

# Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

---

**Campus Estado de México**  
División de Graduados e Investigación  
Dirección de Maestrías en Ingeniería



**“ Simulación Numérica de la Influencia de los Gradientes de Temperatura en la Fractura de Discos de Frenos Automotrices ”**

BIBLIOTECA

**T E S I S**



Que, para obtener el Grado de :

**MAESTRO EN SISTEMAS DE MANUFACTURA CON ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACION**

**P R E S E N T A :**

**Hugo Salgado Salazar**

*Atizapán de Zaragoza, México.*

*Enero de 1995*

---

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

---

CAMPUS ESTADO DE MEXICO



*“Simulación Numérica de la Influencia de los Gradientes de Temperatura en la Fractura de Discos de Frenos Automotrices”*

presenta

Hugo Salgado Salazar

Miembros del jurado:

Dr. Emil Liebermann Galleguillos.

Dr. Joaquín Oseguera Peña.

Dr. Pedro Grasa Soler.

## Resumen

El presente trabajo de tesis, forma parte de los esfuerzos realizados por el programa de investigación en materiales del Centro de Sistemas de Manufactura del ITESM-CEM, para resolver el problema de fractura de los discos para frenos.

El objetivo principal de éste, es desarrollar un modelo matemático y un código numérico que simulen las condiciones de trabajo extremo que ocurren durante las situaciones de frenado brusco y obtener la correspondiente distribución de temperaturas.

A través de este trabajo se analizó el papel de la estructura y composición del material, además de la conductividad y el coeficiente de expansión térmicos dentro del problema de la fractura; también se describe el proceso de rectificado en los discos, operación en la que estaba presentándose la misma.

La influencia de los gradientes térmicos en las propiedades del material, fue estudiada mediante la simulación del frenado brusco de un vehículo, usando el modelo matemático y el código numérico descritos en esta tesis.

Finalmente, se concluyó que los objetivos proyectados se cumplieron satisfactoriamente, obteniéndose buenos resultados con el modelo y código desarrollados.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Antecedentes y Motivación . . . . .	1
1.2	Organización de la Tesis . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Fenómeno de Fractura en Sólidos</b>	<b>4</b>
2.1	Estructura y Propiedades . . . . .	4
2.2	Rectificado de Discos . . . . .	9
2.3	Influencia de la Temperatura en el Fenómeno de Fractura . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Modelo Teórico-Numérico de Transferencia de Calor en Sólidos</b>	<b>14</b>
3.1	Transformación de Energía Mecánica en Energía Calorífica . . . . .	15
3.2	Transferencia de Calor en Sólidos . . . . .	16
3.3	Modelo Geométrico . . . . .	18
3.4	Transferencia de Calor dependiente del Tiempo . . . . .	18
3.5	Modelo Numérico . . . . .	21
3.5.1	Formulación Explícita . . . . .	21
3.5.2	Formulación Implícita . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Implementación del Código Numérico y Resultados</b>	<b>25</b>
4.1	Malla Nodal . . . . .	25
4.2	Código Numérico . . . . .	28

4.3 Resultados . . . . .	29
<b>5 Conclusiones</b>	<b>40</b>
5.1 Desventajas del Modelo . . . . .	40
5.2 Recomendaciones . . . . .	41
<b>A Código Desarrollado</b>	<b>43</b>

# Lista de Figuras

2.1	Rectificado de discos para freno . . . . .	9
2.2	Fotografía de la superficie de rectificado . . . . .	10
2.3	Gráfica de longitud de fractura contra conductividad térmica . . . . .	13
3.1	Geometría de un disco para frenos . . . . .	19
3.2	Malla para placa semiinfinita . . . . .	22
4.1	Malla nodal . . . . .	27
4.2	Módulos del código . . . . .	29
4.3	Módulo de cálculo . . . . .	30
4.4	Gradientes de temperatura para el ejemplo 1 . . . . .	32
4.5	Perfiles de temperatura para el ejemplo 1 . . . . .	32
4.6	Gradientes de temperatura para el ejemplo 2 . . . . .	33
4.7	Perfiles de temperatura para el ejemplo 2 . . . . .	33
4.8	Gradientes de temperatura para el ejemplo 3 . . . . .	34
4.9	Perfiles de temperatura para el ejemplo 3 . . . . .	34
4.10	Gradientes de temperatura para el ejemplo 4 . . . . .	35
4.11	Perfiles de temperatura para el ejemplo 4 . . . . .	35
4.12	Gradientes de temperatura para el ejemplo 5 . . . . .	36
4.13	Perfiles de temperatura para el ejemplo 5 . . . . .	36

# Lista de Tablas

2.1	Materiales para discos de freno . . . . .	7
2.2	Estudios de materiales . . . . .	8
2.3	Propiedades de materiales estudiados . . . . .	8
4.1	Condiciones de frenado estudiadas . . . . .	30
4.2	Especificaciones del disco . . . . .	31
4.3	Composición del disco . . . . .	31
4.4	Propiedades del disco y de la balata . . . . .	31
4.5	Esfuerzos térmicos en el disco . . . . .	39

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Antecedentes y Motivación

El programa de investigación en materiales, del Centro de Sistemas de Manufactura del ITESM-CEM, fue consultado a mediados de 1992, con respecto al problema de agrietamiento y fracturas en discos de frenos automotrices, que estaba presentándose durante el rectificado a una compañía fabricante de los mismos.

Aparentemente, los discos habían sido fabricados de acuerdo con sus procedimientos normales de trabajo, los cuales no habían reportado hasta ese momento ningún problema. Sin embargo, al ocurrir la fractura se pensó en varias razones para ello, algunas de éstas son: el aspecto tribológico, métodos y materiales de fabricación, y los gradientes térmicos desarrollados en el disco.

Ahora, si el motivo eran los gradientes de temperatura excesivos, provocados durante el rectificado, esta situación teóricamente también podía ocurrir durante una situación de frenado de emergencia a alta velocidad.

Para resolver este problema, se formuló un plan de trabajo que consistió en visitar a la empresa e inspeccionar sus métodos de trabajo, tales como: el proceso de diseño, fundición y rectificado.



Durante las visitas se observaron y corrigieron ciertos hábitos de trabajo, entre ellos: corrección al proceso de fundición y observaciones al de rectificado, que era la etapa durante la cual se estaban presentando las fracturas.

También, al reconocer la importancia de los altos gradientes térmicos, como posible agente modificador de las propiedades de los materiales, se decidió investigar en forma paralela el comportamiento de los discos sujetos a condiciones extremas de frenado, mediante la simulación matemática y numérica del proceso, lo cual es la razón fundamental que motivó la presente investigación y escritura de esta tesis, cuyos objetivos fundamentales son:

1. Discutir la influencia de las condiciones térmicas en las propiedades de los materiales.
2. Discutir las condiciones térmicas que favorecen la formación de grietas en discos.
3. Desarrollo de un modelo matemático y de un código numérico, que simule las condiciones de trabajo extremo, que ocurren durante las situaciones de frenado brusco y obtener la correspondiente distribución de temperaturas.

## **1.2 Organización de la Tesis**

La atención de este trabajo, se ha centrado en el desarrollo de un modelo matemático y de un código numérico, que simula las condiciones de transferencia de calor durante un frenado brusco y calcula los perfiles térmicos presentes en los discos.

Para cumplir con los objetivos establecidos y proporcionar al presente trabajo autoconsistencia, éste ha sido organizado como sigue: en el capítulo 2 se discuten

algunos factores que pueden influir en la fractura de los discos como: la estructura del material, rectificado y temperatura.

Reconociendo que los gradientes de temperatura, pueden modificar las propiedades de los materiales, en el capítulo 3 se presentan y discuten los mecanismos que intervienen en la transferencia de calor en los discos. También se presentan las consideraciones hechas para arribar al modelo teórico que se emplea en este trabajo, para describir el comportamiento de los discos bajo condiciones de frenado brusco.

En el capítulo 4, se presentan resultados numéricos obtenidos con el modelo propuesto, se analizan los esfuerzos térmicos desarrollados en diferentes etapas del frenado y las posibles implicaciones de los mismos en los discos.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan desventajas del modelo teórico y algunas recomendaciones dirigidas a la industria automotriz.

## Capítulo 2

# Fenómeno de Fractura en Sólidos

El fenómeno de fractura puede definirse como la separación de un sólido en dos o más pedazos por efecto de fuerzas aplicadas.

Para la industria, los estudios sobre este fenómeno son de importancia, ya que existe una relación estrecha entre fractura y propiedades, tecnológicas y económicas.

Si se desea mejorar la fabricación de un producto, en este caso los discos para frenos automotrices, e intentar evitar su fractura se requiere poseer un profundo conocimiento en el área de materiales.

Para comprender y exponer claramente el fenómeno de fractura en los discos, hemos organizado el presente capítulo como sigue: primero son presentados aspectos sobre la estructura y propiedades de los materiales sólidos, principalmente *fundiciones grises*; enseguida se describe el proceso de rectificado, y posteriormente se discute la influencia de la temperatura en la fractura de los discos.

### 2.1 Estructura y Propiedades

El fabricar un disco de frenos óptimo, exige que este último posea excelentes propiedades funcionales además de una buena durabilidad y bajos costos de pro-

ducción.

Para que un disco de frenos tenga estas características deberán considerarse la estructura y las propiedades del material de los discos.

Para confrontar el problema de la fractura, es importante el hablar sobre la selección del material para la fabricación de los discos. La composición y comportamientos de las fundiciones grises, materia prima de los discos, son muy conocidas. Estos materiales no son homogéneos estructuralmente hablando; las microestructuras que lo componen exhiben diferentes comportamientos cuando son sometidas a algún esfuerzo mecánico o térmico y esto puede ser causa inclusive de fractura [5].

Se sabe que la microestructura en los discos de freno, contiene hojuelas de grafito dispersas a lo largo de ésta. Algunos autores la consideran como una estructura con abundancia de microgrietas, las cuales en condiciones especiales pueden conducir a la fractura [5], [3].

Irwin y Williams mencionan que las rugosidades y microfallas en las puntas de las grietas, favorecen la ocurrencia de la fractura. Berg al estudiar el proceso de nucleación de grietas, en materiales con inclusiones o segundas fases, llegó a la misma conclusión [2].

Por otra parte, se debe reconocer que si bien tales hojuelas de grafito, representan un factor importante para la promoción de una grieta en un disco, también hay que considerar que la capacidad de frenado de un vehículo, dependerá de la rapidez de enfriamiento de los discos (debido al aumento del coeficiente de rozamiento de la superficie del disco con la disminución de la temperatura), la cual estará regida por la gran conductividad térmica del grafito [13].

Además, como se menciona en la sección 2.3 de este capítulo, una elevada conductividad térmica disminuirá la deformación de los discos.

Es por estas razones, que no se puede hablar de incrementar o disminuir desme-

didamente el contenido de grafito en los discos de freno. Sin embargo, para poder disponer de un material mecánicamente idóneo, han sido estudiadas diversas composiciones de fundiciones, que pueden ser las más adecuadas para la fabricación y uso de los discos.

Metzler reporta varios de estos materiales, como lo son: el GG15, GG20, GG25 (Tabla 2.1), haciendo importantes consideraciones para la selección de los mismos, por ejemplo: si el material del disco posee una baja resistencia a la tensión, entonces la sección del tambor puede fabricarse con un hierro nodular GGG50, o con un hierro gris GG30 de alta resistencia, empleando para el anillo de fricción el GG10 [10].

Otro punto de vista sobre el desarrollo de materiales es el de Yoshio Jimbo, quien llevó a cabo una investigación para encontrar un material de fabricación para los discos, en el cual no se produjeran las fracturas por calor.

Utilizando una fundición gris como material base, Jimbo estudió la influencia de elementos aleantes en los discos. La Tabla 2.2 muestra la composición química de los materiales probados.

El mayor porcentaje de carbono empleado fue de 4.01 % y el de molibdeno de 0.68 %; también se reportan las composiciones de los materiales con mínima resistencia a la tensión y al choque térmico. Las propiedades físicas y mecánicas de estos materiales se muestran en la Tabla 2.3.

Finalmente Jimbo sugiere emplear composiciones con 3.7 a 4 % de carbono, 1.4 a 2 % de silicio y 0.5 a 0.6 % de molibdeno [14].

