TECNOLÓGICO DE MONTERREY

EGADE

Escuela de Graduados en Administración y Dirección de Empresas

Potencial de un portafolio de inversión eficiente en el sistema de pensiones de Mexicano

Profesor: Humberto Valencia

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Christian M. Juárez Arroyo
Roberto A. Luna Valencia

México, D.F., 15 de diciembre de 2009.

ÍNDICE

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es analizar la forma en la que las Afores en México pueden eficientar sus portafolios de inversión a través de la clase de activo de instrumentos estructurados específicamente invirtiendo en infraestructura, simulando la inclusión de estos últimos, los cuáles ya se contemplan en el régimen de inversión, con el objetivo de comprobar que estos pueden dar un mejor rendimiento a los recursos que tienen asignadas las Siefores en México y que es práctica habitual en otros países del mundo ayudando a minimizar el riesgo. Se busca comparar el resultado de riesgo-rendimiento de las administradoras en un horizonte de largo plazo que incluya esta clase de activo alternativo específicamente con inversiones en infraestructura, contra las carteras de inversión que actualmente se observan. Veremos también que en otros países del mundo, el régimen de inversión en estos productos o instrumentos, tienen un mayor peso en sus portafolios, obteniendo así, mejores rendimientos con un riesgo acotado que en aquellos países que tienen un régimen de inversión más conservador como el del caso mexicano.

INTRODUCCIÓN

Se ha visto en los últimos años un aumento importante en las economías mundiales por invertir en infraestructura, la cual ha sido principalmente cubierta por los gobiernos locales. Se entiende como activos de infraestructura al sistema de obras públicas en un país, estado o región, incluyendo carreteras, líneas de servicios públicos y edificios públicos; una definición de diccionario, American Heritage Dictionary, lo define como los servicios básicos e instalaciones necesarios para el funcionamiento de una comunidad o de la sociedad, tales como el transporte y sistemas de comunicaciones, líneas eléctricas y agua, instituciones como escuelas, oficinas de correos y las cárceles. El financiamiento que ha tenido el sector privado en infraestructura, lo ha encontrado básicamente en mercados financieros internacionales, el cual, por la crisis financiera reciente que se ha vivido, resulta costoso y con un acceso muy limitado, ya que los mercados financieros de la región, se encuentran relativamente subdesarrollados. No hay que descartar también, que por tratarse de financiamientos fuera de los mercados locales, se tiene un riesgo muy fuerte por cuestiones de tasas de cambio distintos.

Ante esta necesidad de tener recursos y fondeos con menor exposición a factores externos, accesibles, de largo plazo y menos costosos, la tendencia que han tenido las reformas de los fondos de pensiones, ha dado en buena medida, un aliento para reactivar los proyectos de infraestructura, los cuales promueven un crecimiento económico y de bienestar social; además de que los fondos de pensiones privados en México pueden ser, en parte, más atractivos para los ahorradores y pensionados.

1. ANTECEDENTES

Como sabemos, en México, las Siefores son sociedades de inversión especializadas en fondos para el retiro, las cuales son operadas por las Afores, mismas que están supervisadas por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR). Asimismo, las Siefores deben de apegarse, según la legislación vigente, a un régimen de inversión[1], con el fin de brindar la mayor pensión posible, administrando los ahorros de los trabajadores bajo un marco de seguridad en las inversiones.; pues el objetivo principal es otorgar a sus clientes, el mayor rendimiento con un riesgo moderado. Las Siefores pueden invertir los recursos que tienen asignados, en instrumentos que te dan una relación apropiada entre edad, seguridad y rendimiento, dependiendo de la edad que se tenga durante el tiempo de inversión y hasta el retiro.

La distribución que tienen las Siefores es la siguiente:

1) Siefore Básica 5. En éste portafolio se invierten los recursos de los pensionados y ahorradores que tienen una edad de entre 26 años y menores.
2) Siefore Básica 4. En éste portafolio se invierten los recursos de los pensionados y ahorradores que tienen una edad de entre 27 años y 36 años.
3) Siefore Básica 3. En éste portafolio se invierten los recursos de los pensionados y ahorradores que tienen una edad de entre 37 años y 45 años.
4) Siefore Básica 2. En éste portafolio se invierten los recursos de los pensionados y ahorradores que tienen una edad de entre 46 años y 55 años.
5) Siefore Básica 1. En éste portafolio se invierten los recursos de los pensionados y ahorradores que tienen una edad de entre 56 años y mayores.

1) Véase Circular 15-19 compilada emitida por CONSAR.

El objetivo de segmentar a las Siefores, fue para diversificar las inversiones que se tienen, ya que al estar más cercano al retiro, las inversiones que se mantienen son más conservadores y viceversa, al entrar a una afore en una edad temprana, donde se inician las aportaciones, las inversiones que se tienen buscan un mayor rendimiento con una relación de mayor riesgo.

La apertura del régimen de inversión en México se ha traducido en una concentración cada vez menor en valores gubernamentales, aun cuando todavía se encuentra en niveles altos. La flexibilización del Régimen de Inversión y la sofisticación de algunas administradoras se traduce en carteras cada vez más diversificadas en teoría, lo cual veremos más adelante que no necesariamente ocurre.

1.1 INVERSIÓN EN INFRAESTRUCTURA

El desarrollo de proyectos en infraestructura en los países emergentes, se ha dado en buena medida, por inversiones de capital extranjero, sin embargo, las crisis recientes que se han tenido, han reducido la aportación de estos inversionistas globales en nuestros mercados.

Ante esta situación, los gobiernos locales han pretendido impulsar el desarrollo de la infraestructura a través de fuentes nacionales de capital al mayor plazo posible. Es por ello, que los recursos que se tienen en los fondos de pensiones, es quizás el único recurso accesible local que pueda cubrir las necesidades de éste ramo. Para que esto funcione adecuadamente, es importante mencionar, que la inversión en infraestructura que se desee llevar a cabo, deberá de coincidir con las estrategias de inversión que los fondos tengan contemplados, pues no hay que perder de vista, que el objetivo principal de las Administradoras de Fondos, es otorgar en tiempo, los recursos a sus clientes en el momento de su retiro.

Hace un par de años se promueve en México el Plan Nacional de Desarrollo por el Gobierno Mexicano, el cual establecía un plan agresivo de expansión para mejorar la infraestructura en México, el cual enfatizo que realizaría con el apoyo de los recursos que las Afores tienen disponible en este rubro y el Gobierno Federal por un monto de US$194.8 billones para el período 2007-2012.[2)]

2) Plan Nacional de Infraestructura.

Como parte de la protección que se le da a los afiliados, todos los países de Latinoamérica donde operan los fondos privados de pensiones, diversifican la composición de sus carteras. Las regulaciones sobre las inversiones que se tienen, tienden a colocar límites. Dichas regulaciones permiten una estabilidad y uniformidad del rendimiento de inversión de la cartera, la cual en algunas veces, puede excluir inversiones que valen la pena y que son económica y socialmente atractivas, como las inversiones en nueva infraestructura.

La visión que tienen las Afores en inversiones a largo plazo, han puesto interés en aumentar su exposición hacia proyectos de infraestructura, junto con su movimiento en activos alternativos, pues la naturaleza de estos proyectos coincide con los activos de pensiones a largo plazo. Como ejemplo de los países más desarrollados en esta materia, tenemos los fondos de pensiones Canadienses, Australianos y Neerlandeses, los cuales pueden ser considerados como líderes en éste campo. **Ver Anexo I**

Las inversiones en infraestructura se han convertido recientemente en un tema nuevo para los fondos de pensiones, dado que la estrategia de los nuevos inversionistas esta orientada a la búsqueda de nuevas fuentes de rentabilidad y una mejor diversificación en el riesgo de inversión, y no enfocarse en las tradicionales clases de activos de renta variable, efectivo ó bonos.

1.2 ¿Por qué infraestructura?

Algunas características que tienen los activos de infraestructura y que se alinean con los objetivos que tienen los fondos de pensiones son:

Demanda Ineslatica:

Uso diario y alto volumen.

Base grande de consumidores (casas, negocios, etc.)

Bajo riesgo en obsolescencia tecnológica.

Altas barreras de entrada:

Vida larga, alto valor de los activos.

Requerimientos de capital grandes.

Contratos y concesiones de largo plazo.

Monopolios naturales.

Requerimientos altos para aprobación.

Flujos de Caja Predecibles:

Concesiones por contratos de largo plazo.

Mercado cautivo.

Bajos costos de operación.

Precios e ingresos ligados a la inflación.

