



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.**

**Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Ciudad de México**

Prototipo Experimental

Turbina Eólica de Eje Vertical



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY**

Biblioteca
Campus Ciudad de México

Bernardo Estrella Evia 1105078

Asesor

Dr. Ricardo Gánem Corvera

Profesor

M. en C. Edgar Omar López Caudana

Diciembre 2008

LISTA DE ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

| | |
|-----------------------|--------------------------------------|
| <i>W</i> | <i>Watts</i> |
| <i>MW</i> | <i>Mega Watts</i> |
| <i>HAWT</i> | <i>Horizontal Axis Wind Turbine</i> |
| <i>VAWT</i> | <i>Vertical Axis Wind Turbine</i> |
| ρ | <i>Densidad del Aire</i> |
| <i>A</i> | <i>Área</i> |
| <i>V</i> | <i>Velocidad del Viento</i> |
| <i>C_p</i> | <i>Coefficiente de Potencia</i> |
| \dot{W} | <i>Potencia Máxima</i> |
| ω | <i>Velocidad Angular</i> |
| α | <i>Ángulo de Ataque</i> |
| <i>C_d</i> | <i>Coefficiente de Arrastre</i> |
| <i>C_l</i> | <i>Coefficiente de Levantamiento</i> |
| <i>L</i> | <i>Levantamiento</i> |
| <i>h</i> | <i>Altura</i> |
| <i>R</i> | <i>Radio</i> |
| Θ | <i>Ángulo Azimutal</i> |
| <i>V_c</i> | <i>Velocidad Cordal</i> |
| <i>V_n</i> | <i>Velocidad Normal</i> |
| <i>V_∞</i> | <i>Velocidad de Entrada</i> |
| <i>W</i> | <i>Velocidad Relativa de Flujo</i> |
| τ | <i>Torque</i> |
| <i>N</i> | <i>Número de Alabes</i> |
| <i>F_{ta}</i> | <i>Fuerza Tangencial Promedio</i> |
| <i>P</i> | <i>Potencia</i> |

| ÍNDICE | página |
|---|---------------|
| LISTA DE ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS | 1 |
| ÍNDICE | 2 |
| 1. INTRODUCCIÓN | 3 |
| 1.2 Turbinas de Eje Horizontal | 5 |
| 1.3 Turbinas de Eje Vertical | 8 |
| 1.4 Objetivo | 12 |
| 2. MARCO TEÓRICO | 13 |
| 2.1 Teorema de Betz | 13 |
| 2.2 Velocidad Específica | 14 |
| 2.3 Coeficiente de Potencia | 14 |
| 2.4 Aerodinámica | 15 |
| 2.5 Distribución de Velocidades | 18 |
| 2.6 Análisis de Turbina Darrieus | 19 |
| 2.7 Análisis de Turbina Savonius | 21 |
| 3. Cálculo Matemático de Torque y Potencia | 24 |
| 4. Simulación Matemática | 28 |
| 5. Diseño | 32 |
| 6. Construcción | 34 |
| 7. Pruebas Preliminares | 35 |
| 8. Conclusiones | 36 |
| 9. Trabajo Futuro | 36 |
| APÉNDICE | 37 |
| ANEXOS | 39 |
| REFERENCIAS | 51 |
| BIBLIOGRAFÍA | 52 |

1. INTRODUCCIÓN

1.1

La energía eólica ha sido un recurso que el hombre ha sabido utilizar para beneficio propio desde la antigüedad. Fue empleada por las primeras grandes civilizaciones como los chinos y los egipcios para impulsar la navegación marítima. En el siglo VII D.C. se empleaban molinos elementales en Persia (actualmente Irán), que servían para moler granos y regar zonas agrícolas. Durante la edad media en Europa central se comenzó a utilizar el molino de viento que fue empleado para moler granos que eran utilizados en la preparación de alimentos. La fabricación de los molinos consistía en grandes estructuras de piedra de las cuales salía un eje horizontal en el cual se acoplaban de cuatro a ocho palas con las cuales se obtenía la energía necesaria para llevar a cabo el trabajo mecánico. En el siglo XIX en América, se perfeccionó el molino europeo y se le dio otro uso, el cual consistió en la extracción de agua proveniente del subsuelo para su uso en el riego de los cultivos.

Actualmente, existe una demanda en energía eléctrica que se logra abastecer gracias a uso de combustibles fósiles, el uso excesivo de estos combustibles han desarrollado efectos adversos al medio ambiente como el calentamiento global y una escasez de petróleo a nivel mundial que afecta en gran manera a la economía global. De esta forma se busca obtener energía por medio de fuentes alternativas, que sean amigables y además renovables.

Los molinos de viento que se han utilizado gracias a que convierten la energía eólica en mecánica para realizar distintas labores, son utilizados de forma que se transforma esa energía mecánica en energía eléctrica. Gracias a que el viento es una fuente renovable y abundante, en las últimas décadas, su empleo ha ido en aumento alrededor del planeta generando empleos y ahorro a los distintos países que explotan este recurso.

La importancia de la energía eléctrica es fundamental para el desarrollo de los países. Desafortunadamente en la gran mayoría de estos países, la electricidad es generada mediante la quema de combustibles fósiles, siendo el petróleo, el más utilizado para este propósito. Tratándose de un recurso que no es renovable, contaminante y costoso, el petróleo es una opción que debe ser sustituida casi por completo.

Las inversiones que se han realizado en todo el mundo para la creación de nuevos complejos eólicos, han disparado exponencialmente la capacidad de generación en todo el mundo alcanzando la cifra de 100 mil MW por mes (capacidad Global Instalada), lo suficiente para abastecer las necesidades de 150 millones de personas¹.

En México se han desarrollado en el estado de Oaxaca granjas eólicas en las cuales la capacidad instalada de turbinas eólicas es de 2 mil MW y se pretende que en los próximos 5 años la capacidad aumente a 5 mil MW, sustentando que esta fuente de energía es una de las opciones más viables para el desarrollo sustentable del país y del mundo².

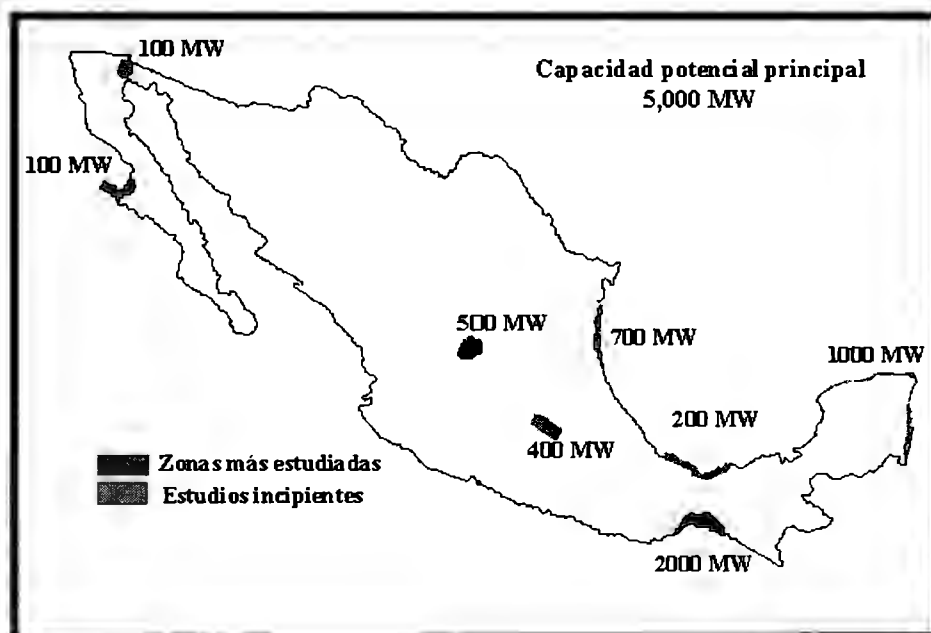


Figura 1. Potencial de Energía Eólica en México

1.2 Turbinas de Eje Horizontal

Las turbinas eólicas de eje horizontal son en la actualidad las que más se emplean para la generación eléctrica. Son las que mejor aprovechan el viento debido a la altura, en la cual se coloca el generador, que es aproximadamente de 30 m. Por otra parte la tecnología que es utilizada en este tipo de turbinas ha progresado, ocasionando que se pueda aprovechar más y mejor la energía cinética del viento.

Este tipo de turbinas están principalmente compuestas por tres partes. Cuentan con un *rotor* que es en donde se encuentran situadas las palas y un eje o flecha que se conecta directamente al generador. En esta sección donde se encuentra el generador se le conoce como *góndola*. En la *góndola* también encontramos los sistemas de control y freno que sirven para proteger el funcionamiento a las velocidades óptimas. Finalmente se encuentra la *torre* que es en donde se sostiene la *góndola*.

Existen dos tipos de estructuras, las tubulares y de celosía. Ambas tienen sus ventajas, las tubulares son más seguras pero al mismo tiempo son más costosas, aunque es importante mencionar que en la actualidad las torres están construidas de base tubular debido a que pueden soportar más peso y al mismo tiempo pueden montar elevadores y escaleras internas. En la figura 2, vemos el ejemplo de una turbina de eje horizontal típica de tres aspas, en donde la *góndola* está soportada por una base tubular.



Figura 2: Turbina Eólica de Eje Horizontal (HAWT)

1.2.1 Mecanismos Utilizados en HAWT

Los sistemas mecánicos que actúan en la etapa intermedia entre los rotores, que transforman la energía eólica en mecánica y los elementos de salida, la adaptan de la forma más adecuada a los sistemas de almacenaje y uso posterior. Su función principal es regular la potencia que se obtiene en el eje del rotor y transmitirla al generador de salida, adaptándola a las necesidades de trabajo. Estos sistemas mecánicos constan de:

- *Sistemas de Regulación; ayudan al rotor a adaptarse de la forma más eficiente a viento relativo. Consta también de un sistema de frenado para regular la velocidad del rotor.*

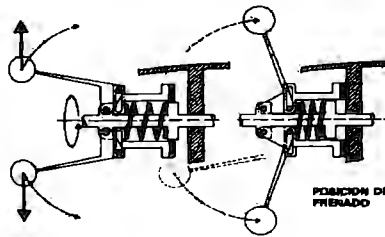


Figura 3: Ejemplo de un Sistema de Frenado

- *Sistemas de Transmisión, son mecanismos de multiplicación mediante poleas dentadas o engranajes para acoplar al generador.*
- *Sistemas de Orientación; (figura 4) utilizados en las turbinas de eje horizontal para perfilar el eje del rotor para obtener la mayor incidencia y energía del viento.*

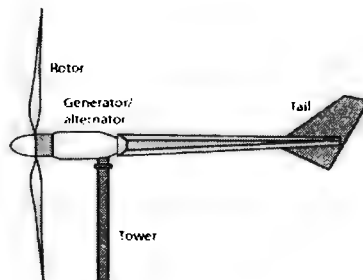


Figura 4: Sistema de Orientación HAWT

Los sistemas de orientación son necesarios para la alineación de las turbinas de eje horizontal de este modo cuando el viento golpea la superficie de la cola, crea una guiñada; que es un movimiento alrededor del eje vertical, y alineando así a la turbina para que el rotor quede de frente al viento para aprovechar al máximo el flujo. Para las turbinas de eje vertical no es necesario este sistema ya que aprovechan el viento en cualquier dirección sin necesidad de orientarse. El efecto que produce la guiñada reduce la eficiencia de las turbinas HAWT ya que el movimiento no es lo suficientemente rápido y hace que el rotor se este frenando y no logre alcanzar su máxima potencia.

1.2.2 Desventajas de Utilizar HAWT

Definitivamente son útiles las turbinas de eje horizontal para generar gran potencia, pero su principal desventaja en cuanto a eficiencia, es que necesitan estar alineadas con el viento y eso disminuye el aprovechamiento del mismo. En cuanto al mantenimiento, actualmente es costoso, ya que las granjas de generación eólica necesitan ser instaladas lejos de poblaciones debido a que representan un riesgo debido a su gran tamaño y a su inestabilidad en caso de vientos extremadamente fuertes y turbulentos.

Otra desventaja, y no propiamente en eficiencia, es el impacto biológico. Las aves migratorias son impactadas por las aspas de gran tamaño de las turbinas de eje horizontal durante sus travesías y esto representa un riesgo mas para estas especies. También, el cambio de presión de presión que se genera en las aspas por su forma aerodinámica esta causando que murciélagos al igual que otras especies que vuelan cerca de las turbinas sufran de una muerte instantánea debido a una descompresión repentina en sus pulmones ³.

1.3 Turbinas de Eje Vertical

Las turbinas eólicas de eje vertical tienen la principal ventaja con respecto a las de eje horizontal de que no tienen que estar orientadas en la dirección del viento, debido a que su diseño les permite captar la energía eólica desde cualquier dirección; al parecer pueden trabajar en zonas urbanas donde las corrientes de aire tienden a ser muy turbulentas, y se presenta el efecto conocido como sombra del viento, que son zonas con distintas presiones debido a las edificaciones que se interponen al paso del viento. Sin embargo, su rendimiento no es tan elevado como una de eje horizontal y aunque la generación eléctrica que se puede alcanzar con este tipo de turbinas es inferior a los 50 kW – 100 kW se pueden emplear para la generación eléctrica de baja potencia. Este tipo de turbinas tienen la característica de que no requieren de mucho mantenimiento, el mismo mantenimiento se puede llevar a cabo de manera sencilla y no se requieren de grandes extensiones para su instalación. Actualmente este tipo de turbinas se han comenzado a emplear en zonas altamente pobladas debido a que ocupan poco espacio y pueden ser adaptadas en las partes altas de edificios o casas. Un modelo muy conocido de este tipo de turbinas es el desarrollado por el ingeniero francés Darrieus [1931] que asemeja a una batidora de huevo invertida, sin embargo en la actualidad existen diversos diseños que pueden funcionar para la generación de energía eléctrica. En la figura 5 se muestra un ejemplo de este tipo de turbinas para tener una mejor idea de cómo son. Hay otro tipo de diseño de turbina de eje vertical y se le conoce como turbinas Savonius.

