muy próximas que conduce una corriente estable. El campo en el espacio encerrado por el solenoide es casi uniforme e intenso. ^[9]

Las líneas que se encuentran en el espacio rodeado por el bobinado son casi paralelas y están distribuidas de modo uniforme, lo que indica que el campo en este espacio es uniforme. Las líneas de campo entre las vueltas tienden a cancelarse unas con otras. Si las vueltas están muy próximas entre sí y el solenoide es de longitud finita, las líneas de campo son como se indica en la figura.2.6b. En este caso, las líneas de campo divergen de un extremo y convergen en el extremo opuesto. Una inspección de esta distribución de campo muestra una similitud con el campo de un imán de barra. Por lo tanto, un extremo del solenoide se comporta con el polo norte de un imán mientras que el extremo opuesto lo hace como el polo sur. A medida que crece la longitud del solenoide, el campo en el espacio encerrado por las bobinas vuelve más y más uniforme. El caso de un solenoide ideal se aproxima cuando el espacio entre las vueltas es muy pequeño y la longitud es grande en comparación con el radio. Una sección transversal del solenoide ideal se muestra en la figura 2.7.

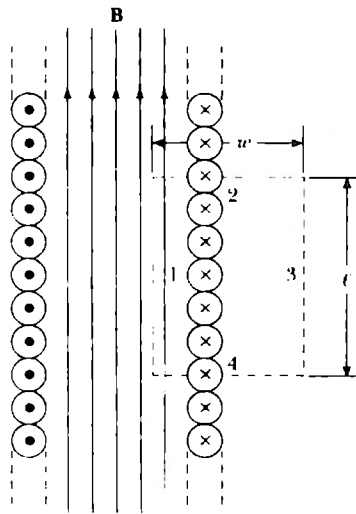


Figura 2.7 Una vista de sección transversal de un solenoide enrollado con vueltas más próximas. ^[9]

Considerando un área rectangular de longitud ℓ y ancho w , como se muestra en la figura 2.7. Podemos aplicar la ley de Ampère a esta trayectoria al evaluar la integral de $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ sobre cada lado del rectángulo, observando que la integral sobre la trayectoria rectangular cerrada es:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \int ds = B\ell \quad (2.18)$$

Si N es el número de vueltas en la longitud, entonces la corriente total que circula por un rectángulo es igual a NI , por lo tanto la ley de Ampère aplicada a esta trayectoria produce:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell = \mu_0 NI \quad (2.19)$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI \quad (2.20)$$

En donde $N/\ell=n$ es el número de vueltas por unidad de longitud.

2.2.2 Campo magnético en un solenoide a lo largo de su eje.

El campo de cada espira en un solenoide de longitud ℓ y radio R que contienen N vueltas muy próximas entre sí y que conduce una corriente estable I , como el que se muestra en la figura 2.8, esta dado por la ecuación (2.13). Por lo tanto, el campo neto en el solenoide es la superposición de los campo de todas las espiras.

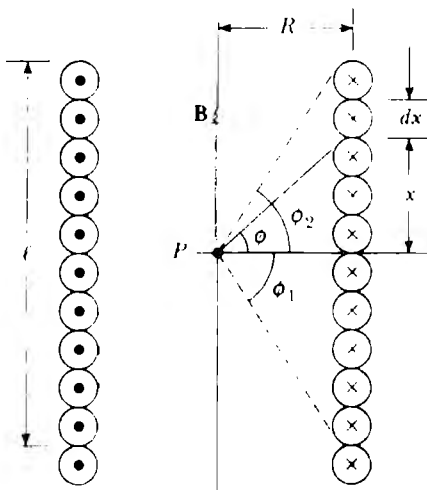


Figura 2.8 La geometría para calcular el campo magnético en un punto axial P. ^[9]

El número de vueltas en una longitud dx del solenoide es $(N/\ell) dx$; por lo tanto la corriente total en un ancho dx está dada por $I (N/\ell) dx$. Al usar la ecuación (2.13) encontramos que el campo en P debido a la sección dx es:

$$dB = \frac{\mu_0 R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} I \left(\frac{N}{\ell} \right) dx \quad (2.21)$$

La expresión (2.21) puede expresarse en términos del ángulo ϕ ; $x = R \tan \phi$, por lo que $dx = R \sec^2 \phi d\phi$. Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (2.21) e integrando desde ϕ_1 a ϕ_2 obtenemos:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\ell} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos \phi d\phi = \frac{\mu_0 NI}{2\ell} (\sin \phi_2 - \sin \phi_1) \quad (2.22)$$

Si P es el punto medio del solenoide y suponemos que el solenoide es largo comparado con R , entonces $\phi_2 \approx 90^\circ$ y $\phi_1 \approx -90^\circ$; por lo tanto:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\ell} (1 + 1) = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \mu_0 nI \quad (\text{en el centro}) \quad (2.23)$$

Resultado que concuerda con la ecuación (2.20). Si P es un punto en el extremo de un largo solenoide (digamos, el fin), entonces $\phi_1 = 0^\circ$ y $\phi_2 = -90^\circ$ y

$$B \approx \frac{\mu_0 NI}{2\ell} (1 + 0) = \frac{1}{2} \mu_0 nI \quad (\text{en los extremos}) \quad (2.24)$$

Las ecuaciones (2.23) y (2.24) muestran que el campo en el extremo de un largo solenoide se acerca a la mitad del valor en el centro del solenoide cuando la longitud ℓ tiende a infinito. Una gráfica del campo en puntos axiales contra x para un solenoide se muestra en la figura 2.9. Si la longitud ℓ es comparable a R , entonces el campo tiene un valor un poco menor que $\mu_0 nI$ en la mitad y es uniforme sólo sobre una pequeña región.

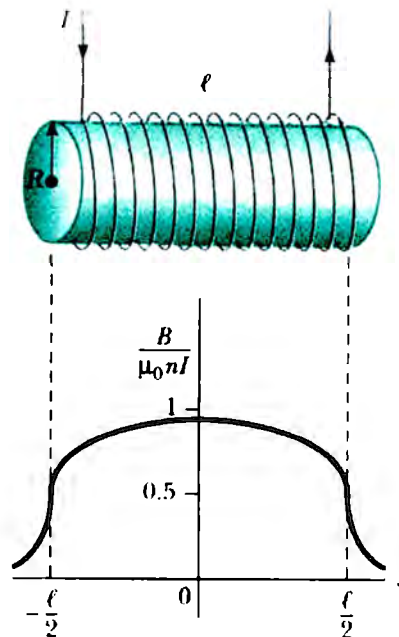


Figura 2.9 Dibujo del campo magnético a lo largo del eje. ^[9]

2.3 Flujo magnético

Considerando un elemento de área dA sobre una superficie de forma arbitraria, como se muestra en la figura 2.10a, si el campo magnético en este elemento es \mathbf{B} , entonces el flujo magnético a través del elemento es $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$, donde $d\mathbf{A}$ es un vector perpendicular a la superficie cuya magnitud es igual al área dA . Por tanto, el flujo magnético total Φ_B (unidades $T \cdot m^2$, se definen como weber Wb) que atraviesa la superficie es:

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.25)$$

Considerando el caso especial de un plano de área A y un campo uniforme \mathbf{B} que forma un ángulo θ con dA . El flujo magnético a través del plano en este caso es:

$$\Phi_B = BA \cos\theta \quad (2.26)$$

Si el campo magnético es paralelo al plano, como en la figura 2.10a, entonces $\theta=90^\circ$ y el flujo es cero. Si el campo es perpendicular al plano, como en la figura 2.10b, entonces $\theta=0^\circ$ y el flujo tiene un valor de BA (como valor máximo).

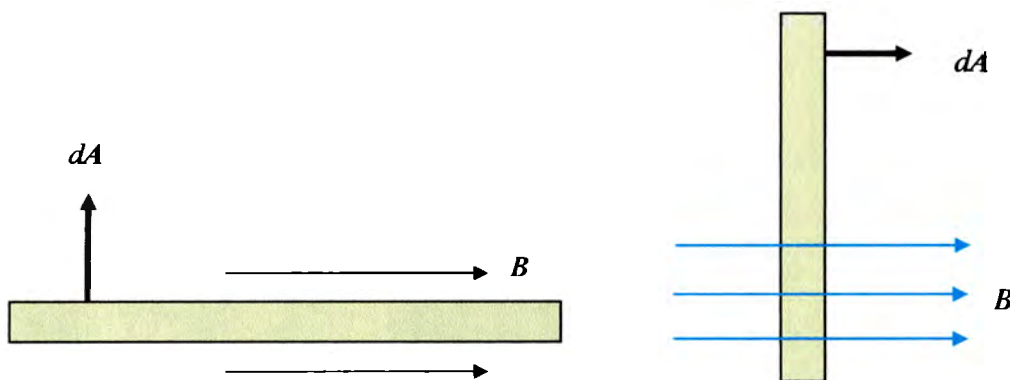


Figura 2.10 a) Flujo a través del plano es cero cuando el campo magnético es paralelo a la superficie del plano. b) El flujo a través del plano es máximo cuando el campo magnético es perpendicular al plano. ^[9]

2.3.1 Ley de Gauss en el magnetismo

Los campos magnéticos son continuos y forman círculos cerrados por lo que las líneas que entran en la superficie es igual al número que sale en una superficie, por lo que el flujo magnético es cero. La ley de Gauss establece que el flujo neto magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre cero:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.27)$$

2.3.2 Inductancia de un solenoide

La inductancia (constante de proporcionalidad) para una bobina de N vueltas que conduce una corriente I esta dada por la ecuación (2.27)

$$L = N \frac{\Phi_B}{I} \quad (2.28)$$

Un solenoide enrollado uniformemente que tiene N vueltas y longitud ℓ , suponiendo que ℓ es más grande que el radio y que el núcleo del solenoide es aire, cuenta con un campo magnético interior debido a la corriente (2.28) igual a:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \mu_0 nI \quad (2.29)$$

El flujo magnético a través del solenoide es:

$$\Phi_B = BA = \mu_0 \frac{NA}{\ell} I \quad (2.30)$$

Donde A es el área transversal del solenoide. Usando la ecuación (2.27) sabemos que la inductancia es:

$$L = N \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \quad (2.31)$$

3. Análisis y diseño del sistema de levitación

El comportamiento electrodinámico de cualquier sistema de levitación depende de la estructura del mismo, Jonh Hill en su artículo, Teaching Electrodynamical Levitation Theory muestra diversos comportamientos electrodinámicos aplicados en diferentes sistemas de levitación ^[12]; se observa que el campo, la fuerza de atracción y distancia entre los cuerpos metálicos, varían en función del diseño de levitación. En nuestro caso, la estructura del electroimán es sencilla y se basa en la teórica planteada en la sección anterior. A continuación presentamos los parámetros que se usaron en el diseño del electroimán y un análisis en una chumacera electromagnética.

3.1 Diseño del electroimán en el sistema de levitación

Durante nuestra investigación encontramos el diseño de Hurley y Wölfle^[6] que optimiza el comportamiento del campo en el electroimán en un levitador. En base a las ecuaciones de este diseño se determinaron los parámetros del electroimán, realizando algunas modificaciones, la figura 3.1 muestra la estructura del sistema optimizado. La posición de la esfera metálica es determinada por un sistema óptico con una señal de retroalimentación. Según los experimento de Hurley y Wölfle^[6] el comportamiento de la inductancia en un bobinado varía con la posición de la esfera (ver figura 3.2). Más adelante se presentan los experimentos realizados sobre el electroimán construido, que corroboran este comportamiento.

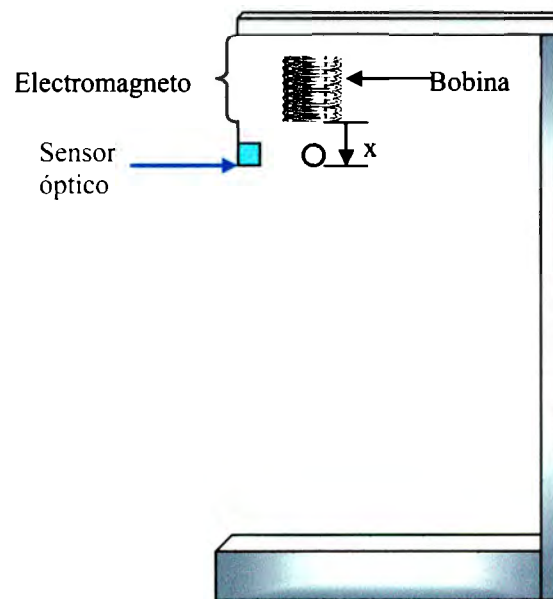


Figura 3.1 Estructura del electroimán

3.1.1 Relaciones matemáticas del electroimán.

En esta sección se mostrarán las relaciones matemáticas descritas por Hurley y Wölfle^[6], más adelante se usarán estas ecuaciones para determinar los parámetros del electroimán, se verán las desventajas de este diseño para el proyecto y se comparará este modelo con el propuesto por Wong^[5]. La relación matemática entre la inductancia y la distancia x se puede simplificar por medio de la ecuación (3.1) y la gráfica de la figura 3.2. L_1 es la inductancia cuando la esfera se retira ($x \rightarrow \infty$), L_0 es el incremental en la inductancia cuando la esfera está en contacto con la bobina ($x = 0$).

$$L(x) = L_1 + L_0 e^{-x/a} \quad (3.1)$$

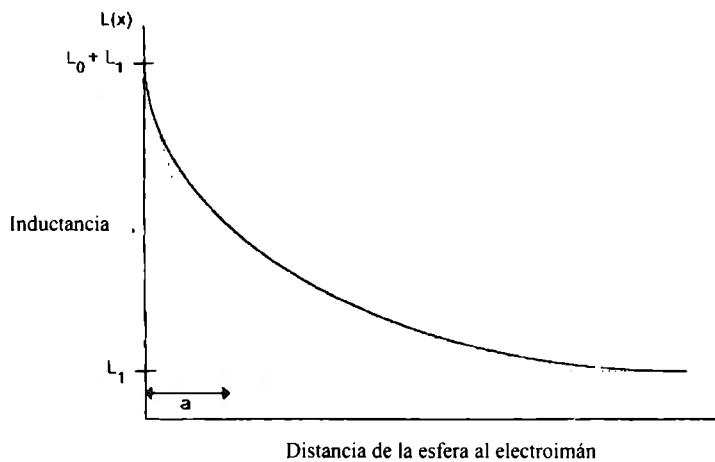


Figura 3.2 Comportamiento de la inductancia del sistema ^[6]

La ecuación de la energía magnética del sistema, está en función de la corriente en la bobina y la distancia x , como se muestra en la siguiente expresión:

$$W = \frac{1}{2} L(x) i^2 \quad (3.2)$$

Derivando parcialmente con respecto a la distancia, obtenemos la fuerza que se ejerce sobre la esfera.

$$f_L = \frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{1}{2} L_0 x_0 \left(\frac{i}{x}\right)^2 \quad (3.3)$$

Debido al diagrama de cuerpo libre del sistema, en la figura 3.3, se puede igualar la fuerza del electroimán de la ecuación (3.3) con la fuerza de gravedad, obteniendo:

$$mg = -\frac{1}{2} L_0 x_0 \left(\frac{i}{x}\right)^2 \quad (3.4)$$

En donde, N es el numero de vueltas en la bobina y L_d representa la inductancia incremental por una vuelta en la bobina; g es la aceleración debida a la gravedad (9.81 m/s^2) y m es la masa de la esfera.

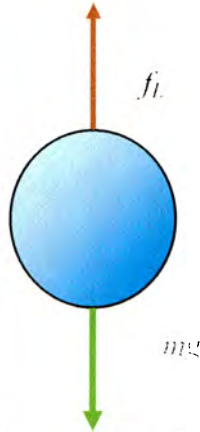


Fig. 3.3 Diagrama de cuerpo libre del sistema de levitación.

Sabiendo que el comportamiento del electroimán está dada por la ecuación (3.1), $L(x) = L_1 + L_0 e^{-x/a}$, y relacionado la inductancia con la energía magnética (3.2) se obtienen las siguientes expresiones:

$$W(i, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \rightarrow f_L = \frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{L_0}{2a} i^2 e^{-x/a} = mg \quad (3.5)$$

$$ma = f^L - mg \quad (3.6)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f^L - mg \quad (3.7)$$

Si se introduce un disturbio descrito por las siguientes ecuaciones:

$$x = d + x' \quad (3.8)$$

$$i = I + i' \quad (3.9)$$

$$f = F + f' \quad (3.10)$$

En donde:

i es la corriente

I corriente inicial

i' cambio de la corriente

f es la fuerza

F fuerza inicial

f' cambio en la fuerza

x distancia

d distancia inicial

x' cambio en la distancia

Usando las series de Taylor obtenemos:

$$f(i, x) = F(d, I) + \left. \frac{\partial f_L}{\partial x} \right|_{I,d} x' + \left. \frac{\partial f_L}{\partial i} \right|_{I,d} i' \quad (3.11)$$

Sustituyendo, se tiene:

$$f(i, x) = F(d, I) + \frac{L_0}{2a^2} I^2 e^{-d/a} x' - \frac{L_0}{a} I e^{-d/a} i' \quad (3.12)$$

Siendo I y d los parámetros del punto de equilibrio podemos llevar a las siguientes ecuaciones:

$$ma = f^L - mg \quad (3.13)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f^L - mg \quad (3.14)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(d, I) + \frac{L_0}{2a^2} I^2 e^{-d/a} x' - \frac{L_0}{a} I e^{-d/a} i' - mg \quad (3.15)$$

Aplicando Laplace se obtiene:

$$ms^2 X(s) = \frac{L_0}{2a^2} I^2 e^{-d/a} X(s) - \frac{L_0}{a} I e^{-d/a} I(s) \quad (3.16)$$

$$X(s) \left[ms^2 - \frac{L_0}{2a^2} I^2 e^{-d/a} \right] = -\frac{L_0}{a} I e^{-d/a} I(s) \quad (3.17)$$

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-\frac{L_0}{a} I e^{-d/a}}{ms^2 - \frac{L_0}{2a^2} I^2 e^{-d/a}} \quad (3.18)$$

Como en el punto de equilibrio la fuerza del electroimán es igual al peso de la esfera sabemos que:

$$mg = -\frac{1}{2} \frac{L_0}{a} I^2 e^{-d/a} \quad (3.19)$$

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{2m \frac{g}{l}}{ms^2 - m \frac{g}{a}} \quad (3.20)$$

Llegamos a la siguiente función de transferencia, con respecto a la corriente:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{2 \frac{g}{l}}{s^2 - \frac{g}{a}} \quad (3.21)$$

Dentro de los experimentos de Hurley y Wölfle ^[6]; se toma en cuenta los parámetros de inductancia incremental por vuelta (L_d), la constante a (Figura 3.2) y la permeabilidad del vacío, para encontrar el parámetro adimensional $\mu_0 \frac{a}{L_d}$. Este parámetro es comparado con la relación entre el diámetro del núcleo del electroimán (Δ) y el diámetro de la esfera (D) en la gráfica de la figura 3.4. Para esta gráfica, se usarán diferentes diámetros de la esfera. Según ésta, el valor óptimo para la relación Δ/D es 0.8.

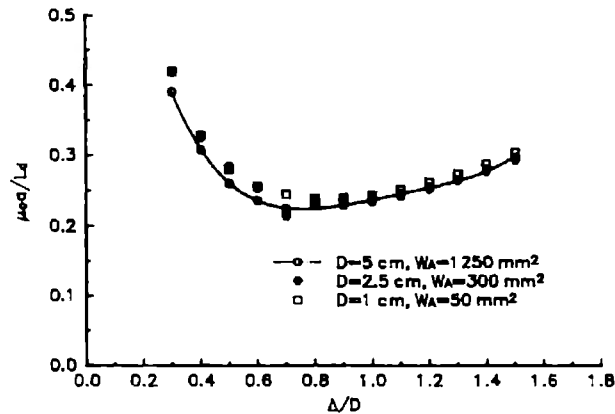


Figura 3.4 Gráfica del comportamiento electromagnético con la relación entre los diámetros del núcleo y la esfera ^[6]

También determinaron la distancia de equilibrio $d = 0.2 D$, el ancho de la ventana es de $w=D/2$, la altura de la ventana es de $h=2w$ y el grosor es $t = 0.2 D$. (ver figura 3.5). Por otro lado la relación entre Δ/D y d/D se observa en la gráfica de la figura 3.6. Se determina que la constante a es aproximadamente igual a $D/9$ para un óptimo desempeño.

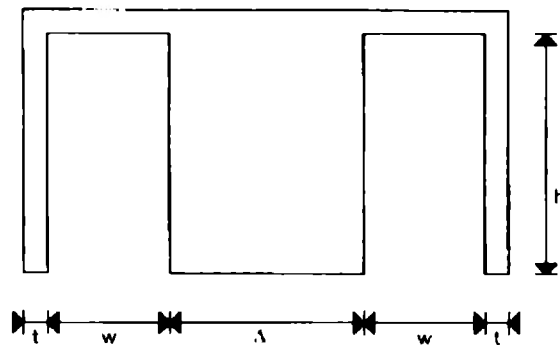


Figura 3.5 Diseño del electroimán. ^[6]

Se obtiene la tabla 3.1 en donde ponemos ver que el parámetro adimensional $\mu_0 \frac{a}{L_d}$, varía muy poco a diferentes diámetros.

Tabla 3.1. Parámetros del núcleo para N= 1000, y d = 0.2 D. [6]

D (cm)	L_1 (H)	L_2 (H)	a (mm)	$\mu_0 \frac{a}{L_d}$
5.0	0.191	0.291	5.35	0.228
2.5	0.093	0.143	2.68	0.234
1.0	0.036	0.056	1.08	0.238

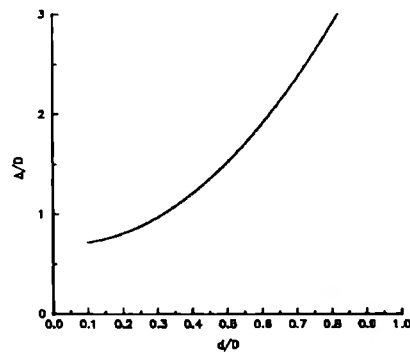


Figura 3.6 Relación entre Δ/D y d/D para un D=5cm. [6]

La energía almacenada en la bobina en el punto de equilibrio está determinada para la siguiente ecuación:

$$W_m = \frac{1}{2} L(d) I^2 = \frac{1}{2} B_m A_c N I \quad (3.22)$$

En donde, B_m es la densidad del flujo en el núcleo y A_c es el área de la sección transversal del núcleo. Por otro lado, la ventana de la figura 3.5, cuenta con un factor de utilidad K_u que se relaciona con el área de la ventada W_A por medio de la siguiente fórmula:

$$K_u = \frac{N A_w}{W_A} \quad (3.23)$$

Donde A_w representa el área transversal del alambre. La densidad de la corriente (J) se relaciona con A_w con la siguiente ecuación:

$$J = \frac{I}{A_w} \quad (3.24)$$

Tomando en cuenta las pérdidas en el cobre del electroimán se obtienen la siguiente relación:

$$J = K_t \frac{\sqrt{\Delta T}}{\sqrt{A_p}} \quad (3.25)$$

En donde ΔT es el cambio de temperatura en el electroimán y A_p es el producto de W_A y el área transversal del cobre A_C . La constante K_t , es un parámetro que se obtiene de la relación entre el área superficial del electroimán (A_t), el coeficiente de transferencia de calor (h_c), la resistividad (ρ) del cobre ($1.72 \times 10^{-8} \Omega m$) y la distancia por vuelta (ℓ_t). El valor de estas variables se determina por medio de las siguientes ecuaciones:

$$W_A = \sqrt{A_p} \quad (3.26)$$

$$A_t = 26 \sqrt{A_p} \quad (3.27)$$

$$\ell_t = 6^4 \sqrt{A_p} \quad (3.28)$$

3.1.2 Cálculos de los parámetros del electroimán

Para determinar el número de vueltas, se realizaron los cálculos de la corriente, con un valor de diámetro de la esfera $D = 2.5$ cm y el parámetro $a = D/9 = 0.002778$. El valor de L_d (inductancia incremental por vuelta) se mantuvo fijo a 1.49173×10^{-9} H y se varió el número de vueltas a 1000, 2500 y 3000; con lo que se obtuvo la tabla 3.2. Observamos que el cambio entre 1000 vueltas y 3000 resulta casi una cuarta parte; sin embargo entre 3000 y 2500 el cambio resulta notablemente menor. Con el fin de manejar una corriente que no exceda el valor de un amperio, se decidió que el valor de vueltas para nuestro electroimán será de 2500.