Baja correlación con otros activos:

Crecimiento de largo plazo correlacionado con el crecimiento económico. **Ver Anexo V**

1.3 Sectores que intervienen en infraestructura

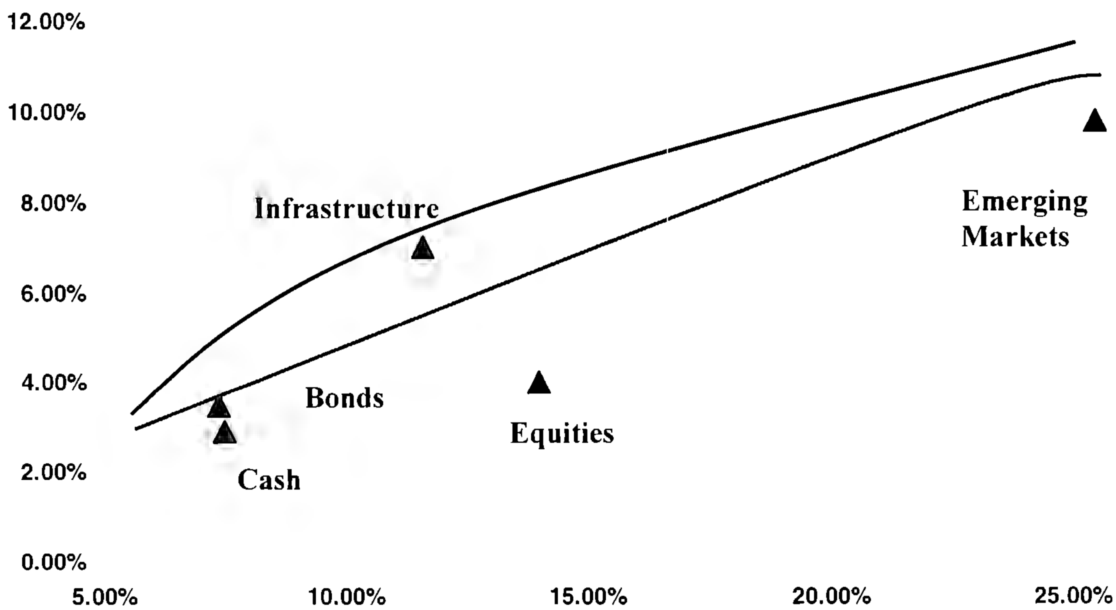
- Aeropuertos
- Carreteras
- Transporte terrestre
- Puertos
- Estacionamientos
- Comunicaciones
- Gas
- Agua
- Electricidad

Algunas de las anteriores opciones son las posibles necesidades de infraestructura contempladas en el Plan Nacional de Infraestructura promovido en México, y en las cuáles las Afores tendrán un punto a favor para realizar este tipo de inversión dentro de la clase de activo de Instrumentos Estructurados.

1.4 Portafolio eficiente con clase de activo Infraestructura

En la siguiente gráfica se puede observar como se vería desde el punto de vista de la construcción de portafolios la frontera eficiente con las diferentes clases de activos globales sin incluir Infraestructura y por otro lado cual es la ventaja de incluir esta dentro de la construcción de la frontera eficiente. Como se puede observar y se ha comentado la misma genera una relación riesgo rendimiento considerablemente aceptable.

Portafolio Óptimo con Activos Globales



Source: Macquire Global Infrastructure Group

2. Teoría de Portafolios

Originada por Harry Markowitz, autor de un artículo sobre selección de cartera publicado en 1952, la teoría moderna de la selección de cartera (Modern Portfolio Theory) propone que el inversor debe abordar la cartera como un todo, estudiando las características de riesgo y retorno global, en lugar de escoger valores individuales en virtud del retorno esperado de cada valor en particular.

La teoría de selección de cartera toma en consideración el retorno esperado a largo plazo y la volatilidad esperada en el corto plazo.

La volatilidad se trata como un factor de riesgo, y la cartera se conforma en virtud de la tolerancia al riesgo de cada inversor en particular, tras ecuacionar el máximo nivel de retorno disponible para el nivel de riesgo escogido.

Actualmente la teoría de las carteras se ha vuelto un tema mucho más interesante y necesario que nunca. Existen un gran número de oportunidades de inversión disponibles y la cuestión de cómo los inversionistas deberían de integrar sus carteras de inversión es una parte central de las finanzas. De hecho, este tema fue el que originó la teoría de la cartera desarrollada por Harry Markowitz en 1952.

En su modelo, Markowitz, dice que los inversionistas tienen una conducta racional a la hora de seleccionar su cartera de inversión y por lo tanto siempre buscan obtener la máxima rentabilidad sin tener que asumir un alto nivel de riesgo. Nos muestra también, como hacer una cartera óptima disminuyendo el riesgo de manera que el rendimiento no se vea afectado.

Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta forma se reduce la variación de los precios. La idea de la cartera es, entonces, diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto también del riesgo.

2.1 Markowitz

Los elementos esenciales de la Teoría de Portafolios los desarrolló Harry M. Markowitz en 1952. Anteriormente los análisis se hacían únicamente con base en los rendimientos esperados sin tomar en cuenta la varianza y la covarianza. Después del desarrollo de Markowitz han aparecido muchas aportaciones. Sin embargo, su contribución ha tenido tal trascendencia que debe mencionarse explícitamente. Muchos han ampliado, modificado y contrastado su teoría original, pero lo esencial permanece invariable.

El problema que sé planteó Markowitz fue el de encontrar la mejor forma en la que un inversionista debería seleccionar un portafolio de entre muchos posibles. El criterio para la selección del portafolio depende de la naturaleza del inversionista.

Empero, existen dos objetivos que son comunes para todos los inversionistas: altos rendimientos y poco riesgo. No obstante, el portafolio con mayor probabilidad de rendimiento no es necesariamente el de menor riesgo. Incluso, el portafolio con el mayor rendimiento esperado puede estar asociado a un nivel inaceptable de riesgo. Por otro lado, el portafolio con el menor nivel de riesgo puede tener un rendimiento poco apreciable.

Sin embargo, entre estos dos extremos se encuentran una variedad de portafolios con diferentes niveles y combinaciones de rendimiento y riesgo.

Entre toda la gama de portafolios posibles existen los que son ineficientes y los que son eficientes. Se les llama ineficientes a todos aquellos portafolios que con mayor riesgo ofrecen igual rendimiento o aquellos que con el mismo riesgo ofrecen un menor rendimiento. La selección del mejor portafolio consiste en eliminar a los ineficientes, dejando únicamente los eficientes. Para seleccionar uno entre todos los portafolios eficientes, es necesario conocer las preferencias de riesgo y rendimiento del inversionista.

Se debe reconocer que el rendimiento de cada instrumento, en el periodo de inversión, es incierto. Si la rentabilidad real de cada instrumento pudiera predecirse con exactitud, se podría saber el rendimiento de cada portafolio posible, y más aún, no sería necesario tener un portafolio, puesto que invertiríamos en aquel instrumento, que sabemos, tendrá el mayor rendimiento. Pero ni la rentabilidad del portafolio, ni el de los instrumentos respectivos que lo componen, se pueden predecir con certeza. En consecuencia, es necesario establecer métodos de predicción para los instrumentos individuales que puedan utilizarse para formular pronósticos sobre los portafolios.

En este orden de ideas, Markowitz propuso dos medidas para establecer los portafolios eficientes: Rendimiento Esperado (E_i) y sus Covarianzas. Una de las características principales de la Teoría de Portafolio estriba en su insistencia en considerar las interrelaciones de los títulos.

Primero definamos el rendimiento de t a $t+1$ como:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1}$$

donde los pesos Wi,t fueron establecidos al principio del periodo y sumados hasta completar el 100%. Para simplificar la explicación, el rendimiento esperado puede escribirse utilizando notación matricial como sigue:

$$R_p = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ R_N \end{bmatrix} = w'R$$

donde W' representa el vector transpuesto de los pesos y R es el vector vertical que contiene los rendimientos de los instrumentos individuales.

Por otra parte, el rendimiento esperado del portafolio es:

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i$$

y la varianza es

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq 1} w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j<i}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}$$

La suma cuenta no únicamente por el riesgo de los instrumentos individuales, sino también por todos los productos cruzados, lo cual suma un total de N(N-1)/2 diferentes covarianzas.

Conforme el número de instrumentos se incrementa, se vuelve difícil seguir las diferentes covarianzas por lo que es más fácil utilizar la notación matricial. La varianza es:

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} w_1 & & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & & \sigma_{1N} \\ & & & \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \\ w_N \end{bmatrix}$$

definiendo Σ como la matriz de varianzas y covarianzas, la varianza del portafolio puede escribirse como sigue:

$$\sigma_p^2 = w'\sum w$$

Las covarianzas, por su parte, pueden estimarse de la siguiente manera

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{(T-1)}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{i,t} - \hat{\mu}_i\right)\left(X_{j,t} - \hat{\mu}_j\right)$$

La covarianza es una medida en la cual sabemos que variables se mueven linealmente juntas. Si dos variables son independientes, su covarianza es igual a 0. Un covarianza positiva significa que las dos variables tienden a moverse en la misma dirección; una varianza negativa significa que tiende moverse en direcciones opuestas.

La magnitud de las covarianzas, sin embargo, depende de las varianzas de los componentes individuales y no es fácilmente interpretado. El coeficiente de correlación es una medida más conveniente y con mayor interpretación de la dependencia de una variable con otra.

$$\rho_{12} = \sigma_{12}/(\sigma_1\sigma_2)$$

El coeficiente de correlación ρ siempre esta entre -1 y +1. Cuando es igual a 1, se dice que las dos variables están perfectamente correlacionadas. Cuando es 0, las variables no están nada correlacionadas.

Todas los posibles portafolios se pueden observar en un plano definido por el rendimiento y la desviación estándar. Tales portafolios forman un área ovoide que se denomina juego de oportunidades de inversión. Dentro de este juego de oportunidades de inversión, existe un conjunto de portafolios que para cada uno de los niveles de riesgo maximiza el rendimiento esperado, o planteado de otra forma, para cada nivel de rendimiento minimiza el riesgo. A tal conjunto de portafolios eficientes se le llama frontera eficiente.

