Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Ciudad de México

Comportamiento del tipo de cambio en una economía estocástica abierta con saltos

Doctorado en Administración

Tesis presentada por
Pablo Pérez Akaki

Asesor: Dr. Francisco Venegas Martínez

Noviembre 2004

RESUMEN

En este trabajo se construye un modelo macroeconmico a partir de la descripción de las variables económicas como modelos de difusión con saltos Poisson, lo que permite de manera natural ofrecer descripciones de los efectos que tienen, en el equilibrio económico del tipo de cambio y la inflación, la incertidumbre y los saltos discontinuos que las variables exógenas presentan.

El trabajo también tiene una sección final donde se prueba empíricamente el modelo con la finalidad de mostrar la utilidad de éste en la descripción de las variables económicas.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

INTRODUCCIÓN

Desde la década de los setenta un nuevo paradigma de desarrollo ha venido cobrando importancia en el mundo, el de la apertura económica y el crecimiento hacia afuera. Este paradigma se ha manifestado en una desrregulación y liberalización de los mercados de bienes, servicios y financieros internacionales, una internacionalización de las empresas dominantes en todos los sectores económicos, en una transformación del papel del gobierno hacia una menor intervención económica y, consecuentemente, un impulso al sector privado en la producción y en un avance mayúsculo de las comunicaciones y los sistemas de información, entre otros. Todo esto representa que hoy más que nunca las economías del mundo se encuentran en una situación de gran dependencia, tanto en el aspecto comercial como laboral y financiero. Es por ello que en los últimos años el estudio de las economías abiertas ha despertado el interés de una gran cantidad de académicos (y no solamente de éstos).

Diversos aspectos han interesado particularmente a los académicos dedicados al estudio de las economías internacionales: el flujo comercial, los efectos de la apertura, los requerimientos de capital externo necesarios para financiar el desarrollo de los paises, el grado de dependencia del exterior, el comportamiento del tipo de cambio y la elección del régimen que cada país deberá mantener con respecto a su moneda, entre otros.

El tema del tipo de cambio es uno de los más interesantes y discutidos, dada su gran importancia, pues de su comportamiento dependen no solamente los exportadores e importadores, sino también se afecta a los ahorradores, a los trabajadores internacionales, a los gobiernos y, en general, a todos los consumidores y productores de un país. Ésta es entonces la variable que mayor impacto tiene en la población de manera directa y ese es también el interés de este trabajo.

El desarrollo histórico del estudio sobre el comportamiento del tipo de cambio ha pasado de interpretar esta variable como una herramienta económica que permite igualar los flujos de capital de los países consecuencia de ofertas y demandas de la moneda, los llamados modelos de flujos y vigentes hasta la década de los sesentas, cuando dieron paso a una nueva interpretación, ser una variable que permitía igualar los acervos de capital en las diferentes economías, donde además se incorporaban ya el comportamiento de otras variables económicas como la inflación, los agregados monetarios y la producción. Estos modelos han sido denominados modelos monetarios y entre sus grandes representantes se encuentran Mussa (1976), Dornbusch (1976) y Frankel (1979).

Posteriormente, ya entrados en la década de los ochenta, el tipo de cambio adquirió un nuevo papel, considerándose que además debía incorporar a los mercados financieros y la rentabilidad que los diferentes activos de inversión ofrecen dentro y fuera de los países y que se afectan por su comportamiento, a lo que se ha llamado los modelos de portafolios balanceados, siendo éste el paradigma económico actual. Algunos de los estudiosos que presentaron estos modelos inicialmente son Frankel (1983, 1984), Hooper y Morton (1982) y Hacche y Towned (1983).

Paralelamente al desarrollo de la modelación del tipo de cambio, el instrumental matemático para modelar esta variable ha tenido también un importante desarrollo, pasando de la solución de sistemas de ecuaciones, a las ecuaciones diferenciales y llegando actualmente a los sistemas de ecuaciones diferenciales, los modelos de optimización dinámica y los procesos estocásticos de procesos continuos de difusión y saltos.

La modelación de los saltos en finanzas tiene una camino recorrido, partiendo de los modelos ARCH de Engle (1982) y Bollerslev (1986) que consideran que el camino para aminorar el exceso de kurtosis de los rendimientos de los activos financieros es la varianza condicional autorregresiva. Un ejemplo actual de este tipo de modelos aplicados al tipo de cambio utilizando modelos multivariados latentes ARCH es el trabajo de Chang y Kim (2001). Venegas-Martínez (2001) prueba que en el mercado mexicano también se observa no normalidad, lo cual puede ser modelado por procesos de saltos.

La literatura macroeconómica registra la incorporación de los modelos de difusión a partir de los trabajos de Turnovsky (1993), Grinols y Turnovsky (1994), Turnovsky (1997), Cao(2001), Osang y Turnovsky (2001), Turnovsky y Chattopadhyay (2003).

La modelación del tipo de cambio como procesos de difusión con saltos incluyen los trabajos de Akgiray y Booth (1988), Park, Ahn y Fujihara (1993), Ball y Roma (1993), Beine y Laurent (2003), donde estos últimos prueban la influencia en el tipo de cambio de las intervenciones de la autoridad monetaria.

Congruente con el resultado de Rogers (1999), el modelo propuesto en este trabajo muestra que existen choques monetarios que son relevantes para explicar los saltos en el tipo de cambio. Otros choques que generan saltos son la tecnología, los gustos y las políticas comerciales y fiscales (Stockman, 1988).

Se ha probado que la modelación por medio de saltos permite resolver algunas de las deficiencias de los modelos lineales, permitiendo capturar algunos efectos no lineales en el comportamiento de las variables económicas, tal como Das (2002) lo prueba en el caso de las tasas de interés. Algunas razones que se utilizan para explicar los saltos en el mercado de dinero son los choques a la demanda, la frecuencia de la información, efecto que genera una asimetría de la información y con ello un impacto brusco en el mercado, la intervención exógena en el mercado por las autoridades, tales como los choques en la oferta. Estas causas de saltos en las tasas de interés afectan en mayor medida las tasas de corto plazo, como es razonable suponer.

La hipótesis de este trabajo es que los saltos en el tipo de cambio obedecen a procesos económicos que pueden ser parcialmente controlados, entre ellos las políticas monetaria, fiscal y comercial y los procesos de difusión con saltos pueden ser una herramienta adecuada para esta modelación.

El objetivo de este trabajo consiste en la construcción de un modelo macroeconómico que permita modelar endógenamente el comportamiento del tipo de cambio, a partir de las variables exógenas al modelo, que siguen procesos de difusión con saltos, permitiendo con ello explicar el comportamiento discontinuo del tipo de cambio que la literatura empírica ha reconocido.

Para conseguir este objetivo se desarrollará en el capítulo primero las herramientas matemáticas necesarias para el desarrollo del modelo y la estimación empírica del modelo a desarrollar; en el capítulo dos se abordarán los diferentes modelos que se han utilizados para describir el tipo de cambio, partiendo de los modelos de flujos hasta los modelos estocásticos, para así pasar al capítulo tres donde se propone teóricamente el modelo estocástico con saltos y en el capítulo cuatro se ofrecerán algunas pruebas con datos de la economía mexicana del modelo propuesto. Finalmente se proponen las conclusiones del trabajo.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

1.1. Resumen

En este capítulo se presentarán las definiciones matemáticas y los principales resultados que serán utilizados durante todo el trabajo, ofreciendo de esta manera elementos que permitan analizar el comportamiento económico de las variables de interés, específicamente tipo de cambio e inflación, de una manera más agil.

El contenido del capítulo se centra, en primer lugar, en los procesos de difusión, muy conocidos en la literatura financiera, pero recientemente introducidos en macroeconomía para la descripción de modelos dinámicos.

En prinicipio se establecerán algunas primeras definiciones básicas sobre procesos estocásticos de markov, después se abordarán el movimiento browniano donde se presentarán algunos resultados importantes y posteriormente se introducirán los movimientos brownianos con saltos, propuestos originalmente por Merton (1973). Posteriormente se aboradarán algunos elementos simples de optimización dinámica y después se propone la metodología a seguir para la optimización de procesos de difusión con saltos.

En segundo lugar, se presentan las herramientas desarrolladas para la optimización dinámica de procesos continuos utilizados en economía para elegir las rutas dinámicas óptimas de las variables de interés. Se presentan aquíla condición de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) que rige para la optimización de modelos dinámicos de difusión y saltos.

En tercer lugar, se presentan los fundamentos del sistema de regresión por el método generalizado de momentos (MGM), herramienta que servirá para probar empíricamente el modelo. Se particularizará sobre un modelo de estimación espectral que se utiliza actualmente para estimar los parámetros de un proceso de difusión con saltos.

El capítulo de ninguna manera pretende ser exhaustivo sobre la vasta literatura que existe sobre estos temas, sino que solamente pretende aportar los elementos que posteriormente serán utilizados en la solución del modelo macroeconómico, que es el tema central de todo este trabajo.

1.2. Procesos de difusión

1.2.1. Definiciones y caso general

De forma general, un proceso estocástico de Markov puede ser entendido como un tipo especial de proceso estocástico en donde solamente la última observación es útil para predecir el futuro, siendo irrelevantes las observaciones anteriores. Dichos procesos pueden ser modelados en forma discreta o continua, lo que implica que habrá, en el primer caso, una cantidad numerable de resultados, mientras que en el segundo, los resultados no pueden ser numerados.

Conviene presentar ahora una advertencia sobre la notación que se utilizará en el desarrollo de este capítulo y los posteriores cuando se hable de un proceso de difusión, para los cuales se utilizará el término X_t como un proceso continuo, aún cuando la notación debería ser $X(t)$. La razón es la congruencia con la mayoría de las publicaciones sobre el tema, que han adoptado esta notación y que como una muestra se remite al libro de Karatzas y Shreve (1988) sobre cálculo estocástico, lo cual, sin duda alguna representa un abuso de la notación.

Se presentan ahora tres definiciones que serán utilizadas en el resto de este apartado, que definen lo que es un proceso estocástico continuo, una filtración y un proceso adaptado.

Definición 1. En tiempo continuo, un proceso estocástico en un espacio E que tiene asociada una σ-algebra ϵ es una familia $(X_t)_{t\in\Re^+}$ de variables aleatorias definidas en un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ con valores en un espacio medible (E, ϵ).

Definición 2. Considérese un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$, una filtración $(\mathcal{F}_t)_{t\geq t}$ es una familia creciente de $\sigma-$álgebras incluidas en $\mathcal{A}$. Consecuentemente, se dice que un proceso $(X_t)_{t\geq 0}$ está adaptado a una filtración $(\mathcal{F}_t)_{t\geq t}$ si $(X_t)_{t\geq 0}$ es medible en $\mathcal{F}_t$ para toda t.

Un tipo de proceso estocástico de importancia mayúscula para este trabajo es un movimiento browniano, proceso que se ha convertido en el punto de partida de la gran mayoría de modelos financieros que describen el comportamiento de acciones, tasas de interés y tipos de cambio.

Un movimiento browniano se define como un proceso estocástico de tiempo continuo $(X_t)_{t\geq 0}$ con incrementos independientes y estacionarios, es decir:

- Continuidad: La función $s \to X_s(w)$ es continua.
- Incrementos independientes: Si $s \leq t$, $X_t - X_s$ es independiente de $\mathcal{F}_s = \sigma(X_u, u \leq s)$.
- Incrementos estacionarios: Si $s \leq t$, $X_t - X_s$ y $X_{t-s} - X_0$ tienen la misma función de probabilidad.

Si $(X_t)_{t\geq 0}$ es un movimiento browniano, entonces $X_t - X_0$ es una variable aleatoria normal con media rt y varianza $\sigma^2 t$, donde r y σ con constantes reales. Particularmente el movimiento browniano es estándar si $X_0 = 0$, $E(X_t) = 0$ y

$E(X_t^2) = t$, lo que implica que X_t tiene una función de probabilidad

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \exp\left(-\frac{x^2}{2t}\right) dx$$

Sea $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}, \mathbf{P})$ un espacio de probabilidad filtrado y $(W_t)_{t\geq 0}$ es un movimiento browniano. Entonces, $(X_t)_{0\leq t\leq T}$ es un proceso de Ito si puede ser escrito como

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s, \tag{1.2.1}$$

donde

- X_0 es $\mathcal{F}_0$-medible
- $(K_t)_{0\leq t\leq T}$ y $(H_t)_{0\leq t\leq T}$ son procesos adaptados $\mathcal{F}_t$
- $\int_0^T \mid K_s \mid ds < +\infty$
- $\int_0^T \mid H_s \mid^2 ds < +\infty$

Este mismo proceso puede ser escrito de la manera siguiente, que es la forma más conocida y que permite entender el proceso de una manera más clara

$$dX_t = K_t dt + H_t dW_t, \tag{1.2.2}$$

donde el término K_t es interpretado como la tendencia, H_t se identifica como la desviación estándar del proceso y dW_t es un movimiento browniano estándar.

Un caso muy común es considerar los parámetros del modelo, K_t y H_t, como constantes, para lo cual se utilizan los parámetros μ y σ, lo cual arroja la expresión siguiente

$$dX_t = \mu dt + \sigma dW_t, \tag{1.2.3}$$

que es la forma más conocida de un proceso de difusión.

A continuación se presenta un teorema de gran importacia que permite identificar la tansformación que sufrirá un proceso de Ito cuando se le aplica una función a el proceso original, mismo que se llama Teorema de Ito o fórmula de Ito:

Teorema 1. Sea $(X_t)_{0\leq t\leq T}$ un proceso de Ito de la forma

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s$$

y sea f un función dos veces diferenciable continua, entonces

$$f(X_t) = f(X_0) + \int_0^t f'(X_s)dX_s + \frac{1}{2}\int_0^t f''(X_s)d\langle X, X\rangle_s, \tag{1.2.4}$$

donde

$$\langle X, X\rangle_t = \int_0^t H_s^2 ds$$

y

$$\int_0^t f'(X_s)dX_s = \int_0^t f'(X_s)K_s ds + \int_0^t f'(X_s)H_s dW_s$$

Ahora, si $(t, x) \to f(t, x)$ es una función la cual es diferenciable dos veces con respecto a x y una vez respecto a t, y si las derivadas parciales son continuas con respecto a (t, x) (es decir, si la función es de clase $C^{1,2}$), la fórmula de Ito se expresa como

$$\begin{aligned} f(t, X_t) = f(0, X_0) &+ \int_0^t f_s'(s, X_s)ds \\ &+ \int_0^t f_x'(s, X_s)dX_s + \frac{1}{2}\int_0^t f_{xx}''(X_s)d\langle X, X\rangle_s \end{aligned} . \nabla \tag{1.2.5}$$

Un caso particular de función utilizada en los procesos de difusión es la función $f(X_t) = \ln(X_t)$ que cuando se utiliza la fórmula de Ito para conocer el comportamiento de ésta, considerando además que los parámetros se establecen como $K_s = \mu X_s$ y $H_s = \sigma X_s$, resulta en el proceso

$$\begin{aligned} \ln(X_t) &= \ln(X_0) + \int_0^t \frac{d(X_s)}{X_s} + \frac{1}{2}\int_0^t \left(-\frac{1}{X_s^2}\right)\sigma^2 X_s^2 ds \\ &= \ln(X_0) + \int_0^t \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) ds + \int_0^t \sigma dW_s \end{aligned} \tag{1.2.6}$$

Dado que los parámetros son constantes, es factible resolver las integrales de manera directa y obtener expresiones sencillas para el comportamiento de $\ln(X_t)$ y X_t, resultando de la manera siguiente

$$\ln(X_t) = \ln(X_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) t + \sigma W_t \tag{1.2.7}$$

y

$$X_t = X_0 \exp\left(\left[\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right] t + \sigma W_t\right), \tag{1.2.8}$$

siendo ésta última una solución para la ecuación (1.2.3).

Proposición 1. Sean X_t y Y_t dos procesos de Ito con la forma

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s$$

y

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t K_s' ds + \int_0^t H_s' dW_s.$$

Entonces,

$$X_t + Y_t = X_0 + Y_0 + \int_0^t (K_s + K_s')ds + \int_0^t (H_s + H_s')dW_s. \tag{1.2.9}$$

Lo que esta proposición indica es que una suma de dos procesos de Ito es a su ves un proceso de Ito con parámetros iguales a la suma de sus componentes.

Proposición 2. Sean X_t y Y_t dos procesos de Ito con la forma

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s$$

y

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t K'_s ds + \int_0^t H'_s dW_s.$$

Entonces,

$$X_t Y_t = X_0 Y_0 + \int_0^t X_s dY_s + \int_0^t Y_s dX_s + \langle X, Y \rangle_s. \tag{1.2.10}$$

donde

$$\langle X, Y \rangle_t = \int_0^t H_s H'_s ds. \nabla \tag{1.2.11}$$

La utilidad de esta proposición radica en que permite describir un nuevo proceso de difusión que es producto de dos procesos, donde el grado de independencia será cuantificado por medio del término expresado en (1.2.11).

Un caso particular es el utilizar el teorema 1 para este producto de variables cuando la función es $\ln(X_t Y_t)$y, definiendo los parámetros $K_s = \mu_X X_s$, $K'_s = \mu_Y Y_s$, $H_s = \sigma_X X_s$, $H'_s = \sigma_Y Y_s$ y $H_s H'_s = \sigma_{XY}$, la ecuación resultante tiene la forma

$$\begin{aligned} \ln(X_t Y_t) = ln(X_0 Y_0) + \left(\mu_X + \mu_Y - \frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}{2} + \sigma_{XY} \right) t \\ + (\sigma_X + \sigma_Y) W_t \end{aligned}. \tag{1.2.12}$$

Finalmente, una última proposición que será útil para definir el comportamiento de dos procesos cuando uno de ellos es el denominador, es decir, cuando se trata de un cociente, el cual se expresa a continuación.

Proposición 3. Sean X_t y Y_t dos procesos de Ito con la forma

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s$$

y

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t K'_s ds + \int_0^t H'_s dW_s.$$

Entonces,

$$X_t/Y_t = X_0/Y_0 + \int_0^t \left(\frac{X_s}{Y_s}\right)\left(\frac{dX_s}{X_s} - \frac{dY_s}{Y_s}\right) + \langle X, 1/Y\rangle_s, \tag{1.2.13}$$

1.2.2. Procesos de difusión con saltos

Sea q un proceso Poisson tal que

$$\mathrm{d}q = \begin{cases} 0 & \text{con probabilidad } 1 - \lambda \mathrm{d}t \\ 1 & \text{con probabilidad } \lambda \mathrm{d}t \end{cases}$$

y por lo tanto el proceso de difusión tiene la forma siguiente

$$\mathrm{d}X_t = X_0 + \int_0^t K_s \mathrm{d}s + \int_0^t H_s \mathrm{d}s + \int_0^t Q_s \mathrm{d}q, \tag{1.2.14}$$

donde Q_s es interpretado como la magnitud del salto, que tiene una probabilidad λ de ocurrir.

A menudo la forma de encontrar este proceso de difusión con saltos en la literatura es la siguiente,

$$dX_t = \mu dt + \sigma dW_t + \nu \mathrm{d}q, \tag{1.2.15}$$

en donde se considera que la tendencia(μ), la varianza(σ) y la magnitud del salto(ν) son constantes.

Ahora, respecto álgebra de este tipo de funciones, se sabe que la suma de los componentes Poisson de un proceso de difusión es a su vez un proceso Poisson con parámetro igual a la suma de los componentes idividuales, pero el producto de los procesos de difusión con un componente de saltos tiene algunas diferencias.

Para ello se tiene una versión del Lema de Ito para el caso de procesos de difusión Poisson:

Proposición 4. *Lema de Ito para procesos de difusión con saltos*

Sea X_t un proceso estocástico cuya diferencial estocástica tiene la forma

$$dX_t = \mu \mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W_t + \nu \mathrm{d}q,$$

Si $f(t, X_t)$ es una función continua con derivadas continuas f_t, f_X y f_{XX}, entonces el proceso $f(t, X_t)$ tiene una diferencial estocástica de la forma

$$\begin{aligned} \mathrm{d}f(t, X_t) = &\left[f_t + \mu f_X + \frac{1}{2}\sigma^2 f_{XX}\right] \mathrm{d}t + \sigma f_X \mathrm{d}W_t \\ &+ [f(t, X_t + \nu) - f(t, X_t)]\mathrm{d}q \end{aligned} . \triangle \tag{1.2.16}$$

Particularmente el proceso

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(X_tY_t) &= X_t\mathrm{d}Y_t + Y_t\mathrm{d}X_t = X_tY_t\left(\frac{\mathrm{d}Y_t}{Y_t} + \frac{\mathrm{d}X_t}{X_t}\right) \\ &= X_tY_t[(\mu_x + \mu_y)\mathrm{d}t + \sigma_x\mathrm{d}W_x + \sigma_y\mathrm{d}W_y + \nu_x\mathrm{d}q_x + \nu_y\mathrm{d}q_y] \end{aligned} \tag{1.2.17}$$

Por otro lado, cuando se quiere calcular el cociente de dos procesos de difusión con saltos, la expresión resulta:

$$\frac{\mathrm{d}X_t}{\mathrm{d}Y_t} = \frac{X_t}{Y_t}[(\mu_x - \mu_y)\mathrm{d}t$$

1.3. Programación dinámica y el cálculo de variaciones

1.3.1. Caso general

La programación dinámica es una técnica que permite optimizar un sistema dinámico en donde existe un grupo de variables llamadas *variables estado* a partir de un conjunto de variables sobre las que se puede influir, llamadas *variables de control*. Cuando la variable tiempo es continua, se tiene un proceso de optimización dinámica continuo.

De acuerdo con el problema de maximización

$$V(s(t), t) = \max \int_t^T v[s(\tau), c(\tau), \tau] d\tau, \qquad (1.3.1)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} \dot{s}(\tau) &= f[s(\tau), c(\tau), \tau] \\ s(t) &= s_t \\ s(T) &= s_T \end{aligned} \quad ,$$

donde $s(t)$ es la variable de estado, $\dot{s}(\tau)$ es el cambio de la variable de estado respecto al tiempo, $c(t)$ es la variable de control, t representa el tiempo definido en el intervalo $[0, T]$, s_0 y s_T son los valores que la variable de estado tomará en los límites, $v[s(t), t]$ es la función de beneficios que depende de la variable de control y de la variable de estado y $V[s(t), t]$ es la función de rendimiento, es decir, el máximo de la función de beneficios una vez que se ha elegido el valor de la variable de control.

Teorema 2: Principio de optimalidad. La función $c(t)^*$, para $t \in [0, T]$, es una solución óptima del problema de optimización (1.3.1) si y solo si $c(t)^*, t \in [t, T]$, satisface el problema

$$\max R_t = \int_t^T v[s(\tau), c(\tau), \tau] d\tau, \qquad (1.3.2)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} \dot{s}(\tau) &= f[s(\tau), c(\tau), \tau], \tau \in [t, T] \\ s(t) &= s^* \\ s(T) &= \bar{s} \end{aligned} \quad ,$$

donde la primera restricción es llamada la ecuación de transición y $f(\bullet)$ se denomina la función de transición.