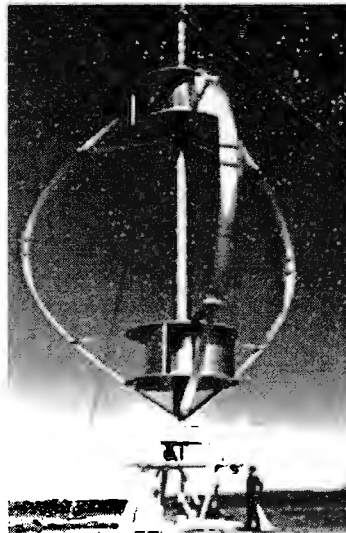


Figura 5: Turbina Eólica de Eje Vertical (VAWT)

1.3.1 Rotor Savonius

Este tipo de rotores fueron inventados por un ingeniero Finlandés del mismo nombre en 1922, y utilizan las fuerzas de resistencia aerodinámica para generar su movimiento logrando que de un lado la fuerza sea superior a la del otro lado.

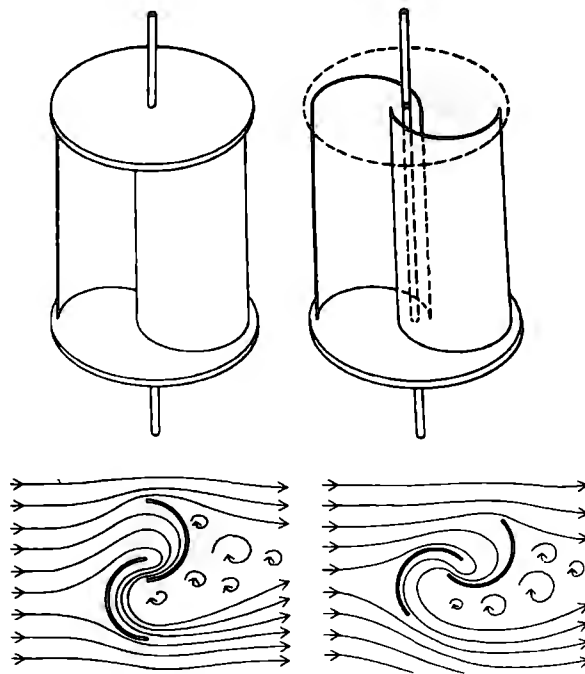


Figura 6: Rotor Savonius y Vista Superior

La geometría de las palas favorece la formación de torbellino en el lado contrario y genera una zona de alta presión que presenta una mayor resistencia a la corriente de aire.

1.3.2 Rotor Darrieus

Este tipo de rotores fueron fabricados por primera vez por George Darrieus en 1927 en Francia y funciona principalmente debido a fuerzas aerodinámicas. La velocidad incidente del viento no sólo varía en cada segmento de la pala, sino también a lo largo de la trayectoria de rotación, es decir, que el ángulo y la intensidad de la corriente dependen de la posición que tenga la pala en ese momento.

Los rotores tipo Darrieus presentan buenas características de rendimiento aerodinámico, aunque necesita un impulso inicial para el arranque.

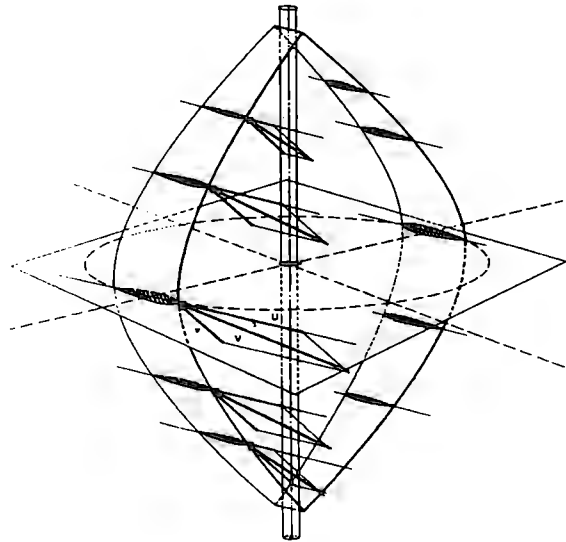


Figura 7: Detalle de los Perfiles Aerodinámicos del Rotor Darrieus

Su manufactura es complicada, debido a la curvatura y el perfil aerodinámico que debe tener en toda el aspa. Debido a que su rendimiento óptimo es a una velocidad alta, no funciona por sí sola a bajas velocidades de viento, es necesario tener un sistema que le asista a girar.

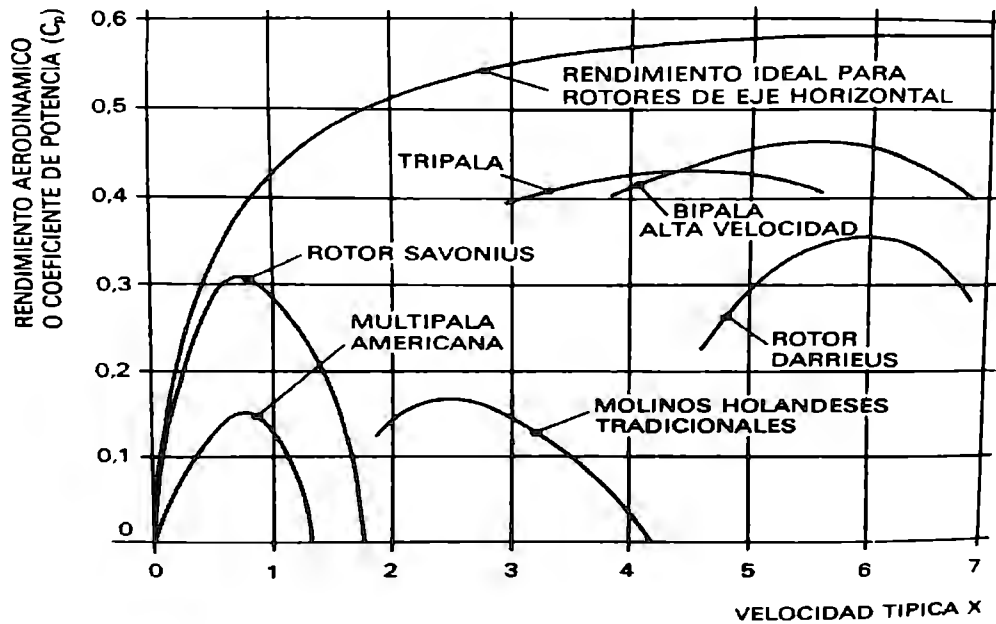


Figura 8: Gráfica de Rendimiento Aerodinámico en Función de la Velocidad Típica para Diferentes Rotores

En esta grafica (figura 8), podemos observar el rendimiento aerodinámico de los distintos tipos de turbinas, estos modelos tradicionales han ido cambiando poco a poco, pero generalmente se respeta la zona de operación de cada una. En la gráfica aparece en el eje vertical el coeficiente de potencia, que es una medida de aprovechamiento del viento, y en el eje horizontal, es la velocidad típica x o también conocida como velocidad inducida, que es la velocidad que lleva el extremo rotativo con respecto a la velocidad del viento.

1.4 OBJETIVO

Llevar a cabo el diseño y análisis de una turbina eólica de eje vertical de construcción casera.

1.4.1 Objetivos Especificos

- Realizar un diseño de turbina eólica que sea funcional.
- Llevar a cabo a la construcción de la turbina eólica utilizando materiales caseros, que ofrezcan resistencia y durabilidad a las inclemencias del medio que las rodea.
- Demostrar la eficiencia de las turbinas eólicas de eje vertical para la generación de electricidad.

2 Marco Teórico

2.1 Teorema de Betz

El Teorema de Betz dice que sólo puede convertirse menos de 59% de la energía cinética en energía mecánica usando una turbina eólica. La velocidad del viento es mayor antes de pasar por la turbina (V_1), en el momento en que se encuentra en el área que trazan las palas es cuando se obtiene la potencia máxima y la velocidad decremента (V_2) saliendo por la parte posterior de la turbina (figura 9). Es importante reconocer que este teorema es formulado para una turbina de eje horizontal pero podemos asumir que el comportamiento será el mismo en una turbina de eje vertical.

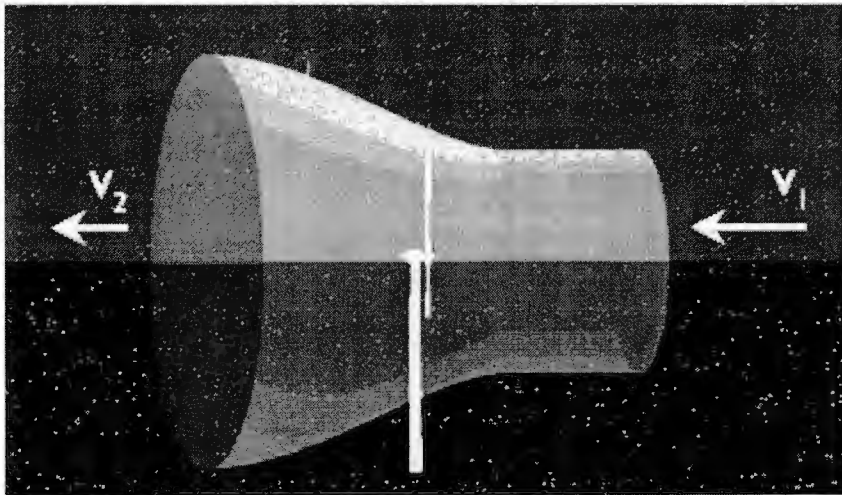


Figura 9: Ley de Betz

El Teorema de Betz es demostrado utilizando las ecuaciones de flujo másico (apéndice 1) y de energía cinética del viento. Obteniendo así la potencia máxima del viento que pasa por un área determinada.

$$\dot{W}_{m\acute{a}x} = \left(\frac{8}{27} \right) \rho A V_1^3 [W] \quad (1)$$

En donde ρ es la densidad del aire ($1,293 \text{ kg/m}^3$), A el área por la cual pasa el viento y V la velocidad del viento.

2.2 Velocidad Específica del Viento

El factor de velocidad en la punta o velocidad específica (λ) es la razón entre la velocidad en la punta de la pala y la velocidad de viento ($V_{\text{punta}} = \omega R$). Para mantener la velocidad específica en el óptimo sería deseable variar la velocidad de giro del generador en función de la velocidad de viento. La velocidad variable del generador proporciona una mayor energía eléctrica ya que puede atenuar picos de potencia durante ráfagas de viento. La potencia es función de la velocidad de rotación y de la velocidad de viento.

$$\lambda = \frac{\omega R}{V_1} \quad (2)$$

En donde ω es la velocidad angular, R es el radio y V es la velocidad del viento.

Se ha demostrado de forma empírica que la óptima velocidad específica para máxima potencia ocurre cuando:

$$\lambda_{\text{max power}} = \frac{4\pi}{n} \quad (3)$$

Dónde n es el número de álabes.

2.3 Coeficiente de Potencia (C_p)

El coeficiente de potencia C_p mide el aprovechamiento de la energía del viento, siendo igual a la razón entre la potencia mecánica en el eje y la potencia del viento incidente. Este coeficiente, que contempla las pérdidas aerodinámicas, se encuentra acotado por el Teorema de Betz dependiendo de la forma y orientación de las palas.

$$C_p = \frac{W}{0.5 \rho A V_1^3} \quad C_{p,\text{máx}} \approx 0.59 \quad (4)$$

En donde W es la máxima potencia generada por la turbina, ρ es la densidad del aire ($1,293 \text{ kg/m}^3$), A el área por la cual pasa el viento y V la velocidad del viento.

2.4 Aerodinámica

La aerodinámica es muy importante para el diseño de una turbina eólica, debido a que con los conocimientos que se adquieran de su estudio se pueden utilizar para perfeccionar el diseño de la estructura, alabes, rotor y todos los componentes que la componen. Por otro lado es importante conocer los conceptos básicos para asegurar que la eficiencia de la turbina sea la óptima, minimizar las pérdidas por fricción y la fuerza de arrastre que se genere como consecuencia de su movimiento. Así mismo un buen diseño aerodinámico garantizará que la turbina no tenga un desgaste prematuro lo que se traduce en una mayor duración de los componentes que conforma a estos dispositivos.

2.4.1 Perfil Alar Aerodinámico

Un perfil aerodinámico ayuda a generar una diferencia de presión entre la superficie superior también conocida como "extrados" y la superficie inferior "intrados" creando una fuerza de levantamiento o succión en su parte más curvada generalmente es el extrados.