El cálculo de la frontera eficiente se realiza a través de programación cuadrática y el planteamiento es de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &\text{Min } \mathrm{f}(\mathrm{x}) = W'\Sigma W \\ &\mu w \geq E \\ &\sum W = 1 \end{aligned}$$

donde W es un vector $n \times 1$, W´ es su traspuesta, Σ es una matriz definida positiva $n \times n$, μ es un vector $1 \times n$ y *E* es un escalar. El vector *W* representa las proporciones a invertir para cada activo, Σ es la matriz de varianzas y covarianza, μ es el vector de rendimientos, *E* es el rendimiento requerido,

En la formulación anterior, la función objetivo es la varianza del portafolio. La primera restricción es la que determina el requerimiento de rendimiento del portafolio y la segunda sirve para indicar que las proporciones de instrumentos en el portafolio deben sumar el 100%. En esta formulación las variables de decisión son la *W´s*, las cuales definen la proporción de cada instrumento que debe incluirse en el portafolio.

Finalmente, permitiendo que el rendimiento varié, es posible trazar la frontera eficiente.

2.2 Black Litterman

Como alternativa al modelo Markowitz encontramos el modelo de Black Litterman, el cual calcula el rendimiento esperado del mercado dado una combinación de expectativas del inversionista y un punto de referencia neutral (mercado), todo ello bajo el enfoque bayesiano.

Fischer Black y Robert Litterman (1991, 1992) propusieron un modelo para estimar los retornos de los activos que se le introducen al optimizador de Markowitz de tal forma que se reduzcan los problemas de la metodología tradicional. Este modelo se conoce como el modelo Black-Litterman. Dicho modelo, provee una estructura teóricamente sólida para combinar varias fuentes de información.

Según la estadística bayesiana, las características de los estimadores se pueden mejorar mediante una contracción hacia un punto neutral. Entre más razonable sea ese punto, mejores serán las propiedades de los estimadores. En el Modelo Black Litterman los retornos de equilibrio derivados a partir del CAPM (Capital Asset Pricing Model) constituyen el centro de gravedad. **El modelo supone que existen dos fuentes de información sobre los retornos futuros: las expectativas u opiniones particulares del inversionista y el equilibrio del mercado.** Los retornos esperados, que se calculan y se introducen en el optimizador estándar, son estimaciones que combinan ambas fuentes de información.

Los retornos esperados calculados a partir de las dos fuentes de información se desviarán de los retornos de equilibrio conforme a las expectativas establecidas explícitamente por el inversionista. La magnitud de las desviaciones del equilibrio dependerá del grado de confianza que el inversionista tenga en cada expectativa o estrategia. Si el inversionista no tiene una expectativa sobre un mercado o activo en particular, no es necesario que introduzca una. Por lo anterior, el modelo permite aprovechar la experiencia y la intuición del inversionista combinando de forma consistente todas sus expectativas en comparación con el modelo de Markowitz.

Para Black y Litterman, la única definición razonable de promedios neutrales es la del conjunto de retornos esperados que igualan la oferta y la demanda de activos financieros si todos los inversionistas tienen expectativas idénticas. A menos de que las expectativas del inversionista sobre un activo difieran de las del consenso del mercado, el retorno esperado de este activo debe ser consistente con el retorno de equilibrio de mercado. Es por esta razón que, a diferencia del modelo tradicional de Markowitz, el Modelo de Black Litterman no requiere que el inversionista provea un retorno esperado para cada activo. Simplemente, los activos en los que el inversionista no tiene una expectativa particular entran en el optimizador con su respectivo retorno de equilibrio.

En el caso del Modelo de Black-Litterman los retornos de equilibrio se pueden interpretar en torno a una teoría tal como el CAPM o en términos de la oferta existente de activos ponderados por valor de mercado.

A continuación se presentan los cálculos y componentes del modelo Black-Litterman:

Retornos de Equilibrio: En ausencia de restricciones o expectativas sobre los mercados, la teoría sugiere que el inversionista debe simplemente mantener un portafolio proporcional a las ponderaciones de capitalización de mercado (Litterman, 2003).

Uno de los modelos de equilibrio más utilizados en finanzas es el CAPM. Este modelo provee la intuición sobre los rendimientos de largo plazo de diferentes activos asumiendo el más simple de los mundos. El CAPM sostiene que los inversionistas sólo son compensados por tomar riesgos necesarios. El riesgo del portafolio de mercado es inevitable y por tanto necesario, mientras que el riesgo no correlacionado con el mercado se puede evitar mediante la diversificación. De aquí que los inversionistas que consideran que no tienen información superior a la del resto del mercado deben mantener el portafolio de mercado.

En el modelo Black Litterman, el CAPM es la antesala de la construcción de un portafolio, la opinión del inversionista es adicional. Por lo cual el método Bayesiano es usado para inferir la probabilidad de la distribución de los retornos usando CAPM y la visión del inversionista.

Ahora bien asumiendo que tenemos un universo de activos que incluyen en nuestro caso el régimen de inversión de las Afores de acuerdo a la circular 15-19 y que incluye bonos, cetes, mercado de capitales de diversas regiones, papeles corporativos y en este caso la inclusión de la nueva clase de activos conocida como infraestructura, donde su rendimiento supone una distribución normal y con μ como rendimientos esperados y Σ como la matriz de covarianzas, lo anterior se escribe de la siguiente forma:

$$N(\mu, \Sigma)$$

Donde r es el vector de retornos de los activos. En equilibrio, todos los inversionistas mantienen todo el universo de activos dentro de sus portafolios Weq. El premio por riesgo en este equilibrio representado por II, donde todos los inversionistas tienen la misma opinión la demanda por estos activos es igual a la oferta de los mismos. Asumiendo la tolerancia al riesgo representado por ∂ el equilibrio en el premio al riesgo esta dado por;

$$\prod = \delta \sum^{-1} \omega_{eq}$$

Donde δ es el coeficiente de aversión al riesgo.

Los retornos de equilibrio pueden interpretarse como los retornos de largo plazo que los mercados de capitales proveen y que igualan la oferta y la demanda de activos financieros. En el Modelo de Black Litterman son utilizados con el fin de "centrar" el portafolio óptimo alrededor del portafolio de mercado. Comparando los retornos implícitos con los retornos esperados que un inversionista puede tener, las ponderaciones del portafolio pueden modificarse de forma iterativa.

Asumimos que el rendimiento de los activos, R, siguen una distribución normal multivariable con un vector media μ y una matriz de covarianza $\sum$

Información de Mercado

$$\mu \sim N(\prod, \tau \sum).$$

Información Subjetiva

$$P\mu \sim N(Q,\Omega).$$

Combinando el Equilibrio de Mercado y la visión del Inversionista tenemos que la matriz de covarianzas es dada por;

$$M = ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}((\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q)$$
$$= ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}((\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}P\hat{\mu})$$
$$V = ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}$$

La cual incluye la visión que el inversionista pueda tener sobre ciertos activos.

La elección de τ y ω

Distribución del vector $\mu - \Pi$ es: $\mu \sim N \sim (0, \tau\Sigma).$

$$\| V \| = \tau \| \Sigma \|.$$

La matriz V es la matriz covarianza de $(R_s - \Pi_s)$

Asignación de un Portafolio Óptimo

La media y covarianza predictiva son respectivamente,

$\hat{\mu} = M$ y $\hat{\Sigma} = \Sigma + V$

Solucionando,

$$\omega^* = (1/1+\tau)(\omega_{eq} + P'\Lambda)$$

3. Desarrollo del Modelo

En el desarrollo del Modelo mediante Markowitz para la construcción de la frontera eficiente del portafolio, se utilizaron índices calculados por el proveedor de precios (VALMER), el cual esta autorizado por la Comisión Nacional Bancaria para la parte de instrumentos gubernamentales, corporativos y algunos principales índices accionarios de los países en los que pueden invertir las Afores mediante trackers los cuales replican el índice en cuestión. **Ver Anexo II**

Los índices se eligieron de acuerdo a la conformación promedio de las carteras de las Afores, los cuales representan los diferentes instrumentos en los que las mismas pueden invertir:

COMPOSICIÓN DE LAS CARTERAS DE LAS SIEFORES

Tipo de Instrumento			
Renta Variable Nacional	Renta Variable Nacional	Deuda Internacional	Deuda Internacional
Renta Variable Internacional	América	Deuda Gubernamental	BOND182
	Asia		BONDESD
	Europa		BONOS
	Oceanía		BPA182
Deuda Privada Nacional	Alimentos		BPAS
	Automotriz		BPAT
	Banca de Desarrollo		BREMS
	Bancario		CBIC
	Bebidas		CETES
	Cemento		DEPBMX
	Centros Comerciales		UDIBONO

Para el ejercicio se tomaron los índices que replican cada uno de los anteriores instrumentos en las diversas clases de activos para realizar el ejercicio.

Tomamos una muestra de 1000 datos, la cual ayudara calcular a la par de realizar el cálculo del VaR Histórico que realizan las Afores (Antes era 500) del período del 2 de noviembre de 2005 al 23 de octubre de 2009 con una suma de 1000 observaciones.

Se decidió realizar el análisis para la Siefore Básica 5 (SB5) ya que esta última corresponde al perfil de mayor riesgo de entre los cinco fondos existentes ya que la componen la clase trabajadora más joven y por ende su régimen de inversión es el más agresivo en cuanto a riesgo y por ende sus límites en infraestructura y el mercado de capitales es mayor, lo cual para la hipótesis que deseamos probar se puede observar mejor el movimiento en la relación riesgo rendimiento.

Cabe mencionar que todos los índices se utilizaron en la moneda base la economía para que los mismos reflejaran la volatilidad que el tipo de cambio le da a instrumentos cotizados en otras monedas. Una vez con los precios en pesos obtenemos el cambio diario en sus rendimientos diarios para cada instrumento, seguido del cálculo de la matriz de varianzas y covarianzas.