Entonces, de acuerdo con el principio de optimalidad, se tiene que la condición de optimalidad puede ser expresada como

$$V[s(t),t] = \max_c \left[\int_y^{t+\triangle t} v[s(\tau),c(\tau),\tau]d\tau + V[s(t+\triangle t),t+\triangle t] \right]. \qquad (1.3.3)$$

misma que, cuando $\triangle t$ es suficientemente pequeño se tiene

$$V[s(t),t] = \max_c \{v[s(t),c(t),t]\triangle t + V[s(t+\triangle t),t+\triangle t]\} + O(\triangle t). \qquad (1.3.4)$$

donde $O(\triangle t)$ es una función de términos de mayor orden en $\triangle t$ y cumple la propiedad que $\lim_{\triangle t\to 0} \frac{O(\triangle t)}{\triangle t} = 0$

Asumiendo que V es continuamente diferenciable es posible escribirla como

$$\begin{aligned} V[s(t+\triangle t),t+\triangle t] &= V(s(t),t) + V_s\triangle s + V_t\triangle t + O(\triangle t) \\ &= V(s(t),t) + [V_s\dot{s} + V_t]\triangle t + O(\triangle t) \end{aligned}$$

Ahora, sustituyendo esta última ecuación en (1.3.4) se tiene

$$\begin{aligned} V[s(t),t] = \max_c \{ & v[s(t),c(t),t]\triangle t + V[s(t),t] \\ & + (V_s f[s(t),c(t),t] + V_t)\triangle t\} + O(\triangle t) \end{aligned} \qquad (1.3.5)$$

Simplificando términos de ambos lados de la ecuación, dividiendo entre $\triangle t$ y aproximando $\triangle t \to 0$ se tiene

$$0 = \max_c \{v[s(t),c(t),t] + V_s f[s(t),c(t),t] + V_t\}, \qquad (1.3.6)$$

que es conocida como la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB), que representa la condición de optimalidad de un modelo de control óptimo en tiempo continuo.

Adicionalmente, si se define el Hamiltoniano siguiente

$$H(s,c,\pi,t) = v(s,c,t) + \pi f(s,c,t), \qquad (1.3.7)$$

donde

$$\pi = V_s(s, t), \tag{3.1.8}$$

la ecuación de HJB se expresa como

$$-V_t = \max_{c(t)} H. \tag{1.3.8}$$

1.3.2. Aplicación a un proceso de difusión

Una manera común de presentar la ecuación HJB es por medio de lo que se conoce como el *generador diferencial*, que se presenta en la ecuación (1.3.9) y que permite medir los cambios en la función V cuando se efectúan cambios infinitesimales en el tiempo y, consecuentemente, en la variable de estado ($s(t)$),la cual tiene ahora la forma de un proceso de difusión (como se presentó en la ecuación (1.2.3) y el movimiento browniano es estándar)

$$L_{s(t)}[V[s(t), c(t), t] = \lim_{dt \to 0} \frac{\mathrm{d}V[s(t), c(t), t]}{\mathrm{d}t}, \tag{1.3.9}$$

Entonces, para el caso de un proceso de difusión, la ecuación (1.3.9) se escribe, de acuerdo con el teorema de Ito, de la forma siguiente

$$L_{s(t)}[V[s(t), c(t), t] = \frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 V}{(\partial s)^2}\right)\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)^2, \tag{1.3.10}$$

donde $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s} = f[s(t), c(t), t]$ representa la tendencia del proceso de difusión, $(\frac{\partial V}{\partial t}) = V_t$ y $(\frac{\partial V}{\partial s}) = V_s$ representan las derivadas parciales respecto al tiempo y a la variable de estado de la función V respectivamente; $(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t})^2$ representa la varianza del proceso de difusión [1].

[1] Véase la ecuación (1.2.5).

Finalmente, utilizando el generador diferencial la ecuación HJB (1.3.6) puede escribirse como

$$0 = \max_{c}\{v[s(t), c(t), t] + L_s[V(s(t), c(t), t)] + V_t\}. \tag{1.3.11}$$

1.4. El Método Generalizado de Momentos

1.4.1. Conceptos básicos y el método generalizado de momentos

El Método Generalizado de Momentos (MGM) es una herramienta alternativa de estimación de los parámetros de un modelo de regresión, desarrollada por Hansen (1982) y que representa una metodología que engloba a los mínimos cuadrados ordinarios, variables instrumentales, mínimos cuadrados en dos etapas, estimadores para sistemas de ecuaciones no lineales y estimadores para ecuaciones de modelos dinámicos de expectativas racionales (Hamilton, 1994).

El método generalizado de momentos supone la existencia de un conjunto de condiciones de ortogonalidad de la forma

$$Eh(\theta_0, w_t) = 0, \tag{1.4.1}$$

donde w_t es un vector de variables en el tiempo t, θ_0 es un vector de parámetros desconocidos a estimar y $h(\bullet)$ es una una función vectorial de dimensión r, con $r \geq a$. Entonces, el estimador por el método generalizado de momentos (MGM) de $\hat{\theta}_T$ es el valor de θ que minimiza

$$[g(\theta; Y_T)]'\hat{S}_T^{-1}[g((\theta; Y_T)], \tag{1.4.2}$$

donde

$$g(\theta, Y_T) \equiv (1/T)\sum_{t=1}^{T} h(\theta, w_t), \tag{1.4.3}$$

y $\hat{S}_T$ es un estimado de

$$S = \lim_{T \to \infty}(1/T)\sum_{t=1}^{T}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} E[h(\theta_0, w_t)(h(\theta_0, w_{t-\nu})'] \tag{1.4.4}$$

Las características de los estimadores del MGM son la consistencia y la normalidad asintótica del estadístico $\sqrt{(T)}(\hat{\theta}_{MGM} - \theta) \to N(0, V)$, donde $V = (SD^{-1}S')^{-1}$ y

$$D' = plim\left(\frac{\mathrm{d}g(\theta; X, T)}{\mathrm{d}\theta'}\Big|_{\theta=\theta_T}\right) \tag{1.4.5}$$

1.4.2. Método generalizado de momentos y análisis espectral para la estimación de los parámetros de un proceso de difusión con saltos

Chacko y Viceira (2003) propusieron la estimación de los parámetros de un modelo de difusión con saltos a partir de la metodología de estimación espectral para series de tiempo utilizando el método generalizado de momentos, metodología que se presenta a continuación pues será la que se utilice para la estimación en el último capítulo.

Considérese la función característica de un proceso estocástico X_t cuyo comportamiento en el tiempo se describe como un proceso de difusión con saltos, como se expresa en la ec. (1.2.15) pero con dos términos de salto, tal que pueden diferenciarse los saltos hacia arriba y hacia abajo. La función característica condicional del proceso X_t puede escribirse como:

$$\begin{aligned}\phi(w, \tau; \theta, X_t) &= E[e^{iwX_{t+\tau}}|X_t] \\ &= E[cos(wX_{t+\tau})|X_t] + iE[sen(wX_{t+\tau})|X_t]\end{aligned}, \tag{1.4.6}$$

donde $\tau > 0$, $i = \sqrt{-1}$ y w es una variable dummy real. Esta función característica existe y es única y a partir de ella pueden derivarse los momentos centrales de la función de probabilidad por medio de las derivadas sucesivas.

La función característica condicional puede ser estimada de una forma cerrada para procesos que son *exponencial affine* aún cuando sus funciones de densidad sean desconocidas (Chacko y Das, 2002; Duffie et al, 2000) y casi todos los procesos utilizados en finanzas cumplen esta característica.

La estimación empírica de la función característica puede ser estimada mediante el procedimiento del MGM utilizando la ecuación (1.4.6) que es una expresión que sigue un método espectral, de tal manera que las ecuaciones de regresión pueden estimarse como

$$E[exp(iwX_{t+\tau}) - \phi(w, \tau; \theta, X_t|X_{t+\tau}] = 0, \tag{1.4.7}$$

para toda $w \in \Re$, lo cual define un conjunto de condiciones para los momentos del proceso, ecuaciones que pueden separarse en un conjunto de condiciones reales y un conjunto de condiciones imaginarias, constituyendo entonces un sistema de ecuaciones reales de la forma:

$$\begin{aligned} &E[Re(\exp(iwX_{t+\tau}) - \phi(w, \tau; \theta, X_t)|X_{t+\tau}] \\ &\quad = E[cos(iwX_{t+\tau}) - Re(\phi(w, \tau; \theta, X_t)|X_{t+\tau})] = 0 \end{aligned} \tag{1.4.8}$$

$$\begin{aligned} &E[Im(\exp(iwX_{t+\tau}) - \phi(w, \tau; \theta, X_t)|X_{t+\tau}] \\ &\quad = E[sen(iwX_{t+\tau}) - Im(\phi(w, \tau; \theta, X_t)|X_{t+\tau})] = 0 \end{aligned} \tag{1.4.9}$$

Cuando se tiene un conjunto de variables instrumentales para efectuar la estimación empírica, las ecuaciones (1.4.8) y (1.4.9) pueden escribirse como:

$$E[h(X, t) \odot \epsilon(\theta, w; t)] = 0, \tag{1.4.10}$$

donde $\epsilon(\theta, w; t) = exp(iwX_{t+\tau}) - \phi(w, \tau; \theta, X_t)$ es el vector de condiciones y $h(X, t)$ es un vector columna r-dimensional de variables instrumentales ortogonales a $\epsilon(\theta, w; t)$, para toda $w \in \Re$, expresión que a su vez puede descomponerse en reales e imaginarios, formando un conjunto de ecuaciones reales las cuales, una vez que deban ser estimadas empíricamente, se podrá efectuar mediante la determinación de un conjunto de valores de $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$ que en el análisis espectral se denominan frecuencias, formándose entonces un conjunto de condiciones reales que pueden ser expresadas matricialmente en un vector columna de condiciones de momentos de tamaño $2rn \times 1$ que se observa como

$$E[G(\theta; X, t)] = \begin{pmatrix} Re[h(X, t) \odot \epsilon(\theta, t)] \\ Im[h(X, t) \odot \epsilon(\theta, t)] \end{pmatrix}' = 0, \qquad (1.4.11)$$

La ecuación (1.4.11) tiene una contraparte muestral que puede definirse como

$$g(\theta; X, t) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} G(\theta, X, t_i) \qquad (1.4.12)$$

y la solución de ésta puede ser estimada mediante el método generalizado de momentos espectral (MGMS) a partir de la minimización de la expresión

$$\hat{\theta}_{MGMS} = \min_{\theta}[g(\theta, X, T)' W(\theta; X, T) g(\theta; X, T)], \qquad (1.4.13)$$

donde $W(\theta; X, T)$ es una matriz positiva semidefinida de ponderaciones, que permite obtener estimaciones eficientes de $\hat{\theta}$ cuando se cumple que

$$W(\theta; X, T) = S^{-1}, \qquad (1.4.14)$$

donde S se obtiene a partir de

$$S = \lim_{T \to \infty} TE[g(\theta; X, T) g(\theta; X, T)']. \qquad (1.4.15)$$

El método propuesto hereda las propiedades de los estimadores del MGM, descritas en el punto anterior.

CAPÍTULO 2

MODELOS PARA EL TIPO DE CAMBIO

2.1. Resumen

Hace apenas cuatro décadas los modelos de determinación del tipo de cambio estaban basados en la determinación de los flujos de las diferentes monedas en el mundo, flujos que provenían de la suma de ofertas y demandas de moneda local y doméstica originada por exportaciones e importaciones de bienes y servicios, por los diferenciales de inflación, por las transferencias internacionales y las inversiones entre países.

En estos modelos, llamados por esta razón *modelos de flujos*, los análisis se reducían a entender la cantidad de dólares que entraban y salían de las diferentes economías y en esta actividad comercial se determinaba el tipo de cambio, en respuesta a las diferencias de demanda entre la moneda local requerida por los flujos hacia dentro y la demanda de moneda extranjera requerida por los flujos hacia afuera. Cuando los flujos hacia adentro superaban a los flujos hacia afuera, la moneda local sufria una apreciación y viceversa.

Durante los setenta, a partir de la finalización del sistema de Bretton Woods y de la libre determinación de las monedas, aparecieron nuevos modelos explicando el comportamiento de los tipos de cambio entre monedas. Entonces aparecieron los *modelos monetarios*, en los que se consideraba que el tipo de cambio estaba determinado por los acervos de activos, además de los flujos de moneda entre dos economías.

Los modelos monetarios consideran explícitamente que la cantidad de dinero, las tasas de interés, la inflación y la producción, actuales y esperadas, internas y externas, influyen en la determinación del tipo de cambio y en su futuro comportamiento.

Los supuestos comunes en estos modelos son la existencia de una paridad del poder de compra (PPP) implicando el libre flujo de mercancías en el mundo y por tanto la verificación de la ley de un solo precio que evita el arbitraje internacional y, por otro lado, que se cumple una paridad no cubierta de las tasas de interés, lo que quiere decir que los rendimientos de los bonos internos y externos son idénticos pues se considera que son sustitutos perfectos.

Posteriormente, durante los ochenta, aparecieron los *modelos de portafolio balanceado* que consideraban que los inversionistas nacionales no consideraban ni el dinero como los activos financieros domésticos iguales a los extranjeros, y que por la tenencia de activos externos debía pagarse una prima de riesgo, es decir, los activos financieros y las monedas no son sustitutos perfectos.

Por esta última razón, en los modelos de portafolio balanceado se verifica la paridad cubierta de tasas de interés, lo que significa que existe un libre flujo de capitales más los instrumentos de deuda internos y externos no se consideran sustitutos perfectos.

A continuación se exponen brevemente algunos de los modelos más importantes de los últimos años que describen el comportamiento del tipo de cambio

2.2. Modelos para el tipo de cambio

2.2.1. Modelos de choques exógenos

Los modelos del tipo de cambio desarrollados durante los 70 y 80 se basan en dos supuestos fundamentales: El tipo de cambio puede ser modelado de mejor manera como un activo financiero, lo cual significa que debe ser modelado como un precio que equilibra la oferta y demanda de los acervos de bienes nacionales e importados (anteriormente se modelaba como un precio que equilibraba la oferta y demanda de los flujos de la moneda extranjera.) El segundo supuesto implica que la información disponible en el mercado debe ser del conocimiento generalizado para poder elaborar estimaciones sobre esta variable.

Mussa(1976) propone un modelo para la determinación del tipo de cambio que parte de la ecuación siguiente:

$$S_t = X_t E_t(S_{t+1})^b, \tag{2.2.1}$$

donde S_t es el tipo de cambio en el periodo t. X_t es una ecuación reducida que describe la estructura del modelo y las variables exógenas que influyen en la determinación del tipo de cambio, $E_t(S_{t+1})$ es la expectativa del día de hoy sobre el tipo de cambio que se observará mañana y b es el factor de descuento de la expectativa, lo cual permite medir la manera en la que éstas influyen en la determinación de su valor el día de hoy (si la expectativa tiene una baja influencia, el parámetro b es menor).

Las previsiones que los agentes efectúan sobre el tipo de cambio lo hacen a partir de la ecuación anterior expresada en logaritmos y aplicando el operador valor esperado, de tal manera que es factible escribir

$$E_t(s_{t+k}) = E_t(x_{t+k}) + bE_t(s_{t+k+1}), \tag{2.2.2}$$

donde las letras s y x representan los logaritmos de las correspondientes mayúsculas.

Puede verse que la ecuación anterior es una ecuación en diferencias de primer orden con raíz característica igual a $1/b$ y dado que $b < 1$, la raíz es mayor a

1, indicando una solución explosiva. Si se efectúan múltiples sustituciones hacia atrás, la solución puede escribirse como:

$$E_t(s_{t+k}) = \sum_{j=0}^{\infty} b^j E_t(x_{t+k+j}) + C_t(1/b)^k, \tag{2.2.3}$$

donde C_t es una constante que satisface $C_t = (1/b)C_{t-1}$ y que es conocido como la burbuja especulativa racional, presente en todos los modelos de expectativas racionales, y que por razones de la definición de b, es un elemento explosivo.

Un caso particular es definir el valor $C_t = 0$ y $k = 0$, resultando

$$s_t = \sum_{j=0}^{\infty} b^j E_t(x_{t+j}), \tag{2.2.4}$$

lo cual indica que el tipo de cambio es igual al valor presente de las expectativas sobre las variables exógenas que la definen, lo cual permite descomponer la variación en el tipo de cambio en dos maneras, una parte esperada y una no esperada de las componentes estructurales, que generalmente es ésta última la que resulta mayor y la que permite concluir que el comportamiento del tipo de cambio obedece principalmente a cambios no esperados de sus variables fundamentales (también pudiéndose llamar choques exógenos).

2.2.2. Modelos estructurales

Los modelos estructurales permiten identificar las variables exógenas X_t mencionadas en el punto anterior y en estas categoría pueden encontrarse una gran cantidad de modelos, entre los que se describirán tres: el modelo monetario de precios flexibles, el modelo de precios rígidos y el modelo de diferenciales de tasas de interés reales.

2.2.2.1. Modelos monetarios con precios flexibles

Este modelo puede indentificarse con tres ecuaciones básicas:

i) El equilibrio en el mercado de dinero

$$m_t = p_t + \phi y_t - \lambda r_t. \tag{2.2.5}$$

donde m_t es el logaritmo de la oferta monetaria real. p_t es el logaritmo del nivel de precios. y_t es el logaritmo del nivel de producción y r_t es el logaritmo de 1 más la tasa nominal de interés.

ii) La condición de paridad de tasas de interés

$$r_t - r_t^* = E_t(s_{t+1}) - s_t, \tag{2.2.6}$$

donde r_t^* es el logaritmo de 1 más la tasa de interés internacional. Esta expresión indica que los diferenciales entre la tasa de interés doméstica y la internacional se deben a expectativas de devaluación de la moneda.

iii) Paridad de poder de compra (PPP)

$$s_t = p_t - p_t^*, \tag{2.2.7}$$

donde p_t y p_t^* son los logaritmos de los niveles de precios nacionales e internacionales, indicando que en el mercado de bienes también se presenta una condición de equilibrio de los precios dentro y fuera del país, lo que significa que los precios deben ser totalmente flexibles para no existir desviaciones de la PPP.

Uniendo estas tres condiciones de equilibrio se obtiene la expresión siguiente:

$$s_t = \frac{1}{1+\lambda}\left[m_t - \phi y_t + \lambda E_t(s_{t+1}) + \lambda r_t^* - p_t^*\right], \tag{2.2.8}$$

y cuando se resuelve la ecuación en diferencias se obtiene la expresión

$$s_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^j E_t \left[m_{t+j} - m^*_{t+j} - \phi(y_{t+j} - y^*_{t+j}) \right], \qquad (2.2.9)$$

que indica que la dinámica del tipo de cambio obedece positivamente al diferencial en la oferta monetaria interna y externa y negativamente al diferencial en la producción nacional e internacional.

2.2.2.2. Modelos monetarios con precios rígidos

El modelo más famoso es el de Dornbusch (1976) que puede ser interpretado como una versión de largo plazo del modelo anterior, en donde la condición de la PPP es sustituida por una condición de PPP de largo plazo y una expresión de la dinámica de los precios. Además el modelo considera que se trata de una economía pequeña y abierta donde los activos financieros domésticos y externos son sustitutos perfectos.

Las tasas de interés cumplen con la paridad de tasas de la expresión (2.2.6) donde el diferencial de tasas de interés es una proporción de la tasa esperada de depreciación, es decir,

$$r_t = r^*_t + \theta(\bar{s} - s_t), \qquad (2.2.10)$$

Ahora, en el largo plazo, la expresión (2.2.5) toma la forma

$$\bar{p} = m + \lambda r^* - \phi y, \qquad (2.2.11)$$

y cuando las expresiones (2.2.10) y (2.2.11) se igualan se encuentra una expresión que describe el comportamiento del tipo de cambio con relación al diferencial de precios del nivel de equilibrio, esto es

$$s_t = \bar{s} - \frac{1}{\lambda\theta}(p_t - \bar{p}), \qquad (2.2.12)$$

En el mercado de bienes, se presenta una demanda que tiene la forma siguiente

$$\ln D_t = u_t + \delta(s_t - p_t) + \gamma y_t - \sigma r_t, \tag{2.2.13}$$

que presenta además rigideces en los precios, cuya dinámica la expresa la ecuación

$$\dot{p}_t = \pi \ln \frac{D_t}{Y_t} = \pi(u_t + \delta(s_t - p_t)(\gamma - 1)y_t - \sigma r_t). \tag{2.2.14}$$

En el equilibrio de largo plazo, el cambio en los precios es cero($\dot{p} = 0$) lo que define la relación entre las variables en el equilibrio,

$$\bar{s} = \bar{p} - \frac{1}{\delta}[(\gamma - 1)y - \sigma r^* + u], \tag{2.2.15}$$

A partir de las ecuaciones (2.2.10), (2.2.12), (2.2.14) y (2.2.15) es posible expresar la dinámica de los precios como función de sus diferenciales respecto al equilibrio, es decir

$$\dot{p}_t = -\pi \left(\frac{\delta + \sigma\theta}{\theta\lambda + \delta} \right) (p_t - \bar{p}) = -\nu(p_t - \bar{p}), \tag{2.2.16}$$

y si se resuelve la ecuación diferencial que representa (2.2.16) se tiene

$$p_t = \bar{p} + (p_0 - \bar{p})e^{-\nu t}, \tag{2.2.17}$$

y sustituyendo ésta en la ecuación para s se tiene

$$s_t = \bar{s} + (s_0 - \bar{s})e^{-\nu t}, \tag{2.2.18}$$

lo que indica la trayectoria que sigue el tipo de cambio hacia el equilibrio, que gráficamente puede observarse en la figura 1 con la línea QQ y donde el valor de s_0 representa el valor de inicio sobre la recta QQ que corresponde a s. Si s_0 es mayor a $\bar{s}$, se registrará una apreciación del tipo de cambio y viceversa.

Supóngase entonces que la economía se encuentra en un equilibrio inicial denotado en la figura 1 por el punto A. Por el punto A cruza la recta $\dot{p} = 0$ que indica que el mercado de bienes se encuentra en equilibrio. Cuando este cruza por la recta de 45° se denota el equilibrio con el mercado de dinero, lo cual representa un equilibrio económico. Los puntos arriba de la recta representan excesos de oferta de bienes y los que están por debajo representan excesos de demanda de bienes. La trayectoria representada por la recta QQ es la trayectoria silla, que representa el comportamiento de los precios y el tipo de cambio en su camino hacia el equilibrio.

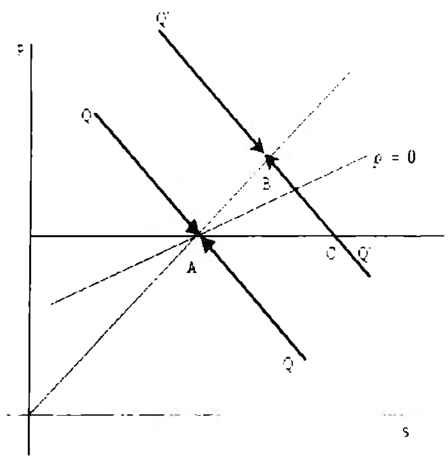

Figura 2.1. Modelo de Dornbusch y sobrerreacción del tipo de cambio.