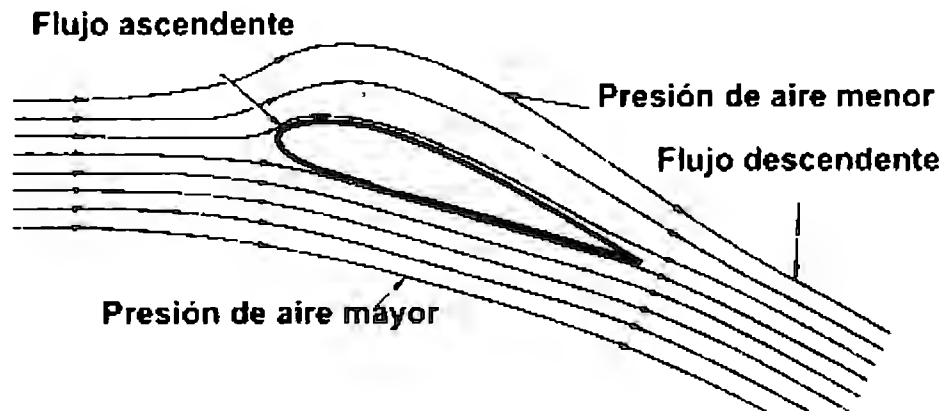


Figura 10 Flujo de Aire Alrededor de un Perfil⁴

2.4.2 Sustentación y Arrastre

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_t} \quad (4)$$

Con esta ecuación, se puede deducir la fuerza L de levantamiento o sustentación producida por la diferencia de presión en el área superior del perfil, cada distinto perfil tiene su coeficiente de levantamiento C_L y depende directamente del espesor y longitud de su geometría (Área de la superficie S_t). Al igual que la fuerza de levantamiento es producida por el viento relativo, hay una fuerza contraria producida llamada Arrastre o *Drag* y cumple con la misma forma de la ecuación cambiando únicamente el coeficiente por uno correspondiente a Coeficiente de Arrastre C_D .

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_t} \quad (5)$$

Dependiendo de la función aerodinámica específica que se busque, se busca una relación L/D lo mas eficiente posible.

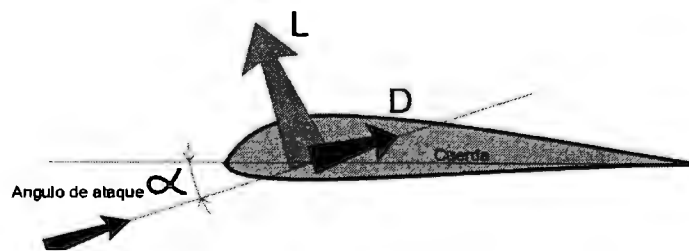


Figura 11: Fuerzas Aerodinámicas en un Perfil

2.4.2.1 Cuerda

Llamamos cuerda a la distancia que existe entre el extremo delantero del perfil y el extremo trasero.

2.4.2.2 Viento Relativo

Se define como viento relativo al flujo de aire en movimiento paralelo a la trayectoria de un perfil aerodinámico, para direccionar este flujo, generalmente se modifica el ángulo de ataque de un perfil para que se pueda controlar la diferencia de presión en ambas superficies del perfil.

2.4.2.3 Angulo de Ataque

El ángulo de ataque es el ángulo que existe entre el Viento relativo y la Cuerda.

2.4.4 DesignFoil

Antes de ser creada la National Aeronautics and Space Administration (NASA), la agencia federal de Estados Unidos encargada de emprender y fomentar las investigaciones aeronáuticas tenía el nombre de nacional Advisory Committee for Aeronautics (NACA) y se encargó de definir perfiles aerodinámicos según su asimetría, grosor y la colocación de la parte mas ancha de un perfil.

DesignFoil es un Software para estudiantes en el que se pueden simular condiciones ambientales dependiendo de la altitud y temperatura.

Utilizando el Software de DesignFOIL podemos obtener las gráficas aerodinámicas para distintos perfiles, en este caso, para las turbinas de eje vertical se recomienda usar el perfil NACA 63-018 y el NACA 63- 212

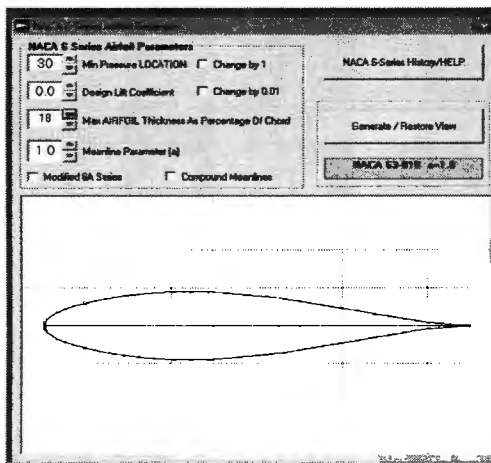


Figura 12 NACA 63-018 (simétrico)

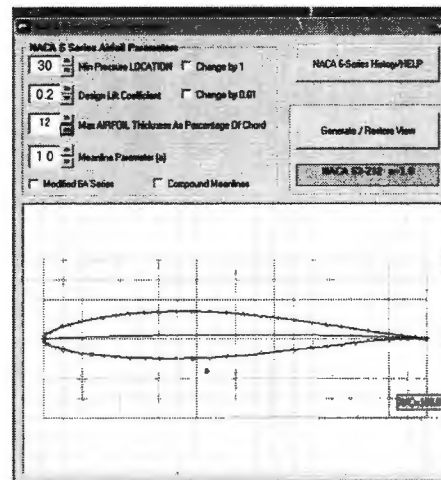


Figura 13 NACA 63-212 (asimétrico)

Las gráficas obtenidas en el simulador DesignFOIL nos sirven mas adelante para el cálculo de los coeficientes de levantamiento y arrastre. Preferimos escoger el perfil más simétrico, ya que va a estar sometido a cambios en el ángulo de ataque constantemente en el extrados e intrados. Además que las velocidades son variables y no se tiene una certeza en que lugar se piensa poner la turbina (locación). Se escoge el perfil 63018. Simétrico.

2.5 Distribución de Velocidades

La velocidad del viento esta relacionada con la altura del terreno en donde se desea instalar una turbina eólica. Es importante saber que a mayor altura, mayor será la velocidad del viento que pueda ser aprovechada. Así mismo la velocidad del viento se ve afectada si el área en donde se coloque el aerogenerador se encuentra en una zona boscosa o densamente poblada ocasionando que la velocidad disminuya, interfiriendo con el funcionamiento del mismo.

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^\gamma \quad (6)$$

En donde V_1 corresponde a la velocidad del viento a una altura de 10 m y V_2 corresponde a la velocidad del viento a una altura h_2 . A continuación se muestra una tabla con los valores que puede tener gama para la fórmula anterior.

| Valores Típicos de γ | |
|---|-------------|
| Área Descubierta | 0.14 - 0.34 |
| Área Boscosa | 0.35 - 0.6 |
| Área Edificada | 0.6 - 0.8 |

Tabla 1: Valores de Gama

2.6 Expresiones Matemáticas para el análisis Aerodinámico de una turbina Darrieus

Dentro de la simulación computacional al rotor Darrieus hemos planteado las ecuaciones matemáticas que corresponden al análisis aerodinámico de esta tipo de turbina. Sin embargo, no se trata de un análisis sencillo debido a que es necesario conocer las fuerzas que intervienen en el funcionamiento de esta turbina para que pueda operar adecuadamente. Debido a que las velocidades de flujo arriba y abajo de las palas en la turbina Darrieus no son constantes se puede considerar que dicho flujo sea considerado en una dirección axial en donde exista una velocidad cordal V_c y una velocidad normal V_n pueden ser obtenidas de las siguientes expresiones:

$$V_c = R\omega + V_a \cos\theta \quad (7)$$

$$V_n = V_a \sin\theta \quad (8)$$

En donde V_a es la velocidad de flujo axial (velocidad inducida) que pasa a través de la turbina, ω corresponde a la velocidad rotacional, R es el radio de la turbina y θ corresponde al ángulo azimutal⁵. Conociendo estas velocidades y la velocidad inicial de entrada que la podemos denominar como V_∞ se puede conocer el ángulo de ataque (α) que tendrá cada pala de la turbina. y que puede ser expresado como:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V_n}{V_c} \right) \quad (9)$$

Una vez obtenidos estos datos se puede conocer la variación del ángulo de ataque en cada alabe de la turbina así como, la velocidad relativa del flujo (W) que puede ser definida como:

$$W = \sqrt{V_c^2 + V_n^2} \quad (10)$$

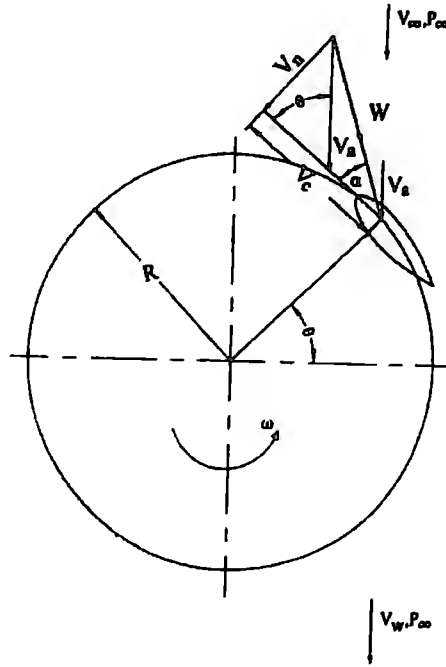


Figura 14: Velocidades y Fuerzas en Alabe

Para conocer el torque que puede producir el componente Darrieus de nuestra turbina fue necesario calcular la fuerza tangencial de cada alabe que compone a nuestra turbina. Por lo que se tuvo que integrar la fuerza tangencial promedio F_{ta} con las componentes de fuerza normal y tangencial que ya se habían definido anteriormente debido a que pueden ser obtenidas desde cualquier ángulo azimutal por lo que se puede conocer la fuerza que servirá para conocer el torque que produce nuestra turbina, mismo que es definido como:

$$\tau = NF_{ta}R \quad (11)$$

En donde N es el número de alabes que conforman a la turbina, R es el radio de la turbina y τ representa al torque total que es producido por la turbina. Una vez que se obtuvo el torque se pudo conocer la potencia total de la turbina simplemente multiplicando al torque por la velocidad angular que tenga la turbina en un momento dado.

$$P = \tau\omega \quad (12)$$

2.7 Expresiones Matemáticas para el análisis Aerodinámico de una turbina Savonius

Para realizar la simulación computacional para el rotor Savonius, tuvimos que plantear las ecuaciones matemáticas correspondientes al análisis de una turbina Savonius de dos aspas. Para esto, visualizamos el análisis desde arriba para dividir los cuadrantes del giro de la siguiente forma:

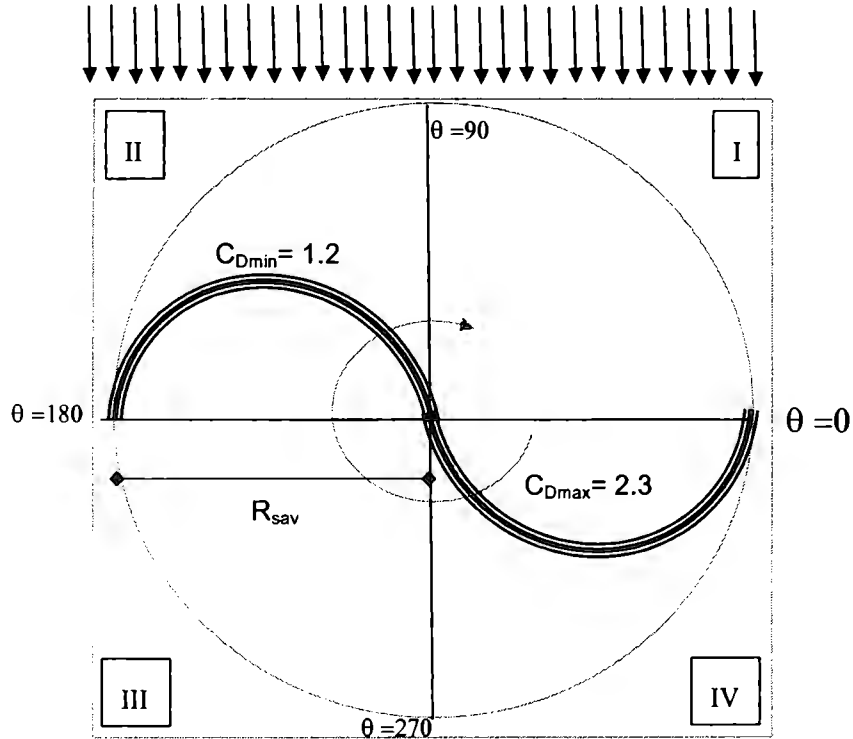


Figura 15. Análisis del movimiento Savonius

En la figura 15 fragmentamos en cuadrantes para el análisis en cada posición angular del rotor Savonius. Para el primero y cuarto cuadrante, se considera que la cara cóncava del rotor que absorbe de mejor manera al viento, es la que mayor coeficiente de arrastre genera (C_{Dmax}) y la cara convexa que va contra el viento en su movimiento, es la que menor coeficiente de arrastre genera (C_{Dmin}), esto en el segundo y tercer cuadrante. Este análisis nos sirve para visualizar en que sección del movimiento, vamos a tener un torque positivo y un torque negativo. Definimos como torque positivo al torque que va en sentido del giro, y torque negativo al que se opone al giro.