Tabla 3.2. Corriente en amperios a diferentes numero de vueltas.

I (1000 vueltas)	1.456770025
I (2500 vueltas)	0.58270801
I (3000 vueltas)	0.485590008

Además, se graficó la variación de la corriente I a diferentes valores de L_d con un número de vueltas de 3000 y 2500, con el fin de observar la variación de la corriente en ambos casos (figura 3.7). Observamos un comportamiento similar a la gráfica de la figura 3.2, debido a la relación que tiene la inductancia con el corriente (sección 2.3.2, ecuación 2.28).

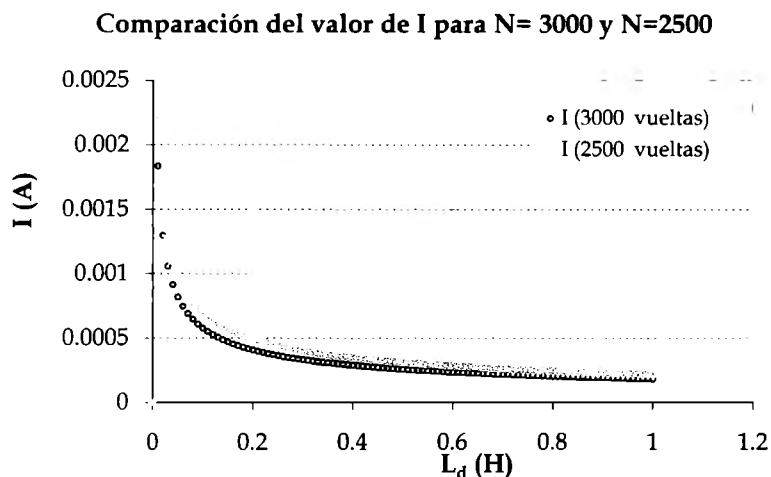


Figura 3.7 Valor de la corriente para un número de vueltas de 3000 y 2500 a diferentes valores de L_d

Para un electroimán con 2500 vueltas, núcleo de 2.5 cm y longitud de 10 cm; se obtiene la tabla 3.3. Los valores de la tabla se calculan usando las ecuaciones 3.22 a 3.28 del diseño de la figura 3.5. Se empleó el valor de $\Delta/D = 0.8$, ya que es el óptimo para el diseño. Además se usaron las relaciones $d = 0.2 D$, $w=D/2$, $h=2w$ y $t = 0.2 D$.

Tabla 3.3 Valores teóricos obtenidos en el diseño del electroimán.

VARIABLES CALCULADAS	UNIDADES	VALORES
Área del cobre (A_w)	m^2	1.75891×10^{-07}
Constante de longitud (a)	Metros	0.002777778
Diámetro de la esfera (D)	Metros	0.025
Distancia en equilibrio (d)	Metros	0.005
Aceleración debida a la gravedad (g)	m/s^2	9.81
Altura de la bobina (ℓ)	Metros	0.010
Densidad de equilibrio (J)	A/m^2	2.71×10^6
Kt (constante de temp., area)	$A/m^{3/2} \cdot ^\circ C^{1/2}$	6.48×10^4
Factor de utilización de ventana (Ku)	Adimensional	0.6
Inductancia máxima con esfera (L_1)	Henrios	0.143
Inductancia incremental (L_0)	Henrios	0.093
Inductancia incremental por vuelta de la posición de equilibrio (L_d)	Henrios	1.49173×10^9
Valor de la distancia por vuelta (ℓ_t)	Metros	0.102729915
Numero de vueltas (N)	Adimensional	2500
Espesor del núcleo (t)	Metros	0.0025
Área de ventana (W_A)	Metros	0.000293151
Ancho de la ventana de la bobina (w)	Metros	0.0125
Diámetro del núcleo (Δ)	Metros	0.02
Cambio de temperatura en el electroimán (ΔT)	$^\circ C$	30
Resistencia eléctrica de la bobina (ρ_o)	$\Omega \cdot m$	1.72×10^{-8}
Permeabilidad del vacío (μ_o)	H/m	1.25664×10^{-06}
Densidad del acero	kg/m^3	7100
Peso (mg)	Newtons	0.569830911

3.1.3 Desventajas del sistema optimizado

A pesar de que este diseño (figura 3.8b) muestra ventajas en el comportamiento electromagnético según Hurley y Wölfle [6], consideramos que su construcción sería problemática, ya que el maquinado de esta pieza es complicado y representa un costo adicional al sistema. Por lo que se desarrolló el sistema convencional (figura 3.8a).

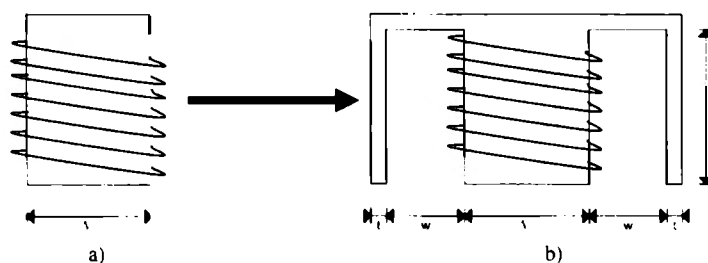
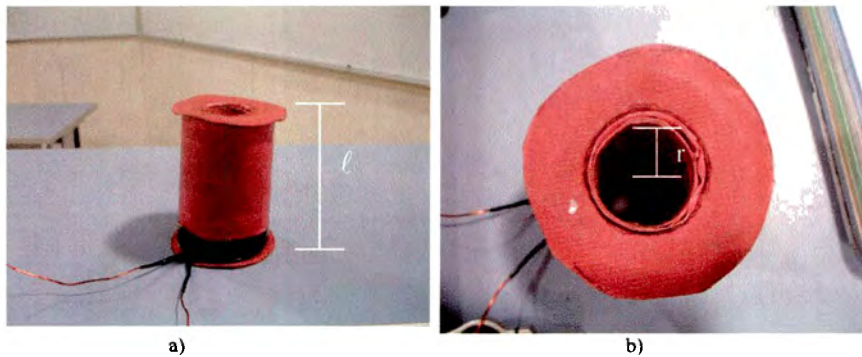


Figura 3.8 a) Estructura actual b) Estructura optimizada. [6]

Para el óptimo funcionamiento de este sistema, necesitamos que la estructura sea de una sola pieza ya que las líneas de campo se direccionen con respecto al maquinado. Otra opción es hacer varias piezas y soldarlas, pero no sabemos si esto afectará al comportamiento magnético del imán. Por estas razones, decidimos tomar un diseño alternativo que no considera toda la estructura metálica. Usamos algunos de los cálculos anteriores y modificamos el diámetro del núcleo, dado que en nuestra aplicación no requerimos de una gran precisión igualamos el núcleo del electroimán al diámetro de la esfera $\Delta=D$. Esto se debe a que el calibre comercial del tubo de acero es de 2.5 cm.

3.1.4 Pruebas en el electroimán

Las figuras 3.9a y 3.9b muestran el electroimán construido con los parámetros de la tabla 3.4. El valor de la inductancia en la tabla 3.4 se basa en las mediciones experimentales que se hicieron sobre el campo electromagnético.



3.9 a) Electroimán construido b) Vista superior del electroimán sin núcleo

Tabla 3.4 Parámetros del electroimán

Parámetro	Valor
Número de vueltas (N)	2500
Longitud del solenoide (ℓ)	0.1 m
Diámetro del núcleo (d)	0.025 m
Área de la sección trasversal (A)	0.00049 m ²
Resistencia (R)	9 Ω
Inductancia teórica (L)	38.553142mH

Para realizar las pruebas del campo magnético, se aplicó un voltaje de 5V y un sensor con efecto Hall. El sensor y el electroimán se mantuvieron fijos durante todas las pruebas. Considerando la resistencia del electroimán, la corriente $I = \frac{V}{R} = 0.556A$. Según la ecuación (2.31) la inductancia del electroimán esta dada por $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$, teóricamente el valor de la inductancia, sin núcleo es de $L = 38.553142$ mH como se muestra en la tabla 3.4

Al realizar la medición del campo magnético en vacío se encontró un valor de 0.94 mT. Al utilizar la ecuación (2.27) y (2.29) tenemos que la inductancia es $L=NBA/I$, por lo que $L=2.076396$ mH. Observamos una diferencia del 94% entre los valores teóricos y los reales, por esta razón más adelante se calcula la inductancia con el método de Smith. Este error entre los valores experimentales y teóricos se debe a que en el sensor del campo magnético es muy sensible a los aparatos que lo rodean, como la computadora que usamos para realizar la captura de datos. Además el cambio en la posición del sensor afecta considerablemente las mediciones. Por otro lado, las ecuaciones de campo e inductancia se realizaron exactamente en el centro del núcleo y al final de la bobina, precisión que nosotros perdimos al colocar el sensor verticalmente. A pesar de que las mediciones están muy lejos del valor teórico y presentan un error considerable, el valor en cada medición será proporcional al 94%. Así que podemos ver el cambio del campo con los valores medidos para observar el comportamiento del campo al acercarse la esfera metálica (figura 3.10).

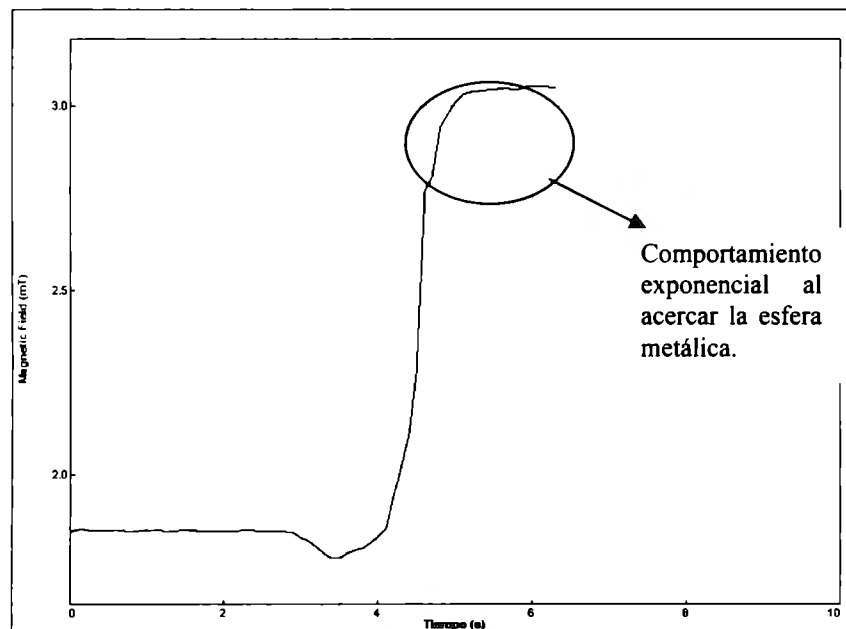


Figura 3.10 Gráfica del campo con respecto al tiempo, al acercarse la esfera metálica.

Posteriormente, se construyó una base de acero para el núcleo (figura 3.11a), en donde se coloca el electroimán, con el fin de aumentar el campo magnético (figura 3.11b). Al aplicar un voltaje al solenoide, se genera una corriente que crea un campo magnético. Los objetos metálicos cercanos al campo son atraídos. En la figura 3.11c se muestra como el campo atrae un llavero. La fuerza magnética generada por la corriente permite que el llavero se mantenga en posición vertical.

El campo en el electroimán con núcleo de acero es de 1.855 mT. La tabla 3.5 muestra los valores del campo magnético medidos. Al acercar la esfera metálica se observa un aumento en el campo, cuando la esfera se pega al electroimán el campo tiene un valor de 3.052 mT en el electroimán. La variación del campo en el tiempo, conforme se acerca la esfera metálica se muestra en la figura 3.10. Observamos un comportamiento exponencial cuando la bola se acerca demasiado al electroimán, lo que corrobora las ecuaciones de Hurley y Wölfle^[6], descritas anteriormente.

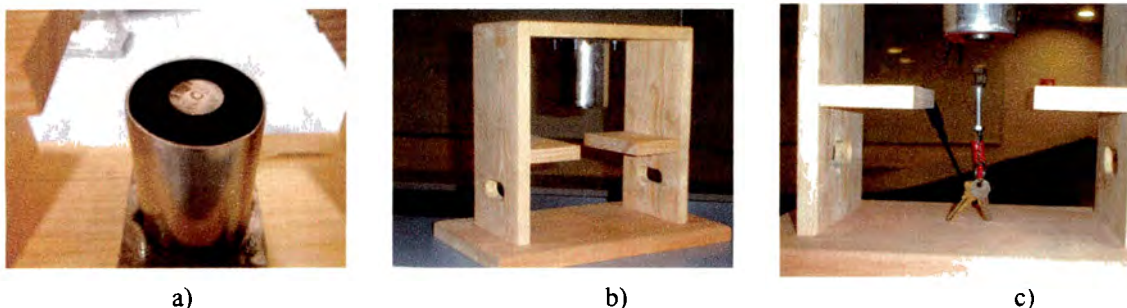


Figura 3.11 a) Base de acero para el núcleo. b) Implementación de la base de acero con el electroimán. c) Al conectar el electroimán con una fuente de voltaje, se genera una corriente que crea un campo magnético. Los objetos metálicos cercanos son atraídos por el campo.

Tabla 3.5 Campo magnético medido experimentalmente.

Tipo de campo	Valor del campo (mT)
Campo sin núcleo	0.94
Campo con núcleo (acero)	1.855
Campo con núcleo y esfera totalmente pegada	3.052

La inductancia cuando no hay esfera es de 4.097 mH y al acercar la esfera la inductancia es de 6.742mH (tabla 3.6).

Tabla 3.6 Calculo de la inductancia

Tipo de campo	Inductancia (mH)
Sin esfera	4.097569
Con esfera	6.74166

Con los valores obtenidos en las mediciones del campo, tenemos que el valor de la inductancia cuando la esfera se retira ($x \rightarrow \infty$) es de $L_1=4.097569\text{mH}$ y el incremental en la inductancia cuando la esfera está en contacto con la bobina ($x = 0$), es de $L_0=L_{\text{conesfera}}-L_1=2.644\text{mH}$. Usando la ecuación (3.1) $L(x) = L_1 + L_0 \frac{x_0}{x}$. Podemos obtener la curva (figura3.12) que define la relación entre inductancia y distancia del electroimán, con los datos de la tabla 3.7.

Tabla 3.7 Datos de la curva inductancia/distancia.

L_1	4.09757 m H
L_0	2.64409 m H

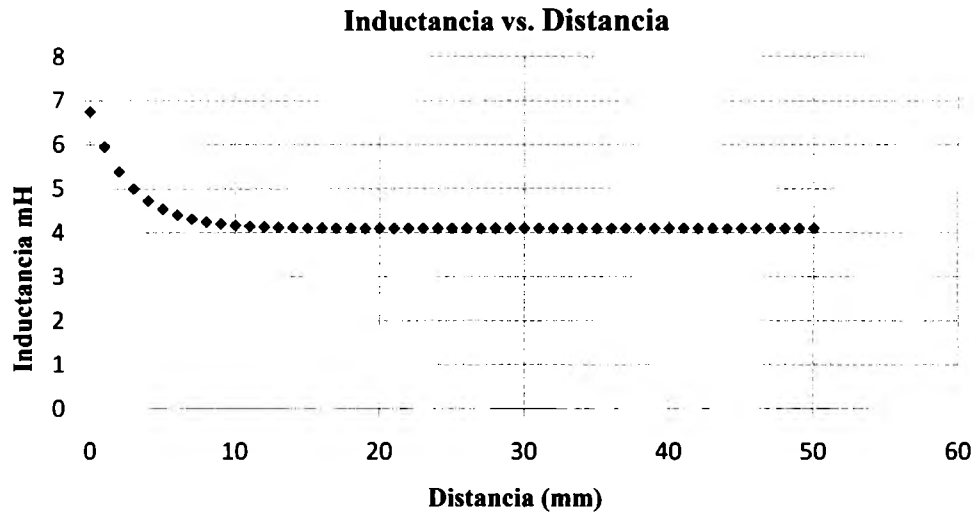


Figura 3.12 Curva de Inductancia contra distancia x .

Del comportamiento de la curva que define la inductancia contra la distancia (figura 3.12), podemos decir que cuando el valor de la distancia x es mayor que 10 mm, el valor del campo permanecerá constante, ya que la inductancia no varía. Esto se comprobó experimentalmente ya que las mediciones hechas desde 1 a 5 cm demostraron tener un valor de 3.052 mT equivalente a 4.097 mH, valor de la inductancia cuando no está la esfera. Por consiguiente podemos decir que las ecuaciones planteadas por Hurley y Wölfle^[6] son aplicables a nuestro electroimán.

Como las mediciones del campo son muy imprecisas, se usó el método de Smith (Ver Apéndice I) para calcular el valor de la inductancia en el electroimán. Se aplicó un impulso al inductor, se toma el tiempo al 65% y 28% de la respuesta. Buscando un punto de equilibrio con el objeto a levitar y el electroimán; tomamos una distancia de 2.51 cm y $I=1.26$ A.

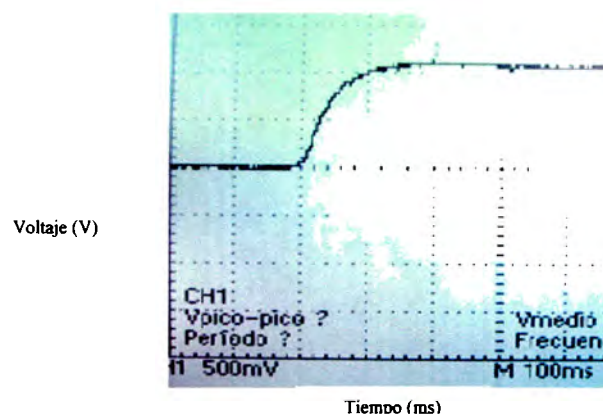


Figura 3.13 Respuesta impulso del electroimán

Obtenemos los datos de la figura 3.13, $t_r = 17.5\text{ms}$, $t_{65\%} = 7.9\text{ms}$ y $t_{28\%} = 4.7\text{ms}$, $\tau = 1.5(t_{65\%} - t_{28\%}) = 5.7$ y $t_m = 7.9 - 5.7 = 2.2$. Finalmente, obtenemos las siguientes ecuaciones, en donde se tienen que de la inductancia es $L/9 = 63.33\text{mH}$.

$$Gp(s) = \frac{k_p e^{-tms}}{\tau s + 1} = \frac{5e^{-2.2}}{5.7s + 1} \quad (3.29)$$

$$G_s = \frac{K}{K_s + 1} = \frac{e^{-2.2}}{5.7s + 1} \rightarrow \frac{1}{Ls + 9} \quad (3.30)$$

3.1.5 Planta con la entrada de corriente

La función de transferencia $\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{2\frac{g}{l}}{s^2 - \frac{g}{a}}$ de la ecuación (3.21), considera la corriente como entrada, usa el valor de $a = 2.78\text{mm}$ determinado en la sección 3.1.2, se obtiene:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-32.7}{s^2 - 3476.25} \quad (3.31)$$

El comportamiento de la planta es claramente inestable; la figura 3.14a se muestra los polos del sistema (lugar geométrico de las raíces), en donde podemos apreciar la inestabilidad del sistema. La figura 3.14b muestra el diagrama de bode, en donde observamos que la ganancia del sistema disminuye a altas frecuencias.

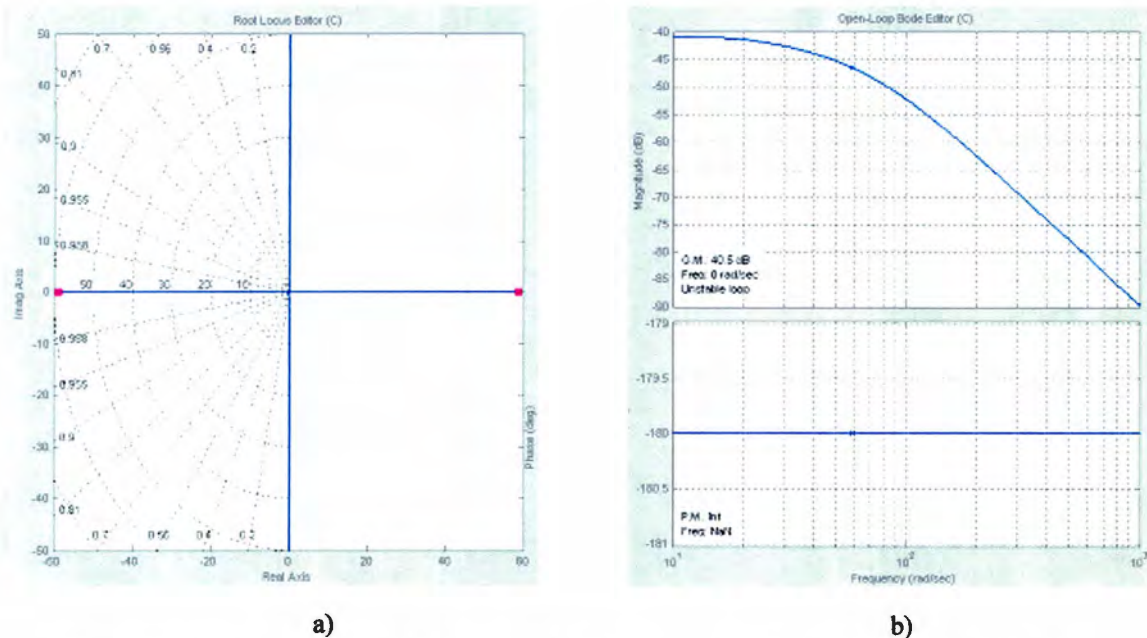


Figura 3.14 a) Lugar geométrico de las raíces de la planta en lazo abierto. b) Diagrama de bode.

