



UNIVERSIDAD TECVIRTUAL

ESCUELA DE GRADUADOS EN EDUCACIÓN

**El uso de actividades basadas en aprendizaje activo para el estudio de la
trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo
Occidente**

Tesis para obtener el grado de:

Maestría en Educación con Énfasis en Procesos de Enseñanza Aprendizaje

Presenta:

Jair Alberto Tobón Coronado

Asesor tutor:

Mtra. Lorena Piña Gómez

Asesor titular:

Dra. Violeta Patricia Chirino Barceló

Monterrey, Nuevo León, México

Diciembre2013

Dedicatorias

A mis padres Fabio y Fabiola
por apoyarme en todo momento
por darme el impulso necesario para emprender el camino
y el apoyo para continuar en él,
por haberme traído a este mundo.

A mi esposa Vanessa y mi hija Isabella
por tenerme la paciencia necesaria y brindarme
el apoyo y amor para concluir este importante
e irrepetible paso en mi vida.

A la vida por brindarme la oportunidad
de estar con todos y cada uno de mis familiares,
por permitirme disfrutar del proceso para llegar a este momento
acompañado de todos mis seres queridos
y así poder disfrutar a plenitud esta meta alcanzada.

Agradecimientos

A la Doctora Violeta Patricia Chirino
quien me supo orientar desde la sabiduría
para que nunca me perdiera de la senda correcta
y así llegar a buen término en mis estudios.

A la doctora Lorena Piña Gómez
por su completa asesoría en este interesante camino,
por estar pendiente de mi proceso
y ofrecerme palabras alentadoras
haciéndome sentir siempre bien respaldado.

Al Instituto Tecnológico de Monterrey
por abrirme las puertas del conocimiento
y darme la oportunidad de vivir una experiencia
tan enriquecedora para mi vida
profesional y personal.

A todos los profesores y tutores que estuvieron
presentes en este camino de formación
compartiéndome su sabiduría durante
tres interesantes años despertando en mí
un gran cariño por la profesión docente.

Resumen

El objetivo de la presente investigación es descubrir, interpretar y evaluar cómo las estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo hacen que el estudiante incremente su interés por el estudio de la trigonometría y a su vez aumente su comprensión por los diferentes conceptos que forman dicha rama del área de las matemáticas, para poder hacer ello se formuló la pregunta de investigación de la siguiente manera: ¿Cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín?.

En el procedimiento se utilizó una metodología de investigación basada en el paradigma cuantitativo regido por el enfoque positivista y manejado con un diseño cuasiexperimental, ya que las diferentes variables influyentes se controlaron moderadamente. Es importante mencionar que después de analizar estadísticamente los datos y haciendo su analogía con los referentes teóricos se pudo comprobar que el aprendizaje activo despierta mayor interés por el estudio en los alumnos y por ello su comprensión de los diferentes conceptos presenta gran mejoría, en especial cuando la sesión de clase se desarrolla por medio de actividades experimentales; por ello se pudo concluir que el uso de actividades pedagógicas basadas en aprendizaje activo se convierten en una herramienta muy adecuada para el quehacer docente y se recomienda que su uso sea tenido en cuenta en su proceder educativo.

Índice

Dedicatorias	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Índice	1
Índice de tablas	4
Índice de figuras	5
Capítulo 1: Planteamiento del problema	6
1.1 Antecedentes	6
1.2. Planteamiento de la pregunta de investigación	11
1.3. Objetivos de la investigación	12
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
1.4. Justificación de la investigación.....	13
1.5. Delimitaciones.....	17
1.6 Definición de términos	21
1.7 Hipótesis.....	22
Capítulo 2 Marco teórico o conceptual	23
2.1 Introducción al marco teórico.....	23
2.2 ¿Qué es el aprendizaje activo?	23
2.3. Principales estrategias metodológicas del aprendizaje activo	30
2.4. Importancia de migrar del aprendizaje pasivo al aprendizaje activo	41
2.5. Formas para motivar al estudiante hacia un aprendizaje activo	47
2.6. Relación entre trigonometría y el aprendizaje activo	50
2.7. El trabajo por grupos en el estudio de la trigonometría	55
2.8. Ventajas del aprendizaje activo sobre el aprendizaje tradicional en el estudio de la trigonometría	58

2.9. Análisis crítico de la literatura.....	63
Capítulo 3: Metodología de la investigación.....	65
3.2 Diseño de la investigación.....	65
3.2. Participantes	70
3.3 Marco contextual.....	72
3.4 Instrumentos de recolección de datos.....	74
3.5 Procedimiento en la aplicación de instrumentos	77
3.6 Análisis de datos.....	81
3.7 Validez y confiabilidad	82
3.7.1 Validez.....	82
3.7.2 Confiabilidad	83
3.8 Aspecto ético	84
Capítulo 4. Análisis de resultados	85
4.1 Pasos realizados para el análisis de datos.....	86
4.2 Codificación de datos	88
4.2.1 Codificación de encuesta 1	89
4.2.2 Codificación de encuesta 2.....	91
4.2.3. Codificación del formato de observación.....	93
4.3 Datos obtenidos	95
4.4 Procesamiento estadístico de los datos.....	105
Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones.....	117
5.1 En relación con la hipótesis	118
5.3. En relación al aprendizaje activo vs aprendizaje pasivo	120
5.4. En relación a la pregunta de investigación.....	122
5.5. Recomendaciones	122
5.6. Aporte científico al área del conocimiento.....	124

Referencias	126
Apéndice A: Cuadro de triple entrada	131
Apéndice B: Encuesta 1 (previa al procedimiento)	134
Apéndice C: Encuesta 2 (posterior al procedimiento)	136
Apéndice D: Formato de observación cuantitativa	138
Apéndice E: Fichas para conformación de grupos de forma aleatoria	140
Apéndice F. Documentos referenciados para el estudio de la trigonometría	141
Apéndice G: Rompecabezas para la conformación de grupos pequeños	147
Apéndice H: Comunicado informativo para los estudiantes	157
Apéndice I: Solicitud de autorización	158
Apéndice J: Carta de consentimiento	159

Índice de tablas

Tabla 1	Codificación de datos encuesta 1	89
Tabla 2	Codificación encuesta 2	91
Tabla 3	Codificación de datos del formato de observación.....	93
Tabla 4	Datos obtenidos en la encuesta 1 aplicada al grupo 10 ^o 1	95
Tabla 5	Datos obtenidos en la encuesta 1 aplicada al grupo 10 ^o 2.....	96
Tabla 6	Datos obtenidos en la encuesta 2 aplicada al grupo 10 ^o 1	98
Tabla 7	Datos obtenidos en la encuesta 2 aplicada al grupo 10 ^o 2	99
Tabla 8	Datos obtenidos con el formato de observación	101
Tabla 9	Puntajes obtenidos en formato de observación 10 ^o 2	104
Tabla 10	Resultados prueba T de Student encuesta 1.....	107
Tabla 11	Resultados prueba T de Student encuesta 2	108
Tabla 12	Discusión de grupos vs Actividades experimentales.....	110
Tabla 13	Análisis de casos vs Actividades experimentales	113

Índice de figuras

Figura 1. <i>Puntajes obtenidos en encuesta 1</i>	97
Figura 2. <i>Puntajes obtenidos en encuesta 2</i>	101
Figura 3. <i>Puntajes obtenidos en formato de observación</i>	103
Figura 4. <i>Puntajes obtenidos en formato de observación 10²</i>	105

Capítulo 1: Planteamiento del problema

1.1 Antecedentes

En la actualidad colombiana, el estudio del área de las matemáticas y la trigonometría como tema específico, se imparte en el grado décimo de la educación media con el fin de ofrecer a los estudiantes una herramienta que les ayude a comprender mejor la realidad y los diferentes fenómenos que en ella se presentan, debido a que la trigonometría explica por ejemplo por qué en las construcciones de edificaciones se utilizan ciertos ángulos, también se utiliza la trigonometría para hallar distancias que no son fáciles de medir a través de fórmulas relacionadas con los lados y los ángulos de una figura geométrica, entre otras aplicaciones palpables para el estudiante.

El Ministerio de Educación Nacional de la república de Colombia ha publicado los estándares en el área de matemáticas sobre los cuales se deben regir las actividades académicas en todas las instituciones de educación pública de dicho país, pero el alcanzar dichos estándares a su cabalidad fue una tarea difícil para el departamento de Antioquia, ya que según un reporte generado por (Arango, 2013) los estudiantes antioqueños del nivel de enseñanza media obtuvieron un promedio de 2.2 sobre 5.0 en el área numérica cuando presentaron un examen de estado. También según Arango (2013) más adelante se pudo identificar otros valores que despiertan preocupación en el sector educativo del mencionado departamento, ya que en las pruebas de admisión a la Universidad de Antioquia, los estudiantes antioqueños obtuvieron un promedio de 1.7

sobre 5.0, cifras que son preocupantes debido a que la mencionada región se ha caracterizado por su alto nivel académico.

Se hace necesario entonces comprender en primera instancia que para percibir la realidad y los fenómenos que en ella ocurren es necesario desarrollar ciertas competencias, en especial las que están relacionadas con el empleo de la matemática básica sin olvidar que ello conlleva también cierto dominio de los pensamientos asociados a los diferentes sistemas numéricos (Cantoral y Farfán, 2003).

Para el fortalecimiento de las competencias relacionadas con el área de las matemáticas se pueden implementar diferentes estrategias metodológicas, pero en ocasiones una estrategia determinada puede generar rechazo por parte del estudiantado según sean sus características socioculturales, obstaculizando así la adquisición de habilidades numéricas, ya que según el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la Asociación Colombiana de Facultades de Educación (ASCOFADE) “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN y ASCOFADE, 2006, pág. 49).

En la metodología de enseñanza tradicional se acostumbra que el docente sea quien tiene la razón y es quien debe trasmitírsela tal cual a sus estudiantes, metodología que día tras día viene siendo cuestionada debido a la poca participación que tiene el

estudiante y debido a que se centra en un aprendizaje memorístico pero no favorece la introyección de los conocimientos estudiados.

Por otro lado, es conocido que las técnicas de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, permiten que el estudiante sea partícipe de la construcción de su propio conocimiento, debido a que el aprendizaje activo es aquel aprendizaje en donde los estudiantes hacen más que escuchar, es donde los estudiantes dejan esa actitud pasiva y en cambio son partícipes de procesos en los cuales leen, discuten, analizan y se ven envueltos directamente en el transcurso de la construcción de conceptos nuevos o en recordar conceptos adquiridos previamente; se puede decir entonces que el aprendizaje activo se basa en que el estudiante resuelva problemas tanto teóricos como prácticos desde su propio punto de vista o desde su propia perspectiva, llegando a alcanzar un nivel más alto de pensamiento que cuando no se les da la oportunidad de participar activamente en la construcción de su propio aprendizaje dentro y fuera del aula de clases. (Charles y James, 1991).

El aprendizaje activo es un estilo de aprendizaje que como se mencionó antes permite que el estudiante juegue un papel activo en el proceso de construcción de conocimiento, “Las principales metodologías de aprendizaje activo son drama, juegos de rol, simulaciones, ejercicios, juegos y ambivalentes” (Jones, 1993, pág. 8), y al ofrecer gran variedad de metodologías, se pueden aprovechar de distintas maneras, unas más que otras, las características educativas del aprendizaje activo.

El investigador encargado del presente proyecto ha podido observar, a través de su experiencia empírica que es común (aunque no es una generalidad) encontrar que los estudiantes del grado décimo no reconocen una figura de autoridad en sus hogares, lo que hace que un comportamiento de rebeldía se vea reflejado en el aula, incidiendo significativamente en su interés por el estudio e influenciando, de una manera indirecta, el interés por la academia de los compañeros de clase, porque al querer aprender temas complejos como pueden ser los atendidos en el área de matemáticas en medio de un ambiente de aprendizaje inadecuado debido al desorden generado por rebeldía, la comprensión de dichos conceptos se dificulta en gran magnitud comparándola con ambientes de aprendizaje en donde el orden y la motivación por el estudio se hacen presentes.

Además se ha podido observar a través de la experiencia del investigador, y a través de la observación directa, que uno de los temas en los que los estudiantes del nivel de educación media demuestran desinterés a la hora de recibir las clases es el de la trigonometría, y cuando se les imparte dicha clase de manera magistral, se ha evidenciado en la práctica que ninguna sesión de clases se desarrolla sin interrupciones de carácter comportamental, lo que refleja poco interés por parte de los estudiantes en el tema y una casi nula motivación de participación activa, “en general se observa que el estudiante de hoy prefiere las materias de aplicación práctica y los métodos de aprendizaje activo, en contraste con el profesorado tradicional, que quiere enseñar materias teóricas y abstractas mediante el método pasivo de aprendizaje” (Londoño, 2002, pág. 61).

La Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente está ubicada en un sector relativamente nuevo en la ciudad, de estratos socio-económicos bajos, con una sobrepoblación muy marcada; la escuela está ubicada en un corregimiento en el cual la alcaldía de Medellín ha idoubicando personas desplazadas por la violencia, familias que se encontraban viviendo en sectores de alto riesgo y familias que han sido desplazadas por los distintos proyectos de recuperación de espacio que se desarrollan en la capital antioqueña.

Este sector llamado Ciudadela Nuevo Occidente fue en un principio diseñado para albergar deportistas de los Juegos Sudamericanos que se realizaron en la ciudad de Medellín en el año 2010; una vez que terminaron dichos juegos, los apartamentos llamados Villa Suramericana fueron los primeros del sector en ser regalados a familias de escasos recursos, en donde las personas que tenían la responsabilidad de manutención del hogar, trabajaban como recicladores, aseadores o simplemente no tenían trabajo alguno.

En el año 2013 la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente tiene matriculados 2680 estudiantes cuando su capacidad es de 2300 alumnos, y en el sector existe una gran población de jóvenes que no están incluidos en el sistema educativo escolarizado debido a la falta e insuficiencia de planteles educativos, por lo tanto es acorde decir que la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente es un establecimiento que tiene sobrecupo escolar. (Ospina. 2013).

Estas características hacen que la diversidad cultural que se vive en la institución sea basta, y por ende las diferentes costumbres de los estudiantes hacen que el proceso de enseñanza – aprendizaje sea un poco más complejo debido a que “cada contexto es distinto y en cada uno de ellos intervienen múltiples factores a tomar en consideración al momento de realizar una investigación educativa” (Valenzuela y Flores. 2011, pág. 59).

La implementación de estrategias de aprendizaje activo no suele ser muy común en las instituciones del sector, ni en las instituciones de la ciudad en general; es allí donde la investigación que se va a realizar toma más importancia en el ámbito local, debido a que es realmente trascendental comenzar con la implementación de dichas estrategias de enseñanza por que ayudan a que el aprendizaje de los estudiantes sea mucho más significativo, duradero y relevante para sus vidas, tanto en el aspecto laboral como social

1.2. Planteamiento de la pregunta de investigación

En todos los contextos sociales, y en especial en el anteriormente mencionado, es importante tener en cuenta que según Charles y James (1991) la importancia del aprendizaje activo radica en que el uso de dichas técnicas de aprendizaje tiene un gran alcance en el aprendizaje de los estudiantes, debido entre muchas otras cosas, a que los mismos estudiantes prefieren estrategias que promuevan la lectura activa que las lecturas de manera tradicional. Lo anterior se puede describir más claramente cuando los estudiantes juegan un papel muy pasivo en la construcción de conocimiento; de allí

surge la problemática principal que será objeto de estudio para la presente investigación:

¿Cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín?

Al investigar sobre dicha problemática, el investigador busca encontrar qué características deben ser tenidas en cuenta a la hora de implementar el aprendizaje activo en los estudiantes que son objeto del proceso, sin dejar de lado el contexto sociocultural en el que viven dichos alumnos, ya que debido a tradiciones adquiridas previamente como lo podrían ser la carencia de autoridad en el hogar, variedad de cultura y otros aspectos que ayudan a que los estudiantes hayan mostrado una actitud reactiva frente al uso empírico de estrategias de aprendizaje activo como lo es el trabajo colaborativo, el estudio de casos y las actividades experimentales.

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general de la investigación. El objetivo general de la investigación será determinar si el uso de las técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje activo son realmente apropiadas para el aprendizaje, comprensión y manipulación de conceptos relacionados con la trigonometría en los grados décimos de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín - Antioquia – Colombia.- implementando el estudio por medio de actividades experimentales, análisis

de casos y discusión en grupo como estrategias basadas en el aprendizaje activo para la enseñanza de la trigonometría, con el fin de determinar cuál de las tres ofrece mejores resultados.

1.3.2. Objetivos específicos. A continuación se describirán los objetivos específicos del desarrollo del presente proyecto de investigación.

1.3.2.1. Implementar la técnica de la discusión en grupos, análisis de casos y las actividades experimentales que son estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo para abordar el tema de la trigonometría en el grado décimo

1.3.2.2. Realizar encuestas a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente antes y después de utilizar estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo, al igual que realizar observación de varias sesiones de clase desarrolladas de forma activa con el fin de obtener datos sobre el aprendizaje obtenido.

1.3.2.3. Analizar los resultados obtenidos con las diferentes estrategias e instrumentos implementados, con el fin de generar conclusiones que den luz hacia la correcta implementación de las estrategias basadas en el aprendizaje activo para abordar de forma óptima el tema de la trigonometría en el grado décimo.

1.4. Justificación de la investigación

El estudio de las matemáticas en el departamento de Antioquia no es uno de los fuertes en su sector educativo, tanto así que en el año 2012 se publicaron varios artículos

en donde se daba fe que el departamento de Antioquia había quedado mal en el área de matemáticas frente a otros departamentos, como lo dice el artículo publicado por el Director de la Federación Colombiana de Educadores (FECODE), Arango (2013) cuando se refiere a que el departamento de Antioquia obtuvo resultados que indican bajo rendimiento académico en el área de las matemáticas y refiere que “ los resultados de las pruebas Saber, las Olimpiadas del Conocimiento y el examen de la U. de A. así lo demuestran” (Arango, 2013).

Las causas de dicha problemática son de diferente índole, es decir, el bajo rendimiento académico en el área de matemáticas de los estudiantes del departamento de Antioquia, se debe entre otros factores, a que los currículos están descontextualizados, también hay demasiada carga académica para un año lectivo, estos es cuando el Ministerio de Educación Nacional (MEN) genera unos estándares en competencia para cierto año lectivo y el tiempo de cada clase no es suficiente para que se pueda desarrollar de una forma adecuada, es allí donde el docente decide desarrollar su clase de manera superficial y por ende se dificulta lograr que el aprendizaje del estudiante sea significativo.

Es significativo resaltar entonces que la tarea inmediata de los docentes, más que quedarse lamentando por los resultados obtenidos en las diferentes pruebas estatales y de admisión a la educación superior, es iniciar un cambio estratégico desde su proceder, iniciando con una capacitación sobre diferentes estrategias que se puedan implementar, teniendo en cuenta que exista una evolución, para ello se debe “dotar a las personas y colectivos de recursos e instrumentos —cognitivos, afectivos y actitudinales— que los

capaciten para tomar conciencia sobre la realidad y transformar sus aspectos más negativos” (Argibay y Celorio, 2005, pág. 50) para así realizar un cambio bien fundamentado y no empírico hacia una implementación de estrategias metodológicas basadas en el aprendizaje activo.

De acuerdo con lo anterior, trabajar las estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo tiene una importancia que parte de la necesidad de buscar estrategias que aumenten la motivación del estudiante por el estudio de la trigonometría en el grado décimo; esta motivación es influenciada en el estudiante al permitirle participar activa y directamente en su proceso de construcción de conocimiento. Una vez el estudiante observa que su papel en dicho proceso puede ser más que el de un simple observador, comprende que aunque sus responsabilidades aumentan, también la interiorización de los conocimientos lo hace y por lo tanto el aprendizaje de temas complejos se facilita en gran magnitud.

Una de las razones por la cual la mayoría de los docentes de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente no implementan estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo es debido a un temor que tienen frente a los procedimientos nuevos y desconocidos, y al no tener una manipulación adecuada de las estrategias, temen que el desarrollo de las sesiones académicas y clases se les salga de control, generando un caos comportamental y actitudinal en los estudiantes, obteniendo así un rechazo frente a dicha metodología por parte de los alumnos y por el docente mismo.

Se hace evidente que entre las necesidades más notorias que tiene la sociedad actual es que las personas que se desenvuelvan en ella sean capaces de realizar un análisis crítico y reflexivo frente a cualquier situación que se le presente, es decir, que no actúen como máquinas programadas y automatizadas que no entienden el proceso y las diferentes implicaciones que tienen los acontecimientos del diario vivir; es por ello que la implementación de las estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo se hace necesaria desde la educación en el colegio, ya que “la actividad física activa el cerebro mucho más que el trabajo estático” (Pica, 2008, pág. 53), y por lo tanto el aprendizaje, el pensamiento crítico y la toma de decisiones serán de mayor calidad y envergadura.

En la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente se han hecho intentos aislados e improvisados de implementación de estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo para la educación de la trigonometría por parte del investigador del actual proyecto, como estos intentos no se han basado en una documentación teórica, en investigaciones previas al tema y en ejemplos de casos reales, los resultados han sido desfavorables en relación a la aceptación de dichas técnicas por parte de los estudiantes y en la implementación por parte de los docentes; es por eso que la importancia de la investigación que se está desarrollando adquiere un significado amplio en el contexto en el que se desarrollará, debido a que su implementación es una necesidad educativa de la institución.

Entre muchas de las necesidades de la I. E. Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín – Colombia, está la de aumentar el nivel académico de los

estudiantes que se graduarán en los años venideros, en especial del área de matemáticas. La forma en que se pretende lograr dicha mejoría a través del desarrollo de este proyecto es generando confianza, autoestima, y responsabilidad en los estudiantes por medio de la propagación del uso de actividades lúdicas basadas en aprendizaje activo, propagación que se espera sea un efecto generado por la creación de conclusiones en el presente proyecto, las mismas que estarán orientadas a explicar, exponer y clarificar las ventajas de una clase en donde el estudiante participe activamente de ella.

Al aumentar la responsabilidad, autonomía y compromiso del estudiante con su proceso educativo, se logra aumentar a su vez su nivel académico, y gracias a ello los estudiantes tendrán mayor oportunidad de acceder a becas de educación superior, becas que significan para la comunidad educativa inmediata la única oportunidad de estudios superiores que tienen los jóvenes del sector, debido a los escasos recursos económicos de las familias que componen la comunidad educativa inmediata a la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente.

1.5. Delimitaciones.

Para exponer de forma clara cuáles fueron las delimitaciones del proyecto, es necesario en primera instancia aclarar cuáles son las limitaciones del mismo. Una de éstas fue la poca intensidad del área de matemáticas en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente, ya que estar en contacto directo con los estudiantes, en clase, solamente tres horas a la semana, es un obstáculo que se debe

superar para la adquisición de datos y para la observación de las diferentes características que representen a los estudiantes que son objeto de investigación, para implementar las diferentes metodologías que conlleva el aprendizaje activo y para poder socializar, en un momento dado los objetivos de la investigación con los estudiantes.

Otra limitación que se presentó durante el transcurso de esta investigación fue que los docentes encargados de dictar o de impartir dicha clase en la I. E. Ciudadela Nuevo Occidente solamente son dos, lo que puede llevar a un posible sesgo en la información, y fue en esto en donde el investigador puso especial atención a la hora de analizar los resultados obtenidos desde las diferentes técnicas de recolección de información que se implementaron.

En lo que respecta a las delimitaciones, cabe mencionar que el proyecto fue realizado en la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente, ubicada en la calle 64 B con la carrera 105 A de la ciudad de Medellín – Antioquia – Colombia. Dicho plantel educativo ofrece educación a niños y jóvenes en los grados desde preescolar, hasta el grado undécimo, y funciona en la jornada de la mañana, tarde y noche, está ubicada en un sector de escasos recursos económicos y con una sobrepoblación marcada.

Es conveniente también mencionar que el proyecto de investigación fue llevado a cabo en un tiempo no superior a un año, comprendido entre los meses de febrero y septiembre del año 2013. La parte práctica del proyecto se realizó en las semanas académicas que la institución educativa ha definido previamente, es decir, no se

realizaron actividades prácticas con los alumnos las semanas del periodo de vacaciones de los estudiantes ni en la semana llamada Semana Santa.

Durante las semanas anteriormente referenciadas se llevó a cabo una investigación basada en el paradigma de la investigación cuantitativa, con el fin de obtener la mayor cantidad y la mejor calidad de datos posibles para así proceder a un análisis reflexivo, crítico y argumentativo, para que en el momento de generar conclusiones éstas tuvieran el soporte suficiente para que su validez fuera de gran significancia.

La población que fue objeto de investigación, fueron principalmente los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín – Colombia. La temática sobre la cual se orientará el desarrollo de la presente investigación es sobre las técnicas de aprendizaje activo, sus características y sus ventajas para la enseñanza de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente; se indagará de manera teórica y práctica cuáles características de las diferentes metodologías de enseñanza basadas en el aprendizaje activo son más provechosas para la socialización, análisis, e interiorización de conceptos relacionados con la trigonometría.

Las personas beneficiadas fueron directamente los estudiantes, ya que al existir una investigación sobre técnicas de enseñanza que ayuden a la interiorización de conceptos relacionados con el estudio de la trigonometría, lo que se busca es que los estudiantes aprendan mucho más fácil dicho tema del área de matemáticas; pero se espera que los estudiantes del grado décimo no sean los únicos beneficiados, ya que los docentes

tendrán un referente en el cual se podrán basar, del cual se podrá documentar antes de iniciar actividades académicas basadas en el aprendizaje activo.

De forma indirecta también se verá beneficiada la comunidad educativa del sector Ciudadela Nuevo Occidente, debido a que si los estudiantes del grado décimo mejoran su comprensión de la trigonometría por medio de actividades de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, esta metodología se verá secundada en otras áreas y niveles educativos de la institución, por lo tanto los egresados del plantel educativo serán personas competentes frente a una sociedad que exige gran capacidad de raciocinio, pensamiento crítico, analítico y reflexivo, para el cual se necesitan buenas bases teóricas y prácticas.

Otro aspecto por el que la comunidad inmediata al sector en donde se ubica la institución educativa se verá beneficiada es porque al verse replicadas las estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo, y los estudiantes mejorar su rendimiento académico, tendrán mayores oportunidad de acceder a la educación superior por medio de becas o incentivos económicos logrados gracias al nivel académico que los mismos presentan; y una comunidad que cuenta con profesionales, es una comunidad competitiva frente a una realidad de cambios constantes y acelerados.

Los posibles aportes que se obtendrán producto de la presente investigación son unas pautas generalizadas al uso de las metodologías de enseñanza – aprendizaje en la educación obtenidas de la investigación realizada con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín –

Colombia, pero que servirán como base para que los docentes que impartan otros temas en otros grados de instituciones educativas con un sector educativo de similares características (problemática socio-económica), tomen como referencia los resultados, los procedimientos y las conclusiones o recomendaciones que en el documento final se generen.

1.6 Definición de términos

Aprendizaje: El aprendizaje puede ser entendido como un cambio que es relativamente permanente en el comportamiento del ser humano y es producto de la constante práctica (Ardila, 2001).

Investigación: La investigación es un proceso que se desarrolla por una persona interesada en descubrir conocimientos nuevos relacionados con una temática general (Neil, 1999).

Trigonometría: La trigonometría es una rama de las matemáticas que se encarga de estudiar, analizar y explicar la relación existente entre los lados de un triángulo y sus ángulos (Jiménez, 2007).

Técnicas de aprendizaje: Son planes de acción que se desarrollan para obtener conocimientos de un tema con el fin de generar algún aprendizaje (Dobles, 1985).

Memorístico: El aprendizaje memorístico es aquel utilizado para aprender al pie de la letra (Maqueo, 2005)

Temática: se puede definir como un grupo o conjunto de temas parciales en un tema o asunto general, es decir las subdivisiones que se pueden generar de un tema macro y que son pertenecientes a una ciencia general o especializada (Gómez, 1995).

Investigación cuantitativa: Es un tipo de investigación que opera básica y fundamentalmente con cantidades con el fin de comparar o hallar la relación entre una variable y otra u otras (Barragán, y otros, 2003).

1.7 Hipótesis

Partiendo de un análisis crítico de la literatura existente sobre el uso del aprendizaje activo en relación con el estudio de la trigonometría, es posible generar una hipótesis que indique la existencia de una ventaja latente del aprendizaje activo sobre el aprendizaje tradicional y que además ayude a identificar una técnica de enseñanza específica que ofrezca mejores resultados que otras técnicas en el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente (I.E.C.N.O.).

Así entonces la hipótesis que plantea el investigador es la siguiente: dando por hecho que el aprendizaje activo es beneficioso para el aprendizaje de la trigonometría en el grado décimo de la I.E.C.N.O. la mejor estrategia para que los estudiantes se motiven y manipulen los conceptos básicos de trigonometría es por medio de las actividades experimentales, ya que ofrece mayores ventajas sobre la estrategia que se basa en la discusión en grupo y sobre el análisis de casos propuestos por el docente.

Capítulo 2 Marco teórico o conceptual

2.1 Introducción al marco teórico

En el siguiente apartado el lector encontrará la fundamentación teórica del proyecto de investigación, en donde se aclara qué se entiende por aprendizaje activo, qué tipo de actividades lo componen, por qué es importante migrar desde un aprendizaje pasivo hacia un aprendizaje activo en especial, empleando las técnicas de trabajo en equipo y con las actividades experimentales para el estudio de la trigonometría desde una perspectiva en donde el estudiante sea quien lidere su proceso de formación; además se explican teorías que indican cómo se puede motivar al estudiante hacia un aprendizaje activo, exponiendo sus ventajas y sus posibles desventajas sobre el aprendizaje pasivo aplicado al estudio de la trigonometría.

2.2 ¿Qué es el aprendizaje activo?

En la revisión de literatura se pueden encontrar muy comúnmente diferentes proverbios que hacen referencia al aprendizaje activo, en donde se menciona la importancia de ser partícipes de los procesos de la vida diaria, ya que así es que se hacen realmente significativos y trascendentales para la persona, Weltman (2007) hace referencia a lo dicho por Benjamin Franklin cuando escribió “dime algo, y lo podré olvidar, enseñame y lo podré recordar, involucrame y lo aprenderé” (Weltman, 2007, pág. 6) de lo anterior se puede deducir entonces que las bases del aprendizaje activo es

utilizar diferentes técnicas de enseñanza en donde se involucre a la persona para que realmente aprenda los diferentes fenómenos estudiados.

La base de esta investigación es el aprendizaje activo aplicado en la enseñanza de la trigonometría. El aprendizaje activo que según Petras (2008) se basa en un procedimiento en donde el estudiante es el encargado directo de manejar su aprendizaje de forma activa y dinámica, teniendo un comportamiento significativamente participativo en su propia educación, partiendo del principio que el estudiante activo es aquel que “no es totalmente dependiente de un maestro”(Petress, 2008, pág. 566).

Se puede decir entonces que el aprendizaje activo promueve que el estudiante sea quien desarrolle su proceso de formación, utilizando al maestro como guía, haciendo que el maestro sea un orientador del conocimiento, y no sea el único poseedor del mismo.