El índice utilizado para simular la inversión en infraestructura fue el índice llamado ***Macquire Global Infraestructure Index***, el cual es calculado por FTSE The Index Company[3)], y refleja el desempeño de compañías de la industria de infraestructura alrededor del mundo en países desarrollados.

3) www.ftse.com

Existen varias formas para calcular la matriz de varianzas y covarianzas aquí se utilizo la más sencilla que es la matriz histórica.

Este modelo consiste simplemente en calcular la matriz basada en la muestra de rendimientos de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\mathrm{cov}_{ij} = \frac{1}{n}\sum (\mu_{i,t} - \bar{\mu}_i)(\mu_{j,t} - \bar{\mu}_j)$$

Donde n es el número de observaciones, $\mu_{i,t}$ es el rendimiento del activo i en el tiempo t, $\mu_{j,t}$ es el rendimiento del activo j en el tiempo t, $\bar{\mu}_i$ y $\bar{\mu}_j$ son las medias de los activos i y j respectivamente.

Se obtiene la siguiente tabla con los resultados:

	BONOS	BOND182	UDIBONO	CETES	BREMS	BPAT	MEX	BPAS
BONOS	0.000012424	0.000000090	0.000010088	0.000000171	(0.000000007)	0.000000019	(0.000004256)	0.000000024
BOND182	0.000000090	0.000000047	0.000000070	0.000000040	0.000000037	0.000000040	(0.000000042)	0.000000038
UDIBONO	0.000010088	0.000000070	0.000013245	0.000000114	(0.000000015)	0.000000018	(0.000002151)	0.000000017
CETES	0.000000171	0.000000040	0.000000114	0.000000042	0.000000035	0.000000037	(0.000000105)	0.000000037
BREMS	(0.000000007)	0.000000037	(0.000000015)	0.000000035	0.000000043	0.000000037	(0.000000021)	0.000000038
BPAT	0.000000019	0.000000040	0.000000018	0.000000037	0.000000037	0.000000044	(0.000000001)	0.000000039
MEX	(0.000004256)	(0.000000042)	(0.000002151)	(0.000000105)	(0.000000021)	(0.000000001)	0.000054527	(0.000000035)
BPAS	0.000000024	0.000000038	0.000000017	0.000000037	0.000000038	0.000000039	(0.000000035)	0.000000040

	CORP AAA	CORP AA	CORP A	DEUDA INT	IPC	S&P	ASIA	EUROPA	OCEANIA	INFRA
CORP AAA	0.00000169	0.00000088	0.00000027	0.00000012	0.00000464	(0.00000015)	0.00000312	0.00000268	0.00000371	0.00000106
CORP AA	0.00000088	0.00000063	0.00000019	0.00000006	0.00000248	0.00000019	0.00000122	0.00000142	0.00000141	0.00000026
CORP A	0.00000027	0.00000019	0.00000044	0.00000001	0.00000079	0.00000003	0.00000042	0.00000037	0.00000040	0.00000025
DEUDA INT	0.00000012	0.00000006	0.00000001	0.00000148	(0.00000081)	(0.00000774)	0.00000040	(0.00000067)	(0.00000038)	0.00000054
IPC	0.00000464	0.00000248	0.00000079	(0.00000081)	0.00026824	0.00002677	0.00008136	0.00006294	0.00003862	0.00001148
S&P	(0.00000015)	0.00000019	0.00000003	(0.00000774)	0.00002677	0.00023434	(0.00002131)	(0.00000523)	(0.00000522)	(0.00001777)
ASIA	0.00000312	0.00000122	0.00000042	0.00000040	0.00008136	(0.00002131)	0.00042834	0.00025788	0.00022988	0.00012614
EUROPA	0.00000268	0.00000142	0.00000037	(0.00000067)	0.00006294	(0.00000523)	0.00025788	0.00051745	0.00020604	0.00011746
OCEANIA	0.00000371	0.00000141	0.00000040	(0.00000038)	0.00003862	(0.00000522)	0.00022988	0.00020604	0.00039011	0.00011732
INFRA	0.00000106	0.00000026	0.00000025	0.00000054	0.00001148	(0.00001777)	0.00012614	0.00011746	0.00011732	0.00011877

La optimización del portafolio se deriva por la varianza de un portafolio, la cual es calculada de la siguiente manera:

$$\sigma_p^2 = x'\Sigma x$$

Una vez que se calcula la varianza del portafolio se tienen que incluir las restricciones necesarias de acuerdo al régimen de inversión aplicable para obtener el portafolio eficiente, a continuación se muestra un resumen con el régimen principales restricciones en el régimen aplicable a la SB5:

	Clase de Activo	Siefore 5 26 años y menores
Riesgo Crédito	Instrumentos del Gobierno Federal (avalados) y Banco de México	100%
	Instrumentos Corporativos y Bancarios[1]	AAA (100%) AA+ (50%) A+- (20%)
	Instrumentos con protección a la inflación	no
	Valores Extranjeros	20%
	Instrumentos, FIBRAS y valores extranjeros denominados en divisas (Incluyendo Renta Variable, Notas y Vehículos) cuidando "Riesgos de Concentración".	30%
	Componentes y notas de renta variable	30%
	Instrumentos Bursatilizados (Anexo K y A-F)	40%
	Fideicomisos de Infraestructura y Bienes Raíces FIBRAS (Anexo A-E)	10%
	Instrumentos Estructurados[3]	10%

Restricciones al Modelo

		Clase de Activo	Siefore 5 26 años y menores
Riesgo de Mercado		Valor en Riesgo [VaR histórico (1-a=95%, 1 día)]	2.00%
Riesgo de Mercado		Derivados	SI
Riesgo de Concentración	Nacional	Instrumentos AAA un solo emisor ó contraparte[1]	5%
Riesgo de Concentración	Nacional	Instrumentos AA un solo emisor ó contraparte[1]	3%
Riesgo de Concentración	Nacional	Instrumentos A un solo emisor ó contraparte[1]	1%
Riesgo de Concentración	Internac.	Instrumentos extranjeros de un solo emisor ó contraparte	5%
Riesgo de Concentración	Emisión	Sobre una sola emisión[2] (en conjunto)	20%
Conflictos de Interés		Instrumentos, FIBRAS y Valores extranjeros de Entidades relacionadas entres si	15%
Conflictos de Interés		Instrumentos de entidades con nexo patrimonial con la Afore	NO

Para simplificar el análisis, se consideraron as siguientes restricciones: 30% en renta variable, 20% en instrumentos extranjeros, 30% en moneda extranjera y las restricciones en papeles corporativos (100% AAA, 50% AA, 20% A), Adicionalmente se incluye la restricción de Instrumentos Estructurados donde entra la categoría de Infraestructura y el cual queremos analizar con un 10% permitido para la SB5.

De esta manera, el modelo de optimización quedaría como sigue:

$$\begin{aligned}
&\text{Minf}(x) = X' \Sigma X \\
&X >= 0 \\
&\Sigma X = 1 \\
&\mu X >= E \\
&RV <= 30\% \\
&EXT <= 20\% \\
&ME <= 30\% \\
&CORP\ AAA <= 100\% \\
&CORP\ AA <= 50\% \\
&CORP\ A <= 20\% \\
&Estruct <= 10\%
\end{aligned}$$

El vector *X* representa las proporciones a invertir para cada activo, Σ es la matriz de varianzas y covarianza, μ es el vector de rendimientos, *E* es el rendimiento requerido, *RV* representa la cantidad invertida en Renta Variable, *EXT*, la cantidad invertida en valores extranjeros, ME, la cantidad invertida en moneda extranjera y CORP, la inversión en papeles corporativos con sus distintas calificaciones. La primera restricción limita las proporciones a ser no negativas, es decir que no se consideran posiciones cortas. La segunda restricción estipula que la sumatoria de las proporciones de los activos tiene que ser igual a 1, es decir, es necesario que el 100% de los recursos sean invertidos. La tercera es la restricción de rendimiento requerido, y es la que determina la solución final y es con la que finalmente construimos la frontera eficiente.

A partir de la cuarta restricción se incorpora el régimen de inversión, en donde la cuarta, es la restricción donde no se permite una inversión mayor al 30% en Renta Variable con los índices de los principales continentes, la quinta es la inversión en valores extranjeros (deuda internacional), la sexta es la restricción a no tener una exposición mayor al 30% en moneda extranjera que básicamente es valores extranjeros más UMS (MEX), la séptima es la restricción que se tiene con los papeles corportativos (CORP MEX) de acuerdo con el régimen de inversión y la última restricción incorpora la clase de activos de infraestructura la cual ha sido incorporada recientemente para inclusión de las Afores y la cual es objeto de estudio de la presente investigación con un 10%.

Para la optimización bajo la metodología de Markowitz se utilizó la herramienta Solver, el cual es un programa de fácil uso que viene incluido junto a las herramientas de Excel, la empresa que desarrolla este programa se llama Frontline Systems Inc.

Solver es un complemento de Excel que permite resolver una gran cantidad de problemas de optimización utilizando para ello el algoritmo Grediente Reducido Generalizado (GRG ó GRG2), el algoritmo Bound & Branch y el Simplex.

Este trabajo plantea un problema de optimización con algunas restricciones como se menciono anteriormente. Llamaremos celdas cambiantes a las celdas que incluyan las variables en este caso el porcentaje de cada uno de los instrumentos en el portafolio, llamaremos celda objetivo a la celda que contenga la función que se va a maximizar que en nuestro caso será el rendimiento sujeto a las distintas restricciones.