<i>Material para fabricación de discos de freno</i>					
<b>Característica</b>	<b>GG10</b>	<b>GG15</b>	<b>GG20</b>	<b>GG25</b>	<b>GG30</b>
<b>% C</b>	3.950	3.780	3.670	3.36	3.350
<b>% Si</b>	2.150	2.000	2.080	2.10	2.000
<b>% Mn</b>	0.950	0.900	0.760	0.72	0.850
<b>% P</b>	0.064	0.068	0.064	0.08	0.071
<b>% S</b>	0.078	0.084	0.078	0.10	0.087
<b>% Cr</b>	0.080	0.110	0.220	0.32	0.400
<b>% Ni</b>	0.000	0.000	0.000	0.48	0.480
<b>% Mo</b>	0.100	0.080	0.380	0.39	0.420
<b>% Cu</b>	0.250	0.220	0.350	0.00	0.300
<b>Dureza Brinell</b>	135.0	184.0	208.0	240.0	248.0
<b>Tamaño de Grafito</b>	5 a 7	3 a 5	4 a 6	4 a 7	5 a 7
<b>Resistencia a la Tensión MPa.</b>	103.0	174.0	210.0	280 a 310.0	310.0

**Tabla 2.1: Materiales para discos de freno**

Composición química del material probado										
Material		C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	Ni	Mo
Fundición de alta conductividad térmica	Composición química promedio	3.68	1.91	0.68	0.01	0.050	0.05	0.02		0.62
	Mínimo esfuerzo de tensión	3.27	2.00	0.68	0.01	0.064	0.11	0.04		0.47
	Mínima resistencia a la rotura por calor	3.75	1.88	0.69	0.02	0.064	0.08	0.05		0.32
	Máximo contenido de molibdeno	3.87	1.55	0.68	0.01	0.048	0.14	0.05		0.68
Materiales para comparación	Máximo contenido de carbono	4.01	1.73	0.71	0.02	0.060	0.11	0.05		0.54
	JIS FC250	3.35	2.33	0.62	0.01	0.060	0.14	0.04		
	Tipo Ni-Cr-Mo	3.19	1.83	0.75	0.02	0.048	0.05	0.71	2.49	0.53
	Alto contenido de silicio	2.57	6.14	0.68	0.01	0.058	0.10	0.04		
	Alto contenido de níquel	2.58	1.61	0.61	0.02	0.053	5.85	2.38	12.1	

Todos los materiales con base hierro gris

Tabla 2.2: Estudios de materiales

Propiedades		Alta conductividad térmica					Material de comparación			
		Composición química promedio	Mínimo esfuerzo tensión	Mínima resistencia fractura por calor	Máximo contenido molibdeno	Máximo contenido carbono	JISFC250	Ni-Cr-Mo	Alto contenido silicio	Alto contenido níquel
Esfuerzo tensión	$T_{amb} (MPa)$	157.9	152.0	169.2	255.6	156.9	253.0	380.5	90.2	270.7
	$600^{\circ}C (MPa)$	95.1	82.4	100.0	142.2	80.2	130.4	192.2	52.0	165.7
Dureza Hrinell		86	82	83	82	85	88	106	81	87
Ensallo Charpy	$(J/mm^2)$	$1.37 \times 10^4$	$1.37 \times 10^4$	$1.57 \times 10^4$	$2.06 \times 10^4$	$1.57 \times 10^4$	$1.77 \times 10^4$	$1.18 \times 10^4$	$0.29 \times 10^4$	$4.9 \times 10^4$
Conductividad térmica	$T_{amb} (W/mK)$	40.52	48.14	43.53	46.88	48.98	36.50	29.18	31.27	19.59
	$600^{\circ}C (W/mK)$	31.48	No medido	No medido	No medido	No medido	30.93	26.00	23.61	27.84

Tabla 2.3: Propiedades de materiales estudiados

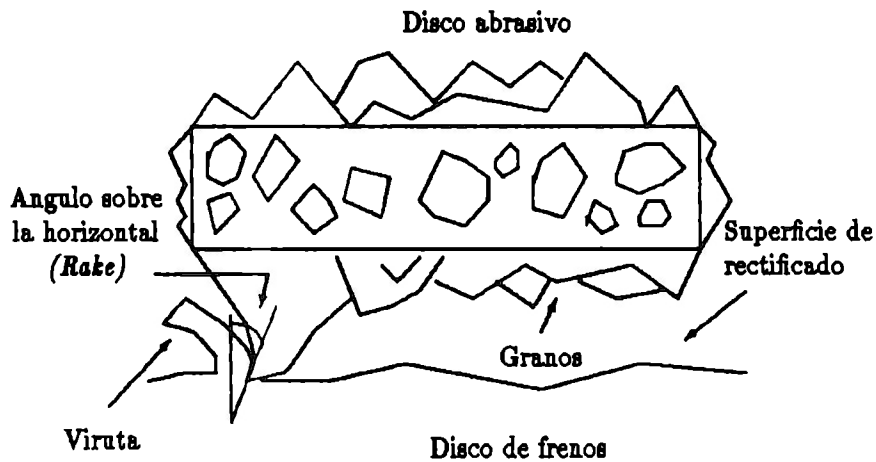


Figura 2.1: Rectificado de discos para freno

## 2.2 Rectificado de Discos

La estructura y propiedades del material de discos, son factores importantes para el fenómeno de fractura, no obstante es necesario discutir la influencia de otros factores para tener una idea más clara del mismo.

En esta sección se tratará el proceso de rectificado de discos para frenos y su relación con el problema de fractura.

La operación de rectificado (Figura 2.1) se utiliza principalmente para eliminar las irregularidades de piezas coladas, forjadas, lingotes o para conseguir piezas de gran precisión de medidas y de elevada calidad superficial [9].

Ahora, como es sabido, esta operación se relaciona con diversas variables, entre ellas: la velocidad de corte y el avance en profundidad las cuales dependen de la anchura y la clase de superficie a esmerilar además de la calidad superficial exigida,



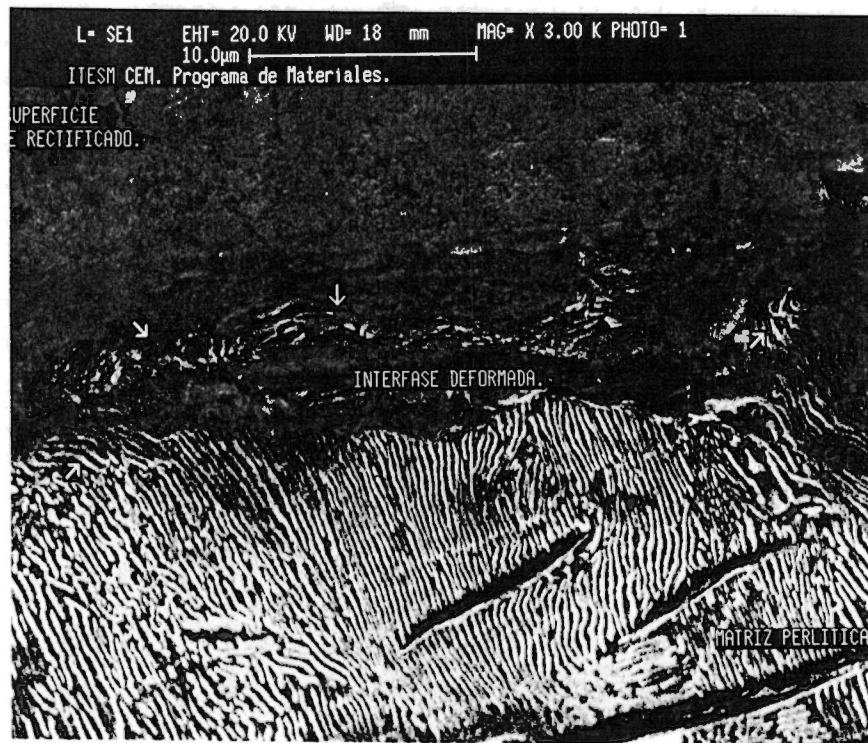


Figura 2.2: Fotografía de la superficie de rectificado

la forma de los granos del material abrasivo y las propiedades de la estructura del material de los discos.

La forma de adhesión entre los granos y la superficie del disco, debe considerarse como un factor de especial interés para el fenómeno de fractura, ya que ésta puede propiciar la formación de regiones de atascamiento, que actúan como granos de rake muy positivo, lo cual implica la generación de elevados esfuerzos en los puntos de contacto.

La formación de estas regiones es una consecuencia de la diferencia de temperaturas y presión entre la viruta producida y la que está generándose [12].

Dicha viruta, es formada por intensos esfuerzos de corte a lo largo de las fronteras de esta zona, observándose cambios en el patrón de flujo, resultado de: cambios en la dureza y de la distribución de temperaturas (véase la Figura 2.2).

Por tanto, un problema presente en la superficie de rectificado será el endurecimiento por deformación, y cuyas causas principales son [9],[12]:

- La distribución de temperaturas y endurecimiento de la superficie.
- Materiales con dos fases.
- Espesor de la viruta no deformada.
- Fricción adhesiva.
- Presencia de una película de material en la superficie de rectificado.

Debido a las diferencias de presión entre las superficies de los discos abrasivos y de frenos, la velocidad de deslizamiento, la temperatura, etc. . . , el comportamiento en dicha zona variará, según sea la rugosidad de las superficies y la distribución de los puntos de contacto en la misma, afectando consecuentemente el grado de fricción presente en esa zona [12].

Este punto es de importancia, ya que la fricción está relacionada con la deformación no homogénea, y esfuerzos de corte del orden de  $200$  a  $800$  MPa.; estarán asociados con los parámetros de corte y el endurecimiento por deformación [12].

De las variables relacionadas con el rectificado y otros factores como: la correcta colocación entre el disco de frenos y los discos abrasivos, dependerá la eliminación de esfuerzos puntuales, los cuales son lo suficientemente elevados para fracturar los discos de freno.

Si bien es cierto que el planteamiento descrito con anterioridad, se considera como un elemento importante, para describir el fenómeno de fractura, es también aceptado en el medio especializado que el aspecto térmico también influye, ya que, el contacto balata - disco en el frenado de un vehículo, será origen de una fuente térmica lo suficientemente intensa, que cause gradientes de temperatura del orden de  $300^\circ C/cm$  en los discos de freno, e intensos esfuerzos térmicos [12].

## **2.3 Influencia de la Temperatura en el Fenómeno de Fractura**

Para frenar un vehículo, que lleva una velocidad característica, es necesario que los dispositivos de frenos, transformen la energía cinética traslacional y rotacional que éste posee. La mayor parte de esta transformación, se realiza mediante el contacto balata - disco, trayendo como resultado la producción de una fuente térmica.

Entonces, para todo frenado que realice el vehículo, habrá una fuente térmica en la superficie de los discos, que origina la presencia de esfuerzos térmicos. Este efecto se entiende como sigue: el que un disco de frenos posea una conductividad térmica finita, implica la existencia de gradientes térmicos durante los primeros segundos del frenado, que serán origen de estos esfuerzos, además la no homogeneidad del coeficiente de expansión térmica en un disco, provocará el desarrollo de esfuerzos térmicos locales que promuevan la formación de grietas [14].

Reconociendo la importancia de la conductividad térmica en el problema de fractura, Jimbo sugiere utilizar composiciones de discos con altos contenidos de carbono, así como molibdeno y silicio para mejorar las propiedades mecánicas de los discos (Figura 2.3) [14].

Por otra parte, Metzler sugiere para el diseño de discos, incluir ranuras de expansión, permitiendo al anillo de fricción expandirse y contraerse radialmente, eliminando así los esfuerzos térmicos [10].

Para finalizar, es notable que bajo condiciones muy severas de frenado a alta velocidad, los aspectos tribológicos, térmicos, de materiales, además del proceso de rectificado, contribuirán a la fractura de los discos.

