



**UNIVERSIDAD VIRTUAL  
ESCUELA DE GRADUADOS EN EDUCACIÓN**

**Uso de Recursos Educativos Abiertos (REA) para la enseñanza y el  
aprendizaje del Cálculo en el nivel medio de enseñanza**

Tesis que para obtener el grado de:

**Maestría en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza Aprendizaje**

presenta:

**Tania Romero Rosas**

Asesor tutor:

**Mtra. Rosa Ma. Guadarrama Gómez**

Asesor titular:

**Dr. Leopoldo Zúñiga Silva**

México, Distrito Federal

Mayo del 2013

## **Agradecimientos**

A mis dos familias, quienes apoyaron según a  
su entender.

# **Uso de Recursos Educativos Abiertos (REA) para la enseñanza y aprendizaje del Cálculo en el nivel medio de enseñanza**

## ***Resumen***

Uno de los motivos en la deserción escolar es la tradicionalidad en el aprendizaje del Cálculo Diferencial. La presente investigación cuyo objetivo es analizar el impacto del uso de Recursos Educativos Abiertos en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en estudiantes del nivel educativo medio, junto con sus objetivos específicos: evaluar el aprendizaje del alumno después del uso de los REA en los temas de Límites y Continuidad e Involucrar al alumno con los REA como herramientas de aprendizaje opcional, se basan en la pregunta de investigación: ¿Cuál es el impacto en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial, en el nivel educativo medio, cuando el proceso de aprendizaje se apoya con el uso de Recursos Educativos Abiertos? Por lo que, se logra combinar la educación con la tecnología, es decir, la visualización y la interacción con páginas web instigan en el alumno la capacidad de análisis, la comprensión del lenguaje matemático, aumento en la motivación, la facultad de abarcar cada estilo de aprendizaje y un conocimiento duradero. Así, se cumplen los objetivos parcialmente, donde sí hay un involucramiento de los alumnos con los REA del Cálculo Diferencial, una comprensión de los conceptos y procedimientos, pero no se logra su aplicación en un contexto real, debido a la carencia de una estrategia que considerara las características individuales de cada alumno y la vinculación del docente con la tecnología de manera innovadora. Lo anterior se deja como recomendación para investigaciones futuras.

## Índice

<b>Capítulo 1. Planteamiento del problema.....</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Planteamiento del problema.....	8
1.3. Objetivo.....	9
1.3.1. Objetivos específicos.....	9
1.4. Supuestos de la investigación.....	9
1.5. Justificación.....	10
1.6. Limitaciones del estudio.....	11
<b>Capítulo 2. Marco teórico.....</b>	<b>15</b>
2.1. La problemática del aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio...	15
2.1.2. Aprendizaje del Cálculo Diferencial.....	20
2.2. Recursos Educativos Abiertos (REA) para el aprendizaje de las Matemáticas.....	41
2.3. Investigaciones relacionadas.....	57
<b>Capítulo 3. Metodología de investigación.....</b>	<b>57</b>
3.1. Método de investigación.....	59
3.2. Definición del contexto o ambiente.....	59
3.3. Diseño de instrumentos de recolección de datos.....	63
3.4. Aplicación de los instrumentos.....	64
3.5. Análisis de los datos.....	65
3.6. Validación de resultados.....	68
<b>Capítulo 4. Análisis y discusión de resultados .....</b>	<b>68</b>
4.1. Presentación de resultados.....	70
4.1.1. Categoría uno: Recursos Didácticos Actuales.....	72
4.1.2. Categoría dos: Recursos de aprendizaje del alumno.....	77
4.1.3. Resultados de las entrevistas.....	77
4.1.4. Resultados de las pruebas de aprendizaje después del REA.....	79
4.2. Análisis e interpretación de resultados.....	91
<b>Capítulo 5. Conclusiones.....</b>	<b>91</b>
5.1. Conclusiones.....	93
5.2. Recomendaciones.....	97
<b>Referencias.....</b>	<b>108</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>108</b>
1. Cuadro Triple Entrada .....	113
2. Cuestionario para el profesor.....	117
3. Entrevista para el profesor.....	118
4. Cuestionario para el alumno.....	120
5. Entrevista para el alumnos.....	121
6. Actividad evaluatoria para Cálculo Diferencial del tema de límites y continuidad.....	122
7. Entrevista-cuestionario del profesor.....	126

8. Evidencia de Cuestionarios, Entrevistas y Evaluación.....	129
9. Carta de Consentimiento.....	131
<b>Currículum Vitae</b> .....	132

## Índice de Tablas y Figuras

Figura 1. Porcentaje de estudiantes en los niveles más bajos de desempeño en la prueba PISA de matemáticas, 2009.....	4
Tabla 1. Resultados de la prueba PISA 2011.....	4
Tabla 2. Funciones educativas de la TIC.....	33
Tabla 3. Tipos de entrenamiento.....	35
Tabla 4. Construcción de objetivos en base a preguntas guía.....	45
Tabla 5. Beneficios pedagógicos y disciplinares del uso de Recursos Educativos.....	47
Figura 2. Instrumentos de recolección de datos.....	62
Tabla 6. Categorías e Indicadores.....	64
Tabla 7. Características de los REA empleados.....	66
Tabla 8. Indicador. Contexto del alumno: resultados de la preguntas del Cuestionario.....	71
Gráfica 1. Cantidad de alumnos que respondieron al indicador Contexto.....	71
Tabla 9. Indicador: REA en el aprendizaje. Alumnos que contestaron a esta parte del cuestionario.....	72
Tabla 10. Indicador: Características individuales de aprendizaje, resultados numéricos.....	73
Gráfica 2. Cantidad de alumnos que respondieron a Características individuales de aprendizaje.....	73
Tabla 11. Indicador: El empleo del REA en clase, resultados numéricos.....	74
Gráfica 3. Cantidad de alumnos que respondieron a El empleo del REA en clase.....	74
Tabla 12. Concentrado de respuestas de los alumnos a la entrevista.....	76
Tabla 13. Evaluación de los reactivos.....	77
Tabla 14. Rúbrica personal para evaluar el cuestionario después del REA.....	78
Tabla 15. Condensado de Resultados y Análisis interpretativo.....	81
Tabla 16. Análisis interpretativo de las entrevistas.....	85
Tabla 17. Análisis de los resultados del examen después de emplear REA.....	87
Tabla 18. Conclusiones por categoría de la investigación.....	92

## **Capítulo 1. Planteamiento del problema**

Para comenzar con este capítulo, se hace mención de las diversas carencias que el sistema educativo ha tenido durante décadas. El aprendizaje tradicional, en donde el docente es la máxima autoridad y el contenedor absoluto del conocimiento ha ido mermándose conforme han surgido nuevas formas de adquirir ese mismo conocimiento, por lo que ha sido desplazada una parte importante de esa labor y lo ha convertido en solo el guía o facilitador, lo cual es un paso muy importante y difícil, por el dominio y autoritarismo dentro del aula. Así, muchas asignaturas, principalmente las matemáticas, han adquirido fama de ser odiosas por la forma de enseñar del docente. Ante lo anterior, la tecnología ha procurado modificar o auxiliar la labor del docente, aunque no ha sido la mejor aceptada en este nuevo paradigma de aprendizaje por los profesores.

En primer lugar se presentan los antecedentes del problema de investigación a partir de los objetivos que se vislumbran en el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), busca la vinculación del nivel básico con el medio superior y modificar la manera de impartir las matemáticas a partir de los Recursos Educativos Abiertos (REA), como herramienta de aprendizaje en el nivel medio superior y bajo tal premisa se lleva a cabo la investigación. Además, de mencionar los resultados de la prueba Programa para la Evaluación Internacional de estudiantes (PISA) en el rubro de aplicación de las matemáticas en nuestro país. Incluso, se manifiesta los lineamientos que pide el Instituto Politécnico Nacional (IPN) para incorporar a las escuelas particulares de nivel medio y del cómo seleccionar a su personal docentes de acuerdo a un perfil establecido según el área a trabajar.

También nos habla sobre los nuevos contenidos en su parte curricular, puesto que ahora es obligación del instituto contar con infraestructura tecnológica e implementar en la planeación el empleo de la tecnología. De aquí se parte para más adelante el cómo los REA impactan el proceso de aprendizaje, con los cuales los alumnos podrán desarrollar habilidades para razonar y comprender los conceptos del Cálculo Diferencial. Luego, se sigue con el planteamiento de los supuestos de la investigación, que podrá responder a la pregunta de investigación y cubrir los objetivos de estudio, dependiendo de las investigaciones previas sobre los REA en su aplicación para el aprendizaje del Cálculo Diferencial. Finalmente, la sección correspondiente a las limitaciones de la investigación, lo que la definió, de acuerdo a los obstáculos presentados durante su desarrollo, sean teóricos o prácticos.