Así, el conocimiento mediante el aprendizaje activo es construido por y para el estudiante, ya que las actividades, estrategias y metodologías que emplea el docente en sus clases van orientadas a que el estudiante desarrolle un pensamiento crítico y reflexivo sobre su realidad. Cuando los estudiantes hacen el esfuerzo de aprender por cuenta propia siendo orientados por un docente, están manifestando parte de su naturaleza humana, ya que según (Meyers y Jones, 1993) el aprendizaje es conexo al homo sapiens y es básicamente un esfuerzo activo en donde el ser humano adquiere conocimientos por medio de la actividad tanto cerebral como física, entendiendo que hay diferentes maneras de aprender, ya que cada individuo es un ser único con diferentes formas de adquirir conocimiento debido a sus diferentes estructuras mentales.

Una vez se ha establecido uno de los ejes conceptuales que rigen esta tesis, es importante diferenciar entre la adquisición de conceptos y el aprendizaje, debido a que no son lo mismo y puede darse la confusión entre ellos; de allí la importancia de anotar que el “aprendizaje es un cambio en el comportamiento que resulta de la interacción del aprendiz con el medio ambiente (experiencia)” (Michael y Modell, 2008, pág. 3), es decir que mediante la adquisición de experiencias con el mundo que rodea al aprendiz o estudiante es que dicho sujeto adquiere conocimientos y obtiene su aprendizaje y si no se da la interacción con el mundo el aprendizaje se hace más difícil y de menor trascendencia, ya que únicamente se estarían adquiriendo conceptos sin aplicación o relación alguna con la realidad.

Es importante mencionar el porcentaje de información que las personas recuerdan según haya adquirido dicha información, según Martin (2007) las personas recuerdan tan solo un 10% de la información que leen, un 20% de la información que escuchan, un 50% de la información adquirida mediante la escucha y la lectura, pero las personas alcanzan a recordar el 90% de las cosas que hacen, lo que indica que mientras las personas están activamente involucradas en su proceso de aprendizaje, alcanzan a recordar una parte muy significativa de la información obtenida, lo que hace que se facilite en mayor cantidad dicho aprendizaje y la comprensión de los fenómenos estudiados

Petress (2008) indica que el aprendizaje activo es una metodología de auto enseñanza que provoca en el estudiante el aumento del autoestima y del sentimiento de orgullo por sí mismo, gracias a que el aprendizaje activo permite al estudiante dirigir sus

propios procesos, liderar sus actividades y argumentar sus conocimientos; ello genera confianza en el estudiante porque le da a conocer que él es capaz de realizar diferentes acciones sin necesidad de ser llevado de la mano a través de un único camino por un docente y que su capacidad intelectual puede crecer de tal forma que sea capaz de adquirir conocimientos siendo guiado por una persona idónea, que en el caso de un estudiante sería su tutor o docente.

Es común observar que el aprendiz activo formule preguntas de clarificación, de profundización y de proposición, las cuales las hace no para hacer sentir mal a nadie ni para humillar con su conocimiento sino porque tiene la curiosidad y la motivación de ir más allá de lo que se le ofrece en un principio, es decir que no se queda con los conceptos básicos sino que pretende adquirir un conocimiento avanzado y profundizado de los fenómenos estudiados; es allí en donde se ve reflejada la autonomía que cada individuo puede tener en su proceso educativo y en donde los logros alcanzados son producto de cada uno de los esfuerzos propios del estudiante para poder llegar a ellos.

Por el contrario en el paradigma tradicional el aprendizaje pasivo no estimula la confianza ni la autoestima en el estudiante, yaque allí se tiene la falsa creencia de que el conocimiento lo tiene única y exclusivamente el docente que es el encargado de compartirlo con el estudiante, quien solo se dedica a escuchar y seguir órdenes (Petress, 2008).

A modo de refuerzo sobre la idea anterior, se menciona que “el aprendizaje activo es usualmente agradable, motivador y eficaz en la tarea de construir la vida. El

aprendizaje activo tiende a aumentar el ego de los alumnos mientras que el aprendizaje pasivo hace poco por los alumnos, salvo proyectar frustración” (Petress, 2008, pág. 566). Por lo tanto, el aprendizaje activo, por medio de diferentes estrategias de enseñanza permite que el estudiante, a través de nuevas experiencias significativas en las cuales tiene participación activa, cree conocimiento y por consiguiente desarrolle mayor destreza y habilidades en las competencias que exige una sociedad competitiva como la actual.

El aprendizaje activo se basa en el desarrollo de actividades y de ejercicios en donde el estudiante es quien construye su propio conocimiento, pero lo más importante es que se convierte en un aprendizaje basado en la motivación del estudiante, “el objetivo de muchos ejercicios que están dentro del aprendizaje motivacional, mediante la capitalización de curiosidad en el estudiante, ayudan a que el estudiante construya modelos mentales más robustos del fenómeno que está estudiando” (Michael y Modell, 2008, pág. 22)

Con respecto a lo anterior, se puede decir que cuando un estudiante realiza ejercicios que están orientados a un aprendizaje que incite al estudiante a realizar actividades por cuenta propia, se propicia que el conocimiento adquirido sea de mayor trascendencia para el estudiante y que por lo tanto el fenómeno estudiado sea comprendido a un nivel más profundo que cuando es estudiado a través del aprendizaje pasivo, dándose así lo que se conoce también como aprendizaje significativo.

Según Michael yModell (2008) el aprendizaje se da todos los días y a toda hora, es decir, que es un proceso continuoya que desde niños el ser humano está aprendiendo, ya sea a expresar dolor, a manipular objetos con una o dos manos, a hablar, a manejar; se considera que el aprendizaje es constante en la vida diaria del ser humano, de allí la importancia de que sea bien orientado y que motive a la persona a seguir aprendiendo, ya que de una mala experiencia pueden nacer sentimientos de rechazo frente a nuevos retos que requieran asimilar conceptos, procedimientos o desarrollar habilidades.

Es importante aclarar entonces que según Meyersy Jones (1993) el aprendizaje activo se encuentra en un claro contraste con el aprendizaje pasivo o aprendizaje tradicional, ya que el aprendizaje pasivo es aquel en donde los maestros hacen la mayor parte del trabajo y los estudiantes permanecen pasivos frente a las diferentes actividades académicas que se realicen dentro y fuera del aula, lo que hace que la interiorización de conceptos no sea muy relevante para los estudiantes y que en contraste con lo que ocurre en el aprendizaje activo, el fenómeno estudiando no sea comprendido ampliamente, ni observado desde varios puntos de vista, ya que el único punto de vista que se está teniendo en cuenta es el del docente que está impartiendo el conocimiento.

En la presente tesis, el aprendizaje activo se interpreta entonces como un proceso de enseñanza – aprendizaje basado principalmente en el estudiante, en donde es aquel el que participa activamente en la construcción de nuevos esquemas mentales a partir de la adquisición de conceptos nuevos por medio del desarrollo de diferentes actividades, ejercicios o investigaciones por cuenta propia y en donde el docente es un recurso

humano en el cual el estudiante se puede apoyar para la adquisición del conocimiento y para aclarar cualquier duda que en el proceso de auto-enseñanza pudiera presentarse.

En concordancia con lo anterior en el aprendizaje activo el docente no es quien tiene el conocimiento último, sino que es alguien que puede orientar al estudiante a consultar diferentes fuentes de información que le ayuden a construir su propio concepto sobre el fenómeno estudiando; también es alguien que le sugiere al aprendiz diferentes técnicas de estudio para que en el caso de la presente tesis, interiorice con mayor facilidad los conceptos básicos de la trigonometría y aplique con mayor facilidad dichos conceptos a la solución de problemas de la vida diaria.

Silberman (1998) hace referencia a la importancia de que el aprendizaje sea activo, y esto significa, metafóricamente hablando, que el estudiante se pare del puesto y comience a pensar en voz alta, interactuando con sus compañeros para así poder aprender e interiorizar conceptos que para el estudiante son nuevos de una manera en donde se pueda interactuar con la materia escuchando, viendo, formulando preguntas y socializando las repuestas con sus pares académicos. Pero lo importante es conocer cuáles estrategias se pueden utilizar para hacer que el aprendizaje sea activo y se salga del encasillamiento en el que se puede caer con el aprendizaje pasivo.

Con el fin de ilustrar más la percepción que se tiene sobre aprendizaje activo, es importante decir que para determinar su utilidad se deben tener en cuenta los elementos pragmáticos como la retención de información y por ende de conocimiento del estudiante, las habilidades adquiridas y la modificación de actitudes de los aprendices a

la hora de actuar tanto individualmente como de forma grupal; otro aspecto que se debe tener en cuenta a la hora de analizar la utilidad del aprendizaje activo es la forma en que el estudiante argumenta sus conocimientos, sus opiniones y sus interlocuciones, ya que el aprendizaje activo aboga para que el estudiante posea un buen nivel de análisis crítico en su proceder (Johnson y Johnson, 2004).

De todo lo anteriormente mencionado acerca del aprendizaje activo, que se basa en las técnicas en donde se invita o se induce al estudiante a participar activamente en la construcción de su propio conocimiento basado en las guías o instrucciones dadas por un docente; lo importante es que el aprendizaje activo involucra como actor principal al estudiante, es decir “está claro que el aprendizaje activo se acopla con el alumno” (Norfleet, 2008, pág. 2), y si éste no tiene la disposición de participar en su proceso de formación, se deberán buscar estrategias que le motiven a adquirir un conocimiento significativo.

2.3. Principales estrategias metodológicas del aprendizaje activo

El aprendizaje activo es una forma de abordar el proceso de enseñanza aprendizaje, que motiva al aprendiz a participar de forma activa de dicho proceso, se puede decir entonces que “aprendizaje activo reúne una amplia colección de estrategias instructivas, incluye métodos para impulsar a los estudiantes desde un principio a través de actividades que fomentan el trabajo en equipo y que de inmediato los lleva a pensar en la materia” (Silberman, 1998, pág. 7).

Una de las estrategias comprendidas dentro del aprendizaje activo es el trabajo en equipo, el cual se basa en la reunión de varias personas con un objetivo en común y que además dichas personas intentarán abordar dicho objetivo que tienen en común, trabajando conjuntamente entre sí, colaborando y aportando ideas que ayuden a alcanzar dicho objetivo; algo que es importante y se debe tener en cuenta a la hora de hablar del trabajo en equipo es que las personas que conforman dicho grupo de trabajo, participen activamente y de forma voluntaria en la consecución de un objetivo. Dicha participación no debe ser en ningún momento impuesta por un agente externo pero sí debe ser organizada por los mismos integrantes del grupo de trabajo (Bonals, 2005).

Es importante decir entonces que un trabajo en equipo no indica únicamente que se reúnan varias personas en un mismo lugar para trabajar, ya que se puede dar el caso de que varias personas que están sentadas alrededor de una misma mesa estén trabajando cada uno en la consecución de su propio objetivo, sin tener que ser el mismo obligatoriamente que el de las personas que se encuentran a su alrededor, por ello una de las características que define el trabajo en equipo es la disposición de trabajar de forma colaborativa y organizada en la consecución de un mismo objetivo (Bonals, 2005).

Varios aspectos positivos para el aprendizaje del estudiante son ofrecidos por el trabajo en equipo, uno de dichos aspectos es que cuando se trabaja de dicha manera todos los integrantes velan por el entendimiento de cada uno de los pertenecientes al equipo y que además cada individuo comprenda a cabalidad los conceptos que se estén tratando y en caso de surgir alguna inquietud, de forma colaborativa se busca la respuesta, teniendo

en cuenta los argumentos de los integrantes y construyendo así una respuesta socializada (Katzenbach J. , 2000).

En la presente tesis se trabajará con la conformación de grupos de estudio y de trabajo para la comprensión de los conceptos de trigonometría que más se le dificulta aprender a los estudiantes del grado décimo de la institución educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín; se planea trabajar con dicha estrategia metodológica por que ofrece gran variedad de ventajas para que el estudiante por medio de la socialización con pares académicos, construya un conocimiento que le servirá para abordar problemas de la vida real; se debe tener en cuenta que el trabajo en grupos se abordará desde varias perspectivas que son comprendidas como trabajo en equipo, como los son el trabajo en grupo pequeños, foros de discusión con la clase completa, socialización de conceptos, investigación en grupo, análisis de documentos de forma colaborativa, y representación de casos. (Katzenbach, J. 2000).

Otra estrategia metodológica que fue utilizada para el desarrollo de la presente tesis es el estudio por medio de actividades experimentales, en donde el estudiante va a tener la posibilidad de aplicar los conocimientos adquiridos previamente en una sesión de clase o a través de una actividad grupal; es importante decir que uno de los objetivos principales de trabajar la trigonometría por medio de actividades experimentales es que el estudiante entienda que se pretende capacitarlo para que enfrente casos de la vida real habiendo obtenido una experiencia significativa dentro del aula de clase. (Gutiérrez, 2005).

De lo anterior se puede decir entonces que cada una de las estrategias se basa en la socialización de conceptos a través de diferentes actividades, las cuales pueden ser orientadas para trabajar con un grupo completo de estudiantes, en pequeños grupos, con la clase completa o de forma individual, pero en ningún momento están orientadas para una clase en donde el docente sea quien imparta la materia (Silberman, 1998)

Uno de los objetivos principales que se busca con la implementación de estrategias de aprendizaje activo con la conformación de grupos de estudio, es que el estudiante cuente con un espacio tanto físico como temporal, en donde socialice los conceptos adquiridos previamente o los que va adquiriendo con el desarrollo de cada actividad; otro objetivo que se intenta alcanzar con la utilización de las diferentes actividades es la participación inmediata en el proceso de aprendizaje por parte del estudiante, en donde sea él mismo quien adquiera sus conocimientos, a la vez que el docente puede ir evaluando e identificando, por medio de la observación del proceso evolutivo del estudiante, qué conocimientos tiene y cómo los va obteniendo o mejorando basado en las experiencias vividas en clase. (Silberman, 1998).

Aunque las técnicas que están basadas en el aprendizaje activo son muy amplias, se debe ser muy cuidadoso al querer implementar una de ellas en el desarrollo de la clase, “ya que hay muchos factores en juego cuando se selecciona un enfoque de aprendizaje activo” (Settles, 2012, pág. XI), y se puede caer en el error de que la clase más que una actividad de aprendizaje se convierta en un desorden debido a malas instrucciones o a actividades implementadas sin una planeación previa o un correcto enfoque educativo; por eso es importante exponer y dar a conocer algunas de las

actividades que son basadas en el aprendizaje activo, que dan resultados positivos tanto en el aprendizaje de los estudiantes, en el desarrollo del currículum como en la motivación del estudiante para el auto – control de su proceso educativo.

Es necesario aclarar que las estrategias de enseñanza que se vayan a implementar no deben ser muy exigentes en un principio, sino que deben ir aumentando su nivel de complejidad conforme vayan avanzando los estudiantes en el uso de dichas estrategias educativas, al igual que no se debe exigir mucho en un principio, tampoco se recomienda que las actividades sean de larga duración, para que el interés del estudiante no se pierda en el desarrollo de la misma, ya que la actividad puede ser algo nuevo para él y por lo tanto su atención tenga su punto máximo solo en un principio.

Silberman (1998) habla sobre la importancia de una organización adecuada del trabajo en pequeños grupos, ya que cuando no se hace de forma correcta dicha organización, el objetivo que se buscaba con la actividad planteada puede no ser alcanzado debido a factores que son secuelas de la mala planeación; entre dichos factores se pueden comprender el desorden, la desconcentración y el desperdicio de tiempo, por eso se recomienda, entre otras diferentes actividades, que para organizar grupos de estudio de manera ágil y eficaz se pueden utilizar rompecabezas en donde el docente elabore tantos rompecabezas como grupos se deban conformar para el desarrollo de la clase.

Seguidamente a cada estudiantes se le asigna una ficha de un rompecabezas alazar y él mismo se encarga de buscar a los compañeros que tienen las otras fichas de su

rompecabezas, así se formarán los grupos que reúnan los rompecabezas de forma correcta y se le dará al estudiante la oportunidad de ser él mismo quien busque a sus compañeros de equipo.

Sobre la importancia del trabajo en equipo se debe indicar que básicamente un equipo de trabajo es “un pequeño número de personas con habilidades complementarias, las cuales se comprometen a un propósito común, cumplen unas metas, y se consideran a sí mismos mutuamente responsables de todo ello”(Katzenbach y Smith, 1993, pág. 65), por lo tanto al considerarse mutuamente responsables cada individuo se ve en la necesidad de controlarse en sus acciones y velar por que los otros integrantes del equipo respondan ante la exigencia de la actividad, lo que hace que el estudiante genere un liderazgo básico y cooperativo.

Una de las ventajas más importantes del trabajo en equipo es que desarrolla varios aspectos en el ser humano entre los cuales se encuentran el conocimiento del grupo, la integración, la comunicación, el bienestar, la participación entre otros, haciendo que el aprendizaje sea interiorizado de una manera significativamente alta y que el aprovechamiento del tiempo y de la interacción social con los compañeros sea utilizada a favor del estudiante, sin importar si es una persona joven o adulta (Anglada-Monzón y Tejero, 2012).

Orientar al estudiante en su proceso educativo no es tarea fácil, ya que además de ser una tarea fundamental del docente, requiere que el profesor conozca cuáles son las características individuales y colectivas del estudiante, en donde para la formación de

equipo prevalecen las características colectivas. Para la creación de equipos de trabajo, se deben utilizar conceptos o temas con los cuales el estudiante esté relacionado en su diario vivir, para que así no se sienta confundido a la hora de seguir unas instrucciones dadas por el docente u orientador (Morrison, 2005).

Teniendo en cuenta lo referido anteriormente por Morrison (2005), es acorde exteriorizar una estrategia que se puede utilizar para la organización rápida y efectiva de grupos de trabajo, la cual es la de etiquetas distintivas, en donde los estudiantes con etiquetas semejantes conformarán los grupos de trabajo, esto con el fin de que los estudiantes no sean quienes escogen a sus compañeros, sino que los grupos sean formados de manera aleatoria, evitando así la creación de equipos por conveniencias individuales en donde solo unos pocos integrantes del equipo trabajen mientras uno o varios no participan en el proceso (Silberman, 1998).

Ahora cuando se trata de mantener el orden en el trabajo interno del equipo, es importante contar con alternativas que exhorten a la participación activa de todos y cada uno de los integrantes del equipo, “una manera de facilitar el aprendizaje activo en grupos pequeños es asignar roles a algunos integrantes, por ejemplo: líder, facilitador, cronometrista, portavoz, observador del proceso o administrador del material impreso” (Silberman, 1998, pág. 37); esta designación de roles ayuda a que el orden en el trabajo en equipo sea una constante y que cada uno de los integrantes tenga un papel y una responsabilidad específica.

Es importante que no se asigne siempre el mismo rol a la misma persona, ya que esto limitaría el rango de responsabilidad y de habilidades desarrolladas por el individuo, por lo tanto se recomienda que la asignación de roles sea dada al azar o por voluntad dirigida, es decir en donde el docente esté atento a que una persona no repita el mismo rol constantemente.

La designación de roles es una de las principales características del trabajo en equipo y ha sido referenciada como un requisito para que una reunión de diferentes personas sea entendida como un equipo, la disposición de roles se encuentra, como se menciona anteriormente, entre “diferentes aspectos que son centrales a los equipos de trabajo como son la interdependencia, la responsabilidad compartida, los objetivos compartidos, la especialización de roles y la pertenencia formal a una organización (Bayona y Heredia, 2012).

Partiendo de la premisa que uno de los objetivos fundamentales del aprendizaje activo es que la mente del estudiante se vea enfrentada constantemente a retos que involucren un pensamiento crítico, reflexivo y analítico, se debe tener muy en cuenta las discusiones en grupo, ya sea grande o pequeño, porque “las discusiones en clase juegan un papel vital en el aprendizaje activo. Escuchar una amplia variedad de opiniones es un desafío para la mente de los alumnos. Durante una discusión grupal, el rol del docente es el de facilitar el flujo de comentarios de los estudiantes” (Silberman, 1998, pág. 38); es por medio de la discusión entonces que el estudiante socializa sus conocimientos, pone a prueba sus fundamentos y analiza críticamente su validez de forma verbal y colaborativa.

El papel del docente en las discusiones es de vital importancia, aunque el docente no sea quien desarrolle el papel principal en la discusión si será quien facilite la participación de los individuos dispuestos a hacerlo, fijándose en que la participación no sea únicamente de unos pocos estudiantes, teniendo la responsabilidad de motivar a aquellos alumnos que demuestren timidez; para ello es aconsejable que el docente lance de vez en cuando una pregunta dirigida a un estudiante en particular, ello con el fin de motivarlo a participar de una forma que podría malinterpretarse como obligatoria, pero que en esencia es motivadora por la pregunta lanzada directamente al estudiante.

Una de las actividades que puede desarrollar el docente en una discusión es la de parafrasear lo dicho por un estudiante, haciendo que el mismo se sienta comprendido y haciéndole entender a la vez que su opinión ha sido tenida en cuenta en la discusión, aunque ésta no es la única forma de hacer sentir al estudiante ésto, porque también se le puede pedir que aclare un poco más su idea, no con la intención de hacerle sentir incomprendido, sino con el objetivo de que ahonde un poco más en su exposición con el fin de lograr una aprobación por parte de los presentes en la discusión. (Silberman, 1998).

Para que una discusión sea productiva no necesariamente debe ser dentro del aula de clase, gracias a la implementación de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), se pueden utilizar los foros virtuales, en los cuales los estudiantes pueden interactuar, comunicarse y discutir sobre algún tema propuesto ya sea por un tutor o por ellos mismos; al igual que en las discusiones dentro del aula como en los foros virtuales, se ha podido notar que la presencia y participación del docente en dichas

discusiones aumenta significativamente la calidad de la información adquirida en las actividades, aunque dicha presencia disminuya un poco la sensación de comodidad que pueden tener los estudiantes en los foros virtuales cuando no están siendo monitoreados por un profesor. (García, 2010).

Hay que tener en cuenta que los estudiantes comúnmente aprenden más al hacer algo que al escuchar hablar; es allí en donde las actividades experimentales juegan un papel muy importante en el aprendizaje activo, debido a que cuando son bien diseñadas y orientadas producen un conocimiento con un alto valor para el estudiante. El docente debe tener en cuenta que antes de proponer una actividad experimental se recomienda que se divida el grupo en varios grupos pequeños, se deben dar las instrucciones claras y precisas y en caso de que las instrucciones sean muy complejas.

Además el docente debe ejemplificar lo que quiere que los estudiantes hagan, explicándoles de antemano cual es el objetivo de la actividad junto con lo que se espera que los estudiantes produzcan con el desarrollo de los experimentos; esta organización facilita la disposición mental y física del estudiante para realizar la actividad, y ello hace que el aprendizaje obtenido de la realización de las actividades experimentales sea muy significativo.(Silberman, 1998).

Las actividades experimentales están muy ligadas al concepto de constructivismo, debido a que mediante las mismas, el estudiante modifica sus esquemas mentales, edifica su propio conocimiento, y elabora conceptos que obtiene a partir de su interacción con su entorno real; hay que tener muy en cuenta que “el constructivismo se

presenta como la posición epistemológica general hacia la que convergen los métodos, hechos y análisis de la epistemología genética, que se orientan todos hacia la idea de construcción” (Méndez, 2006, pág. 60).

Entre las actividades experimentales se encuentran las dramatizaciones, que son representaciones de hechos, ya sean de la vida real o de la imaginación de los autores, su utilidad en los procesos de enseñanza – aprendizaje es grande, ya que el estudiante a parte de preparar un guión basado en un fenómeno que se está estudiando en el curso, se apropia y personaliza de las situaciones o personajes principales del fenómeno, lo que hace que su aprendizaje sea interiorizado a un nivel superior. (Silberman, 1998).

Aunque la exposición es comprendida como una estrategia de enseñanza tradicional y comúnmente alejada de los objetivos del aprendizaje activo, se puede convertir en una actividad que invite al estudiante a reflexionar y a fortalecer los conocimientos adquiridos; ello ocurre si desde un inicio de la exposición el docente genera interés por el tema que va a ser expuesto, también si el docente hace preguntas constantemente durante la exposición incitando a los estudiantes a que den su punto de vista y traten de contradecir la teoría que dice el docente, o por qué no, apoyen lo dicho por el expositor.

Una de las mejores formas de utilizar la exposición como estrategia de aprendizaje activo es cuando es el complemento de una actividad realizada por los estudiantes, ya sea trabajo en equipo, socialización, dramatización o cualquiera de las que se pueden comprender dentro del rango del aprendizaje activo, reforzando así los conceptos

obtenidos por los estudiantes y aclarando dudas que pudiesen surgir en el proceso de aprendizaje. (Silberman, 1998).

Es importante resaltar que según Petress (2008) un estudiante que ha estado aprendiendo a través de las técnicas de aprendizaje activo es aquel que puede estar relacionando lo que aprende con el desarrollo de sus habilidades, conectando así el conocimiento con la adquisición de habilidades de una forma dinámica, haciendo que su aprendizaje esté en un nivel avanzado sin importar la edad, a la vez que el estudiante relaciona los conocimientos adquiridos recientemente con los conocimientos que había interiorizado de forma previa a la actividad. Todo esto se puede afianzar con una exposición bien orientada y desarrollada después de una actividad guiada por el docente pero desarrollada principalmente por el estudiante.

2.4. Importancia de migrar del aprendizaje pasivo al aprendizaje activo

Al cambiar la metodología de enseñanza pasiva por una activa, se logra que el estudiante genere una disciplina de auto-educación, en donde por lo general “los niños van acrecentando su deseo de aprender a medida que adquieren una actitud más positiva hacia la enseñanza” (Schwartz y Pollishuke, 1998, pág. 62), actitudes que al presentarse en uno o varios estudiantes de un grupo, dan fe de un trabajo realizado que alcanza los objetivos fines de la educación como lo son los siguientes: preparar personas para que sean competentes frente a una sociedad que demanda cada vez más la independencia del ser humano, al igual que demuestra que los estudiantes se interesan en su proceso de aprendizaje y no ven la escuela como un lugar en donde van a ir a escuchar a un docente

hablar mientras los estudiantes no tienen la posibilidad de participar activamente en la clase.

En el aprendizaje activo los estudiantes participan directamente en las actividades del aula, lo que hace que su comprensión de los diferentes fenómenos utilizados sea mayor a la obtenida mediante la educación basada en el aprendizaje pasivo, que es donde el “alumno está más bien receptivo, como esponja, pendiente de las indicaciones” (Castañeda, Centeno, Lomeli, Lasso, y Nava, 2007, pág. 44), es decir que el estudiante actúa bajo órdenes o instrucciones de forma sumisa, dependiendo totalmente de lo que se le indique, no hay lugar a que el estudiante demuestre iniciativa alguna por modificar el estilo de estudio.

Otro motivo por el cual se hace importante que la educación deje de ser pasiva y se convierta en activa, es que en la educación de forma pasiva se recurre constantemente a que el estudiante memorice, aprenda, mas no aplique sus conocimientos, lo que hace que el aprendizaje no sea duradero, sino que simplemente el estudiante aprenda los conceptos mientras presenta el examen o aprueba el año escolar, mientras que con el aprendizaje activo, el estudiante va adquiriendo sus conocimientos de las experiencias vividas dentro del aula, ya sea por medio de trabajo grupal, de actividades experimentales o cualquier otra actividad en donde se requiera la participación inmediata del estudiante que deberá poner el conocimiento en actuación y en donde el docente no sea el único actor. (Castañeda, Centeno, Lomeli, Lasso, y Nava, 2007).

Castañeda, Centeno, Lomeli, Lasso y Nava (2007) también indican que una de las grandes diferencias entre el aprendizaje pasivo y el aprendizaje activo radica en que el aprendizaje pasivo recurre a que el estudiante aprenda únicamente lo que el maestro le enseña, mientras que en el aprendizaje activo, los conceptos aprendidos no son únicamente los enseñados por el docente, ya que el profesor únicamente juega el papel de orientador para que sea el estudiante mismo quien busque la información, investigue las diferentes características del fenómeno estudiado, pudiendo a veces llegar a adquirir más conceptos de los que un docente le puede ofrecer mediante una simple exposición magistral.

Es importante entonces que las metodologías de enseñanza aplicadas en cualquier materia estén basadas y diseñadas bajo los principios del aprendizaje activo, debido a que cuando se aplican técnicas de enseñanza – aprendizaje en donde el estudiante participe activamente, se logra que el aprendiz tome decisiones de manera consciente, crítica y responsable, decida sobre qué va a aprender y cómo lo va a aprender, desarrollando así la capacidad de analizar el para qué aprender los conceptos, relaciones, definiciones o características de los fenómenos estudiados (Castañeda, Centeno, Lomeli, Lasso, y Nava, 2007).

Algo que es importante resaltar es que en el aprendizaje participativo es latente el enfoque en el cual “todos y cada uno de los estudiantes aporten sus ideas y sentimientos; esto implica el desarrollo de la capacidad de autoanálisis y de confrontación de ideas y sentimientos” (Ontoria, Gómez, Molina, y De Luque, 2006, pág. 71) lo que genera a su

vez que el estudiante desarrolle independencia al momento de pensar, expresar sus pensamientos, dudas y aciertos.

Además, si dicha independencia está relacionada a una convivencia y a una relación interpersonal del individuo con sus semejantes, se estará contribuyendo al logro de una madurez personal no solo del individuo sino de todos los integrantes del grupo de estudio; aptitudes que ayudarán al estudiante a que el entendimiento de la trigonometría a través de actividades en donde la participación sea permitida, incentivada, y que además sea responsabilidad propia del estudiante, se facilite significativamente y sea de gran calidad formativa.

La relación estrecha que existe entre el aprendizaje activo y el constructivismo, hace que la aplicación de las estrategias basada en este tipo de aprendizaje sean más beneficiosas para el estudiante y para la comunidad educativa en general por todos los efectos colaterales que ello puede tener, en comparación con las que no son basadas en el mismo, ya que es común observar que en el ámbito educativo se considere que al aplicar técnicas basadas en el constructivismo se le brinda la oportunidad a los estudiantes de desarrollar un pensamiento crítico a la vez que construyen su propio conocimiento (Richardson, 1997).

Todo ello se puede lograr por medio de actividades que ofrecen nuevas experiencias a través de las cuales los aprendices van creando nuevos conceptos, los cuales nacen no de un libro ni de un escrito, sino que es construido por ellos mismos, dándose de esta forma las transformaciones cognitivas de los conceptos hacia el

conocimiento, y por ende, el aprendizaje obtiene una mayor fundamentación para poder llegar a ser así un aprendizaje significativo.

Es por medio de las actividades mencionadas anteriormente que el estudiante relaciona conceptos adquiridos previamente con los acontecimientos estudiados mediante las actividades en las que se ve involucrado directamente, aplicando dichos conceptos a la realidad inmediata y corroborando las teorías que le predisponían para una nueva información; partiendo de dicha relación el estudiante va modificando y fundamentando su esquema mental, lo que facilita la adquisición de un nuevo y mejor conocimiento (Coll, 2001).

Suazo (2009) menciona en su tesis que la característica de una clase constructivista es principalmente que involucra a los estudiantes en diferentes tipos de actividades, tanto intelectuales como lúdicas, en donde se le ayuda al aprendiz a construir su propio conocimiento, sus propios conceptos y sus propios aprendizajes a partir de las experiencias vividas. Así mismo, el autor enfatiza que en este modelo el docente no es quien imparte el conocimiento, sino que simplemente sirve como motivador, como impulsador de las actividades intelectuales para que el estudiante construya su conocimiento.