Partiendo del punto A, un aumento en la oferta monetaria, por ejemplo, llevaría a la economía a un punto B de equilibrio en precios y tipo de cambio, lo cual indica que en el nuevo equilibrio los precios y el tipo de cambio serán más altos. Si se considera que la economía está en pleno empleo, el nivel de producción está fijo, la tasa de interés internacional es también constante y entonces los precios y el tipo de cambio absorben la totalidad del incremento de la oferta monetaria en el camino del restablecimiento del equilibrio.Dado que los precios son rígidos pero el tipo de cambio es flexible, esta última variable será la que se mantenga en equilibrio permanente, mientras que los precios tardarán más tiempo en llegar a su nivel de estado estable. Esto implica que la variable que se ajusta es el tipo de cambio, que brincaría hasta el punto C que lo coloca en la trayectoria hacia el nuevo equilibrio, B. Esta sobrerreacción del tipo de cambio es congruente con el diferencial de tasas de interés que experimentaría la economía, pues debido a la expansión monetaria las tasas internas disminuirán, pudiendo generar una salida de flujos que se evitaría si las expectativas del tipo de cambio son de apreciación, lo cual solo sucede si después del anuncio de la expansión monetaria, el tipo de cambio sobrerreaccionó a su nuevo nivel de equilibrio.

2.2.2.3. Modelos de portafolio balanceado

En la medida que los modelos que explicaban el comportamiento del tipo de cambio resultaban inefectivos y gracias al avance de la teoría de finanzas, se desarrollaron modelos que incorporan los modelos económico-financieros de desición bajo incertidumbre en la explicación del comportamiento del tipo de cambio, argumentándose que esta variable puede considerarse como un activo adicional en donde pueden hacerse inversiones y que por lo tanto en su elección participan criterios de riesgo-rendimiento.

Los modelos de portafolios balanceados asumen preferencias idénticas en los inversionistas nacionales y extranjeros cuando construyen sus portafolios de inversión, en los que sus decisiones de que activos considerar están basadas en la relación riesgo-rendimiento de cada instrumento relativo al resto de los instrumentos disponibles para inversión, lo que genera otra condición de paridad de tasas de interés

$$r_t - r_t^* = E(s_{t+1}) - s_t + PR(B_t/B_t^* s_t), \tag{2.2.19}$$

donde $PR()$ representa la prima de riesgo, B_t es el valor de los bonos nacionales, B_t^* es el valor de los bonos extranjeros y por tanto $B_t^* s_t$ representa el valor de los bonos extranjeros en moneda doméstica. Esta condición implica que si el valor de los bonos domésticos se incrementa respecto a los extranjeros, los tenedores reclamarán un premio adicional por el riesgo en los bonos domésticos. La solución implica que la riqueza entre en W_t.

Siguiendo a Frankel (1983), se tiene que existen dos activos que un inversionista doméstico puede adquirir, un bono nacional B_t en el que invierte una proporción β de su riqueza W_t y un bono internacional $s_t B_t^*$ en el que invierte el resto de sus recursos. Su riqueza está expresada entonces como

$$W_t = B_t + s_t B_t^*. \tag{2.2.20}$$

Una extensión de este modelo consiste en permitir que, además de adquirir los bonos, el inversionista pueda mantener una posición en efectivo, lo cual tranforma la ecuación (2.2.20) en

$$W_t = M_t + B_t + s_t B_t^*, \tag{2.2.20$'$}$$

donde M_t representa la tenencia de efectivo de los agentes domésticos.

Otra manera de ampliar el modelo consiste en ofrecer la posibilidad de que los agentes externos puedan adquirir los bonos domésticos, lo que provoca la aparición de expresiones de riqueza como la expresada en (2.2.20) para los extranjeros, es decir,

$$W_t^* = B_t^* + \frac{1}{s_t} B_t. \tag{2.2.20$''$}$$

El procedimiento de elección de la cantidad de activos a disponer en cada momento es función de los riesgos y rendimientos de los activos y de la riqueza de los inversionistas, lo cual puede expresarse como

$$\frac{B_t}{W_t} = a + b(PR(\bullet)) = a + b(r_t - r_t^* - \triangle s_t^e), \tag{2.2.21}$$

donde a es una constante está relacionado positivamente con la proporción de consumo de los agentes domésticos y b es un parámetro relacionado inversamente con la aversión al riesgo. De la misma manera se tendrán expresiones para la tenencia real de dinero y la de bonos extranjeros:

$$\frac{M_t}{W_t} = m(r_t, r_t^* + \triangle s^e).$$

donde $m_r < 0$ y $m_{r_t^* + \triangle s_t^e} < 0$ y

$$\frac{S_t B_t^*}{W_t} = f(r_t, r_t^* + \triangle s_t^e).$$

donde $f_r < 0$ y $f_{r_t^* + \triangle s_t^e} > 0$.

Estas expresiones indican que la tenencia de bonos domésticos tiene una relación negativa entre el tipo de cambio y las tasas de interés domésticas, generados por que un aumento del tipo de cambio provoca una disminución de la prima de riesgo, lo que a su vez se traduce en un exceso de demanda de bonos nacionales y por consiguiente una reducción en las tasas de interés. Este comportamiento se observa en la figura 2 como la recta BB.

Para el caso del dinero, un aumento del tipo de cambio genera un rendimiento mayor en la otra moneda, que se traduce en una riqueza más alta, demandándose más de todos los activos, entre ellos el dinero, lo que afectará positivamente las tasas de interés. En la figura 2 este comportamiento lo describe la línea MM.

Finalmente, para el caso de los bonos extranjeros, un aumento del tipo de cambio provoca dos efectos contrarios, un efecto ingreso positivo (aumento en la riqueza) y un efecto sustitución negativo (mayor costo de los activos), prevaleciendo éste último y entonces observándose un efecto negativo en las tasas de interés. Esta relación se manifiesta con la recta FF.

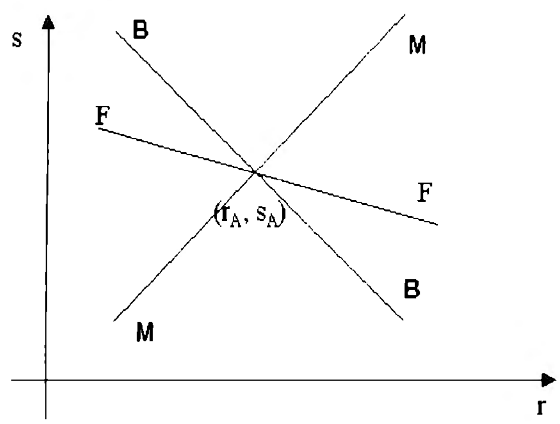

Figura 2.2.Modelo del portafolio balanceado.

El punto (r_A, s_A) es el punto de equilibrio que satisface las condiciones de equilibrio para la demanda de dinero, bonos domésticos y bonos externos.

A partir de la figura 2 es posible analizar los efectos de corto plazo de algunos choques exógenos y la manera en la que influirán en el tipo de cambio:

a) Aumento de la oferta monetaria mediante una operación de mercado abierto con bonos domésticos. De esta manera se aumentará la cantidad de dinero, lo que implica que la MM se desplazará hacia la izquierda de forma paralela, implicando menores tasas de interés para cada nivel del tipo de cambio. Esta reducción de las tasas de interés desalienta a los tenedores de bonos, desplazando paralelamente hacia la izquierda la recta BB, lo cual representa que en el nuevo equilibrio el tipo de cambio será más alto y las tasas de interés menores.

b) Aumento de la oferta monetaria mediante una operación de mercado abierto con bonos externos. Cuando el incremento de la oferta monetaria se efectúa con bonos externos el comportamiento de la MM es similar, pero ahora es la FF la segunda recta en ajustarse hacia la derecha y arriba, implicando un exceso de demanda de bonos extranjeros que se compensa con un aumento de su precio, ajustándose entonces el tipo de cambio hacia arriba. En el nuevo equilibrio nuevamente se tendrán tasas de interés menores y un tipo de cambio más alto.

c) Aumento en el volumen de los bonos externos. El aumento del volumen de los bonos externos genera un aumento en la riqueza, lo cual se compensa con la baja de precio, es decir, una disminución de s, que gráficamente se observaría como un desplazamiento paralelo de la FF hacia la izquierda y abajo. Este exceso de riqueza implica un aumento en la tenencia en efectivo y en los bonos domésticos, generando efectos contrarios en la tasa de interés doméstica, la cual, para mantenerse en equilibrio, provoca que la apreciación de la moneda sea de la misma magnitud del aumento en el volumen de los bonos externos, dejando así inalterada la riqueza y sin reconfiguración del portafolio.

2.2.2.4 El modelo de Obstfeld y Rogoff (1995b)

El modelo considera que en cada uno de los dos países existe una cantidad infinita de agentes económicos, los cuales pueden organizarse de la manera siguiente: en el país 1 los agentes se enumeran con z, que cumple $Z \in [0, n]$ y los del país 2 son $z \in (n, 1]$. Todos estos agentes son productores monopolísticos de bienes diferenciados, cuya función de utilidad se representa como

$$U_j = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln C_{j,t} + b \ln \frac{M_{j,t}}{P_t} - \frac{k}{2} y_{j,t}^2 \right), \tag{2.2.22}$$

donde $C_{j,t}$ es el consumo del agente j en el periodo t de un bien compuesto, definido como

$$C_j = \left(\int_0^1 c_j(z)^q \mathrm{d}z \right)^{1/q} \tag{2.2.23}$$

para valores de $0 < q < 1$ y $c_j(z)$ es el consumo del bien $z, 0 \leq z \leq 1$, por el agente j

Adicionalmente, en la función de utilidad se introduce P_t, el deflactor de precios, que se define como

$$P_t = \left[\int_0^1 p(z)^{\frac{q}{q-1}} \mathrm{d}z \right]^{\frac{q-1}{q}} \tag{2.2.24}$$

y $p(z), 0 \leq z \leq 1$ es el precio de los bienes producidos tanto domésticamente como en el exterior.

Finalmente, M_t/P_t es la oferta real de dinero cuyo nivel de utilidad en la función de utilidad se pondera con b y $y_t(j)$ representa el esfuerzo efectuado por el agente j para producir su bien, incluyéndose en la función de utilidad de manera negativa.

De la misma manera que se han presentado las características para los agentes económicos nacionales se tienen expresiones equivalente para los extranjeros, de la manera siguiente

$$U_j^* = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln C_{j,t}^* + b \ln \frac{M_{j,t}^*}{P_t^*} - \frac{k}{2} y_{j,t}^{*2} \right), \tag{2.2.22'}$$

Las decisiones de consumo y ahorro se dan de acuerdo a una restricción presupuestaria intertemporal, expresada en la ecuación (2.2.25), que indica que los recursos en el tiempo t para el agente j disponibles para consumo, impuestos, inversión o simplemente para mantenerlo líquido, no pueden exceder la suma de los ingresos generados por la venta de su bien producido más la inversión efectuada en el periodo anterir y los rendimientos ganados al día de hoy más la posición en efectivo del periodo previo, es decir,

$$P_t(C_{j,t} + T_t + B_{t,j}) + M_{j,t} \leq p_t(j)y_t(j) + R_{t-1}P_tB_{j,t-1} + M_{j,t-1}, \tag{2.2.25}$$

donde R_t es la tasa de interés real que ganan los bonos $B_{j,t}$ y T_t representa los impuestos.

Del comportamiento maximizador del consumidor se obtienen las siguientes relaciones para el consumidor/productor doméstico, donde se utiliza la expresión $i_t = (1 + R_t)\pi_t - 1 = (1 + R_t)P_t/P_{t-1} - 1$, siendo i_t la tasa de interés nominal, con lo que las expresiones resultan:

$$C_{j,t+1} = \beta R_{t+1}C_{j,t+1}, \tag{2.2.26}$$

$$ky_{j,t} = \frac{q}{C_{j,t}}\left(\frac{y_{j,t}}{C_{w,t}}\right)^{q-1}, \tag{2.2.27}$$

$$\frac{M_t}{P_t} = bC_{j,t}\left(\frac{1 + i_t}{i_t}\right); \tag{2.2.28}$$

a las cuales se le suma la restricción presupuestaria (2.2.25) y donde $C_{w,t} \equiv nC_t + (1 - n)C_t^*$ es el consumo mundial, $C_t = \int_0^n C_{j,t}\mathrm{d}j$ es el consumo de los nacionales y $C_t^* = \int_n^1 C_{j,t}\mathrm{d}j$ es el consumo de los extranjeros.

Se define ahora el tipo de cambio a partir de la ley de un solo precio, de tal manera que el precio dentro y fuera del país es el mismo para cualquier bien, es decir $p(z) = Sp^*(z)$, y que se puede generalizar a

$$P_t = S_tP_t^*, \tag{2.2.29}$$

Habiendo definido estas relaciones se propone ahora las condiciones de equilibrio en donde, en primer lugar, el consumo mundial iguala a la producción mundial, de la forma en que la ecuación (2.2.30) lo expresa.

$$C_{w,t} = n\frac{p_t(h)}{P_t}y_t(h) + (1-n)\frac{p_t^*(f)}{P_t^*}y_t^*(f) \equiv Y_t^*. \tag{2.2.30}$$

donde $p(h)$ y $y(h)$ son el precio y producción del bien representativo doméstico y $p^*(f)$ y $y^*(f)$ del bien representativo extranjero. En segundo lugar se tiene la condición de equilibrio del mercado de bonos,

$$nB_t + (1-n)B_t^* = 0. \tag{2.2.31}$$

En estado estable, algunas expresiones son directamente observables, tales como la que describe la tasa real de interés, que se expresa como $R_t = \frac{1}{\beta}$ y como las restricciones presupuestarias para los agentes domésticos,

$$C = \frac{p(h)}{P}y(h) + (R-1)B, \tag{2.2.32}$$

y para los agentes externos

$$C^* = \frac{p^*(f)}{P^*}y^*(f) - (R-1)\left(\frac{n}{n-1}\right)B. \tag{2.2.33}$$

a) Equilibrio con precios flexibles

En primer lugar, el modelo se construye de una forma lineal, resultando las ecuaciones siguientes

$$p_t = np_t(h) + (1-n)[s_t + p_t^*(f)], \tag{2.2.34}$$

$$p_t^* = n[p_t(h) - s_t] + (1-n)p_t^*(f), \tag{2.2.35}$$

$$y_t = \frac{1}{1-q}[p_t - p_t(h)] + c_{w,t}, \tag{2.2.36}$$

$$y_t^* = \frac{1}{1-q}[p_t^* - p_t^*(h)] + c_{w,t}, \tag{2.2.37}$$

$$nc_t + (1-n)c_t^* = c_{w,t}; \tag{2.2.38}$$

$$c_{t+1} = c_t + r_t, \tag{2.2.39}$$

$$c_{t+1}^* = c_t^* + r_t, \tag{2.2.40}$$

$$(2-q)y_t = (1-q)c_{w,t} - c_t, \tag{2.2.41}$$

$$(2-q)y_t^* = (1-q)c_{w,t} - c_t^*, \tag{2.2.42}$$

$$m_t - p_t = c_t - \delta(r_t + \pi_{t+1}), \tag{2.2.43}$$

$$m_t^* - p_t^* = c_t^* - \delta(r_t + \pi_{t+1}^*), \tag{2.2.44}$$

donde las ecuaciones son, respectivamente, las definiciones de los índices de precios internos y externos, las demandas de los bienes internos y externos, el consumo mundial y las condiciones de optimalidad de los consumidores internos y externos. El término δ que se incluye en este conjunto de expresiones se calcula como $\delta = \frac{\beta}{\bar{\Pi}-\beta}$ y $\bar{\Pi}$ es la tasa de inflación de equilibrio (que se asume igual en ambos países).

Este conjunto de ecuaciones se complementa con la expresión lineal de la paridad del poder de compra

$$s_t = p_t - p_t^*. \tag{2.2.45}$$

Cuando se registran cambios, por ejemplo, en la tasa de crecimiento de la oferta monetaria, se afectan tanto las tasas de inflación como las de interés, registrándose saltos en los precios y en el tipo de cambio (flexibles) para corregir los desequilibrios.

Restando las expresiones (2.2.43) y (2.2.44) se tiene

$$m_t - m_t^* - (p_t - p_t^*) = (c_t - c_t^*) - \delta(\pi_{t+1} - \pi_{t+1}^*), \tag{2.2.46}$$

y cuando se sustituye (2.2.45) se tiene

$$m_t - m_t^* - s_t = (c_t - c_t^*) - \delta(s_{t+1} - s_t). \tag{2.2.47}$$

Resolviendo hacia adelante, el tipo de cambio nominal se comporta de acuerdo a los diferenciales entre las ofertas monetarias nominales y los consumos, esto es

$$s_t = \frac{1}{1+\delta}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^i [(m_{t+i} - m_{t+i}^*) - (c_{t+i} - c_{t+i}^*)]. \tag{2.2.48}$$

y dado que las ecuaciones de optimalidad de los consumidores significan que $c_{t+i} - c_{t+i}^* = c_t - c_t^*$, es factible reescribir (2.2.48) como

$$s_t = -(c_t - c_t^*) + \frac{1}{1+\delta}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^i (m_{t+i} - m_{t+i}^*), \tag{2.2.49}$$

lo cual muestra una relación inicial entre los niveles de consumo actuales y el tipo de cambio y una relación de largo plazo entre el diferencial de las ofertas de dinero interna y externa con el tipo de cambio.

b) Equilibrio con precios fijos

La presencia de rigideces laborales puede ayudar a resolver los problemas de precisión en los modelos de economía abierta, por ello se procede ahora a la introducción de este tipo de consideraciones.

Supóngase que tanto $p(h)$ como $p^*(f)$ se fijan con un periodo de anticipación y se mantienen fijos por un periodo. Aún cuando los precios se mantienen fijos, los índices de precios pueden fluctuar por causa del tipo de cambio afectando específicamente los precios de los bienes importados y permitiendo que los choques monetarios tengan un efecto directo sobre los precios. Sin embargo, la rigidez en los precios impide que los precios de los bienes puedan ajustarse de forma inmediata.

En estas condiciones de rigidez, las alteraciones monetarias pueden afectar la balanza comercial y modificar los niveles de equilibrio en ambas economías, alterando las posiciones en la tenencia de activos entre ellas.

Para cuantificar estas diferencias se define, en primer lugar,

$$\aleph \equiv c_t - c_t^* = c_{t+1} - c_{t+1}^*$$

como el diferencial de consumo en el estado estable. Si se sustituye esta relación en la expresión (2.2.47) y se resuelve hacia adelante se tiene la expresión siguiente

$$s_t = -\aleph + \frac{1}{1+\delta}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^i (m_{t+i} - m_{t+i}{}^*). \tag{2.2.50}$$

Si se registra un cambio único y permanente en el diferencial de ofertas monetarias, se considera entonces que $m - m^* = \Omega$ no depende del tiempo, sino que es constante, por lo cual la última ecuación se escribe como

$$s_t = -\aleph + +\frac{1}{1+\delta}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^i \Omega = \Omega - \aleph, \tag{2.2.51}$$

Como $\Omega - \aleph$ es constante, el tipo de cambio brinca inmediatamente a su nuevo estado de equilibrio después de un cambio permanente en la cantidad de dinero. Sin embargo, es altamente probable que ante el cambio inicial de la oferta monetaria, $\aleph$ también registre cambios. Por ejemplo, si $\aleph > 0$ la demanda de dinero también aumenta y el equilibrio puede restablecerse mediante un aumento en el nivel de precios, pero dado que los precios están fijos por un periodo, el incremento en el nivel de precios puede darse mediante la depreciación de la moneda.

Lo que está ahora pendiente de resolverse es la relación entre el incremento inicial de la oferta monetaria y el nivel de consumo, que significa que $\aleph$ es endógeno, que después de algunas simplificaciones se tiene que las restricciones presupuestarias son:

$$c = rb + y + [p(h) - p] = rb + y - (1-n)[s + p^*(f) - p(h)], \tag{2.2.52}$$

y en el caso externo

$$c^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right) rb + y^* + n[s + p^*(f) - p(h)]. \tag{2.2.53}$$

cuya diferencia define

$$\begin{aligned} \aleph &= \left(\frac{1}{1-n}\right) rb + (y - y^*) - [s + p^*(f) - p(h)] \\ &= \left(\frac{1}{1-n}\right) rb + \left(\frac{q}{q-2}\right) \aleph \end{aligned} \tag{2.2.54}$$

Finalmente, el valor de b, definido como $b = y_t + [p_t(h) - p_t] - c_t$, es

$$b = \frac{1-n}{r}\left(\frac{2}{2-q}\right)\aleph, \tag{2.2.55}$$

y resolviendo para s se tiene

$$s_t = \psi\aleph, \tag{2.2.56}$$

donde $\psi = \frac{1-q}{q}\left[1 + \frac{2}{r(2-q)}\right] > 0$ y dado que en estado estable $s_t = \Omega - \aleph$ entonces $\psi\aleph = \Omega - \aleph$ lo que indica que el diferencial de consumo en estado estable es $\aleph = \frac{1}{1+\psi}\Omega$ y el cambio total en el tipo de cambio a partir de un cambio en la oferta monetaria capturando los efectos que este cambio tiene inicial tiene en el consumo es

$$s_t = \left(\frac{\psi}{1+\psi}\right)\Omega < \Omega, \tag{2.2.56}$$

Si $\psi > 0$, la expansión monetaria doméstica provoca una depreciación menor que el cambio inicial en m, lo cual conduce a una expansión en la producción y consumo doméstico. El consumo aumenta menos que el ingreso lo que genera un superavit de la cuenta corriente.

2.3. Pruebas empíricas de los modelos para el tipo de cambio

Los primeros modelos para explicar el tipo de cambio se basan en utilizar las variables fundamentales que expliquen su comportamiento, cuyo caso más conocido es la ecuación propuesta por Frankel (1979) que indica

$$S_t = \alpha_1(m_t - m_t{}^f) + \alpha_2(y_t - y_t{}^f) + \alpha_3(\pi_t - \pi_t{}^f) + \alpha_4[(r_t - \pi_t) - (r_t^f - \pi_t^f)], \quad (2.3.1)$$

donde π_t y π_t^f son las tasas de inflación esperadas en el país doméstico y en el exterior y $(r_t - \pi_t)$ y $(r_t^f - \pi_t^f)$ son las tasas de interés reales en cada uno de ellos.

Si $\alpha_3 \geq 0$ y $\alpha_4 = 0$ se tiene el modelo monetario. Si $\alpha_3 = 0$ y $\alpha_4 \leq 0$ se tiene el modelo de precios rígidos y si $\alpha_3 \geq 0$ y $\alpha_4 \leq 0$ se tiene el modelo de Frankel.

Las pruebas empíricas de estos modelos son muy malas para pronosticar el tipo de cambio, siendo el coeficiente más representativo el que acompaña al coeficiente autorregresivo.