Primero definimos la velocidad angular de la:

$$\omega = \frac{V_{viento} \cdot \lambda}{\left(\frac{R_{sav}}{2}\right)} \quad (13)$$

Y luego la velocidad Savonius como la velocidad a la que gira la turbina:

$$V_{savonius} = \omega \left(\frac{R_{sav}}{2} \right) \quad (14)$$

Definimos al torque proporcionado por el rotor Savonius como:

$$\tau = \left(\frac{1}{2} \rho A C_D V_{rel}^2 \right) \frac{R_{sav}}{2} \quad (15)$$

Las condiciones para el análisis son dependientes de la velocidad relativa en donde tenemos tres distintos casos:

Primer caso, cuando el rotor esta localizado en el primer y cuarto cuadrante. En este caso, la velocidad del viento es mayor a la velocidad de la turbina. Se utiliza C_{Dmax} debido a la cara cóncava del rotor con respecto al viento, se define un torque positivo debido a que empuja al rotor en sentido del giro. La velocidad relativa o la velocidad total es igual a la suma de la velocidad del viento menos la velocidad a la que gira la turbina. Esto es debido a que el viento empuja a la turbina, en caso contrario, tendríamos el segundo caso.

$$V_{rel} = V_{viento} \cos \theta - V_{sav} \quad (16)$$

$$\tau = \left(\frac{1}{2} \rho A C_{Dmax} V_{rel}^2 \right) \frac{R_{sav}}{2} \quad (17)$$

Segundo caso: cuando el rotor está localizado en el primero y cuarto cuadrante, pero la velocidad de la turbina es mayor a la velocidad del viento. En este caso, el torque se vuelve negativo y utilizamos C_{Dmin} debido a que el viento relativo le impacta la cara convexa del rotor.

$$V_{rel} = V_{viento} \cos\theta - V_{sav} \quad (18)$$

$$\tau = -\left(\frac{1}{2} \rho A C_{Dmin} V_{rel}^2\right) \frac{R_{sav}}{2} \quad (19)$$

Tercer Caso, este es el último caso, y es cuando el rotor se localiza en el segundo y tercer cuadrante. En este caso, el viento impacta al rotor en su cara convexa (C_{Dmin}) y el torque es negativo debido a que frena a la turbina en sentido contrario al giro. La velocidad relativa es igual a la suma de la velocidad del viento y la velocidad de la turbina.

$$V_{rel} = V_{viento} \cos\theta + V_{sav} \quad (20)$$

$$\tau = -\left(\frac{1}{2} \rho A C_{min} V_{rel}^2\right) \frac{R_{sav}}{2} \quad (21)$$

Este análisis nos funcionó para distintas aspas, ya que es un análisis individual de aspa, en el caso de querer analizar dos o más, se utilizan dos o más thetas y Velocidades para que al final se sumen los torques obtenidos.

3. Cálculo Matemático para obtención de Torque y Potencia

3.1 Energía Disponible del Viento

La energía del viento, también conocida como energía eólica, se define como la energía que el hombre aprovecha como consecuencia del movimiento del viento. Se puede decir que este tipo de energía es una forma indirecta del sol, puesto que son las diferencias de temperatura y de presión inducidas en la atmósfera por la absorción de la radiación solar las que provocan el movimiento de los vientos. Esta energía puede ser medida u obtenida mediante la aplicación de la siguiente fórmula de energía cinética:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho A V^3 [W] \quad (22)$$

En donde ρ es la densidad del aire ($1,293 \text{ kg/m}^3$), A el área por la cual pasa el viento y V la velocidad del viento. Con esta fórmula podemos conocer la máxima energía en Watts (W) que puede producir una turbina eólica sin importar el tipo de eje con el que ésta cuente. Por consiguiente la potencia generada es independiente al número de palas debido a que se trata del área total que forman éstas.

3.2 Variación del Ángulo de ataque

Las velocidades de flujo antes y después de las turbinas tipo Darrieus no es constante, como se vé en la figura 13. De esta figura se puede observar que al flujo se le considera en dirección axial. La Velocidad de la cuerda V_c y la velocidad Normal V_n , estan representadas en las siguientes expresiones:

$$V_c = R\omega + Va \cos\theta \quad (23)$$

$$V_n = Va \sin\theta \quad (24)$$

Donde V_a es la velocidad inducida a través del rotor, ω es la velocidad de rotación, R es el radio de la turbina y θ es el ángulo azimutal. El ángulo de ataque (α) puede ser expresado como:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V_n}{V_c} \right) \quad (25)$$

Sustituyendo los valores de V_n y V_c ,

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\left(\frac{R\omega}{V_a} + \cos \theta \right) \frac{V_{viento}}{V_a}} \right) \quad (27)$$

donde V_{viento} es el flujo libre de viento relativo. Si consideramos el cambio de ángulo de paso en el álabe entonces:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\left(\frac{R\omega}{V_a} + \cos \theta \right) \frac{V_{viento}}{V_a}} \right) - \gamma \quad (28)$$

donde gamma es el ángulo de paso del álabe.

3.3 Variación de la velocidad del viento relativo

La velocidad del viento relativo se obtiene de la siguiente forma:

$$W = \sqrt{V_c^2 + V_n^2} \quad (29)$$

insertando los valores de V_c y V_n , se puede encontrar que

$$\frac{W}{V_{viento}} = \frac{W}{V_a} \frac{V_a}{V_{viento}} = \frac{V_a}{V_{viento}} \left[\frac{R\omega}{V_{viento}} + \cos \theta \right] + \sin 2\theta \quad (30)$$

3.4 Variación de las fuerzas tangenciales y normales

La dirección del levantamiento y arrastre se aprecian en la figura 11, también las fuerzas normal y tangencial en la figura 14. El coeficiente de fuerza tangencial C_t es básicamente la diferencia entre los componentes tangenciales de levantamiento y arrastre. De forma similar, el coeficiente de fuerza normal C_n es la diferencia entre los componentes de fuerza normal del levantamiento y arrastre, entonces:

$$C_t = C_l \sin \alpha - C_D \cos \alpha \quad (31)$$

$$C_n = C_l \cos \alpha + C_D \sin \alpha \quad (32)$$

de forma que las fuerzas netas tangenciales y normales pueden ser definidas como:

$$F_t = C_t \frac{1}{2} \rho f l W^2 \quad (33)$$

$$F_n = C_n \frac{1}{2} \rho f l W^2 \quad (34)$$

donde ρ es la densidad del aire, f es la cuerda del álabe y l es la longitud del álabe.

3.5 Cálculo del torque total

Si tenemos que las fuerzas tangenciales y normales representadas en las ecuaciones 24 y 25 son para cualquier posición azimutal, entonces son consideradas como una función del azimut del ángulo theta. Por lo que la fuerza tangencial promedio (F_{ta}) en cualquier alabe puede ser expresado como:

$$F_{ta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_t(\theta) d\theta \quad (35)$$

y para el torque total (Q) para el numero de álabes (N) se obtiene como:

$$Q = N F_{ta} R \quad (36)$$

La potencia total que puede obtener de la siguiente forma:

$$P = Q\omega \quad (37)$$

3.6 Ecuaciones de C_l y C_d

En DesignFoil se pueden obtener las gráficas correspondientes a los coeficientes de levantamiento C_l y arrastre C_d , de esta forma se exportan a Excel y se hace el análisis de cada una de las gráficas y obtenemos las ecuaciones de cada una en función del ángulo de ataque alfa.

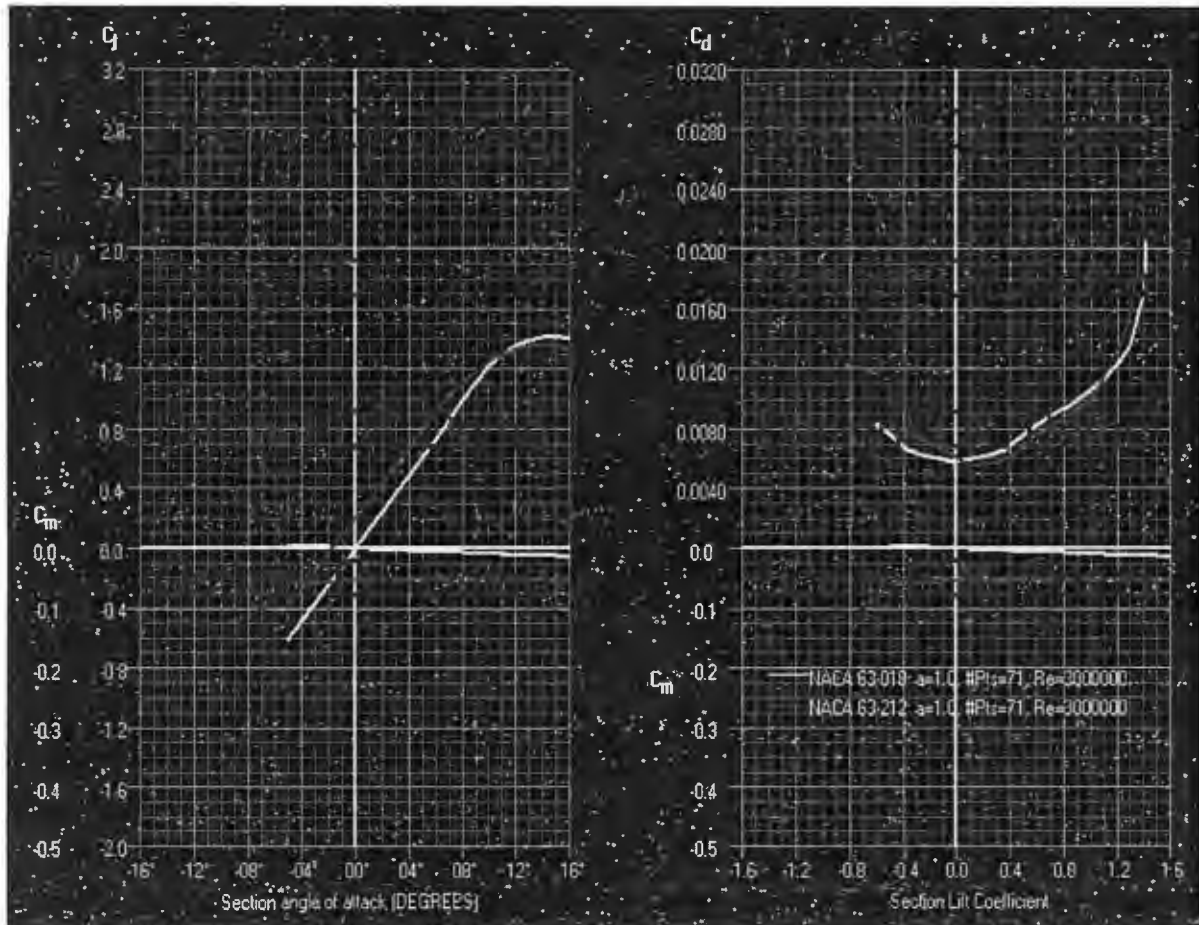


Figura 16. Gráfica del Coeficiente de Levantamiento y Arrastre

3.7 Cálculo de Torque y Potencia

Las dos Ecuaciones son:

$$C_l = 0.243461538 + 0.124433516\alpha - (4.18992674)10^3 \alpha^2 \quad (38)$$

$$C_d = (9.95538462)10^3 + (2.10967033)10^4 \alpha - (8.95115995)10^5 \alpha^2 \quad (39)$$

4. Simulación Matemática

Para la simulación matemática utilizando Engineering Equation Software se utilizaron las ecuaciones correspondientes para el rotor Savonius de dos aspas, tres aspas y Darrieus para predecir el comportamiento del prototipo.

Se acomodó el código para realizar la simulación a condiciones estándar y viento promedio de la Ciudad de México a unos 15 metros de altura, 30km/h para las medidas del prototipo.

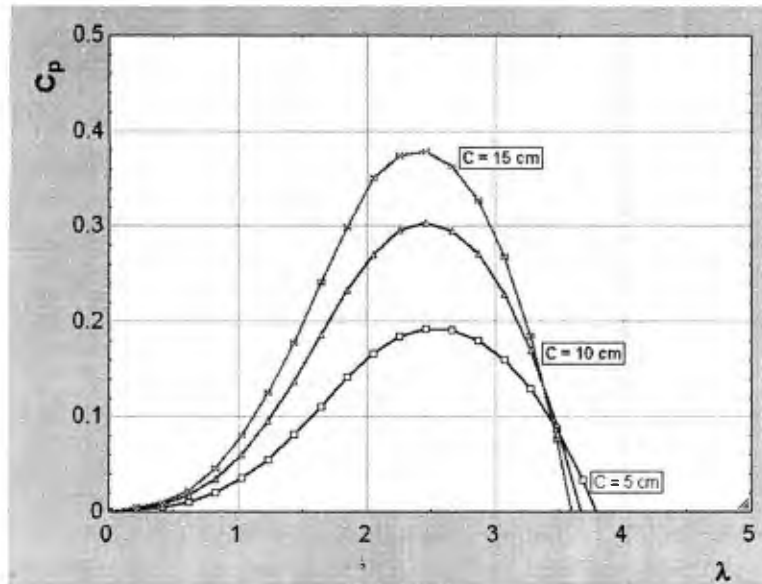


Figura 17. Gráfica $C_p - \lambda$ de la simulación de la turbina Darrieus H-3 aspas a distintas cuerdas