A partir de valores iniciales proporcionados, el algoritmo GRG se mueve en la región factible definida intercambiando los valores de las celdas cambiantes, si el valor de la celda objetivo mejora, se da un nuevo salto en esa dirección; si el valor de la celda objetivo no mejora se da un salto en otra dirección, volviendo a repetir el proceso, el algoritmo finaliza cuando la celda objetivo no puede ser mejorada, o bien cuando se cumple el número de iteraciones definida que para nuestro caso fue de 200 iteraciones para construir la frontera eficiente sin infraestructura y con Infraestructura, así entonces tenemos que el valor de la celda objetivo en ese momento es un valor óptimo local y por tanto no necesariamente es un valor óptimo global, es importante destacar que la solución obtenida depende de los valores iniciales y por tanto puede no ser la solución buscada.

Sin embargo, las siguientes condiciones garantizan, si existe, que el óptimo es global:

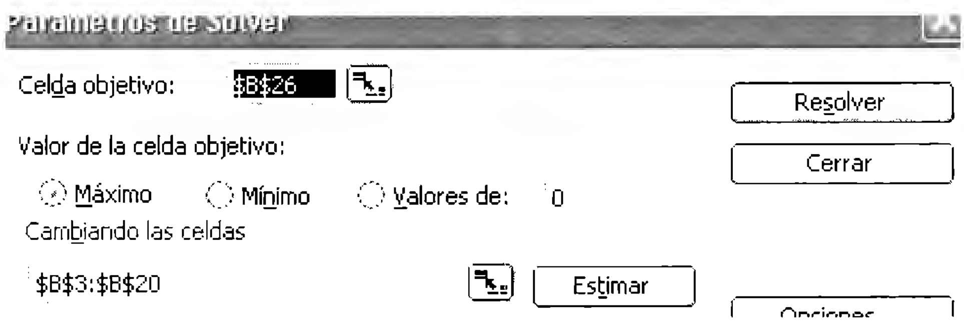
1.- *La función objetivo de máximo y cóncava, o el logaritmo de la función objetivo cóncava, con restricciones lineales.*

2.- *La función objetiva y convexa, con restricciones lineales.*

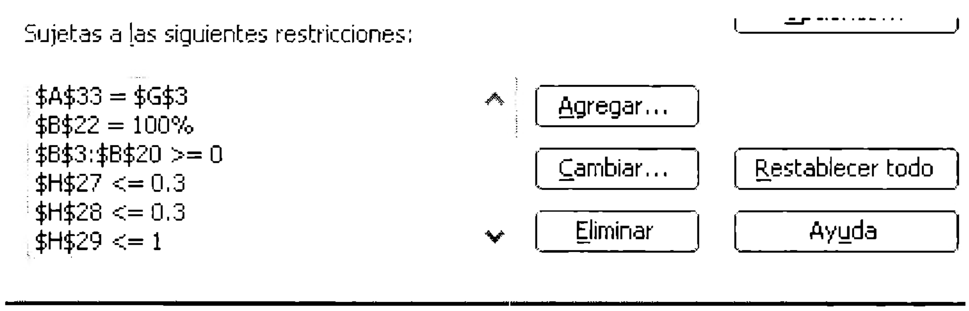
No obstante, en general, no conoceremos si la solución obtenida es un óptimo global. Como consecuencia, se suele intentar la prueba de iniciar el algoritmo desde diferentes puntos para determinar si el problema tiene diferentes soluciones óptimas, lo cual realizamos y así se obtuvieron las fronteras eficientes.

Ahora bien a continuación se resume de una manera sencilla el procedimiento que se siguió para realizar la optimización del modelo, en primera instancia dentro de Excel seleccionamos del menú principal la opción Herramientas y luego seleccionamos la opción Solver donde aparece la ventana **Parámetros de Solver**, que se utiliza como ya mencionamos para describir el problema de optimización como se muestra a continuación:

En el campo Celda Objetivo se ingresó la celda donde se encuentra la función objetivo, esta es la función que se va a maximizar y para nuestro ejercicio el rendimiento fue la variable a maximizar. Si la casilla llamada Valores está seleccionada, Solver tratará de hallar un valor de la celda igual al valor de la celda que se encuentra a la derecha de la selección. El cuadro de dialogo cambiando las celdas se debe anotar el rango donde se encuentran las variables del problema que queremos encontrar y que para nuestro caso corresponde a la asignación en porcentajes para cada una de las diferentes clases de activo.

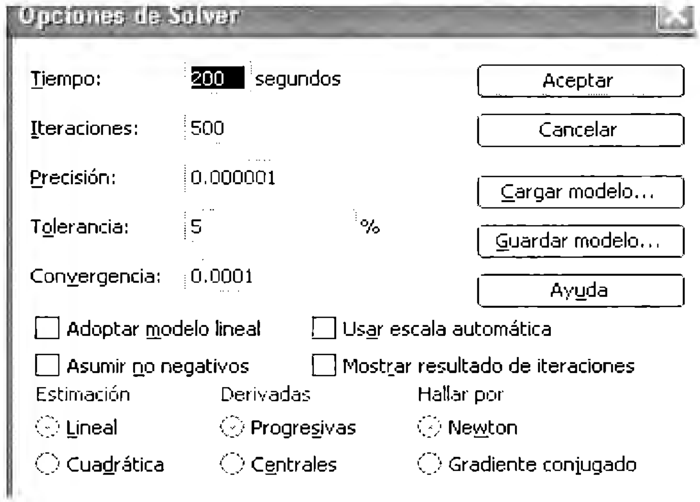


En el cuadro Sujetas a las siguientes restricciones y usando el botón Agregar se definieron todas las variables que afectan a nuestro estudio y que tiene que ver directamente con las limitantes al régimen de inversión, mientras que Eliminar sirve para borrar la restricción seleccionada. El botón Resolver sirve para resolver el problema una vez que se ha definido el problema. Si no hay más restricciones, se vuelve a la ventana de Solver.



Los valores predeterminados que aparecen en el cuadro anterior son válidos en una gran cantidad de problemas así como los cuadros Tiempo e Iteraciones permiten especificar el número de segundos y el número de pasos del algoritmo que deben ocurrir antes que el programa se detenga, en nuestro caso utilizamos 500 iteraciones. Precisión se refiere al grado de exactitud del algoritmo. El cuadro Tolerancia se utiliza para programas enteros, se debe especificar un porcentaje dentro del cual se garantiza que se obtuvo la solución óptima. Si se ha de buscar el valor óptimo escriba 0 (cero%) en el cuadro tolerancia, nosotros decidimos usar un 5%.

Seleccionamos la opción Asumir no negativos definidas en las celdas cambiantes si estas deben ser mayores que cero, nosotros no lo incluimos por que metimos una restricción para que cualquiera de las variables del modelo fuera mínimo arriba de cero. Las opciones utilizadas se muestran a continuación:



Antes de mostrar los resultados es importante hacer una aclaración. El análisis de frontera eficiente es una herramienta útil para el "Clase de Activo" más no es un modelo que te permita tener el mejor portafolio en el futuro. Esto es así dado que se trabajó bajo varios supuestos. Por ejemplo, el rendimiento esperado es un promedio de los rendimientos históricos, la volatilidad son igualmente históricas. De esta forma el análisis puede cambiar mucho dependiendo del periodo que se utilice. Adicionalmente del modelo Markowitz utilizado existe el modelo conocido como ***Black Litterman*** que sugiere supuestos adicionales, el cual tiene la ventaja de agregar la visión del administrador de activos en la creación del portafolio eficiente y dar una mejor construcción y selección en el portafolio óptimo al incluir tanto datos históricos como las expectativas del administrador de activos, aunque para efectos del presente análisis no se realizará.

3.2. Cálculo del VaR del Sistema de Pensiones

Debido a que actualmente no se publican los datos de VaR de mercado de las Afores, se tuvo que realizar el cálculo del mismo utilizando la metodología de cálculo publicada por CONSAR en su Circular 15-19[2] de acuerdo a lo siguiente:

1.- Se bajaron los datos de posiciones de cartera al cierre del mes de octubre de la página de CONSAR donde se muestra la Asignación de Activos de cada una de las afores.