Dichas actividades intelectuales que lleva a cabo el aprendiz pueden ser potencializadas en calidad por medio de la interacción con pares, es decir, que mediante la socialización se potencializa la construcción del conocimiento que pueda tener un individuo, debido a que “la vida social es una condición necesaria para el desarrollo de

la lógica. Nosotros creemos que la vida social transforma la propia naturaleza del individuo” (Piaget, 1928, pág. 239), en donde dicha transformación de la naturaleza genera un cambio de una forma de funcionamiento individual a un funcionamiento colectivo en pro de la construcción de un nuevo conocimiento.

En ese proceso de construcción de conocimiento y de adquisición de aprendizaje, pueden presentarse momentos en los que la clase deja de ser activa y se torna pasiva, de tal forma que el estudiante no participa activamente, en donde la parte cognitiva del estudiante tiene un avance muy lento y poco significativo, es decir que el potencial de desarrollo de la parte cognitiva del pensamiento humano no se ve motivada con las metodologías de enseñanza utilizadas en dichos instantes.

Por otro lado se puede observar que de manera “consistente con las teorías constructivistas ocurre el crecimiento cognitivo” (Suazo, 2009, p. 48); dicha característica de crecimiento cognitivo está en estrecha relación con las técnicas de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, de allí que es importante tener en cuenta algunas características del constructivismo en el desarrollo del presente proyecto de investigación para no llegar a confundir el término de constructivismo con aprendizaje activo.

En concordancia con lo anterior, no se aleja de la realidad decir que uno de los motivos que pueden acarrear la migración de una metodología de enseñanza pasiva hacia una metodología de enseñanza activa, que por cierto comparte algunas características del constructivismo, es la magnitud del avance en el crecimiento del

aspecto cognitivo del estudiante; como se mencionó anteriormente, dicho crecimiento se ve mucho más motivado desde el aprendizaje activo, que en el aprendizaje pasivo.

2.5. Formas para motivar al estudiante hacia un aprendizaje activo

La clave de la implementación de estrategias de aprendizaje activo en la educación de cualquier materia, pero en especial del estudio de la trigonometría dentro del área de las matemáticas es que el docente que prepare la clase no centre su atención en responder el interrogante sobre si debe preparar la clase o si debe dejar que las acciones fluyan, ya que el aprendizaje activo no significa dejar solo al estudiante y que el docente únicamente observe, por el contrario, la mayor preocupación debe ser sobre cómo preparar la clase y sobre cómo se va a desarrollar, teniendo en cuenta que el docente dará al inicio de la clase unas instrucciones básicas para que los estudiantes lleven a cabo el proceso de aprendizaje.

La importancia de lo anterior radica en que el docente debe estructurar la sesión de clases de tal manera que el estudiante sea quien lleve a cabo todo el proceso, siendo orientado por el docente, y si se le dan responsabilidades dentro de dicho proceso, el estudiante gradualmente irá optimizando su metodología de aprendizaje (Barkley, Cross, y Howell, 2007).

Una vez estructurada la forma en que se desea que se desarrolle la sesión de clase, “hay que estructurar actividades de apertura para que los alumnos se conozcan entre sí, se pongan en movimiento, se comprometan mentalmente y se sientan interesados por la materia” (Silberman, 1998, pág. 45); estas actividades son de gran importancia a la hora

de querer motivar a los estudiantes hacia un aprendizaje activo, porque se despierta el interés del aprendiz por la materia, se le dan indicios de cómo va a ser estudiado el tema y se le hace entender que su participación va a ser mucho mayor que si la clase se diera de forma magistral o expositiva por parte del docente.

Silberman (1998) indica que hay que tener mucho cuidado al implementar estas estrategias planteadas al inicio de cada sesión de clases, ya que una actividad en donde se ponga al descubierto el poco conocimiento o el poco manejo de los conceptos por parte del estudiante, puede ocasionar que éste se sienta agredido o apabullado por lo complejo de la temática; también existe la posibilidad de que el estudiante desarrolle cierto temor hacia los temas que para él son nuevos y desconocidos. Es importante entonces mencionar que se pueden plantear dinámicas en donde el aprendiz comparta diferentes opiniones, detalles o emociones con respecto a temas de su diario vivir como sus hobbies, su familia, sus amigos, entre otros, para que así se sienta en confianza con el desarrollo de la sesión de clases.

Por otro lado Barkeley, Cross y Howell (2007) indican que hay que tener también cuidado a la hora de asignar el trabajo a realizar en la sesión de clase, ya que éste debe tener algo de importancia y de significancia para el estudiante y debe aportar nuevos conocimientos al mismo, porque si la actividad no tiene cierta importancia, puede ser entendida por el aprendiz como una actividad de relleno, con la cual se está perdiendo tiempo y no se está ofreciendo ninguna productividad para su conocimiento, generando así cierta desmotivación del estudiante por los diferentes conceptos o diferentes temas estudiados en la materia.

La importancia de motivar correctamente al estudiante para trabajar con las diferentes actividades basadas en aprendizaje activo radica en que el estudiante es quien debe dirigir su propio proceso de aprendizaje y si el aprendiz no está motivado para hacerlo, el alcance de los objetivos propuestos en un inicio del periodo académico fué más dificultoso debido a que la falta de motivación predispone la mentalidad del estudiante para no recibir de forma correcta la información y no permite el análisis crítico y reflexivo de los datos (Roman y Herrera, 2010).

En el presente proyecto se tendrán en cuenta varias recomendaciones expuestas por Silberman (1998), en donde a la hora de querer motivar al estudiante hacia un aprendizaje activo orientado a la enseñanza de la trigonometría existen varias metodologías de enseñanza; entre dichas metodologías el autor menciona la creación de equipos de manera aleatoria, por juegos, rompecabezas, colores, nombres de animales, entre otros, que ayuden al estudiante a sentir la necesidad de pararse de su puesto sin temor a ser mal calificado o a ser intimidado.

Otra actividad que propone el autor se basa en hacer preguntas que no tengan ninguna relación con la materia, sino que estén relacionadas con el diario vivir del estudiante; esto hace que todos y cada uno de los aprendices que están participando de la sesión, hagan como mínimo un aporte, que por pequeño que sea, tiene gran significancia a la hora de desarrollar en sí mismo la autoestima y la confianza en sus capacidades, sentimientos que son de gran relevancia en el momento en que el estudiante está adquiriendo conocimientos.

El docente debe procurar presentar información que tanto directa como indirectamente vincule a todos los estudiantes, evitando caer en cualquier tipo de discriminación y procurando incrementar el diálogo y el debate entre los aprendices, con el fin de afectar positivamente sobre la motivación de los mismos; además el docente no debe olvidar la importancia que conlleva la enseñanza entre pares, ya que a muchos estudiantes se les dificulta a veces entender la explicación de un profesor, pero dichos aprendices pueden entender más fácilmente un tema cuando un compañero lo explica en sus propias palabras. (Silberman, 1998).

2.6. Relación entre trigonometría y el aprendizaje activo

Examinar brevemente la definición de trigonometría es principal para la exposición de los referentes teóricos sobre los cuales se basa la investigación, por eso es importante definir que la trigonometría es una rama de las matemáticas que se encarga de estudiar los triángulos y el cálculo de sus lados y ángulos, utilizando métodos algebraicos, utilizando a su vez conceptos básicos de geometría. “La palabra trigonometría se deriva de dos voces griegas (trigon) que significa triángulo y (metría) que significa medida” (Palmer y Bibb, 1973, pág. 642), aunque la composición de la palabra no limita el área de estudio de la trigonometría al estudio simple de los triángulos, sino que también abarca el estudio de sus ángulos y sus correlaciones, en donde las funciones trigonométricas son tenidas en cuenta para explicar las diferentes medidas de los triángulos a partir del conocimiento de la medida de sus ángulos.

La utilización de los triángulos y de los ángulos es muy común en la actualidad y está presente en todos los momentos de la vida diaria, por ejemplo las construcciones de

casas y edificios utilizan la medición de ángulos para que las edificaciones tenga mayor resistencia frente a un movimiento telúrico o simplemente para que puedan mantenerse en pie; también se puede observar la utilización de los ángulos en el diseño de los parques de diversiones extremas en donde los ángulos son modificados para obtener mayor dificultad a la hora de realizar exhibiciones de destrezas de los deportistas; en un inicio la trigonometría fue utilizada para medir grandes distancias entre la tierra y objetos lejanos a ella; a esta rama de la ciencia encargada de analizar los diferentes fenómenos que ocurren lejanos al planeta tierra se le denominó astronomía. (Ibañez y Carcía, 2006; Palmer y Bibb, 1973).

Se hace importante mencionar que la trigonometría en especial y los contenidos del área de matemáticas hasta el momento han sido estudiados de forma memorística, así lo demuestran las investigaciones realizadas por Schoenfeld (1989), lo cual se ha reflejado en un escaso nivel de comprensión matemática de los estudiantes, lo que hace que la utilización de las herramientas matemáticas, entre ellas las de la trigonometría no sean utilizadas ni aplicadas a casos de la vida real como ocurre cuando los estudiantes aprenden los conceptos de trigonometría participando activamente en dicho proceso educativo.

Como la aplicación de la trigonometría es tan práctica en el mundo cotidiano, ello facilita el estudio de la misma a través de estrategias de aprendizaje activo, que es lo que se pretende demostrar con el desarrollo del presente proyecto de investigación, a través de la comparación de técnicas de enseñanza tradicionales con técnicas en donde el estudiante no observe la teoría de la trigonometría desde un escritorio y lo registre en su

cuaderno, sino que aprenda los diferentes conceptos, aplicaciones y ventajas de la trigonometría para el entendimiento del mundo real (Draper, 1997).

Además es importante anotar que “las matemáticas pueden ser aprendidas efectivamente únicamente envolviendo a los pupilos en experimentaciones, cuestionamientos, reflexiones, descubrimientos, inventos y discusiones” (Ahmed, 1987, pág. 9), lo que quiere decir que por medio de técnicas basadas en aprendizaje activo en donde se promueven las actividades mencionadas por Ahmed (1987), se puede lograr que los estudiantes aprendan de forma efectiva los diferentes conceptos básicos de la trigonometría, ya que los aprendices interactúan con el conocimiento de una forma constructiva y por lo tanto su aprendizaje se ve favorecido por dicha interacción.

El uso de las técnicas basadas en el aprendizaje activo facilita a los estudiantes la oportunidad de comunicarse en torno a términos matemáticos, no sólo con sus compañeros sino también con los profesores, aunque no sean los que imparten la clase en su grupo, ya que muy comúnmente las actividades propuestas por su docente, le exigen al estudiante que busque diferentes fuentes de información, lo que hace que el aprendiz esté en constante comunicación con uno y otro docente con el fin de aclarar dudas y sostener teorías, demostrando allí el desarrollo de su capacidad comunicativa e investigativa partiendo del uso de los fundamentos del aprendizaje activo (Draper, 1997).

Las prácticas que estimulan la autosuficiencia del estudiante en la adquisición de conocimientos de trigonometría es adecuada debido a que el docente puede evaluar

Comentado [P1]:

constantemente el progreso del estudiante sin necesidad de realizar evaluaciones escritas, sino que realiza un proceso de seguimiento progresivo e individual aprovechando la ventaja de que cuenta con más tiempo dentro de la clase para la observación debido a que el docente no va a estar encargado todo el tiempo de dar una clase magistral, además, al estar en constante evaluación el progreso del estudiante, se pueden ir modificando estructuras del currículum para que el aprendizaje de la trigonometría sea óptimo. (Alsup, 2004).

El entusiasmo en el aire durante una clase de matemáticas que no es dada en su totalidad por el docente, sino que es orientada por el docente pero desarrollada por y para el estudiante puede llegar a ser sorprendente y las conversaciones matemáticas durante el desarrollo de la sesión son de alta calidad educativa, lo que hace que la implementación de este tipo de clases para el estudio de temas tan complejos para el aprendiz como lo es la trigonometría, sean mucho más efectivos que el uso de estrategias en donde el estudiante juega un papel pasivo, en donde el aprendiz no interpreta los datos obtenidos y tampoco aplica los mismos a casos de la vida real. (Draper, 1997).

De lo antepuesto puede decir que es allí en donde subyace la verdadera importancia del uso de actividades basadas en el aprendizaje activo, porque al aplicar los conocimientos obtenidos durante una sesión de clase a la vida real, ya sea por medio de casos experimentales creados en un ambiente controlado o a los acontecidos en la sociedad inmediata, el estudiante interioriza el conocimiento en un nivel alto comparado con el nivel adquirido durante el desarrollo de una clase fundamentada en técnicas de enseñanza tradicional (Draper, 1997).

Es necesario recalcar que se hace necesario entonces para la enseñanza de diferentes materias o de diferentes temas dentro de una misma materia , se varíe en la metodología, ya que se puede caer en el mal hábito de acoger una sola estrategia como la única productiva para el estudio, en especial de la trigonometría, lo importante es que al estar variando de actividades para el estudio de una misma materia, el estudiante va a despertar mayor interés sobre la temática estudiada, y por lo tanto no va a relacionar un tipo de actividad como exclusiva de una materia o de un curso.

Una de las posibilidades que ofrece el aprendizaje activo con respecto a la enseñanza de la trigonometría, es la gran variedad de actividades en donde el estudiante juega un papel principal en la construcción del propio conocimiento de distintas maneras como el trabajo en equipo, las actividades experimentales, la investigación, los proyectos de aula, los proyectos de clase entre otros. (Kahn y Kyle, 2002)

Analizando entonces las ventajas que ofrece el aprendizaje activo para el estudio de la trigonometría, se puede decir que más que una opción o alternativa para estudiar la trigonometría basándose en técnicas orientadas desde el aprendizaje activo, el uso de dichas técnicas se convierte en una necesidad, ya que debido a que muchos estudiantes antiguos que no utilizaron el aprendizaje activo en su proceso educativo, se han olvidado de la mayor parte de contenidos relacionados con las matemáticas y por lo tanto se han visto en la necesidad de realizar cursos de nivelación a la hora de querer acceder a una educación superior, cursos que no serían necesarios si el aprendizaje hubiera sido realmente significativo y duradero como ocurre cuando se estudian los fenómenos a

través de técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje activo (Merisotis y Phipps, 2000).

2.7. El trabajo por grupos en el estudio de la trigonometría

Entre las técnicas de enseñanza aprendizaje que fueron utilizadas en la presente investigación, está el trabajo en grupo, por eso es importante definir claramente que se entiende por trabajo en grupo, cuáles son sus ventajas y por qué se debe tener en cuenta para abarcar el tema de la trigonometría en los grados décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín - Colombia.

El trabajo en grupo para el estudio de conceptos matemáticos reduce la ansiedad generada en los estudiantes, ya que toda la responsabilidad no cae sobre un solo estudiante sino que es un conocimiento construido en equipo, lo cual libera al aprendiz de la presión de ser el único responsable o encargado de construir conocimiento y de responder frente a las exigencias que plantea cierta materia o temática; al mismo tiempo se le da al estudiante cierto nivel de corresponsabilidad sobre el progreso de todo un equipo de estudio.

Todo ello estimula al estudiante a ser partícipe de la construcción de conocimiento relacionado con la trigonometría que en muchos casos es un poco compleja para el rápido entendimiento de la temática, lo que podría generar una desmotivación en el estudiante hacia el desarrollo de la rama de las matemáticas anteriormente mencionada (Alsup, 2004).

Cabe anotar que el trabajo en grupo ofrece varias características positivas al aprendiz, ya que entre los estudiantes entre sí se animan los unos a los otros a hacer preguntas, en donde por medio de la comunicación se explican y se justifican las respuestas que cada uno ha elaborado en relación a un fenómeno específico, lo que hace que el estudiante deba expresar de manera clara su razonamiento y el proceso mental que llevó a cabo para la elaboración de su respuesta, elaborando de forma colaborativa reflexiones críticas sobre los conocimientos construidos (Silberman, 1998).

En la actualidad y teniendo en cuenta las ventajas relacionadas con el aspecto psicológico que trae consigo el trabajo en equipo en actividades relacionadas al estudio de la trigonometría se puede observar que “el trabajo en pequeños grupos para el abordaje de actividades matemáticas aún no está suficientemente difundido en las salas” (Saiz, 2007, pág. 45), esto puede ser debido al temor que existe entre los docentes a la innovación, al cambio de metodología con la cual vienen trabajando en sus clases desde tiempo atrás e inclusive la metodología por medio de la cual fueron instruidos cuando eran estudiantes.

La poca popularidad del trabajo en equipo para la enseñanza de la trigonometría puede darse debido a que los docentes no saben cómo manejar en un principio dicho trabajo en equipo, por lo cual tienen la creencia de que si organizan el trabajo de dicha manera deberán estar en varios grupos a la vez y así no podrán observar el desempeño de todos y cada uno de los aprendices; también ocurre que los instructores previenen erróneamente que el manejo de su clase se saldrá de las manos y que se generará un

desorden al tener a varios grupos preguntándole al mismo tiempo la misma inquietud y no poder contestarla en modo general y a tiempo.

Es importante tener en cuenta que para la implementación del trabajo en grupo en la enseñanza de la trigonometría, el docente debe entender previamente que el estudiante también es capaz de instruirse por sí mismo y que su presencia no siempre será necesaria en todos y cada uno de los pequeños grupos formados en clase, aunque con ello no se debe entender que es recomendable ausentarse de la actividad pedagógica, ya que el papel de orientador es primordial en el proceso educativo (Saiz, 2007).

El concepto que más apoya el trabajo en equipo para la enseñanza de la trigonometría es el que menciona Silberman (1998) cuando expone que una de las principales ventajas del trabajo en equipo no es que el estudiante divida el trabajo, sino que cuando el estudiante trabaja de forma colaborativa en pequeños grupos, no solo aprende socializando conocimientos, sino que pueden llegar a instruirse y enseñarse mutuamente conceptos y temas que estén estudiando durante la sesión de trabajo en pequeños grupos.

Cabe anotar también que mediante el trabajo en equipo el estudiante se relaciona socialmente con sus pares y con la comunidad educativa en general al desarrollar su proceso de búsqueda de información; es por ello importante resaltar que “el aprendizaje en un contexto social influye positivamente en la educación universitaria del estudiante” (Barkley, Cross, y Howell, 2007, pág. 25), ya que la idea de la enseñanza en el colegio no es simplemente que el estudiante aprenda unos conceptos por aprenderlos, sino que

sea una persona capacitada y preparada para afrontar retos en su vida diaria, entre los cuales está la educación universitaria o educación superior.

En relación al trabajo en equipo, que se basa en la cooperación de varios individuos en aras de alcanzar un mismo objetivo, es acorde analizar que “podemos promover el aprendizaje cooperativo, porque apoya el desarrollo cognitivo individual o porque el mundo exterior a la escuela recompense esas destrezas” (Crook, 1998, pág. 157), es decir que aunque el trabajo en equipo, que utiliza varias características del trabajo colaborativo para el estudio de la trigonometría, ayuda al desarrollo intelectual y cognitivo individual, también ayuda a crear hábitos de trabajo en comunidad, socializando, poniendo en común ideas, escuchando las ideas de los demás de forma crítica, analítica y reflexiva para poder realizar una toma de decisiones, esto es algo muy valorado en la sociedad actual.

2.8. Ventajas del aprendizaje activo sobre el aprendizaje tradicional en el estudio de la trigonometría

En relación al aprendizaje activo aplicado en el estudio de cualquier rama de la matemática, es revelador decir que tiene como ventaja sobre el aprendizaje tradicional, que invita a que el estudiante piense como matemático, que no se conforme con estar en una clase preparada con tiza y conversación; y para que el alumno piense como matemático debe asimilar en primera instancia los conceptos matemáticos necesarios y para ello son de gran utilidad las actividades en donde el estudiante se comporte mentalmente activo, utilizando un pensamiento crítico sobre lo que está aprendiendo y un pensamiento reflexivo sobre la forma de aplicar lo que está aprendiendo en la sesión

de clase preparada bajo el concepto del aprendizaje activo o aprendizaje colaborativo (Salemi, 2002)

Cuando un estudiante se introduce en el tema de la trigonometría a través del aprendizaje pasivo o el aprendizaje dirigido por el docente, el aprendiz no tiene la oportunidad de debatir los nuevos conceptos que está observando, ya que no se podría decir que el estudiante está interactuando con dichos conceptos porque no se le da la oportunidad de expresar su punto de vista sobre algo que ya el profesor ha dicho que es cierto y que solamente hay una forma de interpretarlo y es la expuesta por el docente.

En contraste con el aprendizaje pasivo, el aprendizaje activo orientado hacia el estudio de la trigonometría indica que “en el aprendizaje activo, los estudiantes pueden escuchar y comentar los argumentos de sus compañeros” (Salemi, 2002, pág. 5) lo que permite la interiorización, comprensión y asimilación a un gran nivel de los nuevos conceptos, interactuando con sus pares y docentes.

Según Jackson y Mathews (2011) una de las desventajas que puede tener el aprendizaje activo sobre el pasivo es que cuando se trabaja una clase en la que el estudiante no tiene participación alguna en la construcción del conocimiento se maneja un mismo nivel de motivación para cualquier tema estudiado, aunque dicho nivel es relativamente bajo y de manera constante, el estudiante no presenta cambios significativos en su nivel de motivación durante el desarrollo de la clase; al contrario sucede con el aprendizaje activo, en donde el estudiante va a estar alternando constantemente su nivel de motivación con respecto a las diferentes estrategias utilizadas

para el estudio de los fenómenos trigonométricos, por ello el nivel de adquisición e interiorización del conocimiento “depende de cómo es implementado el aprendizaje activo”(Jackson y Mathews, 2011, pág. 13).

El estudiante de trigonometría, que adquiere sus conocimientos de manera activa, comparte los conceptos adquiridos y su propia definición de los mismos a través de conversaciones, foros, discusiones en grupo y otras actividades colaborativas que propone el aprendizaje activo, ello ayuda que el entendimiento de la trigonometría sea mucho más fácil que cuando lo estudia de manera pasiva, es decir observando al docente cómo habla y copiando en el cuaderno todo lo que el docente dice, aceptando así una realidad que simplemente está plasmada en un cuaderno de apuntes o en un tablero.

Se puede decir entonces que es por ello que el docente debe ser muy cuidadoso a la hora de seleccionar las estrategias de estudio que va a utilizar para el desarrollo del tema relacionado con la trigonometría, porque debido a una mala selección o a un mal diseño de actividades, el estudiante puede perder el interés por construir colaborativamente su conocimiento (Jackson y Mathews, 2011, pág. 13).

Ishiyama (2013) menciona que la utilización de simulaciones dentro del aula de clases tiene una gran significancia para el aprendizaje de los estudiantes, ya que traen al estudio pequeñas fracciones de la realidad, pueden ser inventadas o extraídas de casos específicos y reales en los cuales puedan hacer uso de los conceptos trigonométricos obtenidos durante el estudio dentro del aula de clase, y también pueden ir adquiriendo, concluyendo o extrayendo nuevo conocimiento del estudio del caso, o en la

participación de una simulación, en donde el estudiante se personalice de un personaje que está enfrentado a una situación en donde la única opción que tiene es utilizar las herramientas matemáticas para la solución de una problemática previamente diseñada por el docente encargado de la materia de matemáticas.

Jardine (1997) en diversos estudios demostró que en comparación con las técnicas de aprendizaje pasivo, el aprendizaje activo aumentó significativamente la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas; para llegar a dicha conclusión, Jardine realizó una investigación a través de encuestas sobre los datos históricos de los resultados de los estudiantes acerca del estudio de las matemáticas a través de distintas técnicas de aprendizaje, sustentando así lo que muchos otros teóricos del aprendizaje activo mencionan sobre la motivación que genera el uso de técnicas en donde la participación del estudiante sea constante y significativa para el desarrollo de la clase.

Se ha demostrado la conveniencia de la utilización del aprendizaje activo sobre la utilización del aprendizaje pasivo en el estudio de la trigonometría, aunque a muchos docentes les pueda parecer que “el aprendizaje activo da lugar a más problemas de comportamiento que los que da el aprendizaje pasivo”(Bouris, Creel, y Stortz, 1998, pág. 1). Está comprobado a través de la comparación de los datos que se obtienen de pruebas realizadas antes durante y después de una sesión de clase basada en el aprendizaje activo, que el nivel de motivación, de interiorización, de comprensión y de utilización de los conceptos matemáticos y entre ellos los conceptos utilizados en la

trigonometría aumentan en mayor magnitud que cuando la clase se realiza de forma magistral (Bouris, Creel, y Stortz, 1998).

El uso del aprendizaje activo para la enseñanza de las matemáticas se hace necesario principalmente porque es notoria la urgencia de que el nivel del conocimiento y de la manipulación de los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos aumente significativamente en los estudiantes, que su interacción con su entorno social sea más significativa y que su interés por seguir una carrera universitaria en donde la mayor parte del pensum es de forma numérica crezca de forma inmediata; debido a la efectividad de las prácticas de clase basada en instrucciones y no en clases teóricas, es que se puede decir que dicho cambio en la mentalidad del estudiante se puede lograr aplicando estrategias basadas en aprendizaje activo y no por medio de la clase magistral en donde las herramientas más innovadoras son la tiza y la voz del docente. (Gavalcoa, 2008).

Hamdan (2005) ilustra una situación en donde se observa que el nivel de entendimiento de los conceptos necesarios para comprender la trigonometría por parte de los estudiantes no es el suficiente cuando son adquiridos por medios informativos o expositivos, lo que no permite tampoco la correcta aplicación de teorías que se intentaron aprender de memoria; es allí en donde se hace necesaria la implementación de estrategias de aprendizaje activo para el estudio de la trigonometría, para que los estudiantes además de observar o leer conceptos, interactúen con ellos, los apliquen a casos de la vida real para que su entendimiento, manipulación e interiorización sean los adecuados para la aplicación de los mismos en cualquier caso o momento que se les requiera.

2.9. Análisis crítico de la literatura

El aprendizaje activo, según los diferentes autores consultados en el presente marco teórico, comprende todas aquellas actividades que ayudan al estudiante a que su estudio sea más motivador y más productivo, ya que al abordar temas de diferente complejidad a través de metodologías en donde el estudiante es quien construye su propio conocimiento de una manera crítica, reflexiva y participando de las actividades académicas de distintas maneras, ya sea individual o grupal, su comprensión de los diferentes fenómenos estudiados será más duradera y no será transitoria, además que su motivación por el estudio se acrecentará.

Algo en lo que todos los autores consultados coinciden es que la aplicación del aprendizaje activo no es muy popular debido al temor que tienen los docentes acostumbrados a la enseñanza tradicional sobre la pérdida de autoridad y del control dentro del aula de clase, pero lo que dichos docentes deben tener claro es que una sesión de clase, que sea bien diseñada y estructurada, aunque esté basada en aprendizaje activo, no generará desorden, al contrario, ocasionará que el mismo estudiante se regule, porque de ello depende que puedan alcanzar los logros por los cuales están motivados a alcanzar.

Tanto a través de definiciones teóricas como de obtención de datos de manera práctica los autores consultados coincidieron que la mejor forma de aumentar el rendimiento académico, la motivación por el estudio, la responsabilidad con el proceso de aprendizaje y evitar la deserción escolar relacionada con el estudio de la

trigonometría es con la correcta implementación de estrategias basadas en aprendizaje activo, porque allí se le permite a los estudiantes participar de forma activa en la construcción del conocimiento, mientras que con el aprendizaje pasivo o tradicional, el docente es quien se encarga de dictarle al estudiante lo que debe aprender, y no se le permite salirse de los parámetros establecidos por el docente durante la sesión magistral, actitud que desmotiva a los aprendices, ya que no se les exige utilizar su criterio para la obtención del conocimiento.

Una de las pocas contradicciones que se pudo encontrar en la revisión de la literatura es que algunos autores indicaban que la exposición magistral no era en ningún momento productiva ni provechosa para el estudiante, ya que era la base del aprendizaje pasivo y que ello no motivaría al aprendiz para continuar o profundizar en su proceso de aprendizaje; por otro lado hay autores que dicen que el reforzar una actividad basada en el aprendizaje activo por medio de una exposición magistral en donde el docente corrobore, refute o sustente los conceptos adquiridos por los estudiantes durante la actividad, es muy provechosa e incrementa en gran magnitud la calidad del aprendizaje obtenido por los aprendices.

Capítulo 3: Metodología de la investigación

En el presente capítulo se muestra el diseño y la estrategia metodológica empleada para la construcción de los instrumentos, tanto de recolección como del análisis de datos, al igual también se exponen los procedimientos realizados para llevar a cabo la investigación. En este capítulo se presenta la forma en que se seleccionó la muestra, su tamaño y el procedimiento que se realizó para dicha selección, en donde se indican los motivos que llevaron al investigador a seleccionar dicha muestra que tiene unas características específicas ilustradas en el capítulo; seguidamente se presenta la forma en que fueron aplicados los instrumentos, y la forma en que se desarrolló su análisis, para concluir con un apartado relacionado con la validez y confiabilidad del estudio.

3.2 Diseño de la investigación

Con el fin de realizar un proceso adecuado para dar respuesta a la pregunta que rige el presente proceso investigativo, la cual indaga sobre ¿cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín? se realizó una investigación basada en el paradigma cuantitativo, el cual está regido por el enfoque positivista (Valenzuela y Flores, 2012).

Para el desarrollo de la presente investigación se optó por el acogimiento del paradigma cuantitativo, ya que según Blaxter, Hugues, y Tight (2008) aunque es conocido que la investigación basada en el paradigma cuantitativo es utilizada principalmente con el fin de comprobar los referentes teóricos que se tienen sobre cierta temática, también se puede utilizar para explorar un área, y partiendo de dicha exploración crear hipótesis o también generar nueva teoría referente al tema investigado; estas características descritas por Blaxter, Hugues, y Tight (2008) hacen que el paradigma cuantitativo se adapte de forma óptima a la investigación porque lo que se quiere es analizar y comparar resultados con referentes teóricos para así generar hipótesis y conclusiones que sean de utilidad educativa.

Comentado [P2]:

Para precisar entonces la selección del paradigma cuantitativo, se debe mencionar que en la investigación se analizarán datos recolectados de forma práctica y real, pero comparados con unos fundamentos teóricos, ya que una de las características del método cuantitativo es que “intenta describir y explicar los procesos y fenómenos del mundo social, de forma que puedan llegar a formular las generalizaciones que existen objetivamente” (Ruiz, 2012), ello con el fin generar texto con alto valor educativo a partir del análisis de un fenómeno social y académico analizado de forma objetiva.

Comentado [P3]:

Una de las características que motivó la elección de dicho paradigma es que el investigador cuenta con una variedad de procedimientos en los cuales se puede basar para la recolección, procesamiento y análisis de datos, ya que “la investigación cuantitativa cuenta con una serie de procedimientos, instrumentos y técnicas de análisis para el manejo y el análisis del dato cuantitativo” (Barragán, y otros, 2003, pág. 126), al

existir variedad de procedimientos e instrumentos, la investigación no estará sesgada al resultado de una única recolección de datos, evitando así que la información se vea influenciada en gran medida por las características de un tipo de instrumento o procedimiento, lo que se verá reflejado en la confianza y validez del análisis de los datos.