3.1.5.1 Compensación del sistema

Como observamos anteriormente tenemos un sistema inestable, por lo que es necesario realizar una compensación. La compensación de un sistema de control se reduce al diseño de un filtro cuyas características tiendan a compensar las características de la planta, en este caso, la inestabilidad del sistema. El problema principal consiste en la elección apropiada de los polos y los ceros del compensador $G_c(s)$ para alterar el lugar geométrico de las raíces (o la respuesta en frecuencia) con el propósito de cumplir las especificaciones de desempeño. En nuestra planta queremos mover el lugar geométrico de las raíces hacia la izquierda y acelerar la respuesta transitoria por lo que necesitaremos un compensador de adelanto. ^[13]

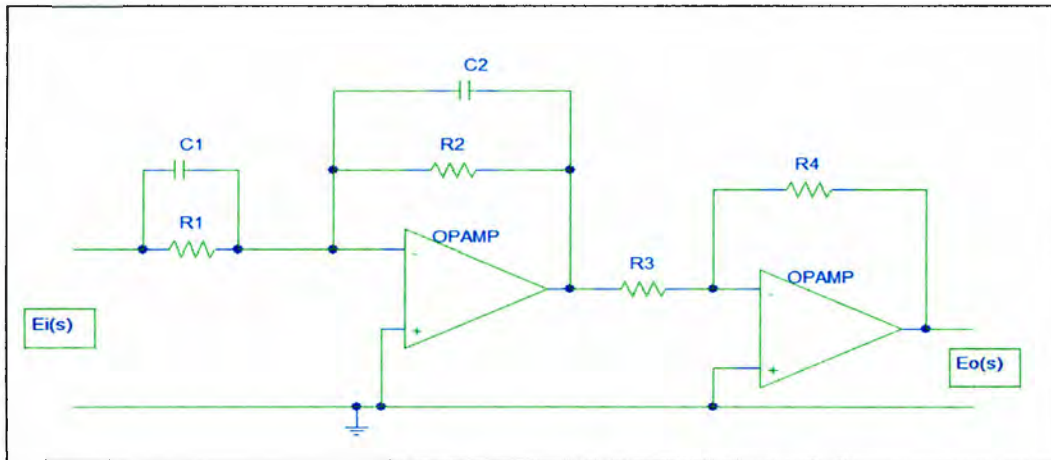


Figura 3.15 Circuito que consiste en una red de adelanto si $R_1C_1 > R_2C_2$ y en una red de atraso si $R_1C_1 < R_2C_2$

Para el diseño del circuito se usará la figura 3.15, en donde, la función de transferencia está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1} = \frac{R_4 C_1}{R_3 R_2} \left[\frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \right] = K_c \alpha \frac{T s + 1}{\alpha T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (3.32)$$

En donde

$$T = R_1 C_1 \quad (3.33)$$

$$\alpha T = R_2 C_2 \quad (3.34)$$

$$K_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \quad (3.35)$$

$$K_c \alpha = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \quad (3.36)$$

$$\alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \quad (3.37)$$

La red descrita en las ecuaciones (3.32), muestra que la ganancia en corriente directa es de $K_C\alpha$. Partiendo de la ecuación (3.31) la red es de adelanto si $R_1C_1 > R_2C_2$ ó $\alpha < 1$ y una red de atraso si $R_1C_1 < R_2C_2$. Tomando en cuenta las ecuaciones antes planteadas se sabe que el compensador de adelanto $G_c(s)$ es la siguiente:

$$G_c(s) = K_C\alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_C \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1) \quad (3.38)$$

Usando los datos de la función de transferencia de la planta, ecuación (3.31), se obtiene la función de transferencia del compensador:

$$G_c(s) = 585 \frac{s+45}{s+101} \quad (3.39)$$

La tabla 3.8 muestra los datos que se usaron para calcular el compensador.

3.8 Tabla de valores del circuito compensador.

K_C	585
$1/T$	45
$1/\alpha T$	101
T	0.022222222
α	0.445544554
αK_C	260.6435644
C_1	10 μ F
R_1	2200 Ω
αT	0.00990099
C_2	10 μ F
R_2	1K Ω
R_3	50 Ω
R_4	29K Ω

En el circuito construido la resistencia R3 es un potenciómetro que nos permite variar la ganancia, de 0 a 50 Ω . El circuito en la figura 3.16 muestra el control armado con OPAM's.

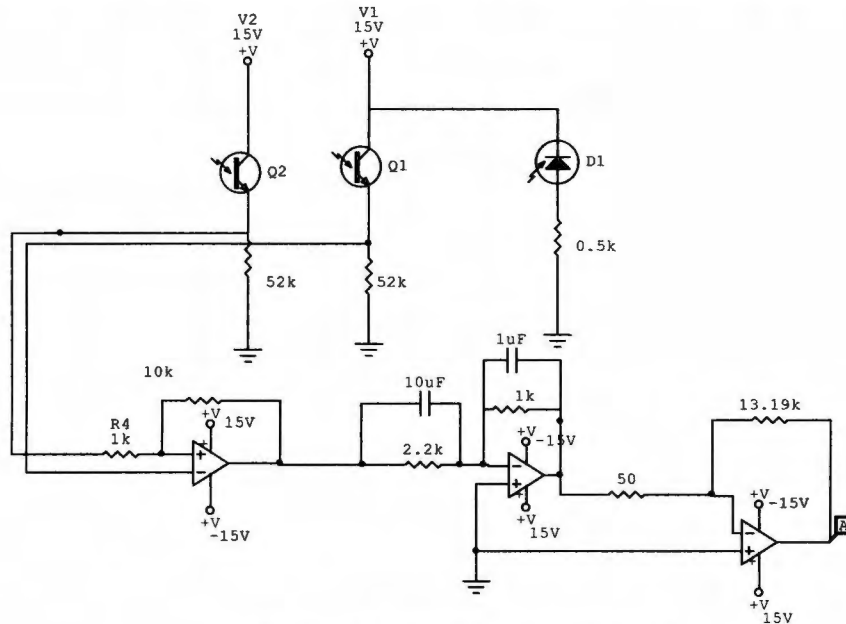
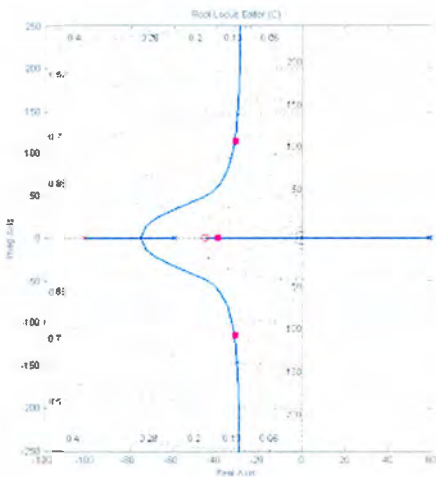
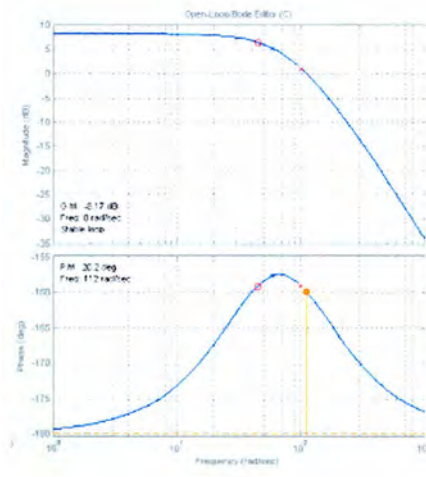


Figura 3.16 Circuito armado con OPAM's

Al aplicar el compensador en la planta observamos el cambio del lugar geométrico de las raíces (figura 3.17a), el sistema se estabiliza. En el diagrama de Bode (figura 3.17b) se muestra que el rango de frecuencias en las cuales la ganancia del sistema no es afectado aumenta.



a)



b)

Figura 3.17 a) Lugar geométrico de las raíces del sistema aplicando el compensador. b) Diagrama del bode aplicando el compensador.

3.1.5.2 Simulaciones

Se realizaron las simulaciones del circuito en la planta con el compensador para observar la respuesta del sistema controlado. La figura 3.18 nos muestra los resultados de la simulación, observamos que al aplicar el escalón el sistema tiene a $-\infty$, lo que reafirma la inestabilidad de la planta.

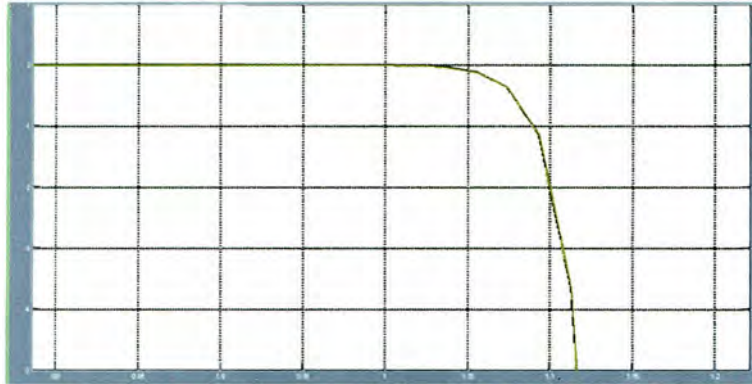


Figura 3.18 Respuesta de la planta a un impulso.

La figura 3.19 muestra los bloques que representan la compensación y la planta. El resultado de la simulación nos muestra que a un escalón, la respuesta se estabiliza (figura 3.20).

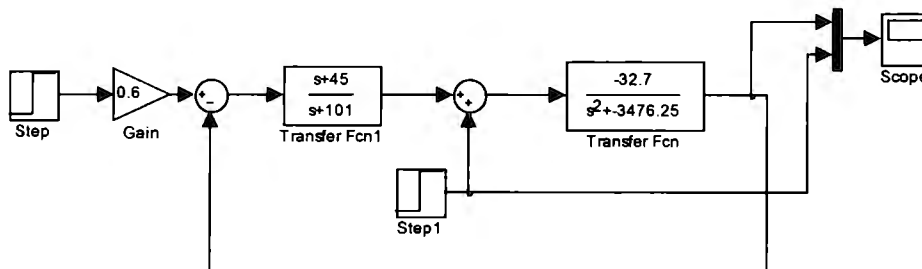


Figura 3.19 Función de transferencia y compensador aplicando un escalón.

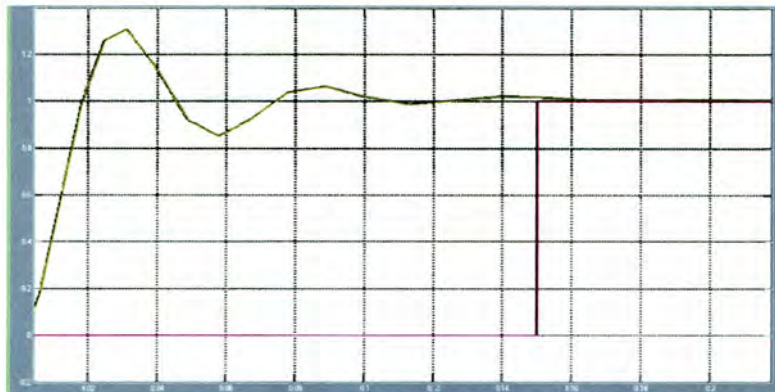


Figura 3.20 Respuesta de la planta con compensador a un escalón.

3.1.6 Planta con la entrada de voltaje

A diferencia de Hurley y Wölfle^[6], el documento de Wong^[5] describe el comportamiento de la inductancia como la ecuación (3.40), en esta expresión no se describe un comportamiento exponencial; una comparación entre los dos sistemas matemáticos se muestra en la gráfica de la figura 3.21. Observamos que este nuevo modelo se acerca mucho al comportamiento exponencial del sistema en rangos de valores relativamente grandes, con un error de 8.57362% (observar figura 3.21a); si embargo para puntos más pequeños se observa un porcentaje de error mayor (45.2782%), ver figura 3.21b.

$$L(x) = L_1 + L_0 \frac{x_0}{x} \quad (3.40)$$

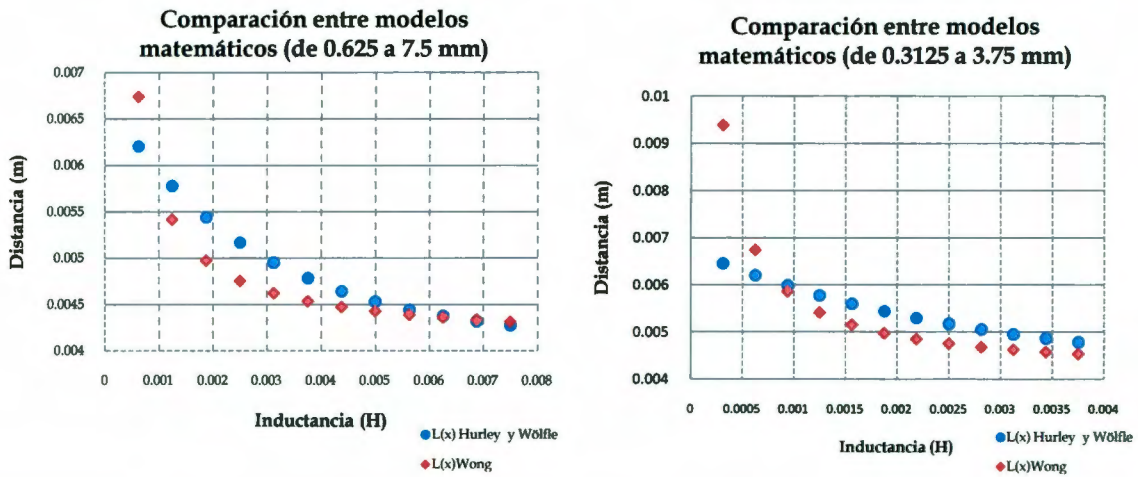


Figura 3.21 Comparación entre el modelo matemático de Hurley y Wölfle^[6], $L(x) = L_1 + L_0 e^{-\frac{x}{a}}$; y el modelo de Wong^[5] $L(x) = L_1 + L_0 \frac{x_0}{x}$. a) Se muestran un rango de valores de 0.625 a 7.5 mm con una diferencia del 8.57362%. b) Se muestra la comparación entre ambos modelos con un rango de 0.3125 a 3.75mm

Se plantea la relación entre la inductancia y la energía magnética, como se realizó para el modelo de Hurley y Wölfle^[6].

$$W(i, x) = \frac{1}{2}L(x)i^2 \rightarrow f_L = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2}L_0x_0 \left(\frac{i}{x}\right)^2 = mg \quad (3.41)$$

Agrupando en una constante C el término $\frac{1}{2}L_0x_0$ de la ecuación (3.41), obtenemos la ecuación:

$$C = \frac{1}{2}L_0x_0 \rightarrow f = C \left(\frac{i}{x}\right)^2 \quad (3.42)$$

Nuevamente se introduce un disturbio descrito por las ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.10), en la sección 3.1.1: $x = d + x'$, $i = I + i'$ y $f = F + f'$. Al usar la serie de Taylor (3.11) se obtiene la ecuación:

$$f(i, x) = F(d, I) + 2C \frac{I}{d^2} i' - 2C \frac{I^2}{d^3} x' \quad (3.43)$$

Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, la fuerza del electroimán es igual al peso de la masa que se desea levantar $F(d, I) = mg$ (ver figura 3.3), por lo que se obtiene las siguientes relaciones:

$$ma = f^L - mg \quad (3.44)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = f^L - mg \quad (3.45)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F(d, I) + 2C \frac{I}{d^2} i' - 2C \frac{I^2}{d^3} x' - mg \quad (3.46)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = 2C \frac{I}{d^2} i' - 2C \frac{I^2}{d^3} x' \quad (3.47)$$

Asignando a una constante k el valor descrito por la ecuación:

$$k = \frac{2CI}{d^2} \quad (3.48)$$

En el dominio de Laplace se tiene la expresión:

$$ms^2X(s) = kI(s) - k \frac{I}{d} X(s) \quad (3.49)$$

Para el circuito RL la dinámica se describe por $e = Ri + L \frac{di(t)}{dt}$, por lo que se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$E(s) = RI(s) + LsI(s) \quad (3.50)$$

$$\frac{E(s)}{Ls+R} = I(s) \quad (3.51)$$

$$ms^2X(s) = k \left(\frac{E(s)}{Ls+R} \right) - k \frac{I}{d} X(s) \quad (3.52)$$

$$\frac{X(s)}{E(s)} = \frac{kd}{dRms^2 - kIR + Lms^3 - kILs} \quad (3.53)$$

$$\frac{X(s)}{E(s)} = \frac{kd}{Lms^3 + dRms^2 - kILs - kIR} \quad (3.54)$$

3.1.6.1 Compensación del sistema

La compensación del sistema de levitación se basa en la ecuación:

$$Q(s) = x_0 Lms^3 + x_0 Rms^2 - ki_0 Lms - ki_0 R + Gc(s)kx_0 B = 0 \quad (3.55)$$

En donde B es la ganancia del sensor, de (3.55) se obtiene la ecuación:

$$Qs = 1 + \frac{Gc(s)kx_0 B}{x_0 Lms^3 + x_0 Rms^2 - ki_0 Lms - ki_0 R} \quad (3.56)$$

$$Qs = 1 + \frac{Gc(s)\frac{kB}{mL}}{\left(s + \sqrt{\frac{ki_0}{mx_0}}\right)\left(s - \sqrt{\frac{ki_0}{mx_0}}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right)} \quad (3.57)$$

Con los datos obtenidos anteriormente y una ganancia 10 V/m (ganancia del sensor de efecto Hall) obtenemos la ecuación:

$$Qs = 1 + \frac{Gc(s)(1056.49)}{(s+16.53)(s-16.53)(s+175.11)} \quad (3.58)$$

La ganancia del sensor se describirá más adelante en el capítulo 4. Este sistema se comporta muy diferente al descrito anteriormente en la sección anterior, la ecuación (3.58) nos muestra la función de transferencia de la planta, al analizar el lugar geométrico de las raíces observamos 3 polos (± 16 y -175), ver figura 3.22.

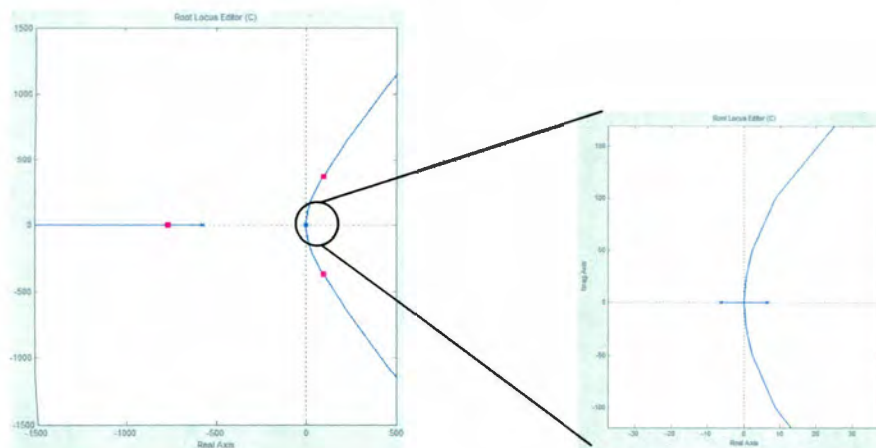


Figura 3.22 Lugar geométrico de las raíces de la planta descrita en términos del voltaje.

Considerando un máximo sobrepaso 20 % y tiempo de establecimiento de 0.8 s (estos datos se basan en sistemas encontrados en el libro de Ogata^[13]), se aplica el método de diseño de LGR (Lugar geométrico de las raíces) encontrando:

$$P = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -26.667 + j51.988 \quad (3.59)$$

El diseño del LGR no funciona en la aplicación del levitador, a pesar de que las simulaciones del control llegaban al punto de establecimiento el sistema (armado físicamente) oscilaba demasiado y no lograba sostener el objeto. De esta forma se decidió variar los valores que estuvieran entre 0 y 16.53 (que es el valor del polo inestable en el sistema). Esto se hizo en base al documento presentado por Wong^[5]. Dentro de este rango se realizaron pruebas del sistema, el valor que tuvo el mejor desempeño fue de 15, de esta forma obtenemos la función de transferencia del controlador:

$$G_c(s) = \frac{K(s+15)}{(s+150)} \quad (3.60)$$

El valor del polo se considera 10 veces mayor al valor del cero^[5], es por lo que tenemos (s+150); usamos en esta última ecuación un valor de K=1000. Este diseño fue el que se implementó digitalmente, así que se discretiza la planta, usando una frecuencia de 1000 Hz; sólo para mostrar la planta en términos de la variable z, más adelante la implementación se lleva a cabo con un DSP que nos permite trabajar analógicamente, sin tener que discretizar el control.

$$G(z) = \frac{0.000163 z^3 + 0.0004432 z^2 - 0.0004552 z - 0.0001375}{z^4 - 3.7 z^3 + 5.121 z^2 - 3.143 z + 0.7218} \quad (3.61)$$

3.1.6.2 Simulaciones

Se realizaron las simulaciones de la nueva planta con el compensador para observar la respuesta del sistema controlado. La figura 3.23 nos muestra los resultados de la simulación, observamos que al aplicar el escalón el sistema tiende a ∞ . Esta respuesta difiere a la planta basada en corriente, en que su inestabilidad tiende a infinito, mientras que la planta basada en corriente tiende a $-\infty$.

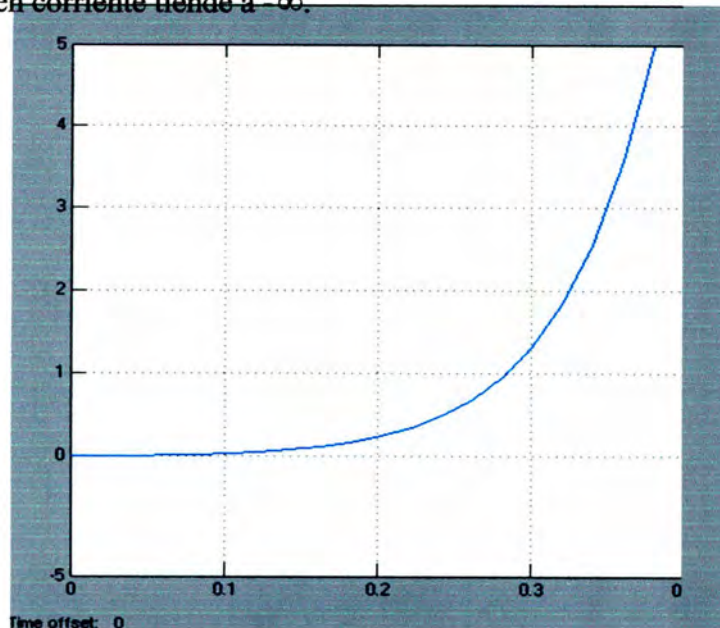


Figura 3.23 Respuesta escalón de la planta

Al aplicar el control en la planta, se realiza en circuito en Matlab de la figura 3.24 y se observa como se estabiliza la respuesta en la figura 3.25, (después de estabilizarse el sistema se aplicó otro disturbio para observar su comportamiento).

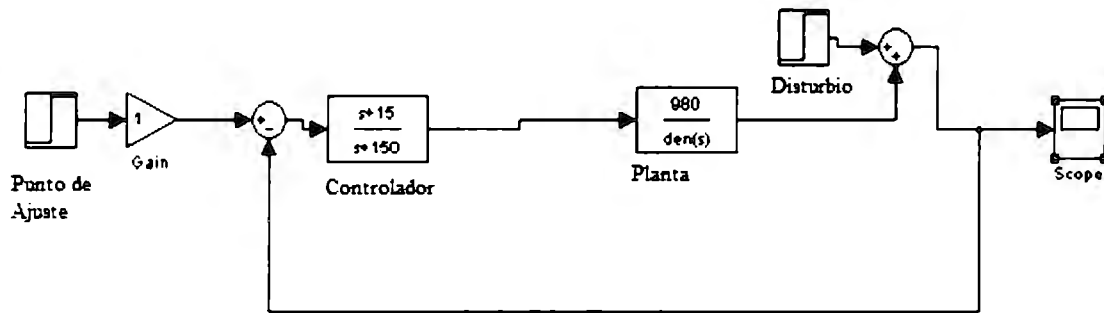


Figura 3.24 Circuito en Matlab de la planta con el controlador

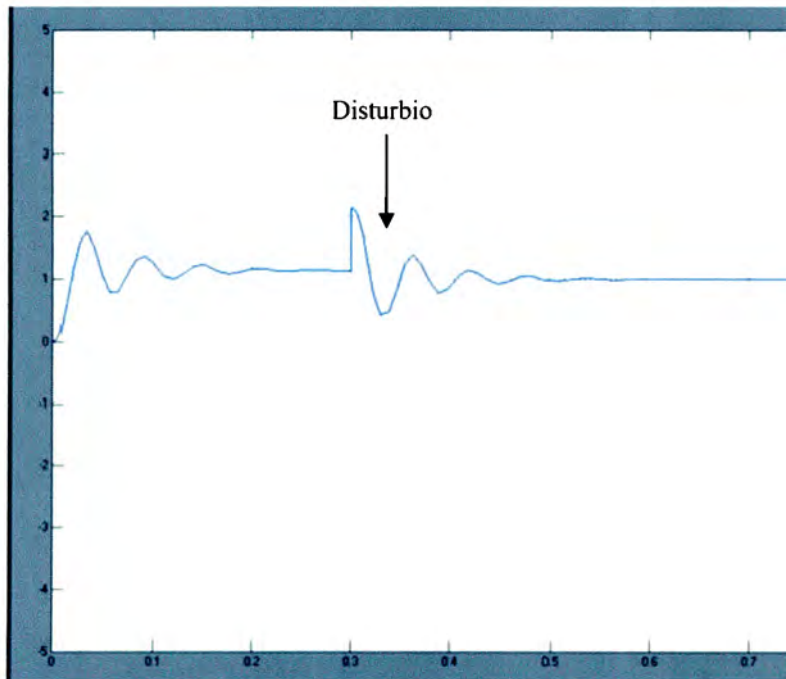


Figura 3.25 Respuesta de la planta con el controlador a un escalón y un disturbio.