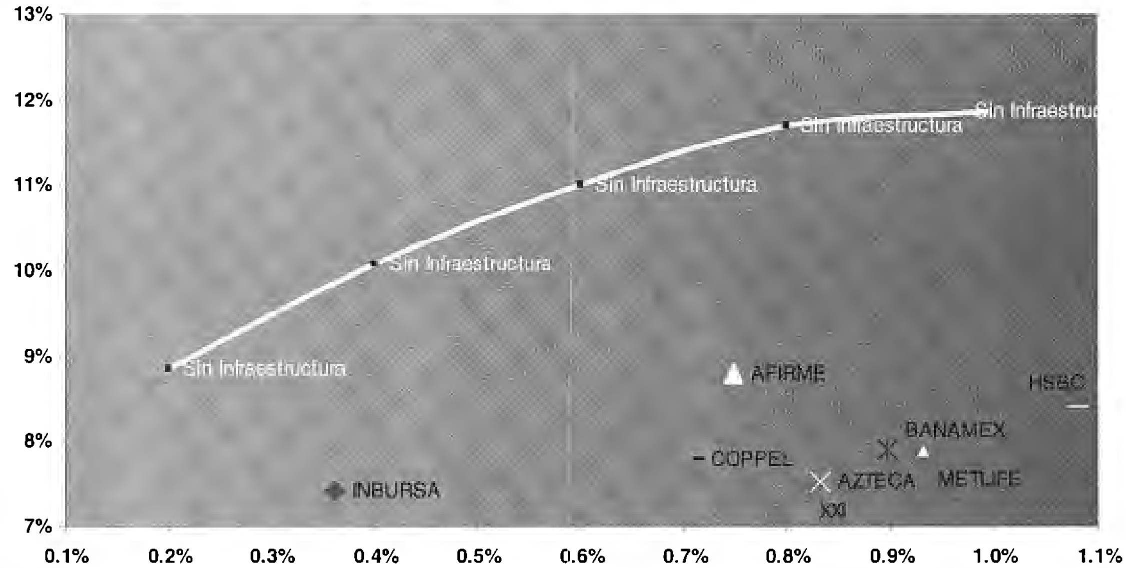
2.- Se calcularon los cambios en rendimientos para 1000 días de acuerdo a la metodología CONSAR para los diferentes instrumentos en los que las Afores pueden invertir, lo anterior con el fin de calcular el escenario de pérdida potencial con un nivel de confianza del 95%.

3.- Para cada uno de los portafolios de las Afores se calculo el escenario 26 donde se ubica la pérdida potencial esperada para un horizonte de inversión de 1 día. ***Ver Anexo III y IV***

Lo anterior se realizó para observar donde se encuentran actualmente las Afores en relación riesgo rendimiento y poder realizar una comparación con el régimen de inversión actual, y cual podría ser su potencial si se incluyeran todas las clases de activo en las que pueden invertir, utilizando la frontera eficiente calculada anteriormente y la clase de activo de infraestructura.

2) www.consar.gob.mx

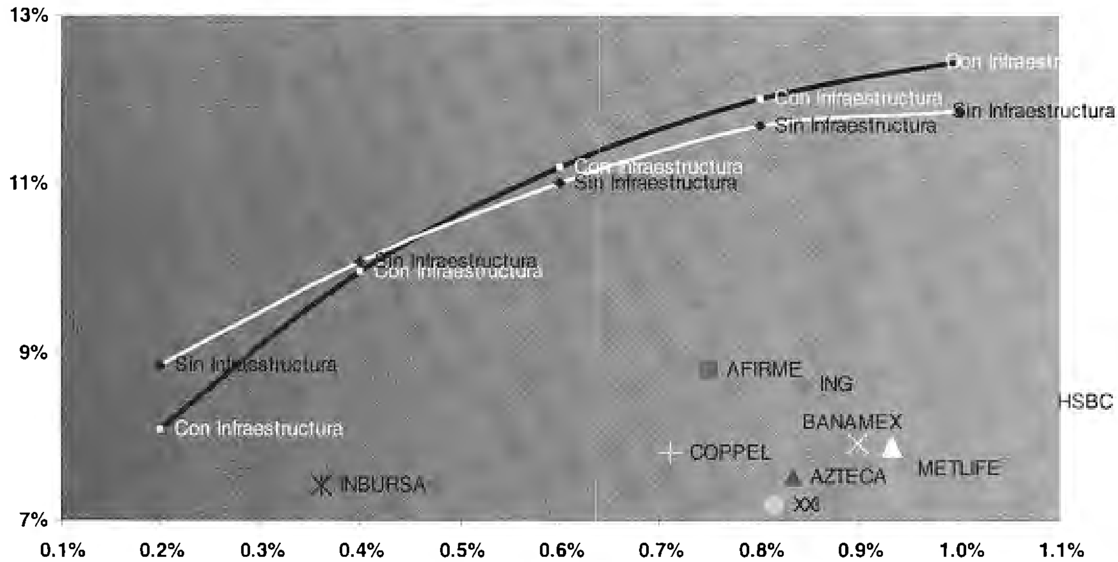
3.3 Portafolio Óptimo sin Infraestructura (Markowitz)



sharpe	34.02	21.34	17.15	13.83	13.07
rto anual	8.84%	10.07%	11.00%	11.70%	11.86%
desv std	0.127%	0.260%	0.378%	0.519%	0.562%
Var	0.200%	0.400%	0.600%	0.800%	1.000%
BONOS	15.65%	18.61%	0.00%	22.32%	42.91%
BOND182	8.42%	5.64%	5.34%	0.00%	2.35%
UDIBONO	5.89%	8.08%	6.54%	7.75%	4.08%
CETES	8.13%	5.51%	5.25%	4.16%	2.46%
BREMS	8.11%	5.31%	4.77%	4.01%	2.27%
BPAT	8.25%	5.43%	5.29%	4.04%	2.28%
MEX	7.93%	13.34%	18.00%	8.62%	0.64%
BPAS	8.03%	5.26%	4.70%	3.99%	2.29%
CORP AAA	6.48%	5.82%	5.28%	4.94%	3.50%
CORP AA	5.71%	4.46%	3.50%	3.63%	2.98%
CORP A	12.67%	8.10%	11.33%	6.53%	2.48%
DEUDA INT	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.77%
IPC	2.55%	7.52%	11.91%	18.05%	29.87%
S&P	0.12%	0.00%	4.05%	0.00%	0.00%
ASIA	1.15%	5.32%	6.03%	11.74%	0.03%
EUROPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
OCEANIA	0.94%	1.60%	8.01%	0.20%	0.10%
INFRA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TOTAL	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Se calcularon un total de 5 portafolios óptimos. En este ejercicio se hizo variar el VaR de mercado en 20 puntos base (pb) para cada portafolio diferente, obteniendo retornos desde el nivel de 8.0% hasta un rendimiento cercano del 12.0%. Al realizar el cálculo de la frontera eficiente de Markowitz utilizando la herramienta de Solver del Excel pudimos darnos cuenta que el portafolio óptimo obtenido con 100 iteraciones al principio se encontraba abajo del nivel que resulto al aumentar el número de iteraciones a 200, esto se puede deber a que como tal nosotros incluimos una medida de VaR y no la desviación estándar que usa el modelo lo cual creemos que pudiera estar mermando en cierta medida los portafolios óptimos encontrados. Se observa de forma adicional es que las Afores se encuentran invirtiendo debajo de estos puntos óptimos donde podrían obtener mejores rendimientos pero observamos también que las mismas no se encuentran muy diversificadas.

3.4 Portafolio Óptimo con Infraestructura (Markowitz)



sharpe	27.35	21.20	18.03	15.73	14.29
rto anual	8.08%	9.97%	11.19%	12.00%	12.46%
desv std	0.130%	0.257%	0.370%	0.476%	0.555%
Var	0.200%	0.400%	0.600%	0.800%	1.000%
BONOS	7.30%	11.27%	33.69%	31.38%	0.08%
BOND182	7.58%	5.67%	1.92%	1.05%	0.00%
UDIBONO	7.19%	12.39%	12.60%	12.08%	32.49%
CETES	7.58%	4.89%	1.49%	0.62%	2.32%
BREMS	7.57%	3.88%	0.92%	0.05%	2.10%
BPAT	7.53%	4.49%	1.28%	0.41%	2.96%
MEX	7.10%	9.21%	15.32%	13.34%	11.48%
BPAS	7.54%	3.48%	0.68%	0.04%	1.54%
CORP AAA	7.27%	8.41%	0.30%	0.05%	0.23%
CORP AA	7.30%	0.00%	0.00%	0.02%	0.00%
CORP A	7.61%	19.56%	12.46%	11.63%	6.79%
DEUDA INT	6.91%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IPC	1.73%	6.82%	15.92%	20.03%	29.76%
S&P	3.74%	0.00%	0.00%	0.11%	0.00%
ASIA	0.32%	0.23%	2.59%	7.05%	0.24%
EUROPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.26%	0.00%
OCEANIA	1.72%	8.18%	0.07%	1.81%	0.00%
INFRA	4.01%	1.52%	0.76%	0.06%	10.00%
TOTAL	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Se calcularon un total de 5 portafolios óptimos. En este ejercicio se hizo variar el VaR de mercado en 20 puntos base (pb) para cada portafolio diferente, obteniendo retornos desde el nivel de 8.0% y por arriba del 12.0%. Lo que tratamos de mostrar aquí es construir un portafolio incluyendo la clase de activo Infraestructura para observar que al incluir la misma esta ayuda a diversificar los portafolios ya que al tener menor correlación con las otras clases de activo manteniendo riesgo y aumentando el rendimiento. El riesgo medido por VaR, empezó en 0.20% y termino en 1.0%, lo anterior debido a que con este último nivel de riesgo se cubrieron al tope las clases de activo con más riesgo pero también con mayor aportación de rendimiento. Aquí podemos observar que al incluir la clase de activo de infraestructura a mayor medida que crece su participación dentro del portafolio ayuda a mejorar el rendimiento con el mismo nivel de riesgo lo que nos hace confirmar que donde mayor participación de infraestructura colocamos en ese portafolio podemos mejorar sustancialmente el rendimiento manteniendo niveles de riesgo aceptables.

Conclusiones

Si realizáramos un corte con la relación riesgo rendimiento actual del sistema de pensiones, podríamos observar como actualmente las Afores se encuentran concentradas en pocos instrumentos y no aprovechan al máximo la gama de instrumentos con la que cuentan para invertir.

Se puede observar también que la mejor relación riesgo rendimiento para un portafolio conservador sin la clase de activo de infraestructura se encuentra concentrado en valores gubernamentales, los cuales como sabemos son muy volátiles a los movimientos de mercado.