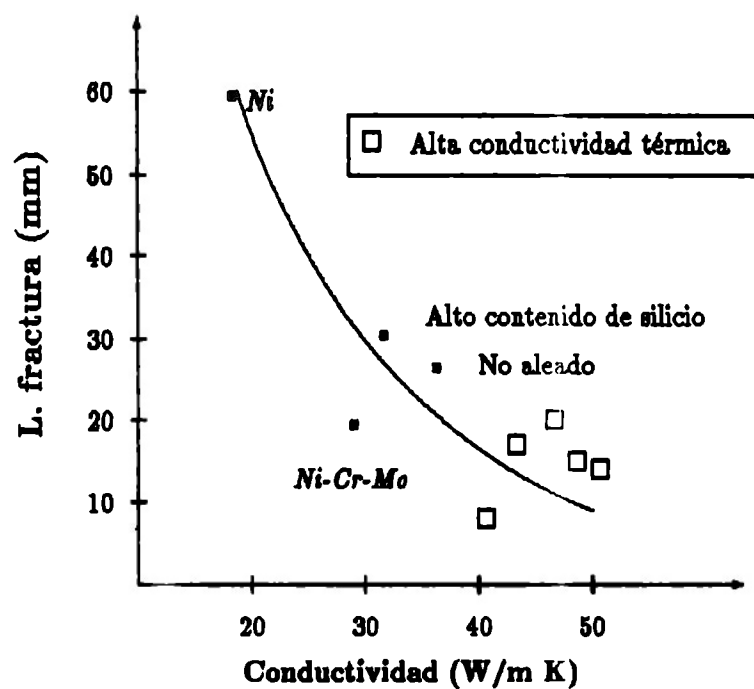


Figura 2.3: Gráfica de longitud de fractura contra conductividad térmica

## Capítulo 3

# Modelo Teórico-Numérico de Transferencia de Calor en Sólidos

Como se describió en el capítulo anterior, existen factores muy importantes que, ya sea que inician la formación de grietas en los discos de frenos, o bien favorecen la propagación de las mismas y la eventual fractura de los discos.

Entre estas causas figuran: aspectos tribológicos, estructura del material de fabricación, propiedades mecánicas y los gradientes de temperatura desarrollados durante el frenado brusco de un vehículo.

El presente capítulo presenta aspectos fundamentales sobre transferencia de calor en cuerpos sólidos y en base a estos conceptos se desarrolla un modelo teórico-numérico, que determinará los perfiles y gradientes de temperatura internos en los discos de frenos.

La organización de éste capítulo es como sigue: en la primera sección se discute la transformación de energía mecánica de un automóvil en energía calorífica; enseguida en la segunda sección, se discuten las propiedades térmicas de los materiales empleados en los discos, tales como: conductividad, coeficiente de emitancia, y los diferentes mecanismos de transferencia de calor en sólidos; en la tercera sección se

analiza la geometría del disco, enumerando las opciones que la forma del mismo nos ofrece para formular el modelo teórico; una cuarta sección incluye consideraciones del transporte de calor dependiente del tiempo. Finalmente, se presenta el modelo teórico, empleado para simular la transferencia de calor en sólidos semiinfinitos en estado no estacionario.

### **3.1 Transformación de Energía Mecánica en Energía Calorífica**

El principio de conservación de energía establece que ésta no se crea ni se destruye sólo se transforma. Este principio será fundamental para basar la relación existente entre las energías mecánica y térmica bien conocida como el equivalente mecánico del calor [1],[11].

El dispositivo mecánico, que permite la transformación de energía es la *fricción*, la cual está presente en la superficie de contacto entre el disco y la balata, y la cual se opone al movimiento y por tanto es de tipo disipativo. Esta fricción es función de: la presión aplicada a los discos al accionar el sistema de frenos, la rugosidad de la balata y el disco, la magnitud del área de contacto y posiblemente la presencia de algún tipo de material en la superficie del disco, como puede ser algún tipo de conductor de calor o lubricante.

En el caso particular de un automóvil, el roce entre la balata y el disco de frenos será capaz de detener parcial o totalmente el mismo en un cierto intervalo de tiempo y distancia. En otras palabras se estará hablando de la rapidez con que se realiza un trabajo (potencia), y su magnitud está expresada por medio de una forma específica del principio de conservación de energía

$$\dot{q} = \frac{v^2}{2R^2\delta t} (4I_n + mR^2) \quad (3.1)$$

donde  $\dot{q}$  es la fuente de calor resultado del roce balata-disco,  $v$  y  $m$  son la velocidad y la masa del vehículo;  $I_n$  es el momento de inercia de un cilindro sólido y que representa a una de las ruedas del auto,  $R$  es el radio del mismo, y  $\delta t$  es el tiempo de aplicación de los frenos para detener al vehículo o reducir su velocidad.

## 3.2 Transferencia de Calor en Sólidos

Para estudiar la transferencia de calor en los discos para frenos, es necesario hablar de los tres mecanismos de transporte de calor, estos son: conducción, convección y radiación.

La conducción de calor, expresada por la *Ley de Fourier*, describe la proporcionalidad existente entre el flujo de calor  $q''$  a través de un sólido y el gradiente de temperaturas presente en el mismo, y está dada por [8]

$$q'' = -k\nabla T, \quad (3.2)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del sólido y  $\nabla T$  es el gradiente de temperaturas.

La transferencia por convección, expresada por la *Ley de Enfriamiento de Newton*, es el mecanismo mediante el cual se transporta calor de o hacia un sólido al estar en contacto con un fluido, esto debido a la diferencia de temperaturas existente entre ellos, y está dada por [7],[4]

$$q'' = h(T_{sup} - T_{\infty}), \quad (3.3)$$

donde  $T_{sup}$  es la temperatura en la superficie del sólido,  $T_{\infty}$  la temperatura del fluido en una región no influenciada por la temperatura del sólido y  $h$  es el coeficiente

convectivo del fluido.

En nuestro caso, este mecanismo se presenta cuando el aire frío adyacente a la superficie del disco (una vez que son aplicados los frenos) disipa el calor del mismo.

Finalmente, la radiación térmica descrita por la *Ley de Stefan-Boltzmann* está dada por

$$q'' = \epsilon\sigma T^4, \quad (3.4)$$

donde  $\epsilon$  es la emisividad,  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann y  $T$  es la temperatura absoluta de la superficie emisora [8]. En este caso, la radiación electromagnética es emitida por una superficie a alta temperatura, como es el caso del disco de frenos [8] [7].

La inclusión de este tercer mecanismo en el modelo, indudablemente enriquecería los resultados del mismo, aunque por evidencia experimental el error introducido al ignorar este mecanismo no es importante, como se menciona a continuación.

La radiación emitida será importante a temperaturas superiores a  $680^\circ C$  y puesto que este hecho realmente es difícil de lograr en el frenado de un vehículo, tal situación exige hacer un cálculo para justificar la inclusión u omisión del mismo.

Únicamente, con fines de aproximación para saber que magnitud tendría este término, se pueden hacer algunas consideraciones, como las de que el disco emitirá sólo una fracción constante de la cantidad que emitiría un cuerpo negro (*concepto de cuerpo gris*) a la misma temperatura y que dicho cuerpo obedecerá la ley de Kirchoff, que en otras palabras menciona, que dentro de los parámetros a considerar en la radiación como: *absortividad, reflectividad y transmisividad*, se considerará a la absortividad igual a la emisividad, obteniéndose un término de radiación del orden de  $10,805 W/m^2$  empleando temperaturas de  $50$  y  $500^\circ C$  con una constante de emisividad de  $0.55$  (*hierro gris*) [8]. Dicho término es despreciable respecto al de conducción, lo cual nos conduce a despreciarlo en el modelo.



### 3.3 Modelo Geométrico

Puesto que la conducción de calor en el disco, presenta dependencia espacial, es necesario elegir una geometría conveniente que simplifique los cálculos sin sacrificar la veracidad de los resultados. En particular, los discos de frenos se pueden describir geoméricamente, como un pequeño tambor o cilindro, rodeado con un anillo de espesor  $e$  y radio  $r$ , ( $r/e \approx 12$ ), por medio del cual se mantiene contacto con la balata (ver Figura 3.1).

Si enumeramos las posibilidades que la forma del disco nos ofrece para formular algún modelo tenemos:

1. Cilindro corto, geometría en la que se tiene que considerar una conducción de calor bidimensional, esto es en la dirección, tanto radial como en la longitudinal.
2. Placa semiinfinita, situación que permite desarrollar un modelo unidimensional, que representa el flujo de calor en la dirección longitudinal.

Para un disco de frenos, dada su geometría, el modelo de placa semiinfinita es el que se puede aplicar.

### 3.4 Transferencia de Calor dependiente del Tiempo

Muchos problemas de transferencia de calor, son dependientes del tiempo, lo que ocurre cuando cambian las condiciones de frontera del sistema. Un ejemplo es cuando la temperatura superficial del sistema, es alterada y entonces la temperatura en el interior del mismo, comenzará a cambiar hasta que se alcance una distribución de temperatura en estado estable. Esta situación es exactamente la que ocurre

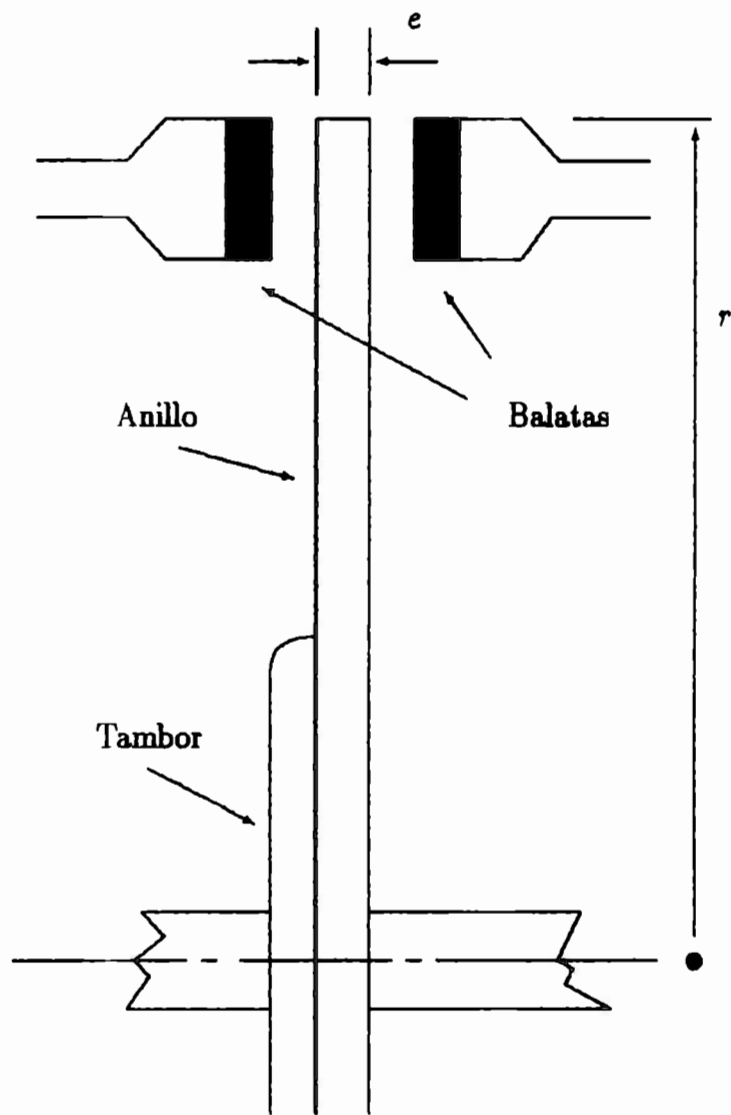


Figura 3.1: Geometría de un disco para frenos

en el caso de frenado, pues la superficie de los discos, no permanece a la misma temperatura, ya que continuamente a consecuencia del frenado está modificando su temperatura, al recibir el flujo de calor.

El que nuestro disco sea térmicamente grueso o delgado, dependerá de como y cuanto calor se genere durante el frenado, y de la rapidez de difusión del calor dentro del disco.

Para resolver esta cuestión, se requiere información elaborada que involucra el conocimiento de las propiedades de los materiales con que está fabricado el sistema; también es importante considerar las dimensiones del mismo, las condiciones de frontera e iniciales y el tiempo de exposición.

El manejar toda esta información es una tarea difícil y el afirmar si un disco de frenos es lo suficientemente grueso para la fuente de calor aplicada, exigiría presentar en esta sección los resultados del código numérico proyectado para esta tesis.

Sin embargo, de forma intuitiva es simple comprender, cual es la naturaleza del fenómeno de frenado. Es conocido que los vehículos no pueden detenerse instantáneamente, pues es imposible lograr aceleraciones y fuerzas infinitas, lo cual es prohibido por el principio de conservación de energía. Esto nos conduce a aceptar que es necesario, que transcurra cierto intervalo de tiempo para poder detener al móvil, y por tanto de forma gradual y nunca súbita, la energía calorífica es transferida a los discos, y por tanto el flujo de calor es de tipo transitorio y en consecuencia lo será también la transferencia de calor por conducción.