2.3.1. Pruebas de modelos monetarios

El modelo que se presenta en esta sección incorpora los factores expuestos en los dos modelos estructurales anteriores, precios flexibles en el largo plazo y precios rígidos en el corto plazo y se expone siguiendo a Frankel (1995).

Se parte del supuesto que los bonos de los diferentes países son sustitutos perfectos, por lo cual se cumple una paridad no cubierta de tasas de interés, misma que se expresa en la ecuación (2.2.6)

El segundo supuesto a considerar es que la tasa esperada de depreciación se comporta de acuerdo a los diferenciales de inflación entre ambos países y a la distancia del tipo de cambio de su valor de equilibrio, es decir,

$$\Delta s_t = -\theta(s_t - \bar{s}) + \pi_t - \pi_t^*, \tag{2.3.2}$$

lo cual indica que la depreciación de la moneda es proporcional a la brecha del valor actual y su valor de equilibrio, y en el caso de que ésta sea cero, el comportamiento del tipo de cambio nominal depende solamente de los diferenciales de inflación.

Combinando ambas ecuaciones se tiene la expresión

$$s_t - \bar{s}_t = -\frac{1}{\theta}[(r_t - \pi_t) - (r_t^* - \pi_t^*)], \tag{2.3.3}$$

en la cual se expresa claramente que la dinámica del tipo de cambio hacia su valor de equilibrio depende del diferencial de las tasas reales de interés entre ambos países.

Un tercer supuesto es la paridad de poder de compra en el largo plazo, esto es, la expresión (2.2.7) en el equilibrio

$$\bar{s}_t = \bar{p}_t - \bar{p}_t^*, \tag{2.3.4}$$

y finalmente se define la demanda de dinero, que es la expresión (2.2.11).

Considerando que en el exterior se tiene una ecuación de demanda monetaria similar, la diferencia entre ambas resulta en la expresión

$$m_t - m_t^* = p_t - p_t^* + \phi(y_t - y_t^*) - \lambda(r_t - r_t^*), \tag{2.3.5}$$

donde el valor de equilibrio de esta expresión se encuentra cuando se cumple la paridad del poder de compra, es decir

$$\bar{m}_t - \bar{m}_t^* = \bar{p}_t - \bar{p}_t^* + \phi(y_t - y_t^*) - \lambda(\pi_t - \pi_t^*). \tag{2.3.6}$$

En esta última expresión se ha sustituido el diferencial de tasas de interés por el diferencial de inflación, que es resultado de la expresión (2.3.3). Finalmente, sustituyendo la expresión (2.3.6) en (2.3.3) se tiene

$$s_t = m_t - m_t^* - \phi(y_t - y_t^*) - \frac{1}{\theta}(r_t - r_t^*) + \left(\frac{1}{\theta} + \lambda\right)(\pi_t - \pi_t^*). \qquad (2.3.7)$$

Lo que esta última expresión indica es que el tipo de cambio nominal responde positivamente a las diferencias en la cantidad de dinero dentro y fuera del país y a los diferenciales de inflación, pero responde negativamente a los diferenciales en la producción y en las tasas de interés. Este resultado es congruente entonces con ambos modelos monetarios previamente presentados:

a) El modelo con precios flexibles indicaba que los cambios en las tasas de interés se reflejaban inmediatamente en la inflación, entonces las tasas de interés no estaban explícitamente en la ecuación, pero el efecto de un incremento en las tasas domésticas reflejaba un incremento en la inflación interna y entonces, una depreciación de la moneda.

b) El modelo de precios rígidos un incremento de las tasas domésticas de interés propiciaba un flujo masivo de capitales hacia dentro el país, por lo cual se generaba una apreciación de la moneda, reportándose entonces una relación negativa entre la tasa de interés y el tipo de cambio.

2.3.2. Pruebas de modelos de portafolio balanceado

Por otro lado se tienen los modelos de portafolio balanceado, donde la diferencia es que incluyen un término de prima de riesgo cuya manera de incluirla puede variar drásticamente. Una ecuación que expresa este tipo de modelos, utilizada por Hooper y Morton (1982), Hacche y Towned (1983) y Frankel (1984) es la siguiente

$$S_t = \alpha_1(m_t - m_t{}^f) + \alpha_2(y_t - y_t{}^f) + \alpha_3(\pi_t - \pi_t{}^f) + \alpha_4[(r_t - \pi_t) - (r_t^f - \pi_t^f)] + RP(w, w^f). \tag{2.3.8}$$

donde la prima de riesgo es función de las riquezas interna y externa. Cuando los autores utilizan como prima de riesgo una función de los superávit acumulados de cuenta corriente, el modelo empíricamente logra su mejor ajuste.

Una segunda generación de pruebas de modelos empíricos consiste en modelar el tipo de cambio hacia los periodos futuros (fuera de la muestra) como un estimador para pronósticos. Meese y Rogoff (1983, 1984) prueban los diferentes modelos contra caminatas aleatorias. Los resultados indican que el mejor estimador del tipo de cambio es un modelo de caminata aleatoria.

Actualmente los modelos de caminata aleatoria han sido superados por los modelos estocásticos que indican que el tipo de cambio es una martingala.

2.4. Debates actuales sobre el tipo de cambio

Desde el abandono del sistema de Bretton Woods, los flujos internacionales de capital se han incrementado de una forma importante, pasando en 1980 de un flujo de 80 billones diarios y una relación con el comercio mundial de 10/1, a 1,260 billones diarios en 1995 y una relación de 70/1 (Puyana, 2000).

Estos flujos tan importantes de dinero en el mundo han transformado la arquitectura financiera internacional, gestando cambios en los objetivos de la política económica internacional, las cuales, según Robert Mundell, los objetivos fundamentales de los países son tres y son irreconciliables para obtenerse simultáneamente: una política monetaria independiente, un tipo de cambio estable y una convertibilidad plena, y de acuerdo a Krugman, solamente son alcanzables cuando mucho dos de estas tres.

Ello implica que si se desea tener una política monetaria independiente, se tendría que sacrificar ya sea la libre convertibilidad o la estabilidad del tipo de cambio. Si es la convertibilidad, se tendrían que establecer barreras al libre comercio; si es la estabilidad, se tendría que aceptar un régimen de tipo de cambio flexible.

Debido a la necesidad de muchos países por generarse flujos internacionales importantes de capital que les permitan financiar sus proyecto de desarrollo y las presiones de algunos organismos financieros internacionales, es el tipo de cambio el que a menudo se sacrifica, es decir, se deja que esta variable se determine libremente por las fuerzas del mercado.

Según el FMI, los regímenes de tipo de cambio flexible en sus miembros han pasado de un 2.8

Estos cambios y los efectos de la nueva estructura financiera han provocado, en los últimos años, debates sobre: la elección del régimen de tipo de cambio, particularmente para los países en desarrollo, las medidas para evitar el contagio de las crisis en las economías cada vez mas integradas, el "miedo a la flotación", los mecanismos de transmisión del tipo de cambio y los choques externos e internos sobre las variables reales de la economía y las medidas de política económica apropiadas para contrarrestarlos.

A continuación se exponen brevemente estos temas y algunos de los debates que hay en torno a ellos.

2.4.1. Tipo de cambio fijo contra tipo de cambio flexible

De acuerdo con Edwards y Savastano (1999) existen nueve diferentes regímenes de tipo de cambio: flexible, flotación sucia, flotación dentro de una banda, banda ajustable (sliding band), banda fija (crawling band), fijación ajustable (crawling peg), fijo pero ajustable, consejo monetario y dolarización total, que van de la total flexibilidad hasta la total fijación.

Sin embargo, se sigue discutiendo sobre la elección del mejor régimen de tipo de cambio para los países en desarrollo, tornándose la discusión en los dos extremos: flexible o fijo, pues de ninguno de los regímenes intermedios es factible permitir a las economías emergentes crecer de una manera sana.

Los partidarios del tipo de cambio flexible argumentan que este régimen de tipo de cambio es congruente con el modelo de libre comercio y que éste permitirá a la paridad entre monedas ajustarse libremente de acuerdo a las leyes de oferta y demanda, evitando las temidas crisis de balanza de pagos que países como México han sufrido en su intento por controlar la inflación, y siendo ésta la variable que absorba los choques externos sin permitir que afecten a las variables reales de la economía.

La gran desventaja de un tipo de cambio flexible es la credibilidad de las autoridades monetarias, que en los casos de los países en desarrollo, éstas pueden tener mala reputación y eso genera incertidumbre en sus propios mercados financieros, generando entonces una desventaja a nivel internacional.

Por otro lado, quienes apoyan la idea de un tipo de cambio fijo sostienen que este régimen permite dar mayor certidumbre a los inversionistas, que es un mecanismo eficiente para controlar la inflación, que evita el mal uso de la política monetaria en los países que lo adoptan y resuelve el problema de la credibilidad. Por mucho tiempo los seguidores de este tipo de cambio tomaban de ejemplo los logros de la experiencia de Argentina, hasta que entró en crisis en el 2002.

Una desventaja de este régimen es que se pierde una herramienta de política económica.

En resumen, la discusión sobre el tipo de cambio tiene dos puntos a considerar: flexibilidad y credibilidad. Por un lado, si se desea tener uso de la política monetaria, se preferirá la flexibilidad y si se quiere fortalecer la credibilidad, la opción es la fijación.

Hay argumentos a favor y en contra de ambos regímenes cambiarios, a continuación se exponen algunos de ellos.

En un artículo muy influyente, Obstfeld y Rogoff (1995a) indican que la posibilidad de que las economías puedan mantener un tipo de cambio fijo son muy remotas, pues debido a los grandes flujos de efectivo que en la actualidad se registran a nivel mundial y a la gran desregulación que los países han permitido a estos flujos, las fallas en los mercados internos se magnifican acrecentando la posibilidad de crisis y devaluación. El artículo se sustenta en la evidencia empírica de México y algunos países europeos que han tenido devaluaciones importantes al tratar de mantener su paridad cambiaria para mostrar que solamente existen una pequeña cantidad de economías que han podido mantener el tipo de cambio fijo a otra moneda, mismos que son poco representativos del éxito que algunos sustentantes de esta opción de paridad han mostrado como viable.

Ghosh, Gulde, Ostry y Wolf (1996) encontraron, en una muestra de 145 países miembros del FMI, que en general, un tipo de cambio flexible provoca un crecimiento percápita mayor que los países con tipo de cambio fijo pero una tasa de inflación más alta, asi como una volatilidad menor en la producción y mayor en la inflación. Las razones de tales diferencias son, por un lado, la pérdida de credibilidad de las autoridades que administran un tipo de cambio, lo cual genera mayor inflación y, por otra, el mayor crecimiento en la productividad que registran los países con este régimen, el cual, a pesar de la menor inversión observada, permite traducirse en un ligero nivel superior del crecimiento de la producción.

Bleaney y Fielding (2002) encontraron, en un estudio de 80 países en desarrollo, que el comportamiento de la inflación es menor cuando se adopta un tipo de cambio fijo rígido a una moneda fuerte, aunque, por otro lado, hay una mayor variabilidad en la producción y en la inflación.

Calvo (2000) argumenta que la dolarización es factible para que los países emergentes puedan ganar en credibilidad y asi reducir tanto las tasas de interés como su volatilidad, gestanto en un plazo relativamente corto la estabilidad financiera y monetaria que las economías requieren para poder desarrollar un crecimiento sostenido.

Collard y Dellas (2002) en un estudio de Francia y Alemania considerando tres regímenes de tipo de cambio diferente, flexible, fijo y moneda única, hallaron evidencia no favorable hacia la formación de uniones monetarias, pues mientras Francia redujo su volatilidad macroeconómica, Alemania tiene mayor estabilidad en la inflación pero mayor volatilidad en la producción, describiéndose además un "trade-off" entre actividad económica e inflación.

Edwards (2002) posterior a la crisis argentina escribió sobre las discusiones de la viabilidad de los sistemas dolarizados, argumentando que los resultados en ningún momento son determinantes, pues hay evidencia tanto a favor como en contra, pues mientras en Argentina había fracasado, en otros países de menor tamaño la estrategia había funcionado, aún cuando de manera general también se había demostrado que el desempeño de las economías dolarizadas no es tan bueno como el de las no dolarizadas.

Hausmann, Panizza y Stein (2001) sostienen que los países que adoptan un tipo de cambio flexible están respaldados por su capacidad de ofrecer deuda en su propia moneda, requiriendo menores reservas y por tanto ofreciendo mayor flexibilidad en su moneda. Por el contrario, los países en desarrollo incapaces de colocar deuda en su moneda, requieren mayores reservas y tienen una política de mayor intervención en la defensa de su moneda.

Schuknecht (1999) encontró que los países en desarrollo con tipo de cambio flexible son más responsables en sus déficit fiscales en los periodos preelectorales que los que tienen un tipo de cambio fijo, pues los primeros incurren en devaluaciones de su moneda que pueden revertir los resultados electorales. Por otro lado, los que tienen un tipo de cambio fijo pueden tener mayor discrecionalidad en la política fiscal e incurrir en déficits aún comprometiendo los resultados de largo plazo. Este argumento aporta elementos de porqué es necesaria una elección de dos polos: la credibilidad no estaría garantizada si el país tiene un tipo de cambio fijo pero no está sujeta a una moneda fuerte de una forma estricta.

2.4.2. Medidas para evitar el contagio de crisis financieras entre países

Durante los 90, las crisis en México (1995), Thailandia (1997), Rusia (1998), Brazil (1999) y los efectos a nivel mundial que tras estas crisis se han observado, han motivado al estudio de mecanismos que permitan aislar a las economías de este tipo de efectos, particularmente evitando la salida masiva de capitales que han registrado las economías en desarrollo tras iniciarse un episodio de crisis en algún país, sin importar la distancia.

En primer lugar, para poder evitar los contagios entre países, deben entenderse las razones que determinan los flujos de capital en los países en desarrollo, en donde se ha encontrado que diversos factores definen el sentido de los flujos de capital.

Montiel y Reinhart (1999) han encontrado que estos flujos responden a las políticas macroeconómicas de corto plazo de los países, a partir de donde se proponen fuerzas de atracción y expulsión. Las primeras ayudan a determinar la distribución geográfica de los flujos de capital, mientras que las segundas determinan el momento y la magnitud de los flujos. Particularmente la atracción se da cuando se eleva la relación riesgo-rendimiento en los países en desarrollo favorecido por políticas públicas o factores tecnológicos. Una de estas políticas que se han intentado para detener los flujos son los controles de capital.

Cuando en determinado país se observa un deterioro en sus condiciones económicas, la especulación empieza a influir en las decisiones de los inversionistas, afectando por igual a los países que se verán afectados si estallara una crisis en el primero.

Para evitar estas situaciones de contagio, en los medios académicos se han propuesto que deben tomarse dos tipos de medidas: ofrecer credibilidad a los inversionistas adoptando tipos de cambio creibles, ya sea flexible o superfijo, y, en segundo lugar, imponiendo algunas medidas de control a los flujos de capital que impidan la entrada de capitales especulativos y la permitan para capitales de inversión de largo plazo.

La primera de las medidas ha sido discutida en el punto anterior y tiene que ver con la credibilidad de las autoridades, que son capaces de mantener una disciplina estricta y pueden mantener el compromiso del tipo de cambio sin influir negativamente en este.

El segundo punto implica la adopción de algunas medidas que atentan contra el libre movimiento del capital, pilar fundamental del modelo de mercado, que permite igualar las deficiencias de ahorro dentro de los países permitiendo sustituirlo con ahorro externo.

Cárdenas y Barrera (1997) encontraron que en el caso colombiano, los controles a los flujos de capitales durante los noventa no tuvieron un impacto importante en el volumen de los flujos, sino solamente en la composición de la cartera, reduciendo la inversión de corto plazo y aumentando la de largo plazo.

Un caso a menudo utilizado para ejemplificar los controles de capital es Chile, que impuso restricciones a la entrada de capitales desde 1991 y hasta el año 2000, consistiendo, por una parte en el establecimiento de una proporción obligatoria de reservas durante un cierto plazo para todas las inversiones que entraran al país. Inicialmente este margen fue de 20%, a partir de 1992 se incrementó a 30%, posteriormente en 1998 se redujo a 10% y meses después fue eliminado.

La segunda medida consistió en el establecimiento de reglas para la inversión extranjera directa, que fue también obligada a permanecer por un plazo de 3 años en el país hasta antes de 1992, para después ser de 1 año y finalmente eliminarse en el 2000. Ambas medidas han sido utilizadas con el objetivo de reducir la inversión especulativa y darle mayor fortaleza a la política monetaria interna.

Esta estrategia sirvió para aislar, al menos durante un periodo de tiempo, a la economía chilena de las crisis de otros países que se contagiaron por el mundo, manteniendo sus tasas internas de interés sin grandes variaciones, principalmente por el *Efecto Tequila* en México y la *Crisis Asiática*. Sin embargo los costos pueden ser elevados si los controles aumentan las tasas de interés y afectan la inversión privada o bien cuando estas medidas son utilizadas permanentemente y no solo de una manera transitoria.

Edwards (1999) argumenta que en el caso chileno, las dos ocasiones que se han utilizado los controles de capital para disminuir el grado de vulnerabilidad de la economía a los choques externos han sido poco efectivos[1], pues en ningún momento se ha podido contener las variaciones del tipo de cambio ni a corto ni largo plazo, además que la deuda externa total no disminuyó significativamente a la de los países latinoamericanos. Adicionalmente, la primera experiencia de control de capital demostró que se requiere además tener una estricta regulación bancaria para que esta medida pueda funcionar, que debe cuidarse el incremento en las tasas internas de interés para evitar que afecten a las empresas medianas y pequeñas y que los esquemas de control de capital solamente pueden ser transitorios hacia una economía de mercado.

Montiel y Reinhart (1999), en una muestra de 15 países de Asia, América, Europa y África, encontraron también que los controles de capital solamente tienen un pequeño efecto de recomposición de la cartera, disminuyendo levemente la inversión de cartera de corto plazo y favoreciendo la IED, pero manteniendo con poco cambio los flujos totales.

2.4.3. Miedo a la flotación

Se ha dicho por algunos autores (Calvo y Reinhart (2000), Reinhart (2000) y Hausmann (2001) entre otros) que un tipo de cambio flexible no es factible para los países en desarrollo, pues dado que la flexibilidad significa una alta inestabilidad del tipo de cambio y ello afecta las tasas de interés internas, se tienen incentivos suficientes para que los bancos centrales intervengan estabilizando la

[1] Chile utilizó controles de capital en los periodos 1978-1982 y 1991-1998

moneda y restando volatilidad, lo que se ha llamado el *miedo a la flotación.*

Calvo y Reinhart (2000) argumentan que es falso que el fin de los tipos de cambio fijos haya llegado ("the demise of fixed exchange"). La evidencia muestra que los países en desarrollo, debido principalmente a las medidas de control inflacionario, utilizan del tipo de cambio como un ancla nominal, pues de lo contrario se verían altamente afectados por la volatilidad del tipo de cambio, generando inestabilidad económica y financiera y provocando un rendimiento más alto de los inversionistas internacionales dentro de estos países, provocando una sobrevaluación cambiaria y una contradicción al modelo de economía abierta (Nadal, 2001). Debido al temor que las devaluaciones se puedan traducir en recesiones, que la inestabilidad propicia el cierre de los mercados de crédito y, que en estas economías en desarrollo, el mecanismo de transmisión del tipo de cambio en las tasas de interés es alto, se observa que las autoridades monetarias imponen límites al comportamiento del tipo de cambio, es decir, por razones de miedo a la flotación.

Invariablemente este miedo a la flotación implica que los países que declaran tener un tipo de cambio flexible padecerán problemas de credibilidad en sus autoridades monetarias, lo que significa que la manera de conseguirla será por medio de un tipo de cambio super fijo.

Hausmann, Panizza y Stein (2001) encontraron que los países con menor desarrollo y que declaran tener un tipo de cambio flexible, en realidad no lo son, pues mediante un índice de flexibilidad del tipo de cambio demuestran que la intervención en esta variable es función inversa de la posibilidad de emitir deuda internacional en su propia moneda. Este argumento ofrece una explicación empírica de porque algunos países eligen un tipo de cambio flexible: por su capacidad de gestionar deuda internacional en su moneda. Asimismo el argumento puede servir para justificar la intervención de algunas autoridades monetarias a favor de no permitir una libre flotación de su moneda, pues el evitar una libre flotación de su moneda puede ser más costoso en función de la deuda pública y privada doméstica expresada en otra divisa.

Edwards (2001) ofrece evidencia contraria sobre el miedo a la flotación, argumentando que, particularmente en el caso de México, más que miedo, lo que la intervención representa es una política óptima de reacción sobre las variaciones en el tipo de cambio.

Martínez, Sánchez y Werner (2001) señalan que México, que ha sido considerado por Calvo y Reinhart como un país con miedo a la flotación, durante los años de 1996 a 2000 presentó una volatilidad menor en el tipo de cambio que la de otros países industrializados con tipo de cambio flexible; en cambio, la volatilidad de las tasas de interés en México ha sido sensiblemente mayor que la registrada en esos países, argumentando el riesgo país como la razón fundamental de este hecho.[2]

Este último resultado ofrece un elemento a favor de la existencia de una política de intervención para aminorar los efectos de la volatilidad en el tipo de cambio, sustentando entonces un miedo a la flotación. La razón que se argumenta en este trabajo es que dado el elevado *pass-through*, retener la volatilidad del tipo de cambio tendrá efectos importantes en el control de la inflación. Este argumento es congruente con el señalamiento de Edwards de una intervención congruente con una política óptima, a partir de un miedo a la flotación, o quizá a la inestabilidad

[2] Los países contra los que se ha comparado a México son Alemania, Inglaterra, Canadá, Australia y Nueva Zelanda.

que podría sucitarse sin la intervención.

Sin duda, lo que implica el miedo a la flotación como una política de reacción óptima sobre el tipo de cambio es que las autoridades monetarias participan influyendo en esta variable, impidiendo su libre comportamiento y con ello se puede decir que no necesariamente la elección del régimen necesita ser en alguno de los dos polos.

CAPíTULO 3

UN MODELO DE ECONOMíA ABIERTA ESTOCÁSTICA CON SALTOS

3.1.- Resumen

En este capítulo se abordará un modelo en donde las variables macroeconómicas se describen mediante procesos de difusión al cual se le incluyen procesos Poisson, que normalmente se utilizan para describir saltos, en donde se incorporan dos argumentos importantes empíricos del comportamiento de los rendimientos de los activos:

1.- Los rendimientos de los activos financieros no tienen comportamientos normales, sino que presentan un comportamiento en el que las colas de la distribución son más pesadas.

2.- Algunas activos financieros presentan cambios drásticos (choques aleatorios de gran tamaño) en su comportamiento, denotando un suceso que afecta las variables económicas en una gran magnitud [1]. La modelación de variables económicas con procesos estocásticos de saltos permite justificar el comportamiento, particularmente del tipo de cambio e inflación, como procesos en los que las expectativas de choques futuros gran magnitud(saltos Poisson) en sus fundamentales alteran tanto su tendencia como su volatilidad y ofrecen expresiones para cuantificar los saltos de éstas últimas.