3.2 Análisis de las Chumaceras electromagnéticas

El uso de chumaceras electromagnéticas en la industria ha demostrado su superioridad ante las chumaceras convencionales, Siemens menciona un ahorro de hasta el 70% con el uso de chumaceras magnéticas^[3] en costo de reparación. Además ofrecen muchas ventajas como: la eliminación de contacto entre el rotor y las chumaceras, operación libre de lubricación (ya que no hay contacto con el rotor no se requiere lubricar) y la posibilidad de controlar la rigidez de la chumacera.^[3]

Diversas investigaciones sobre estos dispositivos se han hecho, Wilson y Chen,^[14] muestran un análisis de la carga que puede soportar una chumacera magnética en condiciones normales de operación. Matuszewski y Falkowski^[15] también realizan un estudio sobre las chumaceras magnéticas acopladas a rotores, en donde se analiza un sistema multivariable de ocho fuerzas en el sistema. Con el fin de observar el comportamiento de una chumacera electromagnética se realizó un análisis del sistema propuesto por Okada, Nagai y Shimane^[16]. Las ecuaciones de movimiento en el eje sostenido por las chumaceras electromagnéticas tienen el efecto de giroscopio, ver Apéndice II.A, este efecto está definido como un problema cuadrático multivariable.^[17] Para este problema en particular las ecuaciones matriciales son las siguientes:

$$m\ddot{x} - \omega J_p \dot{y} + kx = f_x - f_{dx} \quad (3.62)$$

$$m\ddot{y} + \omega J_p \dot{x} + ky = f_y - f_{dy} \quad (3.63)$$

En donde:

f_x, f_y son fuerzas externas (vectores).

f_{dx} y f_{dy} son las fuerzas electromagnéticas producidas por las chumaceras.

ω velocidad de rotación del sistema.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \theta_{x1} \\ x_2 \\ \theta_{x2} \\ x_3 \\ \theta_{x3} \\ x_4 \\ \theta_{x4} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_{y1} \\ y_2 \\ \theta_{y2} \\ y_3 \\ \theta_{y3} \\ y_4 \\ \theta_{y4} \end{bmatrix} \quad k = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6l & 4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 6l & 24 & 0 & -12 & -6l & 0 & 0 \\ -6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 6l & 24 & 0 & -12 & -6l \\ 0 & 0 & -6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & 6l & 2l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 6l & 12 & 6l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$m = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix} \quad J_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{p2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{p3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{p4} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Los datos que se manejan son los siguientes (ver figura 3.26):

- $l=50$ mm (distancia entre los puntos de masa)
- $E= 206$ G Pa (Modulo de Young)
- $I= 12.6$ mm⁴ (Momento de Inercia)
- $m_1=m_4=162$ g (Masas de los discos)
- $m_2=m_3=78.5$ g (Masas de los discos)
- $J_1=J_4= 0.65$ kg cm² (Momento de inercia del rotor en el punto especificado)
- $J_2=J_3=0.0532$ kg cm² (Momento de inercia del rotor en el punto especificado)
- $J_{P1}=J_{P4}= 1.3$ kg cm² (Momento polar de inercia del rotor en el punto especificado)
- $J_{P2}=J_{P3}=0.0769$ kg cm² (Momento polar de inercia del rotor en el punto especificado)

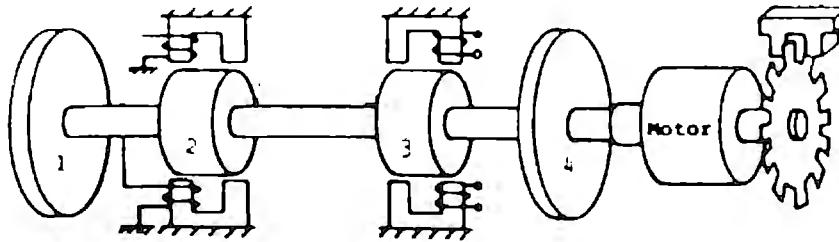


Figura 3.26 Esquema del sistema con chumaceras electromagnéticas ^[16]

Despejando \ddot{x} y \ddot{y} de las ecuaciones (3.62) y (3.63) obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$m\ddot{x} = \omega\dot{y} - kx + f_x - f_{dx} = \omega J_p \dot{y} - kx + F_x \quad (3.66)$$

$$m\ddot{y} = -\omega J_p \dot{x} - ky + f_y - f_{dy} = -\omega J_p \dot{x} - ky + F_y \quad (3.67)$$

$$\ddot{x} = m^{-1}\omega J_p \dot{y} - m^{-1}kx + m^{-1}F_x \quad (3.68)$$

$$\ddot{y} = -m^{-1}\omega J_p \dot{x} - m^{-1}ky + m^{-1}F_y \quad (3.69)$$

Se realiza el siguiente cambio de variables:

$$z_1 = x \quad (3.70)$$

$$\dot{z}_1 = \dot{x} = z_2 \quad (3.71)$$

$$z_3 = y \quad (3.72)$$

$$\dot{z}_3 = \dot{y} = z_4 \quad (3.73)$$

Obteniendo el siguiente sistema de ecuaciones en términos de las variables de las variables z definidas anteriormente.

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (3.74)$$

$$\dot{z}_2 = m^{-1}\omega J_p z_4 - m^{-1}kz_1 + m^{-1}F_x \quad (3.75)$$

$$\dot{z}_3 = z_4 \quad (3.76)$$

$$\dot{z}_4 = -m^{-1}\omega J_p z_2 - m^{-1}kz_3 + m^{-1}F_y \quad (3.77)$$

Las ecuaciones (3.74), (3.75), (3.76) y (3.77) se pueden representar en el siguiente sistema de matrices.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -m^{-1}k & 0 & 0 & m^{-1}\omega J_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -m^{-1}\omega J_p & -m^{-1}k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ m^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & m^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

También se define la matriz de posiciones β .

$$\beta = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

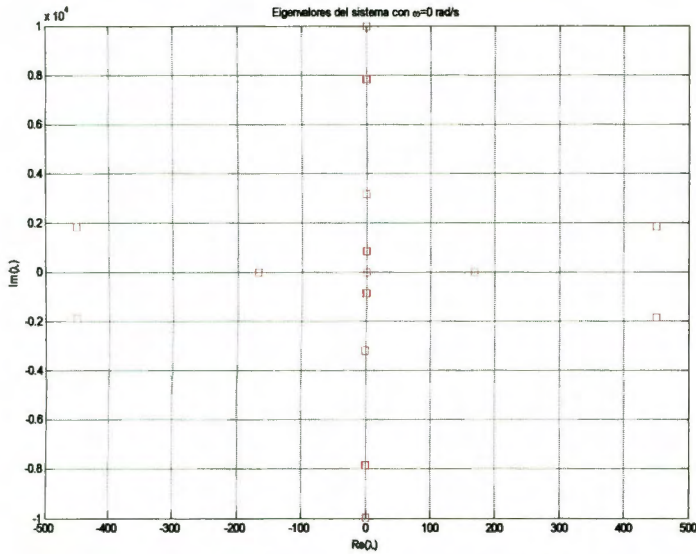
Con el cambio de variables se puede trabajar el sistema de (3.78) y (3.79) en un sistema de ecuaciones de estado, en donde se definen las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -m^{-1}k & 0 & 0 & m^{-1}\omega J_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -m^{-1}\omega J_p & -m^{-1}k & 0 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

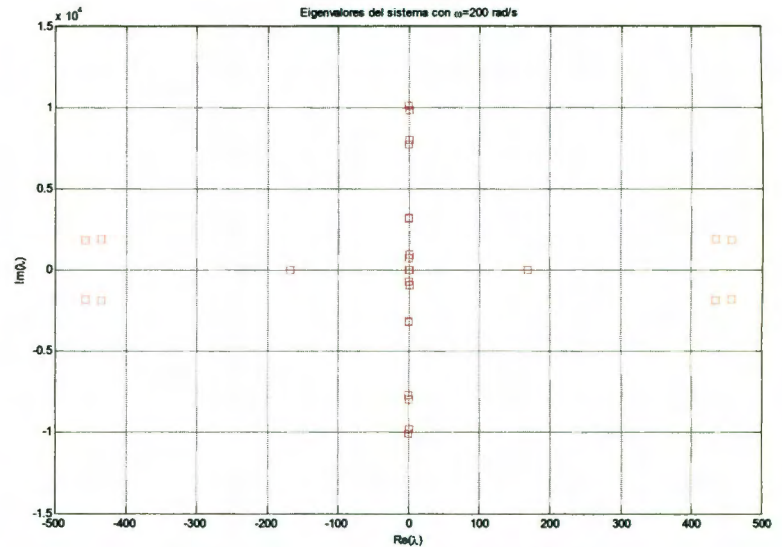
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ m^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & m^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

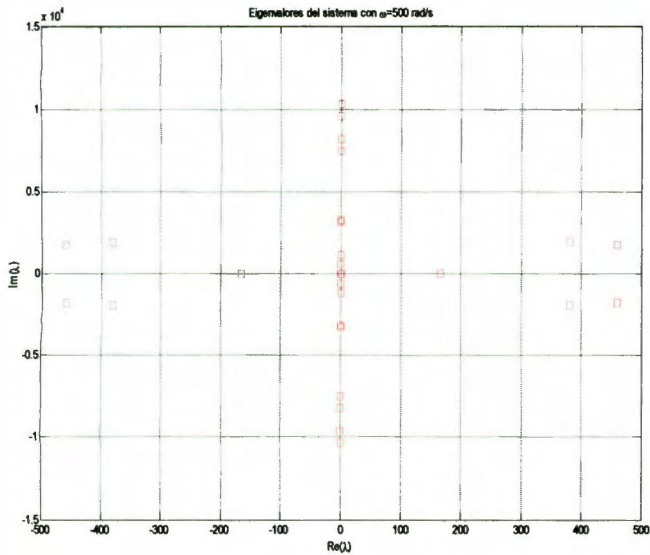
Dentro de este sistema, claramente multivariable e invariante en el tiempo, se obtuvieron las siguientes graficas de los eigenvalores a diferentes velocidades ($\omega=0$ rad/s, $\omega=200$ rad/s, $\omega=500$ rad/s y $\omega=1,000$ rad/s). Observamos que existe una simetría sobre el eje imaginario en cada todos los casos. El programa que se uso para el análisis del sistema esta en el Apéndice II.C



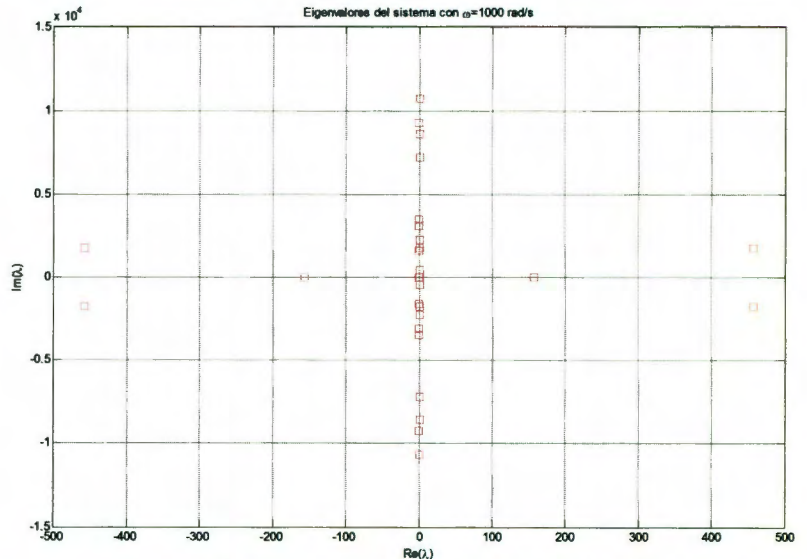
(a) Eigenvalores a una velocidad de 0 rad/s.



(b) Eigenvalores a una velocidad de 200 rad/s



(c) Eigenvalores a una velocidad de 500 rad/s.

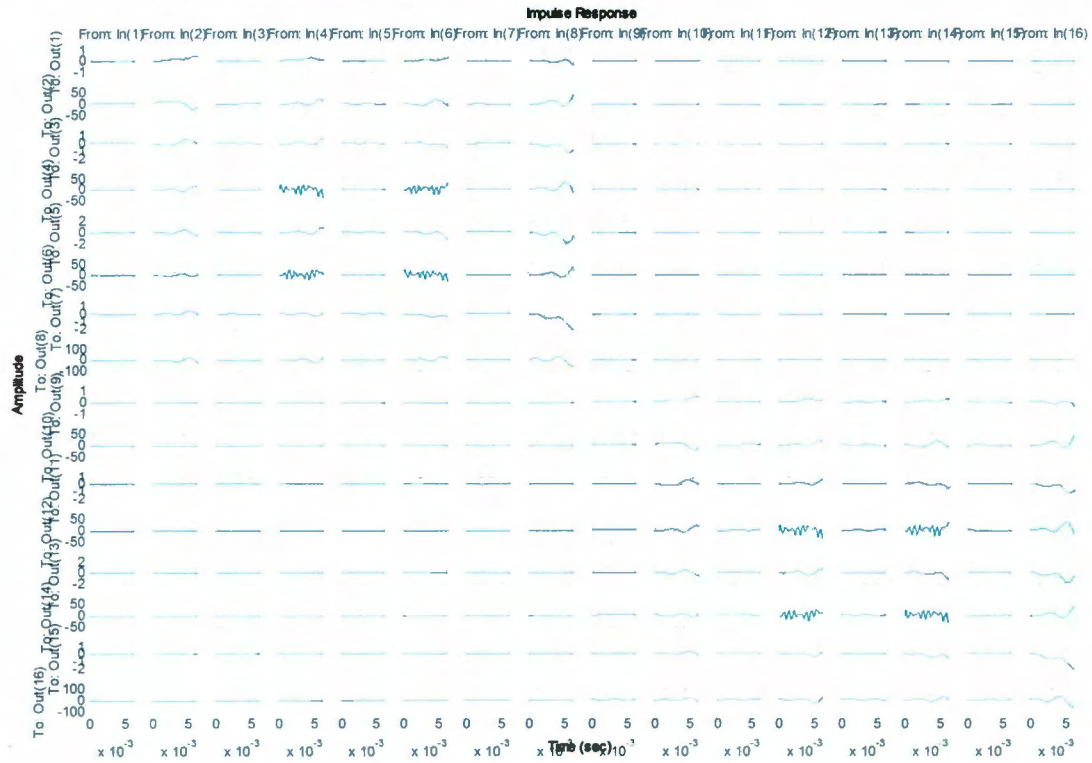


(d) Eigenvalores a una velocidad de 1000 rad/s.

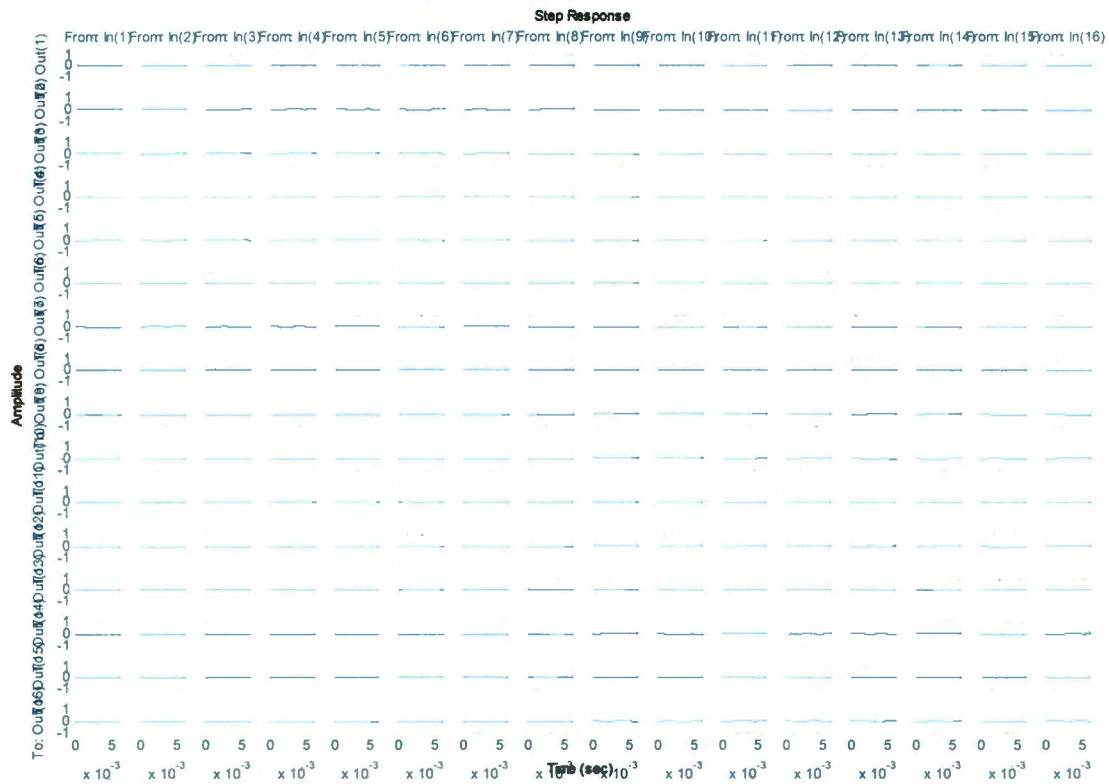
Figura 3.27 Eigenvalores del sistema a diferentes velocidades: (a) 0 rad/s (b) 200rad/s (c) 500 rad/s (d) 1000rad/s

Además se observó el comportamiento del sistema antes un impulso (ver figura 3.28), es importante observar que el tamaño de la matriz A es de 32 x 32. Aunque no se aprecia en las graficas de la figura 3.27 existen 32 eigenvalores en el sistema (ver el apéndice II.D si se desea observar los valores de los eigenvalores con velocidades de $\omega=0$ rad/s y $\omega=1000$ rad/s). La respuesta escalón del sistema son muestra que algunas salidas no son afectadas por ciertas entradas, por ejemplo las entradas 1-8 afectan las salidas 1-8, pero no perturbaban las salidas 9-16. Este comportamiento se puede explicar recordando que la entrada del sistema es la fuerza generada por el electroimán, las

entradas 1-8 representan la fuerza en x y las salidas 1-8 son las posiciones de la matriz x ; por lo que la fuerza en x (f_{dx}) no afecta las salidas en y .



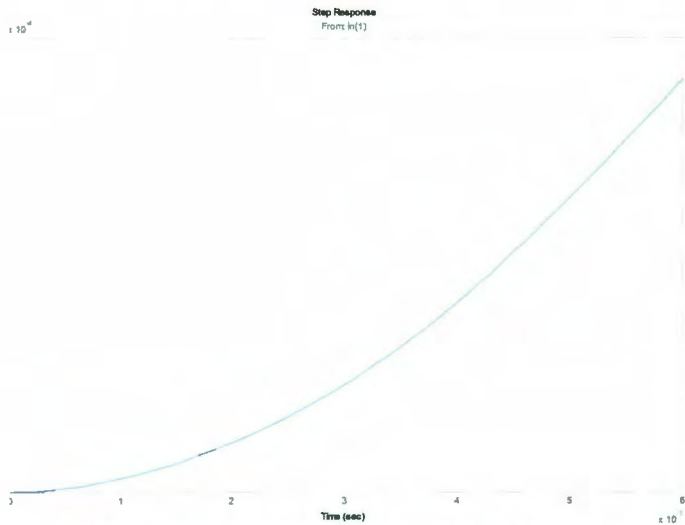
(a) Respuesta impulso del sistema



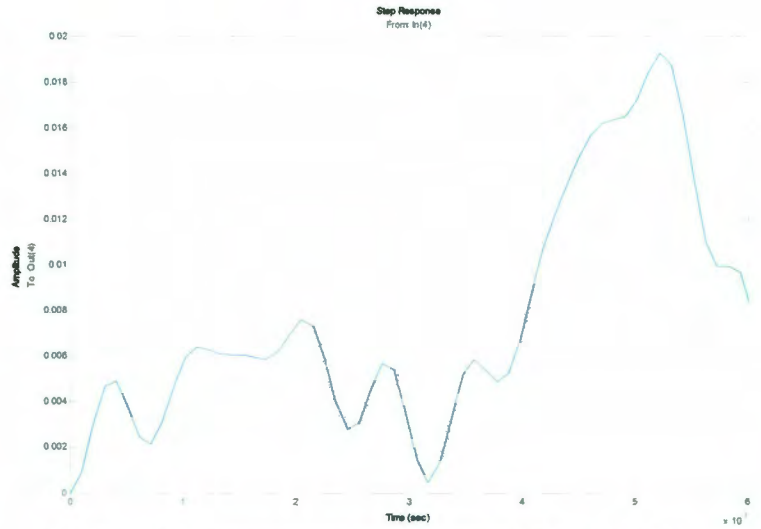
(b) Respuesta escalón del sistema

Figura 3.28 Respuesta del sistema. (a) Un impulso y (b) a un escalón.

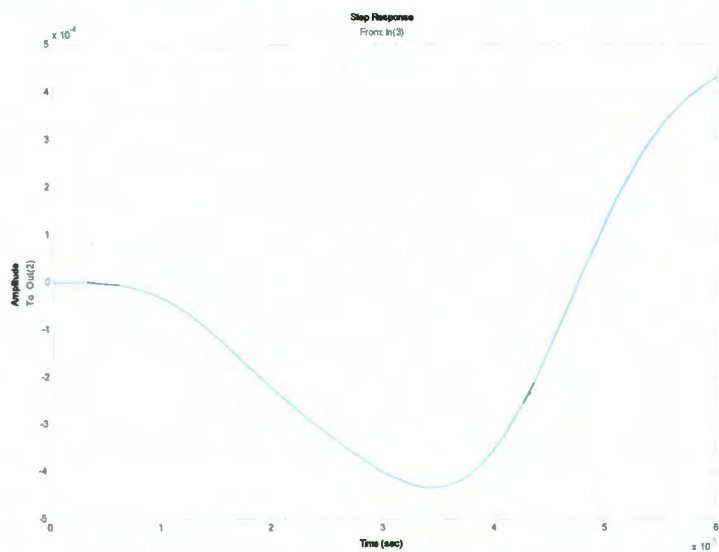
La figura 3.29 muestra algunas de las respuestas del sistema ante un escalón en lazo abierto. Se puede observar la inestabilidad del sistema en estas graficas.