### **1.1 Antecedentes**

Como nivel educativo preuniversitario es importante que el alumno adquiera conocimientos con significado y fundamentar la adquisición de nuevos conocimientos para acceder al siguiente nivel. Responder a las exigencias del mundo actual, lo cual significa ser competitivo, desde lo profesional hasta lo laboral, como el lograr que los alumnos desplieguen sus habilidades y destrezas de acuerdo a los conocimientos adquiridos y a aplicarlos de acuerdo a los contextos o situaciones que se les presenten o en el momento en el que se les solicite desarrollar cierta actividad implicada con su campo de conocimiento, y al mismo tiempo desarrollar una capacidad de adaptación ante diversas circunstancias. Todo ello con la finalidad de volverse productivos y con la competencia de seguir desarrollando su aprendizaje, aprender a aprender.

Ante lo anterior, con las características propias de la población adolescente, se podría complementar el aprendizaje con el uso de los REA. Dado que la educación media superior en México, se divide en grupos, no existe una vinculación con el nivel básico anterior. Lo cual provoca una falta de secuencia entre los programas o planes de estudio del último año de secundaria y del nivel medio superior. Se habló de vincular ambos niveles para que no exista un salto tan pronunciado entre ellos y se apliquen estrategias de enseñanza adecuadas con el fin de propiciar aún más el pensamiento analítico y crítico del alumno, sea con actividades significativas en clase o con otras relacionadas con las TIC en donde se refuerce el conocimiento o se adquiera con cierta facilitación, “para esto los docentes requieren de una disposición real por abandonar prácticas tradicionales y autoritarias (...) y reemplazarlas con estrategias que promuevan la autonomía de aprendizaje en los alumnos” (Pastor, 2004, p. 30). La propuesta del SNB de vincular el nivel básico con el nivel medio, tiene las siguientes funciones: es formativa y se ofrece a todos; propedéuticamente brinda los conocimientos para acceder al nivel superior y de preparación para el trabajo, basado en un grupo de competencias genéricas, disciplinares y profesionales. Esta propuesta reduciría los altos índices de deserción escolar (SEP, 2007), con lo que habría una obligatoriedad absoluta por incluir a adolescentes de otros niveles sociales, ampliándose así la cobertura del nivel y en donde la falta de ingreso económico no sería pretexto para dejar de estudiar.

Debido a esa falta de la articulación en los niveles educativos referidos, muchas generaciones ingresan al nivel medio superior con graves deficiencias cognitivas, de aprendizaje, de no recordar y aplicar los conocimientos previos, sin hábito de estudio; lo cual repercute en su aprendizaje, ya que al llegar a sexto de preparatoria o último del

nivel medio, se les complica la materia de Cálculo Diferencial por la poca asimilación de los conocimientos. Por lo cual, se indagó nuevas formas de enseñar los contenidos matemáticos. En este caso, la investigación se dirige hacia la aplicación de los Recursos Educativos Abiertos para el aprendizaje del Cálculo Diferencial.

Las deficiencias se pueden ver reflejadas en algunos datos estadísticos que describen de manera general el problema en México, con respecto a la prueba del PISA, la cual se aplica a jóvenes entre los 15 y 17 años, mismos que terminan la preparatoria y comienzan el nivel medio superior o punto de egresar del mismo. Se evalúan los rubros de lectura, ciencias y matemáticas no de manera conceptual, sino con la resolución de problemas, de cómo los alumnos mexicanos aplican el conocimiento y el razonamiento matemáticos en diversos contextos, frente a otros países miembros de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Las comparaciones por *rankings* son sólo vistazos de cómo un país se desempeña frente a los demás; el valor real o confiable se encuentra en cómo responden los gobiernos ante ellas (Brunner, 2012), por lo que este tipo de pruebas son reflejo del sistema educativo actual.

En la figura 1 se muestran los resultados, en comparación con otros países pertenecientes a la OCDE. En México entre un 50 % y 60% de los estudiantes no vinculan el conocimiento matemático con su cotidianidad. Es una alerta para el sistema educativo mexicano de modificar sus estándares generales porque la prueba es más que un indicador de irregularidades, busca que los resultados faciliten la creación de políticas educativas para permitir a los estudiantes adquirir las habilidades y competencias necesarias y enfrentar los retos de la vida real, en el contexto internacional (SEP, 2012).

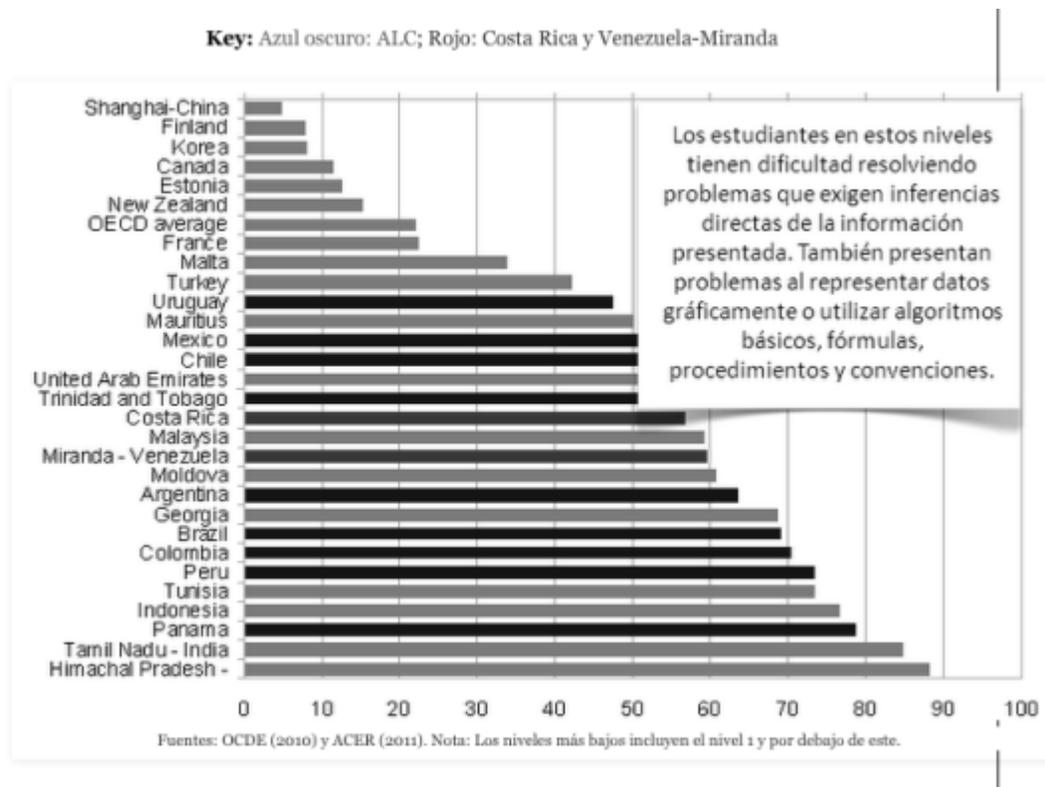


Figura 1.  
*Porcentaje de estudiantes en los niveles más bajos de desempeño en la prueba PISA de matemáticas, 2009*

En México, se tienen específicamente los siguientes datos que muestran los resultados de la prueba internacional PISA, en la tabla 1.

Tabla 1  
*Resultados de la prueba PISA 2011*

Nacional	Matemáticas	Ciencias	Lectura
	419	416	425
Promedio OCDE	501	496	493
Promedio América Latina	405	393	408

Referente a los datos, queda trabajo por realizar para poder alcanzar los niveles superiores que exige PISA en el desempeño educativo de México. Niveles que describen

lo logrado por la población estudiantil en competencias para la vida, donde las personas sean capaces de localizar y procesar información de acuerdo a sus contextos y recursos propios o dados, de aplicar los conocimientos matemáticos en diversas situaciones y ocupar al mismo tiempo conocimientos científicos reestructurados de acuerdo a las necesidades de la labor del profesionista o de la empresa (SEP, 2012). Además, esto puede ser un referente que inste a la SEP a reflexionar sobre su sistema educativo del cómo se está educando y de considerar los factores que intervienen para optar por actualizar al mismo sistema o a toda la planta docente del país.