Por lo que incluyendo esta última clase de activos puede ayudar a las Afores a manejar de una forma más efectiva la relación riesgo rendimiento debido a lo expuesto anteriormente una baja significativa de correlación con las clases de activos del mercado accionario y deuda gubernamental (**Ver Anexo V**) pero esto último si se incluye topando el límite que se tiene por régimen de inversión.

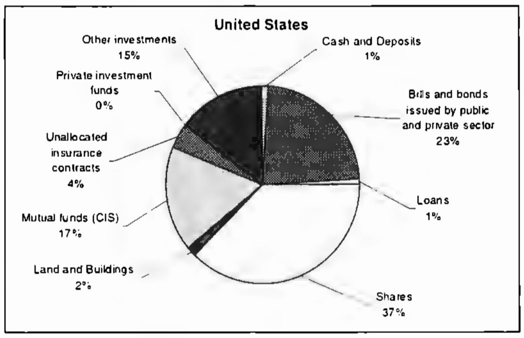
Bibliografía

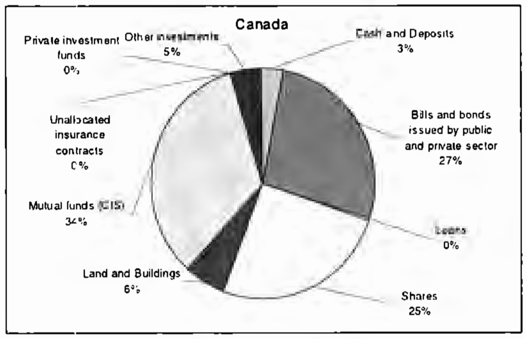
- ✓ Bodie, Kane, Marcus, Investments Seventh Edition: MacGraw Hill.
- ✓ Paterson, C. (2006), "Investor-to-State Dispute Settlement in Infrastructure Projects", OECD Working Papers on International Investment, 2006/2, OECD Publishing.
- ✓ Inderst, G. (2009) "Pension Fund Investment in Infrastructure", OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions, No.32 OECD publishing, OECD.
- ✓ Guanglieng He, "The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, Goldman Sachs Asset Management
- ✓ Charlotta Mankert, "The Black-Litterman Model, Licenciate Thesis.

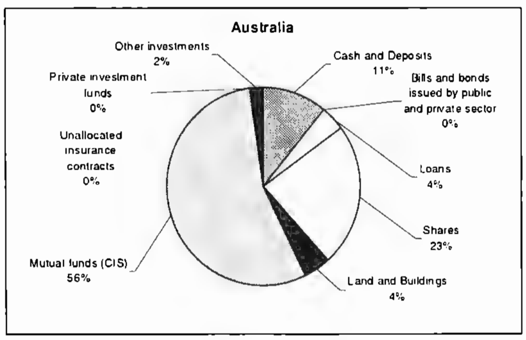
ANEXO I

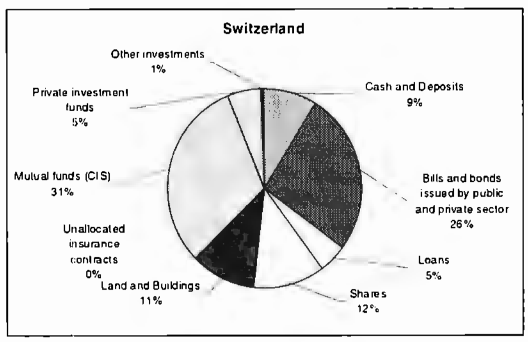
Régimen Inversión OECD (Organization for Economic Co-operation and Development)

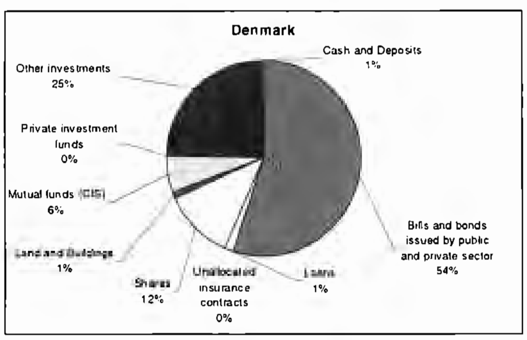
Estos son algunos países con su régimen de Inversión de los Activos de sus Pensiones.

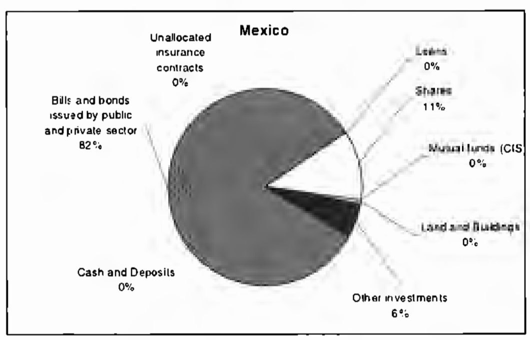












Fuente: www.oecd.gov

ANEXO II

Descripción de Instrumentos

Benchmark	Descripción
Bonos	Portafolio simulado que invierte en una canasta de bonos con varios vencimientos.
Bondes 182	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
Udibono	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
Cetes	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
Brems	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
Bpat	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
UMS	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido en el mercado internacional
Bpas	Instrumento del Gobierno Federal Mexicano emitido localmente
Corp AAA	Canasta con instrumentos corporativos con vencimientos mayores a 7 días y calificación miníma AAA con rebalanceo diario
Corp AA	Canasta con instrumentos corporativos con vencimientos mayores a 7 días y calificación miníma AA con rebalanceo diario
Corp A	Canasta con instrumentos corporativos con vencimientos mayores a 7 días y calificación miníma A con rebalanceo diario
Deuda Int	índice referido al tracker conocido como Shy y que lo integran treasurys de EUU
IPC	Índice referido a la Bolsa Mexicana de Valores
S&P	índice de las empresas de EUU
Asia	Índice referido a la Bolsa de Valores China
Europa	Índice ponderado de las principales emisoras de Europa
Oceania	Índice ponderado de las principales emisoras de Oceania
Infraestructura	índice global de Infraestructura de Macquire Capital

Fuente: Proveedor de Precios Valmer.

ANEXO III

Metodología VaR Afores (Circular15-19 CONSAR)

Metodología para el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) a un día usando datos históricos.

Para calcular el VaR de cada Sociedad de Inversión usando datos históricos, la Administradora o en su caso la Sociedad Valuadora que les preste servicios, calculará el VaR con base en la información que le proporciona el Proveedor de Precios correspondiente y las posiciones de los diferentes Activos Objeto de Inversión que conforman el portafolio de la propia Sociedad de Inversión.

Información proporcionada por el Proveedor de Precios:

Los Instrumentos, Valores Extranjeros, Derivados, operaciones de reporto y préstamo de valores que son factibles de ser adquiridos u operados por la Sociedad de Inversión serán referidos como los Activos Permitidos o Activo Permitido en caso de referirse a uno solo de éstos.

Cada día hábil anterior a la fecha de cálculo del VaR representa un posible escenario para el valor de los factores que determinan el precio de los Activos Permitidos. Se les llamará Escenarios a los 1,000 días hábiles anteriores al día de cálculo del VaR. A partir de la información obtenida en los Escenarios, se puede obtener una estimación de la distribución de los precios.

El precio de cada uno de los Activos Permitidos es determinado por una fórmula de valuación de acuerdo con la metodología del Proveedor de Precios certificada por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores que involucra k factores de riesgo F_1 , F_2 ,..., F_k 1 2 como pueden ser inflación, tasas de interés, tipos de cambio, etc. dependiendo de cada uno de los Activos

Permitidos a ser evaluado. El precio del Activo Permitido j en el día h se expresa en términos de estos factores como la fórmula f de valuación:

$$P_j^h = f(F_1^h, F_2^h, \ldots, F_k^h)$$

Para calcular el VaR del día h usando datos históricos, el Proveedor de Precios deberá enviar a la Administradora o, en su caso, a la Sociedad Valuadora correspondiente, y a la Comisión, la matriz de diferencias entre el precio del día h y el precio del escenario i (i = 1, 2,...,1000). Para calcular esta matriz, el Proveedor de Precios deberá seguir los siguientes pasos:

1. Estimar las variaciones porcentuales diarias que tuvieron los factores de riesgo, que influyen en la valuación de los Activos Permitidos, a lo largo de los últimos 1,000 días hábiles.
2. Al multiplicar las variaciones porcentuales de un factor de riesgo por el valor del factor de riesgo en el día h, se obtiene una muestra de 1,000 posibles observaciones del valor del factor de riesgo. Por ejemplo, para el factor de riesgo F_1 se tiene:

Factor de Riesgo	Variación	Observación Generada
F_1^h		
F_1^{h-1}	F_1^h / F_1^{h-1}	$\frac{F_1^h}{F_1^{h-1}} \times F_1^h$
F_1^{h-2}	F_1^{h-1} / F_1^{h-2}	$\frac{F_1^{h-1}}{F_1^{h-2}} \times F_1^h$
$\vdots$	$\vdots$	
F_1^{h-999}	$F_1^{h-998} / F_1^{h-999}$	$\frac{F_1^{h-998}}{F_1^{h-999}} \times F_1^h$
F_1^{h-1000}	$F_1^{h-999} / F_1^{h-1000}$	$\frac{F_1^{h-999}}{F_1^{h-1000}} \times F_1^h$

3. A partir de las observaciones generadas para los factores de riesgo, se obtienen observaciones para los precios de los Activos Permitidos utilizando la fórmula de valuación correspondiente.