Además Cook y Reichardt (2005) mencionan que el enfoque cuantitativo se basa en los fenómenos naturales, los cuales se analizan y estudian por medio de supuestos mecanicistas y estáticos que suele manejar el modelo positivista, es decir que el enfoque que se maneja en el paradigma cuantitativo se puede utilizar para estudiar fenómenos sociales y naturales de una manera exacta, que es lo que se pretende en el presente proyecto de investigación, confirmar, refutar o reforzar, a través de datos obtenidos, la hipótesis que se plantea el investigador acerca del estudio de la trigonometría por medio de la implementación de técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje activo

Para el desarrollo del presente proyecto de investigación se pretendió que la interacción entre el investigador y el proceso fuera mínima, para evitar posibles sesgos, ya que el paradigma implica que el observar, analizar y comparar sean procesos en donde no haya interferencias ya sea de forma consciente o inconsciente, que hubiesen podido llegar a alterar los resultados en los datos obtenidos por medio de los diferentes instrumentos (Valenzuela y Flores, 2011).

La modalidad que se utilizó para la obtención de datos fue la de la investigación experimental bajo un diseño cuasiexperimental, ya que las diferentes variables que

estuvieron presentes y fueron parte importante del presente proyecto de investigación tuvieron un control moderado, debido a que el investigador no tuvo la posibilidad de controlar en su totalidad los diferentes factores que pueden influir en las variables dependientes como lo son el orden social y la deserción académica, pero sí se pudo ejercer control sobre otros aspectos como lo es el tema estudiado, la metodología empleada en clase, la cantidad de personas que hacen parte de la muestra, entre otros. (Valenzuela y Flores, 2012)

Para la obtención de datos en la investigación se realizó un diseño cuasiexperimental, en donde se contó con gran variedad de tipos de experimentos cuyos objetivos fueron principalmente corroborar, contradecir o sustentar hipótesis realizadas sobre un fenómeno específico y el diseño de cada uno de los experimentos dependió, en gran medida, de las variables que se controlaron. (Valenzuela y Flores, 2012)

Una característica que tienen las investigaciones cuasiexperimentales es que los participantes son seleccionados debido a una categorización previa realizada por el investigador; dicha categorización puede ser por sexo, edades, grado escolar, razas, creencias, entre otros, pero el investigador no puede influir directamente en la conformación de dichas categorías, por ejemplo en la presente investigación se han categorizado a los participantes según su grado de escolaridad, y el investigador no pudo en ningún momento incidir para que un estudiante cambiara de grado de escolaridad solo para que los resultados de la investigación sean alterados (Salkind, 1999).

Comentado [P4]:

Con referencia a la categorización de los participantes, en el presente proyecto de investigación, se tuvo control sobre quienes fueron los participantes que aportaron a la investigación, categorizándolos por grado escolar; cabe anotar que el investigador no influyó en su totalidad sobre los participantes es decir, participaron tanto los estudiantes con bajo nivel académico como los que tienen un alto nivel académico. La participación no se vio influenciada por razas, creencias, edades, ideologías ni otras características, ya que si se hubiera pretendido controlar todas esas variables, el diseño en lugar de ser cuasiexperimental y hubiera adoptado modalidades de experimental.

La elección del método de investigación basado en el paradigma cuantitativo, el cual se desarrolló con un enfoque positivista mediante la investigación cuasiexperimental se adoptó para la investigación debido a que sus características colaboran positivamente con el análisis de los resultados de una manera exacta y precisa, en donde la orientación de dichos análisis favoreció la consecución de las respuestas a la pregunta de investigación planteada, además por medio del enfoque seleccionado se evitó que la influencia de factores externos como que el investigador en un momento cualquiera de la investigación, afectara los resultados de todo el proceso.

Los factores más relevantes por los cuales fue tenido en cuenta el paradigma cuantitativo para el desarrollo de la investigación son la exactitud de los datos a la hora del análisis, por ello es que la mayoría de científicos encargados de la temática social, que “privilegian el paradigma cuantitativo gustan estructurar tanto las preguntas como las respuestas en orden a simplificar el proceso cuantitativo de los datos” (Ruiz, 2012), es decir que mediante la correcta sistematización y el orden de los datos, preguntas,

respuestas y resultados, ayudará a aumentar el nivel de importancia de las conclusiones y los análisis realizados.

3.2. Participantes

Cuando se hace referencia a los participantes en una investigación basada en humanos Flick (2004) los define como las personas que van a ser investigadas u observadas, es decir las personas que no estarán investigando sino que serán las que demuestren las diferentes características que quieran ser observadas por el investigador, dichos participantes deberán ser una muestra general de la sociedad en la que se desarrolla la investigación para no incurrir en el sesgo de información porque los participantes tengan características diferentes a las observadas en la comunidad.

Para el desarrollo de la investigación se determinó que los participantes serán los 98 estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín; dichos participantes se escogieron al ver que en ellos se reflejan todas las características que distinguen a la comunidad educativa de la institución, en donde la diversidad de culturas y de tradiciones es marcada, además la conformación de sus familias es similar a la de la comunidad, estos es, familias conformadas por 4 a 8 personas, de estratos socioeconómicos bajos, en donde los padres trabajan todo el día y los jóvenes permanecen sin ningún adulto en el hogar durante el tiempo que no están en la institución.

Teniendo en cuenta que la investigación se realizó con una población finita por tener un número determinado de participantes, y que además es discreta, cabe aclarar

entonces que el grado décimo de la institución educativa está dividido en dos grupos: décimo uno y décimo dos, cada uno con 49 estudiantes con edades entre los 13 y los 19 años de edad, por lo cual se demuestra que el método de muestreo utilizado para la escogencia de los participantes fue el muestreo no aleatorio.

En el muestreo no aleatorio “se construye una muestra según sus características “típicas” del universo de forma que la selección sea una pequeña representación en lo que se refiere a estas características” (Heinemann, 2003, pág. 203), donde dichas características fueron principalmente que fueran estudiantes de la institución, que estuvieran cursando el grado décimo debido a la condición de estar estudiando el tema de la trigonometría.

Otra de las características que fue tomada en cuenta a la hora de seleccionar el grupo de participantes fue que todas las personas que serían observadas y sobre las cuales se desarrollaría la investigación es que cumplieran con la misma cuota, debido a que dentro del método de muestreo no aleatorio, existe la metodología del muestreo por cuotas, en el cual “se parte de distribuciones o cuotas conocidas de características del universo” (Heinemann, 2003).

Dicha cuota consiste en que los estudiantes estuvieran estudiando el tema de la trigonometría dentro del área de las matemáticas, que es uno de los ejes principales de la presente investigación; ello ayudó a determinar que solamente los estudiantes de la institución educativa que tuvieran dicha característica en común, en este caso todos los pertenecientes al grado décimo podrían ser partícipes de la investigación, ya que de

acuerdo al currículum de la institución educativa en lo que corresponde al área de matemáticas determinó que el tema de la trigonometría debe ser vista en el grado décimo.

3.3 Marco contextual

La presente investigación fue desarrollada en la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente, la cual está ubicada en el corregimiento de San Cristóbal de la ciudad de Medellín, cuyo departamento es Antioquia, uno de los principales sectores de Colombia; dicha institución alberga jóvenes de estratos bajos que han sido reubicados por parte del gobierno en el sector que lleva el mismo nombre de la institución; dicha reubicación fue realizada debido a problemas de orden público, pero también debido a la realización de obras de mejora de las infraestructuras públicas.

Dos sedes conforman la planta física del plantel en donde se realizó el proyecto, dichas sedes son: Pedregal bajo y Sede Principal, la sede Pedregal Bajo, está ubicada a un kilómetro de la Sede Principal, allí se imparten clases a niños y niñas que cursan desde primero hasta quinto de primaria en las jornadas de la mañana y la tarde; en la Sede Principal se imparten clases a niños y jóvenes que cursan desde el grado pre-escolar, pasando por la educación básica primaria, hasta el grado undécimo que hace parte de la educación media académica y al igual que en la otra sede se cuenta con la jornada de la mañana y de la tarde.

Las instalaciones físicas de la institución son utilizadas además por la comunidad educativa los fines de semana para la recreación y para las reuniones de carácter social

como lo son las juntas de acción comunal y los actos religiosos, debido a que en el sector no existen edificaciones que permitan el esparcimiento, la recreación y el deporte de la comunidad por que el sector está compuesto en su mayoría por edificios de apartamentos de interés social e interés prioritario, lo que quiere decir que son dedicados únicamente para familias de escasos recursos, en donde conviven familias numerosas en espacios reducidos.

El sector llamado Ciudadela Nuevo Occidente inició en el año 2005; para ese entonces se contaba únicamente con una urbanización llamada Las Flores y se estaba construyendo una nueva llamada Villa Suramericana, la cual albergaría a los deportistas de diferentes países que participarían en los juegos suramericanos realizados en la ciudad de Medellín en el año 2010; una vez se terminaran lo juegos, esta urbanización sería donada por la alcaldía de Medellín a personas desplazadas por la violencia que carecían de vivienda digna, y que más tarde pasaría a ser parte de la comunidad educativa de la institución.

La institución cuenta con un total de 2790 estudiantes y una planta de 63 docentes, cuenta con dos salas de sistemas, una en cada sede y una placa polideportiva en donde los estudiantes pueden realizar sus actividades físicas y de esparcimiento, el personal directivo está conformado por cuatro coordinadoras, tres de ellas laboran en la Sede Principal y un rector.

La misión y la visión de la institución están orientadas a formar con calidad humana los ciudadanos del mañana, basando su modelo pedagógico en la investigación,

debido a que por medio del desarrollo de competencias básica fundamentadas en la investigación se desarrolla el eje fundamental en la formación de personas que conviven armónicamente y participan en la transformación de su entorno; en la comunidad educativa de la institución se reconocen las diferencias individuales y se apoya en la idea de que el diálogo, la reflexión y la concertación son herramientas para la solución de conflictos y la sana convivencia.

La sede principal en la que se desarrolló la presente investigación, más específicamente en los dos grupo de 49 estudiantes cada uno pertenecientes al grado décimo de dicha institución; en estos grupos se evidencia la variedad cultural y social del sector, ya que están integrados por estudiantes de distinto sexo, raza, creencia y origen, dentro de dichos grupos se pueden encontrar personas provenientes de diferentes partes del país lo que hace que la diversidad cultural sea un aspecto que está muy marcado.

3.4 Instrumentos de recolección de datos

Las técnicas utilizadas para la recolección de datos en la presente investigación fueron dos de las principales técnicas utilizadas en las investigaciones cuantitativas: la encuesta y la observación, los formatos que se utilizaron en la obtención de los datos fueron diseñados por el investigador y además su creación es especial y únicamente para la presente investigación, para la cual se utilizó un cuadro de triple entrada (Apéndice A) en donde se verán reflejadas tanto las fuentes como los instrumentos, las categorías e indicadores de lo que se desea conocer con la aplicación de las diferentes estrategias de obtención de datos

Encuesta. La encuesta fue utilizada debido a que “alude a un procedimiento mediante el cual los sujetos brindan directamente información al investigador” (Yuni y Urbano, 2006), dicha característica es relevante en el presente proyecto de investigación, debido a que la confiabilidad de los datos cuando no existe un intermediario entre la fuente y el observador, aumenta; otra característica que hace importante el uso de la encuesta para la obtención de los datos en la presente investigación es que los datos son escritos directamente por la fuente de información, donde dicho proceso no da cabida a la interpretación personal del encuestador o investigador.

Basado en lo anterior, se utilizaron 2 encuestas (Apéndice B y C) para la obtención de datos antes y después de la aplicación de las técnicas de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, con el fin de obtener datos que demuestren el progreso académico y actitudinal de los estudiantes en relación a la trigonometría, el avance de los estudiantes en estos dos aspectos se visualizará al comparar los resultados generales de las dos encuestas realizadas a todos los participantes, ya que la encuesta permite abarcar gran cantidad de individuos en poco tiempo y con gran precisión. Yuni y Urbano (2006).

La observación. La observación en una investigación cuantitativa permite que el investigador obtenga datos que con la entrevista por su carácter estructurado no alcanza a identificar, ya que la observación “consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamientos o conductas manifiestas de los objetos de estudio... Es el método más usado por quienes están orientados a observaciones de la conducta” (Gómez, 2006, pág. 134), lo que hace que la observación sea un instrumento ideal para obtener datos que ayuden a la presente investigación, que está orientada a indagar la

conducta de los participantes frente a técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje activo.

Con el formato de observación (Apéndice D), que fue diligenciado y complementado durante todas las clases, se obtendrán datos que ayuden a analizar los comportamientos de los participantes en las sesiones de clase basadas en aprendizaje activo, y que además ayuden a corroborar los datos obtenidos en la aplicación de las encuestas; dicha observación se realizará registrando diversos detalles que el investigador note que son frecuentes de manera estructurada, es decir que el observador tendrá claro qué características observará, ya que en la observación cuantitativa, predominan los registros de datos centrados en frecuencias y repeticiones de un evento en los participantes.(Yuni y Urbano, 2006)

La característica de la observación que motivó a que se utilizara dicho instrumento en la recolección de datos para la presente investigación es que dicho instrumento se utiliza con unos objetivos concretos predeterminados y que son altamente descriptivos, además porque sus resultados se pueden analizar de forma cuantitativa y con técnicas estadísticas ofreciendo gran exactitud, evitando sesgos de información por parte del observador. (Fernández, 2004).

Para el diseño del formato de observación, el investigador tiene en cuenta actitudes relevantes durante las sesiones anteriores al diseño del formato, es decir, que para que el formato de observación contenga únicamente datos que fueron relevantes a la hora de analizar los resultados se debe hacer primero una selección de los aspectos que se

desean analizar y que fueron útiles a la hora de generar conclusiones, Cabe anotar también que la observación fué de tipo no participante, que es en donde el observador presta atención al fenómeno de forma consciente y planeada y además se mantiene alejado del proceso sin afectar de ninguna manera los aspectos observados (Hurtado y Toro, 2007).

3.5 Procedimiento en la aplicación de instrumentos

El proceso de recolección de datos fue llevado acabo en varias etapas; a continuación se explicarán de forma detallada cuáles fueron dichos procesos que se llevarán a cabo para la recolección de los datos.

En un primer momento se realizará una encuesta (Apéndice B) a todos y cada uno de los participantes, que son un total de 98 estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín; dichas encuestas se aplicarán con el fin de identificar la percepción que tienen los estudiantes sobre la forma en que se les dicta la materia de matemáticas, en especial cuando están viendo la temática de la trigonometría.

Para llevar a cabo dicho procedimiento, el investigador explicará a los participantes cuál es el objetivo de dicho instrumento y además les aclarará tanto de forma verbal como escrita que los resultados no tendrán la posibilidad de afectar negativamente sus calificaciones, pero los resultados de todo el proceso si tendrán efectos en la forma en que se desarrolla la clase de matemáticas.

Una vez identificados los aspectos que se pretenden observar con la encuesta número 1 y habiendo aclarado a los estudiantes los objetivos de dicha encuesta, se procede a realizar con los estudiantes del grado décimo 2, que está compuesto por 49 estudiantes en total, varias actividades encaminadas al estudio de la trigonometría, estas actividades fueron desarrolladas basadas en técnicas de aprendizaje activo, en donde los estudiantes son partícipes principales en su proceso de formación y el papel del docente es esencialmente servir como guía de los estudiantes en dicho proceso.

De forma paralela, es decir al mismo tiempo en que el grado décimo 2 estudia la trigonometría basándose en aprendizaje activo, el grupo décimo 1, conformado también por 49 estudiantes de las mismas características, estudiará los mismos temas pero de la forma tradicional, es decir, en donde el docente es el único expositor del conocimiento y los estudiantes se dedican a escuchar y copiar los contenidos en un cuaderno, con fines que muy escasas veces trascienden lo académico.

Una de las primeras actividades que se desarrollarán en la clase del grado décimo 2, es en donde mediante la conformación de grupos de forma aleatoria utilizando fichas de colores (Apéndice E); los estudiantes harán uso de documentos referenciados por el docente (Apéndice F) para solucionar una problemática específica utilizando los conceptos teóricos de la trigonometría, más específicamente las propiedades de las identidades trigonométricas.

Luego de haber dado solución en pequeños grupos a la problemática propuesta, se realizará una socialización en grupos medianos, en donde a libre elección de los

estudiantes se reunirán dos pequeños grupos, conformando un conjunto de 10 personas y socializarán sus respuestas, creando así una respuesta unificada y socializada, para después compartir y socializar de nuevo dicha información frente a todo el salón de clase.

En otra actividad programada para la siguiente sesión de clase, se le propondrá a los estudiantes analizar y realizar una actividad experimental en donde deberán hallar la altura de una construcción utilizando la medida de la altura de un estudiante, la medida de la sombra del estudiante y la medida de la sombra de la construcción basando en el teorema de Thales de Mileto; para ello los estudiantes previamente deberán realizar una consulta sobre todo lo relacionado con el teorema de Thales de Mileto y la utilización de instrumentos de medición de distancia.

Para la realización de dicha actividad se deben conformar grupos pequeños utilizando la técnica del rompecabezas (Apéndice G), en donde a cada estudiante se le dará una pieza de un rompecabezas y él por sus propios medios debe buscar los compañeros que tienen las demás piezas del rompecabezas y que por lo tanto harán parte de su grupo de trabajo, así se conformarán 9 grupos pequeños de 5 estudiantes cada uno y 1 grupo de 4 estudiantes, entre los cuales se deben repartir los roles, para que todos y cada uno de los estudiantes tenga una responsabilidad definida.

La tercera actividad en donde los estudiantes, una vez conformados 9 grupos de 5 estudiantes y 1 grupo de 4 estudiantes a libre elección, utilizaron la técnica de trabajo en equipo para realizar una representación en donde los estudiantes simularon un caso de la

vida real creado o propiciado por ellos mismos, en donde tuvieron que utilizar los conceptos básicos de la trigonometría, en especial el teorema de Pitágoras para relacionar lados y ángulos de un triángulo rectángulo que no fué entregado por el profesor sino creado por ellos mismos y extraído de la realidad.

Por otro lado es importante decir que el investigador aplicó el formato de observación anteriormente mencionado tanto durante la utilización de estas técnicas de aprendizaje basadas en la participación activa del estudiante en su proceso de formación, cuanto para registrar en él los aspectos ya estructurados, en las clases desarrollada con el grupo en donde el aprendizaje se está dando de forma tradicional; ello con el fin de poder tener datos que se puedan comparar y por ende enriquecer los resultados obtenidos en el análisis de datos que fueron utilizados a la hora de analizar los mismos.

Cabe decir que la observación se realizó en los dos grupos de forma simultánea, sin importar la metodología de enseñanza utilizada, y se observaron las mismas características en los dos grupos en seis sesiones por grupo, es decir que al final de la obtención de datos, el investigador contó con doce formatos de observación, en donde seis de ellos pertenecían al grado décimo uno (metodología tradicional) y los otros seis correspondían al grado décimo dos (aprendizaje activo); posteriormente se procedió a analizar, mediante técnicas estadísticas las diferencias o similitudes que se presentaron en los dos grupos.

Después de observar el desarrollo de las actividades ejecutadas basándose en los fundamentos del aprendizaje activo y mediante la metodología tradicional, el

investigador procedió a implementar una segunda encuesta (Apéndice C) a los 98 participantes de la presente investigación, ello con el fin de identificar los cambios en la percepción de los estudiantes en relación tanto a la forma en que se dicta la clase de matemáticas como al tema en específico de la trigonometría; para la aplicación de dicha encuesta el investigador explicó a los alumnos el objetivo de la misma, las implicaciones que tendrá el llenar la encuesta con absoluta sinceridad y honradez y aclaró que al igual que la primer entrevista, las respuestas de la segunda no tendrían repercusiones negativas en el desempeño individual en ninguna materia.

3.6 Análisis de datos

Una vez se definen claramente los participantes, la metodología utilizada, los instrumentos de recolección de datos y el procedimiento para la obtención de dichos datos, se procede con la interpretación y el análisis de los datos, que se realizará de acuerdo a los datos obtenidos antes, durante y después de la realización de las técnicas de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, con el objetivo de verificar o contradecir los conceptos anteriormente consultados y los supuestos encontrados en el desarrollo del marco teórico de la presente investigación(Zapata, 2005).

Es importante resaltar que como el paradigma de la investigación es el cuantitativo, los datos obtenidos a través de los instrumentos fueron analizados de forma estadística, utilizando la técnica de la prueba T de Student, ya que en la investigación se cuenta con una variable independiente manipulada en dos grupos (niveles) de 49

estudiantes cada uno, en donde un grupo estudiará trigonometría de forma tradicional y el otro utilizará técnicas de aprendizaje activo.

Es acorde mencionar que también se cuenta con una variable dependiente que es el aprendizaje de la trigonometría obtenido por el estudiante procedente por su propia motivación; el uso de la prueba T de Student se determinó para el análisis de los datos obtenidos tanto en las encuestas como en el formato de observación, debido a que “las pruebas T de Student se pueden usar para comparar diferencias entre los promedios de dos grupos u observaciones (independientes) o para comparar los promedios de dos observaciones (pareadas o apareadas) realizadas a una misma persona” (Moncada, 2005, pág. 14).

En relación a lo expuesto por Moncada (2005), se analizará la diferencia entre el aprendizaje obtenido cuando se estudia por medio de dos metodologías diferentes, tomando como valor de referencia el aprendizaje obtenido por los estudiantes a los cuales se les enseña mediante la metodología tradicional y el valor analizado fue el del aprendizaje obtenido por los estudiantes a los cuales se les enseña la misma temática pero basándose en aprendizaje activo.

3.7 Validez y confiabilidad

3.7.1 Validez

Es importante mencionar que hay gran validez interna, puesto que las condiciones fueron similares en los dos grupos analizados y a cada uno de los estudiantes les fueron aclarados tanto los objetivos como las implicaciones de los resultados tanto de las

encuestas como de la observación, por lo tanto los factores para que un estudiante diera a propósito una información errónea fueron minimizados.

La validez interna “se refiere a qué tanta confianza hay en que el experimento se llevó a cabo con una calidad adecuada” (Valenzuela y Flores, 2012, pág. 89). Para la presente investigación la confianza está dada por el método de muestreo utilizado, la selección de los instrumentos de recolección de datos y sobre todo que los participantes seleccionados son una representación de la comunidad educativa de la institución.

Con relación a la validez externa, se puede decir que también se presenta en un alto grado en la presente investigación, ya que las variables controladas durante las actividades permiten que la situación sea replicada en diferentes contextos. Además, teniendo en cuenta que la validez externa depende de la posibilidad de replicar los procedimientos realizados en la investigación a situaciones no experimentales, se debe decir que dicha validez para la presente investigación es real, porque se trató de que la situación analizada no fuera alejada de la realidad educativa de las instituciones públicas de Colombia, en donde la diversidad de géneros, razas y culturas también son factores presentes a nivel nacional. (Valenzuela y Flores, 2012).

3.7.2 Confiabilidad

Debido a que los instrumentos fueron diseñados y creados exclusivamente para la investigación, la confiabilidad de los resultados obtenidos es de un porcentaje muy alto, ya que en relación a los cuestionarios, fueron realizados con preguntas muy estructuradas en donde no se da cabida a la interpretación de la persona que analizará o revisará el cuestionario, y en lo que se refiere al formato de observación, está diseñado

de tal forma que el observador puede ser cualquier persona y en él solo podrá registrar lo que la estructura de los diferentes aspectos le permite, evitando así el sesgo de la información por influencia personal de quien observa.

3.8 Aspecto ético

Con el fin de conservar unos principios éticos en el desarrollo de la investigación, se informó tanto a los estudiantes como a la institución educativa sobre cuáles serían los procedimientos de los cuales serían partícipes los 98 estudiantes del grado décimo; una vez informados verbalmente, se les socializó un documento (Apéndice H) en el cual explicaba lo anterior de forma escrita, indicando que quien no estuviera de acuerdo en ser partícipe debería hacerlo saber para que se le excluyera de la investigación. Es importante resaltar que ningún estudiante manifestó inconformidad con participar en el desarrollo del proyecto.

En relación a la autoridad representante de los estudiantes, en este caso el rector de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín, se le hizo llegar una solicitud de aprobación (Apéndice I) firmada por el investigador, para llevar a cabo la investigación en la institución y además se le solicitó una carta de consentimiento (Apéndice J) para que el proceso que tiene fines únicamente académicos, fuera desarrollado sin ningún contratiempo de carácter administrativo.

Capítulo 4. Análisis de resultados

Para responder la pregunta de investigación que es objeto del presente proyecto: ¿cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín?, se lleva a cabo un proceso de análisis crítico y fundamentado.

El proceso de análisis mencionado anteriormente se hace de forma en que se puedan interpretar los datos obtenidos del proceso de investigación a la luz de los fundamentos ofrecidos por los diferentes referentes teóricos que fueron utilizados para la fundamentación literaria en la presente investigación.

El análisis también se realiza en concordancia con los objetivos, tanto el general como los específicos, teniendo claro cuál es el horizonte de la investigación, y teniendo también presente los aspectos que se desean indagar; evitando con ello que el rango de características observadas a la hora de analizar los resultados sea demasiado amplio y por lo tanto difuso. Es importante mencionar que el análisis de los datos se realiza basándose en los análisis de tipo descriptivo y comparativo, haciendo referencia tanto a los datos obtenidos de los cuestionarios realizados, de tipo auto-administrado, como de los datos obtenidos de los formatos de observación diligenciados a partir de las sesiones de clase.

En relación a lo anterior, también se tuvieron en cuenta los referentes teóricos y empíricos, principalmente aquellos que referencien conceptos sobre los aspectos más importantes y relevantes que se hicieron presente en la investigación; ello debido a que es adecuado siempre que se valoren los resultados de una investigación apoyándose en los referentes teóricos que hablen sobre el estado actual de la materia y que por medio de diversas fuentes de información orienten al investigador para que emita opiniones, conclusiones y recomendaciones más que aterrizadas, conceptualizadas y con ello hacer un aporte significativo al área del conocimiento.

4.1 Pasos realizados para el análisis de datos

Como se explicó en una sección anterior del presente documento los pasos realizados para la obtención de datos se realizaron de forma progresiva, en donde la primera etapa consistía en informar a los estudiantes (apéndice H) y a la institución educativa (apéndice I), que serían partícipes de una investigación encaminada a responder la pregunta problematizadora que es ¿cómo implementar el aprendizaje activo a través de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad Medellín?, en donde el eje conceptual principal sería el estudio por medio del aprendizaje activo.

Una vez aclarados los aspectos preliminares a la obtención de datos se procedió a realizar una encuesta (apéndice B) a todos y cada uno de los estudiantes que forman

parte del grado décimo de la I.E. a la vez que el docente encargado de las sesiones de clase irá diligenciando un formato de observación estructurado (apéndice D) para registrar los aspectos más importantes a tener en cuenta a la hora de ser analizados.

De forma seguida se realizaron varias sesiones de clase utilizando diversas estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo en uno de los dos grupos pertenecientes al grado décimo, mientras que de forma paralela se estudian los mismos temas pero por medio de la metodología tradicional. Lo anterior se realizó con el fin de obtener los datos suficientes para analizar la conveniencia del uso de las actividades basadas en aprendizaje activo (en donde el estudiante es involucrado directamente en su proceso de formación) en comparación con las actividades basadas en el aprendizaje pasivo (en donde le estudiante es limitado a copiar y a memorizar).

Finalizando la obtención de datos por medio del formato de observación durante el desarrollo de actividades, se procedió a realizar una encuesta (apéndice C), con el fin de obtener datos que den pie a la generación de conclusiones constructivas, y respuestas bien fundamentadas en relación con la pregunta problematizadora; cabe decir entonces que el análisis de los datos obtenidos tanto por medio de las encuesta como por medio del formato de observación fueron analizados estadísticamente por medio de una técnica llamada prueba T de Student.

La prueba T de Student se basa en el análisis de una variable independiente de dos niveles, que en este caso sería los grupos del grado décimo, y una variable independiente que para la presente investigación es el aprendizaje obtenido por los estudiantes de

dichos grados; es importante anotar que la prueba T de Student fue utilizada por que es una herramienta de la estadística que sirve para encontrar diferencias entre dos grupos de datos, comparándolo y aprobando o no la hipótesis existente sobre la diferencia entre dichos datos, característica que se ajusta adecuadamente a la presente investigación.

4.2 Codificación de datos

En el presente apartado del documento se mostrará cómo fueron codificados los datos obtenidos con el fin de poder hacer un análisis estadístico adecuado, cabe anotar que dicha codificación es exclusiva para los objetos de recolección de datos propios de la presente investigación y además que fue codificada una por una de las preguntas realizadas a los estudiantes así como cada uno de los parámetros propuestos para el formato de observación.

Una vez sean realizados los análisis estadísticos con la realización de la prueba T de Student a los valores obtenidos en el grupo 10¹ y los obtenidos con el grupo 10², se emitirán juicios que permitan verificar o rechazar la hipótesis propuesta por el investigador, además, la codificación de los datos permitirá también realizar esta misma prueba estadística a los valores obtenidos en el formato de observación, lo que permitirá identificar cuál de las tres estrategias metodológicas utilizadas en el desarrollo de la presente investigación es la más adecuada para la enseñanza de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente.

Aludiendo a los juicios y a las conclusiones que fueron emitidas por el investigador, cabe decir también que serán fundados en los conceptos y referentes

teóricos presentes en los primeros capítulos del presente documento, esto en aras a que el aporte científico al área del conocimiento sea de utilidad tanto para futuros investigadores como para futuros usuarios del documento.