La presente tesis de investigación se aplica en un bachillerato incorporado al Instituto Politécnico Nacional (IPN), el Instituto Leonardo Bravo. Regido bajo el Plan de Estudios 2010, de los Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECYT-Vocacionales), “por incorporación de estudios al IPN se entiende la autorización para impartir, en instituciones educativas particulares, los planes y programas de estudio de los niveles bachillerato, licenciatura y de posgrado que se ofrecen en esta Institución” (IPN, 2012, p.1). Así, para ser parte de la máxima casa de estudios, en el nivel educativo medio, deben seguir trámites y requisitos de incorporación y permanencia, “las instituciones educativas interesadas en obtener su incorporación, deberán realizar su registro y, de ser el caso, continuar con los pasos que señala el calendario del trámite correspondiente. Asimismo, deberán atender los requisitos señalados en el Instructivo de Incorporación” (IPN, 2012, p.2), o acudir a la Dirección de Educación Media Superior del IPN.

Por otro lado, la selección del perfil de los docentes es de acuerdo a los conocimientos para impartir determinada materia. El perfil profesional se encuentra en

la página web, en la parte de Normatividad (IPN, 2012, p.3) y debe cumplir con un título profesional en el área de las ciencias exactas, experiencia docente y profesional, para que vincule la unidad de aprendizaje con situaciones reales en la aplicación de contenidos declarativos, procedimentales y actitudinales. Lo anterior lo demuestra al ser competente en la organización de su formación continua, dominar y estructurar los saberes para facilitar experiencias de aprendizajes significativos, además de planificar los procesos de enseñanza y de aprendizaje (enfoque por competencias) y luego aplicarlos de manera efectiva en la práctica educativa. Además, se evalúan los procesos con un enfoque formativo, con la construcción de ambientes de aprendizaje óptimos para facilitar el desarrollo de competencias para la vida en los estudiantes (IPN, 2012).

Así como el perfil profesional es estricto, cumplir y concluir con el Plan de Estudios es fundamental, porque cada semestre se realiza una inspección administrativa y académica en las escuelas incorporadas, con el fin de regular sus operaciones y de seguir adscritas al IPN.

La descripción de detalles, hace pensar que el currículo del IPN, en la parte del área de las matemáticas no es muy distinto a los currículos de la SEP, porque se obliga y formaliza el uso de tecnologías educativas en los bachilleratos, a través de competencias, lo cual, el mismo IPN ha dispuesto en sus lineamientos curriculares. Además, en su nueva revisión de sus Planes de Estudio contempla el empleo de los recursos tecnológicos e incluyen los REA en la impartición de sus materias, desde el 2009.

Por otro lado, al enfocarse en la materia de Cálculo, la enseñanza se da en un plano tradicional, en el sentido de que los temas no pueden ser conducidos ni manejados de manera intercalada o en desordenada, ya que la mayor parte de los libros comienzan

por el mismo tema, aunque con diferente profundidad, por ejemplo, los libros clásicos como el Lehman, Apóstol, Granville, Swokowski, etc., se rigen en un orden preestablecido sin dar lugar a asimilar conocimientos previos que puedan dar una mejor introducción a los temas iniciales. Ante lo cual surge la integración de conocimientos previos para comenzar de lleno con la materia y crear una materia denominada Precálculo, donde se “retomarían los conceptos y operaciones más importantes del álgebra, la geometría, la geometría analítica, la trigonometría y los logaritmos que sabemos pertinentemente serán utilizados en el Cálculo” (Rojas, 2009, p. 2). La integración de conocimientos previos, sería importante en el momento de comenzar a introducir al alumno al Cálculo Diferencial, pues los conceptos los asimilaría de diferente manera y en un orden que pudiera entender con ayuda de los REA.

De igual manera, para poder comenzar a aplicar los REA en el aula y en la materia de Cálculo, la Dirección de Educación Media Superior (DEMS), dependencia del IPN, convoca a los docentes del sistema a tomar cursos, para impulsar el desarrollo de la tecnología y los recursos de internet. Lo que conllevaría a replantear en el docente una nueva perspectiva sobre el cómo y el para qué de tal procedimiento, y lo mismo para sus alumnos, con el acompañamiento del uso de las tecnologías. Sin embargo, existen profesores negados al uso de la tecnología, no decir de los REA, como lo indicó Giraldo (2004, p. 6) en el seminario *El arte de enseñar matemáticas* al concluir que a pesar de lo atractiva y novedosas que pueden resultar las metodologías no se puede perder de vista que “el estudiante adquiera una forma de pensar precisa, coherente y exhaustiva, enseñándole los conceptos matemáticos y argumentos lógicos que los sustente, dándole herramientas metodológicas para solucionar problemas y despertarle un interés por las

matemáticas”. Aunado a esto, se tiene que el uso de las calculadoras electrónicas y computadoras, pueden ayudar a cumplir los objetivos, pues permiten explicar con claridad y entender las nociones matemáticas más intrincadas. Por todo esto, Giraldo (2004) considera que son provechosos estos recursos a manera de accesorios, para no perder de vista los verdaderos objetivos de la clase, haciendo laboratorios en la sala de cómputo, remitiendo a los estudiantes a consultar internet y talleres para que aprendan a manejar software matemático. Aquí, manifiesta trabajar primero con el docente, dándole herramientas con las cuales él pueda desarrollar sus clases involucrando los REA.

## **1.2 Planteamiento del problema**

Dentro del aprendizaje del Cálculo Diferencial, ¿cuál es el impacto en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial, en el nivel educativo medio, cuando el proceso de aprendizaje se apoya con el uso de Recursos Educativos Abiertos? La pregunta refiere el panorama del aprendizaje del Cálculo Diferencial, en donde es necesario incorporar nuevos recursos que aligeren su parte árida y abstracta a un sin número de alumnos que tienen serio rezagos en el área. Por lo anterior Canché (2007, p. 3) menciona “en la reforma actual (del Sistema Nacional Bachillerato) se plantea la necesidad de relacionar la enseñanza de la matemática con la tecnología para que el alumno comprenda y razone en mayor grado”, para evitar una posible deserción, después, en la carrera.

El incorporar en la planeación nuevas estrategias apoyadas en herramientas visuales o páginas *web* interactivas, por ejemplo, para entender algún concepto mal asimilado, provocará que el profesor destruya el conocimiento mal adquirido del alumno, para poder reconstruir el mismo conocimiento, basándose en el uso de los

REA, e implicará al alumno porque lo auxiliará en la comprensión de conceptos matemáticos, a definir y a establecer una deducción de los nuevos conceptos, como bien lo plantean Sierpinski y Jungk (citados por Dolores, 1998, p. 2-3):

- Conocer y utilizar correctamente la simbología con que se le representa.
- Interpretar correctamente los símbolos utilizados en su definición.
- Ser capaz y reconocerlo en diversos contextos
- Poder darse cuenta de sus relaciones con otros conceptos y sus equivalencias.
- Poder dar ejemplos y contraejemplos.
- Aplicarlo en la resolución de problemas

Estas competencias desarrolladas con REA, pueden ayudar a asimilar conceptos de Cálculo aplicados a una situación didáctica siendo así un aprendizaje realmente significativo.

De esta manera, los anteriores problemas descritos: el carecer de una materia exclusiva como previa al Cálculo Diferencial, llamada Pre-cálculo, y la deficiencia en el dominio del conocimiento previo, la falta de comprensión en la simbología y terminología matemática del Cálculo Diferencial, inclusive la carencia de nuevas maneras de aprender apoyadas en otros materiales, son los obstáculos más comunes para los alumnos, y si se optara por utilizar los REA para disuadir dichas fallas conceptuales en la comprensión y aplicación correcta de la terminología dentro del Cálculo Diferencial y de su lenguaje matemático, sería más fácil llevar a cabo las estrategias llamadas situaciones didácticas, en donde se recrea un contexto y se aplican los conceptos necesarios para resolver un problema previamente realizado por el docente y bajo su dirección propiciar un aprendizaje efectivo, a la vez que deberá de emplear los REA relacionados con el tema.

### **1.3 Objetivo**

- Analizar el impacto del uso de Recursos Educativos Abiertos en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en estudiantes del nivel educativo medio.

#### **1.3.1. Objetivos específicos.**

- Evaluar el aprendizaje del alumno después del uso de los REA en los temas de Límites y Continuidad.
- Involucrar al alumno con los REA como herramientas de aprendizaje opcional.

### **1.4 Supuestos de investigación**

- Los conceptos para el tema de Límites y Continuidad se clarifican con la aplicación de los REA.
- Los procedimientos para el tema de Límites y Continuidades clarifican con la aplicación de los REA.