Por último, es evidente que en intervalos cortos de tiempo, posteriores a la aplicación de los frenos, la energía cinética del automóvil es convertida en energía calorífica, que se transfiere a los discos y que ocurren diferencias de temperatura, que crean dentro del sólido grandes esfuerzos térmicos, que originan o favorecen la propagación de grietas o el deterioro de las propiedades estructurales de los discos.

## 3.5 Modelo Numérico

La *Ecuación de Calor* expresada por

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot k \nabla T + q^*, \quad (3.5)$$

es la expresión analítica, que describe la transferencia de calor en sólidos y que debemos resolver para determinar las distribuciones de temperatura en los discos; donde  $\rho$  y  $c_p$  son la densidad y calor específico del material respectivamente;  $T$ , es la temperatura del material en un tiempo  $t$  determinado y en una posición en particular;  $k$  es la conductividad térmica del sólido;  $q^*$  son las fuentes de calor que en nuestro caso, contempla el calor absorbido durante el frenado y que está expresado por la ecuación 3.1, y la disipación de calor por convección [4].

De la forma de la ecuación, es notable que se trata de una ecuación no lineal parabólica, para la cual es difícil deducir una solución analítica exacta, por lo que es recomendable resolverla numéricamente.

Para este fin, a continuación los métodos explícito e implícito para ecuaciones parabólicas de tipo difusión, son discutidos y también son evaluadas sus ventajas y desventajas en la solución de problemas de transferencia de calor dependientes del tiempo.

### 3.5.1 Formulación Explícita

Para una malla de nodos dada (Figura 3.2), la formulación explícita expresará, una temperatura nodal en términos de los valores actuales de las temperaturas de los nodos vecinos [6].

Por tanto, si al final de un cierto período de tiempo, todas las temperaturas nodales son conocidas, entonces cada una de éstas al final del siguiente momento,  $\delta t$ , pueden ser encontradas explícitamente, nodo por nodo.

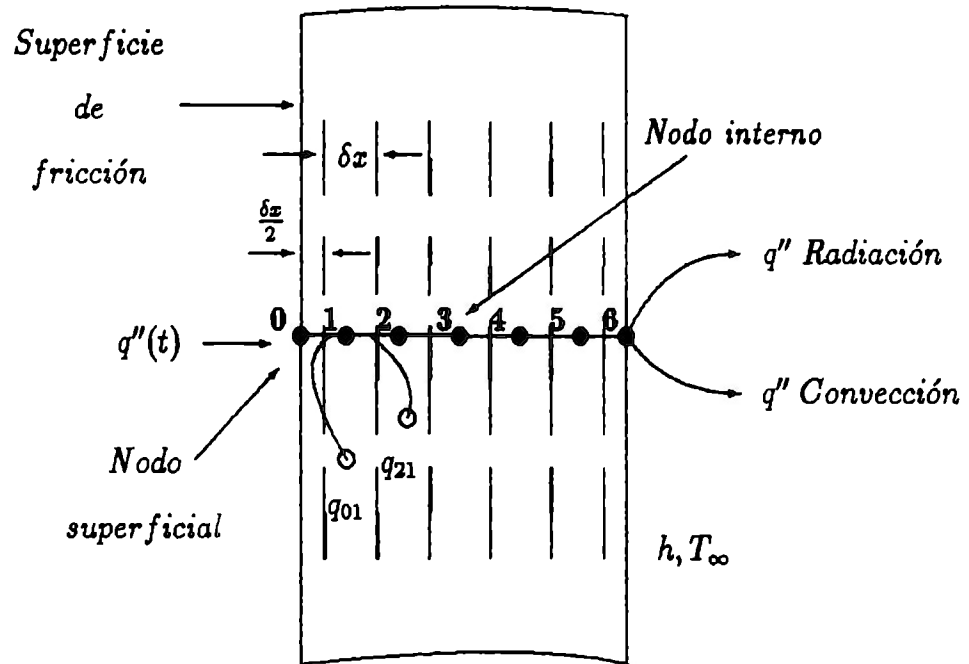


Figura 3.2: Malla para placa semiinfinita

Ahora, para deducir una expresión unidimensional, que describa lo anterior se utiliza la ecuación general de calor expresada en (3.5).

Considerando  $k$  constante

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q^*$$

Utilizando la aproximación por diferencias centrales se tiene [7]

$$\frac{\rho c_p}{\delta t} (T_{x,t+\delta t} - T_{x,t}) = \frac{k}{(\delta x)^2} (T_{x+\delta x,t} - 2T_{x,t} + T_{x-\delta x,t}) + q^*$$

Multiplicando por  $\delta V = \delta y \delta z \delta x$  y cambiando de notación para las temperaturas futuras  $T' = T_{t+\delta t}$ , se tiene

$$\delta y \delta z \delta x \rho c_p \frac{(T'_x - T_x)}{\delta t} = \frac{T_{x+\delta x} - T_x}{\frac{\delta x}{k \delta y \delta z}} + \frac{T_{x-\delta x} - T_x}{\frac{\delta x}{k \delta y \delta z}} + q^* \delta y \delta z \delta x,$$

o bien,

$$\delta V \rho c_p \frac{(T'_x - T_x)}{\delta t} = \frac{T_{x+\delta x} - T_x}{R_{x,x+\delta x}} + \frac{T_{x-\delta x} - T_x}{R_{x,x-\delta x}} + q^* \delta V.$$

Rearreglando se tiene

$$T'_i = T_i \left( 1 - \sum_j \frac{\delta t}{R_{ij} \rho c_p A \delta x} \right) + \sum_j \frac{\delta t T_j}{R_{ij} \rho c_p A \delta x} + \frac{\delta t q^*}{\rho c_p}, \quad (3.6)$$

donde  $A = \delta y \delta z$  es el área transversal al flujo de calor, y las resistencias térmicas al flujo de calor entre nodos vecinos son

$$R_{i,j} \begin{cases} R_{x,x+\delta x} \\ R_{x,x-\delta x} \end{cases}$$

Del primer término de la ecuación 3.6, se observa que la relación entre los incrementos de tiempo y espacio, podrá ocasionar inestabilidad en dicha expresión, causando oscilaciones en la determinación de las temperaturas, de forma tal que podemos definir un criterio de estabilidad expresado como [4], [6]

$$\sum_j \frac{\delta t}{R_{ij} \rho c_p \delta V} \leq 1. \quad (3.7)$$

### 3.5.2 Formulación Implícita

Su deducción es análoga a la anterior, salvo que ahora se obtiene la temperatura futura para un nodo dado en función de las temperaturas futuras de sus nodos vecinos, ésto a primera instancia, parece ser poco conveniente sin embargo, la formulación implícita proporciona ventajas como lo son: uso de cualquier intervalo espacial, sin que esto ocasione problema alguno de estabilidad, además de permitir el uso de intervalos de tiempo, que a su vez permitan disminuir el tiempo de cálculo.

La siguiente expresión, muestra cómo la formulación implícita, no tiene las limitantes de la formulación explícita

$$T'_i = \frac{T_i + \sum_j \frac{T'_j \delta t}{R_{ij} \rho c_p A \delta x} + \frac{q^* \delta t}{\rho c_p}}{1 + \sum_j \frac{\delta t}{R_{ij} \rho c_p A \delta x}}. \quad (3.8)$$

Finalmente, concluimos mencionando que debido a las características ya citadas de la formulación implícita, se optó por utilizar esta última, para eliminar las restricciones espaciales y los prohibitivos tiempos de cálculo, cualidades de un planteamiento explícito.

# Capítulo 4

## Implementación del Código Numérico y Resultados

En este capítulo se implementará todo el planteamiento físico y matemático descrito anteriormente, para escribir un código numérico que simule el transporte de calor en un disco de frenos.

Para lograr este propósito se ha organizado el contenido de este capítulo como sigue: en la primera sección se hará una descripción de la malla nodal, y de las ecuaciones básicas, para la obtención de temperaturas en el disco; en la segunda sección se tratará la estructura del programa y el algoritmo de cálculo usando diagramas de bloques. Finalmente, se presentarán los resultados obtenidos.

### 4.1 Malla Nodal

Puesto que se decidió que el modelo numérico, para simular el transporte de calor en un disco fuese unidimensional, podrá incluirse en nuestro código una malla semejante a la mostrada en la Figura 4.1.

Esta figura incluye un circuito térmico equivalente, el cual puede facilitarnos la



comprensión del proceso de transporte de calor a través del disco.

El trabajo realizado sobre el sistema de frenos, para detener un automóvil en un cierto tiempo, puede verse como la potencia generada por la fuente  $\epsilon(t)$  y que es disipada por las resistencias del circuito.

Conforme el calor generado durante el frenado se transfiera a los discos, este podrá encontrar resistencias naturales, análogas a las del circuito, que son impuestas por las condiciones ambientales y las propiedades de los materiales. Parte de este calor es almacenado en los volúmenes de control, razón por la cual nuestro circuito cuenta con capacitores.

De lo anterior resulta claro que la diferencia de temperaturas entre cada uno de los nodos que forman la malla, dependerá de como se difunda el calor en el disco. Por tanto, la temperatura en un punto del mismo estará definida en términos de resistencias y capacitancias. El término

$$C_n = \rho c_p V_n,$$

es la capacitancia térmica en el volumen de control  $n$ .

La temperatura de un nodo superficial, dependerá de las resistencias convectivas y conductivas, mientras que la de uno interno de las resistencias conductivas exclusivamente.

Para el nodo  $i$  de la Figura 4.1 la temperatura será

$$T'_i = \frac{T_i + T_\infty \frac{\Delta t}{hA} + T'_{i+1} \frac{\Delta t}{C_i \frac{\Delta x}{kA}} + \gamma \frac{q \Delta t}{C_i}}{1 + \frac{\Delta t}{hA} + \frac{\Delta t}{C_i \frac{\Delta x}{kA}}}, \quad (4.1)$$

donde  $\gamma$  es la fracción del calor generado durante el frenado que es absorbido por el disco.

Esta distribución de energía entre la balata y el disco no puede predecirse con exactitud debido a que la energía varía constantemente con el frenado del auto, sin

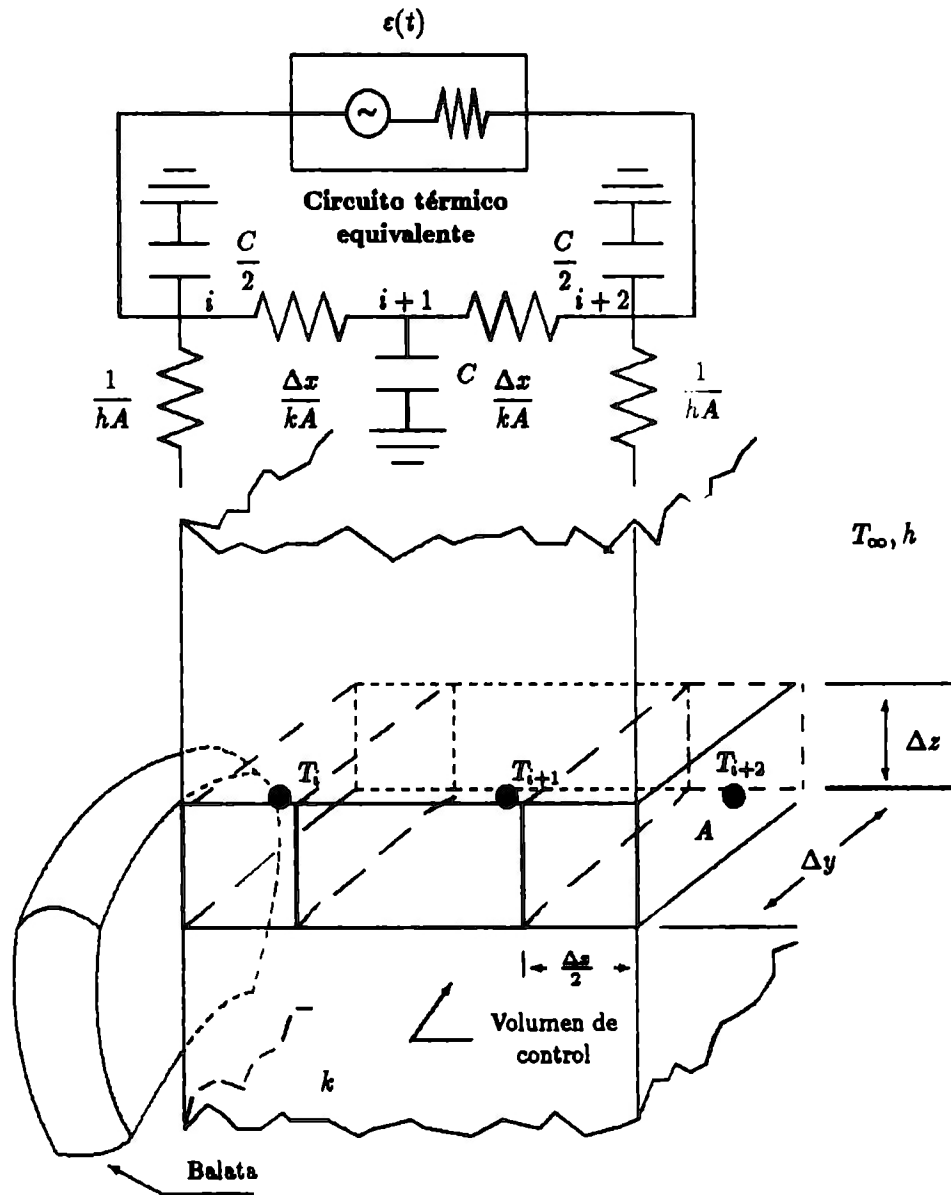


Figura 4.1: Malla nodal

embargo, una buena aproximación de  $\gamma$  se obtiene de la relación de coeficientes de absorción térmicos de la balata y del disco.