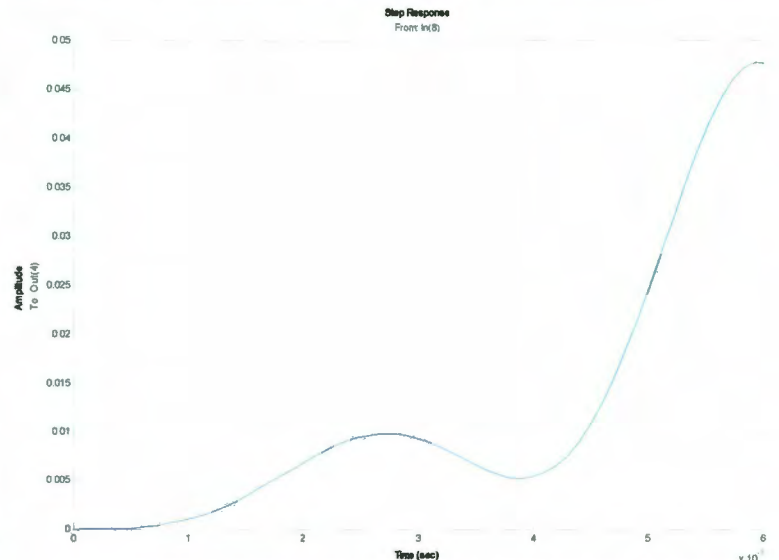
a) Gráfica de la respuesta escalón en la entrada 1 sobre la salida 1



(b) Gráfica de la respuesta escalón en la entrada 4 sobre la salida 4



c) Gráfica de la respuesta escalón en la entrada 3 sobre la salida 2



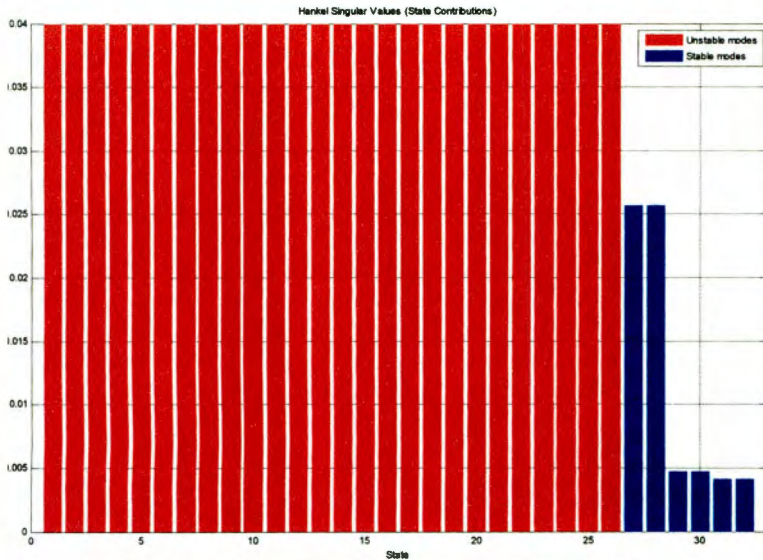
(d) Gráfica de la respuesta escalón en la entrada 8 sobre la salida 4

Figura 3.29 Algunas de las salidas del sistema en diversas salidas y entradas

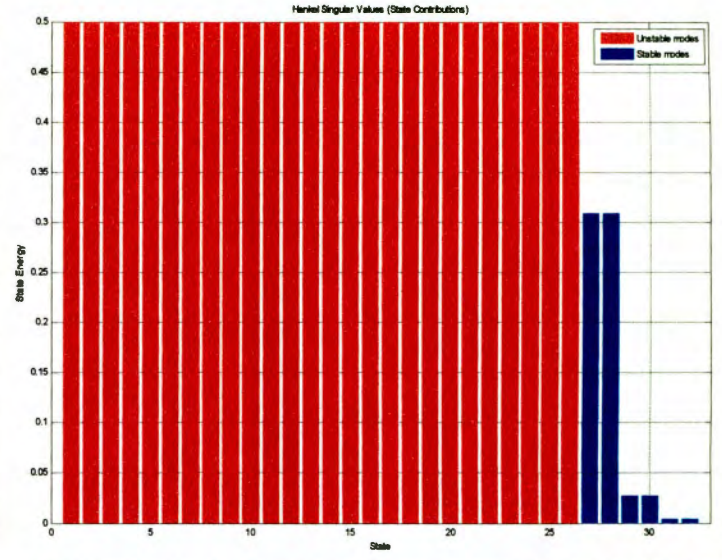
El sistema es grande por lo que es conveniente reducirlo, el comando `BALREAL` en Matlab nos permite observar los estados representativos del sistema. La aportación de los estados al sistema se puede observar usando el comando `HSVD`, el cual construye una grafica de la aportación de cada estado al sistema (ver figura 3.30).

Se aplica los siguientes comandos al sistema:

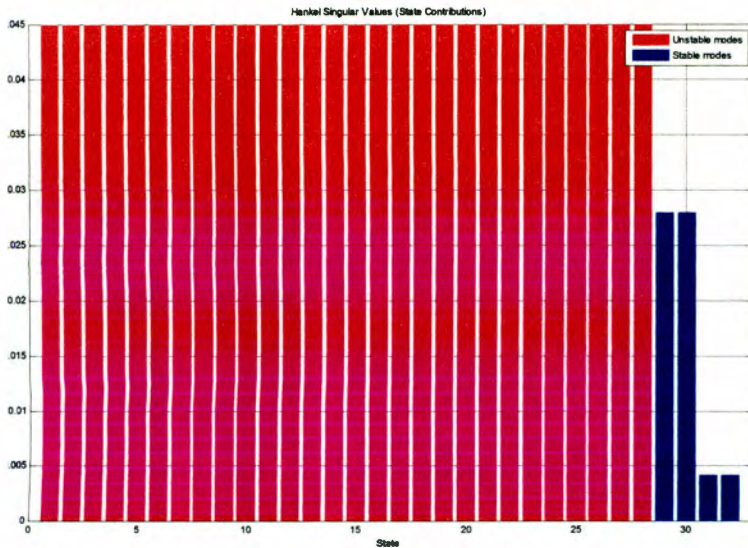
```
[sysb,g] = BALREAL(sys,'AbsTol',10);
hsvd(sys,'AbsTol',10)
```



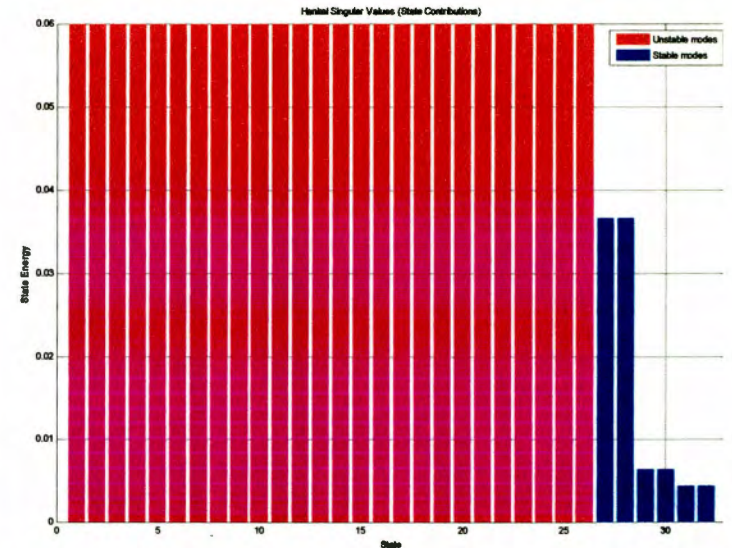
(a) Contribución de los estados al sistema a una velocidad de 0 rad/s



(b) Contribución de los estados al sistema a una velocidad de 910 rad/s



Contribución de los estados al sistema a una velocidad de 1000 rad/s



(d) Contribución de los estados al sistema a una velocidad de 2000 rad

Fig. 3.30 Contribución de los estados del sistema a diferentes velocidades

Al aplicar este comando al sistema obtenemos los estados se pueden despreciar. Se debe tener cuidado al eliminar estados ya que como observamos en la figura 3.30 la aportación de los estados varía al utilizar diferentes velocidades.

4. Implementación del sistema de levitación

Dentro de este capítulo se presentan los sensores que se usaron, la etapa de potencia del sistema, y la implementación analógica y digital para el sistema de levitación con un electroimán. El sistema de sensado es un punto crucial en el sistema de levitación, ya que este permite medir la posición del objeto a levitar. Por otro lado, la etapa de potencia muestra como la señal de control es amplificada sin dañar los dispositivos de control. Finalmente, se muestra la implementación de control analógico con Op-amps y la implementación digital con un DSP.

4.1 Sensores

Uno de los mayores problemas en este proyecto, es sensar la posición del objeto a levitar. Las primeras pruebas realizadas fueron con sensores ópticos, se presentó un ruido producido por el ambiente y un rango de distancia limitado en el sensado. No se logró obtener resultados favorables en los experimentos, por lo que se analizaron diversas investigaciones del sistema de sensado.

4.1.1 Sensores Ópticos

Al usar fototransistores la luz del ambiente genera ruido que altera el valor sensado en la posición. Para evitar este problema se implantó el circuito de la figura 4.1. Este circuito nos permite captar la luz del medio al restar la señal de voltaje producida por el ambiente con la referencia; de esta forma se elimina el ruido producido por el ambiente.

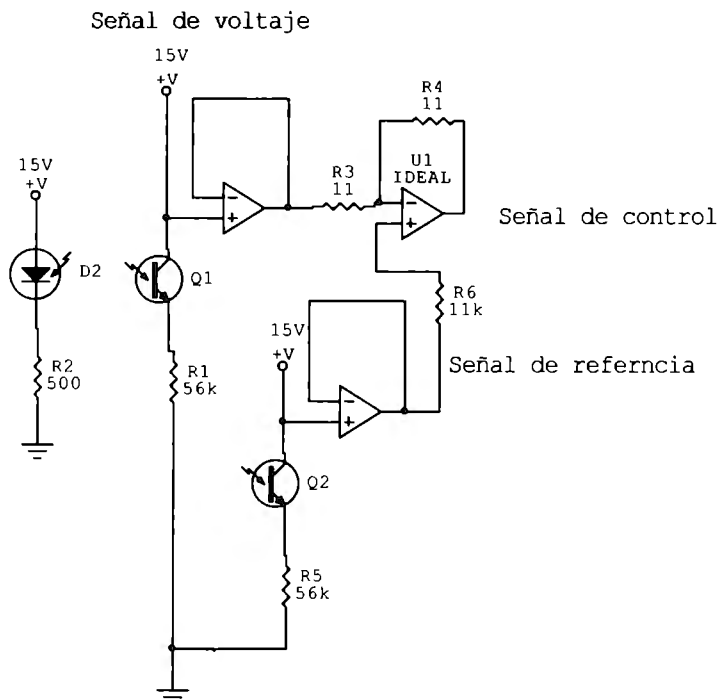


Figura 4.1 Sensado de la posición del electroimán.

4.1.2 Desventajas de los sensores ópticos

A pesar de que se logró eliminar el ruido del sistema, el rango de trabajo (en términos de la distancia) fue muy reducido. El rango de voltaje en la salida de los sensores es de 0V a 12V, sin embargo el efecto magnético del sistema cuenta con un rango de 0.5 mm; debido a este rango la variación de la salida del sensor cambia muy rápidamente. Por lo que el sensado hace que la esfera oscile sin encontrar su punto de equilibrio.

4.1.3 Sensores de Campo (Efecto hall)

Los sensores de efecto Hall generan un voltaje de salida que es proporcional al campo magnético detectado. Estos sensores son ideales para detectar posiciones lineales y rotacionales. Su precio es accesible por lo que se lograron realizar diversas pruebas sobre el sistema de control diseñado. Se usó este sensor con un voltaje de salida entre 3.3 a 6 V, su esquema se muestra en la figura 4.2 (ver Apéndice III).

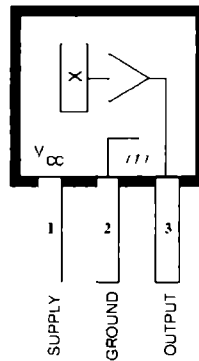


Figura 4.2 Esquema del Sensor de Efecto Hall (Allegro A3516 LUA)^[18]

Con el fin de analizar el tiempo de respuesta del sensor se usaron las siguientes ecuaciones de movimiento acelerado constante.

$$d = d_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (4.1)$$

$$0 = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.1)$$

$$h_0 = \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.2)$$

$$\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = t \quad (4.3)$$

Con caída libre, a una distancia de 2 cm, se calcula un tiempo de $\sqrt{\frac{2(0.02)}{9.81}} = 63$ ms. Si el tiempo de respuesta es de 100 ms (medido con el osciloscopio en la figura 4.3), tenemos un retraso de aproximadamente 37 ms; este tiempo de retraso es tan pequeño que se puede despreciar (3.7%).

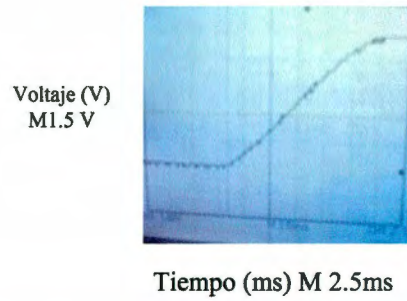


Figura 4.3 Salida del sensor A3516 LUA al caer de una altura de 2cm (M2.5 ms).

También se tomaron diferentes mediciones de la salida del sensor, con el fin de observar su comportamiento. La tabla 4.1 nos muestra el valor de la salida del sensor a diferentes distancias, estos datos son graficados en la figura 4.4.

4.1 Tabla de mediciones (sensor Hall).

Distancia (cm)	Voltaje (V)
6	1,787
5	1,813
4	1,86
3	1,947
2	2,105
1	2,33

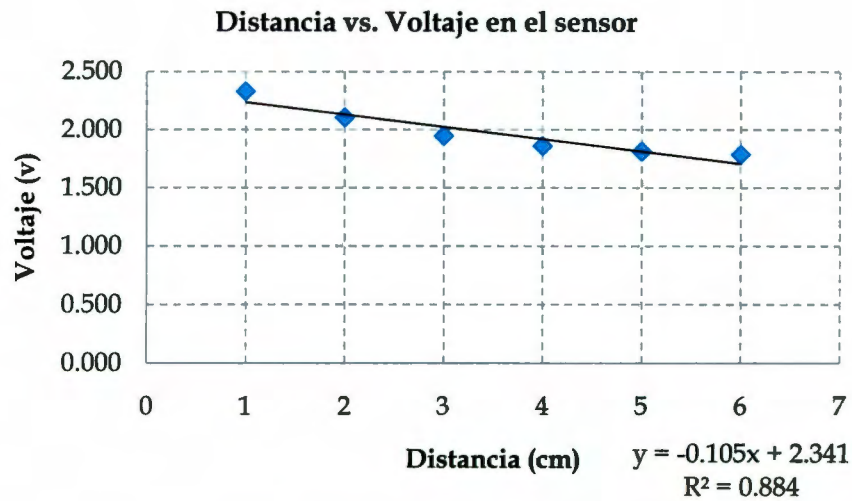


Figura 4.4 Grafica de la salida del sensor a diferentes distancias

Observamos en la figura 4.4 que el comportamiento del sensor es línea dentro de un rango amplio de valores y una ganancia de 10 V/m.

4.1.4 Desventajas de sensores de campo

Este sensor nos permite controlar el sistema por medio del campo, sin embargo necesita estar sobre el objeto a levitar, por lo que los alambres de alimentación para el sensor quedan pegados al objeto a levitar. Además cualquier cambio angular genera variaciones en la salida del sensor, ya que este sensor también mide cambios angulares. Por esta razón se cambio el objeto a levitar de una esfera a un llavero que tiene una parte plana en donde se pegó el sensor.

4.2 Etapa de potencia

La etapa de potencia que se muestra en la figura 4.5, este circuito permite, por medio de transistores, aumentar la corriente según se requiera sin que se dañen los dispositivos. Así mismo, cuenta con un diodo en paralelo con el electroimán que permite drenar la energía almacenada en el mismo. Con el mismo propósito, se añadió un *opto-acoplador* que impide que el sistema de salida y adquisición de datos pueda ser dañado por un exceso de corriente.

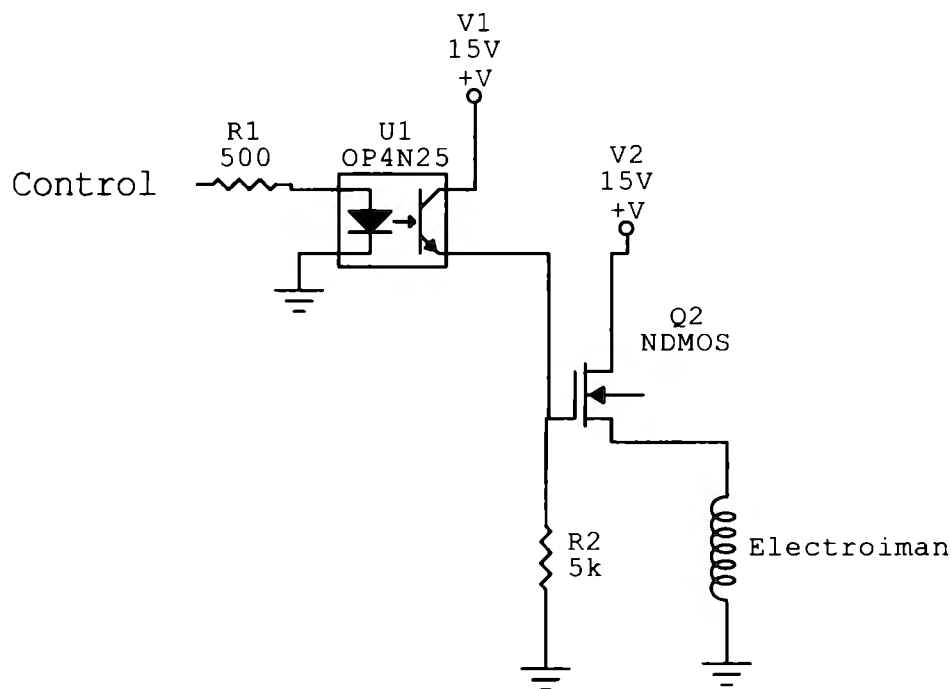


Figura 4.5 Circuito de potencia con un transistor

4.3 Implementación analógica del control

La implementación analógica se realizó con Op-Amps y sensores ópticos, siguiendo el diagrama de bloques de la figura 4.6. El control se implementó usando el circuito de la figura 3.16, la etapa de potencia se implementó con los transistores de la figura 4.5, en la sección de etapa de potencia; el bloque llamado planta representa el electroimán y en el bloque sensor se armó el circuito que elimina el ruido producido por el ambiente de la figura 4.1.

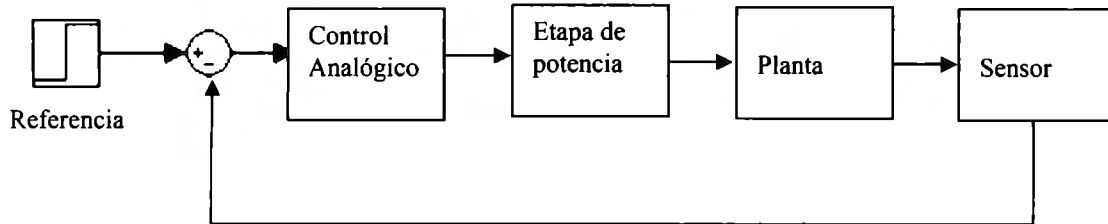
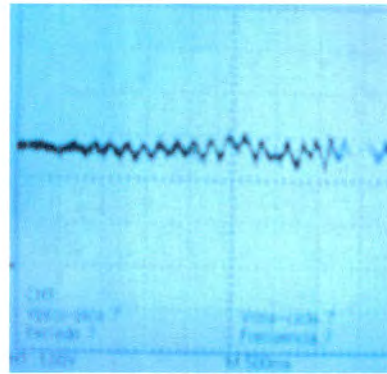


Figura 4.6 Diagrama de bloques de la implementación analógica.



a)



b)

Figura 4.7 Resultados de la implementación analógica.

a) Imagen de la prueba realizada con la implementación analógica. b) Salida del controlador.

La implementación del control analógico basada en la corriente de la sección 3.1.5 mostró varias dificultades, como se observa en la figura 4.7b existe una gran cantidad de ruido en la salida del controlador, que posiblemente fue causada por el sensor óptico, además el rango de distancia limitado en el sensado, hizo que el objeto metálico se mantuviera vibrando.

4.4 Implementación digital del control

La implementación digital del control se realizó por medio de un DSP (Digital Signal Processing), este dispositivo nos permitió construir el control, y la conversión de datos analógicos a digitales y viceversa. Se presenta una pequeña introducción a los DSP's en el apéndice IV, también se muestra su arquitectura (apéndice IV A), y sus ventajas y desventajas (apéndice IV B). En este capítulo se presentan las características del DSP que se usó (eZdsp™ LF2407 de National Instrument) [19], después se muestran algunas pruebas realizadas en el simulador del DSP (VisSim Embedded Controls Developer) y los resultados experimentales, finalmente se implementa el control digital del levitador con el eZdsp™ LF2407.

4.4.1 Características del eZdsp™ LF2407

El diagrama en bloques del DSP eZdsp™ LF2407 se observa en la figura 4.8. Las características de este DSP son las siguientes:

- TMS320LF2407 Procesador digital de señales
- 64K de memoria de programa y datos en RAM
- 32K de memoria Flash
- 7.3728 MHz de velocidad del CPU para 30 MIPS de operación
- 3 conectores de expansion
- IEEE 1149.1 JTAG Controller
- Voltaje de operación de 5V
- Interface de emulación IEEE 1149.1 JTAG

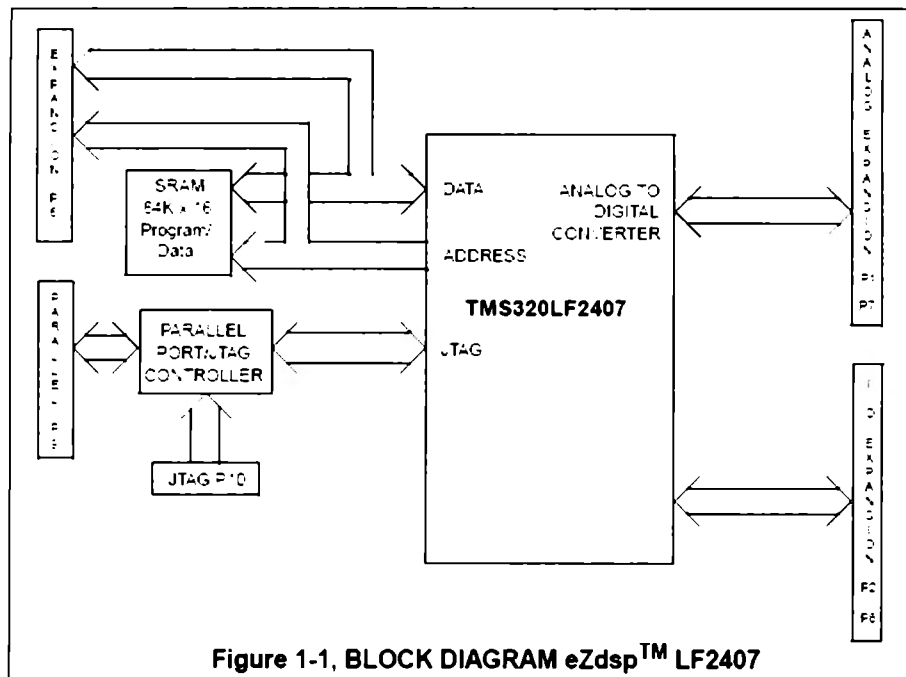


Figura 4.8 Diagrama de bloques del eZdsp™ LF2407 [19]

La tarjeta es alimentada con un convertidor de 5V que viene incluido en la caja de desarrollo. La corriente que maneja la fuente de alimentación es 1A. La unidad es alimentada a través del conector P3, si se conectan tarjetas de expansión al DSP puede que se necesite una fuente de alimentación con mayor amperaje. La tarjeta tiene ocho conectores como muestra la tabla 4.2 y la figura 4.9, sobre los cuales usamos una conexión analógica de entrada y un PWM de salida para controlar el levitador.