### **1.5 Justificación**

La investigación es crucial, pues avala el uso de los REA para mejorar el aprendizaje del Cálculo Diferencial, como una estrategia y aprovechar que los alumnos manifiestan dominio de las herramientas tecnológicas. Aunado, el hecho de visualizar los conceptos del Cálculo por medio de los REA, se parte del para qué debe de utilizarse el uso de las nuevas tecnologías como herramienta de aprendizaje y visualización intuitiva de los conceptos, Guzmán (citado por Macías, 2007, p. 2-3) menciona que "para los psicólogos, la visualización es una técnica, entroncada en el análisis

transaccional iniciado por Eric Berne en los años 50's, que pretende una reestructuración de ciertos aspectos del subconsciente", así se tiene una relación entre el subconsciente y el razonamiento, desarrollando la habilidad de observación en el alumno. Todo por medio de "las gráficas que transmite una idea o una acción, información que en el Cálculo puede manipular cifras, magnitudes o sus relaciones" (Macías, 2007, p. 11), representar un fenómeno cualquiera o poder visualizar algo abstracto. En donde, por medio de las animaciones de las gráficas, se puede observar las diferentes posiciones de la recta secante, transformándose con ello en una recta tangente o la derivada de alguna función a nivel gráfico, así, el alumno podrá entender que este concepto requiere de relacionar dos variables que cambian de manera inversamente proporcional o conllevan para sí una razón de cambio. De igual manera, encaminado en este enfoque de la visualización como medio de aprendizaje, Alemán de Sánchez (citado por Macías, 2007, p. 24), señala las ventajas del uso de la computadora en las matemáticas:

- Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el alumno y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micromundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el alumno puede aprender de sus errores.

Las ventajas mencionadas podrán darse con el empleo de los REA en el Cálculo, ya que proporcionarían un mejor ambiente de aprendizaje, quizás de manera colaborativa. Y, a partir de esto, crear una nueva estrategia con REA.

## **1.6 Limitaciones del estudio**

La presente investigación, se aplicó a un bachillerato incorporado al Instituto Politécnico Nacional (IPN), de nombre Instituto Leonardo Bravo (I.L.B), bajo el Plan de Estudios 2010, de los Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECYT ó Vocacionales), en donde los profesores deben de cumplir con los lineamientos establecidos por el IPN y a los cuales la escuela está sujeta por ser adjunta a esta institución. Las matemáticas en esta institución son en un alto porcentaje de enseñanza tradicional, solo él como expositor y el empleo mínimo de recursos didácticos. Pocos profesores que llegaron a trabajar en esta institución empleaban otras estrategias didácticas para poder enseñar el Cálculo Diferencial y los que estamos, apenas iniciamos la vinculación entre el internet educativo y las matemáticas.

Por otro lado, las investigaciones relacionadas con este tema del aprendizaje del Cálculo Diferencial no se enfocan exclusivamente al uso de los REA, sino que intervienen otros elementos, como la visualización intuitiva de los conceptos para desarrollar la habilidad de observación, por medio de las gráficas, animaciones y videos o en otras palabras el empleo de las TIC para el aprendizaje. Inclusive, se habla de las ventajas de emplear la computadora en las clases. Además de la simbología empleada dentro del mismo lenguaje matemático que van adquiriendo los alumnos para el aprendizaje de los mismos. Sin dejar de mencionar el enriquecimiento de las actividades por la participación colaborativa entre los alumnos.

Esta investigación tampoco abarca el problema de la desarticulación en los planes de estudio entre los niveles básico y medio superior. Ni se pretende presentar una disertación acerca de si utilizar o no los REA, ni menos de si el docente deba de capacitarse de manera rigurosa para su utilidad. Aunque en algunas de las

investigaciones relacionadas se plantea el hecho de capacitar y actualizar a los docentes para que innoven y creen sus propios materiales didácticos de aprendizaje. Lo cual no es el tema de esta tesis.

Por lo anterior, se hace notar que en los estudios no se incluye exclusivamente a los REA en el área y aprendizaje del Cálculo Diferencial, sino acercamientos de la tecnología y recursos que pueden hacer posible un mejor aprendizaje de la materia en el momento de tomarlos y adaptarlos a una clase normal. Los acercamientos, pueden ser desde temas de investigación o de estudio como: el lenguaje matemático o su simbología, para percibir en ello que el Cálculo Diferencial tiene su propio lenguaje a través de conceptos permanentes de otras materias (álgebra, trigonometría, geometría analítica, por mencionar algunas); los estilos de aprendizaje de los alumnos, para lograr en el docente otra estructuración de sus clases y mantener el interés de cualquier tipo de estudiante, según sea su aprendizaje, y el uso de la tecnología, específicamente el uso de los REA para ese aprendizaje tan propio del alumno, como el de un proceso de significación virtual-tecnológica. Así, tampoco se profundizará en el tema del aprendizaje colaborativo (trabajo en equipo, discusión de ideas dentro de uno o varios grupos, para alcanzar un objetivo común) que se llega solo a mencionar en los siguientes capítulos, como indicación que los REA han producido tal efecto positivo en los estudiantes. Lo que puede concretarse es que dentro de los lineamientos de la Reforma Educativa para el nivel Medio Superior, la Tecnología debe de incluirse en cada una de las áreas educativas, con el fin de mejorar el aprendizaje de los alumnos. Por lo que al implementar los REA dentro del aprendizaje se está cumpliendo con esa demanda.

En resumen, en este capítulo se dio información general sobre la situación curricular de la materia de matemáticas y lo que se piensa realizar para adecuar la nueva realidad a la situación social de este país, bajo el nuevo sistema de bachillerato. Se debe tener en cuenta la pregunta de investigación y el objetivo de la misma, durante la aplicación de la metodología dentro del contexto de la institución. Se habla sobre las dificultades en el índice temático del Cálculo Diferencial, además, se nombran las ventajas de utilizar tecnología en el aula, pues cambiará la manera de aprender de los alumnos, dándoles significado a los conocimientos adquiridos. Siempre y cuando el docente se capacite a nivel tecnológico. Así como saber cómo es el aprendizaje, utilizando los REA en el aula de clases, edificar al mismo tiempo un ambiente de aprendizaje más asertivo y cubrir uno de los dos principios del aprendizaje significativo: construir conocimiento a partir de lo que se conoce. Esto es algo con lo que el docente tiene que enfrentarse en cada una de sus aulas, puesto que el alumno aprende de formas distintas y más rápidamente cuando se le dice el para qué del conocimiento.

## **Capítulo 2. Marco teórico**

En el presente capítulo se mencionan temas relacionados con la enseñanza del Cálculo Diferencial a partir de las características sociales del currículo mexicano en el nivel medio superior, sobre las estrategias que sería necesario adoptar para lograr del Cálculo Diferencial un aprendizaje significativo, pasando para esto con la incorporación de los REA en el aula, ya sea como apropiación y adopción de los mismos, para su adaptación a las necesidades imperantes del docente. Además de señalar las ventajas de utilizar los REA, que se han validado por diversos estudios al respecto, combatiendo el conocimiento memorístico y la deficiencia en la comprensión del lenguaje matemático, además de acentuar la visualización como herramienta de aprendizaje. Para terminar, se mencionarán varias investigaciones relacionadas con el aprendizaje de las Matemáticas y el Cálculo Diferencial alrededor de las TIC y REA.

### **2.1. La problemática del aprendizaje de las matemáticas con el uso de la tecnología**

La educación en el nivel medio superior en México no presenta ningún tipo de articulación con su nivel inmediato o anterior, de hecho, se menciona una posible división en tres grupos: los que están incorporados a la SEP, los incorporados con la UNAM y los demás, sin dejar de mencionar la modalidad de Bachillerato o Preparatoria a Distancia o Mixta, que bien tiene cierta influencia inicial de la SEP. Esto ya les da una gran diferencia en cuanto a la elaboración de sus currículos, además del tipo de población estudiantil a la que atienden, pues las edades varían no sólo de los 15 a los 18 años, sino hasta más de 30, aunque sean grupos minoritarios, inclusive, se habla de diferentes niveles de maduración a nivel personal e intelectual. Ya que adquirir la habilidad operacional numérica, que mencionan Kilpatrick y Findell (2001, p. 240), es

como adquirir “la base primordialmente importante para las matemáticas en la educación superior y en los campos que emplean a las mismas, que no son solo cálculos superficiales”. Esto demuestra, en su momento, que el alumno ha alcanzado en su fase académica esa maduración intelectual necesaria para continuar con su aprendizaje y la comprensión de nuevos conceptos y procedimientos matemáticos, que desde niños han estado aprendiendo a partir de las concepciones numéricas para desarrollar procedimientos, como mencionan nuevamente Kilpatrick y Findell (2001, p. 242) “los estudiantes construyen sus procedimientos a partir de concepciones numéricas fundamentales”, en donde dichos conceptos ya están asimilados o subyacentes al mismo procedimiento. Si esto pasa con la infancia, al paso del tiempo, se vuelve más compleja y se desarrolla más la capacidad de abstracción en la adquisición de nuevos conocimientos para un nivel medio de la educación.