Bajo condiciones de estado estable e idénticas temperaturas en las superficies de la balata y el disco se tiene

$$\frac{q_d}{q_b} = \sqrt{\frac{\rho_d c_{p_d} k_d}{\rho_b c_{p_b} k_b}},$$

por lo que

$$\gamma = \frac{q_d}{q_d + q_b} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho_d c_{p_d} k_d}{\rho_b c_{p_b} k_b}}}, \quad (4.2)$$

donde  $q$  es la fuente de calor, y los subíndices  $d$  y  $b$  se refieren al disco y a la balata respectivamente (Tabla 4.4).

La temperatura para un nodo interno es

$$T'_{i+1} = \frac{T_{i+1} + T'_i \frac{\Delta t}{C_{i+1} \frac{\Delta x}{kA}} + T'_{i+2} \frac{\Delta t}{C_{i+1} \frac{\Delta x}{kA}}}{1 + 2 \frac{\Delta t}{C_{i+1} \frac{\Delta x}{kA}}}. \quad (4.3)$$

Finalmente, para el código se utilizaron 19 nodos internos y dos superficiales (nodo cero en la superficie).

## 4.2 Código Numérico

El código numérico (Apéndice A) se compone básicamente de 3 módulos (Figura 4.2): el módulo de datos contiene información de propiedades físicas de los materiales utilizados en discos y balatas, propiedades físicas del aire, dimensiones del disco de frenos, el intervalo de tiempo para cálculo, tiempo de análisis y las condiciones de frenado.

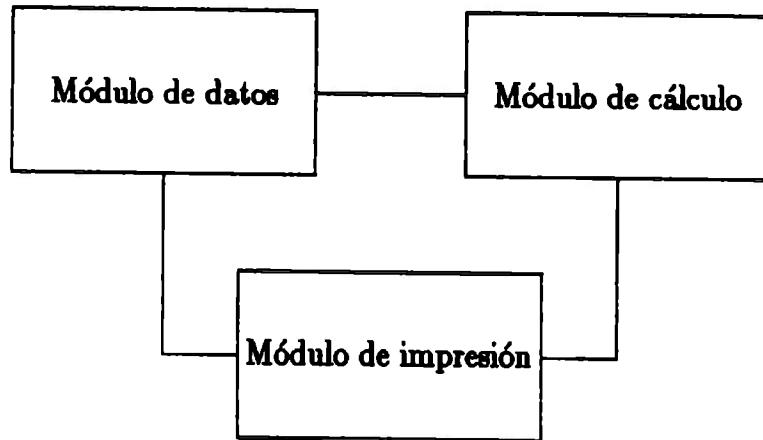


Figura 4.2: Módulos del código

El módulo de cálculo (Figura 4.3) contiene el algoritmo para obtener las temperaturas nodales, utilizando el método de *Gauss-Seidel*.

Finalmente, el módulo de impresión, el cual únicamente contiene las instrucciones necesarias para enviar los resultados a una impresora.

### 4.3 Resultados

Cinco ejemplos fueron seleccionados, para estudiar el transporte de calor en un disco durante el frenado de un auto, las condiciones de cada uno de estos se muestran en la Tabla 4.1 y los resultados en las Figuras 4.4 a 4.13.

Las características del disco y balata empleados, se muestran en las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4.

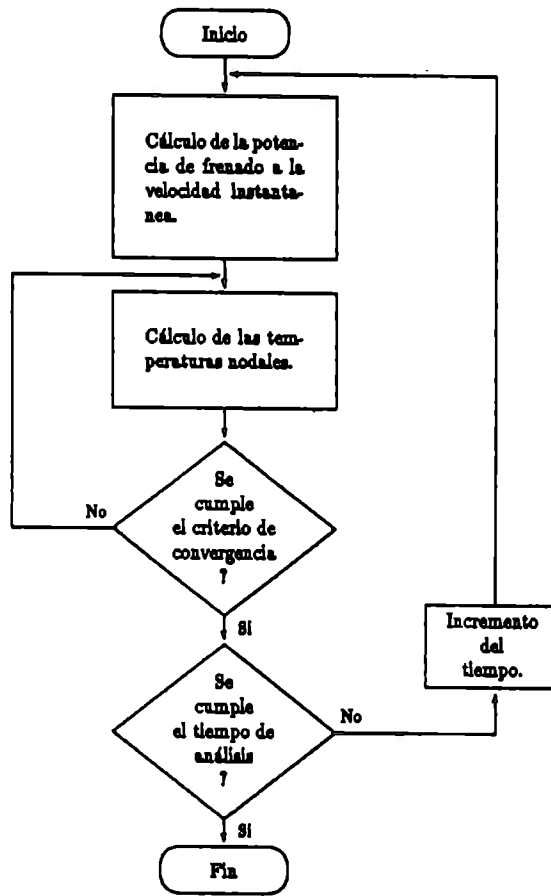


Figura 4.3: Módulo de cálculo

Ejemplo No.	Masa del auto (Kg)	Velocidad (Km/hr)	Tiempo $t_f$ (seg)
1	940	150	9
2	800	160	11
3	1000	190	14
4	920	130	12
5	1100	150	15

$t_f$  tiempo de frenado hasta el paro total

Tabla 4.1: Condiciones de frenado estudiadas

<b>Espesor (mm)</b>	10
<b>Diámetro externo (mm)</b>	240
<b>Diámetro interno (mm)</b>	124
<b>Peso (gr)</b>	2825

Tabla 4.2: Especificaciones del disco

<b>Elemento</b>	<b>Contenido %</b>
C	3.66
Si	1.44
Mn	0.85
S	0.05
Cu	0.05
Cr	0.02

Tabla 4.3: Composición del disco

<b>Propiedad</b>	<b>Disco</b>	<b>Balata</b>
$c_p \text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$	418.548	1464.918
$k \text{ W/m}^{\circ}\text{K}$	48.448	1.211
$\rho \text{ Kg/m}^3$	7289.590	2595.414

Obtenidas a temperatura ambiente

Tabla 4.4: Propiedades del disco y de la balata

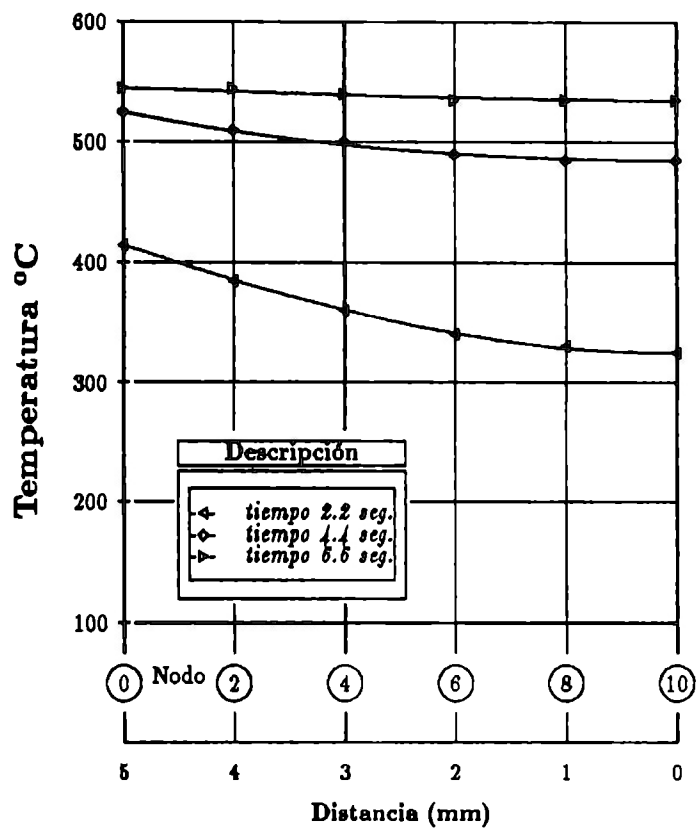


Figura 4.4: Gradientes térmicos para el ejemplo 1.

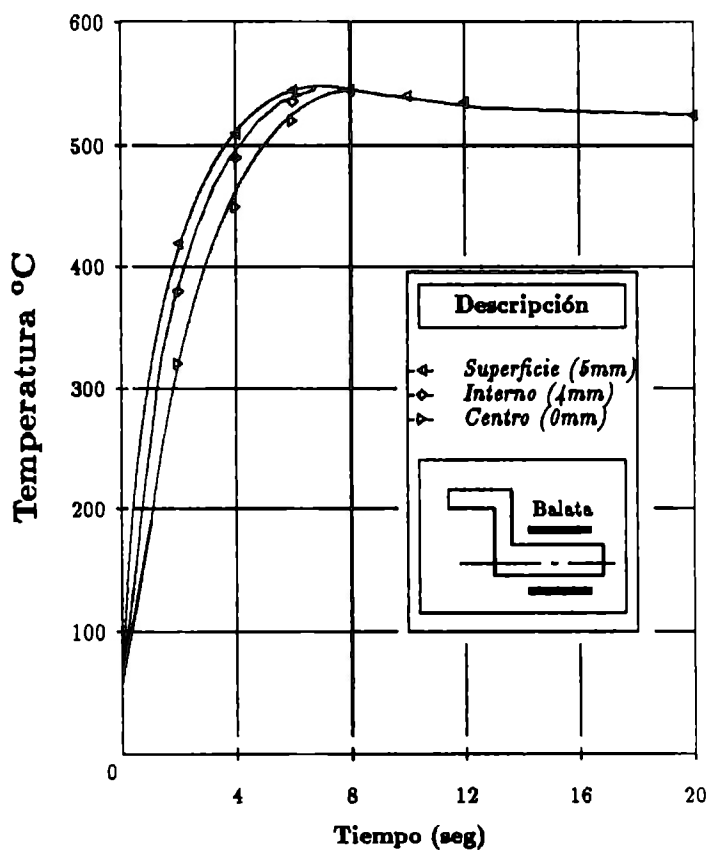


Figura 4.5: Perfil de temperaturas para el ejemplo 1.