4.2.1 Codificación de encuesta 1

Para codificar los datos obtenidos en la encuesta 1, que es la que se realiza de manera diagnóstica, se estipuló un rango de 1 a 5, en donde 5 es el valor que demuestra las actitudes o habilidades de los estudiantes más adecuadas para un correcto proceso de enseñanza aprendizaje debido a su nivel de motivación y a su disposición; y 1 es el valor más alejado de ello, la codificación se realizó de la siguiente manera:

Tabla 1
Codificación de datos encuesta 1

	Valor
1. Cuando usted desea participar en una clase, ¿el docente le brinda la oportunidad para hacerlo?	
A Siempre	5
B Casi siempre	4
C A veces	3
D Pocas veces	2
E Nunca	1
2. ¿Cómo describiría su nivel de comprensión de los contenidos de la trigonometría que ha estudiado hasta el momento?	
A Excelente	5
B Alto	4
C Bueno	3
D Regular	2
E Malo	1
3. ¿Qué es lo que más le gusta de las clases de matemáticas, especialmente cuando se está estudiando la trigonometría?	
A Las prácticas	5
B Las explicaciones del profesor en el tablero	4
C Los exámenes	3
D La cantidad de teoría que se copia en el cuaderno	2
E Nada	1
4. ¿Crees que la trigonometría tiene alguna utilidad real en tu vida diaria?	
A Si, en todo momento	5
B Si, aunque muy de vez en cuando	4
C Si, aunque realmente no la necesito	3
D Solo si fuera a estudiar en la universidad	2
E No, solo sirve para ganar el año	1
5. De acuerdo como le enseñan las matemáticas ¿para usted es fácil estudiar matemáticas?	
A Si, ya que copio todo en el cuaderno	1

B	Si, por que el profesor me lo explica todo y no debo buscar nada.	2
C	No, porque no le entiendo casi al profesor	3
D	A veces, porque cando no entiendo le pregunto a un compañero	4
E	No, porque me gustaría que no siempre fuera copiar en el cuaderno.	5
6. Se siente con la capacidad de solucionar situaciones problema reales aplicando el teorema de Pitágoras.		
A	Siempre	5
B	Casi siempre	4
C	A veces	3
D	Pocas veces	2
E	Nunca	1
7. De acuerdo a como le enseñan ¿se siente motivado para estudiar matemáticas?		
A	Demasiado	5
B	Mucho	4
C	Normal	3
D	Poco	2
E	No	1
8. Cuando el profesor explica todo en el tablero, ¿usted está realmente aprendiendo lo que necesita para solucionar problemas reales basándose en fundamentos trigonométricos?		
A	Siempre	5
B	Casi siempre	4
C	A veces	3
D	Pocas veces	2
E	Nunca	1
9. Siente que su participación en el desarrollo de la clase es:		
A	Muy buena porque realizo aportes y el profesor los tiene en cuenta	5
B	Muy buena porque cuando tengo una duda, la expongo y la soluciono	4
C	Buena porque no me quedo atrasado	3
D	Muy buena porque no hago ruido ni interrumpo la clase	2
E	Excelente porque nunca interrumpo al profesor	1
10. Cuando se termina una clase de matemáticas ¿el tema que continúa hablando con sus compañeros es el mismo de la clase?		
A	Siempre	5
B	Casi siempre	4
C	A veces	3
D	Pocas veces	2
E	Nunca	1
11. Se siente usted con la capacidad de aplicar las identidades trigonométricas para determinar otras relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo para solucionar problemas cotidianos.		
A	Demasiado	5
B	Mucho	4
C	Normal	3
D	Poco	2
E	No	1
12. Si en la clase de matemáticas el único que informa sobre los conceptos es el profesor ¿está usted de acuerdo con que esa es la mejor forma de aprender?		
A	Demasiado	1
B	Mucho	2
C	Normal	3
D	Poco	4
E	No	5

4.2.2 Codificación de encuesta 2

Para codificar los datos obtenidos en la encuesta 2, que es la que se realiza después de las sesiones de clase, se manejó un rango de 1 a 5, en donde los datos que obtienen valores cercanos a uno demuestran un poco alcance en los logros y poco aumento en la motivación del estudiante frente al estudio de la trigonometría, mientras que los datos que obtienen valores cercanos a cinco demuestran que el estudiante ha adquirido de forma adecuada los conceptos o que su motivación es ideal para el estudio de la trigonometría; la codificación de la encuesta 2 se realizó de la siguiente manera:

Tabla 2

Codificación encuesta 2

1. ¿La metodología implementada en los últimos días facilita aprender conceptos complejos valor de la trigonometría?	
A Demasiado	5
B Mucho	4
C Normal	3
D Poco	2
E No	1
2. ¿Comprende usted la utilidad el teorema de Thales en la vida diaria?	
A Demasiado	5
B Mucho	4
C Normal	3
D Poco	2
E No	1
3. ¿El aprendizaje obtenido durante las actividades de los últimos días en la clase de matemáticas puede aplicarlo a la vida real o solo es un tema más que será evaluado al final del periodo?	
A Se puede aplicar a los fenómenos de la vida real en cualquier momento	5
B Se puede aplicar a la vida real pero en casos muy especiales	4
C Se puede aplicar solo en ejercicios propuestos en clase	3
D Solo me sirve para estudiar para el examen de final de periodo	2
E No me sirve ni para la vida real ni para el examen del final del periodo	1
4. ¿La forma en que se ha desarrollado la clase de matemáticas en los últimos días lo motiva a usted para utilizar el teorema de Thales en problemas de la vida real?	
A Demasiado	5
B Mucho	4
C Normal	3
D Poco	2
E No	1
5. ¿Recuerda usted cuales son los triángulos sobre los cuales se basa el teorema de Pitágoras?	
A Si, triángulos rectángulo	5
B Si, triángulos pitagóricos	1

C	Si, triángulos equiláteros	1
D	Si, triángulos escalenos	1
E	No	1
6. ¿Entiende claramente cómo el teorema de Pitágoras es utilizado para explicar gran cantidad de fenómenos de la vida real?		
A	Demasiado	5
B	Mucho	4
C	Normal	3
D	Poco	2
E	No	1
7. ¿Mediante la utilización de las técnicas de estudio en donde el estudiante es quien orienta su propio proceso, es más significativo el aprendizaje obtenido sobre la trigonometría?		
A	Sí, porque uno aprende mucho más haciendo las cosas que escribiéndolas en el cuaderno	5
B	Si, porque así uno estudia lo que quiere y no lo que se está viendo en la materia	4
C	Es igual que cuando se estudia sin la participación del estudiante	3
D	No, porque es mejor copiar en el cuaderno y escuchar al profesor que es el que sabe todo.	2
E	No es significativo porque así no se aprende nada, solo se pierde tiempo.	1
8. ¿Después de realizar las actividades propuestas en la clase de matemáticas usted piensa que:		
A	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es excelente.	5
B	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es bueno	4
C	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es básico	3
D	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es regular	2
E	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es malo	1
9. Cuando se desea medir la altura de un objeto demasiado alto y no se tienen los recursos necesarios para dicha medición se utiliza el teorema de:		
A	Thales	5
B	Pitágoras.	1
C	Arquímedes	1
D	La altura	1
E	La comparación	1
10. ¿Apoyaría usted una iniciativa para que todos los temas de matemáticas fueran estudiados mediante la participación activa del estudiante?		
A	Si me gustaría demasiado y haría todo lo posible para que fuera así.	5
B	Si estaría a favor aunque no haría nada para que se hiciera así	4
C	Me da igual si cambia la metodología o si sigue igual	3
D	No lo apoyaría pero tampoco haría nada en contra de ello.	2
E	Me opondría rotundamente y haría todo lo posible para que no fuera así	1
11. En un triángulo rectángulo se define como SENO de un ángulo al valor obtenido al dividir		
A	La longitud del cateto opuesto al ángulo entre la longitud de la hipotenusa	5
B	La longitud del cateto adyacente al ángulo entre la hipotenusa	1
C	La longitud del cateto opuesto entre la longitud del cateto contiguo	1
D	La longitud de la hipotenusa entre el cateto opuesto	1
E	La longitud entre el cateto opuesto entre el cateto a favor	1
12. El teorema que dice que si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados se obtiene un triángulo semejante al original es:		
A	El teorema de Thales	5
B	El teorema de Pitágoras.	1
C	El teorema de Arquímedes	1
D	El teorema de la altura	1
E	El teorema de la comparación	1

Es importante anotar que las preguntas 5, 9, 11 y 12 no tienen valores intermedios ya que su intención es indagar sobre si el estudiante ha adquirido o no el conocimiento y en ese orden de ideas no hay respuestas con cierto grado de validez, simplemente hay una buena y las demás están malas, es por ello que la única opción que otorga 5 puntos a la pregunta es la correcta

4.2.3. Codificación del formato de observación

Luego de haber realizado la codificación de todas y cada una de las posibles respuestas obtenidas en las encuestas 1 y 2 se procede a codificar, de forma numérica con el fin de facilitar el análisis estadístico, los aspectos observados por el investigador, los cuales ha registrado en el formato de observación (apéndice D), manejando un rango entre 1 y cinco en donde los datos valorados con 5 serán los que demuestren ser los más adecuados para el proceso de aprendizaje de los estudiantes y los valorados con 1 serán los que demuestren ser menos apropiados, sin decir con ello que no son apropiados en su totalidad ni que impiden un proceso de formación.

Tabla 3
Codificación de datos del formato de observación

	Valor		Valor
1. La participación de los estudiantes en la clase fue:		9. La cantidad de interrupciones durante las sesiones de clase por indisciplina de los estudiantes fue:	
Constante y demasiado constructiva	5	Entre 0 y 1	5
Contante pero de poca calidad	4	Entre 2 y 4	4
Poca pero constructiva	3	Entre 5 y 7	3
Poca al igual que la calidad	2	Entre 8 y 10	2
nula	1	Igual o mayor a 11	1
2. La participación de los estudiantes en los grupos pequeños (si existieron) fue:		10. La cantidad de veces que los estudiantes recurrieron al docente para aclarar dudas teóricas fue:	
Constante y demasiado constructiva	5	Menor de 5 veces	1
Contante pero de poca calidad	4	Entre 5 y 6	4
Poca pero constructiva	3	Entre 7 y 8	5
Poca al igual que la calidad	2	Entre 8 y 10	3
nula	1	Mayor o igual a 11	2
3. La disposición de los estudiantes durante el transcurso de las actividades fue:		11. Tiempo promedio en el que los estudiantes llevaron a cabo su proceso de	

Excelente	5	aprendizaje en la clase:	
Muy buena	4	Entre 100 y 120 minutos de 120 minutos	5
Buena	3	Entre 70 y 99 minutos de 120 minutos	4
Regular	2	Entre 40 y 69 minutos de 120 minutos	3
Mala	1	Entre 11 y 39 minutos de 120 minutos	2
		Entre 0 y 10 minutos de 120 minutos	1
4. Los estudiantes que participaron en el desarrollo de la clase fueron:		12. El desarrollo de la clase fue llevado a cabo por los estudiantes durante:	
Entre 41 y 49	5	El 100% del tiempo	5
Entre 31 y 40	4	Entre el 75% y el 99% del tiempo	4
Entre 21 y 30	3	Entre 50% y el 74% del tiempo	3
Entre 11 y 20	2	Entre el 25 y el 49% del tiempo	2
Entre 0 y 10	1	Entre 0% y el 24% del tiempo	1
5. Sumatoria de participaciones de los estudiantes en las sesiones de clase: entre		13. El papel del estudiante en general fue:	
Entre 0 y 10	1	Activo, ya que siempre estuvo proponiendo cambios y procedimientos para el correcto estudio de la temática	5
Entre 11 y 20	2	Entre pasivo y activo: porque muy pocas veces tenían iniciativa de hacer algo y si lo hacían lo hacían por cumplir.	3
Entre 21 y 30	3	Pasivo, ya que no hacían nada por iniciativa propia y solo trabajaban para cumplir lo requerido con los logros mínimos	1
Entre 31 y 40	4	14. En general el desarrollo de la clase se puede catalogar como:	
Entre 41 y 49	5	Muy positivo, ya que la respuesta de los todos los estudiantes fue la adecuada y se obtuvo grandes resultados.	5
6. El promedio de participación de cada estudiante fue:		Positivo, debido a que el desarrollo de la clase contó con la participación de algunos estudiantes	
Entre 4 y 4.9 veces por clase.	5	Bueno: debido a que uno que otro estudiante participó activamente en las actividades y los demás participaron pasivamente en la obtención de los objetivos.	3
Entre 3 y 3.9 veces por clase.	4	Regular, ya que la mayoría de los estudiantes se dedicó a transcribir información y el aprendizaje no fue muy significativo.	2
Entre 2 y 3.9 veces por clase.	3	Malo, porque ningún estudiante participó en la actividades propuestas, generando desorden y por ende malos resultados en la obtención de logros.	1
Entre 1 y 1.9 veces por clase.	2		
Entre 0 y 0.9 veces por clase	1		
7. La cantidad de estudiantes que expresaron no querer participar en las clases fue:		15. el tiempo de la clase fue suficiente para el desarrollo de cada actividad propuesta.	
Entre 41 y 49	1		
Entre 31 y 40	2		
Entre 21 y 30	3	Si, antes sobró tiempo para poder hacer una socialización constructiva.	5
Entre 11 y 20	4		
Entre 0 y 10	5	Si, además sobró tiempo para hacer una	

8. Los estudiantes que expresaron haber obtenido claramente el conocimiento mediante las actividades fueron:		pequeña socialización de la actividad.	4
Entre 41 y 49	5	Si, aunque la socialización de la actividad hubo que aplazarla constantemente por la precisión del tiempo.	3
Entre 31 y 40	4	No, hubo que dedicar tiempo de la sesión siguiente para que los estudiantes pudieran terminar las actividades	2
Entre 21 y 30	3	No, surgió la necesidad de utilizar más de dos sesiones de clase para poder terminar una actividad.	1
Entre 11 y 20	2		
Entre 0 y 10	1		

4.3 Datos obtenidos

A continuación se mostrará una recopilación de todos los datos obtenidos a través de los objetos de recolección implementados, es decir a través de las dos encuestas y de los formatos de observación diligenciados en su totalidad, para la recolección de los datos obtenidos con las encuestas se contó con la participación de todos los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente que son 98 en total; en la tabla 4 se puede ver la cantidad de participantes, la frecuencia obtenida por cada valoración en las respuestas y el puntaje total obtenido por cada una de las preguntas, así se facilitará el análisis estadístico al cual serán sometidos dichos valores.

Tabla 4
Datos obtenidos en la encuesta 1 aplicada al grupo 10º1

Pregunta	Valor	Frecuencia	total	Pregunta	Valor	Frecuencia	total
1	1	3	3	7	1	2	2
	2	40	80		2	47	94
	3	3	9		3	0	0
	4	3	12		4	0	0
	5	0	0		5	0	0
	Total:	49	104		Total:	49	96
2	1	9	9	8	1	3	3
	2	25	50		2	25	50
	3	10	30		3	5	15
	4	5	20		4	12	48
	5	0	0		5	4	20
	Total:	49	109		Total:	49	136
3	1	6	6	9	1	13	13
	2	0	0		2	23	69

	3	35	105		3	13	39
	4	8	32		4	0	0
	5	0	0		5	0	0
	Total:	49	143		Total:	49	121
4	1	13	13	10	1	27	27
	2	27	54		2	18	36
	3	4	12		3	4	12
	4	4	16		4	0	0
	5	1	5		5	0	0
	Total:	49	100		Total:	49	75
5	1	9	9	11	1	3	3
	2	6	12		2	45	90
	3	7	21		3	0	0
	4	22	88		4	1	4
	5	5	25		5	0	0
	Total:	49	155		Total:	49	97
6	1	7	7	12	1	21	21
	2	40	80		2	25	50
	3	1	3		3	3	9
	4	1	4		4	0	0
	5	0	0		5	0	0
	Total:	49	94		Total:	49	80

Tabla 5
Datos obtenidos en la encuesta 1 aplicada al grupo 10°2

Pregunta	Valor	Frecuencia	total	Pregunta	Valor	Frecuencia	total
1	1	10	10	7	1	8	8
	2	20	40		2	39	78
	3	17	51		3	2	6
	4	2	8		4	0	0
	5	0	0		5	0	0
	Total:	49	109		Total:	49	92
2	1	6	6	8	1	0	0
	2	32	64		2	35	70
	3	10	30		3	6	18
	4	0	0		4	7	28
	5	1	5		5	1	5
	Total:	49	105		Total:	49	121
3	1	9	9	9	1	15	15
	2	0	0		2	14	28
	3	35	105		3	19	57
	4	5	20		4	0	0
	5	0	0		5	1	5
	Total:	49	134		Total:	49	105
4	1	30	30	10	1	22	22
	2	13	26		2	18	36
	3	2	12		3	9	27
	4	2	8		4	0	0

	5	2	10		5	0	0
Total:		49	86		Total:	49	85
5	1	7	7	11	1	10	10
	2	14	24		2	34	68
	3	13	39		3	4	12
	4	13	52		4	1	4
	5	2	10		5	0	0
Total:		49	132		Total:	49	94
6	1	3	3	12	1	4	4
	2	35	70		2	40	80
	3	6	18		3	2	6
	4	3	12		4	3	12
	5	2	10		5	0	0
Total:		49	113		Total:	49	102

En las tablas 4 y 5 se han registrado los datos obtenidos de las 98 encuestas realizadas a los estudiantes del grado décimo, estas encuestas fueron diligenciadas por los propios estudiantes antes de comenzar la parte experimental de la investigación y con previa autorización de los mismos y del señor rector de la institución; para mayor facilidad en la visualización por parte del lector se ha dispuesto la gráfica 1 que compila dichos resultados de manera más visual y así se facilita la interpretación gráfica que se les puede dar a los valores

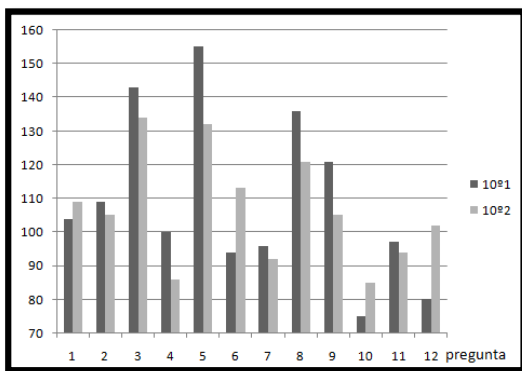


Figura 1. Puntajes obtenidos en encuesta 1

En la anterior gráfica se puede observar que los datos obtenidos tanto en el grado 10º1 como en 10º2 son muy similares y su lejanía no es significativa, es decir que las respuestas que dan los estudiantes pertenecientes al grado décimo de la institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente no varían significativamente según el grupo al que pertenezcan

En la tabla 6 se visualizan los datos obtenidos al realizar la encuesta posterior al procedimiento en uno de los dos grupos que conforman el grado décimo, es decir la encuesta número 2 al grupo 10º1 de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente; en dicha tabla se pueden ver las frecuencias que obtuvieron cada una de las posibles respuestas y también se puede observar los puntajes obtenidos en todas y cada una de las preguntas que conformaban la encuesta anteriormente mencionada.

Tabla 6
Datos obtenidos en la encuesta 2 aplicada al grupo 10º1

Pregunta	Valor	Frecuencia	total	Pregunta	Valor	Frecuencia	total
1	1	9	9	7	1	24	24
	2	11	22		2	24	48
	3	25	75		3	1	3
	4	3	12		4	0	0
	5	1	5		5	0	0
Total:		49	123	Total:		49	75
2	1	3	3	8	1	3	3
	2	35	70		2	20	40
	3	7	21		3	23	69
	4	3	12		4	2	8
	5	1	5		5	1	5
Total:		49	111	Total:		49	125
3	1	1	1	9	1	15	15
	2	24	48		2	4	8
	3	16	48		3	6	18
	4	8	32		4	11	44
	5	0	0		5	13	65
Total:		49	129	Total:		49	150
4	1	23	23	10	1	2	2
	2	20	40		2	4	8
	3	6	18		3	39	117

	4	0	0		4	2	8
	5	0	0		5	2	10
	Total:	49	81		Total:	49	145
5	1	6	6	11	1	16	16
	2	9	18		2	13	26
	3	4	12		3	9	27
	4	7	28		4	7	28
	5	23	115		5	4	20
	Total:	49	179		Total:	49	117
6	1	19	19	12	1	15	15
	2	16	32		2	8	16
	3	14	42		3	9	27
	4	0	0		4	8	32
	5	0	0		5	9	45
	Total:	49	93		Total:	49	135

En la tabla 7 se pueden observar los datos obtenidos al aplicar la encuesta número 2 a los 49 estudiantes del grupo 10°2 Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín; dicha encuesta como se explica en el apartado correspondiente al procedimiento, fue implementada una vez se realizadas las actividades de intervención correspondientes a la presente investigación; en la tabla 7 se puede visualizar, al igual que en la tabla 6, las frecuencias que obtuvieron cada una de las posibles respuestas y también se puede observar los puntajes obtenidos en todas y cada una de las preguntas que conformaban la encuesta anteriormente mencionada.

Tabla 7
Datos obtenidos en la encuesta 2 aplicada al grupo 10°2

Pregunta	Valor	Frecuencia	total	Pregunta	Valor	Frecuencia	total
1	1	0	0	7	1	0	0
	2	2	4		2	0	0
	3	6	18		3	3	9
	4	33	132		4	15	60
	5	8	40		5	31	155
	Total:	49	194		Total:	49	224
2	1	0	0	8	1	0	0
	2	2	4		2	1	2
	3	4	12		3	12	36
	4	13	52		4	17	68
	5	30	150		5	19	95

	Total:	49	218		Total:	49	201
3	1	0	0	9	1	1	1
	2	0	0		2	1	2
	3	4	12		3	2	6
	4	22	88		4	2	8
	5	23	115		5	43	215
	Total:	49	215		Total:	49	232
4	1	0	0	10	1	0	0
	2	0	0		2	5	10
	3	4	12		3	3	9
	4	25	100		4	27	108
	5	20	100		5	14	70
	Total:	49	212		Total:	49	197
5	1	0	0	11	1	0	0
	2	1	2		2	2	4
	3	0	0		3	3	9
	4	1	4		4	1	4
	5	47	235		5	43	215
	Total:	49	241		Total:	49	232
6	1	0	0	12	1	1	1
	2	1	2		2	1	2
	3	8	24		3	2	6
	4	13	52		4	1	4
	5	27	135		5	44	220
	Total:	49	213		Total:	49	233

Con el fin de facilitar un poco la visualización de los datos obtenidos con la encuesta número 2 al ser aplicada al grupo 10°1 y al grupo 10°2, se dispuso de la figura 2 que recopila la información detallada en las tablas 6 y 7 de una forma gráfica y más ilustrativa, en donde se pueden visualizar diferencias significativas entre los valores obtenidos en todas y cada una de las preguntas contestadas por los estudiantes del grupo 10°1 y las que obtuvieron respuestas provenientes de los estudiantes del grado 10°2, esto ayudará en gran manera a la hora de interpretar los valores obtenidos debido a que se acarrean los valores de una tabla a un formato gráfico que es un poco más simple de interpretar.

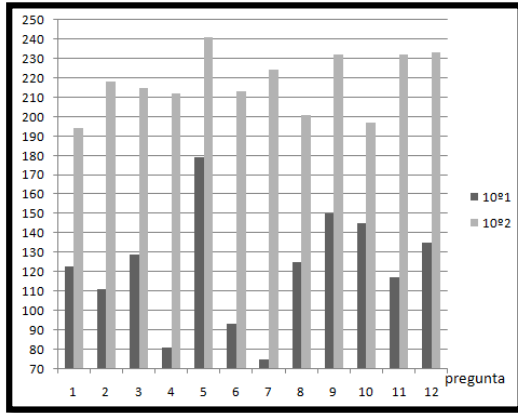


Figura 2. Puntajes obtenidos en encuesta 2

Con el fin de obtener la mayor cantidad de información posible, se hace una clasificación de las respuestas obtenidas (de forma numérica) de los aspectos observados por el investigador durante el desarrollo de las sesiones de clases, en el formato destinado para ello; así la tabla 8 muestra los datos referidos, y la figura 3 ilustra los puntajes obtenidos en cada una de las preguntas por los grupos que conforman el grado décimo.

Tabla 8
Datos obtenidos con el formato de observación

Pregunta	Valor	Frecuencia				Pregunta	Valor	Frecuencia			
		10º1	total	10º2	total			10º1	total	10º2	total
1	1	0	0	0	0	9	1	3	3	0	0
	2	4	8	0	0		2	1	2	0	0
	3	2	6	0	0		3	2	6	2	6
	4	0	0	1	4		4	0	0	4	16
	5	0	0	5	25		5	0	0	0	0
	total	6	14	6	29	total	6	11	6	22	
2	1	1	1	0	0	10	1	5	5	0	0
	2	4	8	1	2		2	0	0	0	0
	3	1	3	0	0		3	0	0	2	6
	4	0	0	1	4		4	1	4	2	8
	5	0	0	4	20		5	0	0	2	10
	total	6	12	6	26	total	6	9	6	24	
3	1	1	1	0	0	11	1	5	5	0	0
	2	5	10	0	0		2	1	2	1	1
	3	0	0	0	0		3	0	0	0	0
	4	0	0	4	16		4	0	0	1	4

	5	0	0	2	10		5	0	0	4	20
	total	6	11	6	26		total	6	7	6	25
4	1	2	2	0	0	12	1	6	6	0	0
	2	2	4	0	0		2	0	0	0	0
	3	1	3	0	0		3	0	0	0	0
	4	1	4	3	12		4	0	0	6	24
	5	0	0	3	15		5	0	0	0	0
	total	6	13	6	27		total	6	6	6	24
5	1	2	2	0	0	13	1	4	4	0	0
	2	2	4	0	0		2	0	0	0	0
	3	1	3	0	0		3	2	6	3	9
	4	1	4	3	12		4	0	0	0	0
	5	0	0	3	15		5	0	0	3	15
	total	6	13	6	27		total	6	10	6	24
6	1	4	4	0	0	14	1	2	2	0	0
	2	2	4	3	6		2	3	6	0	0
	3	0	0	3	9		3	1	3	0	0
	4	0	0	0	0		4	0	0	4	16
	5	0	0	0	0		5	0	0	2	10
	total	6	8	6	15		total	6	11	6	26
7	1	4	4	0	0	15	1	3	3	0	0
	2	2	4	0	0		2	1	2	3	6
	3	0	0	0	0		3	2	6	0	0
	4	0	0	2	4		4	0	0	1	4
	5	0	0	4	20		5	0	0	2	10
	total	6	8	6	24		total	6	11	6	20
8	1	5	5	0	0						
	2	1	2	1	2						
	3	0	0	0	0						
	4	0	0	3	12						
	5	0	0	2	10						
	total	6	7	6	24						

En la figura 3 se pueden observar los valores registrados en la tabla 8 de una forma más gráfica; ello se hace para facilitar un poco el análisis de los valores obtenidos por todos y cada uno de los diferentes puntos contenidos en el formato de observación, el cual fue altamente estructurado y presentó características de un formato cerrado, es decir que tenía previamente definidos cuáles serían los aspectos a observar por parte del investigador.

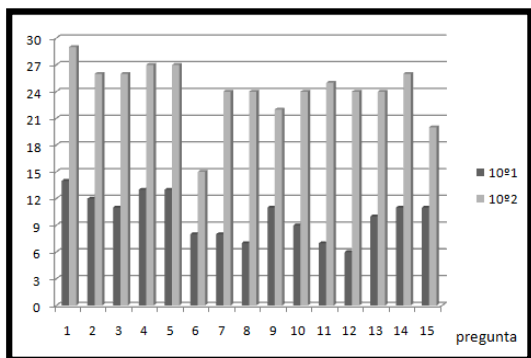


Figura 3. Puntajes obtenidos en formato de observación

Para averiguar cuál de las estrategias de estudio basadas en aprendizaje activo produjo mayor motivación en los estudiantes hacia el estudio de la trigonometría y además facilitó la comprensión y manipulación de los conceptos básicos de dicha rama de las matemáticas, se realizó una tabulación de los datos obtenidos mediante el formato de observación diligenciado en las clases del grado 10º2 que fue el grupo intervenido en el presente proyecto; es importante recalcar que se utilizaron tres diferentes técnicas de estudio basadas en aprendizaje activo y que cada una de ellas obtuvo una duración de dos sesiones de clase de 120 minutos cada una.

Los resultados obtenidos han sido registrados en la tabla 9, en donde se puede observar que según los valores codificados en la tabla 3, los estudiantes demostraron mejor desempeño, actitud y disposición hacia el estudio de la trigonometría cuando la clase se realizó por medio de actividades experimentales obteniendo un puntaje de 67 puntos en la primera sesión y de 71 puntos en la segunda sesión, para un total de 138 puntos en las dos sesiones.

Tabla 9***Puntajes obtenidos en formato de observación 10º2***

Descripción de la actividad	Puntaje sesión 1	Puntaje sesión 2	Puntaje total
Trabajo en grupos para el análisis de documentos y socialización de resultados (discusión en grupos)	50	56	106
Solución de un problema real planteado por el docente, realizando una consulta previa (análisis de casos)	60	66	126
Extracción y representación de problemas de la vida real por parte de los estudiantes (actividades experimentales)	67	71	138

Es importante anotar que aunque las actividades experimentales obtuvieron mejores puntajes en tanto en la primera sesión como en la segunda, obteniendo un total de 138 puntos, la diferencia no es dantesca con respecto a las sesiones desarrolladas por medio del análisis de casos, el cual obtuvo un puntaje total, es decir sumando el puntaje de la primera y de la segunda sesión de 126 puntos, además las sesiones de clase desarrolladas utilizando la actividad de discusión en grupos obtuvo un puntaje de 106; el hecho de que la diferencia de puntajes no sea significativamente grande hace necesario que el investigador realice un análisis estadístico, para poder verificar o contradecir la hipótesis, ya que emitir juicios sobre la validez o no de la misma con un análisis gráfico de las tablas sería muy arriesgado y no ofrecería confiabilidad en el resultado.

Para ofrecer de forma más gráfica los datos registrados en la tabla 9, se exponen los mismos en la figura 4 en donde por medio de un diagrama de barras se puede evidenciar qué actividad obtuvo mayor puntaje tanto en la sesión 1 como en la sesión 2 y

por lo tanto quién obtuvo un mayor puntaje total en la sumatoria de las dos sesiones; estos datos serán utilizados más adelante por el investigador para realizar un análisis sobre cuál de las actividades obtuvo un mayor puntaje y así obtener luces sobre cuál de las tres estrategias de aprendizaje es más apta para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín.

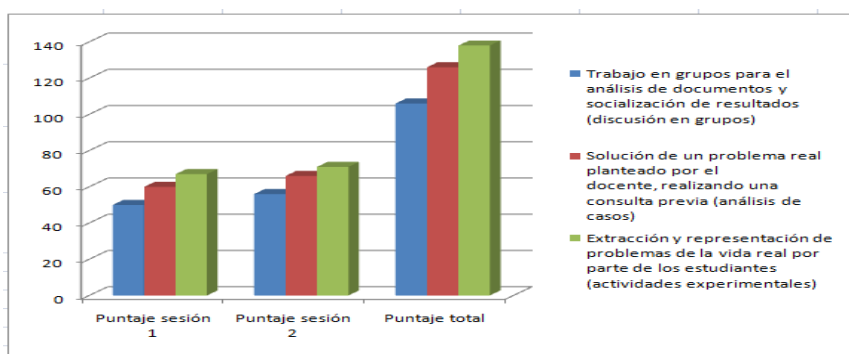


Figura 4. Puntajes obtenidos en formato de observación 10°2

4.4 Procesamiento estadístico de los datos

En un primer momento y con el objetivo de comprobar la validez o negación de la hipótesis, la cual es que la mejor forma de implementar el aprendizaje activo en la enseñanza de la trigonometría en los grados décimo de la ciudadela nuevo occidente es por medio de las actividades experimentales, se procede a analizar si realmente se obtienen mejores resultados implementando técnicas de aprendizaje activo en la enseñanza de la trigonometría, con respecto a los resultados obtenidos por medio de la metodología tradicional.

La verificación de dicha hipótesis se realiza aplicando la prueba T de Student en dos momentos, el primero es con los resultados de la encuesta uno y el segundo con los resultados de la encuesta dos pertenecientes a ambos grupos; dicha prueba se realizó utilizando la herramienta ofimática llamada Microsoft Office Excel 2007, la cual ofrece instrumentos para el análisis de datos entre los que se encuentra la realización de la prueba T de Student suponiendo varianzas desiguales, la forma de realización de dicha prueba consiste en utilizar dos columnas de valores, teniendo en cuenta que en la primera columna se ponen los valores que el investigador supone se verificarán la hipótesis planteada y en la segunda columna se ponen los valores que utiliza la prueba para la comprobación o rechazo de la hipótesis.