Así como la educación básica tiene la misión de llegar a todos de manera gratuita, laica y obligatoria, para el caso de la educación media superior, es “enseñar a pensar y con ello ayudar a que alumnos quinceañeros comiencen a ser adultos jóvenes en la cultura”, como comenta Bazán (citado por Moreno, 2004, p. 8), ya están a unos pasos de concluir su adolescencia y de comenzar otra etapa en sus vidas. Sin embargo, al mismo tiempo se debe considerar el desarrollo cognitivo del alumno para aprender por sí mismo, sin atarse a una sola verdad, como bien lo menciona Moreno (2004, p. 11):

se trata de que el alumno desarrolle la capacidad de aprender, de enseñarles la historia de cada personaje, que realicen lo que ellos hicieron y elaboren todo lo que ellos hicieron y los alumnos puedan elaborar para así acercarlos, al mismo tiempo que entiendan que no hay verdades absolutas.

Porque es así como los estudiantes se podrán humanizar, es decir, que entiendan que el conocimiento humano ha pasado por varias etapas evolutivas y sociales a partir del conocimiento de otros y se ha ido reconstruyendo una y otra vez, como menciona Idris (2006, p. 37) la construcción de un nuevo conocimiento matemático a través de la reflexión sobre acciones físicas y mentales dentro de contextos o situaciones diversas, que deviene del estudio constante y de igual innovación para esa construcción o reconstrucción de conocimiento, formando una base para el desarrollo intelectual del hombre, reflejado, a su vez, en las interacciones con su ámbito social.

Por otro lado, no se deja de mencionar, que este sector curricular se ha visto afectado por cada uno de los procesos de actualización, respondiendo “más a lo cuantitativo que a lo cualitativo por un aumento casi exponencial de la demanda a fines del siglo XX, incluso teniendo un grave problema aún no resuelto de formación de recursos humanos para la docencia” (Camacho, 2011, p. 3), ya que muchos docentes lo son de manera improvisada, razón por la cual, muchas generaciones no encontraron el gusto en esta área, agregando, que muchos de estos profesores todavía se atrevieron a realizar planes de estudio o currículos de esta área, sin conocer lo que realmente se necesitaba por sector poblacional, ni pedagógica, epistemológica, ni socialmente.

Así que se pretende que por lo menos los estudiantes alcancen ciertas competencias matemáticas para comprender, utilizar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos matemáticos, las cuales enumera López García (2003, pp. 1-2):

- Reconocen, nombran y dan ejemplos referidos a conceptos,
- Usan modelos, diagramas y símbolos para representar conceptos y situaciones matematizables,
- Identifican y aplican algoritmos, conceptos, propiedades y reacciones,

- Comparan, contrastan e integran conceptos,
- Reconocen, relacionan y aplican procedimientos adecuados,
- Genera procedimientos diferentes a los enseñados en el aula.

Sin dejar de mencionar que estos tipos de competencias generan un ambiente de aprendizaje colaborativo, que como menciona Herzig y Kung (2003), no es lo mismo que aprendizaje cooperativo, ya que éste es el trabajo en grupo, y el primero se refiere al empleo de diversas estrategias de enseñanza, así esas estrategias deben de estar dirigidas al aprendizaje del estudiantado. Incluso esto da pauta a pensar en que la adquisición de nuevo conocimiento matemático no sigue siendo pasivo, sino versátil, puesto que éste es “creado y construido por los mismo estudiantes” (Idris, 2006, p. 37) lo cual se asemejaría con la teoría constructivista de la educación, pero que en general, se requiere en alguna manera que el alumno asuma su responsabilidad de aprender por sí mismo y darle las herramientas necesarias para ello.

De esta forma, “la competencia como rasgo cognitivo y disposicional del sujeto” (Godino, Batanero y Font, 2003, p. 57), en donde los alumnos obtienen un conocimiento práctico y al mismo tiempo destrezas manipulativas o procedimentales. Esto es, que ellos encuentren otra forma de razonar un mismo problema y al mismo tiempo, adquirir la experiencia fecunda de tener la oportunidad de encontrar una diversidad de dominios en los que, como acierta a expresar Belmonte (2001, p. 148), “puedan identificar las mismas relaciones, los mismo tipos de problemas, utilizar los mismos razonamientos, los mismos procedimientos, las mismas representaciones simbólicas”. Por lo que los docentes están obligados a investigar más procesos e instrumentos de estudio con los cuales ayude a los estudiantes a reforzar conceptos que por su abstracción no logren entender, tratar de conjugar las orientaciones curriculares

con una visión constructiva de las matemáticas y del aprendizaje matemático en modelos didácticos coherentes. Ya que la sociedad valora la acción, flexible y adaptable, eficaz, acompañada de la comprensión que provoca el saber del por qué se hacen así las cosas, es decir, crear un sujeto competente. Un sujeto que le da sentido a la matemática y entendiéndola como “una disciplina con orden, estructura y numerosas relaciones” (Idris, 2006, p. 36), y alcance diversos niveles intelectuales.

Por otro lado, lo comentado por Moreno refuerza lo que la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2012) por sus siglas en inglés) postula, que el alumno debe de “saber, saber hacer y ser”, debe de tener una idea del por qué debe de saber algo, para que pueda hacer con ese saber, ser alguien o simplemente una persona conocedora que ayudará a construir diversas situaciones de aprendizaje, y esta parte la va a realizar con ayuda de la investigación, que es “una estrategia para desarrollar las capacidades de los estudiantes de una manera integral, encaminada a formar alumnos críticos y creativos, capaces de generar sus propias estrategias de razonamiento y de aprendizaje” como menciona Rojano (citado por Moreno, 2004, p. 11). Esto tiene como ventaja para los alumnos de recrear sus propias teorías en base al conocimiento, ya preestablecido, con el fin de poner en práctica lo que se les pudo haber dado o lo que ellos creerán que deba de pasar, pero sustentando sus hipótesis, lo que respaldaría Kilpatrick y Findell (2001) en decir que los estudiantes son capaces de utilizar el razonamiento para analizar y comparar algoritmos, comprender sus principios subyacentes, y elegir con discriminación algoritmos para usarlos en diferentes contextos. De esta manera, los estudiantes le tomarán sentido a los conocimientos ya practicados desde hace siglos y a partir de estos podrán englobar otros, para no limitarse

a lo ejecutado por el profesor, implementando al mismo tiempo una metodología para la investigación de los temas requeridos para la clase. Esto le daría sentido a los alumnos del por qué estudiar determinado tema y del cómo llevarlo a su vida o verlo aplicado en algún lugar.

### **2.1.2. Aprendizaje del Cálculo Diferencial.**

Cabe mencionar que el área de las matemáticas no ha sido una de las favoritas por diversas generaciones de alumnos. Muchos mitos rodean a la enseñanza de esta materia, añadiendo una escasa población que realmente elige estudiar esta área por convicción o por poseer las herramientas para desarrollar sus métodos de resolución con otras áreas vinculadas. Y algo muy cierto que menciona Peña (2004) al respecto es que la importancia de las matemáticas es muy especial, pues los alumnos tienen una única oportunidad de desarrollar la parte sistemática y ordenada de su pensamiento después de haber cursado 12 años consecutivos de esta materia, y si la comprensión y abstracción de los conceptos ha sido un problema desde los inicios básicos de matemáticas, para Cálculo Diferencial, será algo catastrófico. De hecho, si se inicia con la palabra cálculo, los alumnos empiezan a crear reticencia hacia un nuevo tema que creen es laborioso y aburrido, en donde éste, como menciona Carabús (2004), es una actividad que implica la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas, en donde las conceptualizaciones tienen un significado personal (cada quien lo entiende de acuerdo a su conocimiento previo), tiene un lenguaje simbólico y su función es comunicativa, y por último, es un sistema conceptual lógicamente ordenado. Todo ello se encierra dentro de esa palabra cálculo, pero el aumentarle la otra palabra, diferencial, lo vuelve más profundo y más poseedor de otras conceptualizaciones previas a su estudio.

En el uso de las matemáticas como modelación de sistemas reales, en donde intervienen en demasía los temas de Cálculo Diferencial, lo primero es “investigar lo que es esencial entre contextos, situaciones, problemas, procedimientos, simbolizar, formular, validar, generalizar, en definitiva, matematizar” (Camacho, 2011, p.134). Además, de que dentro de este proceso de definición de situaciones, procedimientos, simbolismos, etcétera., está el de que se está matematizando, en donde este término involucra una búsqueda esencial, para Freudenthal (1991, p. 35-36):

Dentro y a través de situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, simbolizaciones y sistemas axiomáticos; el descubrimiento de características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos; la ejemplificación de ideas generales; el encarar situaciones problemáticas de manera paradigmática; la irrupción repentina de nuevos objetos mentales y operaciones; la búsqueda de atajos y la abreviación progresiva de estrategias y simbolizaciones iniciales con miras a esquematizarlas, algoritmizarlas, simbolizarlas y formalizarlas, y la reflexión acerca de las propias actividades, considerando los fenómenos a matematizar desde diferentes perspectivas.