El modelo presentado en este capítulo es una generalización del modelo desarrollado por Grinols y Turnovsky (1994) donde se han incluido las covarianzas de los procesos que describen el comportamiento de las variables económicas y

[1] Véase Venegas-Martínez (2001) en un trabajo sobre saltos en algunas acciones de la Bolsa Mexicana de Valores

un componente Poisson para algunas de éstos, ofreciendo con ello una mejor aproximación al comportamiento de las variables macroeconómicas y financieras.

En este campo del conocimiento, los intentos previos de modelación del tipo de cambio incluyen a Akgiray y Booth (1988) quienes utilizan un modelo de difusión con saltos para modelar el comportamiento del tipo de cambio del dólar con el marco, la libra y el franco, demostrando que este modelo supera a los modelos de difusión tradicionales. Park, Ahn y Fujihara (1993), utilizando el resultado de Akgiray y Booth (1998), efectuaron un análisis de cobertura óptima para inversiones internacionales que consideran que el tipo de cambio sigue un proceso de difusión con saltos.

Ball y Roma (1993) quienes proponen un modelo de difusión con saltos para el sistema monetario europeo, en el periodo 1980-1992 en el cual además consideran un proceso de reversión a la media.

Cao (2001) utiliza un modelo macroeconómico estocástico de difusión con saltos para derivar fórmulas de valuación de opciones sobre el tipo de cambio donde éste es derivado endógenamente y es afectado por la política monetaria, por la política de dividendos, que afecta los ingresos de los hogares, y de los rendimientos de los instrumentos de inversión externos. Concluye además que tanto el tipo de cambio como el portafolio de mercado están fuertemente correlacionados y son afectados por las mismas variables fundamentales.

Beine y Laurent (2003) proponen que la modelación del tipo de cambio considerando saltos en su comportamiento a partir de las intervenciones de la autoridad monetaria, para lo cual utilizan modelos de probabilidad normal-Bernoulli que permite la incorporación de saltos. El resultado encontrado para el caso del tipo de cambio yen-dólar muestra que las intervenciones de los bancos centrales generan saltos en el comportamiento del tipo de cambio, trayendo al mismo tiempo un incremento de la volatilidad de esta variable.

Venegas-Martínez (2001) demuestra para el caso mexicano que algunos activos financieros que su dinámica puede modelarse mediante procesos de difusión con saltos, logrando con ello capturar el efecto de colas pesadas de las distribuciones de sus rendimientos. Este resultado es congruente con el resultado del trabajo efectuado por Jarrow y Roselfeld (1984) que concluyeron que el modelo más apropiado para la modelación de los activos financieros es el de difusión con saltos.

El modelo a continuación expuesto goza de algunas limitaciones, entre ellas el no considerar que existen rigideces en los mercados financieros, lo cual lo limita a considerarse un modelo de largo plazo. Un modelo estocástico que incluye rigideces es el desarrollado por Obsfeld y Rogoff (2002) en el que se encuentra que las rigideces pueden ser un componente importante que explique el no cumplimiento de la paridad de poder de compra.

3.2. Precios y rendimientos

Son tres los procesos de precios que se incluyen en este modelo de economía abierta con brincos: el precio de los bienes nacionales (P, endógeno), el precio de los bienes externos (Q, exógeno) y el tipo de cambio (E, endógeno)[2]. Las ecuaciones de comportamiento que tienen estas variables se describen a continuación:

$$\frac{\mathrm{d}P_t}{P_t} = \pi_p \mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{p,t} + \nu_p \mathrm{d}S_{p,t}, \tag{3.2.1}$$

[2] El tipo de cambio se mide en unidades de la moneda doméstica por unidades de la moneda externa

$$\frac{\mathrm{d}Q_t}{Q_t} = \pi_q \mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{q,t} + \nu_q \mathrm{d}S_{q,t} \tag{3.2.2}$$

y

$$\frac{\mathrm{d}E_t}{E_t} = e\mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{e,t} + \nu_e \mathrm{d}S_{e,t}. \tag{3.2.3}$$

El término estocástico de cada ecuación significa $E[(\mathrm{d}u_{i,t})^2] = \sigma_i^2 \mathrm{d}t$ para $i = p, q, e$. El término ν_i describe la magnitud del salto y $S_{i,t}$ es una variable Poisson, con parámetro de intensidad λ_i, tal que

$$\Pr(\text{Un salto de magnitud 1 durante dt}) = \Pr(\mathrm{d}S_{i,t} = 1) = \lambda_i \mathrm{d}t, \tag{3.2.4}$$

mientras que

$$\Pr(\text{Ningún salto durante dt}) = \Pr(\mathrm{d}S_{i,t} = 0) = 1 - \lambda_i \mathrm{d}t, \tag{3.2.5}$$

El tipo de cambio se determina bajo la teoría de la Paridad del Poder de Compra (PPC) [3] , por lo que de esta relación pueden deducirse los parámetros de (3.2.1):

$$\pi_p = \pi_q + e + \sigma_{qe}, \tag{3.2.6a}$$

$$\mathrm{d}u_{p,t} = \mathrm{d}u_{q,t} + \mathrm{d}u_{e,t} \tag{3.2.6b}$$

y

$$\nu_p \mathrm{d}S_{p,t} = \nu_q \mathrm{d}S_{q,t} + \nu_e \mathrm{d}S_{e,t}. \tag{3.2.6c}$$

Se asumirá que el nivel de precios externos está exógenamente determinado, por lo que los parámetros de (3.2.3) son conocidos. Los procesos de Wierner y Poisson son independientes.

[3] Véase la ecuación (2.2.45).

En esta economía existen bonos nacionales e internacionales que pagan tasas de interés nominal i e i^* respectivamente. Los rendimientos del dinero y de ambos bonos se describen en las ecuaciones siguientes:

$$\mathrm{d}R_{m,t} = r_m \mathrm{d}t - \mathrm{d}u_{p,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_p} - 1\right) \mathrm{d}S_{p,t}, \tag{3.2.7a}$$

$$\mathrm{d}R_{b,t} = r_b \mathrm{d}t - \mathrm{d}u_{p,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_p} - 1\right) \mathrm{d}S_{p,t} \tag{3.2.7b}$$

y

$$\mathrm{d}R_{b^*,t} = r_{b^*} \mathrm{d}t - \mathrm{d}u_{q,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_q} - 1\right) \mathrm{d}S_{q,t}, \tag{3.2.7c}$$

donde $r_m \equiv -\pi_p + \sigma_p^2$, $r_b \equiv i(1-\tau_i) - \pi_p + \sigma_p^2$ y $r_{b^*} \equiv i^*(1-\tau_{i^*}) - \pi_q + \sigma_q^2$. Las variables τ_i y τ_{i^*} representan las tasas de impuestos a los rendimientos de los bonos nacionales e internacionales respectivamente.

La ecuación que describe el rendimiento de las acciones está dada por

$$\mathrm{d}R_{k,t} = r_{k,t} \mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{k,t} + \nu_k \mathrm{d}S_{k,t}. \tag{3.2.7d}$$

3.3. Optimización de los consumidores

La restricción presupuestaria que enfrenta el consumidor está dada por

$$a_t \equiv \frac{M_t}{P_t} + \frac{B_t}{P_t} + \frac{E_t B_t^*}{P_t} + K_t = \frac{M_t}{P_t} + \frac{B_t}{P_t} + \frac{B_t^*}{Q_t} + K_t. \tag{3.3.1}$$

En este caso, la función de consumo también es determinística: $\mathrm{d}c_t = c_t \mathrm{d}t$. El objetivo del consumidor es maximizar su función de utilidad

$$V_0 = \mathrm{E}_0 \left\{ \int_0^\infty \left[\theta \log(c_t) + \gamma \log(\frac{M_t}{P_t})\right] e^{-\delta t} \mathrm{d}t \right\} \tag{3.3.2}$$

sujeto a la restricción presupuestaria (3.3.1), que sigue un proceso estocástico descrito como

$$\begin{aligned} \mathrm{d}a_t =& a_t[N_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t} + N_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t} + N_{k,t}\mathrm{d}R_{k,t} + N_{b^*,t}\mathrm{d}R_{b^*,t}] \\ & - c_t(1+\tau_c)\mathrm{d}t - \mathrm{d}\tau_t \end{aligned} \quad . \tag{3.3.3}$$

Las variables $N_{i,t}$ representan el valor de las cantidades reales de los diferentes activos relativos a la riqueza total, $i = m, b, b^*$ y k. La variable τ_c es la tasa de impuestos al consumo que enfrenta el consumidor representativo.

Los impuestos a la riqueza (τ_t), presentes en la ecuación (3.3.3), determinados endógenamente, están representados por la ecuación diferencial

$$\mathrm{d}\tau_t = a_t\bar{\tau}\mathrm{d}t + a_t\mathrm{d}u_{\tau,t} + a_t\nu_\tau\mathrm{d}S_{\tau,t}. \tag{3.3.4}$$

donde $\mathrm{E}[(\mathrm{d}u_{\tau,t})^2] = \sigma_\tau\mathrm{d}t$.

Sustituyendo (3.2.7) y (3.3.4) en (3.3.3) y agrupando términos,la riqueza se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}a_t}{a_t} =& [N_{m,t}r_{m,t} + N_{b,t}r_{b,t} + N_{k,t}r_{k,t} + N_{b^*,t}r_{b^*,t} - \frac{c_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}]\mathrm{d}t \\ & - (N_{m,t} + N_{b,t})\mathrm{d}u_{p,t} + N_{k,t}\mathrm{d}u_{k,t} - N_{b*,t}\mathrm{d}u_{q,t} - \mathrm{d}u_{\tau,t} \\ & + (N_{m,t} + N_{b,t})\left(\frac{1}{1+\nu_p} - 1\right)\mathrm{d}S_p + N_{b^*,t}\left(\frac{1}{1+\nu_q} - 1\right)\mathrm{d}S_q \\ & + N_{k,t}\nu_k\mathrm{d}S_k - \nu_\tau\mathrm{d}S_\tau \end{aligned} \tag{3.3.5}$$

con la condición que

$$N_{m,t} + N_{b,t} + N_{k,t} + N_{b^*,t} = 1, \tag{3.3.6}$$

Entonces, el problema a resolver por el consumidor consiste en maximizar V_0 sujeto a (3.3.5) y (3.3.6). La solución a este problema, de acuerdo a la condición de optimalidad de HJB, es expresada como:

$$c_t = \frac{\theta\delta}{(\gamma+\theta)(1+\tau_c)}a_t, \tag{3.3.7a}$$

$$N_{m,t} = \frac{\gamma\delta}{(\gamma+\theta)(1-\tau_i)i}. \tag{3.3.7b}$$

$$\begin{aligned}
r_{k,t} - r_{b,t} &= N_{k,t}(\sigma_k^2 + \sigma_{pk}) - (N_{m,t} + N_{b,t})(\sigma_{pk} + \sigma_p^2) \\
&- N_{b^*,t}(\sigma_{pq} + \sigma_{qk}) - \sigma_{pv} - \sigma_{kv} \\
&- \lambda_k\left(\frac{\nu_k}{1 + N_{k,t}\nu_k}\right) - \lambda_p\left(\frac{\nu_p}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_p}\right) \\
&= cov(du_{a,t}, du_{p,t} + du_{k,t}) \\
&- \lambda_k\left(\frac{\nu_k}{1 + N_{k,t}\nu_k}\right) - \lambda_p\left(\frac{\nu_p}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_p}\right)
\end{aligned} \tag{3.3.7c}$$

y

$$\begin{aligned}
r_{b^*,t} - r_{b,t} &= (N_{m,t} + N_{b,t})(\sigma_{pq} - \sigma_p^2) + N_{b^*,t}(-\sigma_{pq} + \sigma_q^2) \\
&+ N_{k,t}(\sigma_{pk} - \sigma_{qk}) + \sigma_{qv} - \sigma_{pv} \\
&+ \lambda_{q^*}\left(\frac{\nu_k}{1 + N_{k,t}\nu_k}\right) - \lambda_p\left(\frac{\nu_p}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_p}\right). \\
&= cov(du_{a,t}, du_{p,t} - du_{q,t}) \\
&+ \lambda_{q^*}\left(\frac{\nu_k}{1 + N_{k,t}\nu_k}\right) - \lambda_p\left(\frac{\nu_p}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_p}\right)
\end{aligned} \tag{3.3.7d}$$

donde además debe considerarse la condición de transversalidad

$$\lim_{t \to \infty} E[(b_0 + \ln(a_t/\delta))e^{-\delta t}] = 0, \tag{3.3.7e}$$

y que evaluada en la expresión (3.3.7a) implica la condición $\frac{c_t}{a_t} \geq 0$ y que permite mantener una coherencia contable.

La ecuación (3.3.7a) es la condición de optimalidad para el consumo, la (3.3.7b) para la tenencia de dinero, la ecuación (3.3.7c) representa la condición de equilibrio para el diferencial entre los rendimientos de las acciones y los bonos, asi como la (3.3.7d) representa el diferencial de rendimientos en el equilibrio entre los bonos externos y los nacionales. Las primeras condiciones son idénticas a las presentadas en Grinols y Turnowsky (1994). Las últimas dos presentan explícitamente un par de términos adicionales referentes a los saltos Poisson.

De las ecuaciones (3.3.7c) y (3.3.7d) se observa que ambas son cúbicas en $N_{k,t}$ y $N_{b^*,t}$ respectivamente, lo que garantiza que al menos tienen una raíz real. El valor de N_b se determina con la condición (3.3.6).

Nuevamente, la solución para el consumo es una relación costante entre consumo y riqueza, dependiente de los parámetros de la función de utilidad y del descuento.

La proporción de la riqueza destinada a la liquidez, $N_{m,t}$, guarda una relación inversa a la tasa de interés y no se ve afectada de manera directa por los choques estocásticos, sino de manera indirecta en la medida en que éstos influyan en i. También se ve afectada por los parámetros de la función de utilidad (θ, γ y δ) en el sentido siguiente: un incremento en θ representa una mayor importancia en el consumo en la función de utilidad, lo cual disminuye la tenencia de dinero; un incremento en γ representa un incremento en la importancia del dinero en la función de utilidad lo cual aumenta esta variable y, finalmente, un incremento en δ, la tasa de descuento, ofrece un incremento el día de hoy la cantidad de dinero (y el consumo). La riqueza no afecta de manera directa la posición en dinero.

3.4. El problema de decisión de la empresa

La función del productor representativo se expresa de la manera siguiente:

$$\mathrm{d}Y_t = \alpha K_t \mathrm{d}t + \alpha K_t du_{y,t} + \alpha K_t \nu_y \mathrm{d}S_{y,t}, \tag{3.4.1}$$

que depende del capital (K_t) y del parámetro α, que representa la productividad.

Los rendimientos al capital se obtienen de los dividendos y de las ganancias de capital, ambos después de impuestos, tal que

$$\mathrm{d}R_{k,t} = (1-\tau_d)\frac{\mathrm{d}D_t}{K_t} + (1-\tau_g)\frac{\mathrm{d}g_t}{g_t}, \tag{3.4.2}$$

donde D_t son los dividendos, g_t es el precio de las acciones, τ_d es el impuesto sobre los dividendos y τ_g es la tasa de impuestos sobre las ganancias de capital.

Existen M activos en la economía, que pueden ser comercializados a un precio g_t, equivalentes a un monto K_t, esto es, $Mg_t = K_t$, por lo tanto,

$$M\mathrm{d}g_t = \mathrm{d}K_t. \tag{3.4.3}$$

Por otro lado, los ingresos después de impuestos, $(1-\tau_y)\mathrm{d}Y_t$ se dividen en dividendos e incremento del capital, es decir

$$(1-\tau_y)\mathrm{d}Y_t = \mathrm{d}D_t + \mathrm{d}K_t, \tag{3.4.4}$$

sustituyendo (3.4.3) y despejando el precio de los activos resulta

$$\frac{\mathrm{d}g_t}{g_t} = \frac{(1-\tau_y)\mathrm{d}Y_t - \mathrm{d}D_t}{K_t}. \tag{3.4.5}$$

Sustituyendo (3.4.5) en (3.4.2), los rendimientos se expresan como:

$$\mathrm{d}R_{k,t} = (1-\tau_g)(1-\tau_y)\frac{\mathrm{d}Y_t}{K_t} + (\tau_g - \tau_d)\frac{\mathrm{d}D_t}{K_t}. \tag{3.4.6}$$

Definiendo los dividendos como

$$\mathrm{d}D_t = \varphi(1-\tau_y)\mathrm{d}Y_t, \tag{3.4.7}$$

donde $\varphi \in [0,1]$ es la proporción del ingreso después de impuestos que se destina a pago de dividendos para los accionistas.

Finalmente, sustituyendo (3.4.7) en (3.4.6), los rendimientos se expresan como

$$\mathrm{d}R_{k,t} = (1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]\frac{\mathrm{d}Y_t}{K_t}. \tag{3.4.8}$$

De donde pueden identificarse los parámetros de la ecuación (3.2.7d):

$$r_k = (1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]\alpha, \tag{3.4.9a}$$

$$\mathrm{d}u_{k,t} = (1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]\alpha\mathrm{d}u_{y,t}, \tag{3.4.9b}$$

$$\nu_k\mathrm{d}S_{k,t} = (1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]\alpha\mathrm{d}\nu_y\mathrm{d}S_{y,t}. \tag{3.4.9c}$$

3.5. Políticas gubernamentales

El gobierno, como se ha descrito, ejerce el gasto público que recauda por medio de impuestos, imprime dinero y emite bonos en operaciones de mercado abierto. Su restricción presupuestaria es:

$$\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)+\mathrm{d}\left(\frac{B_t}{P_t}\right)=\mathrm{d}G_t-\mathrm{d}\tau_t+\left(\frac{M_t}{P_t}\right)\mathrm{d}R_{m,t}+\left(\frac{B_t}{P_t}\right)\mathrm{d}R_{b,t}. \tag{3.5.1}$$

donde $\mathrm{d}G_t$ representa el proceso de evolución del gasto de gobierno, mismo que se escribe como

$$\mathrm{d}G_t = g\alpha K_t\mathrm{d}t + g'\alpha K_t\mathrm{d}u_{g,t}+\nu_g\alpha K_t\mathrm{d}S_{g,t}, \tag{3.5.2}$$

donde g, g' y ν_g son constantes de proporcionalidad de crecimiento, riesgo y salto respectivamente. Este comportamiento se considera exógeno al modelo. El término de saltos en esta ecuación puede explicarse a partir de incrementos o disminuciones del gasto público no esperados por los agentes, que pueden ser provocados a partir de la frecuencia de la información publicada por las instancias gubernamentales.

Por su parte, la política monetaria está descrita por el proceso

$$\frac{\mathrm{d}M_t}{M_t} = \mu \mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{m,t} + \nu_m \mathrm{d}S_{m,t}, \tag{3.5.3}$$

donde, como es sabido, $\mathrm{d}u_{m,t} = \sigma^2_{m,t}\mathrm{d}W_t$. El proceso de saltos en la ecuación puede ser entendido a partir de la frecuencia de la información de la autoridad monetaria, la cual no es continua y tras los anuncios de la instrumentación de la política monetaria las variables financieras suelen presentar comportamientos discontinuos. Para definir su política de deuda, el gobierno sigue la regla

$$\frac{B_t}{M_t} = \xi, \tag{3.5.4}$$

donde la variable ξ es constante. El parámetro ξ puede interpretarse como la política de esterilización del banco central.

Por otro lado, la recaudación de impuestos por parte del gobierno se da en dos niveles: hogares y empresas. En los hogares, recauda impuestos por el consumo, por la riqueza, por los rendimientos de los bonos y por la tenencia de acciones, mismos que se resumen en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\tau_h = {} & \tau_c c_t \mathrm{d}t + a_t[\bar{r}\mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{r,t} + \nu_r \mathrm{d}S_{r,t}] + i\tau_i N_{b,t} a_t \mathrm{d}t \\ & + \tau_y[1 - \alpha_d\tau_d - (1-\alpha_d)\tau_g][\alpha \mathrm{d}t + \alpha \mathrm{d}u_{y,t} + \alpha \mathrm{d}\nu_y \mathrm{d}S_{y,t}] \end{aligned}. \tag{3.5.5}$$

Por su parte, las empresas pagan impuestos corporativos, expresados como:

$$\mathrm{d}\tau_e = \alpha\tau_y K_t(\mathrm{d}t + \mathrm{d}u_{y,t} + \nu_y \mathrm{d}S_{y,t}). \tag{3.5.6}$$

3.6. Equilibrio en el mercado de productos y balanza de pagos

Un superavit comercial, $\mathrm{d}Y_t - \mathrm{d}c_t - \mathrm{d}K_t - \mathrm{d}G_t$, provocara un aumento en la tenencia de bonos externos, descrita por:

$$\mathrm{d}\left(\frac{B_t^*}{Q_t}\right) = [\mathrm{d}Y_t - \mathrm{d}c_t - \mathrm{d}K_t - \mathrm{d}G_t] + \left(\frac{B_t^*}{Q_t}\right)\mathrm{d}R_{b^*,t}. \tag{3.6.1}$$

Lo que indica que los excedentes en moneda extranjera del comercio internacional de bienes es utilizado para la adquisición de instrumentos de deuda en esa moneda, pues dado que el tipo de cambio es flexible, no existe acumulación de reservas internacionales y los agentes tampoco demandan moneda extranjera.

Sustituyendo las ecuaciones (3.2.7c), (3.4.1) y (3.5.2) en (3.6.1) resulta:

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\left(\frac{B_t^*}{Q_t}\right) + \mathrm{d}K_t = &\left[\alpha(1-g)K_t - c_t + (i^* - q + \sigma_q^2)\frac{B_t^*}{Q_t}\right]\mathrm{d}t \\ &+ \alpha K_t(\mathrm{d}u_{y,t} - g'\mathrm{d}u_{g,t}) - \frac{B_t^*}{Q_t}\mathrm{d}u_{q,t} \\ &+ \alpha K_t(\nu_y \mathrm{d}S_{y,t} - \nu_g \mathrm{d}S_{g,t}) + \left(\frac{B_t^*}{Q_t}\right)\left(\frac{1}{1+\nu_q} - 1\right)\mathrm{d}S_{q,t}\ .\end{aligned} \tag{3.6.2}$$

Esta última ecuación describe el equilibrio en el mercado de bienes y el equilibrio de la balanza de pagos, representando las compras de bonos extranjeros que tendrá que efectuarse cuando las exportaciones netas sean positivas. En el caso de que las exportaciones netas sean negativas, se registrará venta de bonos extranjeros. Puede además decirse que esta última ecuación representa el comportamiento de la canasta de bonos comercializables en una economía, compuesta por acciones y bonos extranjeros[4].

[4] Se considera que para los bonos emitidos por el gobierno local no existe el mercado secundario, solamente el primario.