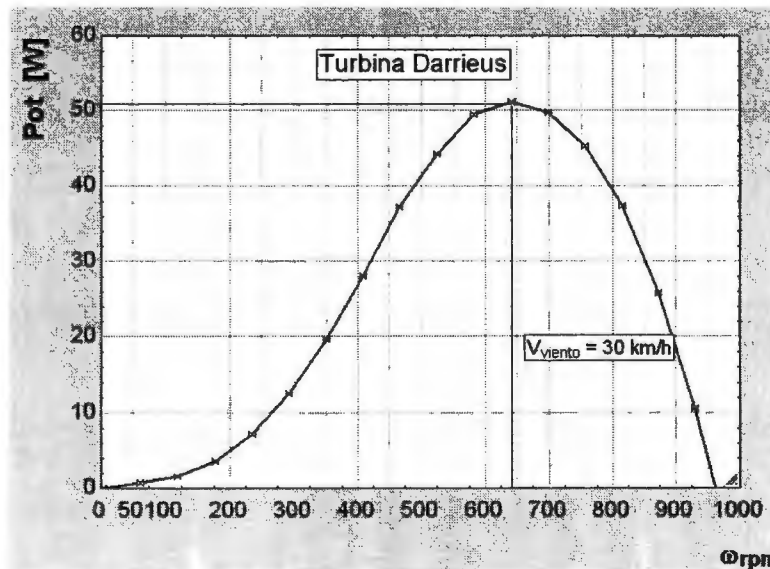


Figura 18. Gráfica de Potencia vs. Velocidad Angular del componente Darrieus

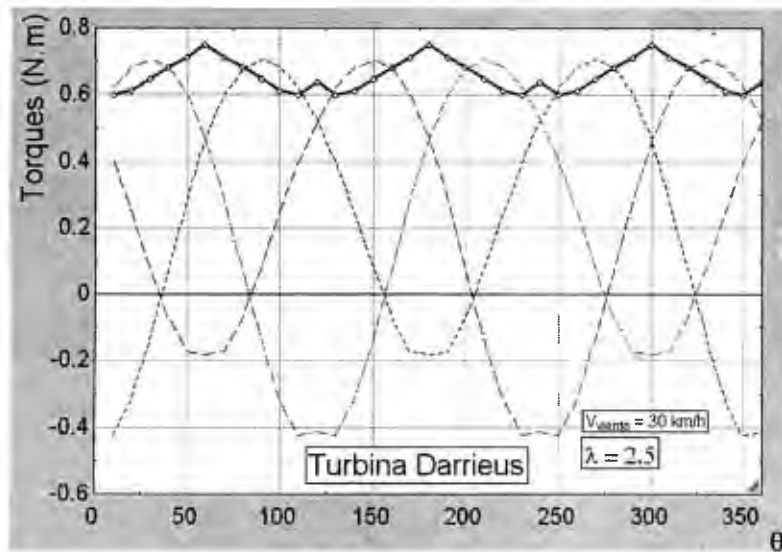


Figura 19. Gráfica de Torque total vs. Posición Angular Turbina Darrieus

De las gráficas 17 y 18 podemos ver un comportamiento bastante cercano al modelo de turbinas Darrieus que se re, la presenta en la figura 8. En cuánto al Torque total, en la gráfica 19, la suma de los torques es más atenuado y disminuye la vibración debido a que es un modelo para tres aspas.

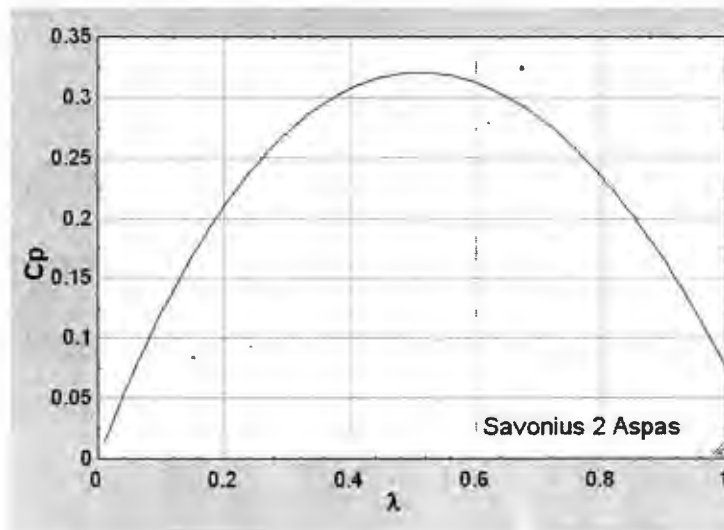


Figura 20. Gráfica C_p - I Turbina Savonius 2 Aspas

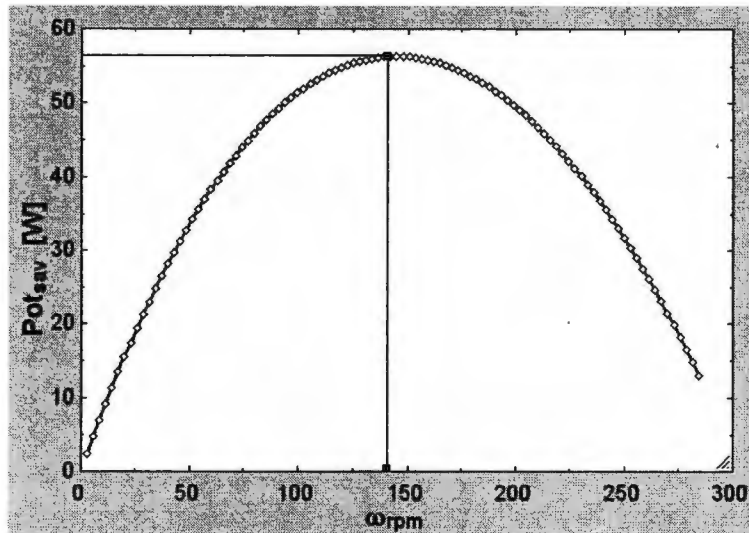


Figura 21. Gráfica Potencia vs. Velocidad Angular de Turbina Savonius 2 Aspas

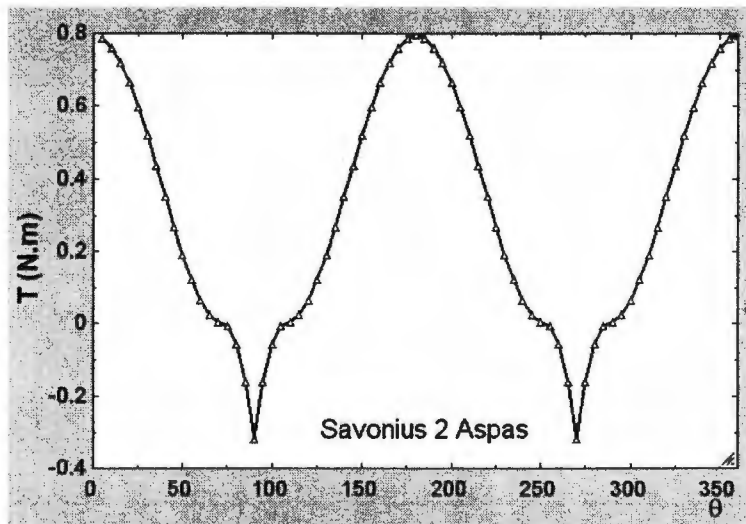


Figura 22. Gráfica de Torque total vs. Posición Angular Turbina Savonius 2 Aspas

Al igual que el modelo de la turbina Darrieus, en las Gráficas 20 y 21 de las Turbina Savonius, respeta el modelo. En la figura 22, vemos que el torque oscila abruptamente hacia el torque negativo, efecto que se atenúa con una turbina Savonius de 3 Aspas en la Figura 25, dónde se logra ver más atenuado el movimiento, y por lo tanto las vibraciones mecánicas deben de ser menores al igual que un movimiento mas constante.

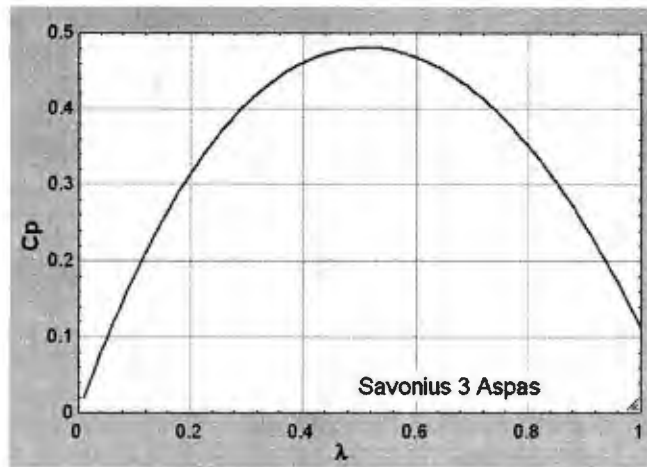


Figura 23. Gráfica Cp – I Turbina Savonius 3 Aspas

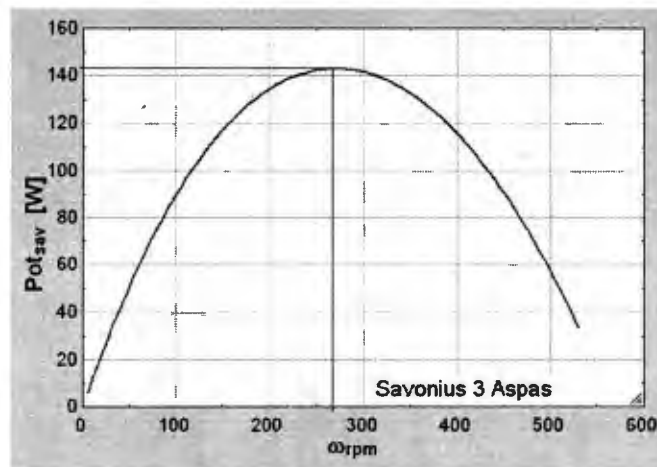


Figura 24. Gráfica Potencia vs. Velocidad Angular de Turbina Savonius 3 Aspas

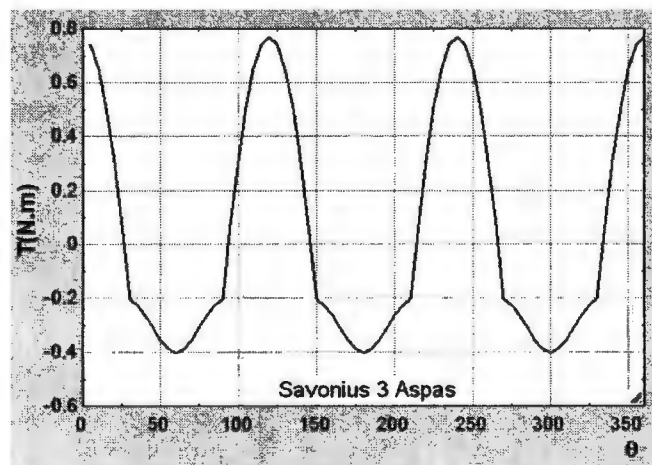


Figura 25. Gráfica de Torque total vs. Posición Angular Turbina Savonius 3 Aspas

5. Proceso del Diseño

Partimos de la idea de utilizar tres aspas para un diseño de eje vertical, ya que aunque muchas turbinas Darrieus utilizan dos aspas, el utilizar tres ofrece una ventaja en las variaciones cíclicas en ambas fuerzas de torque y magnitud, también en la dirección de la fuerza neta en el rotor, debido a los efectos combinados de sustentación y arrastre en todas las aspas. En pruebas realizadas en primeros modelos de eje vertical de dos aspas, se documenta que a ciertas velocidades las turbinas se agitan de manera alarmante, los modelos de tres aspas resultan ser mucho más estables debido al balance de la fuerza neta producida por las aspas (Anexo 2).

Tomando en cuenta el desempeño de un rotor Savonius típico y un rotor Darrieus típico podemos observar que un rotor Savonius se desempeña mejor a bajas velocidades de viento, considerando velocidades bajas entre 6 y 30 Km. /h. y una Darrieus a altas velocidades, generalmente entre 30 y 60 Km. /h. (Ver anexo 1)

Para nuestra turbina de eje vertical estamos considerando los dos tipos principales de rotores que existen para las VAWT. La idea es una turbina Darrieus complementada con una turbina Savonius de forma que eliminamos la necesidad de un sistema de arranque, ya que el sistema Savonius se desempeña a bajas velocidades de viento y la turbina Darrieus a altas velocidades. Para disminuir la resistencia de la turbina Savonius a mayor velocidad, consideramos un diseño helicoidal a la forma convencional de la turbina. Ya que este efecto, le agrega torque a la turbina, y una mejor cobertura del area positiva o cóncava al viento relativo ⁶.

La dimensiones que tiene este modelo están pensadas para la realización de pruebas físicas dentro de los laboratorios de la institución por lo que se estableció una altura de 1.20 metros de altura y un diámetro en su parte más ancha de 0.65 metros. Este diámetro esta considerado desde la parte central de la turbina hasta el borde el componente de Darrieus. En la base el diámetro es de 0.60 m que son suficientes para ofrecer un buen soporte en la estructura. Los materiales que serán empleados en la fabricación de nuestra turbina tienen que ser caseros o de fácil acceso, ya que se quiere realizar la construcción de forma casera. Con lo que se busca reducir el peso de la estructura y al mismo tiempo el costo de todo el dispositivo.