Se vuelve un proceso aún más complejo para un grupo estudiantil que nunca tuvo el interés por aprender temas de álgebra o de geometría u otra materia relacionada.

Ante lo anterior, se han ido identificado cuatro necesidades en el nivel medio con respecto a las Matemáticas de manera general que menciona Camacho (2011, p.136):

- Una necesidad de formación matemática del estudiante para poder avanzar satisfactoriamente en los niveles mismos del conocimiento matemático durante su desarrollo escolar.
- Una necesidad que requiere infraestructura de conocimientos y habilidades para atender otras áreas.
- Una necesidad de formación de infraestructura amplia que se espera tenga para llevar cursos en instituciones terciarias.
- La necesidad creciente de poder usar herramientas y medios en la sociedad que se vive en la actualidad o que son producto del desarrollo tecnológico que caracteriza a nuestros días.

Estas cuatro necesidades se pueden vincular con el aprendizaje de los alumnos en el Cálculo Diferencial, describe la necesidad de aprobar una materia que dentro del currículo se encuentra seriada a nivel nacional, en donde el alumno puede aprender a organizar información y relacionar la tecnología con los temas matemáticos, con el fin de analizarla e interpretarla en base a un conocimiento adquirido y asimilado, inclusive, llevado más allá del aula. Por lo que se puede decir que las matemáticas se pueden enfocar como una práctica social, en la que pueden dividirse en: “la vinculadas a los cambios del conocimiento por actividades extradidácticas y otras en las que el uso del conocimiento se ejerce en el salón de clases mediante actividades didácticas” (Camacho, 2011, p.160). Esto, dirigiéndolo al Cálculo Diferencial, ha provocado en el entorno social un tipo de desarrollo global: económico, profesional y cultural, como lo ejemplifica Martínez (2001, p. 45) con una de tantas aplicaciones del Cálculo Diferencial:

Adsorción de CO<sub>2</sub> sobre Pt (Sistema de EDO. Modelos lineales. Derivación numérica). Se trata de determinar la cinética de adsorción de CO<sub>2</sub> sobre Pt, ya que es un problema concreto que aparece en la práctica. En efecto los electrodos de Pt y otros metales nobles sufren una disminución de su superficie activa por motivos de adsorción, absorción, electrodeposición, etc.

Esta aplicación en la industria química, muestra invariablemente las razones de cambio que se presentarán en la disminución de la superficie activa por diversos motivos y efecto de los electrodos. Aquí el concepto del Cálculo es muy sencillo, y su aplicación una ventaja, pues con variaciones numéricas se logrará obtener una interpretación de resultados más cercana a una realidad contextualizada, como bien podría ser la de Biología, Farmacéutica, Veterinaria, etcétera. Esto es una aplicación del Cálculo, pero como tal, los alumnos en su mayoría no llegan a desarrollar ni a resolver. Por lo que, al

implicar los REA, que consolidan los conceptos del Cálculo, puede ayudar a identificar el procedimiento adecuado de resolución de algún tipo de problema.

Otro punto, es que no se tiene bien asimilado, de manera general para las matemáticas, el lenguaje matemático y el empleo de su simbología, algo primordial para el entendimiento de ésta área, lo cual está relacionado con el “conjunto de símbolos o caracteres gráficos que son utilizados en matemáticas para su perfecta definición, junto con la manera de presentar los elementos, ya sean conceptos o propiedades, en esta materia” (Ortega & Ortega, 2001, p. 3). Por lo que es primordial que el alumno esté familiarizado con los conceptos previos a un tema por verse, se deja ver lo que es un aprendizaje inteligente y no memorístico, como lo describe Skemp (1999, p. 26), es decir, “en la formación de estructuras conceptuales comunicadas y manipuladas por medio de símbolos”, lo cual es resultado del dominio del lenguaje matemático.

Por lo anterior, se tiene como el principio de un sin número de deficiencias que rodean al alumno durante su estancia en la preparatoria, la construcción de su conocimiento se basará en estructuras interpretativas mal hechas y confusas. Y como lo manifiesta Carabús (2004) las deficiencias de los alumnos se encuentran en la conceptualización de las nociones básicas del cálculo (números reales, infinito, función, sucesión, continuo, etc.), en la conceptualización y formulación de la noción de límite y en el uso del lenguaje y pensamiento variacional, y el choque con el lenguaje y el pensamiento algebraico. Así que puede decirse que el concepto y procedimiento están vinculados en gran medida con el manejo del lenguaje matemático, desde lo más trivial a lo más abstracto o complejo. Y como nos externa Cuevas y Martínez (2006) que indudablemente que una de las posibles razones del fracaso en el aprendizaje del cálculo

se polariza en dos extremos, por un lado ésta se conduce con una fuerte carga operativa en deterioro de la parte conceptual, y por otro lado, la enseñanza de las matemáticas se ejerce con fuerte herencia de la matemática formal, conduciéndolas a una pobre comprensión de los conceptos y de su aplicación.

Lo primordial es saber cómo aplicar todo ese bagaje de conocimiento previo para una materia tan extensa y aplicativa como lo es el Cálculo Diferencial.

De hecho, Ortega & Ortega, sugieren que los profesores utilicen el lenguaje matemático rígido, con el fin de que los alumnos al llegar al nivel superior, sepan cómo decodificar dicho lenguaje tan abstracto. En donde lo abstracto o las nociones matemáticas abstractas se conciben de dos formas diferentes entre sí: “la operacional, relacionado con el proceso, y la estructural, relacionada con objetos” (Nunes, 1997, p. 151). Y que normalmente la forma operacional es el primer paso en la adquisición de nuevas nociones matemáticas, es decir, de una transición procedimental a una con objetos. Un ejemplo de esto es la concepción del procedimiento para resolver una ecuación y luego construir o identificar una ecuación (como objeto) para ser resuelta. A esto, se le aúna el hecho de manejar un lenguaje matemático adecuado para poder comprender y resolver lo que se desee.

Y por lo anterior expuesto, los alumnos puedan comunicarse con el profesor, utilizando dicho lenguaje, porque como comentan Ortega & Ortega (2001, p. 4):

La simbología matemática está repleta de signos o caracteres gráficos (como por ejemplo: ", \$, Û, @, /, Í, Ì, etc.), que son como las “palabras” de un idioma. Éstas deben ser conocidas con el objeto de poder *interpretar lo que se quiere decir* con ellas, al tiempo que se deben utilizar para *decir lo que se quiera*. Cada uno de estos símbolos utilizados en matemáticas, son necesarios para la perfecta construcción de ideas, de manera que la sustitución de alguno de ellos por otro diferente, aunque sea gráficamente parecido, cambiaría totalmente el significado.

Es decir, todas y cada una de las “palabras” matemáticas tienen un significado particular, no existiendo la posibilidad de sinónimos.

Así que para la materia de Cálculo Diferencial, más la combinación de varias más, obliga a tener un acervo de conceptos ya asimilados, realizar las interpretaciones correspondientes y al mismo tiempo integrar a los anteriores conceptos, los nuevos, para posibilitar el aprendizaje de manera acertada y adecuada, como lo comenta Sanz (1995, p. 201):

El dominio del Lenguaje Matemático de un nivel implica la capacidad de resolver las tareas problemáticas de ese nivel y expresarlas de algún modo, esencialmente bajo formas verbales orales, escritura o gráficos, aunque en los primeros niveles también puede admitirse expresión manipulativa, raramente sola. Este dominio implica también la capacidad de traducción de una forma de expresión a otra que suele estar asociada a la construcción de significados más ricos y es una actividad observable en las propuestas que aparecen en los libros.

Se puede decir que así como el lenguaje se necesita para poder comunicarse y transmitir conocimientos, el lenguaje matemático es aquel en el que se rigen las leyes fundamentales de los fenómenos de la naturaleza, un mundo en donde la ciencia y la tecnología son determinantes, como menciona Peña (2004), ninguna otra materia entrena tanto el pensamiento ordenado y sistemático como las matemáticas.

Sin dejar de mencionar que para adquirir ese lenguaje, como lo menciona Nunes (1997, p. 152), es necesario asimilar o interiorizar los procesos y objetos que son ya familiares, pasando a continuación a lo que se llama condensación, en donde los conceptos y objetos se vuelven más manejables de acuerdo a la frecuencia de su empleo, para terminar con la aplicación de estos a algún contexto relacionado.