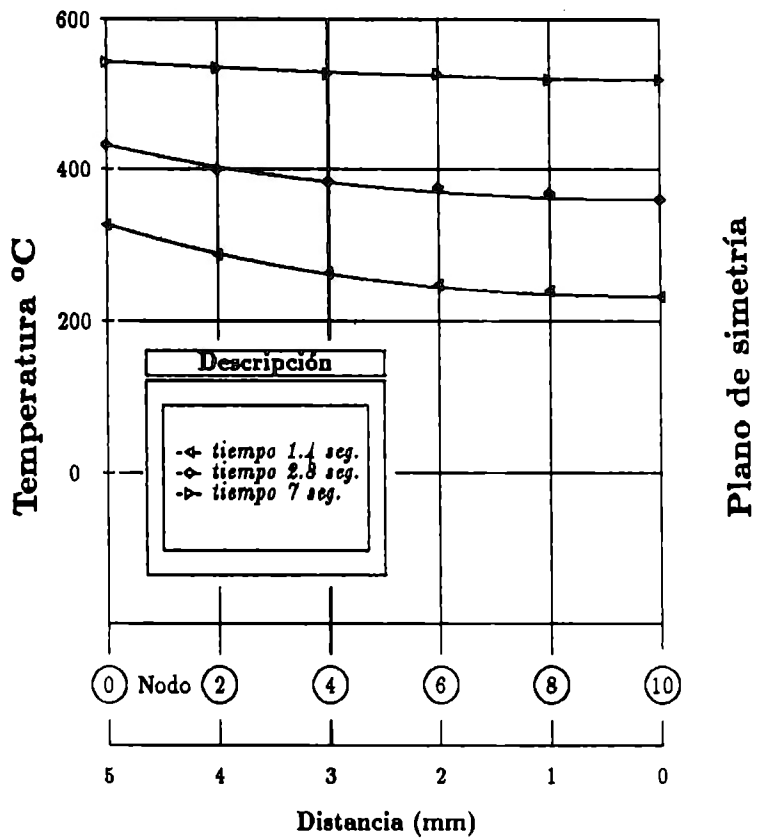


Figura 4.6: Gradientes térmicos para el ejemplo 2.

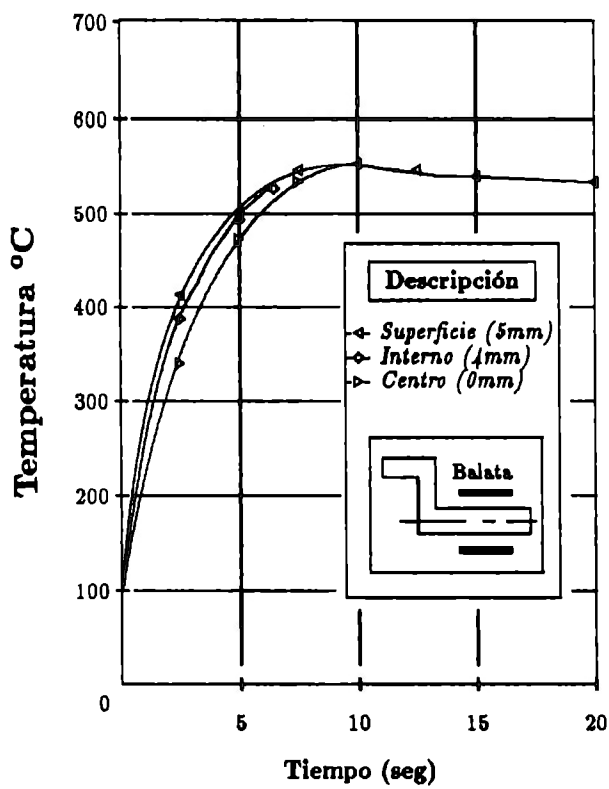


Figura 4.7: Perfil de temperaturas para el ejemplo 2.



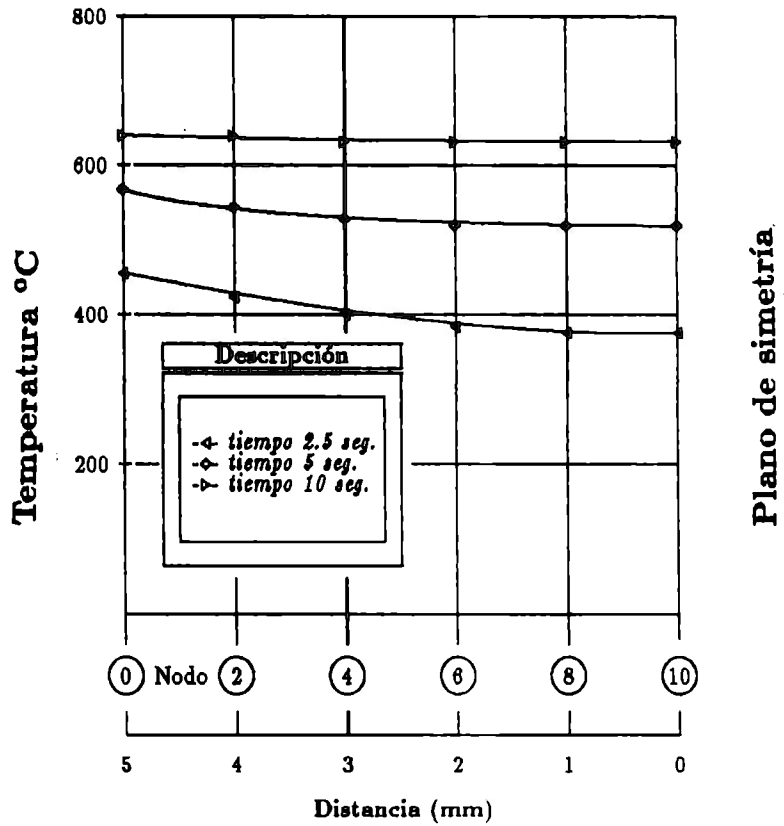


Figura 4.8: Gradientes térmicos para el ejemplo 3.

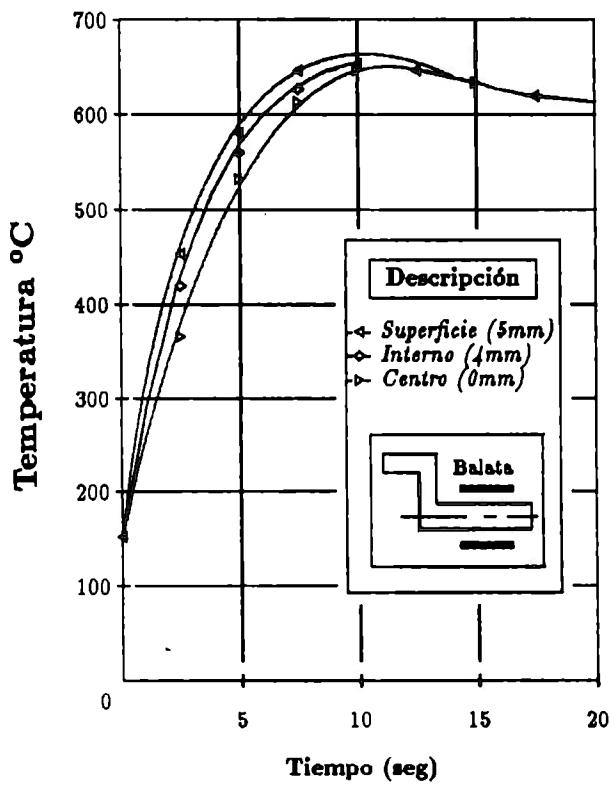


Figura 4.9: Perfil de temperaturas para el ejemplo 3.

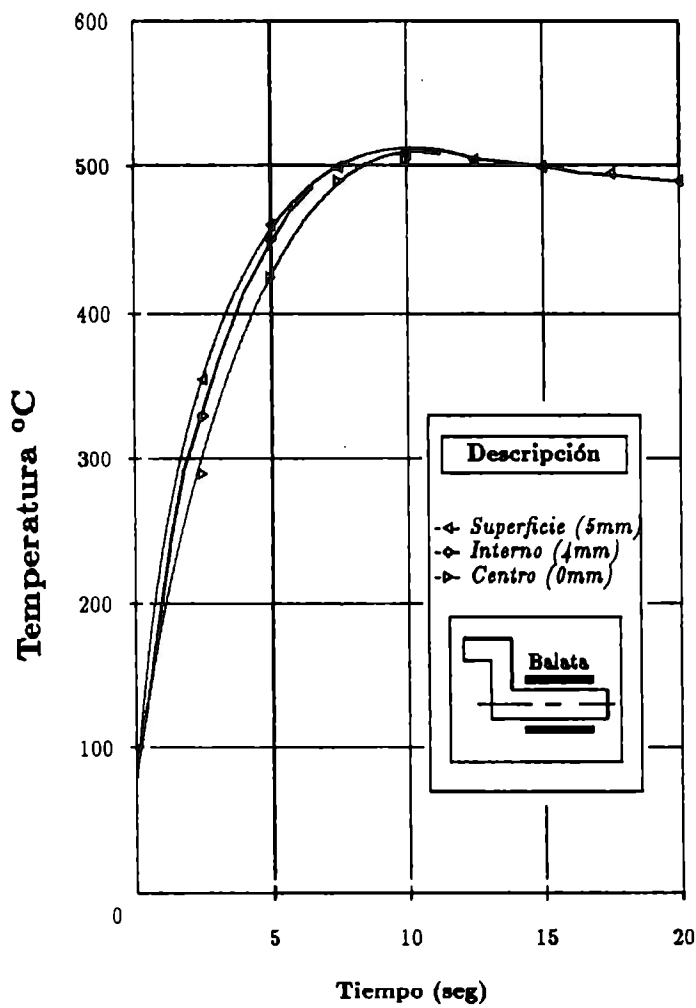
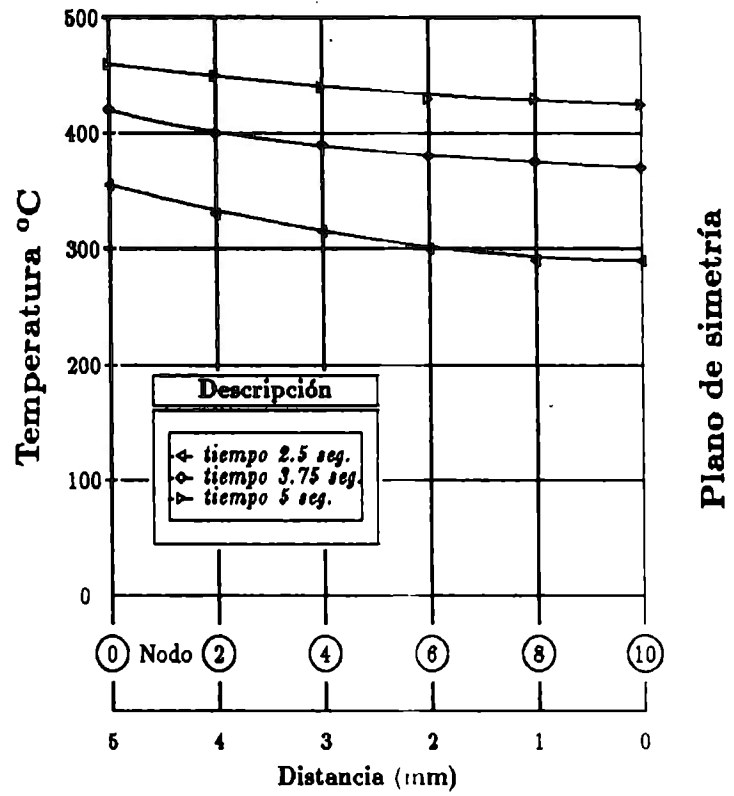


Figura 4.10: Gradientes térmicos para el ejemplo 4.

Figura 4.11: Perfil de temperaturas para el ejemplo 4.

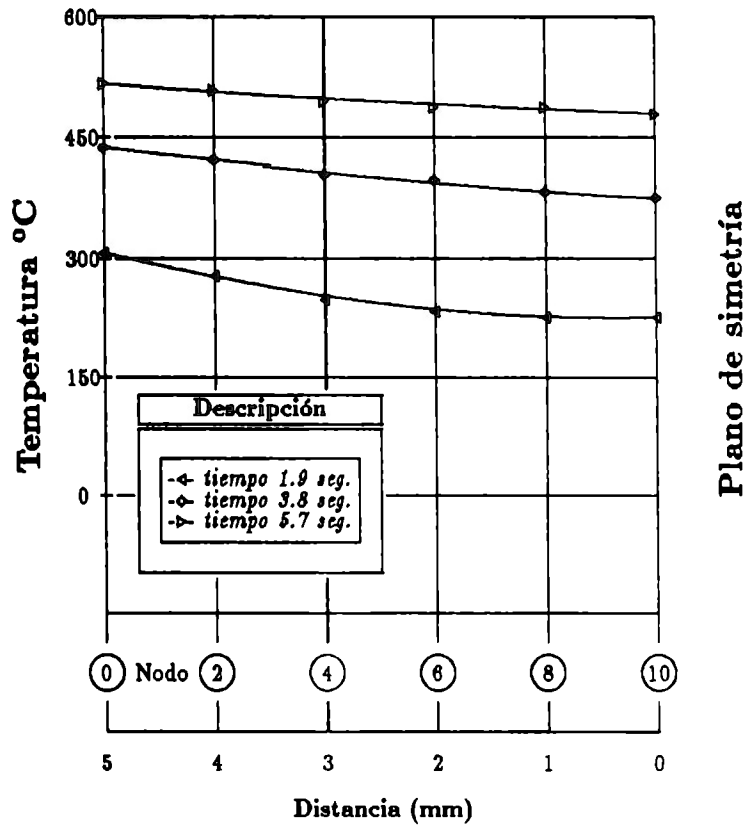


Figura 4.12: Gradientes térmicos para el ejemplo 5.