Teniendo en cuenta lo anterior, cabe mencionar que al aplicar la prueba T de Student utilizando los resultados obtenidos de la encuesta número 1 aplicada al grupo 10°1 y 10°2, se obtuvieron los valores registrados en la tabla 10; hay que tener en cuenta que para este caso el investigador ubicó en la primera columna los valores emanados de la encuesta aplicada al grupo 10°1.

Aludiendo al análisis realizado a la encuesta 1 es importante decir que el investigador deseaba verificar en primera instancia si los dos grupos poseían los mismos niveles de motivación y de comprensión de conceptos referentes a la trigonometría y para ello realizó la prueba T de Student, en donde si el valor *estadístico t* es mayor que el valor crítico de t (una cola) y que el valor crítico de t (dos colas) que representan el grado de significancia de los datos analizados.

En relación a lo anterior se puede afirmar la hipótesis; es decir que del valor estadístico t depende el análisis y la orientación que se le puede dar a la investigación, en el análisis realizado a los valores obtenidos en la encuesta 1, que se realizó de forma previa a la implementación de las actividades, el valor estadístico t obtuvo un valor de 0,310683605, menor al valor obtenido en valor crítico de t (una cola) que es 1,729132792 y al valor obtenido en valor crítico de t (dos colas) que fue de 2,09302405, lo que indica que en un principio los puntajes obtenidos en el grupo 10°2 no demostraban superioridad sobre los del grupo 10°1. Dicho resultado deja una mayor expectativa sobre los resultados obtenidos en la encuesta 2, ya que si la hipótesis es verdadera, los valores entregados por la prueba t de Student deben confirmarlo.

Tabla 10.
Resultados prueba T de Student encuesta 1.

Prueba T para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	10°1	10°2
Media	109,1666667	106,5
Varianza	616,8787879	267,1818182
Observaciones	12	12
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	19	
Estadístico t	0,310683605	
P(T<=t) una cola	0,379711843	
Valor crítico de t (una cola)	1,729132792	
P(T<=t) dos colas	0,759423686	
Valor crítico de t (dos colas)	2,09302405	

Con respecto al análisis de los valores obtenidos con la encuesta número dos cabe anotar que el investigador ubicó en la primer columna los valores resultantes de la encuesta realizada al grupo 10°1, con ello el investigador quiso comprobar la hipótesis de que los resultados de la encuesta dos fueron mejores en el grupo 10°2 que en el grupo 10°1; el análisis estadístico realizado por medio de la prueba T de Student da cuenta de

que el grupo intervenido o grupo experimental, mejoró sus resultados significativamente con respecto a los resultados obtenidos por el grupo de control, por ello el valor obtenido en estadístico t (9,950077866) es mayor que el valor obtenido en valor crítico de t (una cola) (1,745883669) y a su vez es mayor que el valor correspondiente a valor crítico de t (dos colas) (2,119905285), en esta ocasión la diferencia de valores es muy significativa lo que indica que la mejoría tanto en motivación como en manipulación y comprensión de conceptos relacionados con la trigonometría si es relevante; estos resultados pueden ser observados en la tabla 11.

Tabla 11.
Resultados prueba T de Student encuesta 2

Prueba T para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>10°1</i>	<i>10°2</i>
Media	121,9166667	217,6666667
Varianza	878,8106061	232,4242424
Observaciones	12	12
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	9,950077866	
P(T<=t) una cola	0,0000000147	
Valor crítico de t (una cola)	1,745883669	
P(T<=t) dos colas	0,0000000294	
Valor crítico de t (dos colas)	2,119905285	

Lo expuesto anteriormente indica que la hipótesis, al menos en su parte relacionada con la comparación de las estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo, con las estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje tradicional, es válida; por lo tanto se puede afirmar que sí se obtienen mejores resultados tanto en el aprendizaje como en la motivación del estudiante por medio de la metodología basada en aprendizaje activo, tal y como lo mencionan Jackson y Mathews (2011) cuando hacen alusión a que mediante el aprendizaje activo el estudiante está alternando

constantemente su nivel de motivación con los conceptos adquiridos y por ello su profundización y asimilación son mayores, a diferencia que cuando no se le da la oportunidad de intercambiar conceptos con los compañeros y con el docente.

En relación al estudio de las matemáticas existe gran variedad de aportes significativos, es por eso que es importante recordar en este momento las deducciones que expone Jardine (1997) quién después de realizar varios experimentos demostró que los resultados obtenidos en el estudio de las matemáticas en sesiones de clase en donde se le permite la participación a los estudiantes tienen un nivel más alto que cuando no se le permite al estudiante dicha interacción. Asimismo, partiendo de la premisa que un estudiante motivado aprende mucho más fácil que uno que no lo está, esto se pudo ver reflejado en el análisis de los datos arrojados por la presente investigación por medio de la prueba T de Student aplicada a la encuesta 2.

Para el análisis estadístico de los formatos de observación se realizaron tres pasos, en donde se compararon los resultados entre las tres estrategias utilizadas para el estudio de la trigonometría en el grupo 10º2. Dicha comparación se realizó entre dos estrategias por separado, es decir primero se analizaron los datos obtenidos por la discusión en grupos comparados con los datos obtenidos con las actividades experimentales, en una segunda etapa se analizaron los datos obtenidos por medio del análisis de casos en comparación de las actividades experimentales y por último se llevó a cabo el análisis estadístico entre la discusión en grupo y el análisis de casos.

Dicho procedimiento se llevó a cabo con el fin de poder aplicar la prueba T de Student; para dos muestras suponiendo varianzas desiguales, en la tabla 12, se pueden ver los resultados obtenidos al comparar la discusión en grupo con las actividades experimentales y el efecto más relevante de dicho procedimiento es que el resultado del valor Estadístico t (1,740285) es inferior al resultado obtenido en valor crítico de t (una cola) (1,90561790) y a su vez es menor que el valor correspondiente a valor crítico de t (dos colas) (2,55552941).

Éstos valores indican que los datos obtenidos en el formato de observación mientras se desarrollaba la clase por medio de la discusión en grupos, los cuales fueron ubicados en la columna correspondiente al valor que supone el investigador debe demostrar progreso en cuanto al aspecto motivacional y académico sobre el estudio de la trigonometría, hicieron que dicha hipótesis fuera negada, porque la prueba T de Student indica ello cuando de los tres valores mencionados anteriormente el valor estadístico t es menor.

Tabla 12
Discusión de grupos vs Actividades experimentales

Prueba T para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>Discusión en Grupos</i>	<i>Actividades experimentales</i>
Media	3,46666666	4,53333333
Varianza	2,83809523	1,6952381
Observaciones	15	15
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	26	
Estadístico t	1,740285	
P(T<=t) una cola	0,0363150	
Valor crítico de t (una cola)	1,90561790	
P(T<=t) dos colas	0,06326300	

En relación a dicho resultado es importante mencionar que las actividades experimentales según Gutiérrez (2005) están orientadas a capacitar al estudiante para que enfrente casos de la vida real, sintiendo en el aula de clase pequeñas partes de dicha realidad; dicha definición puede explicar el por qué las actividades experimentales ofrecen mejores resultados que la discusión en grupos, al menos en lo que refiere al estudio de la trigonometría en el grupo 10º2 de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín.

Un factor que puede haber afectado en dicho resultado es que las actividades experimentales, al igual que la discusión en grupos, se realizaron de forma colaborativa en donde diferentes personas plasmaron aportes constructivos para poder desarrollar a cabalidad y con éxito una actividad, y que además una de las ventajas que aportan las actividades experimentales aplicadas al estudio de las matemáticas es que exhortan al estudiante a pensar como matemático, a que no se queden como un espectador frente al desarrollo de la clase, sino que realicen aportes ya sean significativos o no, pero que se involucren en el proceso y así entiendan con mayor facilidad los conceptos enseñados en la clase (Salemi, 2002).

Una vez demostradas las ventajas que se presentan en la utilización de las actividades experimentales en el estudio de la trigonometría, sobre el uso de la discusión en grupos para el estudio de la misma temática, se procedió a realizar el análisis estadístico de la relación resultante entre el análisis de casos y las actividades

experimentales como estrategias de aprendizaje de los conceptos trigonométricos en el grupo anteriormente mencionado.

Además se puede observar en la tabla 13 también, como en la tabla 12 que el valor obtenido en la variable Estadístico t (5,176948601) es mayor que el valor obtenido en valor crítico de t (una cola) (1,710882067) y a su vez es mayor que el valor correspondiente a valor crítico de t (dos colas) (2,063898547), por lo tanto se demuestra que los resultados ofrecidos por las actividades experimentales son más positivos para el estudio de la trigonometría que los resultados obtenidos por medio del análisis de casos, ya que los valores obtenidos por las actividades experimentales fueron los que el investigador ubicó en la segunda columna para la prueba T .

Aunque Draper (1997) menciona que los resultados en cuanto a nivel de motivación y de aprestamiento de los conceptos puede ser igual en el estudio de casos que en las actividades experimentales, el presente estudio demuestra que para este caso no se cumple, por que los estudiantes que son objeto de la presente investigación han demostrado mayor empatía con las actividades experimentales que con el estudio de casos, dado que los valores expresados en los formatos de observación correspondientes a las clases desarrolladas mediante actividades experimentales indican que los estudiantes demostraron gran motivación, gran participación y mejor manejo de los conceptos trigonométricos en dicha clase en comparación con las clases desarrolladas mediante el estudio de casos y la discusión en grupos.

Tabla 133.***Análisis de casos vs Actividades experimentales***

Prueba T para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>Análisis Casos</i>	<i>Actividades Experimentales</i>
Media	2,466666667	4,533333333
Varianza	0,695238095	1,695238095
Observaciones	15	15
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	24	
Estadístico t	5,176948601	
P(T<=t) una cola	0,0000132834	
Valor crítico de t (una cola)	1,710882067	
P(T<=t) dos colas	0,0000265667	
Valor crítico de t (dos colas)	2,063898547	

Aunque ya se ha demostrado la superioridad de los resultados obtenidos con las actividades experimentales sobre los resultados obtenidos con las otras dos estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo, se realiza el análisis estadístico con la prueba t de Student a los datos obtenidos con el análisis de casos y con la discusión en grupos. En la tabla 14 se puede ver que el valor obtenido en Estadístico t (2,060408459) es superior al resultado obtenido en valor crítico de t (una cola) (1,724718218) y a su vez es mayor que el resultado del valor crítico de t (dos colas) (2,055963441).

Hay que tener en cuenta que lo anterior indica que el análisis de casos ofrece mejores resultados que la discusión en grupos para el estudio de la trigonometría en el grado décimo; lo anterior es importante tenerlo en cuenta ya que como mencionan Kahn y Kyle (2002) cuando se refieren a que es necesario estar alternando entre una estrategia metodológica y otra para no caer en el mal hábito de la monotonía, y así se evita causar que los estudiantes pierdan el interés debido al mal uso de las estrategias metodológicas.

Tabla 14.*Discusión en grupos Vs análisis de casos*

Prueba T para dos muestras suponiendo varianzas desiguales	discusión en	
	grupos	análisis de casos
Media	2,466666667	3,466666667
Varianza	0,695238095	2,838095238
Observaciones	15	15
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	20	
Estadístico t	2,060408459	
P(T<=t) una cola	0,026304056	
Valor crítico de t (una cola)	1,724718218	
P(T<=t) dos colas	0,052608112	
Valor crítico de t (dos colas)	2,055963441	

En seguida se analizan los resultados contenidos en la figura 4, en donde se pudo evidenciar claramente que siempre se obtuvieron mayores puntajes en las clases realizadas por medio de actividades experimentales, además, hay diferencias de resultados tanto en lo que corresponde a cada una de las sesiones y por ende en lo referente al puntaje total; ello indica que la hipótesis principal sobre cuál de las metodologías ofrece mejores resultados para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín es verdadera también por que dicha hipótesis supone que las actividades experimentales ofrecían mejores resultados que el análisis de casos y que la discusión en grupos, y ello fue demostrado estadísticamente por medio de la prueba T de Student.

Se hizo evidente entonces que lo que menciona Petress (2008) tiene toda validez, ya que los estudiantes del grupo que trabajó con la metodología basada en aprendizaje

activo, demostraron un aumento de ego y de confianza significativo; esto quedó demostrado a partir de los resultados del formato de observación en donde, progresivamente, aumentaba la cantidad de participantes activos en los equipos de trabajo conformados dando cuenta de una de las cualidades de las actividades realizadas en conjunto o entre pares y es que el trabajo en equipo es la disposición de trabajar de forma colaborativa y organizada en la consecución de un objetivo (Bonals, 2005).

Cuando los estudiantes son conscientes de su proceso de aprendizaje, los conceptos son más fáciles de interpretar y asimilar, debido a que se ven inmersos en su proceso de formación y en el descubrimiento de contenidos; dicha característica que ofrece el aprendizaje activo en los estudiantes y que es descrita por Michael y Modell (2008) se puede evidenciar en los resultados obtenidos en la encuesta dos, en donde los estudiantes pertenecientes al grupo experimental demostraron mayor asimilación e interpretación de conceptos trigonométricos, tal y como lo demuestran los valores obtenidos por la prueba T de Student aplicada a los valores obtenidos en ambas encuestas, que los estudiantes del grupo control sin importar cual de las actividades basadas en aprendizaje activo haya sido la utilizada para el estudio de dicho concepto.

En los datos anteriormente analizados se refleja lo que Barkley, Cross, y Howell (2007) refieren cuando mencionan que el aprendizaje en un contexto social, inmediato y real, influye de forma positiva en el proceso de aprendizaje del estudiante, ya que es allí en donde puede verse reflejados todos los conceptos y conocimientos adquiridos durante las sesiones de clase; además si en dichas sesiones el estudiante practica los conceptos

adquiridos por medio de actividades experimentales, estará mucho más preparado para cuando se le presente una situación similar en la vida real.

El nerviosismo en los integrantes del grupo 10°2 se vio disminuido con respecto al grupo que estudió basándose en aprendizaje pasivo o tradicional, esto se ve reflejado en las encuestas, ya que los educandos indicaron sentirse cómodos con el desarrollo de la clase, esto gracias a que como dice Alsup (2004) el trabajo en grupos disminuye el nivel de ansiedad en los estudiantes porque la responsabilidad total de un producto no recae únicamente sobre un individuo, sino que es repartida entre todos los integrantes del equipo de trabajo y ello genera en el estudiante mayor tranquilidad a la hora de opinar y de planear las acciones. Dichas acciones debieron haber sido planeadas por los integrantes de los grupos a la hora de desarrollar su actividad experimental en las sesiones de clase correspondientes.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

En el capítulo anterior se presentaron los hallazgos de la investigación, así como un análisis estadístico de los mismos, lo que permitió, además de tener organizados los datos con su correcta tabulación y categorización, un análisis basado en técnicas estadísticas orientadas a mostrar la magnitud de los hallazgos, a la vez que se realizó una discusión sobre los mismos a la luz de los referentes teóricos con los que se contaba para la presente investigación.

En el presente capítulo se presentan dichas conclusiones y recomendaciones generadas por el investigador y en ellas se puede ver un análisis crítico y reflexivo sobre los hallazgos correspondientes a la investigación desarrollada. Se darán a conocer qué oportunidades surgieron a partir de la misma y qué dificultades se presentaron para llevar a cabo el proceso investigativo, a la vez que se presenta un análisis de las implicaciones de los resultados de la investigación en relación con la pregunta de investigación planteada, al igual que con los objetivos presentados en los primeros capítulos del presente documento y la valoración de la aceptación o no de la hipótesis del trabajo.

Gracias análisis realizado, se le permitió al investigador emitir conclusiones y recomendaciones que pueden ser tomadas en cuenta por el lector, por toda la comunidad educativa que participó en el desarrollo del proyecto, incluyendo a los docentes, directivos, padres de familia y demás interesados en trabajar temas afines con la presente investigación.

Dar respuesta a la pregunta planteada desde los primeros capítulos, la cual consistía en aclarar ¿cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín? Fue el principal objetivo de la presente investigación, y para ello el investigador implementó tres diferentes estrategias metodológicas basadas en aprendizaje activo, las cuales fueron descritas en capítulos anteriores.

Antes de responder la pregunta de investigación, es recomendable abordar las diferentes cuestiones que debieron ser solucionadas para responder de forma crítica, fundamentada y analítica; para ello el tesista utilizó diferentes herramientas de recolección de datos con el fin de poder tener valores que pudiese comparar con el marco teórico del presente documento, para todo ello el investigador planteó una hipótesis que consiste en afirmar por hecho que el aprendizaje activo es beneficioso para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la I.E.C.N.O. y que la mejor estrategia para ello es por medio de las actividades experimentales, ya que ofrece mayores ventajas sobre la estrategia que se basa en la discusión en grupo y sobre el análisis de casos propuestos por el docente.

5.1 En relación con la hipótesis

Es importante indicar que lo primero que se analizó estadísticamente fue la conveniencia o no de implementar actividades basadas en aprendizaje activo en la enseñanza de la trigonometría en uno de los dos grupos de 49 estudiantes que fueron el

universo de la presente investigación. Dicho análisis estadístico, realizado por medio de la prueba T de Student, arrojó un resultado afirmativo sobre las ventajas de la implementación de las actividades, ya que por medio de las encuestas realizadas se pudo comprobar, que tanto la motivación como el entendimiento que los estudiantes expresaron frente al estudio de la trigonometría fue muy superior en comparación con el grupo que utilizó actividades basadas en aprendizaje activo.

En momentos posteriores al análisis de la conveniencia de actividades basadas en aprendizaje activo, se pudo determinar que la utilización de la discusión en grupos sí genera una buena motivación en los estudiantes para ser partícipes activos de la clase, dejando a un lado ese papel pasivo que la metodología tradicional infunde en ellos. Lo anterior es una de las características de la discusión en grupos, ya que los alumnos dialogan con sus pares académicos, de forma muy personalizada y sin la presión que les puede aparecer cuando hacen una participación individual frente a todo el salón y frente al docente.

Algo de lo que se pudo percibir el tesista es que aunque el nivel de motivación aumentó significativamente con la implementación de la discusión en grupo como estrategia de aprendizaje; dicha motivación obtuvo mejores resultados con la implementación de actividades experimentales como estrategia metodológica para el estudio de la trigonometría. Fue en ese rubro en donde por medio del análisis estadístico de la prueba T de Student, de los datos obtenidos mediante el formato de observación se pudo determinar que para los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente es mucho más provechoso estudiar mediante las actividades

experimentales aquella temática relacionada con la trigonometría, que mediante la discusión en grupos.

Los anteriores resultados y análisis realizados verifican la hipótesis planteada por el autor en un inicio de la investigación, indicando que en primera instancia la implementación de actividades basadas en aprendizaje activo sí es más conveniente para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la institución en la que se llevó a cabo la investigación, y que además las actividades experimentales son más provechosas en cuanto a motivación y comprensión de la temática estudiada que la discusión en grupo o el análisis de casos.

5.3. En relación al aprendizaje activo vs aprendizaje pasivo

Retomando lo dicho por Schwartz y Pollishuke (1998) se refutó su teoría sobre el presupuesto de que el deseo de aprender se acrecentaría constantemente, mientras su actitud se tornaría más positiva frente a la enseñanza, y que conforme se avanzaba en las clases utilizando técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje activo, se observaría que los estudiantes se involucrarían más en su propio proceso de formación; su interés por aprender el uso y la manipulación de los diferentes conceptos teóricos relacionados con la trigonometría, también aumentaría de manera significativa comparado con el interés demostrado por los estudiantes del grupo de comparación.

Otro de los preceptos que se confirmaron, fueron los que Castañeda, Centeno, Lomeli, Lasso, y Nava (2007) describieron: los estudiantes se comportarán más receptivos ante estímulos provenientes de una metodología más activa. Esto se verificó mediante el análisis de la información que se obtuvo mediante los formatos de

observación, observándose lo siguiente: los estudiantes que formaron parte del grupo experimental se comportaban constantemente de forma muy receptiva, estaban siempre atentos a las indicaciones del docente y apenas terminaban de realizar una de las tareas propuestas se preguntaban sobre el siguiente paso, lo que demostró una gran ventaja del uso del aprendizaje activo en la trigonometría sobre el aprendizaje pasivo en la misma rama de las matemáticas.

Una vez terminada la investigación es innegable la ventaja que ofrece el estudio de la trigonometría en los grados décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín, a través de una enseñanza basada en un método activo. Asimismo, se pudo evidenciar también que no es la única forma en que los estudiantes pueden adquirir los conocimientos necesarios para comprender dicha rama de las matemáticas, aunque sí favorece el aprendizaje significativo.

También, por medio de las encuestas se evidenció que algunos, aunque pocos, estudiantes del grupo de comparación expresaron haber entendido con claridad los conceptos estudiados, es por ello que allí se encuentra una contradicción sobre que “las matemáticas pueden ser aprendidas efectivamente únicamente envolviendo a los pupilos en experimentaciones, cuestionamientos, reflexiones, descubrimientos, inventos y discusiones” (Ahmed, 1987, pág. 9).

Con respecto a lo anterior, se puede decir entonces que aunque el aprendizaje activo sí ofrece cierta ventaja en el estudio de la trigonometría en los grados décimo de la institución anteriormente nombrada, no se puede decir que por medio de técnicas de enseñanza basadas en aprendizaje pasivo dicha rama de las matemáticas no pueda ser estudiada, simplemente se está haciendo alusión a que se puede obtener un mayor

aprendizaje si su estudio se hace mediante estrategias de enseñanza basadas en aprendizaje activo.

5.4. En relación a la pregunta de investigación

En relación a la pregunta de investigación, la cual es ¿cómo implementar el aprendizaje activo por medio del uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje que faciliten la comprensión, manipulación y entendimiento de conceptos relacionados con la trigonometría en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente de la ciudad de Medellín?, es acorde indicar que se debe tener siempre presente que lo más importante es que el estudiante esté motivado con su propio proceso de formación y que no se debe encasillar una materia con una sola estrategia de enseñanza, aunque las actividades experimentales demuestren buenos resultados, lo más adecuado es alternar entre una y otra estrategia de enseñanza siempre y cuando sea basada en aprendizaje activo.

5.5. Recomendaciones

Para todos aquellos individuos, organizaciones e instituciones que deseen utilizar el aprendizaje activo en la enseñanza de la trigonometría, cabe mencionarles la importancia que tiene el preparar la clase de una manera adecuada, previniendo posibles inconvenientes, creando un sistema de enseñanza – evaluación estructurado, de tal forma que en primera instancia, la clase no se torne pasiva, es decir, que la sesión de clase

nosea únicamente desarrollada por el docente y que en segunda instancia la motivación del estudiante siempre sea el principal aspecto a tener en cuenta para su aprendizaje.

De nada vale una clase altamente preparada si al estudiante no se le motiva hacia el desarrollo y participación activa, por eso es que se recomienda considerar que “hay que estructurar actividades de apertura para que los alumnos se conozcan entre sí, se pongan en movimiento, se comprometan mentalmente y se sientan interesados por la materia” (Silberman, 1998, pág. 45). Este es un principio fundamental de las metodologías activas, para acrecentar la motivación del estudiante hacia los hechos que acontecen dentro del aula y fuera de la misma en relación a la temática tratada durante las sesiones. Una vez se haya podido despertar la motivación adecuada en los estudiantes, el aprendizaje se verá reflejado mucho más radicalmente en la participación activa, cosa que no sucede cuando dicha motivación no se ha generado.

Es altamente recomendable el uso de las actividades experimentales como estrategia de enseñanza de la trigonometría, ya que tanto la motivación, como la adquisición, manipulación e interiorización de conceptos demuestran muy buenos niveles en los estudiantes, ya que si se pretende capacitar a los estudiantes para que enfrenen casos de la vida real habiendo obtenido una experiencia significativa dentro del aula de clase, entonces el uso de actividades experimentales es lo más adecuado (Gutiérrez, 2005).

Con respecto a lo anterior hay que tener mucho cuidado en que la clase no se torne redundante con la misma estrategia de enseñanza, es decir que la clase no se desarrolle siempre por medio de actividades experimentales, ya que si bien es cierto que ofrece

ventajas acerca de la motivación y comprensión de conceptos, cuando se es reincidente en su uso, la motivación del aprendiz puede disminuir y con ello restringir también la comprensión de los conceptos; por ello es importante que quienes deseen implementar estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo no se encierren en una sola estrategia sino que hagan uso de la diversidad de estrategias que hay y con su proceder vayan descubriendo por sí mismos cuáles son las más adecuadas para su contexto en particular.

Teniendo en cuenta la amplitud del área de las matemáticas sería interesante desarrollar investigaciones similares a la presente en otras ramas de las matemáticas como los son la estadística, el álgebra, la geometría, el cálculo y la probabilidad; y así contribuir de gran manera a los estudios que se realicen sobre la pertinencia del uso de las actividades basadas en aprendizaje activo en la enseñanza del área de las matemáticas.

Es importante también que quien desee ahondar en investigaciones similares, realice la comparación de otras estrategias basadas en aprendizaje activo diferentes a las del presente proyecto, esto debido a que no son las únicas existentes y según el contexto puede haber otras estrategias que ofrezcan mejores resultados, es por ello también que se hace importante realizar investigaciones similares en contextos diferentes.

5.6. Aporte científico al área del conocimiento

A partir de los análisis realizados y de las actividades desarrolladas se logró afianzar que el uso de las actividades basadas en aprendizaje activo, que es donde el estudiante juega un papel muy importante en su propio proceso de formación, es adecuado en lo que se refiere al estudio de la trigonometría, en especial aquellas

actividades en las que se invite al estudiante a realizar sus propias investigaciones, sus propios descubrimientos y sus propias conclusiones para después realizar una comparación con los referentes teóricos existentes.

Referencias

- Ahmed, A. (1987). *Better mathematics: a curriculum development study based on the Low Attainers in Mathematics Project*. Indiana: H.M.S.O.
- Alsup, J. (2004). A comparison of constructivist and traditional instruction in mathematics. *Educational Research Quarterly*, 8 (4), 3-17. Recuperado de <http://www.eric.ed.gov/PDFS/EJ718122.pdf>.
- Anglada-Monzón, P., y Tejero, C. (2012). Programas de formación "adventure based counseling". un estudio sobre le desarrollo de competencias vinculadas al trabajo en equipo. *anales de Psicología*, 28 (3), 938-n/a. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.6018/analesps.28.3.156181>.
- Arango, O. (2013, febrero 04). *Antioquia se rajó en matemáticas*. Retrieved febrero 20, 2013, from <http://actualidadeducativa.com.co/2013/02/04/antioquia-se-rajo-en-matematicas/>
- Ardila, R. (2001). *Psicología del aprendizaje*. México D.F.: Siglo XXI editores S.A.
- Argibay, M., y Celorio, G. (2005). *La Educación Para el Desarrollo* (1 ed.). Bilbao: RGM S.A.
- Barkley, E., Cross, K., y Howell, C. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo: Manual para el profesorado universitario*. Madrid: Morata.
- Barragán, R., Salman, T., Anyllón, V., Sanjinés, J., Langer, E., Córdova, J., et al. (2003). *Guía para la formulación de proyectos de investigación*. La Paz: FUNDACIÓN PIEB.
- Bayona, J. A., y Heredia, O. (2012). El concepto de equipo en la investigación sobre efectividaden equipos de trabajo. *Estudios Gerenciales*, 28 (123), 121-132. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/1221233924?accountid=150554>.
- Blaxter, L., Hugues, C., y Tight, M. (2008). *Cómo se investiga*. Barcelona: Graó.
- Bonals, J. (2005). *El trabajo en pequeños grupos en el aula*. Barcelona: Graó.
- Bouris, R., Creel, H., y Stortz, B. (1998). Improving student motivation in secondary mathematics by the use of cooperative learning. 142-142. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/62378981?accountid=150554>. (62378981; ED436353).
- Cantoral, R., y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Educación y pedagogía*, 15 (35), 203-214. Recuperado de <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/5953/5363>.

- Castañeda, J., Centeno, J., Lomeli, L., Lasso, M., y Nava, M. (2007). *Aprendizaje y Desarrollo*. Jalisco: Umbral.
- Charles, B., y James, E. (1991). *Active Learning: Creating Excitement in the Classroom*. Retrieved Febrero 15, 2013, from Eric Digest:
http://cursos.itesm.mx/courses/1/UV.ED5006L.1311.1/db/_34637348_1/active-learning-eric.pdf
- Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. *Desarrollo psicológico y educación, 2: Psicología de la educación escolar*, 157-186.
- Cook, T., y Reichardt, C. (2005). *Metodos cuantitativos y cualitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.
- Crook, C. (1998). *Ordenadores y Aprendizaje Colaborativo*. Madrid: Morata.
- Dobles, R. (1985). *Métodos, técnicas y recursos básicos para acciones educativas*. San José: Universidad estatal a distancia.
- Draper, R. (1997). ActiveLearning in Mathematics: Desktop teaching. *The mathematics Teacher, 90* (8), 622-625. Recuperado de
<http://search.proquest.com/docview/204616016?accountid=150554>.
- Fernández, A. (2004). *Investigación y técnicas de mercado*. Madrid: ESIC.
- Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- García, B. (2010). La Construcción De Conocimiento En Foros Virtuales De Discusión Entre Pares. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 44* (15), 85-111. Recuperado de <http://0-search.proquest.com.millennium.itesm.mx/prisma/docview/748341961/13D1F1C94D269C07E39/1?accountid=150554>.
- Gavalcoa, T. (2008). On Strategies Contributing to Active Learning. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA, 27* (3), 116-122. Recuperado de
<http://search.proquest.com/docview/62003090?accountid=150554>.
- Gómez, L. (1995). *El Léxico en el Español Actual: Uso y Norma*. Madrid: Arco Libros.
- Gomez, M. (2006). *Introducción a la metodología de la investigación científica*. Córdoba: Brujas.
- Gutiérrez, A. (2005). *Introducción a la metodología experimental*. México D.F.: Limusa S.A.

- Hamdan, M. (2005). Nonlinear Learning of Linear Algebra: Active Learning through Journal Writing. *International Journal of Mathematical Education in Science y Technology*, 36 (6), 607-615. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/62088269?accountid=150554>.
- Heinemann, K. (2003). *Introducción a la metodología de la investigación empírica en las ciencias del deporte*. Barcelona: A y M grafic.
- Hurtado, I., y Toro, J. (2007). *Paradigmas y métodos de investigación en tiempos de cambio*. Caracas: CEC. SA.
- Ibañez, P., y Carcía, G. (2006). *Matemáticas II: Geometría y Trigonometría*. Mexico D.F.: Thomson.
- Ishiyama, J. (2013). Frequently used Active Learning Techniques and Their Impact: a Critical Review of Existing Journal. *European Political Science: EPS*, 12 (1), 116-126. doi: <http://dx.doi.org/10.1057/eps.2012.3>.
- Jackson, S., y Mathews, M. (2011). The Risk Of Active Learning In The Classroom: Negative Synergy And Its Implications For Learning. *International Journal of Business and Social Science*, 2 (14), n/a. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/904521793?accountid=150554>.
- Jardine, R. (1997). Active Learning Mathematics History. *Primus*, 7 (2), 115-122. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/62641819?accountid=150554>.
- Jimenez, R. (2007). *Geometría y trigonometría*. México D.F.: Pearson Education.
- Johnson, D., y Johnson, R. (2004). *Assesing Student in Groups: Promoting Group Responsibility and Individual Accountability*. California: Corwin Press.
- Jones, K. (1993). Active Learning from the inside (abstract). *Management Development Review*, 6 (2), 8. Recuperado de <http://0-search.proquest.com/millennium.itesm.mx/docview/226080649/fulltext/13C6A82E248234D72E7/1?accountid=11643>.
- Kahn, P., y Kyle, J. (2002). *Effective Learning and Teaching in Mathermatics and Its Applications*. Londres: Routledge.
- Katzenbach, J. (2000). *El trabajo en equipo: ventajas y dificultades*. Barcelona: Granica S.A.
- Katzenbach, J., y Smith, D. (1993). *The wisdom of team. Creating the high-performance organization*. Boston: Harvard Busines School Press.
- Londoño, G. (2002). *educación médica y educación superior en Colombia*. Bogotá: Academia Nacional de Medicina.