Por todo lo anterior, se puede indicar que los alumnos le temen a la materia del Cálculo Diferencial por no tener un enfoque o perspectiva de la materia de manera

directa, ya sea de manera epistemológica y cognitiva como menciona Carabús (2004) al respecto, de que el cálculo es una actividad que implica búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas, de que las conceptualizaciones tienen un significado personal y uno institucional, de que es un lenguaje simbólico y tiene una función comunicativa e instrumental, además de ser un sistema conceptual lógicamente ordenado, lo cual nos dice que la estructura mental y procedimental del alumno ya debe de estar establecida como para poder resolver un problema de la misma materia, auxiliándose del conocimiento previo. Y por esto, se hace para ellos un reto aún más metacognoscitivo por dominar, y como menciona Ruiz y Barrantes (1997, p. 2), que los cursos de Cálculo se vean como un “compendio de recetas y fórmulas matemáticas que pueden ser substituidas por simples libros de tablas, por calculadoras y computadoras modernas, y en donde debe de transmitirse las ideas medulares, los métodos esenciales y su aplicación con la ciencia y tecnología” que en lo último concuerda con lo expuesto por Carabús. Puesto que si no han asimilado conceptos anteriores a esta materia, la situación para su comprensión y desarrollo procedimental se torna difícil.

Por otro lado, debido a los factores de deficiencia ya mencionados, se han construido diversas estrategias para la enseñanza del Cálculo Diferencial, una de ellas es la Enseñanza Basada en Problemas (EBP), en donde el estudiante se ve obligado a participar continuamente en la construcción de su conocimiento; estrategia utilizada en algunas universidades, pero a nivel superior. Si lo vemos en el nivel medio superior, tenemos los portales académicos de diversos centros educativos que expone sus estrategias para abarcar este tema, como es el caso del Portal Académico del CCH Naucalpan (García, 2010), en donde se observa cómo se puede modelar un problema de

crecimiento de población por medio de la tabulación de una función exponencial, da una idea de cómo puede el profesor trabajar con los alumnos sin tener que estar parado frente a ellos durante más de 40 minutos. También el trabajo de varios profesores del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH-Naucalpan), que tienen su propia página web para el aprendizaje del Cálculo, llamado *Laboratorio de Funciones una herramienta para el aprendizaje experimental del cálculo diferencia e integral* (Hernández, Uribe y Ciprés, 2004), donde los alumnos interactúan con el software y aprenden algunos de los conceptos básicos del Cálculo. Estos son algunos de los ejemplos en donde se observa la preocupación del profesorado por hacer algo más allá del pizarrón y del aula.

Un punto más a considerar, es la didáctica del profesor para que aprendan los alumnos, sobre ésta área “tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de situaciones empleadas para enseñarles y sobretodo los fenómenos que generan la comunicación del saber, por ello se requiere de un acercamiento sistemático que abarque lo anterior” (Gutiérrez, 2009, p. 5), es decir, ya no se necesita seguir con las mismas planeaciones de clase, en donde el profesor sigue siendo el expositor de la información, sino que hay que ubicar al alumno en un espacio y momento en donde se ponga a reflexionar sobre el cómo resolver determinados problemas con ayuda del Cálculo Diferencial, es decir, crear una situación didáctica de algo sencillo, no necesariamente complejo. Sin dejar de lado que, varios “investigadores coinciden en que cantidades significativas de estudiantes solo pueden obtener derivadas de funciones algebraicas mediante fórmulas, pero difícilmente comprende el para qué de esos algoritmos que realizan y el significado de los conceptos” (Dolores, 2000, p. 2), lo cual señala una deficiencia en el cómo explicar algo abstracto a alguien que no ha

alcanzado a desarrollar su madurez intelectual necesaria, es decir, la importancia de lo simbólico dentro de lo conceptual, “radica en que ese vasto conjunto de notaciones y códigos notacionales se erige en arsenal de herramientas que utilizamos para operar” (Alcalá, 2002, p. 40), si sabe operar todo ese arsenal, el conocimiento se facilita.

También se tienen las estrategias de Shöenfeld (citado por Abarca, 2007, p.11) para la resolución de problemas, las cuales tienen “cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas: dominio del conocimiento, estrategias cognoscitivas, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias”; estas estrategias han funcionado con diversos tipos de población estudiantil y sus diversos estilos de aprendizaje. Incluso abarca proyectos sobre el aprendizaje o la aplicación del Cálculo Diferencial para diversas áreas contabilidad, ingeniería, economía o ciencias, aplicados en el último año del bachillerato.

Por otro lado, esta metodología de Shöenfeld (citado por Abarca, 2007) se describe en cuatro dimensiones:

- Dominio del conocimiento: definiciones, hechos y procedimientos.
- Estrategias cognoscitivas: métodos heurísticos tales como la descomposición de un problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas.
- Estrategias meta cognoscitivas: en ese “saber” que desarrollamos sobre nuestros propios procesos y productos del conocimiento, se relacionan con el monitoreo empleado al resolver el problema.
- Sistemas de creencias: las ideas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas y como resolver problemas.

Aunado a lo anterior, Abarca nos menciona una quinta dimensión propuesta por el mismo Shöenfeld (citado por Abarca, 2007), en donde los alumnos discuten sus ideas preconcebidas para resolver un problema, además de trabajar de manera colaborativa en donde se aprueban o desaprueban dichas ideas, se crea así una secuencia lógica en sus

argumentos, aprende a escribirlos, lo cual entra en la quinta dimensión: “*actividades de aprendizaje* donde los estudiantes son expuestos a estrategias que los pueden ayudar a leer argumentos matemáticos”, como expone Shöenfeld (citado por Abarca, 2007, p. 25). Estas dimensiones, combinadas con el uso de los REA, pueden enfocar al alumno en lo que se espera que aprenda.

Y al mismo tiempo, se transgrede con la tradicional y se opaca la estrategia de la memorización “la habilidad en la aplicación mecánica de una regla memorizada no necesariamente manifiesta el desarrollo de procesos de pensamiento vinculados a la matemática” (Salinas, Alanís y Pulido, 2010, p. 63), para llegar a lo que Ausbel llamaba aprendizaje significativo y envolver al aprendizaje del Cálculo.

Por otro lado, desde otro punto de vista, se tienen los diferentes objetivos o propósitos de estudio del Cálculo Diferencial. Uno de ellos es el Sistema Nacional Bachillerato (SNB), órgano en vías de crecimiento de la Secretaría de la Educación Pública (SEP) que permite la vinculación entre el nivel básico actual y su antecesor, la finalidad del Cálculo Diferencial (SEP, 2010, p. 5) es la de:

Analizar cualitativa y cuantitativamente la razón de cambio instantáneo y promedio, lo que permitirá dar soluciones a problemas del contexto real del estudiante al facilitarle la formulación de modelos matemáticos de problemas financieros, económicos, químicos, ecológicos, físicos y geométricos. Una segunda finalidad es la resolución de problemas de optimización.

Además, en la actualidad, como lo describe la SEP (2010, p. 5):

La enseñanza del Cálculo Diferencial se caracteriza por ser abstracta, consiste en aprender de manera mecánica a resolver límites de funciones algebraicas, trascendentes y la obtención de sus derivadas, el contexto real en el que se desenvuelve el estudiante influía poco en la resolución de problemas. Ahora se pretende dar un nuevo enfoque en el cual el alumno comienza construir sus propios conceptos a partir de la resolución e interpretación de los cambios en el medio ambiente inmediato en el cual se encuentra inmerso, en el estudio de la

producción de las diferentes empresas de su localidad, en la producción agrícola y en situaciones sociales.

Dichos propósitos son congruentes a los adjuntos al plan de estudios de la materia de Cálculo Diferencial para los CECYT. Por lo que el Cálculo debe de convertirse en una materia que tenga una finalidad constructiva y hasta aceptada por todos aquellos alumnos, sin distinción.