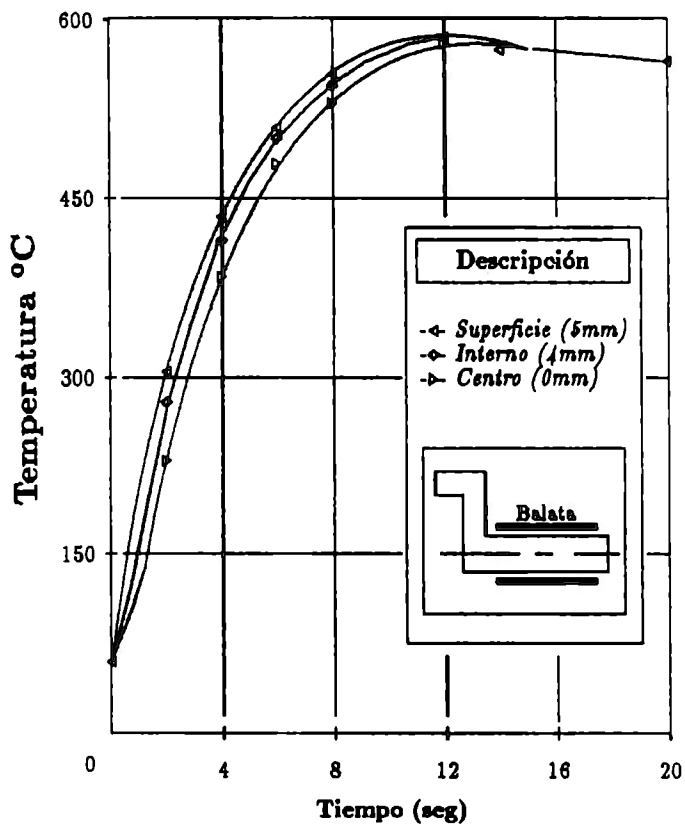


Figura 4.13: Perfil de temperaturas para el ejemplo 5.

## Discusión

Uno de los objetivos de esta tesis, es el discutir las condiciones térmicas que favorecen la formación de grietas en los discos; por esta razón será importante conocer la resistencia al calor que tengan las fundiciones grises.

En condiciones de altas temperaturas, la fractura de una fundición puede resultar de: oxidación, crecimiento (cambio de dimensiones en forma irreversible) y falla mecánica [3].

A temperaturas menores a  $450^{\circ}C$ , el ataque que sufre la fundición por oxidación o por crecimiento es muy pequeño, siendo improbable que se fracture el material.

Con temperaturas de  $450$  a  $550^{\circ}C$ , el daño que sufre el material por oxidación es despreciable, sin embargo con tiempos prolongados de exposición es muy probable que ocurra la falla por crecimiento.

Este problema se puede evitar empleando  $1.5\%$  de silicio, lo cual es común en la composición de los discos de frenos. Utilizar matrices ferríticas también elimina la posibilidad de la fractura por crecimiento.

A temperaturas de  $550$  a  $750^{\circ}C$ , la velocidad de oxidación de una fundición es baja pero apreciable.

El crecimiento y la oxidación son importantes en este rango de temperaturas, sin embargo hay que tener en mente dos cosas: una es que difícilmente el disco de frenos alcanzará tales temperaturas, y segundo los daños ocasionados por estos problemas serán considerables después de muchas semanas, quizá años, bajo condiciones constantes.

Finalmente, la fractura mecánica puede ser causada por: crecimiento diferencial, por utilizar una fundición inadecuada para la carga requerida, o por carga térmica.

Una falla puramente mecánica, puede evitarse únicamente conociendo la carga a la cual se va a someter el material por un tiempo prolongado a una temperatura

dada.

La fractura por carga térmica puede ocurrir como resultado de dos fenómenos: choque térmico y/o fatiga térmica. El choque térmico se presenta en una sola aplicación del flujo de calor y el subsecuente enfriamiento produciéndose la falla. La fatiga térmica se presenta en una serie de ciclos de calentamiento y enfriamiento hasta que ocurre la falla. En ambos fenómenos los esfuerzos térmicos juegan un papel muy importante dentro del mecanismo de fractura, siendo éste como sigue: El calor generado por la fricción durante el frenado provocará la dilatación del disco, siendo mayor la expansión en su superficie que en su interior.

Durante el enfriamiento del disco el interior del mismo asumirá sus dimensiones originales, en contraste, la superficie experimentará una contracción térmica, originándose esfuerzos de tensión que causan la formación de grietas.

La Tabla 4.5 contiene los esfuerzos térmicos calculados con los gradientes de temperatura obtenidos con nuestro código utilizando la siguiente expresión [3]

$$\epsilon = \frac{E\alpha\Delta T_{\epsilon}}{1 - \mu} \quad (4.4)$$

donde  $\epsilon$  es el esfuerzo térmico,  $\Delta T_{\epsilon}$  es la diferencia de temperaturas entre la superficie y el centro del disco,  $E$  es el módulo elástico,  $\mu$  es la relación de Poisson y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica.

De los resultados observamos lo siguiente:

- Para los dos primeros segundos del frenado, hay esfuerzos tan intensos que pueden fracturar un disco de frenos.
- Para 7.7 segundos de aplicados los frenos, hay casos en los que los esfuerzos son del orden del máximo permisible (30 MPa, factor de seguridad 1/5).
- En el frenado de un auto, independientemente que éste sea brusco o no, los discos de frenos siempre estarán sometidos a un esfuerzo térmico, por tanto

<i>Esfuerzos térmicos MPa.</i>					
<b>Tiempo</b> (seg)	<b>Ejemplo</b>				
	1	2	3	4	5
2.2	151.413	111.837	124.820	107.000	125.885
5.5	40.205	25.561	79.782	57.633	66.396
7.7	4.454	0.811	40.537	22.943	40.520

**Tabla 4.5: Esfuerzos térmicos en el disco**

será importante considerar el papel que tome la fatiga térmica en la fractura de estos.

Concluyendo este capítulo, para que un disco de frenos no se fracture durante el frenado brusco de un vehículo, además de soportar las presiones locales por parte de las balatas deberá resistir importantes esfuerzos térmicos.

# Capítulo 5

## Conclusiones

Toda la información que contiene esta tesis fue recopilada y ordenada cuidadosamente, buscando siempre que proporcionara información útil para estudiar la influencia de los gradientes térmicos en la fractura de los discos de frenos automotrices.

Para la culminación de la misma, se decidió que este capítulo contemplara dos secciones: la primera tratará las desventajas del modelo desarrollado; la segunda sección recomendaciones relacionadas con el código y manufactura de los discos.

### 5.1 Desventajas del Modelo

No obstante que el modelo desarrollado es una herramienta muy útil para el estudio de la influencia de los gradientes térmicos en la fractura de los discos para frenos, éste puede mejorarse aún si se consideran los siguientes aspectos:

**Mecánico:** El modelo no cuenta con una función que determine la energía térmica generada durante el frenado en términos de: ejes, flecha, relaciones de transmisión, bloqueo de llantas, presión ejercida por las balatas, o la eficiencia mecánica de fuerzas friccionales; tampoco utiliza algún término que exprese el calor generado en el motor.

**Experimental:** El modelo no cuenta con correlaciones experimentales para determinar el coeficiente convectivo del aire, especial para un modelo de auto, además de no incluir un parámetro que describa como influye la presencia de una película de material (formada por la acumulación de partículas originadas por la fricción), entre las superficies de la balata y el disco, en la magnitud del calor generado durante el frenado [13].

## 5.2 Recomendaciones

Acerca de los resultados reportados en esta tesis, se obtuvieron con un código hecho en Turbo Pascal (v 6.0) y en Turbo C (v 2.0) usando una computadora convencional. Para formular un código utilizando la información mostrada en este trabajo, no se requerirá de una configuración especial (coprocesador matemático o gran capacidad de memoria RAM), pudiéndose emplear otros lenguajes como BASIC, ADA o FORTRAN.

Si éste es el caso, el incluir en el código numérico funciones con términos mecánicos, de fricción o estudios experimentales, harán más realistas los resultados obtenidos.

Respecto a la manufactura de discos para frenos, los materiales seleccionados para su fabricación deberán proporcionar condiciones óptimas de temperatura, por



**esta razón será importante tomar en cuenta lo siguiente:**

- **Cualquier modificación en la composición de los discos que reduzca la diferencia de temperaturas entre la superficie y su interior podrá aumentar su resistencia a la fractura.**
- **Será deseable utilizar de 3.7 a 4% de carbono para mejorar la conductividad térmica de los discos, usando 0.5 a 0.6% de molibdeno y 1.4 a 2% de silicio para mejorar su resistencia mecánica.**
- **Para fundiciones donde se incluya molibdeno en la composición, el contenido de fósforo deberá ser menor a 0.08 % para evitar la formación de un complejo carburo/fosfuro, lo cual materialmente aumenta el riesgo de fractura por choque térmico [3].**
- **Se recomienda que la matriz del material empleado en los discos contenga un máximo de 30 % de ferrita, esto además de proporcionar una buena conductividad térmica, mejorará el rectificado de los mismos [3],[14].**
- **La matriz del material deberá tener coeficientes de expansión térmica uniformes, esto evitará que la presencia de esfuerzos térmicos locales promueva el agrietamiento de los discos [14].**

# Apéndice A

## Código Desarrollado

---

Tesis.Pas

---

(versión en Turbo Pascal)

```
Program Tesis;
```

```
Uses Crt;
```

---

Módulo de datos

---

```
{ Define constantes utilizadas por el programa }
```

```
Const
```

```
Difusividad_Disco=1.586938711E-05; {(m2/s)} {Propiedades físicas}
```

```
Conductividad_Disco=48.4484759; {(W/mK)}
```

```
Densidad_Disco=7289.59052; {(Kg/m3)}
```

```
L_Característica=0.5/100; {(m)}
```

```
Calor_Específico_Disco=418.54804; {(J/Kg C)}
```

```
Conductividad_Balata=1.211211897; {(W/mK)}
```

```

Densidad_Balata=2595.414649;      {(Kg/m3)}
Calor_Especifico_Balata=1464.91814;{(J/Kg C)}
Pi          =3.14159;
Espacio     =0.5/1000;             {(m)}    {Condiciones de frenado}
Intervalo   =1.9;                 {(Seg)}
T_Ambiente  =60.0;                {(C)}
V_Inicial=150+(1/3600)*1000;      {(m/s)}
R_Rueda=0.2875;                   {(m)}
M_Auto=1100.0;                    {(Kg)}   {Momentos de inercia}
M_Inercia_Neumático=0.283203125;  {(Kg m2)}
M_Inercia_Disco=0.028285312;      {(Kg m2)}
M_Inercia_Rin=0.06125;            {(Kg m2)}
T_Frenado=15.0;                   {(Seg)}
T_Análisis=25;                    {(Seg)}
Boltzmann=5.67E-08;               {(W/m2 K4)}
H_Ambiente=20.0;                  {(W/m2 K)}
Area=0.025632254;                 {(m2)}

```

{Definición de variables utilizadas en este programa:}

Var

```

T0 , T1, T2, T3, T4, T5, T6:Real;
T7, T8, T9, T10           :Real;
T01,T11,T21,T31,T41,T51,T61:Real;
T71,T81,T91,T101         :Real;
TE0,TE1,TE2,TE3,TE4,TE5,TE6:Real;
TE7,TE8,TE9,TE10         :Real;
Tiempo                    :Real;