3.7. Equilibrio macroeconómico

Todos los elementos descritos anteriormente se considerarán ahora para la determinación del equilibrio de la economía doméstica, en un modelo de equilibrio parcial[5]. Entre estos elementos se encuentran algunos exógenos determinísticos: tendencia de la política monetaria (μ y ν_m), gasto de gobierno (g, g' y ν_g), política de deuda (ξ) e inflación externa (π_q y ν_q); otros exógenos estocásticos: crecimiento monetario ($\mathrm{d}u_{m,t}$), gasto de gobierno ($\mathrm{d}u_{g,t}$), productividad ($\mathrm{d}u_{y,t}$), inflación externa ($\mathrm{d}u_{q,t}$), saltos en el proceso de crecimiento monetario ($\mathrm{d}S_{m,t}$), saltos en el gasto de gobierno ($\mathrm{d}S_{g,t}$), saltos en la productividad ($\mathrm{d}S_{y,t}$) y saltos en el proceso de precios externos ($\mathrm{d}S_{q,t}$).

Son endógenos los componentes del proceso de precios(π_p, $\mathrm{d}u_{p,t}$ y $\nu_p \mathrm{d}S_{p,t}$), los impuestos ($\bar{\tau}$, $\mathrm{d}u_{\tau,t}$ y $\nu_\tau \mathrm{d}S_{\tau,t}$), el capital ($r_{k,t}$, $\mathrm{d}u_{k,t}$ y $\nu_k \mathrm{d}S_{k,t}$) y el tipo de cambio (e, $\mathrm{d}u_{e,t}$ y $\nu_e \mathrm{d}S_{e,t}$).

3.7.1 Nivel de precios de equilibrio

Las condiciones de optimalidad (3.3.7a), (3.3.7b), (3.3.7c) y (3.3.7d) implican que si los activos tienen las mismas características estocásticas en el tiempo, las asignaciones óptimas serán constantes. Entonces se tiene que:

$$\frac{M_t/P_t}{(B_t^*/Q_t)+K_t} = \frac{N_{m,t}}{N_{b^*,t}+N_{k,t}} \tag{3.7.1}$$

es constante y, por consecuencia, el nivel de precios puede ser escrito como:

$$P_t = \left(\frac{N_{b^*,t}+N_{k,t}}{N_{m,t}}\right)\left(\frac{M_t}{B_t^*/Q_t+K_t}\right). \tag{3.7.2}$$

[5] Aunque tambiíen podría considerarse un equilibrio general si se asume que la economía doméstica es suficientemente pequeña y conservará indefinidamente ese tamaño.

Cuando se calcula $\mathrm{d}P_t/P_t$ y se agrupan partes estocásticas y determinísticas se encuentra que esta última se expresa como:

$$\begin{aligned}\pi_p =& \mu - \alpha(1-g)\eta - (1-\eta)(i_t^* - \pi_q + \sigma_q^2) + \frac{\theta\delta\eta}{(1+\tau_c)(\theta+\gamma)N_{k,t}} \\ &+ \alpha^2\eta^2\sigma_y^2 + \alpha^2\eta^2 g'^2\sigma_g^2 + (1-\eta)^2\sigma_q^2 + (1-\eta)\sigma_{mq} \\ &+ g'\alpha\eta\sigma_{mg} - \alpha\eta\sigma_{my} - 2\eta^2 g'\alpha^2\sigma_{yg} \\ &- 2\alpha\eta(1-\eta)\sigma_{yq} + 2g'\alpha\eta(1-\eta)\sigma_{qg}\end{aligned}, \qquad (3.7.3)$$

donde $\eta = \frac{N_{k,t}}{N_{b^*,t}+N_{k,t}}$, es la propoción de acciones del total de activos comercializables y $\sigma_{ij,t}\mathrm{d}t \equiv cov(\mathrm{d}u_i, \mathrm{d}u_j)$.

Lo que esta ecuación expresa es que la inflación varía de manera positiva con la tasa esperada de crecimiento de la oferta monetaria y con la tasa esperada de crecimiento de los activos comercializables en la economía[6]. Un incremento de los rendimientos de los activos externos provoca una reducción en la inflación.

También se observa que el nivel de precios es afectado positivamente por las varianzas en la producción, el gasto de gobierno y la inflación extranjera, en el entendido que la incertidumbre en estas variables genera efectos inflacionarios.

El componente browniano del proceso de precios es:

$$\mathrm{d}u_{p,t} = \mathrm{d}u_{m,t} - \alpha\eta\mathrm{d}u_{y,t} + g'\alpha\eta\mathrm{d}u_{g,t} + (1-\eta)\mathrm{d}u_{q,t}. \qquad (3.7.4)$$

La varianza (grado de incertidumbre) de la inflación se afecta positivamente por las varianzas de la oferta monetaria, la inflación externa y el gasto de gobierno, y negativamente por la varianza de la producción. La forma en la que estas variables influyen en la varianza se manifiesta igualmente en los saltos del proceso

[6] Aunque esta última se relaciona positivamente con la tasa de rendimiento esperada de los bonos extranjeros y, de manera inversa, con el gasto de gobierno y el consumo.

de precios: los saltos de la oferta monetaria, el gasto de gobierno y la inflación externa, de forma positiva y los saltos de la producción, de manera negativa, como puede verse a continuación:

$$\nu_p \mathrm{d}S_{p,t} = \nu_m \mathrm{d}S_{m,t} - \alpha\eta\left(\frac{\nu_y}{1+\alpha\eta\nu_y}\mathrm{d}S_{y,t} - \frac{\nu_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\mathrm{d}S_{g,t}\right) + \frac{(1-\eta)\nu_q}{1+\eta\nu_q}\mathrm{d}S_{q,t}. \tag{3.7.5}$$

en donde un salto positivo de los precios puede ser "alimentado" por saltos en la oferta monetaria, en la inflación externa y el gasto de gobierno y pueden ser reducidos por saltos en la producción.

Como puede observarse, la inflación es endógenamente determinada como un proceso de difusión que presenta una forma leptokúrtica de colas pesadas donde las variables que explican los saltos son las sorpresas (choques) en la oferta monetaria, en la producción, en el gasto de gobierno y en el tipo de cambio.

3.7.2 Impuestos en equilibrio

Cuando se sustituyen las ecuaciones (3.2.1), (3.3.4), (3.5.2), (3.5.3) y (3.5.4) en (3.5.1) y se igualan las partes determinísticas y estocásticas (browniano y Poisson) de ambos lados de la ecuación, se encuentran las definiciones para $\bar{\tau}$, $\mathrm{d}u_{\tau,t}$ y $\nu_\tau \mathrm{d}S_{\tau,t}$, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\bar{\tau} &= \alpha g N_{k,t} - \mu(N_{m,t}+N_{b,t}) + iN_{b,t} + (N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_{mp} \\ &\quad - i\tau_i N_{b,t} - \tau_c c_t - \alpha N_{k,t}[(1-\tau_y)\tau_k + \tau_y]\end{aligned}, \tag{3.7.6}$$

$$\mathrm{d}u_{\tau,t} = g'\alpha N_{k,t}\mathrm{d}u_{g,t} - (N_{m,t}+N_{b,t})\mathrm{d}u_{m,t} - \alpha[(1-\tau_y)\tau_k - \tau_y]N_{k,t}\mathrm{d}u_{y,t} \tag{3.7.7}$$

y

$$\nu_\tau \mathrm{d}S_{\tau,t} = \alpha N_{k,t}[\nu_g \mathrm{d}S_g + (\tau_y - \tau_k(1-\tau_y))\nu_y \mathrm{d}S_{y,t}] - (N_{m,t}+N_{b,t})\nu_m \mathrm{d}S_{m,t}. \tag{3.7.8}$$

Estas expresiones definen el nivel de impuestos a la riqueza necesario para mantener equilibrado el presupuesto del gobierno, definiéndose previamente las tasas de impuestos a los intereses, al consumo y el corporativo, de tal manera que esta tasa de impuestos a la riqueza sirve para complementar las recaudaciones anteriores.

La tasa de impuestos de equilibrio reacciona positivamente al aumento del gasto de gobierno y a la tasa de interés y negativamente ante un aumento de la oferta monetaria y al resto de tasas de impuestos exógenos.

La incertidumbre en el gasto de gobierno es trasmitida a los impuestos, manifestándose por medio de un incremento en la varianza de los impuestos, mientras que un aumento en la incertidumbre en la oferta monetaria y en la producción la afecta negativamente.

Los impuestos a la riqueza también presentan saltos que son determinados endógenamente a partir de las expectativas de saltos en el gasto de gobierno, la producción y la oferta monetaria.

3.7.3 Componentes estocásticos del capital, tipo de cambio e impuestos

Debido a que $N_{m,t}$ y $N_{k,t}$ son constantes, las partes estocásticas de los procesos de difusión de M_t/P_t y a_t son iguales, lo que se traduce en

$$\mathrm{d}u_{k,t} = \mathrm{d}u_{a,t} = \mathrm{d}u_{m,t} - \mathrm{d}u_{p,t}, \tag{3.7.9}$$

$$\nu_k \mathrm{d}S_{k,t} = \left(1 - \frac{1}{1+\nu_a}\right)\mathrm{d}S_{a,t} = \nu_m \mathrm{d}S_m - \left(1 - \frac{1}{1+\nu_p}\right)\mathrm{d}S_p. \tag{3.7.10}$$

donde $\nu_a \mathrm{d}S_a$ se define en la ecuación (3.3.5).

Sustituyendo la expresión (3.7.4) en (3.7.9) se tiene

$$\mathrm{d}u_{k,t} = \mathrm{d}u_{a,t} = \alpha\eta \mathrm{d}u_{y,t} - g'\alpha\eta \mathrm{d}u_{g,t} - (1-\eta)\mathrm{d}u_{q,t}. \tag{3.7.11}$$

Ahora, de las ecuaciones (3.2.6b) y (3.7.4) se obtiene

$$du_{c,t} = du_{m,t} + g'\alpha\eta du_{g,t} - \alpha\eta du_{y,t} - \eta du_{q,t}. \tag{3.7.12}$$

Ahora, sustituyendo la ecuación (3.7.5) en (3.7.10) y obtiendo el primero y segundo valor esperado respecto al origen resultan las ecuaciones para el proceso de Poisson que serán utilizadas para estimar el tamaño del salto del proceso de acumulación de la riqueza. Es decir,

$$\nu_k\lambda_k = \frac{1}{1+\nu_p}\left[-\nu_p\nu_m\lambda_m + \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) - \frac{(1-\eta)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}\right], \tag{3.7.13}$$

$$\begin{aligned}\nu_k^2\lambda_k = & \frac{1}{(1+\nu_p)^2}\left[\nu_p^2\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left(\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right)\right] \\ & + \frac{1}{(1+\nu_p)^2}\left[\frac{(1-\eta)^2\nu_q^2\lambda_q}{(1+\eta\nu_q)^2}\right]\end{aligned}. \tag{3.7.14}$$

El mismo procedimiento para determinar tanto el parámetro del tamaño del salto como la probabilidad de ocurrencia de éste, mismos que resultan, para el caso del tamaño del brinco,

$$\nu_p = \frac{\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left(\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right) + \frac{(1-\eta)^2\nu_q^2\lambda_q}{(1+\eta\nu_q)^2}}{\nu_m\lambda_m - \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) + \frac{(1-\eta)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}}, \tag{3.7.15}$$

y la probabilidad, el parámetro λ_p:

$$\lambda_p = \frac{\left[\nu_m\lambda_m - \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) + \frac{(1-\eta)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}\right]^2}{\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left(\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right) + \frac{(1-\eta)^2\nu_q^2\lambda_q}{(1+\eta\nu_q)^2}}. \tag{3.7.16}$$

Cuando este parámetro se sustituye en las ecuaciones (3.7.13) y (3.7.14) se determina el tamaño del salto del proceso de acumulación de la riqueza y su parámetro λ_k, resultando:

$$\nu_k = \frac{\nu_p^2\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left(\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right) + \frac{(1-\eta)^2\nu_q^2\lambda_q}{(1+\eta\nu_q)^2}}{(1+\nu_p)\left[-\nu_p\nu_m\lambda_m + \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) - \frac{(1-\eta)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}\right]}, \tag{3.7.17}$$

$$\lambda_k = \frac{\left[-\nu_p\nu_m\lambda_m + \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) - \frac{(1-\eta)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}\right]^2}{\nu_p^2\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left(\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right) + \frac{(1-\eta)^2\nu_q^2\lambda_q}{(1+\eta\nu_q)^2}}. \tag{3.7.18}$$

En estas últimas, se deberá considerar la sustitución de (3.7.15). Por su parte, las expresiones equivalentes para el tipo de cambio son

$$\nu_e = \frac{\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left[\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_g)^2}\right] + \nu_q^2\lambda_q\left(\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta\nu_q)^2} + 1\right)}{\nu_m\lambda_m - \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) - \frac{\eta(1+\nu_q)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}}, \tag{3.7.19}$$

$$\lambda_e = \frac{\left[\nu_m\lambda_m - \alpha\eta\left(\frac{\nu_y\lambda_y}{1+\alpha\eta\nu_y} - \frac{\nu_g\lambda_g}{1+\alpha\eta\nu_g}\right) - \frac{\eta(1+\nu_q)\nu_q\lambda_q}{1+\eta\nu_q}\right]^2}{\nu_m^2\lambda_m + \alpha^2\eta^2\left[\frac{\nu_y^2\lambda_y}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2} + \frac{\nu_g^2\lambda_g}{(1+\alpha\eta\nu_y)^2}\right] + \nu_q^2\lambda_q\left(\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta\nu_q)^2} + 1\right)}, \tag{3.7.20}$$

y para los impuestos

$$\nu_\tau = \frac{\alpha^2 N_{k,t}^2[\nu_g^2\lambda_g + (\tau_k[1-\tau_y] - \tau_y)^2\nu_y^2\lambda_y] + [N_{m,t} + N_{b,t}]^2\nu_m^2\lambda_m}{\alpha N_{k,t}[\nu_g\lambda_g - (\tau_k[1-\tau_y] - \tau_y)\nu_y\lambda_y] - [N_{m,t} + N_{b,t}]\nu_m\lambda_m}, \tag{3.7.21}$$

$$\lambda_\tau = \frac{[\alpha N_{k,t}[\nu_g\lambda_g - (\tau_k(1-\tau_y) - \tau_y)\nu_y\lambda_y] - [N_{m,t} + N_{b,t}]\nu_m\lambda_m]^2}{\alpha^2 N_{k,t}^2[\nu_g^2\lambda_g + (\tau_k(1-\tau_y) - \tau_y)^2\nu_y^2\lambda_y] + [N_{m,t} + N_{b,t}]^2\nu_m^2\lambda_m}. \tag{3.7.22}$$

3.7.4 Ecuaciones de equilibrio

Para este punto se requerirán las covarianzas $cov(\mathrm{d}u_{p,t}, \mathrm{d}u_{k,t})$, $cov(\mathrm{d}u_{p,t}, \mathrm{d}u_{\tau,t})$, $cov(\mathrm{d}u_{p,t}, \mathrm{d}u_{c,t})$, $cov(\mathrm{d}u_{\tau,t}, \mathrm{d}u_{k,t})$, $cov(\mathrm{d}u_{c,t}, \mathrm{d}u_{k,t})$ y $cov(\mathrm{d}u_{p,t}, \mathrm{d}u_{k,t})$, cuyas ecuaciones se desarrollan en el anexo. Adicionalmente se requieren las covarianzas $cov(\mathrm{d}u_{a,t}, \mathrm{d}u_{p,t} + \mathrm{d}u_{k,t})$ y $cov(\mathrm{d}u_{a,t}, \mathrm{d}u_{p,t} - \mathrm{d}u_{q,t})$, cuyos resultados se conocen de las ecuaciones (3.3.7c) y (3.3.7d), las cuales permiten reescribir los diferenciales de tasas de interés de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r_{k,t} - r_{b,t} = &- g'^2\alpha^2\eta^2\sigma_g^2 - (1-\eta)^2\sigma_q^2 + \alpha^2\eta(1-\eta)\sigma_y^2 \\ &+ g'\alpha^2\eta(2\eta-1)\sigma_{gy} - \alpha g'\eta\sigma_{gm} - 2g'\alpha\eta(1-\eta)\sigma_{gq} \\ &+ (1-\eta)(2\eta-1)\alpha\sigma_{qy} - (1-\eta)\sigma_{mq} + \alpha\eta\sigma_{my} \\ &- \frac{\lambda_k\nu_k}{1+N_{k,t}\nu_k} - \frac{\lambda_p\nu_p}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_p} \end{aligned} , \tag{3.7.23}$$

que expresa el diferencial en rendimientos entre la acción y el bono doméstico. De las ecuaciones (3.2.7b), (3.2.7d) y (3.4.9a) se sabe que

$$r_{k,t} - r_{b,t} = (1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d - (1-\varphi)\tau_g]\alpha - i(1-\tau_i) + \pi_p - \sigma_p^2$$

y cuando se sustituye en (3.7.23) resulta:

$$\begin{aligned} \alpha = &\left(\frac{1}{(1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]}\right)[i(1-\tau_i) - \pi_p + \sigma_m^2 \\ &- g'\alpha^2\eta\sigma_{gy} + \alpha^2\eta\sigma_y^2 - \alpha\eta\sigma_{my} + (1-\eta)\sigma_{mq} + g'\alpha\eta\sigma_{mg} \\ &- (1-\eta)\alpha\sigma_{qy} - \frac{\lambda_k\nu_k}{1+N_{k,t}\nu_k} - \frac{\lambda_p\nu_p}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_p}] \end{aligned} . \tag{3.7.24}$$

De la misma forma se estima $cov(\mathrm{d}u_{a,t}, -\mathrm{d}u_{q,t} + \mathrm{d}u_{p,t})$ y se sustituye en (3.3.7d)

$$\begin{aligned} r_{b^*,t} - r_{b,t} = &- \alpha^2 g'^2\eta^2\sigma_g^2 + \eta(1-\eta)\sigma_q^2 - \alpha^2\eta^2\sigma_y^2 + \alpha\eta\sigma_{my} - \alpha g'\eta\sigma_{gm} \\ &+ g'\alpha\eta(1-2(1-\eta))\sigma_{gq} - (1-\eta)\sigma_{qm} + \alpha\eta(1-2\eta)\sigma_{qy} \\ &+ 2g'\alpha^2\eta^2\sigma_{gy} + \frac{\lambda_{b^*}\nu_q}{1+(1-N_{b^*,t})\nu_q} - \frac{\lambda_p\nu_p}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_p} \end{aligned} , \tag{3.7.25}$$

que expresa el diferencial entre los bonos externos y los domésticos. Sustituyendo las ecuaciones (3.2.7c), (3.2.7d) y (3.4.9a) en (3.7.25) se encuentra:

$$\begin{aligned} i(1-\tau_i) =& i^*(1-\tau_{i^*}) + e - \sigma_m^2 + \eta\sigma_{qm} - g'\alpha\eta\sigma_{gm} + \alpha\eta\sigma_{my} \\ & - \frac{\lambda_{b^*}\nu_q}{1+(1-N_{b^*,t})\nu_q} + \frac{\lambda_p\nu_p}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_p} \end{aligned} \tag{3.7.26}$$

lo que explica el diferencial entre las tasas de interés doméstica y externa, que en el caso que $\sigma_{ij} = 0$ para toda $i \neq j$ y cuando $\lambda_k = 0$ para toda k, la expresión resultante es la llamada paridad no cubierta de tasas de interés.

La expresión (3.7.26) ofrece elementos para explicar porqué pueden existir alejamientos en las tasas de interés de la paridad no cubierta: los riesgos de saltos de los precios domésticos y externos, que afectan, respectivamente, de manera positiva y negativa el diferencial de tasas; a la volatilidad de la política monetaria, disminuyendo el diferencial, y a las covarianzas, de manera ambigua.

Dado que $cov(\mathrm{d}u_{q,t}, \mathrm{d}u_{e,t}) = \sigma_{qe} = \eta\sigma_q^2$, al sustituir en (3.2.6a) se tiene

$$\pi_p = \pi_q + e - \eta\sigma_q^2 + \sigma_{qm} + g'\alpha\eta\sigma_{qg} - \alpha\eta\sigma_{qy}. \tag{3.7.27}$$

Las ecuaciones (3.7.3), (3.7.24), (3.7.26) y (3.7.27) forman un sistema de ecuaciones que determinan el equilibrio de las variables endógenas i, e, π_p y η.

Ahora, sustituyendo (3.4.9c), (3.7.26) y (3.7.27) en (3.7.24) y despejando η se tiene:

$$\begin{aligned} \eta =& \frac{\alpha - i^*(1-\tau_i^*) + \pi_q + \frac{\lambda_y\nu_y\varsigma}{1+N_{k,t}\varsigma\nu_y} + \frac{\lambda_{b_*}\nu_q}{1+(1-N_{b_*,t})\nu_q} - \alpha\sigma_{qy}}{\sigma_q^2 + \alpha^2\sigma_y^2 - g'\alpha^2\sigma_{gy} - g'\alpha\sigma_{qg} - 2\alpha\sigma_{qy}}, \\ \equiv& \eta(\alpha, i^* - \pi_q, \sigma_y^2, \sigma_q^2, \lambda_y\nu_y, \lambda_{b_*}\nu_q) \end{aligned} \tag{3.7.28}$$

donde ς equivale a $(1-\tau_y)[1-\varphi\tau_d-(1-\varphi)\tau_g]$. La ecuación (3.7.28) es una ecuación de equilibrio para la proporción de la inversión realizada en las acciones domésticas.

Un mayor rendimiento de los activos domésticos, así como un aumento de la inflación externa provocan un aumento en la proporción de acciones por sobre la cantidad de bonos externos. Un incremento del rendimiento de los bonos externos provoca el efecto contrario.

El aumento en el riesgo de la inflación externa, σ_q^2, influirá en la tasa de rendimiento de los bonos externos, generándose un efecto de sustitución en favor de éstos. El aumento del riesgo en la producción (o crecimiento del acervo de capital), σ_y^2, representa un riesgo mayor de las acciones sin mejorar su rendimiento, lo que provoca también un efecto sustitución en favor de los bonos externos.

Un salto positivo en la producción, ν_y provoca un aumento en el rendimiento de los activos, afectando positivamente la posición relativa en activos domésticos. Un salto positivo en el proceso de precios externo, ν_q, se traduce en un incremento de la inflación externa, lo que reduce el rendimiento de los bonos externos y, por ello, se observa una sustitución a favor de los activos domésticos.

Al sustituir ahora (3.7.26) y (3.7.28) en (3.7.24) y despejando π_p resulta

$$\begin{aligned}\pi_p =& i^*(1-\tau_i^*) + e - \alpha + \alpha^2\eta^*\sigma_y^2 - g'\alpha^2\eta^*\sigma_{gy} - (1-\eta^*)\gamma\sigma_{qy} \\ & - \frac{\lambda_{b^*}\nu_q}{1+(1-N_{b^*,t})\nu_q} - \frac{\lambda_y\nu_y\varsigma}{1+\varsigma N_{k,t}\nu_y} \quad ,\end{aligned} \tag{3.7.29}$$

donde η^* está definido como en la ecuación (3.7.28). Esta ecuación expresa la relación entre la inflación y el tipo de cambio que mantiene en equilibrio las tasas reales de interés.