Tabla 4.2 conexiones eZdsp™ LF2407^[19]

Connector	Function
P1/P7	Analog Interface
P2/P8	I/O Interface
P3	Power Connector
P6	I/O Expansion Connector
P9	Parallel Port/JTAG Controller Interface
P10	JTAG Interface

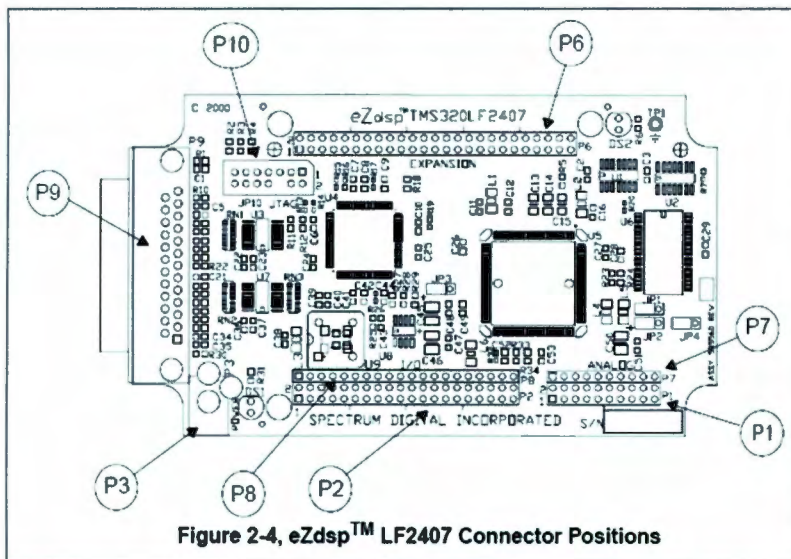


Figure 2-4, eZdsp™ LF2407 Connector Positions

Figura 4.9 Posición de las conexiones del eZdsp™ LF2407^[19]

El diagrama de los puertos de entrada analógicos se describe en la figura 4.10 y la tabla 4.3 presenta las conexiones de la interface analógica.

Tabla 4.3 Conexiones de la interface analógica

Pin #	Signal	Pin #	Signal
1	GND	2	ADCIN0
3	GND	4	ADCIN1
5	GND	6	ADCIN2
7	GND	8	ADCIN3
9	GND	10	ADCIN4
11	GND	12	ADCIN5
13	GND	14	ADCIN6
15	GND	16	ADCIN7
17	GND	18	VREFLO
19	GND	20	VREFHI

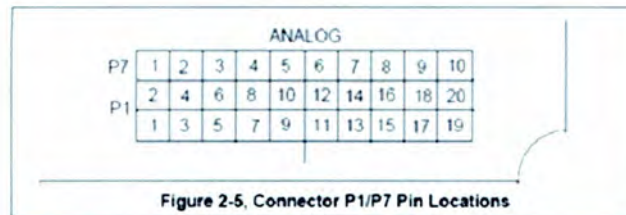


Figura 4.10 Entradas analógicas del eZdsp™ LF2407^[19]

El diagrama de las salidas digitales se muestra en la figura 4.11 y la tabla 4.4 muestra la interface de conexión para el puerto P2.

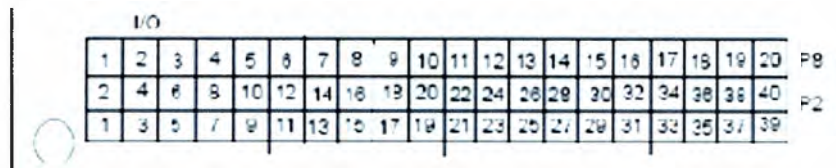


Figura 4.11 Salidas digitales del eZdsp™ LF2407^[19]

Tabla 4.4 Conexiones de la interface digital (P2)

Pin #	Signal	Pin #	Signal
1	+5V	2	+5V
3	SCITXD/IOPA0	4	SCIRXD/IOPA1
5	XINT1/IOPA2	6	CAP1/QEP1/IOPA3
7	CAP2/QEP2/IOPA4	8	CAP3/IOPA5
9	PWM1/IOPA6	10	PWM2/IOPA7
11	PWM3/IOPB0	12	PWM4/IOPB1
13	PWM5/IOPB2	14	PWM6/IOPB3
15	T1PWM/T1CMP/IOPB4	16	T2PWM/T2CMP/IOPB5
17	TDIRA/IOPB6	18	TCLKINA/IOPB7
19	GND	20	GND
21	WNR/IOPC0	22	BIO-/IOPC1
23	SPISIMO/IOPC2	24	SPISOM/IOPC3
25	SPICLK/IOPC4	26	SPISTE/IOPC5
27	CANTX/IOPC6	28	CANRX/IOPC7
29	CLKOUT/IOPED	30	PWM7/IOPED1
31	PWM8/IOPED2	32	PWM9/IOPED3
33	PWM10/IOPED4	34	PWM11/IOPED5
35	PWM12/IOPED6	36	CAP4/QEP3/IOPED7
37	PDPINTA-	38	PDPINTB-
39	GND	40	GND

El DSP usa una interface paralela de JTAG que permite la comunicación entre el DSP y la computadora durante una simulación, debido a que hay un retardo en el protocolo de comunicación de este dispositivo, es probable que la simulación no sea del todo correcta o haya retardos en cuanto a sistemas con una dinámica considerablemente grande, como lo puede ser nuestro levitador magnético.

4.4.2 Pruebas experimentales del DSP

Dentro del simulador (VisSim Embedded Controls Developer) del DSP se realizaron dos pruebas. En la primera se configuró un control PID para un sistema de primer orden (figura 4.12a).

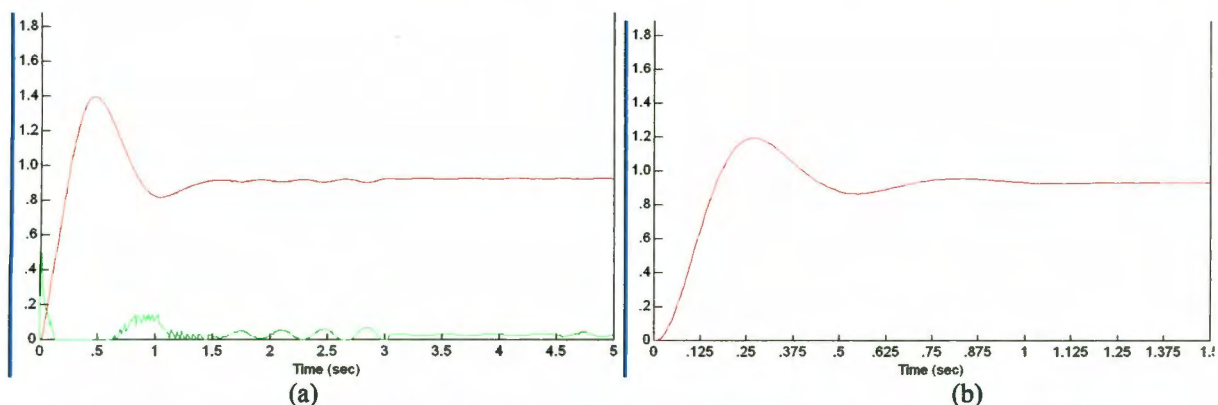


Figura 4.12 a) Simulación en el DSP de un controlador de primer orden. b) Sistema de segundo orden

Experimentalmente se probó el comportamiento del control con DSP, armando sistemas de primer y segundo orden (figura 4.13) y comparar las simulaciones de ambos sistemas aplicando controles PID en ambos casos.

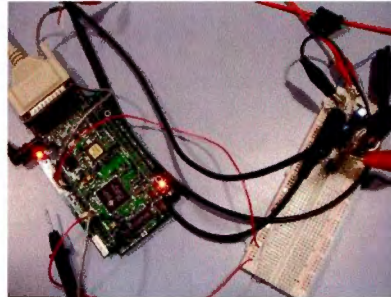


Figura 4.13 Conexión entre el DSP para los sistemas de primer o segundo orden.

La planta de segundo que se diseñó genera la curva de la figura 4.14. Al aplicar el controlador con el DSP observamos que la curva se comporta perfectamente (ver figura 4.15). Por lo que podemos ver que el control con el DSP funciona correctamente.

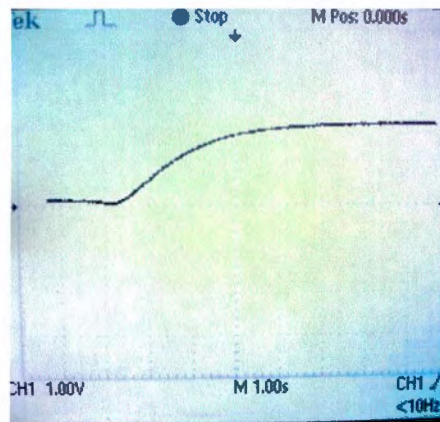


Figura 4.14 Sistema de segundo orden en lazo abierto

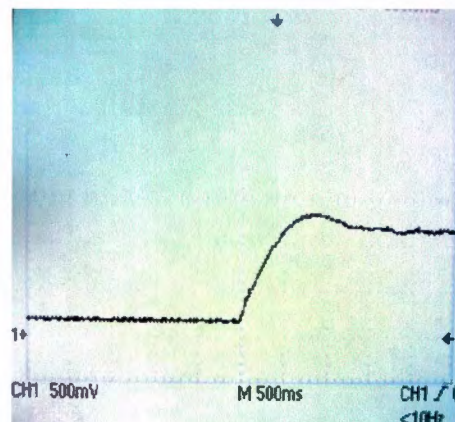


Figura 4.15 Sistema de segundo orden en lazo cerrado.

4.4.3 Uso del DSP en el levitador

La implementación digital para el DSP, se basó en el diagrama de bloques de la figura 4.16. El DSP incluye los bloques del controlado digital, actuador y el convertidor analógico digital. La planta representa el electroimán y el sensor que se empleó fue el de efecto Hall. La etapa de potencia se implementó con el circuito de la figura 4.17

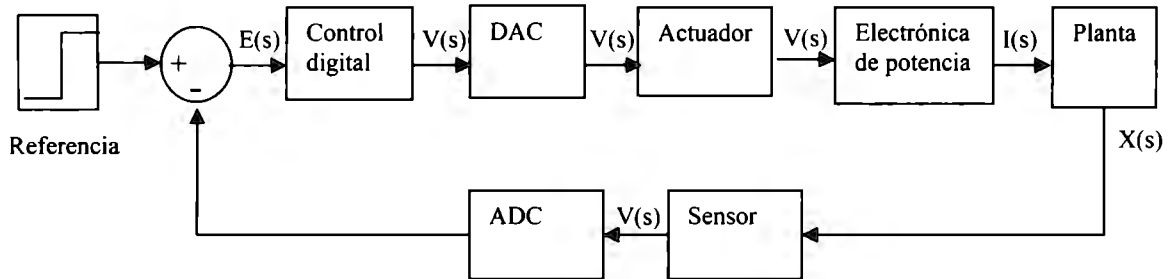


Figura 4.16 Diagrama de bloques de la implementación digital

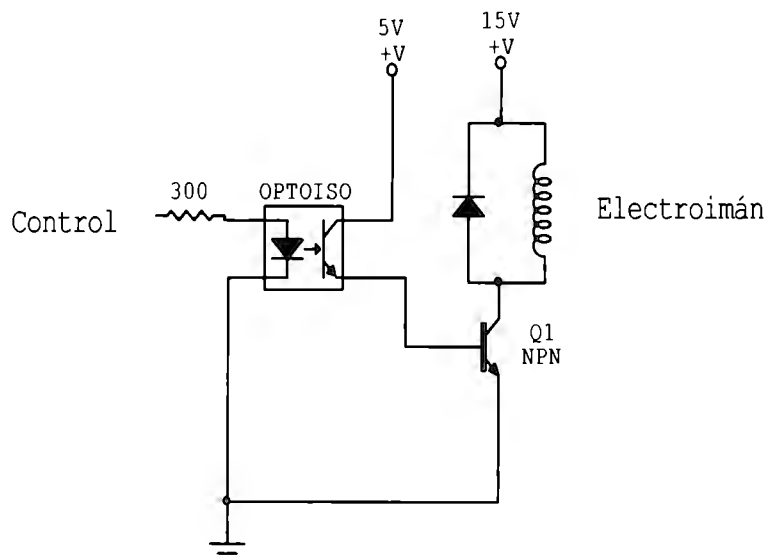


Figura 4.17 Etapa de potencia para la implementación digital.

El Opto-acoplador de la figura 4.17 impide que el funcionamiento del electroimán quemé el DSP, ya que éste trabaja a bajos rangos de voltaje y corriente. La señal de salida del Opto-acoplador se transmite al transistor que genera la corriente requerida para el electroimán.

Para crear el programa que se va a cargar en el DSP, se utilizó el software VisSim Embedded Controls Developer, antes mencionado. En este software se tienen diferentes bloques para realizar algoritmos de control así como simulaciones. El software utiliza números de punto flotante para las simulaciones en la computadora, pero es importante aclarar que para cargar un programa al DSP, todos los bloques deben de ser en punto fijo, ya que el tamaño de palabra del procesador es de 16 bits.

Se abre un archivo nuevo en el programa y ahí se insertan todos los bloques necesarios para crear el control del levitador. Para que el DSP lea los datos de entrada que vienen del sensor, se necesita insertar un bloque de entrada analógico. Este bloque lee voltaje de entrada, de 0 a 3.3V, por un puerto analógico sin necesidad de un convertidor analógico-digital externo, ya que el procesador hace la conversión. Este bloque, se encuentra en el menú *VisSim/DSP—C2407—Input port for C2407*.

Otros bloques importantes son el restador para crear la retroalimentación de la ley de control, el bloque con una constante para la referencia, y la función de transferencia del compensador. Estos bloques se encuentran en el menú *Blocks—Fixed Point*. Y sus respectivos nombres son *sum*, *const* y *transferFunction*. Dentro de estos bloques se requiere especificar cuantos bits se van a usar para la parte entera del número y cuantos para la parte decimal. Esto se logra dando doble clic en cada bloque. Para nuestro algoritmo de control se utilizó una resolución de 10 bits para la parte entera y 6 bits para la parte decimal. Después de conectar estos bloques, es necesario de que la salida del compensador sea en PWM, por tanto hay que agregar algunos bloques más para este propósito como lo muestra la figura 4.18.

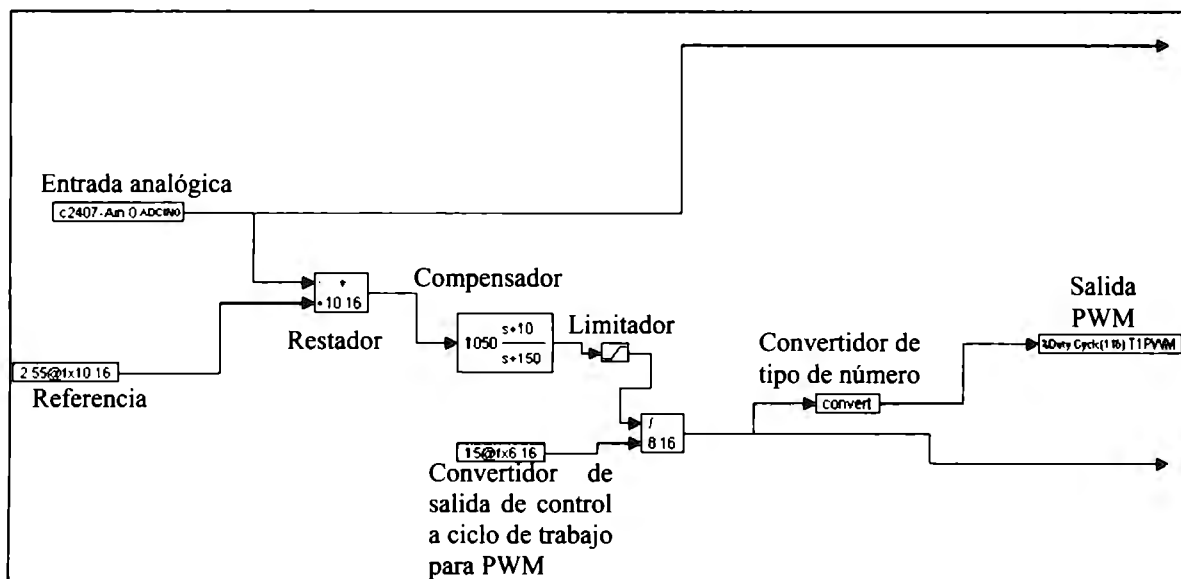


Figura 4.18 Bloques usados en el simulador del DSP

Nuestro control sólo maneja señales de 0 a 15 porque el electroimán está conectado a 15 Volts y sólo podríamos controlar el levitador magnético dentro de este rango. Por tanto, si el compensador calcula una señal de control de 25, el limitador mandaría una señal de 15 indicándole al DSP que debe de darle al electroimán un voltaje de 15 Volts.

El software cuenta con una función para convertir una señal continua a una señal del tipo PWM, se encuentra dentro del menú *VisSim/DSP—C2407—PWM*. La entrada de este bloque debe tener el ciclo de trabajo del PWM en un formato de 1 bit para los enteros y 15 bits para los decimales. Para convertir la señal del compensador al ciclo de trabajo del PWM, la señal de control se divide entre 15; este valor corresponde al cien por ciento del ciclo de trabajo. La frecuencia del PWM se ajusta en las opciones de éste, dando doble clic sobre el bloque. El bloque *convert*, que se encuentra dentro del menú *Blocks—Fixed Point*, es para convertir el formato del número para el bloque del PWM.

Una vez que se tiene el programa a bloques, es necesario agruparlo en un sólo bloque para poder grabarlo en la memoria del DSP. Esto se realiza seleccionando todos los bloques del programa e ir a la opción *Create Compound Block* dentro del menú *Edit*. Si se desea hacer una simulación, sólo es necesario poner el modelo matemático de la planta y poner ambos bloques en lazo cerrado. Después de que se agruparon los bloques en uno mayor (figura 4.19), se requiere compilar el programa con la opción *Code Gen* (figura 4.20) que se encuentra dentro del menú *Tools* (es necesario que el bloque que va al DSP esté seleccionado).

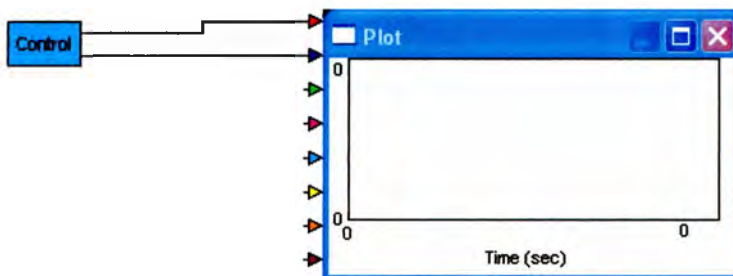


Figura 4.19 Creación del bloque que agrupa los bloques de la figura 4.18

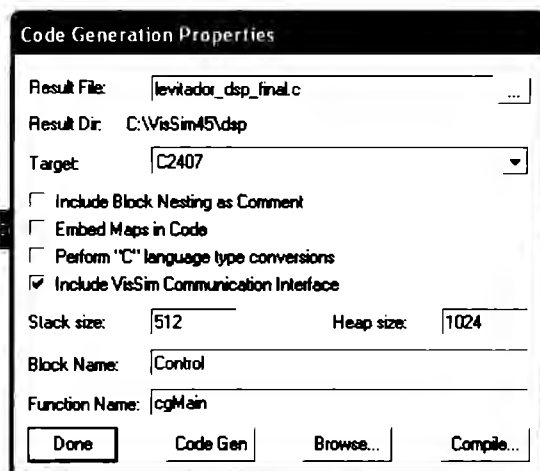


Figura 4.20 Cuadro de diálogo para copilar (Code Generation Properties)

Dentro del cuadro de diálogo se selecciona las opciones como muestra la figura y presionar el botón de *Compile*. Una vez hecho esto, el simulador genera un programa en código C que sirve para cargar en el DSP. Para cargarlo al DSP es necesario sustituir el bloque de control que se ha compilado por un bloque llamado *DSP Interface* que se encuentra dentro del menú *VisSim/DSP—C2407*. Dentro de las opciones de este bloque es necesario indicar qué archivo se desea cargar al DSP y el tiempo de muestreo (figura 4.21).

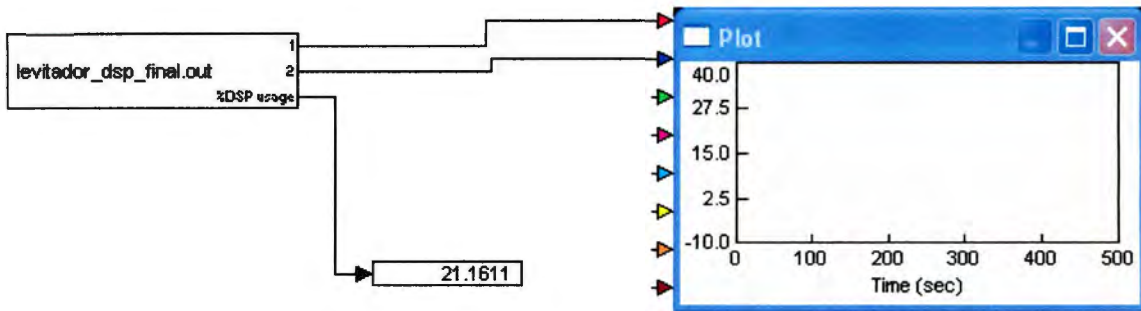


Figura 4.21 Bloques que cargan el tiempo de muestreo y el bloque del programa copilado.

Por predeterminación del software el bloque carga el último programa compilado al DSP, entonces si el último programa compilado fue el que se desea cargar al DSP no es necesario cambiar esta opción (figura 4.22).



Figura 4.22 Selección del programa (Interface Properties).

Finalmente se ajustan las opciones de la simulación en el menú *Edit—Simulation Properties*, aquí se selecciona el tiempo que se quiere dejar ejecutando el programa, y que se ejecute en tiempo real la interacción entre el DSP y la computadora para visualizar los datos (figura 4.23) Por último se da clic en el botón de Run que se encuentra en la barra de herramientas del software.

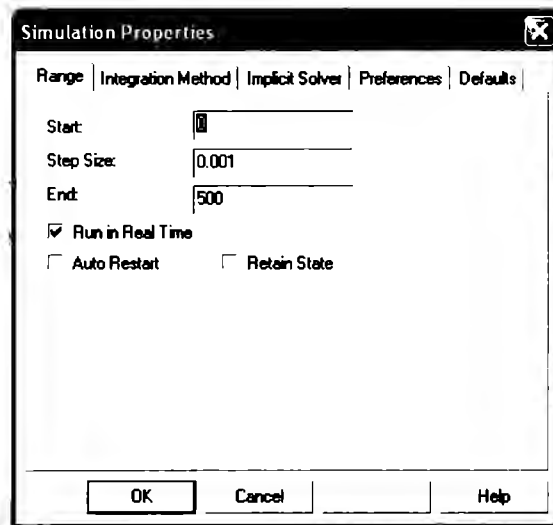


Figura 4.23 Propiedades de simulación (Simulation Properties).