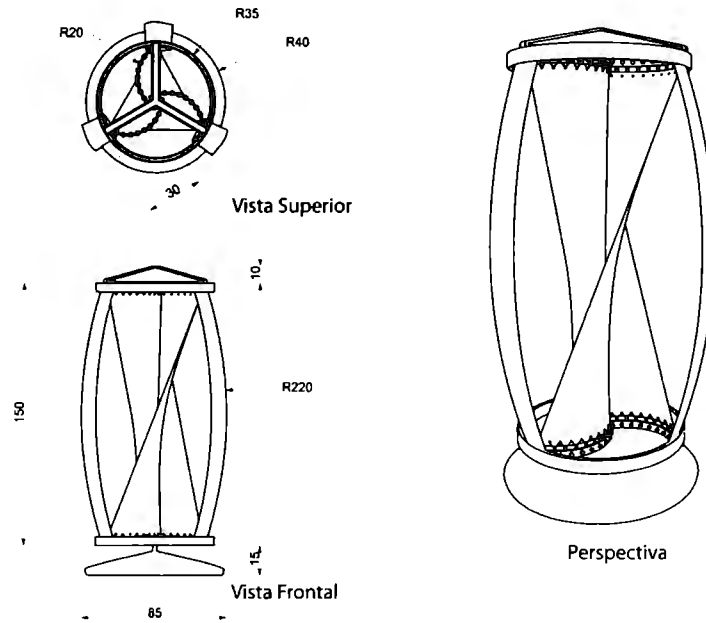


Figura 26: Diseño Desarrollado en Rhinoceros 3D

Rhinoceros 3D es un software que es muy amigable para realizar diseños en 3D. Permite utilizar distintos materiales para diseño, aunque no es un software de análisis. Nos permitió visualizar el concepto de mejor manera. Gracias a que Rhinoceros permite exportar a distintas aplicaciones, se pudo exportar al *Software Zprint* que permite realizar impresiones en 3D, de esa forma fue posible realizar la construcción de un modelo a escala para observar su comportamiento.

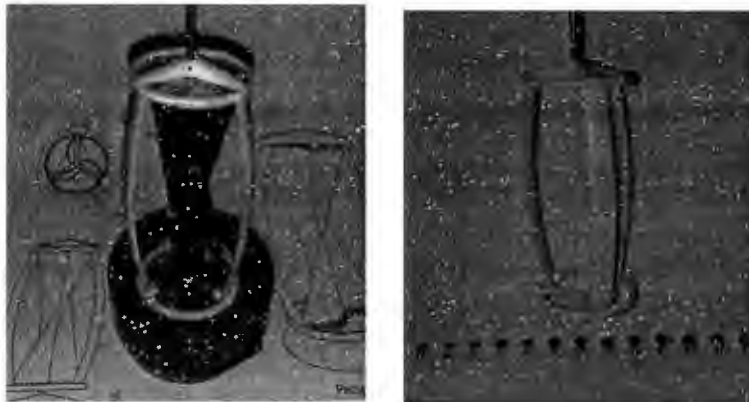


Figura 27. Modelo a escala 1:15 utilizado para observar proporciones y comportamiento únicamente. No se realizaron mediciones

6. CONSTRUCCIÓN

Hasta el momento, la turbina consta de materiales como, aluminio para la flecha principal, que da soporte a la estructura giratoria, y fue torneada para poder adaptarla a dispositivos giratorios. Se contempló usar rodamientos ligeros de baja fricción. Para mantenernos apegados al objetivo, se optó por utilizar ruedas de bicicleta, que constan de dos rodamientos de bolas en cada dispositivo. Por lo que el sistema cuenta con cuatro. Para el soporte de los rotores Savonius se utilizó una estructura hecha de aluminio y nylon procurando hacerla ligera y se recubrió la estructura con acrílico adheridle para garantizar una superficie lisa. La base a la que la turbina está sujeta es de Acero PTR de 2 pulgadas y esta sujeta por ambos extremos por tuercas de $\frac{3}{4}$ de pulgada.

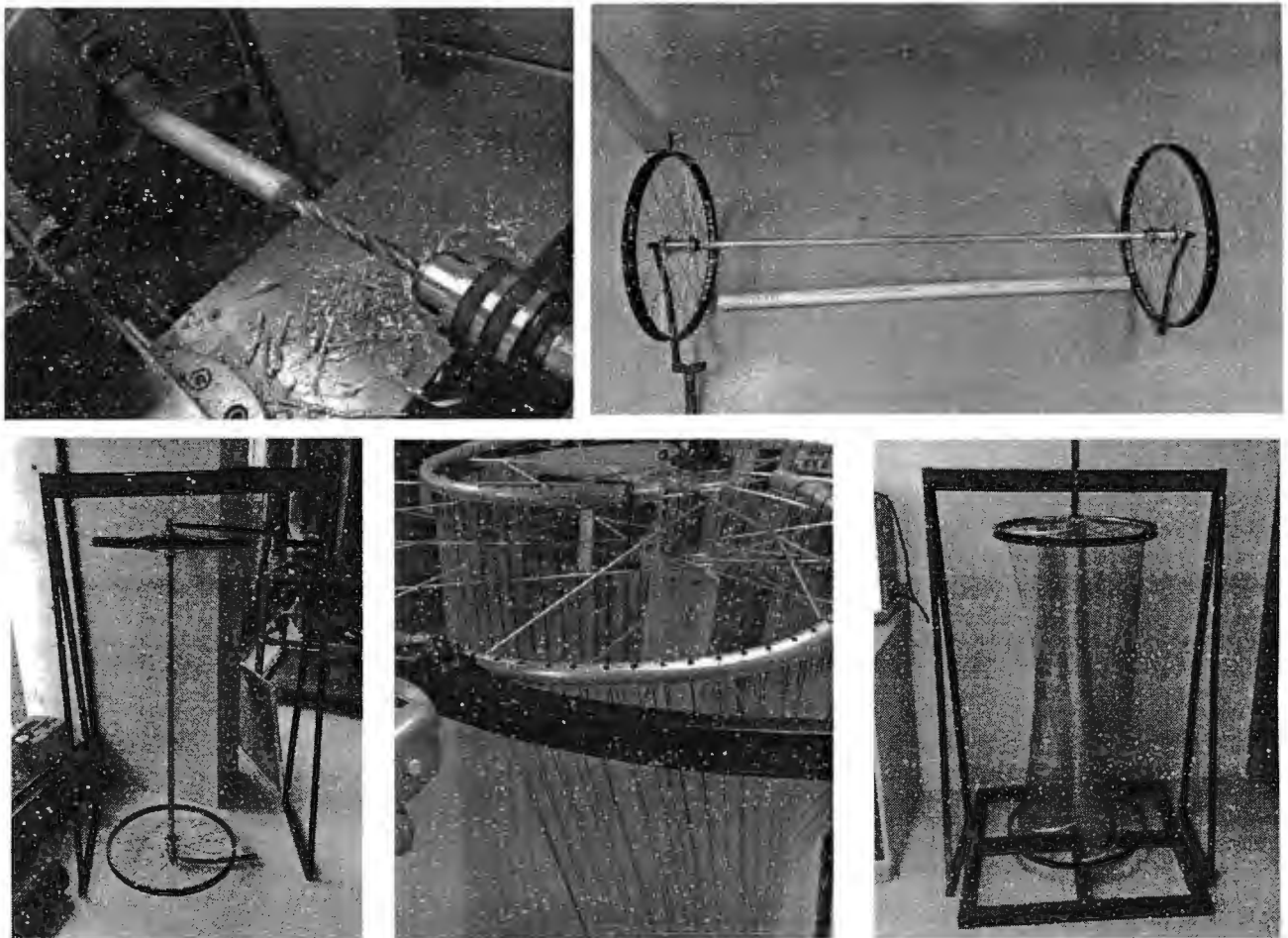


Figura 28. Proceso de construcción de la turbina Savonius

7. Pruebas preliminares

Se han realizado pequeñas pruebas que no son confiables ya que se utilizó un ventilador pequeño de velocidad variable para darnos una idea del torque inicial, y desempeño a velocidades bajas. Las mediciones se hicieron utilizando equipo del laboratorio de Termo fluidos. Con ayuda del sensor de viento de hilo caliente, sensor de torque y mediciones directas con ayuda de poleas, pesas y cronómetros.

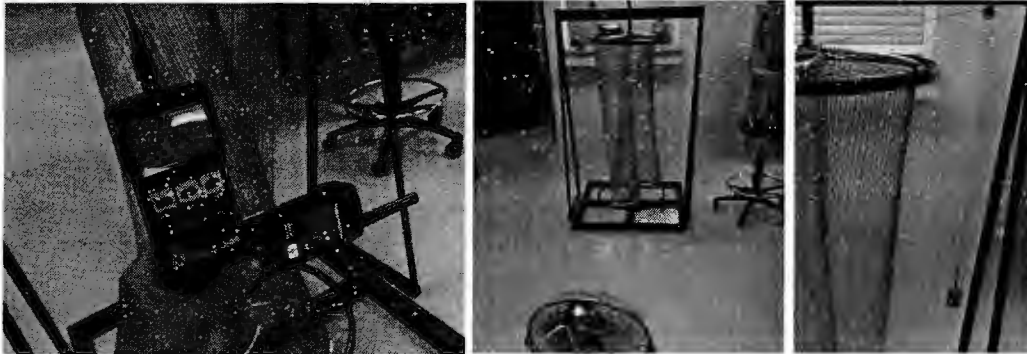


Figura 29. Mediciones preliminares del prototipo Savonius 3 Aspas

| Velocidades | Torque | Vel. Angular vel. | Cp | λ |
|-------------|---------|----------------------|------|-----------|
| 1.7 m/s | 0.12 Nm | Arranque | - | - |
| 2.3 m/s | 0.15 Nm | Arranque | - | - |
| 2.7m/s | 0.21 Nm | 60 RPM | 0.16 | 0.65 |
| 3.2 m/s | 0.33 Nm | 80 RPM | 0.22 | 0.73 |

Tabla2. Resultados Preliminares del prototipo Savonius 3 Aspas

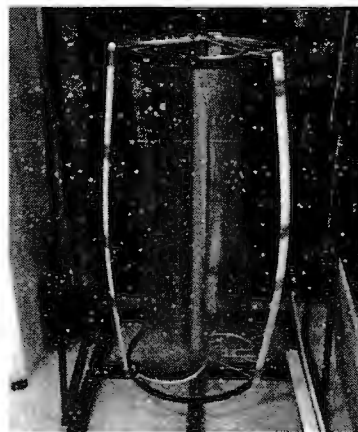


Figura 30. Prototipo final

8. Conclusiones

Hasta el momento se han obtenido resultados prometedores que validan el modelo matemático. Las pruebas realizadas hasta el momento en el prototipo experimental no son válidas hasta que se pueda acondicionar un ventilador de mayor tamaño para realizar pruebas más factibles que garanticen un flujo de aire constante a todas las superficies de la turbina. Las simulaciones matemáticas se acercan bastante a los modelos estudiados lo que comprueba el proceso analítico de los modelos de otras turbinas.

9. Trabajo Futuro

Queda por ensamblar el componente Darrieus y verificar que las dimensiones del perfil simétrico aerodinámico concuerden con las utilizadas en la simulación matemática.

Una vez terminado el proceso de experimentación, se va a comparar con los resultados de la simulación matemática para poder realizar gráficas adimensionales y proyectar el modelo a distintos tamaños en caso de que quiera obtener distintos valores de salida como el torque y la potencia.

También es necesario documentar las recomendaciones en caso de que se tenga que realizar una modificación al diseño.

APÉNDICE

Demostración de Teorema de Betz

Definimos al flujo másico (1) como la masa de aire que circula a través de la turbina y que pasa a través de las palas del aerogenerador.

$$\dot{m} = \rho A V \quad (1)$$

En donde ρ es la densidad del aire, A es el área que se genera con las palas y V la velocidad del viento, podemos conocer la fuerza (2) y la máxima potencia (3) que se extrae del viento. (Continuidad de Momentum y Teorema de Trabajo – Energía)

$$F = \dot{m} (V_1 - V_2) \quad (2)$$
$$F = \rho A V (V_1 - V_2)$$

$$\dot{W} = F \cdot V \quad (3)$$
$$\dot{W} = \rho A V^2 (V_1 - V_2)$$

Además conociendo la energía que puede ser obtenida del viento, podemos establecer la diferencia de energía que existe antes y después de que el flujo de aire pase por la turbina (4).