De las ecuaciones que relacionan las proporciones de los activos N_i y de la política de deuda del gobierno, (4.3.6) y(4.5.4), se deriva la expresión

$$N_{m,t}(1+\xi) + N_{k,t} + N_{b^*,t} = 1, \tag{3.7.30}$$

Cuando se sustituyen (3.3.7b) y (3.7.26) en (3.7.30) se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} N_{k,t} + N_{b^*,t} &= 1 - (1+\xi)\gamma\delta\{(\theta+\gamma)[i^*(1-\tau_i^*) + c - \sigma_m^2 + \gamma\eta\sigma_{my} + \eta\sigma_{mq} \\ &\quad - g'\gamma\eta\sigma_{mg} - \frac{\lambda_{b^*}\nu_q}{1+\nu_q(1-N_{b^*})} + \frac{\lambda_p\nu_p}{1+\nu_p(1-N_m-N_b)}]\} \\ &\equiv \vartheta(i^* + c - \sigma_m^2, \xi) \end{aligned} \tag{3.7.31}$$

Sustituyendo (3.7.28) y (3.7.31) en (3.7.3) se tiene

$$\begin{aligned} \pi_p &= \mu - [i^*(1-\tau_i^*) - \pi_q] + \sigma_{mq} + \eta^*[i^*(1-\tau_i^*) - \pi_q - \alpha(1-g) \\ &\quad - \sigma_q^2\sigma_{mq} + g'\gamma\sigma_{mg} - \sigma_{my} - 2\alpha\sigma_{yq} + 2g'\alpha\sigma_{gq}] \\ &\quad + \eta^{*2}[\alpha^2\sigma_y^2 + \sigma_q^2 + g'^2\alpha^2\sigma_g^2 - 2g'\alpha\sigma_q - 2g'\alpha^2\sigma_{yg} + 2\alpha\sigma_{yq}] \\ &\quad + \frac{\theta\delta}{(1+\tau_c)(\theta+\gamma)\vartheta^*} \end{aligned} \tag{3.7.32}$$

que es la ecuación que relaciona la tasa de inflación y el tipo de cambio que mantienen en equilibrio el portafolio de inversión.

Las ecuaciones (3.7.29) y (3.7.32) forman un sistema de ecuaciones simultáneas que definen el equilibrio para el tipo de cambio y la tasa de inflación doméstica en este modelo macroeconómico.

En estas ecuaciones se observa que influyen los saltos de los procesos de precios extranjeros, de la producción y el gasto de gobierno. Los efectos que provoca son ambiguos y dependen de los valores de los parámetros del modelo.

3.8. Política fiscal y monetaria

Se ha dicho que las ecuaciones (3.7.29) y (3.7.32) forman un sistema de ecuaciones simultáneas que determinan los niveles de equilibrio de la tasa de inflación doméstica y el tipo de cambio. En este punto se determinarán los efectos que tienen las políticas monetaria y fiscal sobre sobre el equilibrio de estas variables.

La política monetaria ha sido identificada con los parámetros μ, σ_m^2 y ν_m, que definen el crecimiento, la varianza y el tamaño de los saltos de la oferta monetaria respectivamente.

Un cambio en el crecimiento de la oferta monetaria tiene un efecto directo por medio de la ecuación (3.7.32) generando un aumento inflacionario doméstico y por ende, en el tipo de cambio. Por su parte, un aumento en la varianza de la oferta monetaria afecta a la misma ecuación pero indirectamente, provocando por medio del parámetro ϑ un incremento en la inflación y el tipo de cambio.

Los efectos sobre la tasa de interés doméstica son opuestos, pues mientras la tasa de crecimiento de la oferta monetaria aumenta la tasa de interés, la varianza de la oferta monetaria la disminuye (ecuación (3.7.26))

Por su parte, los parámetros de la política fiscal utilizados y cuyo efecto se evaluarán son g, g' y ν_m. En principio, un incremento en g provoca un aumento de la inflación, por medio de la ecuación (3.7.32) y por consecuencia un incremento en el tipo de cambio, al igual que lo hace μ.

Un incremento de g' tiene un efecto incierto en la ecuación (3.7.29) al igual que en la ecuación (3.7.32). Como consecuencia de este incremento, se tienen una variedad de soluciones que dependen directamente de los parámetros del modelo.

Cuando por cualquier razón hay incrementos de las tasas de interés, indirectamente por medio de las ecuaciones (3.7.26) y (3.3.7b) se registra un decremento en N_m la cual, de acuerdo con su definición, provoca una depreciación instantánea en el tipo de cambio. Esta depreciación instantánea se observa como un salto en el proceso del tipo de cambio.

En este caso particular, el tamaño del salto en el tipo de cambio es de la siguiente magnitud:

$$\nu_e = \frac{(\gamma + \theta)(1 - \tau_i)(i_1 - i_0)M/Q}{\gamma\delta(B^{*}/Q + K)}, \tag{3.8.1}$$

el cual sucede con probabilidad 1.

En otras palabras, cada vez que se observa un cambio en las tasas de crecimiento del tipo de cambio, se obliga al consumidor representativo a balancear el portafolio de activos, donde el efectivo se comporta de forma inversa al tipo de cambio, como resultado de los cambios en el costo de esta posición.

Por otro lado, las varianzas de las variables de equilibrio, σ_p^2 y σ_e^2, se deducen de las ecuaciones (3.7.4) y (3.7.12) resultando:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sigma_m^2 + \alpha^2\eta^2\sigma_y^2 + g'^2\alpha^2\eta^2\sigma_g^2 + (1-\eta)^2\sigma_q^2 - 2\alpha\eta\sigma_{my} + 2g'\alpha\eta\sigma_{mg} \\ &\quad + 2(1-\eta)\sigma_{mq} - 2g'\alpha^2\eta^2\sigma_{yg} - 2\alpha\eta(1-\eta)\sigma_{yq} + 2g'\alpha\eta(1-\eta)\sigma_{gq} \end{aligned} \tag{3.8.2}$$

y

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \sigma_m^2 + \alpha^2\eta^2\sigma_y^2 + g'^2\alpha^2\eta^2\sigma_g^2 + \eta^2\sigma_q^2 - 2\alpha\eta\sigma_{my} + 2g'\alpha\eta\sigma_{mg} \\ &\quad - 2\eta\sigma_{mq} - 2g'\alpha^2\eta^2\sigma_{yg} + 2\alpha\eta^2\sigma_{yq} - 2g'\alpha\eta^2\sigma_{gq} \end{aligned} \tag{3.8.3}$$

Estas expresiones muestran que ante los incrementos en las varianzas de la oferta monetaria, del gasto de gobierno y de la producción, la varianza de los precios y el tipo de cambio aumentan de manera directa y en la misma magnitud para ambos casos.

El efecto en las varianzas de los procesos de precios y tipo de cambio cuando se dan cambios en g' son similares a los de la inflación externa pero en sentido inverso: ante un aumento de g' se tiene un efecto directo que se observa en las ecuaciones (3.8.2) y (3.8.3) en el que la varianza disminuye y un efecto indirecto por medio de η, que se observa en la ecuación (3.7.28), por medio del cual la varianza aumenta. El efecto final depende nuevamente de los parámetros del modelo y de las covarianzas.

Las medias de los instrumentos de política fiscal y monetaria, como puede observarse, no tienen efecto alguno sobre las varianzas de las variables de precios y tipo de cambio. Solamente tienen efecto las varianzas de los instrumentos de política económica.

Por otro lado, el tamaño de los saltos de las variables de precios y tipo de cambio, ν_p y ν_e, se expresan en las ecuaciones (3.7.15) y (3.7.19), donde se observa que estas variables dependen directamente del tamaño de los saltos (y de su probabilidad) de la oferta monetaria, de la producción, del gasto de gobierno y de la inflación externa e indirectamente, por medio de η, de la producción y la inflación externa. Claramente, no hay influencia de las medias ni las varianzas de los procesos de política económica en los procesos de saltos solo de los saltos.

Ahora, merece la pena destacar que el papel de la política monetaria y fiscal tendrá efectos en la economía doméstica en la medida que su comportamiento difiera del comportamiento oservado en la economía externa, esto es, si hay discrecionalidad en la aplicación de estas medidas.

Turnowsky y Grinols (1996) encuentran que la meta específica de la política monetaria en el modelo de economía abierta es la tasa de interés doméstica, a partir de la cual se puede maximizar la utilidad intertemporal del agente representativo, meta que es más factible de ser alcanzada a partir de una definición determinística de su crecimiento evitando una intervención continua cuyo efecto sería el de generar un infinito número de equilibrios económicos.

Este resultado permite definir entonces el papel que las políticas públicas deben de tener en este modelo: concentrarse en alcanzar la tasa de interés óptima que permita la maximización de la utilidad de los agentes económicos, lo cual ofrece una independencia al mismo tiempo del régimen de intervención sobre el tipo de cambio, donde en el caso más sencillo el comportamiento del tipo de cambio debe de mantener una paridad no cubierta de tasas de interés.

Esta optimización se efectua considerando los efectos opuestos que tiene un incremento en las tasas de interés: afecta negativamente el bienestar en la medida que reduce el efectivo, activo que es parte de la función de utilidad, afecta positivamente el bienestar disminuyendo el consumo actual y elevando el consumo futuro, y lo afecta negativamente cuando un incremento provoca una depreciación de la moneda.

3.9. Efectos de la inflación externa en el equilibrio

Se evaluará en este punto los efectos que tienen en el equilibrio propuesto por las ecuaciones (3.7.32) y (3.7.29) los cambios en la media, la varianza y los saltos de la inflación externa, que permitirá instrumentar las políticas económicas apropiadas para minimizar los riesgos externos y evitar su transmisión hacia adentro.

En primer lugar, el aumento de la inflación externa provoca un aumento en la inflación interna cuando la suma de η y π_q es menor a 1 y la disminuye en el caso contrario, por medio de la ecuación (3.7.32). El efecto que tendrá este incremento sobre el tipo de cambio será igualmente positivo. Por su parte, el efecto directo sobre la ecuación (3.7.29) es nulo, registrando un cambio indirecto por medio de η, el cual, si se asume que σ_{gy} y σ_{qy} son cero, resulta en un efecto positivo, y por tanto, aumentará la inflación doméstica.

Si en cambio se asume que la economía doméstica está aislada de los efectos de la inflación externa[7], el efecto sobre la inflación es nulo mientras que se provoca la apreciación del tipo de cambio, en la misma magnitud que el cambio inicial de

[7] Cuando $di^*/dq = 1$ que consecuentemente genera $de/dq = -1$.

la inflación.

Por otro lado, el incremento en la varianza de la inflación externa, σ_q^2, provoca que en ambas ecuaciones, la inflación muestre un decremento, al tiempo que el tipo de cambio tiene un efecto ambiguo.

Para el caso de las varianzas de los procesos de precios y tipo de cambio, la media de la inflación externa no influye, pero si lo hace su varianza. Los efectos que tiene un aumento de la varianza de la inflación externa es un incremento de las varianzas de ambos procesos, pero en menor magnitud a los incrementos que provoca las políticas monetaria y fiscal. Además, se tiene un efecto indirecto e inverso por medio de η, así que el efecto final del incremento inicial en la varianza de los precios externos es incierto y depende de los parámetros del modelo y las covarianzas.

Finalmente, ningún efecto tienen la media y la varianza de la inflación externa en el componente de saltos del precio y el tipo de cambio. En cambio, los incrementos que tienen los procesos de saltos de la inflación externa influyen de manera incierta en los saltos de ambas variables, dependiendo de los parámetros del modelo.

CAPÍTULO 4

TRABAJO EMPÍRICO

4.1. Resumen

En este capítulo se tiene como objetivo el verificar la validez del modelo propuesto en el capítulo anterior a partir de la estimación de los parámetros de las ecuaciones que describen el comportamiento del tipo de cambio y la inflación y posteriormente probar como saltos en algunas variables exógenas pueden causar brincos en este par de variables endógenas.

Para ello se presentará, en el segundo punto, el método a seguir para la estimación de los parámetros de un proceso de difusión con saltos, el método generalizado de momentos espectral; en el tercer punto se presentarán los datos utilizados y los resultados del ajuste del método espectral sobre el tipo de cambio del peso y el dólar y en el último se ofrecerán algunas pruebas que permiten explicar el comportamiento de las variables endógenas del modelo propuesto.

4.2. Metodología de estimación de los parámetros de un proceso de difusión con saltos

Siguiendo a Chacko y Viceira (2003) se tiene que un proceso de difusión del tipo

$$\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t} = \mu \mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W_t + \nu_u \mathrm{d}q_u(\lambda_u) + \nu_d \mathrm{d}q_t({}_d), \tag{4.2.1}$$

donde $\nu_u = \exp J_t - 1$ y $\nu_d = \exp -J_t - 1$ representan la magnitud del salto hacia arriba (J_u) y hacia abajo (J_d) y los parámetros λ_u y λ_d indican la intensidad de los saltos poisson del proceso. Las λ_i, $i = u, d$, son constantes positivas mientras que las J_i provienen de una función de probabilidad exponencial con la forma

$$f(J_i) = \frac{1}{\eta_i} \exp\left(-\frac{J_i}{\nu_i}\right), \tag{4.2.2}$$

para $i = u, d$.

Los parámentos de la ecuación (4.2.1) pueden ser estimados a partir del método generalizado de momentos espectral mediante el cálculo una vez que se conoce su función característica, expresión que tiene la forma

$$\phi(w, \tau; \theta, \log S_t) = exp[iw \log S_t + A(w, \tau; \theta)], \tag{4.2.3}$$

donde

$$\begin{aligned} A(w, \tau; \theta) &= \frac{1}{2}\sigma^2 (iw)^2 \tau + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) iw\tau \\ &+ \frac{\lambda_u \tau}{1 - iw\eta_u} + \frac{\lambda_d \tau}{1 - iw\eta_d} - (\lambda_u + \lambda_d)\tau \end{aligned} \tag{4.2.4}$$

Cuando se sustituye la ecuación característica expresada en las ecuaciones (4.2.3) y (4.2.4) en la ecuación de estimación del MGMS de la ecuación (1.4.10) el sistema de ecuaciones resulta

$$\begin{aligned} E[h(S,t) \odot \epsilon(\theta, w; t)] &= E[h(S,t) \odot \{\exp(iwS_{t+\tau}) - \phi(w, \tau; \theta, S_t)\}] \\ &= E[h(S,t) \odot \{\exp(iwS_{t+\tau}) - \exp(iw \log S_t + A(w, \tau; \theta))\}] \end{aligned}, \tag{4.2.5}$$

la cual, cuando se expresa como en la ecuación (1.4.11) que permite la construcción de un sistema de ecuaciones de la forma siguiente

$$\begin{aligned} E[G(\theta; S, t)] &= \begin{pmatrix} Re[h(S,t) \odot \epsilon(\theta, t)] \\ Im[h(S,t) \odot \epsilon(\theta, t)] \end{pmatrix}' \\ &= \begin{pmatrix} h(S,t) \odot [Re\{\exp(iwS_{t+\tau}) - exp(iw \log S_t + A(w, \tau; \theta))\}] \\ h(S,t) \odot [Im\{\exp(iwS_{t+\tau}) - exp(iw \log S_t + A(w, \tau; \theta))\}] \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} h(S,t) \odot [cos(wS_{t+\tau}) - Re\{exp(iw \log S_t + A(w, \tau; \theta))\}] \\ h(S,t) \otimes [sen(wS_{t+\tau}) - Im\{exp(iw \log S_t + A(w, \tau; \theta))\}] \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.2.6}$$

donde $h(S, t)$ es un vector de tamaño $r \times 1$ de variables instrumentales ortogonales a $\epsilon(\theta, t)$ que será utilizado para la estimación del sistema con el MGMS, τ es un parámetro que permite el ajuste de la frecuencia de los datos y w es la frecuencia en la que se estimarán los parámetros de la ecuación de regresión, que deberá coincidir con el número de parámetros del modelo de regresión, que en el caso del modelo propuesto deberá ser de tamaño 6×1.

De acuerdo con el método espectral de descomposición de series de tiempo, la selección de las frecuencias debe ser dentro de un rango en el que no exceda del valor de $|\pi|$ pues en su defecto se tendrán frecuencias repetidas que podrán explicarse a partir de combinaciones lineales de las frecuencias dentro del intervalo propuesto y pudiendo originar algunos problemas de multicolinealidad (Hamilton, 1995). Sin embargo, Chacko y Viceira (2003) proponen el uso de los números naturales para la definición de las frecuencias argumentando consistencia en los estimadores aunque pérdida de eficiencia.

4.3. Base de datos y sus propiedades

Para efectuar la estimación empírica de un modelo de difusión con saltos se ha considerado la serie del tipo de cambio que publica Banco de México, con una frecuencia diaria, vigente desde el 11 de noviembre de 1991 y hasta el 21 de julio de 2004, resultando en un conjunto de 3,181 datos y que comprenden un periodo donde se ha mantenido un tipo de cambio fijo (hasta 1994) y luego se adoptó un tipo de cambio flexible (de 1995 en adelante), quedando dentro de este periodo la crisis de 1994-1995 y que aparece representadas en la figura 4.1.

Sobre el comportamiento de la serie de datos del tipo de cambio, el supuesto utilizado comunmente es que los datos de rendimientos provienen de una función de probabilidad normal, lo cual puede verificarse gráficamente con un histograma y estadísticamente con un estimador como el de Jarque-Bera. Ambas consideraciones se pueden observar en la figura 2 en donde se concluye que los datos no pueden provenir de una distribución normal. En esta figura se observa que el estadístico de Jarque-Bera es tan grande que difícilmente puede sostenerse que los datos de rendimientos provengan de dicha distribución de probabilidad, pues además de presentar una elevada asimetría positiva y la kurtosis es también bastante alta. Como se sabe, el tipo de cambio en México ha mostrado a lo largo del tiempo un deterioro importante, lo cual se manifiesta en esta figura de manera muy evidente.

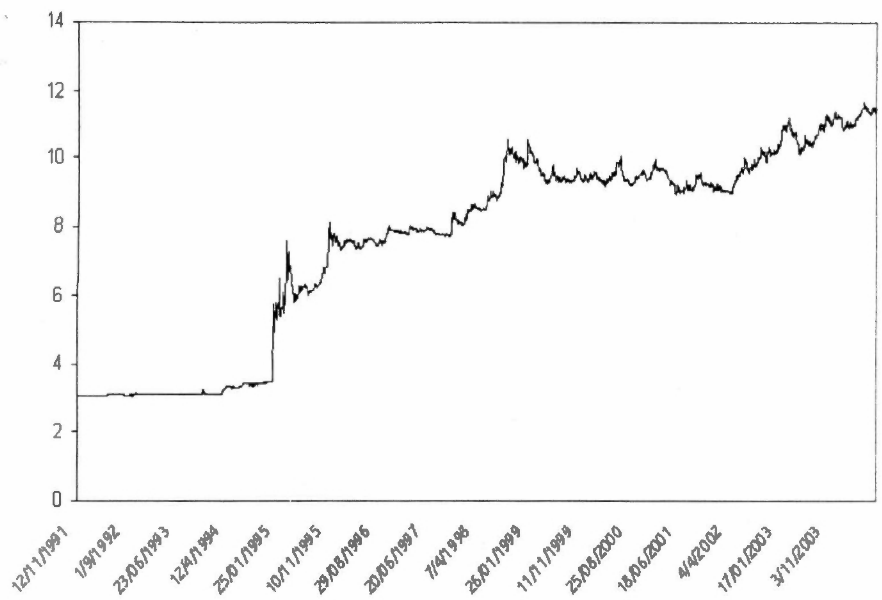

Figura 4.1. Tipo de cambio en México de 12/11/1991 a 21/07/2004

Adicionalmente a la figura 4.2 se presenta la figura 4.3 que representa la curva Q-Q de una distribución normal con los datos de la serie mencionada, lo que confirma la no normalidad de los datos de rendimientos del tipo de cambio. La figura Q-Q permite comparar las distribuciones de dos variables, resultando una recta si las diferencias son poco significativas entre ellas y, por el contrario, cuando la figura se aleja de una recta, es evidencia de una diferencia importante en alguna dimensión entre las distribuciones comparadas. Como puede observarse en dicha figura, los datos de la serie tipo de cambio utilizadas en este capítulo muestran un alejamiento importante de la línea hipotética normal, probándose con ello la dificultad para sostener la hipótesis de la función de probabilidad que describen los datos.

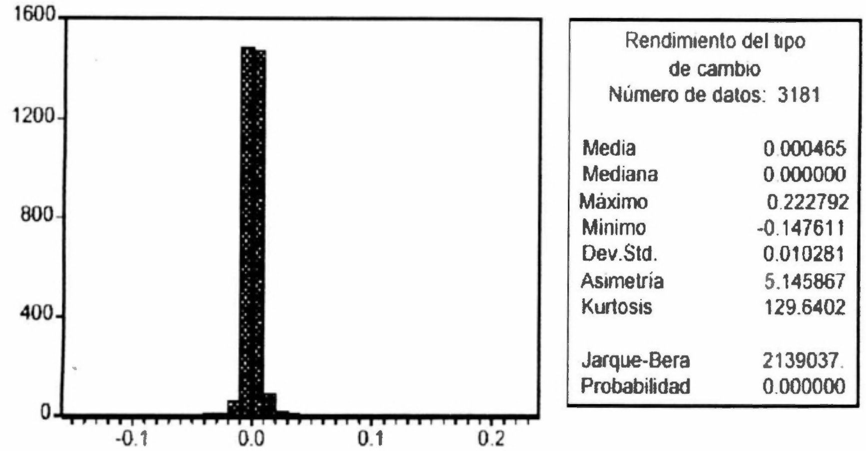

Figura 4.2. Histograma del rendimiento en el tipo de cambio diario en México de 12/11/1991 a 21/07/2004

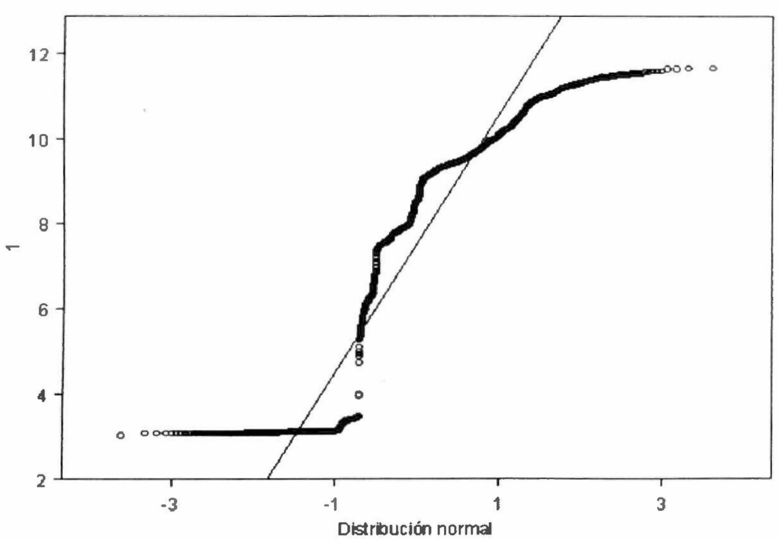

Figura 4.3. Figura Q-Q del TC recpecto a una distribución teórica normal

Ante estas dificultades para sostener un comportamiento normal de los datos, se propone una aproximación gaussiana con saltos Poisson, que permita explicar, por un lado, la característica leptokúrtica de la distribución empírica de la serie de tipo de cambio, por otro, que justifique la asimetría que se presenta en el histograma de sus rendimientos y, finalmente, que incorpore las colas pesadas de la misma distribución. Esta aproximación puede efectuarse mediante un modelo de comportamiento como el descrito en (4.2.1) y la estimación de los parámetros con la propuesta que sugiere la ecuación (4.2.6). En la tabla 4.1 se encuentran los resultados de la estimación de los parámetros del modelo utilizados para describir el comportamiento del tipo de cambio utilizando el método generalizado de momentos espectral.