```

```

{***** Propiedades físicas *****}
{***** del aire *****}

```

{Define una función para calcular la densidad (Kg/m<sup>3</sup>)}

Function Densidad:Real;

Begin

Densidad:=1.23025-2.735E-03\*T\_Ambiente;

End;

{Define una función para calcular la viscosidad (Kg/m seg)}

Function Viscosidad:Real;

Begin

Viscosidad:=1E-06\*Exp(2.361494109+0.158749954\*Ln(T\_Ambiente));

End;

{Define una función para calcular el calor específico (J/Kg C)}

Function C\_Específico:Real;

Begin

C\_Específico:=1000\*(1.003714286+7.744360902E-05\*T\_Ambiente);

End;

{Define una función para calcular la conductividad (W/m C)}

Function Conductividad\_Aire:Real;

Begin

Conductividad\_Aire:=1E-03\*(24.29636943+0.069633757\*T\_Ambiente);

End;

```

{***** Funciones auxiliares del módulo *****}
{***** de cálculo *****}

{Define una función para calcular el número de Reynolds}

Function Reynolds(T,D:Real):Real;
Var Aceleración:Real;
Begin
  Aceleración:=0.0;
  Aceleración:=(0.0-V_Inicial)/T_Frenado;
  Reynolds:=(V_Inicial+Aceleración*T)*Densidad*D/
  Viscosidad;
End;

{Define una función para obtener el coeficiente convectivo}
{en la cara no aletada del disco}

Function H_Convectivo1(T:Real):Real;
Var Número:Real;
Begin
  Número:=0.0;
  If T>=T_Frenado Then
    Begin
      Número:=H_Ambiente
    End
  Else
    Begin
      If (Reynolds(T,0.24)>240000.0) Then
        {Calcula h para Reynolds superiores a 240000}
        Begin
          Número:=0.04*Exp(0.8*Ln(Reynolds(T,0.24)))*Conductividad_Aire/0.24
        End
      End
    End
  End
End

```

```

End
    Else {Calcula h para Reynolds menores a 240000}
Begin
    Número:=0.7*Exp(0.55*Ln(Reynolds(T,0.24)))*
    (Conductividad_Aire/0.24);
    If Número<H_Ambiente Then
    Begin
        Número:=H_Ambiente;
    End;
End;
    End; {End del If para tiempo}
H_Convectivo1:=Número;
End;

{Define una función para calcular la fuente de calor en la}
{superficie del disco}

Function Fuente(T:Real):Real;
Var Aceleración,Número:Real;
Begin
    Aceleración:=0.0;
    Número:=0.0;
    Aceleración:=(0-V_Inicial)/T_Frenado;
    If (T<T_Frenado) Then
    Begin
        Número:=(1/(1+Sqrt(Densidad_Balata*Calor_Específico_Balata*
        Conductividad_Balata/(Densidad_Disco*Calor_Específico_Disco*
        Conductividad_Disco))))*(1/(Area))*Sqr(V_Inicial+Aceleración*T)*
        (4*M_Inercia_Neumático+4*M_Inercia_Disco+4*M_Inercia_Rin+
        M_Auto*Sqr(R_Rueda))/(16*Sqr(R_Rueda)*Intervalo);
        Fuente:=Número;
    End;
End;

```

```

End
  Else
  Begin
    Fuente:=0.0;
  End;
End;

```

{Definición de una función para obtener el número de Biot}

```

Function Biot(T:Real):Real;
Begin
  Biot:=H_Convectivo1(T)*Espacio/Conductividad_Disco;
End;

```

{Definición de una función para obtener el número de Fourier}

```

Function Fourier:Real;
Begin
  Fourier :=Difusividad_Disco*Intervalo/Sqr(Espacio);
End;

```

{Definiciones de funciones para el cálculo de temperaturas nodales}

{\*\*\*\*\* Formulación implícita \*\*\*\*\*}

```

Function T_Implícita(A,B,C:Real):Real;
Begin
  T_Implícita:=(1/(1+2*Fourier))*(B+Fourier*(A+C));

```

End;

```
Function TS_Implicita(A,B,T:Real):Real;
Var Número:Real;
Begin
  Número:=0.0;
  Número:=(1/(1+2*Fourier+2*Biot(T)*Fourier))*  
    2*Fourier*(A+Biot(T)*T_Ambiente+Fuente(T)*  
    (Espacio/Conductividad_Disco)-0.55*  
    Boltzmann*(Exp(4*Ln(B+273))-  
    Exp(4*Ln(T_Ambiente+273))))*  
    (Espacio/Conductividad_Disco))+B);
  TS_Implicita:=Número;
End;
```

{ Definición del procedimiento de cálculo e impresión }

---

Módulo de impresión  
en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

---

```
Procedure Cálculo;
Var
  Cuenta:Integer;
  Texto :Text;

Begin
  Tiempo:=0.0; {Inicializa las variables y}
{Condiciones de frontera. }
```



```

Cuenta:=0;
Assign(Texto,'DiscoB.Tex'); {Abre el archivo}
Rewrite(Texto);
Writeln(Texto,'\documentstyle{artículo}');
Writeln(Texto,'\textwidth=6.45in');
Writeln(Texto,'\textheight=8.5in');
Writeln(Texto,'\voffset=-0.9875in');
Writeln(Texto,'\hoffset=-0.925in');
Writeln(Texto,'\parskip6pt');
Writeln(Texto,'\def\baselinestretch{0.2}');
Writeln(Texto,'\begin{document}');
Writeln(Texto,'\thispagestyle{empty}');
Writeln(Texto,'\begin{center}');
Writeln(Texto,'\Huge Resultados:');
    \framebox{\displaystyle{\cal CORRIDA:A}});
Writeln(Texto,'');
Writeln(Texto,'\begin{tabular}{|c|c|c|c|c|c|c|}');
Writeln(Texto,'\hline ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{7}{|c|}{\bf Planteamiento implícito} \\ ');
Writeln(Texto,'\hline ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{4}{|c|}{Velocidad(m/s):',V_Inicial:6:4,'} & ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{3}{c|}{Masa(Kg):',M_Auto:8:2,'} \\ ');
Writeln(Texto,'\hline ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{7}{|c|}');
    {\it Temperaturas nodales para un disco de frenos} \\ ');
Writeln(Texto,'\hline ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{1}{|c|}{t_{(seg)}} & ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{1}{c|}{T_0} & \multicolumn{1}{c|}{T_2} & ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{1}{c|}{T_4} & \multicolumn{1}{c|}{T_6} & ');
Writeln(Texto,'\multicolumn{1}{c|}{T_8} & \multicolumn{1}{c|}{T_{10}} \\ ');
Writeln(Texto,'\hline ');

```

```

T0:=T_Ambiente;T1:=T_Ambiente;T2:=T_Ambiente;T3:=T_Ambiente;
T4:=T_Ambiente;T5:=T_Ambiente;T6:=T_Ambiente;T7:=T_Ambiente;
T8:=T_Ambiente;T9:=T_Ambiente;T10:=T_Ambiente;
TE0:=T_Ambiente;TE1:=T_Ambiente;TE2:=T_Ambiente;TE3:=T_Ambiente;
TE4:=T_Ambiente;TE5:=T_Ambiente;TE6:=T_Ambiente;TE7:=T_Ambiente;
TE8:=T_Ambiente;TE9:=T_Ambiente;TE10:=T_Ambiente;

Writeln(Texto,Tiempo:7:4,' & ',TE0:7:4,' & ',TE2:7:4,' & ',TE4:7:4,' & ',
TE6:7:4,' & ',TE8:7:4,' & ',TE10:7:4,' \\ ');
Writeln(Texto,'\hline ');

```

---

**Módulo de cálculo**

---

{Temperaturas con planteamiento implícito}

Repeat

  If (Tiempo > 0.0) Then

    Begin {Algoritmo de Gauss-Seidel}

      Repeat

        T01:=TE0;TE0:=TS\_Implicita(TE1,T0,Tiempo);

        T11:=TE1;TE1:=T\_Implicita(TE0,T1,TE2);

        T21:=TE2;TE2:=T\_Implicita(TE1,T2,TE3);

        T31:=TE3;TE3:=T\_Implicita(TE2,T3,TE4);

        T41:=TE4;TE4:=T\_Implicita(TE3,T4,TE5);

        T51:=TE5;TE5:=T\_Implicita(TE4,T5,TE6);

        T61:=TE6;TE6:=T\_Implicita(TE5,T6,TE7);

        T71:=TE7;TE7:=T\_Implicita(TE6,T7,TE8);

        T81:=TE8;TE8:=T\_Implicita(TE7,T8,TE9);

        T91:=TE9;TE9:=T\_Implicita(TE8,T9,TE10);

        T101:=TE10;TE10:=T\_Implicita(TE9,T10,TE9);

      Until ((Abs(T01-TE0)<0.001) And (Abs(T11-TE1)<0.001) And

```

(Abs(T21-TE2)<0.001) And (Abs(T31-TE3)<0.001) And
(Abs(T41-TE4)<0.001) And (Abs(T51-TE5)<0.001) And
(Abs(T61-TE6)<0.001) And (Abs(T71-TE7)<0.001) And
(Abs(T81-TE8)<0.001) And (Abs(T91-TE9)<0.001) And
(Abs(T101-TE10)<0.001 ); {Criterios de convergencia}

```

```

WriteLn(Texto,Tiempo:7:4,' & ',TE0:7:4,' & ',TE2:7:4,' & ',TE4:7:4,' & ',
TE6:7:4,' & ',TE8:7:4,' & ',TE10:7:4,' \\ ');
WriteLn(Texto,'\hline ');

```

```
End;
```

```

Tiempo:=Tiempo+Intervalo; {Incrementa el tiempo}
T0:=TE0;T1:=TE1;T2:=TE2;T3:=TE3;T4:=TE4;T5:=TE5;T6:=TE6;
T7:=TE7;T8:=TE8;T9:=TE9;T10:=TE10;

```

```

Until (Tiempo >= T_Análisis ); {Compara hasta cumplir con el}
{Tiempo de análisis.}
{Termina módulo de cálculo}
WriteLn(Texto,'\end{table} ');
WriteLn(Texto,'\end{center} ');
WriteLn(Texto,'\end{document} ');
Close(Texto); {Termina módulo de impresión}
End;

```

```
{***** Principal *****}
```

```

Begin
  Cálculo;
End.

```

# Bibliografía

- [1] M. Alonso. *Física*, volumen 1. Fondo Educativo Interamericano, México, 1971.
- [2] T.L Anderson. *Fracture Mechanics*, capítulos 1,2,3. CRC Press, United States, 1991.
- [3] H. Angus. *Cast Iron*, capítulos 1,2,4. Butterworths, Great Britain, 1978.
- [4] A. Chapman. *Heat Transfer*, capítulos 1,2,3,4,5. Macmillan, New York, cuarta edición, 1974.
- [5] Emil Liebermann Galleguillos. *Análisis de Fractura de Discos para Frenos de Automóviles Golf y Jetta*. Reporte Técnico, ITESM-CEM, 1992.
- [6] F. Incropera. *Introduction to Heat Transfer*, capítulos 3,4,5. John Wiley, United States, 1985.
- [7] B.V Karlekar. *Transferencia de Calor*. Interamericana, México, segunda edición, 1986.
- [8] D.Q Kern. *Procesos de Transferencia de Calor*, capítulos 1,2,3. CECSA, México, novena edición, 1974.
- [9] E. Lawrence. *Procesos de Manufactura y Materiales para Ingenieros*, capítulos 2,8. McGraw-Hill, 1985.

- [10] H. Metzler. *The Brake Rotor-Friction partner of Brake Linings. A B S. Traction Control and Brake Components; S A E. Global Mobility Database, 1990.*
- [11] Robert Resnick. *Física, capítulos 8,9. CECSA, México, 1985.*
- [12] J. A Schey. *Tribology in Metal Working, Friction, Lubrication and Wear, capítulos 1,2,13. A S M.*
- [13] H.S. Tsang Seong K. Rhee, G. Jacko Michael. *The Role of Friction Film in Friction, Wear, and Noise of Automotive Brakes. A B S. Traction Control and Brake Components; S A E. Global Mobility Database, 1990.*
- [14] Mibe Takahiro Yoshio Jimbo and Akiyama Kouchi. *Development of High Thermal Conductivity Cast Iron for Brake Disk Rotors. A B S. Traction Control and Brake Components; S A E. Global Mobility Database, 1990.*