La figura 4.24 muestra cómo varía el comportamiento del PWM al cambiar la entrada de la referencia. Si el objeto se aleja de la referencia el PWM manda todo el ciclo de trabajo, y cuando el objeto se encuentre dentro del rango establecido el PWM se mantiene trabajando.

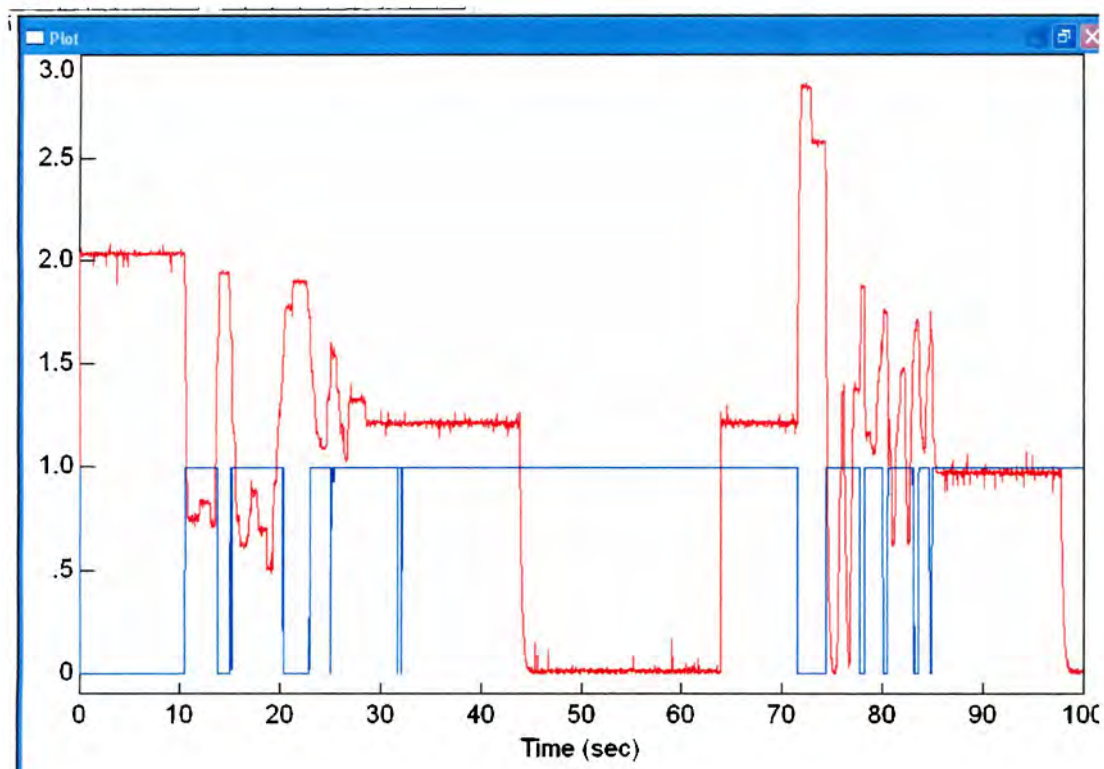


Figura 4.24 Comportamiento del PWM en el DSP para el sistema de levitación.

5. Resultados obtenidos en el sistema de levitación

Dentro de este proyecto se realizaron diversos análisis sobre un sistema de levitación electromagnética, a continuación se presentan los resultados que se obtuvieron en las secciones de modelo matemático, sensado del sistema e implementación del control.

5.1 Modelo matemático.

Durante este proyecto se analizaron dos modelos matemáticos: uno basado en la corriente (William G. Hurley y Werner H. Wölfle^[6]) en donde se obtienen dos polos en el sistema (sección 3.1.5); el otro modelo se basó en el voltaje (Wong^[5]), en donde se describen tres polos (sección 3.1.6). Las pruebas realizadas en ambos modelos nos mostraron que el modelo más eficiente para este proyecto es el de Wong^[5], ya que este describe el comportamiento de la planta considerando el efecto de la resistencia directamente en la función de transferencia.

5.2 Sensor del sistema.

El sensor de efecto Hall mostró tener un mejor desempeño que los sensores ópticos. El comportamiento del sensor fue lineal; además no sufría del constante ruido que se presentaba en los sensores ópticos. El sensor de efecto Hall también mostró un rango de medición mas amplio que el sensor óptico, permitiéndonos ampliar la distancia en la cual el objeto levita. La desventaja fue que se tuvo que conectar a un objeto con una superficie plana para que no rodara (como el caso de la esfera), por lo que se uso un objeto en forma de barra, (llavero figura 5.1).



Fig. 5.1 Objeto que se levitó

5.3 Implementación del control

La implementación analógica presentó muchos problemas, uno de los más graves fue el ajuste de la ganancia, ya que este es impreciso por el tipo de implementación (teníamos que mover un potenciómetro). Por otro lado, la implementación presentó mucho ruido en la salida del controlador, esto se debe a que la implementación digital se realizó con los sensores ópticos. En cuanto a la implementación digital, se observaron mejores resultados, ésta es más flexible ya que permite hacer cambios en el sistema sin necesidad de afectar la aplicación ya determinada. La levitación se logró hacer con la implementación digital (figura 5.2). La figura 5.2a muestra al objeto levitando y la 5.2b muestra la interfaz gráfica del DSP

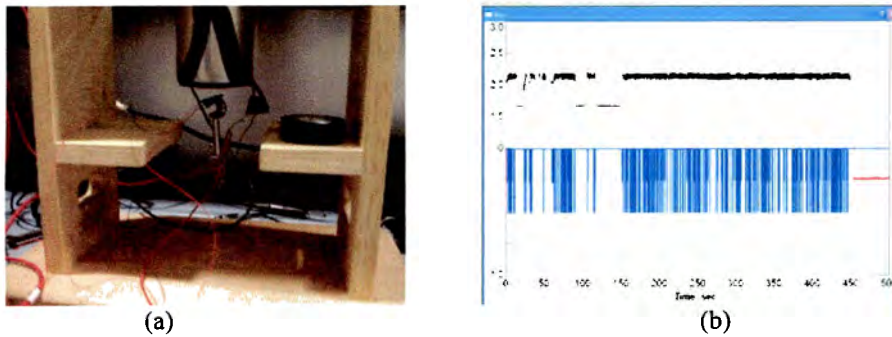


Figura 5.2 Resultados de la implementación digital
a) Imagen del objeto levitando. b) Interfaz grafica del DSP

5.4 Experimentos y mediciones

Finalmente se realizaron dos mediciones sobre el sistema: medición de la temperatura y comportamiento del campo con el objeto que se levitó. Durante las pruebas realizada en el electroimán observamos que éste se calentaba después de un tiempo de operación; el cambio de temperatura afectaba el sistema, ya que la resistencia del electroimán cambia con la temperatura, y por tanto, la corriente es afectada. Se llevaron acabo mediciones del calentamiento (tabla 5.1), y graficas del cambio de temperatura (figura 5.3a) y de corriente en electroimán (figura 5.3b). Observamos que al aumentar la temperatura la corriente disminuye, por lo que el comportamiento de la planta cambia y el control diseñado no puede mantener el objeto levitando durante periodos prolongados de tiempo, ya que nuestro diseño no incluye el efecto del calentamiento en el electroimán. También podemos ver que la corriente se mantiene hasta los 540 segundos, después de este lapso de tiempo existe un cambio brusco en la corriente.,

Tabla 5.1 Mediciones de temperatura y Corriente en el electroimán

Tiempo (s)	Temperatura (°C)	Corriente(A)
0	24	1.36
30	25	1.36
60	27	1.36
90	28	1.36
120	29	1.36
150	31	1.36
180	31	1.36
210	32	1.36
240	32	1.36
270	33	1.36
300	35	1.36
330	35	1.36
360	36	1.36
390	36	1.36
420	37	1.36
450	37	1.36
480	38	1.36
510	39	1.36
540	39	1.36
570	40	1.29
600	40	1.29
630	41	1.28
660	41	1.28
690	41	1.28
720	42	1.28
750	42	1.28
780	43	1.27
810	44	1.27
840	45	1.27
870	45	1.27

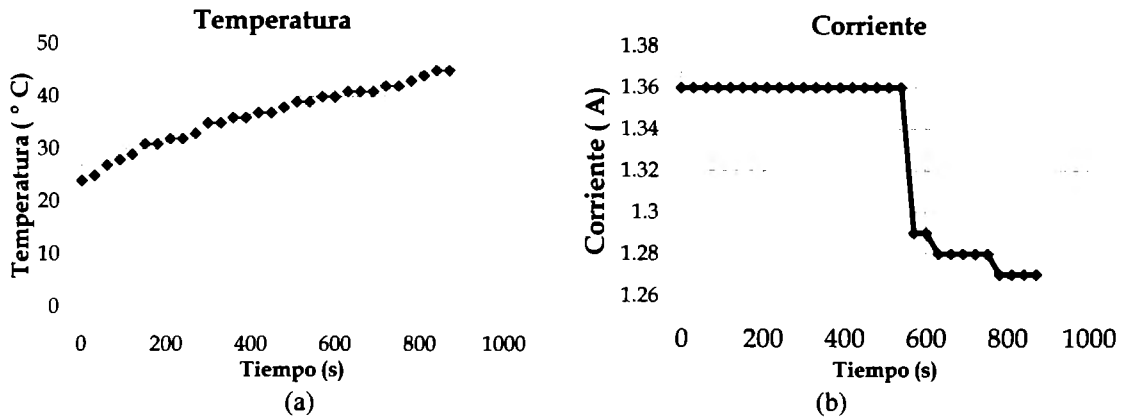


Figura 5.3 Efectos de la temperatura en el electroimán

a) Grafica del cambio de la temperatura con respecto al tiempo b) Cambio de la corriente

El objeto que se levitó fue un llavero, por lo que se realizaron mediciones del campo al acercar este objeto. Las mediciones del capítulo 3, se hicieron con la esfera, y el diseño del sistema de levitación se realizó considerando un objeto esférico, sin embargo el efecto magnético del sistema también depende de la estructura del objeto a levitar. Observamos en la figura 5.4, que el comportamiento del campo magnético al acercar el llavero ya no es totalmente exponencial, en un tramo de la curva es lineal.

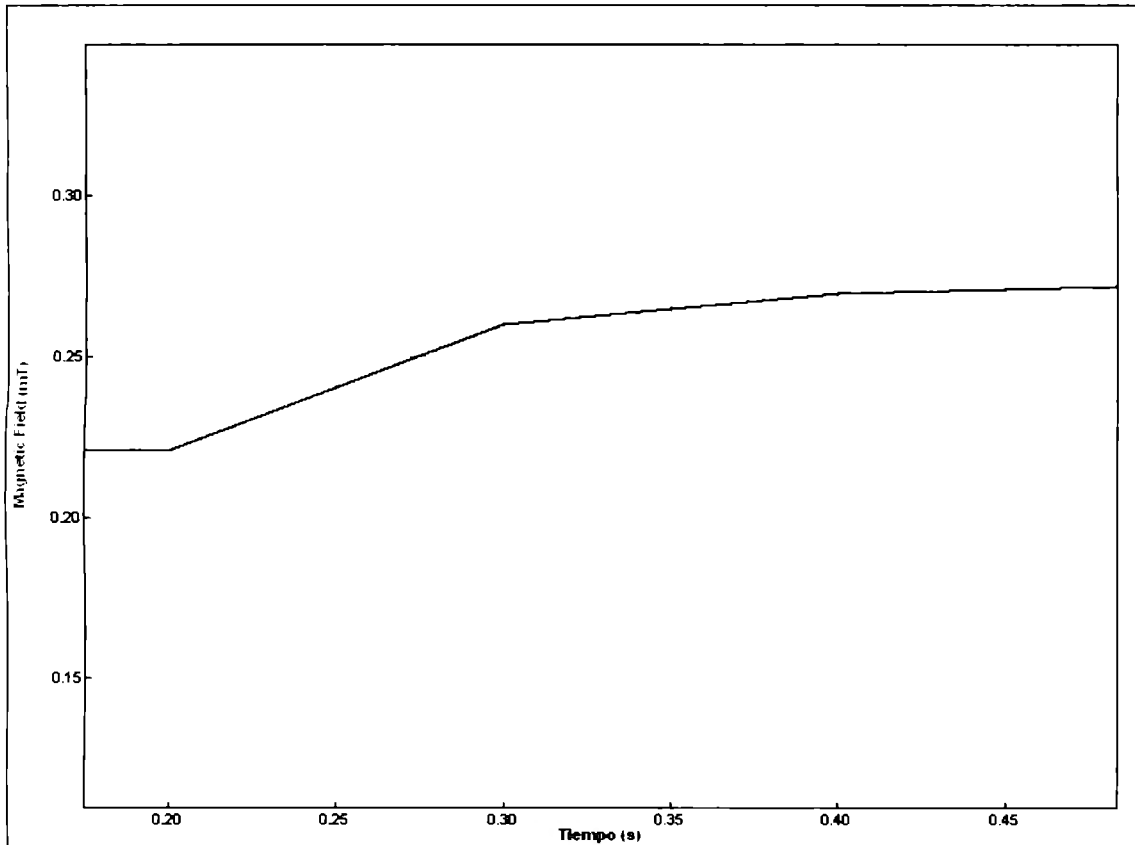


Figura 5.4 Grafica del comportamiento del campo en el electroimán al acercar el llavero.

6. Conclusiones y trabajo futuro:

En este proyecto se logró estudiar la levitación magnética mediante el diseño y construcción de un levitador electromagnético que permite la suspensión de un cuerpo metálico. Durante el desarrollo de este trabajo se llegaron a las siguientes conclusiones:

- ❖ En el diseño del electroimán se observó que existen muchos modelos propuestos que caracterizan el comportamiento de la inductancia al acercar un cuerpo metálico al electroimán. Por un lado, el modelo de Hurley y Wölfle^[6] interpreta este comportamiento como exponencial y los experimentos realizados en este trabajo corroboran su veracidad. El problema de la expresión de Hurley y Wölfle^[6] para este proyecto fue que en la implementación del control se usó un objeto metálico en forma de barra y este elemento cambia el comportamiento de la inductancia, como se mostró en el capítulo de resultados. Por otro lado, el modelo matemático de Wong^[5] resultó más útil y sencillo; con este modelo se implementó el control digital presentado buenos resultados.
- ❖ En cuanto al diseño del control, en este proyecto abordamos diferentes métodos para compensar la inestabilidad de la planta, el método que mostró mejor resultado fue la variación de valores entre 0 y el polo negativo.
- ❖ En calentamiento del sistema afecta el comportamiento del electroimán. El cambio de temperatura en el sistema provoca un decremento en la corriente, debido a la variación de la resistencia en el electroimán producida por el calentamiento. Este fenómeno hace que los parámetros de la planta cambien y el control no es capaz de suspender el objeto metálico durante tiempos prolongados.
- ❖ La implementación del control digital con el DSP muestra mayor flexibilidad y facilidad para esta aplicación. Las simulaciones son muy útiles y ayudan a visualizar el comportamiento del sistema. Además el tiempo de muestreo del DSP es lo suficientemente rápido para capturar y procesar los datos del levitador. Otra ventaja, es que no se tiene que discretizar la planta para colocarla en el programa del DSP, ya que éste se encarga de la discretización; y la implementación se hace por medio de bloques, haciendo más fácil su uso.
- ❖ El sensor de campo (efecto Hall) mostró un comportamiento lineal aceptable para esta aplicación, además no se generaba ruido como en el sensado óptico.
- ❖ La levitación electromagnética presenta varios problemas, entre ellos están, la inestabilidad del sistema. En las pruebas realizadas observamos que pequeños cambios en el sistema afectaban seriamente el comportamiento del sistema. A pesar de que se logró levitar un objeto metálico, la levitación no duró más de 3 minutos, debido al calentamiento del electroimán.

- ❖ En el análisis de las chumaceras se observó la complejidad del problema, este sistema presenta dificultades de cálculo debido a la magnitud de las matrices que se manejan. Además se trata de un sistema multivariable que requiere de un análisis más profundo.

Como trabajo futuro se consideran los siguientes puntos:

- ❖ Incluir el efecto del calentamiento en el modelo matemático del sistema. Colocar a variación de la temperatura en el modelo implicaría considerar un sistema variante en el tiempo, por lo que el diseño del controlador representaría un nuevo reto.
- ❖ Profundizar en el análisis de las chumaceras, tal vez la construcción de una chumacera con un sistema más simple, que considere una sola masa.
- ❖ Realizar el modelo matemático del sistema electromagnético que incluya la barra como objeto de levitación.
- ❖ Diseñar e implementar otro tipo de control no lineal, como los adaptivos, que le agreguen robustez al diseño

7. Referencias

- [1] Efecto de la tecnología en transmisión, distribución y en los usos finales de energía. Boletín IIE Marzo-Abril 1999
<http://www.iie.org.mx/elec99/falhtml/tendencias.html>
- [2] Productos y aplicaciones SKF
http://www.skf.com/portal/skf_rev/home/products?lang=en
- [3] Sotelo Piedrota, Amado. *Diseño, construcción y puesta en operación de una chumacera magnética*. TESIS del Centro Nacional de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico. 1998
- [4] *A solicitud del Instituto Mexicano del Petróleo, el Politécnico Nacional desarrolla tecnología para sustituir equipos extranjeros en los trabajos de extracción*. Caso Exitoso de Vinculación. Ser y Quehacer de la Educación Superior Mexicana. Enero 1999
http://www.anuies.mx/servicios/p_anuies/publicaciones/confluencia/71/19.htm
- [5] T. H. Wong, “Design of a magnetic levitation control system—An undergraduate project” IEEE Trans. Educ., vol. E-29, pp. 196–200, 1986.
- [6] Hurley, William G. y Wölfle, Werner H. “Electromagnetic design of a Magnetic Suspension System” IEEE Trans. Educ., vol. 40, No. 2, pp. 124-130, May 1997
- [7] Hurley, William G. y Wölfle, Werner H. “PWM Control of a Magnetic Suspension System” IEEE Trans. Educ., vol. 47, No. 2, pp. 165-173, May 2004
- [8] Vilma A. Oliveira, Eduardo F. Costa y Jerson B. Vargas. “Digital Implementation of a Magnetic Suspension Control System for Laboratory Experiments” IEEE Trans. Educ., vol. 42, No. 4, pp.315-322, Nov 1999
- [9] Raymond A. Serway, *Electricidad y magnetismo*. McGraw-Hill, México 1999
- [10] Kraus D. John, Fleisch A. Daniel. *Electromagnetismo: con aplicaciones*. México McGraw-Hill, 2000
- [11] Biot-Savart Law Science and Engineering Encyclopedia
<http://www.diracdelta.co.uk/science/source/b/i/biot-savart%20law/source.html>
- [12] Hill. R John, “Teaching Electrodynamics Levitation Theory” IEEE Trans. Educ., vol. 33, No. 4, pp.346-354, Nov 1990
- [13] Ogata Katsuhiko, *Ingeniería de control moderna*. Tercera Edición Prentice-Hall, México 1998

- [14] Wilson, D.S. y Chen, H.M., “The application of Magnetic Bearing to Electric Motors”. IEEE Proceedings of the Intersociety Energy Conversion Engineering Conference. Vol. 3, No. 4, pp.460-463, 1990
- [15] Matuszewski, L. y Falkowski, K. “Ring Thruster With Magnetic Bearings”. Technical University of Gdansk. Faculty of Ocean Engineering.
- [16] Okada Y., Nagai B. y Shimane T.. “Cross-Feedback Stabilization of the Digitally Controlled Magnetic Bearing”. Transactions of the ASME. Vol 114 pp 54-60 Enero 1992
- [17] Tisseur, Françoise y Meerbergen, Karl. *The Quadratic Eigenvalue Problem*. SIAM REVIEW Society for Industrial and Applied Mathematics Vol. 43, No. 2, pp. 235–286. 2001
- [18] Ratiometric, Linear Hall-Effect Sensors for High-Temperature Operation. A3515 and A3516 data sheet
- [19] Especificaciones del eZdsp™ LF2407
http://robotica.itam.mx/espanol/archivos/TMS320LF2407_eZdsp.pdf
- [20] Introducción a los DSP
<http://www.elo.utfsm.cl/~elo385/Documentos/Intro-DSP.pdf>
- [21] Chen, Chi-Tsong. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, USA

Apéndice I. Método de Smith (Identificación experimental de la función de transferencia).^[13]

Un método basado en dos puntos sobre la curva de respuesta fue propuesto por Smith. Los instantes seleccionados por este autor fueron los tiempos requeridos para que la respuesta alcance el 28.3% (t_{28}) y el 63.2% (t_{63}) del valor final, y corresponden a:

$$t_{28} = t_m + \tau/3$$

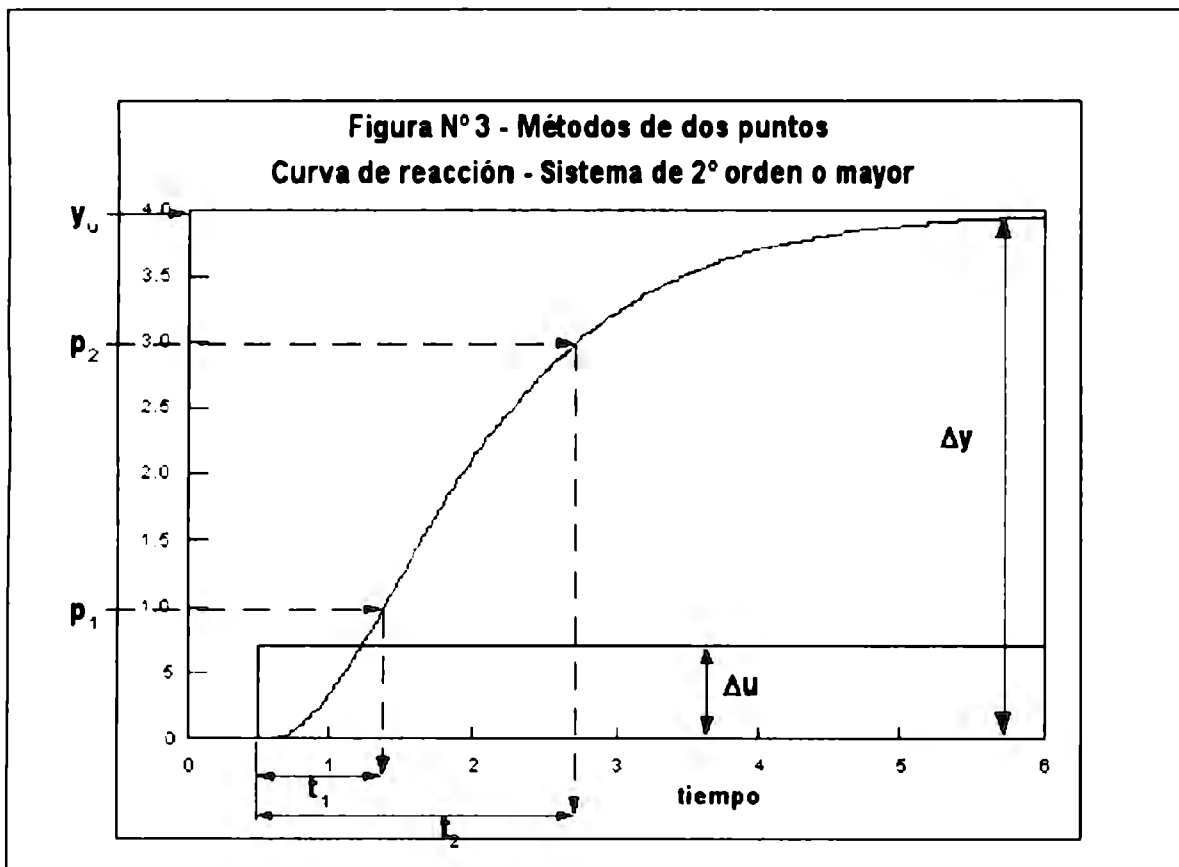
$$t_{63} = t_m + \tau$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver para t_m y τ obteniéndose:

$$\tau = 1.5(t_{63} - t_{28})$$

$$t_m = t_{63} - \tau$$

La ganancia del modelo se calcula como: $k_p = \Delta y / \Delta u$. Y haciendo uso de la siguiente figura:



En donde $t_1 \rightarrow 28.3\%$ de y_u y $t_2 \rightarrow 63.3\%$ de y_u

Apéndice II. Chumaceras magnéticas

A. Sistema de Giroscopio

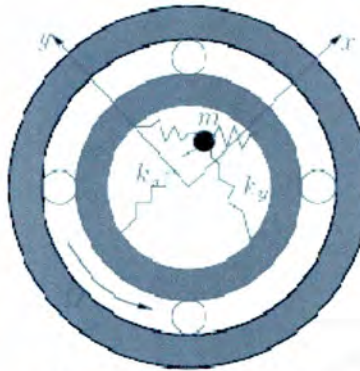
La matriz λ asociada con el sistema de giroscopio es de la forma^[17]:

$$G(\lambda) = \lambda^2 M + \lambda C + K$$

Con M y K , matrices de la forma normal de Hermite (ver apéndice C), $M > 0$ y $C = -C$.