Parámetro	μ	σ^2	λ_u	λ_d	η_u	η_d
Estadístico	0.1605239	0.000075667	4.946084	1.966791	4.299558	1.31263

q_{MIN} = 0.96789090

Tabla 4.1. Parámetros del proceso de difusión con saltos para el tipo de cambio

Lo que puede observarse en la tabla 4.1 es que la frecuencia de los saltos hacia arriba es mayor que la frecuencia de los saltos hacia abajo, cuando se comparan las λ_u y la λ_d, y el tamaño del salto es también mayor hacia arriba que hacia abajo, mediante la comparación de η_u y η_d. Este resultado es esperado a partir de la observación del histograma y el estadístico de asimetría presentado en la figura 4.2.

Adicionalmente a la serie de tipo de cambio, para la explicación empírica del modelo teórico del capítulo 3, se requieren datos sobre el comportamiento de la inflación, sobre las tasas de rendimiento e inflación externas, la oferta monetaria y el gasto público nacionales y las varianzas y covarianzas de todas ellas. Este conjunto de datos se ha podido obtener de una manera completa en una base mensual a partir de enero de 1986 y hasta diciembre de 2001 y corresponden a los datos utilizados en Venegas-Martínez (2003), a los cuales se añadió el tipo de cambio y las inflación externa, pues correspondía a un ajuste en una economía cerrada. Esta serie de datos corresponde a una frecuencia mensual y a una temporalidad de 1986 a 2001.

4.4. Pruebas estadísticas del modelo estocástico de economía abierta.

En el capítulo anterior se ha podido comprobar, por medio de las ecuaciones (3.8.29) y (3.8.32), que tanto el tipo de cambio como la inflación se explican simultáneamente y por medio de un conjunto de variables exógenas, además del riesgo y de los saltos que describan algunas de estas variables. Por su parte, las ecuaciones (3.9.2) y (3.9.3) permiten describir el riesgo de dichas variables endógenas también en función de los riesgos de las exógenas.[1]

Con el primer conjunto de ecuaciones, el sistema de ecuaciones que define los equilibrios de ambas variables, se probarán algunas primeras relaciones para describir las importancia de las volatilidades en la explicación del comportamiento de las variables endógenas. Esto quiere decir que se estimará un sistema de ecuaciones en regresión que permita identificar el poder predictivo que tienen las variables exógenas como sus varianzas en las endógenas.

Para este propósito se utilizará un modelo VAR (Vector Autorregresivo) que se utiliza para describir el comportamiento de un conjunto de variables incorporando su historia y un grupo de variables explicativas, donde además los casos

[1] Las variables exógenas propuestas en este modelo son la política monetaria, la política fiscal, la política de deuda, la productividad y la inflación externa.

de autocorrelación se corrigen mediante la incorporación de los rezagos de las propias variables endógenas. Los modelos VAR representan una generalización de los modelos de series de tiempo para varias variables explicativas, modelos que se utilizan principalmente para desarrollar pronósticos de las variables exógenas. La desventaja es que es una aproximación lineal, por ello no es de interés la magnitud de los parámetros sino el signo de éstos.

Los resultados pueden apreciarse en la tabla 4.2 en donde se aprecia que tanto la inflación como el tipo de cambio se afectan mutuamente, con los datos de estas mismas variables rezagadas un periodo. Destaca el hecho que la influencia del tipo de cambio en la inflación es mayor que en el sentido inverso, así como destaca el que la política monetaria tenga mayor influencia sobre el tipo de cambio que sobre la inflación, mientras que el gasto de gobierno tiene un efecto mayor en la segunda. Ni la inflación externa ni la producción han tenido un peso de importancia para explicar el comportamiento de ambas variables. El efecto empírico de ambas variables de política económica son congruentes con los resultados encontrados en el modelo propuesto en el capítulo 3. Por otro lado, dado que la inflación externa no tiene efectos en la inflación doméstica podría hablarse de un aislamiento de la economía nacional, pero tampoco se ha captado un efecto significativo en el tipo de cambio que debería ser la variable que absorbiera esos choques externos y aunque el coeficiente es muy cercano a -1 no alcanza a ser significativo.

Tabla 4.2. Resultados de la estimación del VAR para el tipo de cambio y la inflación

	INFLACIÓN	TC
Inflación(-1)	0.635096	0.185591
	-0.04435	-0.16369
TC(-1)	0.096511	0.286253
	-0.02015	-0.07438
Constante	-0.00947	-0.024823
	-0.03251	-0.11998
Oferta monetaria	0.065588	0.558785
	-0.04929	-0.18193
Gasto de gobierno	0.07716	-0.101173
	-0.02137	-0.07886
Producción	-0.000859	0.03673
	-0.03301	-0.12184
Inflación externa	-0.000561	-0.942219
	-0.36557	-1.34927
Var(Oferta monetaria)	-4.100574	5.9083
	-1.58784	-5.86046
Var(Gasto de gobierno)	-0.081754	0.886401
	-0.3194	-1.17885
Var(Producción)	0.191897	0.13087
	-0.08951	-0.33036
Var(Inflación externa)	-21.13384	-12.36516
	-9.85744	-36.382
Var(Inflación)	2.674158	-4.406851
	-0.99844	-3.68508
Var(TC)	0.000702	-0.001841
	-0.00066	-0.00242
Por ecuación		
R^2	0.844358	0.306485
R^2 Ajustada	0.833746	0.2592
Suma cuadrada de residuos	0.018673	0.254365
Error estándar	0.0103	0.038016
Logaritmo de MV	603.3405	356.5349
Criterio de Akaike	-6.246989	-3.63529
Criterio de Schwarz	-6.024012	-3.412313
Conjunto de ecuaciones		
Determinante de covarianza residual	1.3300E-07	
Logaritmo de MV	959.8755	
Criterio de Akaike	-9.882281	
Criterio de Schwarz	-9.436326	

Nota: Los números que se presentan son los coeficientes y las desviaciones estándar.

Adicionalmente, al evaluar las varianzas de las variables exógenas, se observa una influencia grande en la de la oferta monetaria, en la de la inflación externa, en la de la producción y en la inflación doméstica para explicar la inflación, presentando las dos primeras varianzas signos negativos. Para explicar el tipo de cambio ninguna varianza resulta significativa. Al comparar los resultados empíricos con los resultados teóricos esperados, se observa una divergencia en el resultado del riesgo de la oferta monetaria, cuyo efecto observado es la disminución de la inflación cuando se esperaba lo contrario. El efecto de la varianza de la inflación externa es perfectamente congruente con el modelo teórico en ambas variables, aunque en el tipo de cambio no alcanza a ser significativo su efecto.

Una gráfica del impulso-respuesta de ambas variables endógenas permite apreciar, por un lado, las diferencias en las variaciones que provoca un choque exógeno de alguna de las ecuaciones, y por otro, su persistencia en el tiempo. En la figura 4.5 se observa este comportamiento y se aprecian los diferentes efectos que tienen una y otra variable. Como puede observarse, la inflación tiene una variación menor que el tipo de cambio, pero el tiempo que toma el asimilar los choques externos en la inflación es mayor que en el tipo de cambio.

Sobre los efectos cruzados, un choque provocado a través de la inflación tiene un efecto menor en el tipo de cambio que en sentido contrario, confirmando con ello la mayor volatilidad del tipo de cambio.

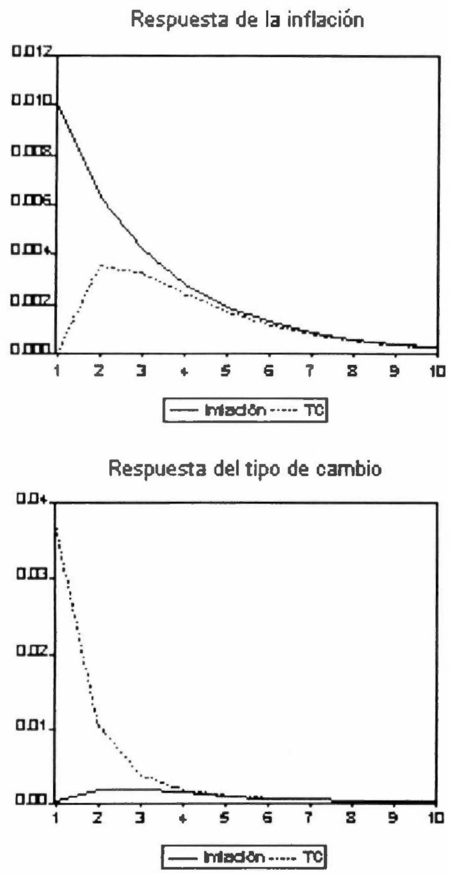

Figura 4.4. Impulso-respuesta a cambios en los choques exógenos en la inflación y el tipo de cambio.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un modelo macroeconómico estocástico que incorpora discontinuidades en el comportamiento de sus variables, mediante la utilización de procesos Poisson que permiten modelar saltos en las variables para incorporar las observaciones empíricas que muestran la no-normalidad de los datos.

La aportación de este modelo consiste en la construcción de un sistema de ecuaciones endógenas que determinan simultáneamente el tipo de cambio y la inflación, en donde las discontinuidades son resultado también endógeno de sus variables fundamentales.

En particular, el comportamiento del tipo de cambio ofrecido por este modelo satisface los puntos más importantes de las teorías económicas contemporáneas. pues permiten considerar los flujos de divisas entre países, incluyen también explicaciones para los diferenciales a las tasas de interés a partir de una paridad de tasas no cubiertas que hacen a los inversionistas internacionales tomar decisiones en sus portafolios y considera a su vez los mercados de bienes y servicios.

Los modelos desarrollados en la teoría financiera aplicados en este trabajo se muestran como herramientas sencillas para poder modelar los riesgos implícitos en las decisiones de los agentes, ofreciendo de manera natural medidas para la incertidumbre y las discontinuidades que en la literatura empírica han sido reportadas.

El trabajo, al mismo tiempo, permite distinguir los efectos que las políticas monetaria y fiscal tienen sobre las trayectorias de equilibrio, permitiendo con ello modelar el comportamiento de los gobiernos maximizador del beneficio de la población, lo cual será tarea de posteriores trabajos.

Llama la atención la no participación de las tasas de interés como una meta de política económica, que como en el caso de la economía cerrada (Grinols y Turnovsky, 1993), solamente se vuelven una meta intermedia de política, en el cual el Banco Central debe concentrarse al definir su política monetaria y ello maximizará su beneficio (Turnovsky, 1999).

En la parte empírica, el método generalizado de momentos espectral es una herramienta que permite la estimación de los parámetros de un proceso de difusión con saltos de una manera sencilla, aunque requiere un trabajo de programación de los paquetes comerciales para poder ajustarlo a las ecuaciones de esta propuesta. El resultado encontrado es que existe en el tipo de cambio una asimetría positiva de los rendimientos que se captura con una probabilidad mayor de ocurrencia de saltos positivos y un mayor tamaño del salto.

Las técnicas de estimación ARCH se manifiestan como alternativas de gran interés que pueden ofrecer estimaciones empíricas para los modelos de difusión con saltos, sin embargo hasta el momento no es claro como estimar los parámetros con las técnicas ARCH. Los modelos utilzados hasta ahora tienen la intención de resolver el problema de las colas pesadas, más no de estimar los parámetros de los procesos de difusión.

El modelo VAR utilizado permite identificar el comportamiento simultáneo entre el tipo de cambio y la inflación y la influencia que las variables exógenas tienen sobre ellas, destacando el grado mayor de volatilidad en la inflación, lo cual estimula a la búsqueda de los efectos en el resto de la economía de esta asimetría en la volatilidad, lo cual se dejará para trabajos posteriores.

BIBLIOGRAFíA

1.- Akgiray, Vedat y Geoffrey Booth (1988). "Mixed diffusion-jump process modeling for exchange rate movements". *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No. 4, pp. 631-637.

2.- Ball, Clifford A. y Antonio Roma. "A jump diffusion model for the European Monetary System". *Journal of International Money and Finance*, Vol. 12, pp. 475-492.

3.- Bleaney, Michael y David Fielding (2002). "Exchange rate regimes, inflation and output volatility in developing countries". *Journal of Development Economics* Vol. 68, pp. 233-245.

4.- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, Vol. 31, pp. 307-327.

5.- Calvo, Guillermo (2000). *Capital markets and the exchange rate. With special reference to the dollarization debate in America Latina.* Working paper. University of Maryland.

6.- Calvo, Guillermo y Carmen Reinhart (2000). *Fear of Floating.* NBER working paper No. 7993.

7.- Cao, Melany (2001). "Systematic jump risks in a small open economy: simultaneous equilibrium valuation of options on the market portfolio and the exchange rate".*Journal of International Money and Finance*, Vol. 20, pp. 191-218.

8.- Cárdenas, Mauricio y Felipe Barrera. "La efectividad de los controles de capitales: la experiencia de Colombia durante los años noventa." En Cárdenas, Mauricio y Sebastián Edwards. *Inflación, estabilización yu política cambiaria en América Latina. Lecciones de los años noventa.* TM Editores, FEDESARROLLO, NBER y COLCIENCIAS.

9.- Chacko, George y Luis M. Viceira (2003). "Spectral estimation of continuos time processes". *Journal of econometrics* Vol. 116, pp. 259-292.

10.- Chacko, George y S. Das (2002). "Pricing interest rate derivatives: A general approach". *Review of Financial Studies* Vol. 15, pp. 195-241.

11.- Chang, Kook-Hyun y Myung-Jig Kim (2001). "Jumps and time-varying correlations in daily foreing exchange rates". *Journal of International Money and Finance*, Vol. 20, pp. 611-637.

12.- Collard, Fabrice y Harris Dellas (2002). "Exchange rate systems and macroeconomic stability". *Journal of Monetary Economics* Vol. 49, pp. 571-599.

13.- De Grauwe, Paul, Hans Dewachter y Mark Embrechts (1993). *Chaotic models of foreing exchange markets.* Blackwell

14.- Das, Sanjiv (2002). "The surprise element: jumps in interest rates". *Journal of Econometrics*, Vol. 106, pp. 27-65.

15.- Dornbusch, Rudiger (1976). "Expectations and exchange rate dynamics". *Journal of Political Economy* Vol. 84, No. 6.

15.- Dornbusch, Rudiger (1991). *Exchange rates and Inflation.* MIT Press.

16. Duffie, Darrel, J. Pan y K. Singleton (2000). "Transform analysis and option pricing for affine jump-diffussions". *Econometrica* No. 68, pp. 1343-1376.

17.- Edwards, Sebastian (1999). *The mirage of capital controls.* Documento de trabajo, UCLA.

18.- Edwards, Sebastian (2001). *Exchange rate regimes, capital flows and crisis prevention.* Documento presentado en NBER en el seminario titulado "Economic and financial crisis in emerging market economics", Woodstock, octubre 2000.

19.- Edwards, Sebastian (2002). "The great debate after Argentina". *The North American Journal of Economics and Finance* No.13, pp. 237-252.

20.- Edwards, S. y M. Savastano (1999). "Exchange rates in emerging economies". *NBER Working paper No. 7228*, Julio 1999.

21.- Engle, R.F. (1982). "Autoregressive Conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*, Vol. 50, pp. 987-1007.

22.- Frankel, Jeffrey (1979). "On the Mark. A theory of floating exchange rates based on interest rates differentials". *American Economic Review* 69, No. 4, pp. 601-622.

23.- Frankel, Jeffrey (1983)."Monetary and portfolio-balance models of exchange rate determination". En *Economic Interdependence and Flexible Exchange Rates*, editado por J. Bhandaru y B. Putnam, MIT Press.

24.- Frankel, Jeffrey (1984). Do Asset Demand Functions Optimize Over the Mean and Variance of Real Returns? A Six Currency Test.*Journal of International Economics* Vol. 17, pp. 309-323.

25.- Frankel, Jeffrey (1995).*On exchange rates.* MIT Press.

26.- Ghosh, Atish R.; Ann-Marie Gulde, Jonathan D. Ostry y Holger Wolf (1996). "Does exchange rate matter for inflation and growth?". *Economic issues* Vol. 2, IMF.

26.- Grinols, Earl y Stephen Turnovsky (1993). "Risk, the financial market, and macroeconomic equilibrium". *Journal of Economic Dynamics and Control* Vol. 17, pp. 1-36.

27.- Grinols, Earl y Stephen Turnovsky (1994). "Exchange rate determination and asset prices in a stochastic small open economy". *Journal of International Economics* Vol. 36, pp. 75-97.

28.- Hacche y Towned (1981). "Exchange rates and monetary policy: Modelling sterling's effective exchange rate, 1972, 80". *Oxford Economic Papers* Vol. 33, pp. 201-247.

29.- Hooper y Morton(1982. Fluctuations in the Dollar: A Model of Nominal and Real Exchange Rate Determination *Journal of International Money and Finance* Vol.1, pp. 39-56.

30.- Hausmann, Ricardo, Ugo Panizza y Ernesto Stein (2001). "Why do countries float the way they float?". *Journal of Development Economics* Vol. 66, pp. 387-414.

31.- Hamilton, James D. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.

32.- Hansen, Lars P. (1982). "Large sample properties of generalized method of moments estimators". *Econometrica* 50; 1029-54.

33.- Jarrow, Robert y Eric Rosenfeld (1984). "Jump risks and the Intertemporal Capital Asset Pricing Model". *Journal of Business*, Vol. 57, pp. 337-351.

34.- Karatzas, I. y S. Shreve (1988). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer-Verlag, New York.

35.- Kouri, Pentti y Michael G. Porter (1974). "International capital flows and portfolio equilibrium". *Journal of Political Economy* Vol. 82, No.3, pp. 443-467.

36.- Levi, Maurice (1996). *International Finance*. McGraw Hill.

37.- Lipton, Alexander (2001). *Mathematical methods for foreing exchange*.World scientific.

38.- Martínez, Lorenza, Oscar Sánchez y Alejandro Werner (2001). *Consideraciones sobre la conducción de la política monertaria y el mecanismo de transmisión en México*. Banco de México, Documento de investigación 2001-02.

39.- Meese, Richard y Kenneth Rogoff (1983). Empirical exchange rate models of the 1970's: Do they fit out of sample?, *Journal of International Economics*, 14, 3-24.

40.- Meese, Richard y Kenneth Rogoff (1984). The out-of-sample failure of empirical exchange rate model: sampling error or misspecification?. En Frenkel, J., *Exchange Rates and International Macroeconomics*,pp. 67-112.

41.- Montiel, Peter y Carmen Reinhart (1999). *Do capital controls and macroeconomic policies influence de volume and composition of capital flows? Evidence from the 1990's.* Mimeo. University of Maryland.

42.- Nadal, Alejandro (2001). *Contradicciones del modelo de economía abierta*. Documento de trabajo 1-01, Procientec, El Colegio de México.

43.- Najand, Mohammad y Charlotte Bond (2000). "Structural models of exchange rate determination". *Journal of Multinational Financial Management* Vol. 10, pp. 15-27.

44.- Obstfeld, Maurice y Kenneth Rogoff (1995a). "The mirage of fixed exchange rates". *Journal of Economic Perspectives* Vol. 9 No. 4, pp.73-95

45.- Obstfeld, Maurice y Kenneth Rogoff (1995b). "Exchange rate dynamics redux". *Journal of Political Economy* Vol. 103 No. 3, pp.624-660.

46.- Obstfeld, Maurice y Kenneth Rogoff (2000). "New directions for stochastic open economy models". *Journal of International Economics* Vol. 50, pp.117-153.

47.- Osang, Thomas y Stephen J. Turnovsky (2000). "Differential tariffs, growth, and welfare in a small open economy". *Journal of Development Economics* Vol. 62, pp.315-342.

48.- Park, Keehwan, Chang Mo Ahn y Roger Fijihara (1993). "Optimal hedged portolios: the case of jump-diffusion risks". *Journal of International Money and Finance*, Vol. 12, pp. 493-510.

49.- Puyana, Jaime (2000). "Movilidad internacional de capital, regímenes cambiarios y política económica: hacia un nuevo orden financiero internacional o hacia una crisis global". En Mántey, Guadalupe y Noemí Levy. *Globalización financiera e integración monetaria. Una perspectiva desde los países en desarrollo.* UNAM-Porrua, México.

50.- Reinhart, Carmen (2000). "The mirage of floating exchange rates". *American Economic Review* Vol. 90(2), pp. 65-70.

51.- Rivera-Batiz, Francisco y Luis Rivera-Batiz (1994). *International Finance and Open Economy Macroeconomics.* Prentice Hall.

52.- Rogers, John (1999). "Monetary shocks and real exchange rates". *Journal of International Economics*, Vol. 49, pp. 269-288.

53.- Schuknecht, Ludger (1999). "Fiscal policy cycles and the exchange rate regime in developing countries". *European Journal of Political Economy* Vol. 15, pp. 569-580.

54.- Stockman, A. (1988). "Real exchange variability under pegged and floating nominal exchange rate systems: an equilibrium theory". En Brunner, K. y A. Meltzer, *Carnegie Rochester Conference Series Public Policy*, Vol. 29, pp. 259-294.

55.- Turnovsky, Stephen (1997). *International Macroeconomic Dynamics.* MIT Press.

56.- Turnovsky, Stephen (1999). "On the role of government in a stochastically growing open economy". *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 23, pp. 873-908.

57.- Turnovsky, Stephen (2000). *Methods of Macroeconomic Dynamics.* MIT Press.

58.- Turnosvky, Stephen y Earl Grinols (1996). "Optimal government finance policy and exchange rate management in a stochastically growing open economy". *Journal of International Money and Finance*, Vol. 15, No. 5, pp. 687-716.

59.- Turnovsky, Stephen y Pradip Chattopadhyay (2003). "Volatility and growth in developing economies: some numerical results and empirical evidence". *Journal of International Economics*, Vol. 59, pp. 267-295.

60.- Venegas-Martínez, Francisco (2001). "Opciones, cobertura y procesos de difusión con saltos: Una aplicación a los títulos de GCARSO". *Estudios Económicos.* En prensa.

61.- Venegas-Martínez, Francisco (2003). *Saltos crónicos en una economía cerrada.* Mimeo.