- Maqueo, A. (2005). *Lengua, Aprendizaje y Enseñanza, el enfoque comunicativo: de la teoría a la práctica*. México D.F.: Limusa S.A.
- Martin, H. (2007). *Active Learning in the mathematics classroom*. California: Corwin Press.
- MEN, y ASCOFADE. (2006). *Estandares básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Ciudadanas: guías sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Mendez, Z. (2006). *Aprendizaje y Cognición* (1 ed., Vol. 9). San José de Costa Rica, Costa Rica: EUNED.
- Merisotis, J., y Phipps, R. (2000). Remedial Education in Colleges and Universities: What's Really Going On? *Review of Higher Education*, 24 (1), 67-25.
- Meyers, C., y Jones, T. (1993). *Promoting Active Learning. Strategies for the College Classroom*. San Francisco, California: Jossey-Bass Inc.
- Michael, J., y Modell, H. (2008). *Active Learning in Secondary and College Science Classrooms: A Working Model for Helping the Learner To Learn*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Moncada, J. (2005). *Estadística para ciencias del movimiento humano*. San José de Costa Rica: Editorial de la Universidad de Costa Rica.
- Morrison, G. (2005). *Educación infantil*. Madrid: PEARSON EDUCACIÓN S.A.
- Neil, J. (1999). *Métodos de investigación*. México: Prentice Hall.
- Norfleet, W. (2008). *Impact of active learner involvement on achievement and retention*. (Disertación doctoral). De la base de datos de Proquest Dissertations and Thesis. (UMI No. 3310878) .
- Ontoria, A., Gómez, J., Molina, A., y De Luque, A. (2006). *Aprendizaje centrado en el alumno: Metodología para una escuela abierta*. Madrid: Narcea S.A.
- Palmer, C., y Bibb, S. (1973). *Matemáticas Elementales*. Barcelona: Reverté S.A.
- Petress, K. (2008). What is Meant by "active Learning?". *Education*, 128 (4), 566-569.
- Piaget, J. (1928). *Judgment and reasoning in the child*. New York: Harcourt, Brace.
- Pica, R. (2008). In defense of Active Learning. *YC Young Children*, 63 (6), 52-53.
- Richardson, V. (1997). Constructivist teaching and teacher education: Theory and practice. (V. Richardson, Ed.) *Constructivist teacher education building a world of new understanding*, 3-19.

- Roman, E., y Herrera, J. (2010). Aprendizaje Centrado en el trabajo independiente. *Educación y Educadores*, 13 (1), 91-106. Recuperado de <http://0-search.proquest.com/millennium.itesm.mx/education/docview/722554403/13D337BB88FEAD4FAC/9?accountid=150554#>.
- Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Deusto.
- Saiz, I. (2007). *Enseñar matemática: números, formas, cantidades y juegos*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- Salemi, M. (2002). An illustrated case for active learning. *Southern Economic Journal*, 68 (3), 721-731. Recuperado de <http://search.proquest.com/docview/212138106?accountid=150554>.
- Salkind, N. (1999). *Métodos de investigación*. Mexico D.F.: Prentice Hall.
- Schoenfeld, A. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs an behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 338-335.
- Schwartz, S., y Pollishuke, M. (1998). *Aprendizaje activo: una organización de la clase centrada en el alumno*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Settles, B. (2012). *Active Learning*. Oregon: Morgan y Claypool.
- Silberman, M. (1998). *Active learning: 101 strategies to teach any subject*. Capital Federal, Argentina, Argentina: Troquel S.A.
- Suazo, S. (2009). *El uso de actividades lúdicas (juegos educativos) en la clase de matemáticas de cuarto grado en escuelas de un distrito escolar del centro de la isla*. (Disertación doctoral). De la base de datos de Proquest Education Journals. (UMI No. 3390317).
- Valenzuela, J., y Flores, M. (2012). *Fundamentos de la investigación educativa, Volumen II*. México D.F.: Editorial Digital Tecnológico de Monterrey.
- Valenzuela, J., y Flores, M. (2011). *Fundamentos de la investigación educativa, Volumen I*. México D.F.: Editorial Digital Tecnológico de Monterrey.
- Weltman, D. (2007). *A Comparison of Traditional and Active Learning Methods: An Empirical Investigation Utilizing a Linear Mixed Model*. (Disertación Doctoral). De la base de datos de Proquest. (UMI No 3288900).
- Yuni, J., y Urbano, C. (2006). *Técnicas para investigar y formular proyectos de investigación 2*. Córdoba: Brujas.
- Zapata, O. (2005). *Herramientas para elaborar tesis e investigaciones socioeducativas*. México D.F.: Pax México.

Apéndice A: Cuadro de triple entrada

Fuentes e instrumentos	Estudian-tes grado 10	Estudian-tes grado 10	Profesor trigonome- tría grado 10	Fundamento teórico	Pregunta(s) específica(s) a la que corresponde el constructo e indicador
Categorías e indicadores	Encuesta número 1	Encuesta número 2	Formato de observación		
Categoría o constructo A Aspectos actitudinales	X	X	X		
Indicador 1: Disposición del estudiante, previa al desarrollo de la clase.	X			Michael y Modell, (2008), pág. 22	Pregunta 1: ¿Cree que la trigonometría tiene alguna utilidad real en tu vida diaria? Pregunta 2: ¿si en la clase de matemáticas el único que informa de los conceptos es el profesor, ¿está usted de acuerdo con que esa es la mejor forma de aprender?
Indicador 2: Disposición del estudiante durante el desarrollo de la clase.	x	x	x	Jardine, R. (1997). Págs 115-116-117-118. Michael y Modell, (2008), pág. 22 Crook, (1998), pág. 157	Pregunta 3: ¿Cómo es la disposición frente al tema de la trigonometría enseñado de forma magistral? Pregunta 4: ¿Cómo es la disposición frente al aprendizaje activo y como se ve reflejado ello en la adquisición de conocimiento? Pregunta 5: ¿Cómo es la participación de los estudiantes en clase dependiendo de la metodología utilizada? Pregunta 6: ¿De acuerdo como le enseñan se siente motivado para estudiar matemáticas? Pregunta 7: ¿Cómo fue la participación de los estudiantes en los grupos pequeños? Pregunta 8: ¿Cómo fue la participación de los estudiantes en la clase? Pregunta 9: ¿Cómo fue la disposición de los estudiantes durante el transcurso de las actividades?
Categoría o constructo B Aspectos	x	x	x		

procedimentales					
Indicador 1. Participación del estudiante en el desarrollo de la sesión de clases.	X	X	X	Pica, (2008). Págs. 52, 53. Mendez, (2006), pág. 60. Ahmed, (1987). Pág. 9. Londoño (2002). Pág 60, 61, 62	Pregunta 10: Cuando usted desea participar en una clase, ¿el docente le brinda la oportunidad para hacerlo? Pregunta 11: ¿Qué es lo que más le gusta de las clases de matemáticas, especialmente cuando se está estudiando la trigonometría? Pregunta 12: Cuando el profesor explica todo en el tablero, ¿usted está realmente aprendiendo lo que necesita para solucionar problemas reales basándose en fundamentos trigonométricos? Pregunta 13: ¿Cómo siente que es su participación en el desarrollo de la clase? Pregunta 14: ¿Mediante la utilización de las técnicas de estudio en donde el estudiante es quien orienta su propio proceso, es más significativo el aprendizaje obtenido sobre la trigonometría? Pregunta 15: ¿Apoyaría usted una iniciativa para que todos los temas de matemáticas fueran estudiados mediante la participación activa del estudiante? Pregunta 16: ¿Cuántos estudiantes participaron en el desarrollo de las clases? Pregunta 17: ¿Cuál es el promedio de participación de cada estudiante? Pregunta 18: ¿cuántas interrupciones a la clase se presentaron en promedio?
Categoría o constructo C Aspectos conceptuales Indicador 1 Manejo de los conceptos trigonométricos básicos	X	X		Suazo, (2009), p. 48. Ahmed, (1987), p. 9 Salemi,	Pregunta 19: ¿Se siente usted con la capacidad de aplicar las identidades trigonométricas para determinar otras relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo para solucionar problemas cotidianos? Pregunta 20: ¿Comprende usted la

(2002), pág. 5 utilidad el teorema de Thales en la vida diaria?
Pregunta 21: ¿El aprendizaje obtenido durante las actividades de los últimos días en la clase de matemáticas puede aplicarlo a la vida real o solo es un tema más que será evaluado al final del periodo?
Pregunta 22: ¿La forma en que se ha desarrollado la clase de matemáticas en los últimos días lo motiva a usted para utilizar el teorema de Thales en problemas de la vida real?
Pregunta 23: ¿Recuerda usted cuáles son los triángulos sobre los cuales se basa el teorema de Pitágoras?
Pregunta 24: ¿Entiende claramente cómo el teorema de Pitágoras es utilizado para explicar gran cantidad de fenómenos de la vida real?
Pregunta 25: ¿Cuál teorema dice que si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados se obtiene un triángulo semejante al original?

Apéndice B: Encuesta 1 (previa al procedimiento)

Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente - Grado Décimo

Estimado(a) estudiante, su opinión acerca de los procedimientos y su conocimiento sobre los temas básicos de la trigonometría son muy importantes para la presente investigación, por lo tanto se le agradece de antemano la colaboración sería, respetuosa y objetiva a la hora de participar en la siguiente encuesta tenga en cuenta que las respuestas no afectarán para nada las notas de ningún área del saber que esté estudiando. A continuación se presentan 12 preguntas relacionadas con el desarrollo de las clases de matemáticas en especial del tema de la trigonometría, por favor marque con una X la casilla que más represente su forma de pensar.

1. Cuando usted desea participar en una clase, ¿el docente le brinda la oportunidad para hacerlo?

A	Siempre	
B	Casi siempre	
C	A veces	
D	Pocas veces	
E	Nunca	

2. ¿Cómo describiría su nivel de comprensión de los contenidos de la trigonometría que ha estudiado hasta el momento?

A	Excelente	
B	Alto	
C	Bueno	
D	Regular	
E	Malo	

3. ¿Qué es lo que más le gusta de las clases de matemáticas, especialmente cuando se está estudiando la trigonometría?

A	Las prácticas	
B	Las explicaciones del profesor en el tablero	
C	Los exámenes	
D	La cantidad de teoría que se copia en el cuaderno	
E	Nada	

4. ¿Crees que la trigonometría tiene alguna utilidad real en tu vida diaria?

A	Si, en todo momento	
B	Si, aunque muy de vez en cuando	
C	Si, aunque realmente no la necesito	
D	Solo si fuera a estudiar en la universidad	
E	No, solo sirve para ganar el año	

5. De acuerdo como le enseñan las matemáticas ¿para usted es fácil estudiar matemáticas?

A	Si, ya que copio todo en el cuaderno	
B	Si, por que el profesor me lo explica todo y no debo buscar nada.	
C	No, porque no le entiendo casi al profesor	
D	A veces, porque cuando no entiendo le pregunto a un compañero	
E	No, porque me gustaría que no siempre fuera copiar en el cuaderno.	

6. Se siente con la capacidad de solucionar situaciones problema reales aplicando el teorema de Pitágoras.

A	Siempre	
B	Casi siempre	
C	A veces	
D	Pocas veces	
E	Nunca	

7. De acuerdo a como le enseñan ¿se siente motivado para estudiar matemáticas?

A	Demasiado	
B	Mucho	

C	Normal	
D	Poco	
E	No	

8. Cuando el profesor explica todo en el tablero, ¿usted está realmente aprendiendo lo que necesita para solucionar problemas reales basándose en fundamentos trigonométricos?

A	Siempre	
B	Casi siempre	
C	A veces	
D	Pocas veces	
E	Nunca	

9. Siente que su participación en el desarrollo de la clase es:

A	Muy buena porque realizo aportes y el profesor los tiene en cuenta	
B	Muy buena porque cuando tengo una duda, la expongo y la soluciono	
C	Buena porque no me quedo atrasado	
D	Muy buena porque no hago ruido ni interrumpo la clase	
E	Excelente porque nunca interrumpo al profesor	

10. Cuando se termina una clase de matemáticas ¿el tema que continúa hablando con sus compañeros es el mismo de la clase?

A	Siempre	
B	Casi siempre	
C	A veces	
D	Pocas veces	
E	Nunca	

11. Se siente usted con la capacidad de aplicar las identidades trigonométricas para determinar otras relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo para solucionar problemas cotidianos.

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

12. Si en la clase de matemáticas el único que informa sobre los conceptos es el profesor ¿está usted de acuerdo con que esa es la mejor forma de aprender?

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

AGRADEZCO SU ATENCIÓN PRESTADA, SU TIEMPO Y LA VALIOSA COLABORACIÓN

Apéndice C: Encuesta 2 (posterior al procedimiento)

Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente - Grado Décimo

Estimado(a) estudiante, su opinión acerca de los procedimientos y su conocimiento sobre los temas básicos de la trigonometría son muy importantes para la presente investigación, por lo tanto se le agradece de antemano la colaboración seria, respetuosa y objetiva a la hora de participar en la siguiente encuesta tenga en cuenta que las respuestas no afectarán para nada las notas de ningún área del saber que esté estudiando. A continuación se presentan 12 preguntas relacionadas con el desarrollo de las clases de matemáticas en especial del tema de la trigonometría, por favor marque con una X la casilla que más represente su forma de pensar.

1. ¿La metodología implementada en los últimos días facilita aprender conceptos complejos de la trigonometría?

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

2. ¿Comprende usted la utilidad el teorema de Thales en la vida diaria?

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

3. ¿El aprendizaje obtenido durante las actividades de los últimos días en la clase de matemáticas puede aplicarlo a la vida real o solo es un tema más que será evaluado al final del periodo?

A	Se puede aplicar a los fenómenos de la vida real en cualquier momento	
B	Se puede aplicar a la vida real pero en casos muy especiales	
C	Se puede aplicar solo en ejercicios propuestos en clase	
D	Solo me sirve para estudiar para el examen de final de periodo	
E	No me sirve ni para la vida real ni para el examen del final del periodo	

4. ¿La forma en que se ha desarrollado la clase de matemáticas en los últimos días lo motiva a usted para utilizar el teorema de Thales en problemas de la vida real?

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

5. ¿Recuerda usted cuales son los triángulos sobre los cuales se basa el teorema de Pitágoras?

A	Si, triángulos rectángulo	
B	Si, triángulos pitagorecos	
C	Si, triángulos equiláteros	
D	Si, triángulos escalenos	
E	No	

6. ¿Entiende claramente cómo el teorema de Pitágoras es utilizado para explicar gran cantidad de fenómenos de la vida real?

A	Demasiado	
B	Mucho	
C	Normal	
D	Poco	
E	No	

7. ¿Mediante la utilización de las técnicas de estudio en donde el estudiante es quien orienta su propio proceso, es más significativo el aprendizaje obtenido sobre la trigonometría?

A	Sí, porque uno aprende mucho más haciendo las cosas que escribiéndolas en el cuaderno	
---	---	--

B	Si porque así uno estudia lo que quiere y no lo que se está viendo en la materia	
C	Es igual que cuando se estudia sin la participación del estudiante	
D	No, porque es mejor copiar en el cuaderno y escuchar al profesor que es el que sabe todo.	
E	No es significativo porque así no se aprende nada, solo se pierde tiempo.	

8. ¿Después de realizar las actividades propuestas en la clase de matemáticas usted piensa que:

A	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es excelente.	
B	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es bueno	
C	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es básico	
D	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es regular	
E	Su manejo del teorema de Pitágoras y el teorema de Thales es malo	

9. Cuando se desea medir la altura de un objeto demasiado alto y no se tienen los recursos necesarios para dicha medición se utiliza el teorema de:

A	Thales	
B	Pitágoras.	
C	Arquímedes	
D	La altura	
E	La comparación	

10. ¿Apoyaría usted una iniciativa para que todos los temas de matemáticas fueran estudiados mediante la participación activa del estudiante?

A	Si me gustaría demasiado y haría todo lo posible para que fuera así.	
B	Si estaría a favor aunque no haría nada para que se hiciera así	
C	Me da igual si cambia la metodología o si sigue igual	
D	No lo apoyaría pero tampoco haría nada en contra de ello.	
E	Me opondría rotundamente y haría todo lo posible para que no fuera así	

11. En un triángulo rectángulo se define como SENO de un ángulo al valor obtenido al dividir

A	La longitud del cateto opuesto al ángulo entre la longitud de la hipotenusa	
B	La longitud del cateto adyacente al ángulo entre la hipotenusa	
C	La longitud del cateto opuesto entre la longitud del cateto contiguo	
D	La longitud de la hipotenusa entre el cateto opuesto	
E	La longitud entre el cateto opuesto entre el cateto a favor	

12. El teorema que dice que si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados se obtiene un triángulo semejante al original es:

A	El teorema de Thales	
B	El teorema de Pitágoras.	
C	El teorema de Arquímedes	
D	El teorema de la altura	
E	El teorema de la comparación	

AGRADEZCO SU ATENCIÓN PRESTADA, SU TIEMPO Y LA VALIOSA COLABORACIÓN

Apéndice D: Formato de observación cuantitativa

Fecha: _____

Grupo: 10º ____, # de participantes: _____

Observador: _____

1. La participación de los estudiantes en la clase fue:

Constante y demasiado constructiva	
Contante pero de poca calidad	
Poca pero constructiva	
Poca al igual que la calidad	
nula	

2. La participación de los estudiantes en los grupos pequeños (si existieron) fue:

Constante y demasiado constructiva	
Contante pero de poca calidad	
Poca pero constructiva	
Poca al igual que la calidad	
nula	

3. La disposición de los estudiantes durante el transcurso de las actividades fue:

Excelente	
Muy buena	
Buena	
Regular	
Malá	

4. Los estudiantes que participaron en el desarrollo de la clase fueron:

Entre 41 y 49	
Entre 31 y 40	
Entre 21 y 30	
Entre 11 y 20	
Entre 0 y 10	

5. Sumatoria de participaciones de los estudiantes en las sesiones de clase:

6. El promedio de participación de cada estudiante fue:

Entre 4 y 4.9 veces por clase.	
Entre 3 y 3.9 veces por clase.	
Entre 2 y 3.9 veces por clase.	
Entre 1 y 1.9 veces por clase.	
Entre 0 y 0.9 veces por clase	

7. La cantidad de estudiantes que expresaron no querer participar en las clases fue:

Entre 41 y 49	
Entre 31 y 40	
Entre 21 y 30	
Entre 11 y 20	
Entre 0 y 10	

8. Los estudiantes que expresaron haber obtenido claramente el conocimiento mediante las actividades fue:

Entre 41 y 49	
Entre 31 y 40	
Entre 21 y 30	
Entre 11 y 20	
Entre 0 y 10	

9. La cantidad de interrupciones durante las sesiones de clase por indisciplina de los estudiantes fue:

Entre 0 y 1	
Entre 2 y 4	
Entre 5 y 7	
Entre 8 y 10	
Igual o mayor a 11	

10. La cantidad de veces que los estudiantes recurrieron al docente para aclarar dudad teóricas fue:

Menor de 5 veces	
Entre 5 y 6	
Entre 7 y 8	
Entre 8 y 10	
Mayor o igual a 11	

11. Tiempo promedio en el que los estudiantes llevaron a cabo su proceso de aprendizaje en la clase:

___ Minutos de ___ minutos en total

12. El desarrollo de la clase fue llevado a cabo por los estudiantes durante:

El 100% del tiempo	
Entre el 75% y el 99% del tiempo	
Entre 50% y el 74% del tiempo	
Entre el 25 y el 49% del tiempo	
Entre 0% y el 24% del tiempo	

13. El papel del estudiante en general fue:

Activo, ya que siempre estuvo proponiendo cambios y procedimientos para el correcto estudio de la temática	
Entre pasivo y activo: porque muy pocas veces tenían iniciativa de hacer algo y si lo hacían lo hacían por cumplir.	
Pasivo, ya que no hacían nada por iniciativa propia y solo trabajaban para cumplir lo requerido con los logros mínimos	

14. En general el desarrollo de la clase se puede catalogar como:

Muy positivo, ya que la respuesta de los todos los estudiantes fue la adecuada y se obtuvieron grandes resultados.	
Positivo, debido a que el desarrollo de la clase contó con la participación de algunos estudiantes	
Bueno: debido a que uno que otro	

estudiante participó activamente en las actividades y los demás participaron pasivamente en la obtención de los objetivos.	
Regular, ya que la mayoría de los estudiantes se dedicó a transcribir información y el aprendizaje no fue muy significativo.	
Malo, porque ningún estudiante participó en la actividades propuestas, generando desorden y por ende malos resultados en la obtención de logros.	

15. El tiempo de la clase fue suficiente para el desarrollo de cada actividad propuesta.

Si, antes sobró tiempo para poder hacer una socialización constructiva.	
Si, además sobró tiempo para hacer una pequeña socialización de la actividad.	
Si, aunque la socialización de la actividad hubo que aplazarla constantemente por la precisión del tiempo.	
No, hubo que dedicar tiempo de la sesión siguiente para que los estudiantes pudieran terminar las actividades	
No, surgió la necesidad de utilizar más de dos sesiones de clase para poder terminar una actividad.	

Apéndice E: Fichas para conformación de grupos de forma aleatoria

Descripción: Las fichas deberán repartirse de forma aleatoria entre los estudiantes del grado décimo, y ellos deberán reunirse en grupos pequeños de trabajo según el color de ficha que les tocó, es decir, solo podrán conformar grupos de trabajo aquellos que tengan la ficha del mismo color que sus compañeros, conformando así un total de 10 grupos pequeños de 5 estudiantes cada uno, en donde un grupo quedará únicamente con cuatro integrantes.

Fichas:

Apéndice F. Documentos referenciados para el estudio de la trigonometría

GUIA DE TRIGONOMETRÍA

Los ángulos se pueden medir en grados sexagesimales y radianes. Un ángulo de **1 radian** es aquel cuyo arco tiene longitud igual al radio.

- $360^\circ = 2\pi$ radianes (una vuelta completa) - Un ángulo recto mide $\frac{\pi}{2}$ radianes (un cuarto de vuelta)
- $180^\circ = \pi$ radianes (media vuelta) - Como $180^\circ = \pi$ rad, resulta que $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad
- Un ángulo de 1 radian tiene $\frac{180}{\pi} = 57,29578$ grados $= 57^\circ 17' 45''$

Para transformar de una unidad a otra, usamos la regla de tres:

$$\frac{180^\circ}{x^\circ} = \frac{\pi \text{ rad}}{y} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{ejemplo: } 40^\circ \text{ a rad} \quad \frac{180^\circ}{40^\circ} = \frac{\pi \text{ rad}}{y} \rightarrow y = \frac{40^\circ \pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{4\pi \text{ rad}}{18} = \frac{2\pi \text{ rad}}{9}$$

Ejercicios:

Transformar el ángulo de grados a rad:

- 1) 15° 2) 35° 3) 80° 4) 150° 5) 200°
 6) 90° 7) 60° 8) 45° 9) 30°

Transformar el ángulo de rad a grados:

- 1) $\frac{\pi}{5} \text{ rad}$ 2) $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$ 3) $3\pi \text{ rad}$ 4) $\frac{17\pi}{4} \text{ rad}$

Aplicaciones de la medida en radianes

De la definición de la medida en radianes se deduce que la longitud de un arco circular de radio r y ángulo igual a α radianes es:

$$S = r \cdot \alpha \quad , \quad S: \text{ arco circunferencia, } r: \text{ radio y } \alpha: \text{ ángulo en rad}$$

Ya que conocemos el perímetro de una circunferencia de radio unitario ($2\pi r = 2\pi$), entonces el ángulo de una circunferencia completa, medido en radianes es 2π .

Ejemplo aplicación

Una correa conecta dos poleas de radios $r = 10$ cm y $R = 25$ cm. Si la grande da un giro completo, ¿qué ángulo expresado en grados habrá girado la pequeña?

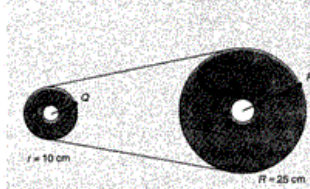


Figura 1.11.

Solución:

El punto P recorre la misma distancia que el punto Q (evidente si piensas en el movimiento de la correa). La longitud del arco recorrido por P en una vuelta es:

$$s_p = R \cdot \alpha_p = 25 \cdot 2\pi = 50\pi = 157,08 \text{ cm}$$

Por tanto, el ángulo girado por Q es:

$$\alpha_Q = \frac{s_Q}{r} = \frac{s_p}{r} = \frac{157,08}{10} = 15,708 \text{ radianes}$$

O sea,

$$15,708 \cdot \frac{180}{\pi} = 900^\circ$$

2 Un aspersor funciona con un mecanismo que le produce un movimiento de giro, de ida y vuelta, de $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ radianes y 16 m. halla el área A de la superficie de césped regada.

Solución:

Riega un sector de ángulo $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ radianes y radio 16 m. así que:

$$A = \frac{1}{2} (16)^2 \frac{\pi}{3} = 134 \text{ m}^2$$

3 En un *sprint* los ciclistas alcanzan una velocidad de 20 m/s (72 km/h). ¿Cuál es la velocidad angular de las ruedas, es decir, cuántos grados gira por segundo? (Radio de las ruedas = 35 cm).

Solución:

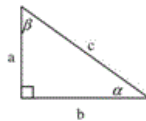
Como cada giro de la rueda hace avanzar $2\pi r = 0,70\pi = 2,20 \text{ m}$. en un segundo da $\frac{20}{2,20} = 9,095$ vueltas, o sea $9,095$ veces 360° , unos 3.274° . (Más de 30° en una centésima de segundo, ¡impresionante!).

Ahora tu

- 1) ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las cuatro y media en punto? Y a las 10:20 hrs.?
- 2) Halla el radio r de una rueda que gira 300 vueltas por minuto impulsada por una correa que se mueve a 45 m/s .
- 3) La rueda de un vehículo tiene un diámetro de 90 cm . ¿Cuántas vueltas da aproximadamente por minuto cuando viaja a 120 km/h ?

Funciones trigonométricas

Utilizaremos un triángulo rectángulo para definir las funciones trigonométricas: seno (sen), coseno (cos), tangente (tan), cotangente (cot), secante (sec) y cosecante (cosec).



En un triángulo rectángulo, estas funciones se definen como sigue:

$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} & \text{tan } \alpha &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} & \text{sec } \alpha &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} \\ \text{cos } \alpha &= \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} & \text{cot } \alpha &= \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} & \text{cosec } \alpha &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} \end{aligned}$$

Aquí podemos darnos cuenta que basta con conocer las funciones $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$ para poder calcular las otras funciones, veamos por qué:

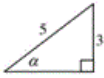
$$\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} \quad \text{cot } \alpha = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha} \quad \text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha} \quad \text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

Aplica los contenidos de matemática común y calcula los valores de los ángulos de 30° , 45° y 60°

Demostrar que: $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$, usa los valores de los ángulos anteriores y después demuéstralo para cualquier valor del ángulo.

Ejemplo:

1) Un ángulo agudo α tiene $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$. Halla las restantes razones trigonométricas de este ángulo.

1º método: Usando triángulos	2º método: Usando las identidades básicas
<p>Por teorema de Pitágoras buscamos el otro cateto del triángulo, es que es 4</p>  <p>Ahora aplicamos las definiciones de las funciones trigonométricas y encontramos:</p> $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$ $\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{c.ad.}}{\text{hip}} = \frac{4}{5}$ $\tan \alpha = \frac{\text{c.op.}}{\text{c.ad.}} = \frac{3}{4}$ $\operatorname{cot} \alpha = \frac{\text{c.ad.}}{\text{c.op.}} = \frac{4}{3}$ $\operatorname{sec} \alpha = \frac{\text{hip}}{\text{c.ad.}} = \frac{5}{4}$ $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{\text{hip}}{\text{c.op.}} = \frac{5}{3}$	<p>Por la identidad $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$ tenemos que:</p> $\operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$ $\operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \rightarrow \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25}$ $\operatorname{cos}^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \operatorname{cos} \alpha = \frac{4}{5}$ <p>Luego, usando estos dos valores, del seno y coseno, calculamos todas las demás funciones:</p> $\tan \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$ <p>así sucesivamente.....</p>

Ejercicios:

- Si $\operatorname{cos} \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, encuentra las otras funciones. Entrega los valores simplificados y racionalizados.
- Si $\operatorname{cos} \beta = 0,2$, encuentra las otras funciones.
- Si $\tan \alpha = \frac{5}{9}$, encuentra las otras funciones.

Ángulos complementarios:

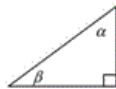
En el triángulo rectángulo siguiente:

$$\operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{cos} \alpha$$

$$\operatorname{cos} \beta = \operatorname{cos}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\tan \beta = \tan(90^\circ - \alpha) = \operatorname{cot} \alpha$$

En estas relaciones, se cumplen con dos ángulos que son complementarios, que suman 90° , y se dicen que estas funciones son **cofunciones** una de la otra.



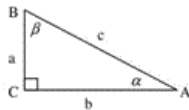
$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

Ejemplos de uso de las cofunciones:

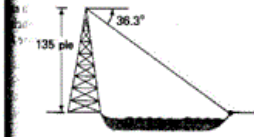
- Calcular $\operatorname{sen} 30^\circ$.
 $\operatorname{Sen} 30^\circ = \operatorname{sen}(90^\circ - 30^\circ) = \operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1}{2}$
- Expresar los siguientes valores de funciones trigonométricas como el valor de la función de un ángulo positivo menor que 45° .
 a) $\operatorname{sen} 72^\circ \rightarrow \operatorname{sen} 72^\circ = \operatorname{sen}(90^\circ - 72^\circ) = \operatorname{cos} 18^\circ$
 b) $\operatorname{cos} 46^\circ \rightarrow \operatorname{cos} 46^\circ = \operatorname{cos}(90^\circ - 46^\circ) = \operatorname{sen} 44^\circ$

Ejercicios:

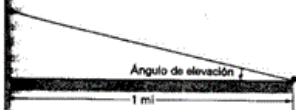
- Expresar el valor de la función trigonométrica en términos de un ángulo no mayor que 45° :
 a) $\operatorname{sen} 60^\circ$ b) $\operatorname{cos} 84^\circ$ c) $\tan 49,8^\circ$ d) $\operatorname{sen} 79,6^\circ$
- Resolver los triángulos rectángulos para los datos dados. Usa calculadora.
 a) $\alpha = 24^\circ$ y $c = 16$.
 b) $a = 32,46$ y $b = 25,78$
 c) $\alpha = 24^\circ$ y $a = 16$
 d) $\beta = 71^\circ$, $c = 44$
 e) $a = 312,7$; $c = 809$
 f) $b = 4,218$; $c = 6,759$
 g) $\beta = 81^\circ 12'$; $a = 43,6$



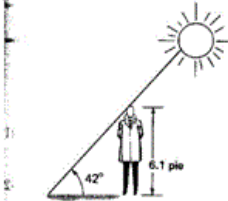
3. Una torre de 135 pie de altura está situada en la orilla de un lago. Desde la punta de la torre, el ángulo de depresión de un objeto en la orilla opuesta del lago es 36.3° . ¿Cuál es la anchura del lago?