Espectro de localización y estabilidad

Como $G(\lambda) = G(-\bar{\lambda})$, la distribución de los eigenvalores de $G(\lambda)$ en el plano de los complejos es simétrica con respecto al eje imaginario. Si x es el vector derecho asociado con el eigenvalor λ , entonces x es el eigenvector izquierdo asociado con el eigenvalor $-\bar{\lambda}$.



Modelo de dos grados de libertad de un eje de rotación con una velocidad angular Ω .

B. La forma normal de Hermite^[21]

Suponiendo que $M = (m_{ij})$ denota una matriz $n \times n$, entera y no singular, con columnas $\mathbf{m}_j = (m_{1j}, m_{2j}, \dots, m_{nj})^T$, $j = 1, 2, \dots, n$ y determinante (en valor absoluto) $m = |\det M|$. Entonces, el teorema de la forma normal de Hermite afirma que M es equivalente por la derecha a una matriz triangular superior $H(M) = H = (h_{ij})$ cuyos elementos de la diagonal h_{ii} son todos positivos (no nulos), y cada elemento sobre la diagonal y en la fila i -ésima; es decir, $h_{ij}, j > i$, pertenece a un conjunto completo de residuos módulo h_{ii} ; por ejemplo $h_{ij} \in \{0, 1, \dots, h_{ii}\}$. Además, se sabe que esta forma normal es única.

C. Programa en Matlab (análisis de chumaceras electromagnéticas)

```

%{
Chumacera
Datos originales
l=50 mm
E= 206 G Pa
I= 12.6 mm^4
m1=m4=162 g
m2=m3=78.5 g
J1=J4= 0.65 kg cm^2
J2=J3=0.0532 kg cm^2
JP1=JP4= 1.3 kg cm^2
JP2=JP3=0.0769 kg cm^2
%}
% Variables de las matrices (constantes)
format long e;
l=50/1000;
E=206*10^9;
I=12.6/1000^4;
m2=78.5/1000;
m3=m2;
m1=162/1000;
m4=m1;
J1=0.65/100^2;
J4=J1;
J2=0.0532/100^2;
J3=J2;
JP1= 1.3/100^2;
JP4=JP1;
JP2=0.0769/100^2;
JP3=JP2;
%Matrices del sistema
K1=E*I/l^3;
k=K1*[12, -6*1, -12, -6*1, 0, 0, 0, 0; -6*1, 4*1^2, 6*1, 2*1^2, 0, 0, 0, 0; -
12, 6*1, 24, 0, -12, -6*1, 0, 0; -6*1, 2*1^2, 0, 8*1^2, 6*1, 2*1^2, 0, 0; 0, 0, -
12, 6*1, 24, 0, -12, 6*1; 0, 0, -6*1, 2*1^2, 0, 8*1^2, 6*1, 2*1^2; 0, 0, 0, 0, -
12, 6*1, 12, 6*1; 0, 0, 0, 0, -6*1, 2*1^2, 6*1, 4*1^2];
%Matriz de masa
m=[m1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, J1, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, m2, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, J2, 0, 0, 0, 0; 0,
0, 0, 0, m3, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, J3, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, m4, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, J4];
%Matriz de giroscopio (originalmente de 8x7, cambie a 8x8)
JP=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, JP1, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, JP2, 0, 0, 0, 0; 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, JP3, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, JP4, 0];
%Matriz cero
%Velocidad que vamos a cambiar.
%syms omega=0, omegaJ es B;
omega=0;
mz16=zeros(16);
I=eye(16);
mz=zeros(8);
A=[mz, eye(8), mz, mz; -m^-1*k, mz, mz, m^-1*omega*JP; mz, mz, mz, eye(8); mz, -m^-
1*omega*JP, -m^-1*k, mz];
B=[mz, mz; m^-1, mz; mz, mz; mz, m^-1];
C=[eye(8), mz, mz, mz; mz, mz, eye(8), mz];
lamda=eig(A);

```

```

%{
%%
Graficas de los eigenvalores

plot(real(lamda), imag(lamda), 'r*')
xlabel('Re(\lambda)')
ylabel('Im(\lambda)')
title('Eigenvalores del sistema con \omega=2000 rad/s')
grid
%}

```

```

sys=ss(A, B, C, 0);
impulse (sys);

```

D. Eigenvalores para chumaceras a diferentes velocidades de rotación.

Para $\omega=0$

```

2.273736754432321e-013 +9.968133028422926e+003i
2.273736754432321e-013 -9.968133028422926e+003i
-1.023181539494544e-012 +7.848419415152231e+003i
-1.023181539494544e-012 -7.848419415152231e+003i
-3.979039320256561e-013 +3.182117388733042e+003i
-3.979039320256561e-013 -3.182117388733042e+003i
-4.500159780309862e+002 +1.860814949907408e+003i
-4.500159780309862e+002 -1.860814949907408e+003i
4.500159780309868e+002 +1.860814949907408e+003i
4.500159780309868e+002 -1.860814949907408e+003i
-4.431437855556553e-014 +8.423843997027391e+002i
-4.431437855556553e-014 -8.423843997027391e+002i
1.684704070016056e+002
-1.684704070016059e+002
3.307429235828804e-013 +2.608015385021897e-005i
3.307429235828804e-013 -2.608015385021897e-005i
1.818989403545857e-012 +9.968133028422926e+003i
1.818989403545857e-012 -9.968133028422926e+003i
5.684341886080802e-013 +7.848419415152220e+003i
5.684341886080802e-013 -7.848419415152220e+003i
-3.410605131648481e-013 +3.182117388733041e+003i
-3.410605131648481e-013 -3.182117388733041e+003i
-4.500159780309860e+002 +1.860814949907409e+003i
-4.500159780309860e+002 -1.860814949907409e+003i
4.500159780309866e+002 +1.860814949907409e+003i
4.500159780309866e+002 -1.860814949907409e+003i
-8.010441268635482e-013 +8.423843997027390e+002i
-8.010441268635482e-013 -8.423843997027390e+002i
1.684704070016055e+002
-1.684704070016052e+002
-1.169327852350897e-013 +9.161353357459767e-006i
-1.169327852350897e-013 -9.161353357459767e-006i

```

Para $\omega=1000$

```

4.547473508864641e-013 +1.070626593356431e+004i
4.547473508864641e-013 -1.070626593356431e+004i
-1.136868377216160e-012 +9.284317346872482e+003i
-1.136868377216160e-012 -9.284317346872482e+003i
1.364242052659392e-012 +8.575638761079783e+003i
1.364242052659392e-012 -8.575638761079783e+003i
5.684341886080802e-014 +7.194189827753599e+003i
5.684341886080802e-014 -7.194189827753599e+003i
-2.273736754432321e-013 +3.498868789470753e+003i
-2.273736754432321e-013 -3.498868789470753e+003i
-7.958078640513122e-013 +3.106241766750051e+003i
-7.958078640513122e-013 -3.106241766750051e+003i
-1.136868377216160e-013 +2.251349450118136e+003i
-1.136868377216160e-013 -2.251349450118136e+003i
4.575719582119567e+002 +1.761043689297407e+003i
4.575719582119567e+002 -1.761043689297407e+003i
-4.575719582119565e+002 +1.761043689297404e+003i
-4.575719582119565e+002 -1.761043689297404e+003i
4.547473508864641e-013 +1.790946605896573e+003i
4.547473508864641e-013 -1.790946605896573e+003i
-1.136868377216160e-012 +1.592087565447505e+003i
-1.136868377216160e-012 -1.592087565447505e+003i
1.421085471520200e-013 +4.459986552517597e+002i
1.421085471520200e-013 -4.459986552517597e+002i
1.564937272225387e+002 +8.486539194899212e+000i
1.564937272225387e+002 -8.486539194899212e+000i
-1.564937272225400e+002 +8.486539194901134e+000i
-1.564937272225400e+002 -8.486539194901134e+000i
-1.434186103210777e-011 +1.168223486501899e+001i
-1.434186103210777e-011 -1.168223486501899e+001i
1.538374231030465e-011 +9.067931457949819e-011i
1.538374231030465e-011 -9.067931457949819e-011i

```


Apéndice III. Especificaciones del sensor A3515/A3516^[18]

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

- Supply Voltage, V_{CC} 8.0 V
- Output Voltage, V_O 8.0 V
- Output Sink Current, I_O 10 mA
- Magnetic Flux Density, B Unlimited
- Package Power Dissipation
 - F_D See Graph
- Operating Temperature Range*, T_A
 - Suffix 'B' -40°C to +85°C
 - Suffix 'L' -40°C to +150°C
- Storage Temperature Range.
 - T_S -65°C to +170°C

* Infrequent excursions permitted; see Applications Information

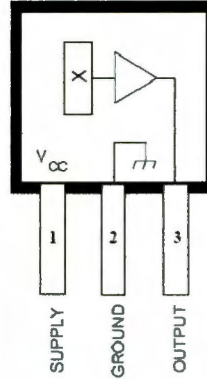
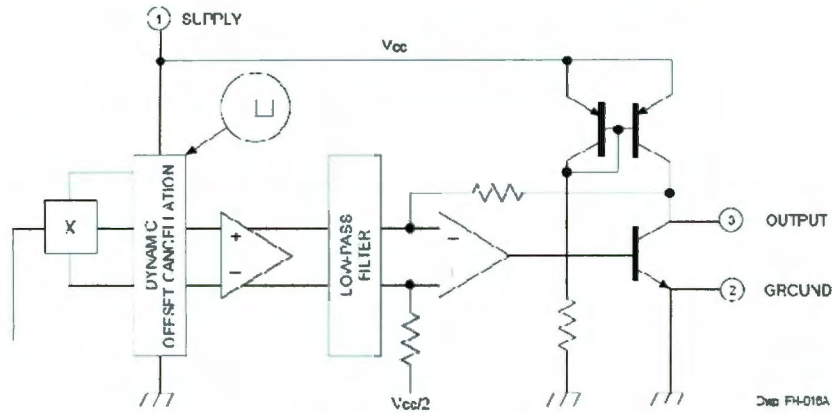


Diagrama de bloques del funcionamiento del sensor



Characteristic	Symbol	Test Conditions	Limits			
			Min.	Typ.	Max.	Units
Supply Voltage	V_{CC}	Operating	4.5	5.0	5.5	V
Supply Current	I_{CC}	$B = 0, V_{CC} = 6\text{ V}, I_O = 0$	-	7.2	10	mA
Quiescent Voltage Output	V_{OO}	$B = 0, I_O = 1\text{ mA}, T_A = 25^\circ\text{C}$	2.425	2.500	2.575	V
Output Voltage	V_{OH}	$B = +X^*, I_O = 1\text{ mA}$	-	4.7	-	V
	V_{OL}	$B = -X^*, I_O = -1\text{ mA}$	-	0.2	-	V
Output Source Current Limit	$I_{O,M}$	$B = -X^*, V_O = 0$	-1.0	-1.5	-	mA
Bandwidth (-3 dB)	BW		-	30	-	kHz
Clock Frequency	f_c		-	170	-	kHz
Output Resistance	r_O	$I_O \leq -2\text{ mA}$	-	1.0	-	Ω
Wide-Band Output Noise (rms)	e_o	$B = 0, BW = 10\text{ Hz to }10\text{ kHz}, I_O \leq -1\text{ mA}, C_O = 100\text{ pF}$	-	400	-	μV

Apéndice IV. Digital Signal Processing (DSP) ^[20]

El procesamiento de señales digitales, conocido como DSP por sus siglas en inglés consiste en la transformación de una señal por medio de un hardware digital, el cual sigue reglas definidas. El software de un DSP puede manejar lenguajes de alto y bajo nivel de programación. Estrictamente, el DSP procesa señales electrónicas como sonido, radio y microondas usando técnicas matemáticas para realizar transformaciones o extraer información. Una de las características atractiva de los DSP's en el campo de la ingeniería es el excelente manejo de señales, esto los hacen adecuados para muchos propósitos, tales como procesamiento de gráficos de alta calidad y simulaciones ingenieriles. También cuenta con la capacidad de procesa señales en tiempo real, haciendo de los DSP ideales para aplicaciones que no toleran ningún retardo, como el sistema de levitación que se presenta en este proyecto. Otra importante característica de un DSP es su capacidad de realizar operaciones de multiplicación y acumulación (MACs) en sólo un ciclo de reloj. Una descripción rápida del funcionamiento de un DSP sería la siguiente: convertir la señal analógica en digital, procesar los datos obtenidos y pasar los datos procesados digitalmente a salidas analógicas (ver figura del diagrama de bloques conceptual de un sistema típico).

A continuación se enlistan algunas aplicaciones de DSP's:

1. Eliminar el eco en las líneas de comunicaciones.
2. Lograr hacer más claras imágenes de órganos internos en los equipos de diagnóstico médico.
3. Cifrar conversaciones en teléfonos celulares para mantener privacidad.
4. Analizar datos sísmicos para encontrar nuevas reservas de petróleo.

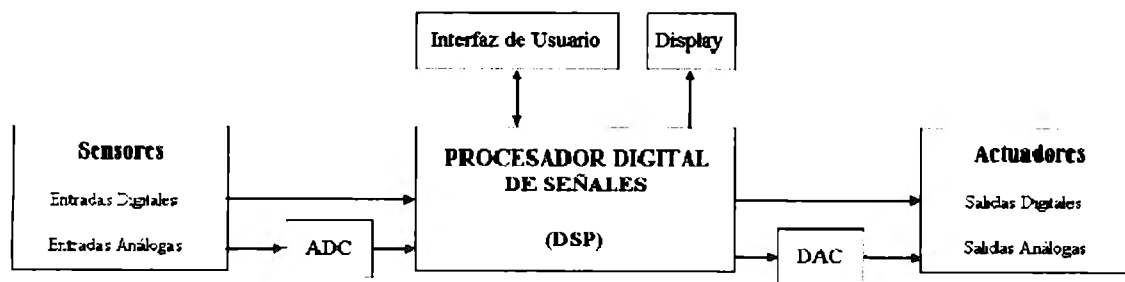


Diagrama de bloques conceptual de un sistema típico

ADC : Conversor Analógico Digital. – DSP: Digital Signal Processor. DAC : Conversor Digital Analógico. ^[19]

Los DSP requieren de una arquitectura que soporte un flujo de datos a alta velocidad hacia y desde la unidad de cálculo y memoria. Esta ejecución a menudo requiere el uso de unidades DMA (Direct Memory Access) y generadores de direcciones duales (DAG's) que operan en paralelo con otras partes del chip. Los DGA's realizan los cálculos de direcciones, permitiendo al DSP buscar dos datos distintos para operar con ellos en un solo ciclo de reloj, de tal forma que es posible ejecutar algoritmos complejos en tiempo real.

A. Arquitectura de los DSP's

Los DSP's típicos son caracterizados generalmente por las siguientes cualidades en su arquitectura:

1. Una unidad funcional rápida que puede multiplicar y acumular en un ciclo de instrucción. Un ciclo de instrucción puede durar generalmente 1 ó 2 ciclos de reloj. Disponibles en DSP's de punto fijo y flotante.
2. Varias unidades funcionales que realizan operaciones en paralelo, incluyendo accesos a memoria y cálculo de direcciones. Las unidades poseen típicamente una unidad principal (ALU) junto con dos o más unidades de generación de direcciones. Estas unidades funcionales poseen su propio conjunto de registros y muchas instrucciones se realizan en un solo ciclo de instrucción.
3. Varias unidades de memoria on-chip (generalmente 2 ó 3) usadas para almacenar instrucciones, datos o tablas. Cada unidad de memoria puede ser accesada una vez en cada ciclo de instrucción.
4. Varios buses para incrementar las tasas de transferencia hacia y desde memoria y evitar conflictos de direcciones.
5. Soporte para tipos especiales de direccionamiento, especialmente modulo y bit-reverse, requerido en el cálculo de la FFT. Direccionamiento módulo es muy eficiente para la implementación de buffers circulares.
6. Soporte para manejo de loop con bajo costo en tiempo y manejo rápido de interrupciones, especialmente aquellas que se deben a los puertos seriales.

La siguiente figura muestra parte de un diagrama de bloques del DSP TMS320F241. En ella se pueden ver tres unidades de cálculo, CALU, ARAU, y una unidad de multiplicación la cual permite realizar corrimientos.

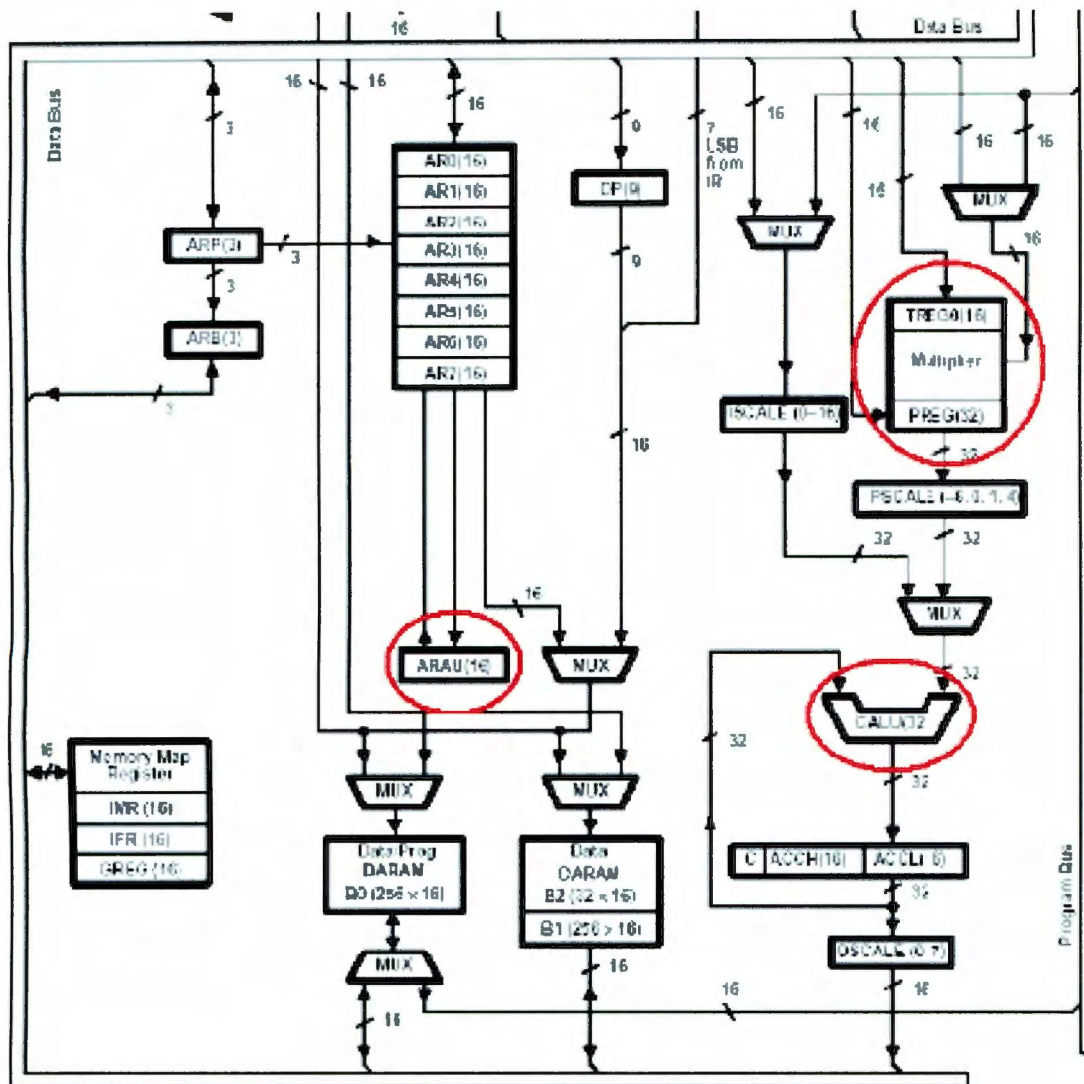


Diagrama de bloques del DSP TMS320F241^[19]

B. Ventajas y desventajas de los DSP's:

A continuación se enlistan algunas de las ventajas que presentan los DSP's:

1. La Tecnología VLSI (*Very Large Scale Integration*) que usa el DSP permite diseñar sistemas capaces de ejecutar procesamiento en tiempo real de muchas de las señales de interés para aplicaciones en comunicaciones, control, procesamiento de imagen, multimedia, etc.
2. Los sistemas digitales son más confiables que los análogos.
3. Los sistemas digitales ofrecen una mayor flexibilidad que los análogos.
4. Mayor precisión y mayor exactitud pueden ser obtenidas con sistemas digitales, comparado con los análogos.
5. Un sistema programable permite flexibilidad en la reconfiguración de aplicaciones DSP.

6. La tolerancia de los componentes en un sistema análogo generan dificultad para el diseñador al controlar la exactitud de la señal de salida análoga. Por otro lado, la exactitud de la señal de salida para un sistema digital es predecible y controlable por el tipo de aritmética usada y el número de bits usado en los cálculos.
7. Las señales digitales pueden ser almacenadas en un disco flexible, Disco Duro o CD-ROM, sin la pérdida de fidelidad más allá que el introducido por el conversor Análogo Digital (ADC). Éste no es el caso para las señales análogas.

Existen algunos inconvenientes que deberán ser tomados en cuenta al trabajar con DSP's:

8. La conversión de una señal analógica a digital, obtenida muestreando la señal y cuantificando las muestras, produce una distorsión que impide la reconstrucción de la señal analógica original a partir de muestras cuantificadas.
9. Existen efectos debidos a la precisión finita que deben ser considerados en el procesado digital de las muestras cuantificadas.
10. Para muchas señales de gran ancho de banda, se requiere procesado en tiempo real. Para tales señales, el procesado analógico, o incluso óptico, son las únicas soluciones válidas. Sin embargo, cuando los circuitos digitales existen y son de suficiente velocidad se hacen preferibles.