4. Con estos precios se construye la matriz de diferencias de precios de 1000 x n, donde n es el número de Activos Permitidos. El elemento (i, j) de esa matriz será el siguiente:

$$CP_j^i = P_j^i - P_j^h \quad \text{para } i=1,2,\ldots,1000 \quad \text{y} \quad j=1,2,\ldots,n$$

Donde:

P_j^i = Es el precio del Activo Permitido j en el escenario i.

P_j^h = Es el precio del Activo Permitido j en el día h.

CP_j^i = Es la diferencia entre el precio del Activo Permitido j en el escenario i y el precio del mismo instrumento en el día h.

Cálculo del VaR (Realizado por la Administradora o, en su caso, por la Sociedad Valuadora correspondiente)

La Administradora o, en su caso la Sociedad Valuadora correspondiente, multiplicará la matriz de diferencias de precios calculada por el Proveedor de Precios por el vector que contiene el número de títulos o contratos, según sea el caso, por Activo Permitido que integran la cartera de la Sociedad de Inversión. De esta manera, se obtiene un vector de posibles cambios de valor (plusvalías o minusvalías) en el monto de dicha cartera. En símbolos,

$$\begin{pmatrix} CP_1^1 & CP_2^1 & & CP_n^1 \\ CP_1^2 & CP_2^2 & & CP_n^2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ CP_1^{1000} & CP_2^{1000} & & CP_n^{1000} \end{pmatrix}_{1000\times n} \times \begin{pmatrix} NT_1^h \\ NT_2^h \\ \cdot \\ \cdot \\ NT_n^h \end{pmatrix}_{n\times 1} = \begin{pmatrix} PMV_1^h \\ PMV_2^h \\ \cdot \\ PMV_{1000}^h \end{pmatrix}_{1000\times 1}$$

Donde:

NT_j^h es el número de títulos o contratos del Activo Permitido j en el día h.

PMV_j^h es la plusvalía o minusvalía en el monto de la cartera en el escenario i para la cartera del día h.

Este vector se dividirá entre el valor de mercado de la cartera de Activos Netos VP_h , administrada por la Sociedad de Inversión en cuestión al día h, obteniendo así los rendimientos R_i^h con respecto al portafolio actual. En símbolos,

$$\begin{pmatrix} R_1^h \\ R_2^h \\ \\ \cdot \\ R_{1000}^h \end{pmatrix}_{1000\cdot 1} = \frac{1}{VP_h} \times \begin{pmatrix} PMV_1^h \\ PMV_2^h \\ \\ \\ PMV_{1000}^h \end{pmatrix}_{1000\cdot 1}$$

Los posibles rendimientos así obtenidos se ordenan de menor a mayor, con lo que se obtiene una estimación de la distribución de los rendimientos y a partir de ella, la Administradora o, en su caso, la Sociedad Valuadora, calculará el VaR de cada Sociedad de Inversión que opere o a las que les preste servicios respectivamente, como la vigésimo sexta peor observación (con lo que se garantiza que 2.5% de las observaciones se encuentra en la cola inferior de la distribución). Esto equivale a un intervalo de confianza del 95% para el VaR.

Para calcular el VaR, cuando este parámetro se encuentre expresado en términos porcentuales se deberán utilizar seis decimales truncados.

Para observar el límite máximo de Valor en Riesgo sobre el total de sus Activos Netos que corresponda a cada sociedad de inversión, el vigésimo sexto escenario se expresará en términos positivos. En el caso de que el vigésimo sexto escenario sea originalmente un valor positivo, no se considerará que es superior al límite expresado en las citadas reglas.

La Administradora o, en su caso, la Sociedad Valuadora correspondiente, deberá enviar a la Comisión las 1,000 peores observaciones de cada Sociedad de Inversión que opere, como monto y porcentaje de los Activos Netos.

ANEXO IV

Cálculo VaR Afores

SIEFORE	Bonos	Bond182	Udibono	Cetes	Brems	Bpat	UMS	Bpas	Bpa182	IPC	S&P	Resto del Mundo	Deuda Int.	CorpoAAA	VaR	RTO
AFIRME	16.5%	0.1%	29.8%	10.2%	1.9%	0.0%	0.0%	0.0%	2.1%	13.5%	3.9%	0.0%	1.7%	20.2%	0.75%	7.69%
ARGOS	16.8%	0.0%	40.0%	0.0%	0.1%	0.1%	1.5%	0.0%	19.2%	18.5%	0.4%	0.0%	0.0%	3.3%	0.85%	7.19%
AZTECA	35.1%	0.0%	23.3%	0.5%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	3.0%	16.7%	0.0%	0.0%	9.9%	9.0%	0.83%	6.57%
BANAMEX	32.2%	0.0%	9.2%	8.9%	0.0%	0.0%	10.5%	0.0%	0.0%	10.6%	6.2%	8.6%	4.9%	6.7%	0.90%	7.12%
BANCOMER	32.9%	0.0%	12.3%	9.2%	1.4%	0.0%	2.1%	0.0%	0.0%	18.5%	0.0%	4.7%	4.1%	11.5%	0.92%	5.75%
BANORTE	26.9%	0.0%	8.1%	11.1%	0.0%	0.0%	4.8%	0.0%	0.0%	15.0%	2.9%	2.5%	5.8%	22.5%	0.81%	5.49%
COPPEL	22.4%	0.0%	21.8%	7.7%	0.0%	1.1%	0.0%	4.6%	2.1%	12.2%	4.7%	0.0%	3.6%	20.1%	0.71%	6.90%
HSBC	33.0%	0.0%	27.5%	0.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	19.0%	6.0%	1.9%	0.5%	10.0%	1.08%	7.31%
INBURSA	0.3%	15.6%	2.8%	44.9%	0.0%	0.0%	0.0%	2.0%	6.0%	4.4%	6.4%	0.0%	0.8%	16.8%	0.36%	6.86%
ING	30.0%	0.0%	23.1%	3.5%	0.0%	0.0%	1.6%	0.0%	0.0%	8.6%	3.1%	9.3%	4.9%	15.4%	0.84%	7.72%
INVERCAP	35.8%	0.0%	0.0%	0.2%	2.5%	2.5%	3.6%	0.0%	2.0%	23.8%	2.9%	0.0%	6.8%	22.3%	1.03%	4.79%
METLIFE	27.4%	0.0%	22.1%	0.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	16.6%	3.5%	3.7%	7.5%	18.4%	0.93%	6.76%
PRINCIPAL	31.5%	0.0%	19.3%	2.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.8%	12.1%	5.4%	2.6%	5.2%	19.9%	0.84%	6.23%
PROFUTURO	4.0%	0.0%	27.6%	10.2%	0.0%	0.0%	0.7%	0.0%	0.0%	27.8%	0.0%	1.3%	7.2%	21.2%	1.07%	5.36%
SCOTIA	35.1%	0.0%	19.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	24.8%	0.0%	2.2%	1.5%	14.3%	1.14%	8.39%
XXI	56.5%	0.0%	9.4%	4.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	10.0%	5.6%	0.0%	3.0%	9.9%	0.82%	6.48%

ANEXO V

Correlaciones entre activos del Portafolio

	BONOS	BOND182	UDIBONO	CETES	BREMS	BPAT	MEX	BPAS	CORP AAA	CORP AA	CORP A	DEUDA INT	IPC	S&P	ASIA	EUROPA	OCEANIA	INFRA
BONOS	1.00																	
BOND182	0.14	1.00																
UDIBONO	0.80	0.09	1.00															
CETES	0.25	0.91	0.15	1.00														
BREMS	0.00	0.83	-0.03	0.82	1.00													
BPAT	0.03	0.88	0.01	0.85	0.84	1.00												
MEX	-0.18	-0.04	-0.08	-0.09	-0.02	-0.00	1.00											
BPAS	0.05	0.89	0.02	0.88	0.89	0.90	-0.03	1.00										
CORP AAA	0.92	0.22	0.78	0.33	0.09	0.12	-0.17	0.16	1.00									
CORP AA	0.81	0.29	0.66	0.38	0.16	0.22	-0.23	0.24	0.86	1.00								
CORP A	0.26	0.31	0.22	0.33	0.29	0.31	-0.10	0.35	0.32	0.35	1.00							
DEUDA INT	0.08	0.02	0.07	0.02	0.02	-0.00	-0.00	0.02	0.08	0.06	0.02	1.00						
IPC	0.29	0.03	0.26	0.07	-0.01	0.03	-0.04	-0.00	0.22	0.19	0.08	-0.03	1.00					
S&P	-0.01	0.02	0.00	0.02	-0.01	0.04	-0.04	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.43	0.10	1.00				
ASIA	0.13	-0.01	0.12	-0.01	-0.02	-0.03	0.09	-0.02	0.12	0.08	0.03	0.02	0.25	-0.07	1.00			
EUROPA	0.10	-0.02	0.11	0.00	-0.02	-0.03	0.09	-0.02	0.09	0.08	0.02	-0.02	0.17	-0.02	0.55	1.00		
OCEANIA	0.12	-0.01	0.11	-0.02	-0.04	-0.02	-0.14	-0.03	0.14	0.09	0.03	-0.01	0.12	-0.02	0.56	0.46	1.00	
INFRA	0.05	0.04	0.04	0.04	0.01	0.00	0.09	0.03	0.07	0.03	0.03	0.04	0.05	-0.11	0.57	0.48	0.56	1.00