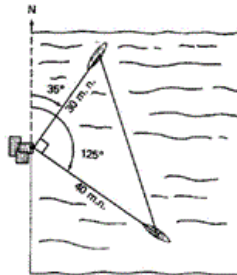
5. El edificio Empire State (en Nueva York) tiene 1250 pie de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación de su último piso desde un punto de la calle que está a 1 mi (5280 pie) desde la base del edificio?



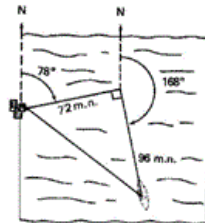
6. Si el ángulo de elevación del Sol es 42° , ¿cuál es la longitud de la sombra proyectada sobre el suelo de una persona que mide 6.1 pie de altura?



4. Dos embarcaciones salen de puerto al mismo tiempo. La primera navega con un curso de 35° a 15 nudos, mientras que la segunda lo hace con un curso de 125° a 20 nudos. Obtenga, después de 2 h, (a) la distancia entre las naves; (b) la orientación de la primera embarcación respecto a la segunda; y (c) la orientación de la segunda respecto a la primera.



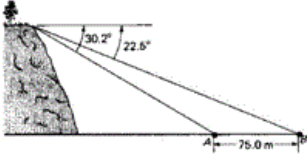
7. Un barco sale de puerto y durante 4 horas sigue un curso de 78° a 18 nudos. Después, la nave cambia al curso a 168° y lo sigue durante 6 h a 16 nudos. Después de 10 h, (a) ¿cuál es la distancia del barco al puerto?, y (b) ¿cuál es la orientación del puerto con respecto a la nave?



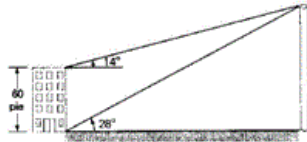
Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50m., se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto iremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el río formando un ángulo de 60° con nuestra orilla?

Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8m. del suelo y observa el edificio de enfrente. La parte superior con un ángulo de 30 grados y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45 grados. Determine la altura del edificio señalado.

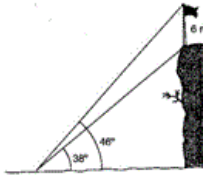
10. Los puntos A y B están en una misma recta horizontal con el pie de una colina, y los ángulos de depresión de estos puntos desde la cima son 30.2° y 22.5° , respectivamente. Si la distancia entre A y B es 75.0 m, ¿cuál es la altura de la prominencia?



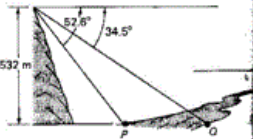
12. Al observar desde el último piso de un edificio de 60 pie de altura, el ángulo de elevación del extremo superior o tope de un poste vertical, es de 14° . Desde la base del edificio, el ángulo de elevación del extremo del poste es 28° . Obtenga (a) la altura del poste y (b) la distancia del edificio al poste.



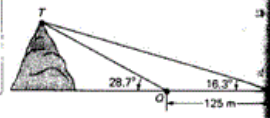
Desde un punto a ras de suelo, los ángulos de elevación que presentan la base y la punta de un mástil de 6 m de altura, colocado sobre un acantilado, son 38° y 46° . Estima la altura del acantilado.



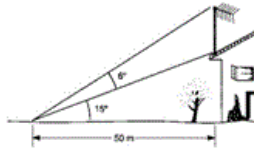
11. Desde la cima de una montaña de 532 m de altura con respecto a un río cercano, el ángulo de depresión de un punto P en la ribera más cercana del río es de 52.6° , y el ángulo de depresión de un punto Q directamente opuesto a P en la otra ribera, es de 34.5° . Los puntos P , Q y el pie de la montaña están en una misma horizontal. Obtenga la distancia correspondiente a la anchura del río entre P y Q .



13. El punto T está en la cumbre de un montaña. Desde un punto P del suelo, el ángulo de elevación de T es 16.3° . Desde el punto Q en la misma horizontal con P y el pie de la montaña, el ángulo de elevación de T es 28.7° . ¿Cuál es la altura de la prominencia si la distancia entre P y Q es 125 m?



15. Calcule la altura de la antena que está sobre el tejado de la casa.



Sobre un plano horizontal, un mástil está sujeto por dos cables, de modo que los tirantes fan a lados opuestos. Los ángulos que forman estos tirantes con respecto al suelo son 27° y 48° . Si la distancia entre las cuñas es de 50 m. ¿cuánto cable se ha gastado?, ¿es la altura a la cual están sujetos los cables?

Desde lo alto de una torre de 300 m. de altura se observa un avión con un ángulo de elevación de 15 grados y un automóvil en la carretera, en el mismo lado que el avión, con un ángulo de depresión de 30 grados. En ese mismo instante, el conductor del automóvil ve al avión con un ángulo de elevación de 65 grados. Si el avión, el auto y el observador se encuentran en el mismo plano vertical: calcule la distancia entre el avión y el automóvil, también calcule la altura a la que vuela el avión en ese instante.

Identidades Trigonómicas

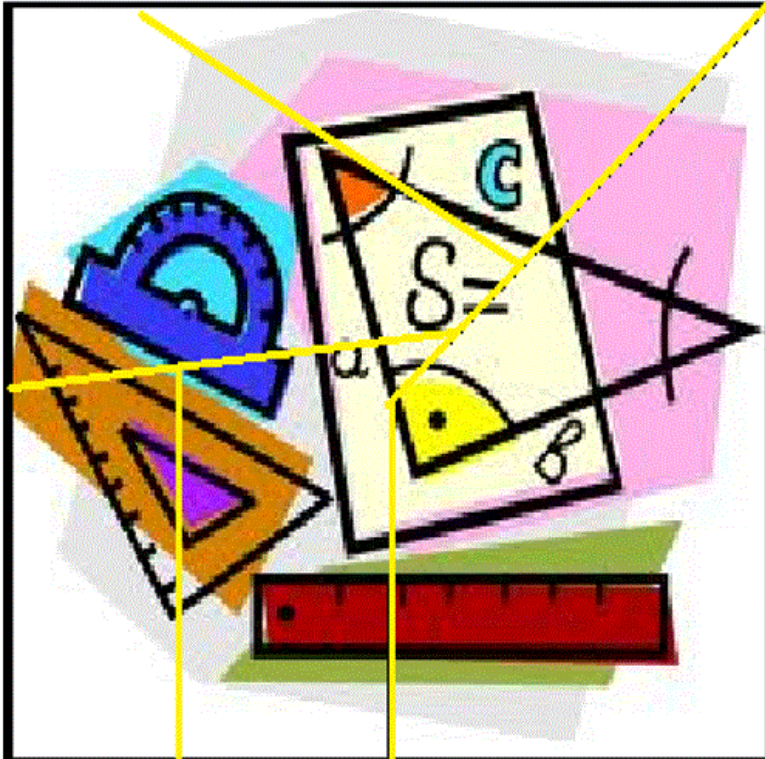
Demuestra las siguientes Identidades:

14. Express $(\sin \theta + \tan \theta)/(\sec \theta + 1)$ in terms of $\sin \theta$ only.
 15. Express $(\tan \theta + \cot \theta)/(\sec \theta \sin \theta)$ in terms of $\cos \theta$ only.
- Prove the following identities.
16. $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$
 17. $1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$
 18. $\sin \theta \cos \theta \sec \theta \csc \theta = 1$
 19. $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} = 2 \sec^2 \theta$
 20. $\cos \theta + \tan \theta \sin \theta = \sec \theta$
 21. $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$
 22. $\frac{\tan \theta - \cot \theta}{\tan \theta + \cot \theta} = 2 \sin^2 \theta - 1$
 23. $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$
 24. $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$
 25. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$
 26. $\cot \theta + \tan \theta = \cot \theta \sec^2 \theta$
 27. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta} = \csc^2 \theta$
 28. $(\csc \theta - \cot \theta)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$
 29. $(\sec \theta - \tan \theta)^2 = \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$
 30. $(\cos \theta - \sin \theta)^2 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1$
 31. $\frac{\cot^2 \theta - 1}{1 + \cot^2 \theta} = 2 \cos^2 \theta - 1$
 32. $\frac{1 + \csc \theta}{\csc \theta - 1} = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$
 33. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \tan \theta + \cot \theta$
 34. $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 1 - 2 \sin^2 \theta$
 35. $\frac{2 \sin^2 \theta - 1}{\sin \theta \cos \theta} = \tan \theta - \cot \theta$
 36. $\sec \theta \csc \theta - 2 \cos \theta \csc \theta = \tan \theta - \cot \theta$
 37. $\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{\cot \theta - 1}{\cot \theta + 1}$
 38. $\frac{\sin \theta}{\csc \theta - \cot \theta} = 1 + \cos \theta$
 39. $\frac{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2}{\cos^4 \theta - \sin^4 \theta} = 1 - 2 \sin^2 \theta$
 40. $\frac{\sec^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{\sec^2 \theta - \sec \theta \tan \theta}{\cos^2 \theta}$
 41. $1 + \cot \theta = \frac{(1 - \cot^2 \theta) \sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$
 42. $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\cos \theta - \tan \theta - \sec \theta} = -\csc \theta$
 43. $\sin \theta + \cos \theta + \frac{\sin \theta}{\cot \theta} = \sec \theta + \csc \theta - \frac{\cos \theta}{\tan \theta}$
 44. $\frac{\sin \theta \cos \theta + \csc \theta \sin \theta}{\cot \theta \cos \theta - \sin \theta \sin \theta} = \frac{\tan \theta + \tan \theta}{1 - \tan \theta \tan \theta}$

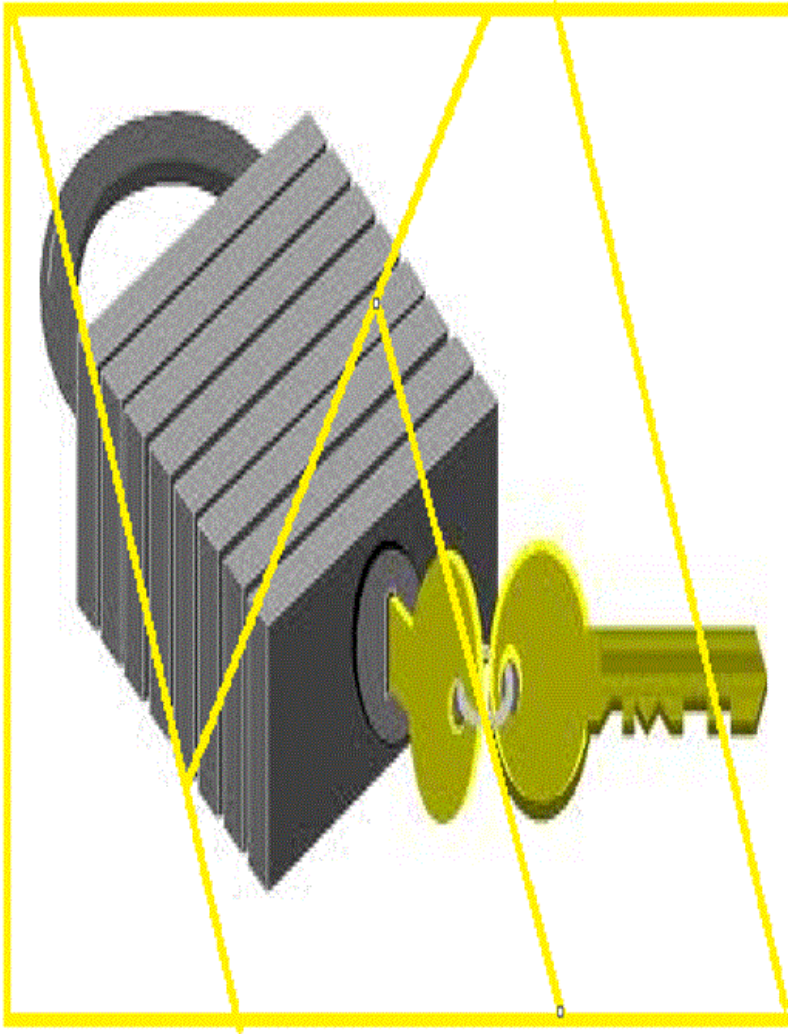
Apéndice G: Rompecabezas para la conformación de grupos pequeños

Descripción: El docente debe recortar cada una de las siguientes imágenes por las líneas de color amarillo y posteriormente a cada estudiante se le asignará a alzar una de las piezas de los siguientes rompecabezas, dicho estudiante deberá buscar a los compañeros que tienen las piezas faltantes para armar la imagen de forma correcta y así conformar su grupo de estudio.

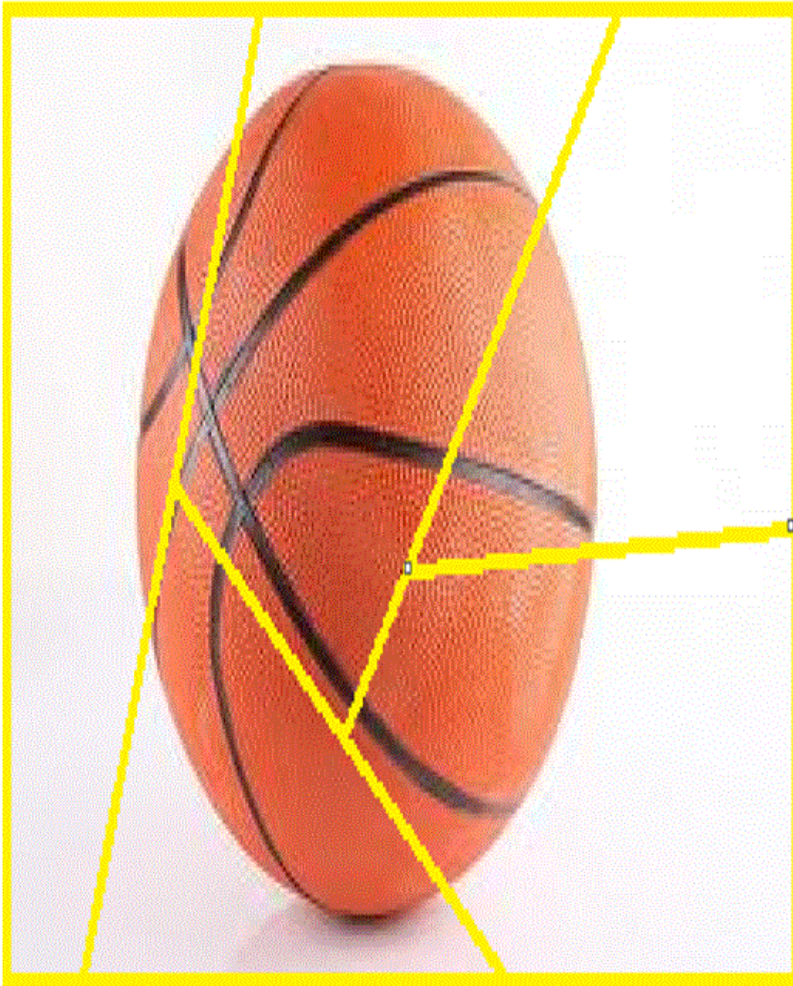
Rompecabezas 1



Rompecabezas 2:



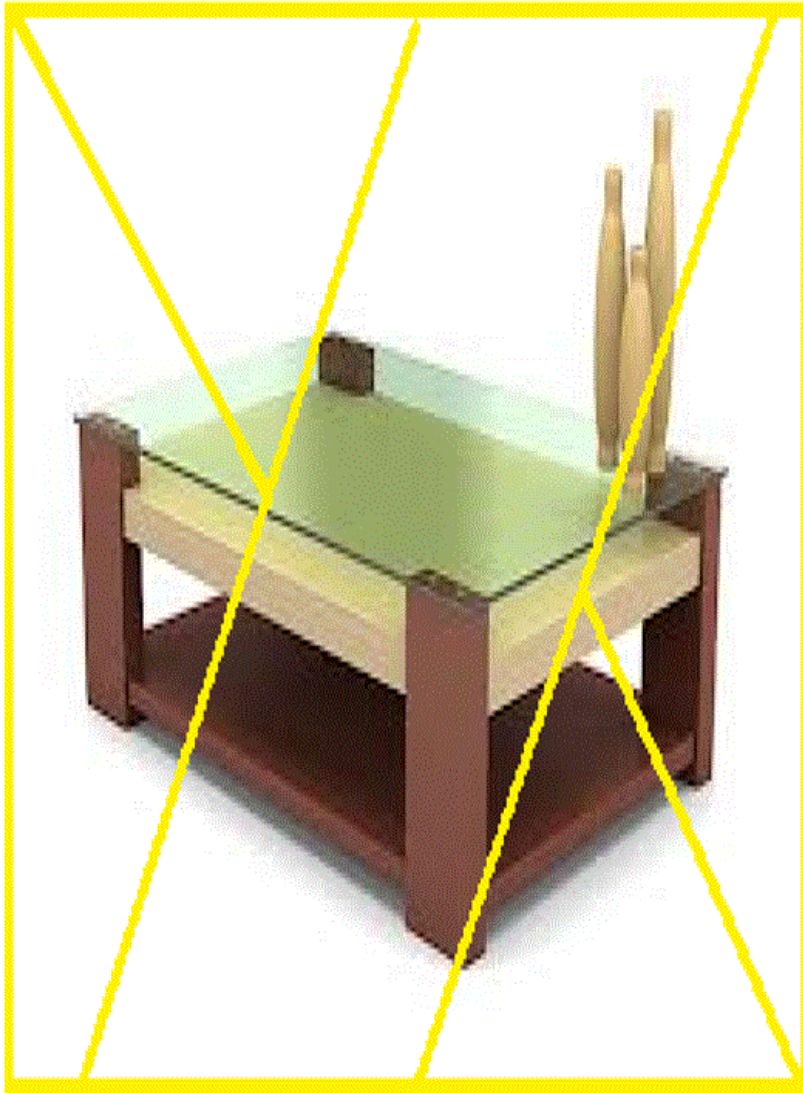
Rompecabezas 3:



Rompecabezas 4:



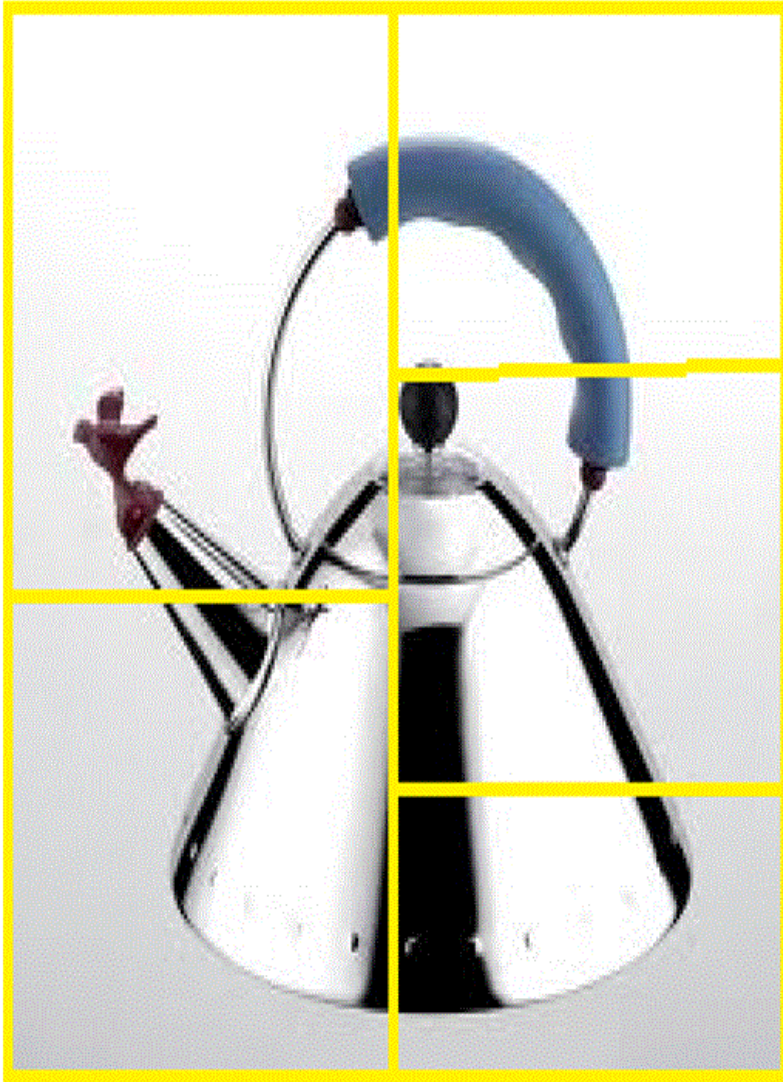
Rompecabezas 5:



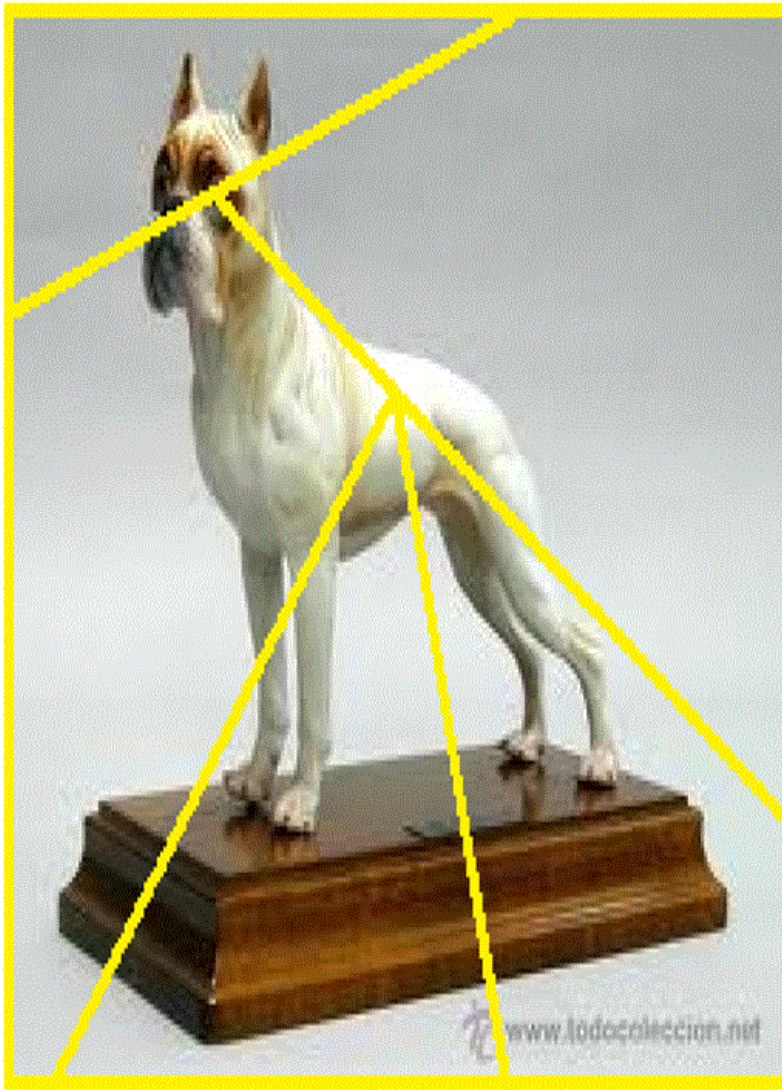
Rompecabezas 6:



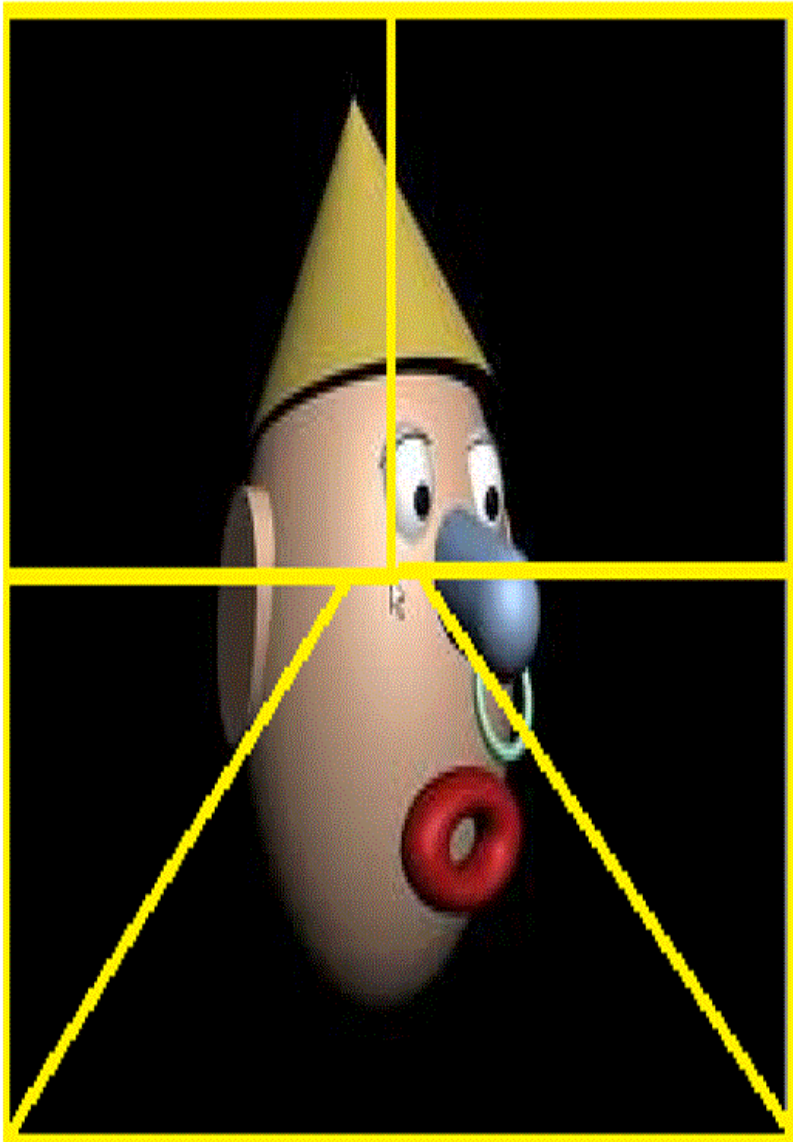
Rompecabezas 7:



Rompecabezas 8:



Rompecabezas 9:



Rompecabezas 10:



Apéndice H: Comunicado informativo para los estudiantes

Buen día apreciado estudiante, el presente comunicado es para informarle que usted ha sido seleccionado para hacer parte de una investigación sobre metodologías de enseñanza en el estudio de la trigonometría, durante dicha investigación serán llevadas a cabo diferentes actividades en las cuales usted podrá participar activamente, con lo cual se espera que usted pueda ir construyendo así un conocimiento de mayor relevancia para usted.

Entre las actividades que se realizarán, se le solicitará llenar una encuesta que no tendrá repercusiones de carácter académico para usted, es decir que los datos allí anotados, no le afectarán de forma negativa en la nota final de la materia, además se estarán recolectando datos que ayuden a la creación de conclusiones por medio de un formato de observación que el docente irá diligenciando en el transcurso de las sesiones de clase de matemáticas, más precisamente, durante el desarrollo del tema de la trigonometría.

Por último se le informa también que el uso de cualquier dato obtenido durante el desarrollo de la presente investigación será de carácter únicamente académico, por lo cual en ningún momento se publicarán en redes sociales u otros medios de comunicación públicos datos personales o académicos de los participantes. Agradezco de antemano su disposición a participar en la investigación y su sinceridad al diligenciar los datos requeridos en las diferentes actividades.

Atentamente Ing. Jair Tobón

Apéndice I: Solicitud de autorización

El uso de actividades basadas en aprendizaje activo para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente

Buen día, yo Jair Alberto Tobón Coronado, identificado con cédula de ciudadanía número 1037572092 del municipio de envigado, docente de la institución educativa Ciudadela Nuevo Occidente, me encuentro estudiando Maestría en educación con énfasis en Procesos de Enseñanza Aprendizaje en el Tecnológico de Monterrey en convenio con la universidad Minuto de Dios.

En el actual periodo estoy llevando a cabo la tesis basada en el uso de técnicas de enseñanza para el estudio de la trigonometría, para lo cual requiero realizar diferentes actividades con los estudiantes del grado décimo de la institución las cuales serán documentadas tanto de forma gráfica como escrita, durante éstas actividades se realizaran encuestas y observaciones documentadas, por lo tanto requiero una autorización de su parte como autoridad institucional que los representa para llevar a cabo dichas actividades.

Cabe aclarar que los datos obtenidos de dichas actividades serán de carácter únicamente académico y no tendrán implicaciones académicas o disciplinarias sobre los estudiantes o sobre la institución; es importante mencionar también que la investigación se hace con el objetivo de mejorar las estrategias metodológicas que se utilizan en la actualidad, generando unas conclusiones y recomendaciones que serán de utilidad para la institución

Agradezco la atención prestada y su valiosa colaboración para con el proceso.


Ing. Jair Alberto Tobón Coronado

Docente Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente



RECTORÍA

Apéndice J: Carta de consentimiento

Carta de consentimiento de la institución educativa ciudadela nuevo occidente de la ciudad
de Medellín – Antioquia

Medellín (Antioquia), Abril de 2013

A quien corresponda

Por medio de la presente, yo **Yovanni Tapasco**, rector Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente, me permito autorizar al **Ing., Jair Alberto Tobón Coronado**, docente de la misma institución para que desarrolle el proyecto de investigación “**El uso de actividades basadas en aprendizaje activo para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente**”, entiendo que la finalidad de dicho proyecto de investigación es netamente educativa.

Atentamente


Yovanni Tapasco
Rector Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente


RECTORÍA

Jair Alberto Tobón Coronado

profejairt@gmail.com

Originario de la ciudad de Medellín, Colombia, Jair Alberto Tobón Coronado realizó estudios profesionales en Ingeniería en Electrónica en el Instituto Tecnológico Metropolitano de la misma ciudad. La investigación titulada el uso de actividades basadas en aprendizaje activo para el estudio de la trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Ciudadela Nuevo Occidente, es la que se presenta en este documento para aspirar al grado de Maestría en educación con énfasis en procesos de enseñanza aprendizaje.

Su experiencia de trabajo ha girado, principalmente, alrededor del campo de la enseñanza de las ciencias exactas, específicamente en el área de las matemáticas desde hace 3 años.

Actualmente, Jair Alberto Tobón Coronado funge como docente de tiempo completo en el área de matemáticas para grados superiores de la enseñanza media, en donde tiene las funciones de impartir materias como cálculo, trigonometría, estadística y geometría, orientando a los estudiantes en su proceso formativo en competencias ciudadanas. Sus habilidades más destacadas son la responsabilidad, el trabajo en equipo, el trato respetuoso y amable con las personas y su ética profesional; sus expectativas de superación profesional son principalmente nunca dejar de capacitarse y siempre avanzar un nivel más en su conocimiento