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \rho A V (V_1^2 - V_2^2) \quad (4)$$

Ahora podemos decir que por el teorema de trabajo y de la energía cinética obtenemos.

$$\Delta E_k = \dot{W} \quad ; \quad \rho A V^2 (V_1 - V_2) = \frac{\rho A V}{2} (V_1^2 - V_2^2)$$

Simplificando obtenemos que:

$$V = \frac{(V_1 + V_2)}{2}$$

Sustituyendo lo que acabamos de obtener en la ecuación de máxima potencia (3), concluimos que la potencia máxima es.

$$\dot{W} = \frac{1}{4} \rho A (V_1^2 - V_2^2)(V_1 - V_2) \quad (5)$$

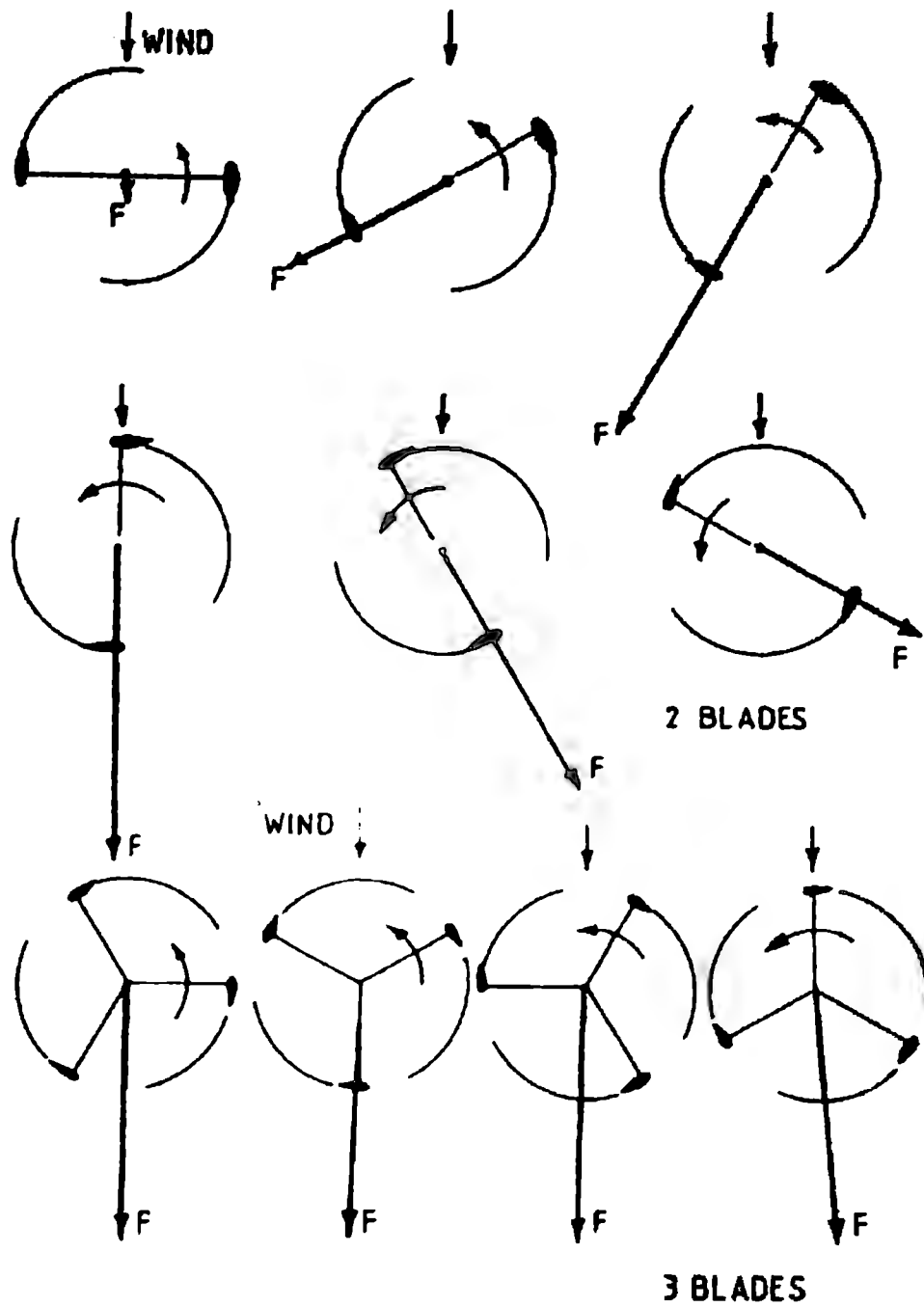
Obteniendo un máximo de la velocidad 1 (V_1) se obtiene que $V_2 = \frac{V_1}{3}$ y deriva en que la potencia máxima del viento se pueda expresar como:

$$\dot{W}_{\max} = \left(\frac{8}{27} \right) \rho A V_1^3 [W] \quad (6)$$

ANEXOS

| Velocidad (Km/h) | Efectos |
|-------------------------|--|
| 1.6 | El humo asciende verticalmente |
| 1.6 – 4.8 | El humo ondula y la superficie de mar se riza |
| 6.4 – 11.2 | Se siente en la cara. Sobre el mar se forman pequeñas olas que no rompen |
| 12.8 – 19.3 | Se mueven las hojas de los árboles |
| 20.9 – 28.9 | Se levanta polvo y papeles. Se mueven las ramas de los árboles. |
| 30.5 – 38.6 | Se forman olas moderadas. |
| 40.2 – 50 | El viento silba. |
| 51.5 – 61.1 | Se mueven los árboles. Se hace difícil caminar. Olas rompientes con espuma. |
| 62.7 – 74 | Se rompen ramas de árboles. Grandes olas. |
| 75.6 – 86.9 | Se levantan los techos de las casas. |
| 88 – 101 | Los árboles son arrancados de raíz. |
| 103 – 115.8 | Daños generalizados. El mar cubierto de espuma. Dificil visibilidad. |

Anexo 1. Tabla de Velocidades del viento y sus efectos⁷



Anexo 2 . Variacion de la fuerza aerodinámica neta en turbinas Verticales de 2 y 3 aspas.⁸

Anexo 3

Simulación Matemática Darrieus

```
{ CALCULO DE LA POTENCIA Y EL TORQUE PRODUCIDOS POR UNA TURBINA EOLICA  
  DE EJE VERTICAL.  
  JUNTO CON UNA TURBINA SAVONIUS}
```

```
{ Función para corregir el valor del ángulo de ataque (alpha)}
```

```
Function Correccion(alpha,Vn,Vt)  
  if (Vt < 0) then  
    if (Vn>0) then  
      Correccion:=180-abs(alpha)  
    else  
      Correccion:= abs(alpha)-180  
    endif  
  else  
    Correccion:=alpha  
  endif  
end
```

```
{ Función para calcular el coeficiente de sustentación. Los valores de "m" y "b" dependen del  
perfil}
```

```
Function CL(alphac,alpha_s,AR,m,CLmin)  
Cdmax=1.11+0.018*AR  
CLs=m*alpha_s+CLmin  
KL=(CLs-Cdmax*sin(alpha_s)*cos(alpha_s))*(sin(alpha_s)/cos(alpha_s)^2)  
if (abs(alphac)< alpha_s) then  
  CLa=m*abs(alphac)+CLmin  
  signo=1  
else  
  if(abs(alphac)>90 ) then  
    CLa= (Cdmax/2)*sin(abs(2*alphac))+KL*(cos(alphac)^2/sin(abs(alphac)))  
    signo=-1  
  else  
    CLa= (Cdmax/2)*sin(abs(2*alphac))+KL*(cos(alphac)^2/sin(abs(alphac)))  
    signo=1  
  endif  
endif  
CL:=signo*CLa  
end
```

```
{ Función para calcular el coeficiente de arrastre. Los valores de "m" y "b" dependen del perfil}
```

```
Function CD(alphac,alpha_s,AR)  
Cdmax=1.11+0.018*AR  
a1=0.04867 ; a2= 0.00718068 ; a3=-0.00119676 ; a4=0.000107132  
Cds:=a1+a2*alpha_s+a3*alpha_s^2+a4*alpha_s^3  
Kd=(Cds-Cdmax*sin(alpha_s)^2)/cos(alpha_s)  
if(abs(alphac)<15) then  
  CDa=a1+a2*abs(alphac)+a3*alphac^2+a4*abs(alphac)^3  
  signo=1  
else  
  CDa=Cdmax*sin(abs(alphac))^2+Kd*cos(abs(alphac))  
  if(abs(alphac)>90 ) then  
    signo=-1  
  else  
    signo=1  
  endif  
endif
```

```

        signo=1
    endif
endif
CD:=signo*CDa
end

{ COMIENZA EL PROGRAMA PRINCIPAL}

{ Propiedades del ambiente}

Tamb=0
Pamb=100
rho_aire=Density(Air,T=Tamb,P=Pamb)

{ Datos de las condiciones climáticas y velocidad de giro de la turbina }

{ Características Geométricas de la turbina}
R=0.28          { Radio de la turbina}
H=1.2           { altura de la turbina}
chord=0.0635    { cuerda del perfil}
Ap= chord*H     { Area de la planta del "ala" }
AR=H/chord      { "Aspect Ratio" }
z=3             {Número de aspas}

{ Calculo del factor de Inducción}

sigma=(z*chord)/R
{Cdd=4*exp(-(1/(100*sigma)))}
Cdd=4
(1-k)= 1/(1+(Cdd/4))
v_w=30*convert(km/h,m/s)          { Velocidad del viento en km/h }
{Lambda=2.5 }                     {Velocidad específica}

{ Características del Perfil usado en la turbina Darrieus-H}

alpha_s=15.7
m = 0.1013
CLmin=0.1

{ Datos de la Turbina Savonius}

R_sav=R/2
A_sav=H*R_sav
Cd_1sav=1
Cd_2sav=0.2

{ Números Adimensionales que definen el giro}

omega= (lambda*v_w)/R          { Primer número adimensional llamado: velocidad
específica}
omega_rpm=omega*(60/(2*pi))    { velocidad angular de la turbina}

{ Calculo de la velocidad Inducida en el rotor a partir de la velocidad del viento libre}

```

```

v_a=v_w*(1-k)                                { velocidad inducida}

{ Cálculo de la velocidad normal, tangencial y del ángulo de ataque}
n=36
Duplicate i=1, n
  theta1[i]=i*(360/n)
  theta2[i]=theta1[i]+120
  theta3[i]=theta1[i]+240

  Vn1[i]= v_a*sin(theta1[i])                  { Componente de la velocidad
perpendicular a la cuerda }
  Vc1[i]= R*omega+v_a*cos(theta1[i])         { Componente de la velocidad en la
dirección de la cuerda}
  alpha1[i]=arctan(Vn1[i]/Vc1[i])
  alphac1[i]=Correccion(alpha1[i],Vn1[i],Vc1[i]) { ángulo de ataque corregido}
  W1[i] =sqrt(Vc1[i]^2+Vn1[i]^2)             { Velocidad relativa del aire respecto
a los alabes}

  CL1[i]=CL(alphac1[i], alpha_s,AR,m,CLmin)
  CD1[i]=CD(alphac1[i] ,alpha_s,AR)

  Lift1[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W1[i]^2)*CL1[i]
  Drag1[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W1[i]^2)*CD1[i]

  Ft1[i]= Lift1[i]*sin(abs(alpha1[i]))-Drag1[i]*cos(abs(alpha1[i]))
  Fn1[i]=Lift1[i]*cos(abs(alpha1[i]))+Drag1[i]*sin(abs(alpha1[i]))
  T1[i]=R*Ft1[i]

  Vn2[i]= v_a*sin(theta2[i])                  { Componente de la velocidad
perpendicular a la cuerda }
  Vc2[i]= R*omega+v_a*cos(theta2[i])         { Componente de la velocidad en la
dirección de la cuerda}
  alpha2[i]=arctan(Vn2[i]/Vc2[i])
  alphac2[i]=Correccion(alpha2[i],Vn2[i],Vc2[i]) { ángulo de ataque corregido}
  W2[i] =sqrt(Vc2[i]^2+Vn2[i]^2)             { Velocidad relativa del aire respecto
a los alabes}

  CL2[i]=CL(alphac2[i], alpha_s,AR,m,CLmin)
  CD2[i]=CD(alphac2[i] ,alpha_s,AR)

  Lift2[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W2[i]^2)*CL2[i]
  Drag2[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W2[i]^2)*CD2[i]

  Ft2[i]= Lift2[i]*sin(abs(alpha2[i]))-Drag2[i]*cos(abs(alpha2[i]))
  Fn2[i]=Lift2[i]*cos(abs(alpha2[i]))+Drag2[i]*sin(abs(alpha2[i]))
  T2[i]=R*Ft2[i]

  Vn3[i]= v_a*sin(theta3[i])                  { Componente de la velocidad
perpendicular a la cuerda }
  Vc3[i]= R*omega+v_a*cos(theta3[i])         { Componente de la velocidad en la
dirección de la cuerda}
  alpha3[i]=arctan(Vn3[i]/Vc3[i])
  alphac3[i]=Correccion(alpha3[i],Vn3[i],Vc3[i]) { ángulo de ataque corregido}
  W3[i] =sqrt(Vc3[i]^2+Vn3[i]^2)             { Velocidad relativa del aire respecto
a los alabes}

```

```

CL3[i]=CL(alpha3[i], alpha_s,AR,m,CLmin)
CD3[i]=CD(alpha3[i], alpha_s,AR)

Lift3[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W3[i]^2)*CL3[i]
Drag3[i]=(0.5*rho_aire*Ap*W3[i]^2)*CD3[i]

Ft3[i]= Lift3[i]*sin(abs(alpha3[i]))-Drag3[i]*cos(abs(alpha3[i]))
Fn3[i]=Lift3[i]*cos(abs(alpha3[i]))+Drag3[i]*sin(abs(alpha3[i]))
T3[i]=R*Ft3[i]

    T[i]=T1[i]+T2[i]+T3[i]
end

Tcuad1=T[1]+T[2]+T[3]+T[4]+T[5]+T[6]+T[7]+T[8]+T[9]
Tcuad2=T[10]+T[11]+T[12]+T[13]+T[14]+T[15]+T[16]+T[17]+T[18]
Tcuad3=T[19]+T[20]+T[21]+T[22]+T[23]+T[24]+T[25]+T[26]+T[27]
Tcuad4=T[28]+T[29]+T[30]+T[31]+T[32]+T[33]+T[34]+T[35]+T[36]
T_avg=(Tcuad1+Tcuad2+Tcuad3+Tcuad4)/n
Pot=T_avg*omega
A_barrida=2*(R+chord)*H
E_kw=0.5*rho_aire*A_barrida*v_w^3
C_p=Pot/E_kw

{ Potencia del Rotor Savonius}
{
Pot_sav=rho_aire*A_sav*(Cd_1sav*(v_w-R_sav*omega)^2-Cd_2sav*(v_w+R_sav*omega)^2)/2
T_sav=Pot_sav/omega}

{ Para el Reporte}

Vkmh=v_w*convert(m/s,km/h)

```

Anexo 4

Simulación Matemática Savonius 2 Aspas

```
{ CALCULO DE LA POTENCIA Y EL TORQUE PRODUCIDOS POR UNA TURBINA  
SAVONIUS  
SIMPLE DE DOS HOJAS}
```

```
{ Función para calcular las fuerzas de arrastre en un rotor Savonius}
```

```
Function T_sav(theta1, V_a, R_sav, omega, rho_aire, A_sav, v_w)  
  alarma=0  
  Cdmax=2.3  
  Cadmin=1.2
```

```
  if (180<theta1) then  
    theta2=theta1-180  
  else  
    theta2=theta1+180  
  endif
```

```
{ Paso 1}
```

```
Vsav= omega*(R_sav/2)
```

```
Vw1=abs(( v_w*cos(theta1)))  
Vw2=abs(( v_w*cos(theta2)))
```

```
{ Paso 2}
```

```
if (90<theta1) and (theta1<270) then  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))+Vsav  
  T1=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
else
```

```
if (Vw1>Vsav) then  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))-Vsav  
  T1=abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmax*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
else  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))-Vsav  
  T1=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
endif  
endif
```

```
if (90<theta2) and (theta2<270) then  
  Vrel2=( v_w*cos(theta2))+Vsav  
  T2=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel2^2)*(R_sav/2))  
else
```

```
if (Vw2>Vsav) then  
  Vrel2=( v_w*cos(theta2))-Vsav  
  T2=abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmax*Vrel2^2)*(R_sav/2))  
else  
  Vrel2=( v_w*cos(theta2))-Vsav  
  T2=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel2^2)*(R_sav/2))
```

```

endif
endif

T_sav=T1+T2

end

{ COMIENZA EL PROGRAMA PRINCIPAL}

{ Propiedades del ambiente}

Tamb=20
Pamb=76
rho_aire=Density(Air,T=Tamb,P=Pamb)

{ Datos de las condiciones climáticas y velocidad de giro de la turbina }

k =0.0
v_w=30*convert(km/h,m/s)           { Velocidad del viento en km/h }
lambda=0.6
omega=(v_w*lambda)/(R_sav)         { velocidad angular de la turbina}
omega_rpm=omega*(60/(2*pi))

{ Calculo de la velocidad Inducida en el rotor a partir de la velocidad del viento libre}

v_a=v_w*(1-k)                       { velocidad inducida}

{ Características Geométricas de la turbina}

R_sav=0.28                           { Radio de la turbina}
H=1.2                                 { altura de la turbina}
A_sav=H*R_sav                         { Area proyectada de uno de los "medio cilindros" de la turbina}

{ Números Adimensionales que definen el giro}

m=72
Duplicate i=1, m
    theta[i]=5*i
    T_rel[i]=T_sav(theta[i], V_a, R_sav, omega,rho_aire,A_sav, v_w)
    Pot[i]=T_rel[i]*omega
end

SumaPot1=(Pot[1]+Pot[2]+Pot[3]+Pot[4]+Pot[5]+Pot[6]+Pot[7]+Pot[8]+Pot[9]+Pot[10]+Pot[11]+
Pot[12])

SumaPot2=(Pot[13]+Pot[14]+Pot[15]+Pot[16]+Pot[17]+Pot[18]+Pot[19]+Pot[20]+Pot[21]+Pot[22]
]+Pot[23]+Pot[24])

SumaPot3=(Pot[25]+Pot[26]+Pot[27]+Pot[28]+Pot[29]+Pot[30]+Pot[31]+Pot[32]+Pot[33]+Pot[34]
]+Pot[35]+Pot[36])

SumaPot4=(Pot[37]+Pot[38]+Pot[39]+Pot[40]+Pot[41]+Pot[42]+Pot[43]+Pot[44]+Pot[45]+Pot[46]
]+Pot[47]+Pot[48])

```

$$\text{SumaPot5}=(\text{Pot}[49]+\text{Pot}[50]+\text{Pot}[51]+\text{Pot}[52]+\text{Pot}[53]+\text{Pot}[54]+\text{Pot}[55]+\text{Pot}[56]+\text{Pot}[57]+\text{Pot}[58]+\text{Pot}[59]+\text{Pot}[60])$$

$$\text{SumaPot6}=(\text{Pot}[61]+\text{Pot}[62]+\text{Pot}[63]+\text{Pot}[64]+\text{Pot}[65]+\text{Pot}[66]+\text{Pot}[67]+\text{Pot}[68]+\text{Pot}[69]+\text{Pot}[70]+\text{Pot}[71]+\text{Pot}[72])$$

$$\text{Pot_sav}=(\text{SumaPot1}+\text{SumaPot2}+\text{SumaPot3}+\text{SumaPot4}+\text{SumaPot5}+\text{SumaPot6})/m$$
$$M_prom=\text{Pot_sav}/\omega$$

{ Potencia Máxima Calculada con el Teorema de Betz }

$$A_barrida=2*R_sav*H$$

$$\text{Pot_máx}=(8/27)*\rho_aire*A_barrida*v_w^3$$

$$Cp=\text{Pot_sav}/(0.5*\rho_aire*A_barrida*v_w^3)$$



Anexo 5

Simulación Matemática Savonius 3 Aspas

```
{ CALCULO DE LA POTENCIA Y EL TORQUE PRODUCIDOS POR UNA TURBINA  
SAVONIUS  
SIMPLE DE DOS HOJAS}
```

```
{ Función para calcular las fuerzas de arrastre en un rotor Savonius}
```

```
Function T_sav(theta1, V_a, R_sav, omega, rho_aire, A_sav, v_w)  
  alarma=0  
  Cdmax=2.3  
  Cadmin=1.2
```

```
if (240<theta1) then  
  theta2=theta1-240  
  theta3=theta1-120  
else  
  if (120<theta1) then  
    theta2=theta1+120  
    theta3=theta1-120  
  else  
    theta2=theta1+120  
    theta3=theta1+240  
  endif  
endif
```

```
{ Paso 1}
```

```
Vsav= omega*(R_sav/2)
```

```
Vw1=abs(( v_w*cos(theta1)))  
Vw2=abs(( v_w*cos(theta2)))  
Vw3=abs(( v_w*cos(theta3)))
```

```
{ Paso 2}
```

```
if (90<theta1) and (theta1<270) then  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))+Vsav  
  T1=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
else
```

```
if (Vw1>Vsav) then  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))-Vsav  
  T1=abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmax*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
else  
  Vrel1=( v_w*cos(theta1))-Vsav  
  T1=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel1^2)*(R_sav/2))  
endif  
endif
```

```
if (90<theta2) and (theta2<270) then  
  Vrel2=( v_w*cos(theta2))+Vsav  
  T2=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cadmin*Vrel2^2)*(R_sav/2))  
else
```

```

if (Vw2>Vsav) then
Vrel2=( v_w*cos(theta2))-Vsav
T2=abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmax*Vrel2^2)*(R_sav/2))
else
Vrel2=( v_w*cos(theta2))+Vsav
T2=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmin*Vrel2^2)*(R_sav/2))
endif
endif

if (90<theta3) and (theta3<270) then
Vrel3=( v_w*cos(theta3))+Vsav
T3=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmin*Vrel3^2)*(R_sav/2))
else

if (Vw3>Vsav) then
Vrel3=( v_w*cos(theta3))-Vsav
T3=abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmax*Vrel3^2)*(R_sav/2))
else
Vrel3=( v_w*cos(theta3))+Vsav
T3=-abs((0.5*rho_aire*A_sav*Cdmin*Vrel3^2)*(R_sav/2))
endif
endif

T_sav=T1+T2+T3

end

{ COMIENZA EL PROGRAMA PRINCIPAL}

{ Propiedades del ambiente}

Tamb=20
Pamb=76
rho_aire=Density(Air,T=Tamb,P=Pamb)

{ Datos de las condiciones climáticas y velocidad de giro de la turbina }

k =0.0
v_w=40*convert(km/h,m/s)           { Velocidad del viento en km/h }
{lambda=0.7}
omega=(v_w*lambda)/(R_sav)         { velocidad angular de la turbina}
omega_rpm=omega*(60/(2*pi))

{ Calculo de la velocidad Inducida en el rotor a partir de la velocidad del viento libre}

v_a=v_w*(1-k)                       { velocidad inducida}

{ Características Geométricas de la turbina}

R_sav=0.2           { Radio de la turbina}
H=1.2              { altura de la turbina}
A_sav=H*R_sav      { Area proyectada de uno de los "medio cilindros" de la turbina}

{ Números Adimensionales que definen el giro}

```

```

pi_vel=v_a/v_w { Segundo número adimensional: velocidad inducida
entre velocidad del viento libre}
m=72
Duplicate i=1, m
    theta[i]=5*i
    T_rel[i]=T_sav(theta[i], V_a, R_sav, omega,rho_aire,A_sav, v_w)
    Pot[i]=T_rel[i]*omega
end

```

```

SumaPot1=(Pot[1]+Pot[2]+Pot[3]+Pot[4]+Pot[5]+Pot[6]+Pot[7]+Pot[8]+Pot[9]+Pot[10]+Pot[11]+
Pot[12])

```

```

SumaPot2=(Pot[13]+Pot[14]+Pot[15]+Pot[16]+Pot[17]+Pot[18]+Pot[19]+Pot[20]+Pot[21]+Pot[22]
+Pot[23]+Pot[24])

```

```

SumaPot3=(Pot[25]+Pot[26]+Pot[27]+Pot[28]+Pot[29]+Pot[30]+Pot[31]+Pot[32]+Pot[33]+Pot[34]
+Pot[35]+Pot[36])

```

```

SumaPot4=(Pot[37]+Pot[38]+Pot[39]+Pot[40]+Pot[41]+Pot[42]+Pot[43]+Pot[44]+Pot[45]+Pot[46]
+Pot[47]+Pot[48])

```

```

SumaPot5=(Pot[49]+Pot[50]+Pot[51]+Pot[52]+Pot[53]+Pot[54]+Pot[55]+Pot[56]+Pot[57]+Pot[58]
+Pot[59]+Pot[60])

```

```

SumaPot6=(Pot[61]+Pot[62]+Pot[63]+Pot[64]+Pot[65]+Pot[66]+Pot[67]+Pot[68]+Pot[69]+Pot[70]
+Pot[71]+Pot[72])

```

```

    Pot_sav=((SumaPot1+SumaPot2+SumaPot3+SumaPot4+SumaPot5+SumaPot6)/m)
    M_prom=Pot_sav/omega

```

```

{ Potencia Máxima Calculada con el Teorema de Betz}

```

```

A_barrida=2*R_sav*H
Pot_máx=(8/27)*rho_aire*A_barrida*v_w^3
Cp=Pot_sav/(0.5*rho_aire*A_barrida*v_w^3)

```

REFERENCIAS

1. Periódico REFORMA 31 de marzo de 2008 - Sección de "Negocios"
2. http://www.conae.gob.mx/wb/CONAE/CONA_2085_mapas_eolicos_prelim
3. New Scientist Magazine 25/08/08
<http://enviroment.newscientist.com/channel/earth/dn14593>
4. Moratilla Soria, Beatriz, *Caracterísiticas de la energía eólica* IMUPC
5. Islam M, et al. Aerodynamic models for Darrieus - type straight - bladed vertical axis wind turbines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (2007)
6. CFD Analysis of Low Speed Vertical Axis Wind Turbine with Twisted Blades. Manzoor HussainM, S Nawazish Mehdi, P. Ram Reddy. Department of Mechanical Engineering JNT University, Hyderabad. 2008
7. *Energía Eólica; Tecnología e Historia*, Hermann Blume 1984
8. Evaluation of Self-Starting vertical axis wind turbines for stand-alone applications.

■ **Libros**

- Gipe, Paul. *Wind Power For Home & Business Renewable Energy for the 1990s and Beyond*. Chelsea Green Publishing Co. 1993
- Cádiz Deleito, Juan Carlos. *Energía Eólica; Tecnología e Historia*, Hermann Blume 1984
- Rosato, Mario A. *Diseño de máquinas eólicas de pequeña potencia*. Sevilla. Progensa, 1991
- David A. Spera. *Wind turbine technology fundamental concepts of wind turbine engineering* New York . ASME Press, c1998.
- Godfrey Boyle. *Renewable Energy* Oxford New York 2004

• **Artículos**

- Brian Kinloch Kirke, PhD *Evaluation of Self-Starting Vertical Axis Wind Turbines for Stand-Alone Applications* Griffith University, Faculty of Engineering and Information Technology, School of Engineering
- S.M.Habali, I.A. Saleh, *Local design, testing and manufacturing of a small mixed airfoil wind turbina blades of class fiber reinforced plastics*. Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering and Technology, University of Jordan, Amman. Mayo 1999
- M.A.M. Prats, J.M. Carrasco, A. González, E. Galván, L.G.Franquelo, Nuevas técnicas de conversión de potencia para el aumento de la energía capturada en aerogeneradores de velocidad variable basadas en lógica borrosa Dpto. de Física Aplicada e Ingeniería Eléctrica. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Huelva Dpto. de Ingeniería Electrónica Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla.
- Moratilla Soria, Beatriz, Características de la energía eólica, departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Pontificia Comillas

• **Referencias Digitales**

- <http://www.windpower.org> (en línea 28 de marzo de 2008)
- <http://www.amdee.org> (en línea 28 de marzo de 2008)
- <http://www.aerotecture.com> (en línea 28 de marzo de 2008)
- <http://www.helixwind.com> (en línea 28 de marzo de 2008)