## **2.2. Recursos Educativos Abiertos (REA) para el aprendizaje de las matemáticas**

Conforme el tiempo avanza, las maneras de enseñanza han sido modificadas desde sus planeaciones hasta lo que podría llegar a abarcar un currículum, incluye el abandono del gis y del pizarrón. Este avance tecnológico que ha dado auge a muchas nuevas áreas del conocimiento vinculadas con la educación, ha puesto al alcance de la mayoría espacios en donde personas comunes puedan tener acceso a cualquier información solicitada y como esta es una cultura de aprendizaje nueva que se avecina se caracteriza por destacar en tres rasgos esenciales que menciona Pozo y Gómez (2006, p. 32): “estamos ante la sociedad de la información, del conocimiento múltiple y del aprendizaje continuo”. Esto da como resultado el auge de muchas fuentes de información que apoyan las labores de los docentes o investigadores en diversas situaciones de su trabajo, llega incluso a sustentarse con páginas interactivas para que el alumnado aprenda de manera eficiente y se logre un aprendizaje para cada uno de los estilos que existen del mismo. Lo cual puede complementarse en el momento de integrar a las TIC en el aprendizaje, las cuales conforman cinco diferentes ambientes enriquecidos con tecnología como las menciona López García (2003, pp. 6-7):

- Conexiones dinámicas manipulables (la imagen cobra un valor muy importante en esta asignatura, ya que permite que el estudiante se

- acerque a los conceptos, sacándolos de lo abstracto por medio de la visualización y transformándolos en variables implícitas),
- Herramientas avanzadas (las hojas de cálculo como herramienta numérica, uso de calculadoras o software graficador, además de analizar los datos),
  - Comunidades ricas en recursos matemáticos (comunidades, portales, que evidencian la comunicación y transformación del conocimiento para los docentes),
  - Herramientas de diseño y construcción (diseño y construcción de artefactos robóticos),
  - Herramientas para explorar la complejidad (empleo de software simulativo para páginas de matemáticas interactivas).

Dichos ambientes, provocan que el aprendizaje de las matemáticas sea un proceso explorativo y experimental para los alumnos para cada nivel educativo, porque como material manipulativo tiene las siguientes características adicionales, que enumera Sánchez y Casas (1998) a continuación: son generadores de ideas, motivadores, creadores y desarrolladores de la inteligencia espacial. Además, como también lo enfatiza Fernández y Delavaute (2012) la tecnología incorporada en la clase y en el aprendizaje de los alumnos, al mismo tiempo, es una ventaja por crear contextos de aprendizaje que abren posibilidades de información y comunicación, las cuales conectan con algunas de las competencias que los ayudan a desenvolverse en este siglo XXI, incluso está su interactividad, puede estar en contacto con otros aprendices, comprobar y construir su conocimiento por medio de la resolución de sus dificultades, ensayar diversas estrategias; aunado a lo anterior, el programa informático o página web puede transformar nociones abstractas en modelos figurativos, lo cual producirá una transferencia de aprendizaje de unos contextos a otros, sea del profesor con los alumnos o de los alumnos con otros aprendices.

Sin embargo, también cabe mencionar que se basan en materiales mucho mejor preparados, componentes interactivos que se adecuan a las necesidades específicas de los estudiantes, como los que menciona Silvio (2004), re-construidos, re-orientados y re-usados, por medio de diversas plataformas que permiten su interoperabilidad, acentuar con esto el surgimiento de un recurso educativo virtual capaz de llegar y de comprender todo conocimiento conocido hasta la actualidad, porque como lo menciona Fernández y Devalaute (2012) los contenidos tecnológicos con mayor potencialidad para el aprendizaje son aquellos que se basa en la solución de problemas, conectan con situaciones o personas reales, facilita las relación de comunicación, incorpora al alumno a su vez y le proporciona una revisión de su actividad, y esto puede ser encontrado en un portal virtual, lo que nos interesa de un recursos tecnológico, un aprendizaje distinto para el alumno, fomenta otro tipo de habilidades y capacidades. Por lo que el implementar una TIC en el aula conllevaría a presentar una o más de las siguientes funciones que tiene dentro de su incorporación en el aprendizaje, como lo manifiesta Fernández y Delavaute (2012, p. 25) en la siguiente Tabla 2 donde se describen las funciones educativas de la TIC:

Tabla 2.

*Funciones educativas de las TIC's*

<b>Funciones</b>	<b>Instrumentos</b>
Medio de expresión y creación multimedia, para escribir, dibujar, realizar presentaciones multimedia, elaborar páginas Web, etc.	Procesador de textos, editores de imagen y video, editores de sonido, programas de presentaciones, editores de páginas Web. Lenguajes de autor para crear materiales didácticos interactivos. Cámara fotográfica, video. Sistemas de edición.
Canal de comunicación, que facilita la comunicación interpersonal, el intercambio de ideas y materiales y el trabajo colaborativo.	Correo electrónico, chat, videoconferencias, listas de discusión, fórums.
Instrumento de productividad para el proceso de la información: crear bases de datos, preparar informes, realizar cálculos.	Hojas de cálculo. Lenguajes de programación.
Fuente abierta de información y recursos (lúdicos, formativos, profesionales). En el caso de internet hay buscadores especializados.	CD-ROM, videos DVD, páginas web de interés. Prensa, radio, televisión.
Instrumento para la gestión administrativa y tutorial.	Programas específicos para la gestión de centros y seguimientos de tutorías. Web del centro con formularios.
Herramienta para la orientación, el diagnóstico y la rehabilitación de estudiantes.	Programas específicos de orientación, diagnóstico y rehabilitación. Webs específicos de información.
Medio didáctico y para la evaluación: informa, ejercita habilidades, hace preguntas, guía el aprendizaje, motiva, evalúa...	Materiales didácticos multimedia. Simulaciones. Programas educativos de medios.
Instrumento para la evaluación: corrección rápida, <i>feedback</i> , reducción de tiempos.	Programas y páginas Web interactivas para evaluar conocimientos y habilidades.
Soporte de nuevos escenarios formativos.	Entornos virtuales de enseñanza.

Gracias a estos portales virtuales, se consideran en su conjunto como Recursos Educativos Abiertos, definidos por la UNESCO (2002, p. 2) como “aquellos recursos tecnológicos de acceso libre al momento de ser consultados o bien al ser utilizados en el ámbito educativo”. Como se menciona, son universales estos recursos, accesibles y aptos para todos aquellos que deseen interactuar con ellos y encontrar en ellos una manera diferente de aprender y de enseñar, extendiéndose a la mayoría de los

estudiantes que conservan costumbres tecnológicas y visuales al mismo tiempo. Además, como lo comenta Sicilia “son contenidos educativos web que incluyen texto, imágenes y documentos directrices sobre cómo enseñar una determinada materia o sobre cómo evaluar” (citado por Álvarez, Brunel, Díaz y Hernández, 2012, p. 3), alternativa que envuelve al alumno en un medio bastante demandado por él para diversos fines. Incluso, estos modelos gráficos-visuales potencian la capacidad de resolución de problemas en un rango comprensible e interpretativo para el alumno, permitiéndoles ejecutar procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberándoles tiempo para elaborar conceptos y modelos matemáticos, y de esta manera apropiarse de ideas matemáticas abstractas, ya que el ordenador y la interacción con el software empleado, provocará que los alumnos no se distraigan tan fácilmente del tema visto en ese momento, puesto que esa abstracción es la que producirá en el alumno “un cambio mental duradero, que los capacita para reconocer nuevas experiencias como poseedoras de similitudes con una clase ya formada” (Skemp, 1999, p. 26). Así, los conceptos que el alumno logre abstraer por sí mismo, permanecerán en él en diferentes situaciones donde podrá aplicarlos para resolver por medio de procedimientos similares o crear algunos parecidos que le brinden soluciones factibles.

Dado lo anterior, se debe de considerar que para la adquisición hay que seguir una secuencia, desde el establecimiento de conocimientos técnicos, en forma de rutinas automatizadas, hasta el uso de estas rutinas técnicas en nuevas combinaciones para enfrentar nuevas situaciones, las cuales se pueden describir en la Tabla 3 siguiente que Pozo y Gómez (2006) nos proporciona:

Tabla 3.  
Tipos de entrenamiento.

Entrenamiento	Fase	Consiste en
Técnico	Declarativas o de instrucciones	Proporcionar instrucciones detalladas de las secuencias de acciones que debe realizarse.
	Automatización o consolidación	Proporcionar la práctica repetitiva necesaria para que el alumno automatice la secuencia de acciones, supervisando su ejecución.
Estratégico	Generalización o Transferencia del conocimiento	Enfrentar el alumno a situaciones cada vez más nuevas y abiertas, para que asuma más decisiones.
	Transferencial del control	Promover en el alumno la autonomía en la planificación, supervisión y evaluación de la aplicación de sus procedimientos.

Ante lo anterior, en Cálculo Diferencial se ha dado bastante la adquisición de conocimiento por entrenamiento técnico, muy poco se ha encontrado la forma o las herramientas de llevar el aprendizaje a una estrategia que cubra los perfiles de planificación, supervisión y evaluación que lleva a cabo el alumnos por sí solo, es decir, que el docente diseñe una clase o varias sesiones, con herramientas tecnológicas que le puedan brindar en su desarrollo la generalización o transferencia del conocimiento, así como la transferencia del control. Esto es, que el docente lleve a cabo una clase en donde su plan de clase esté referente y auxiliada por un software o por la interacción de una página web en la que pueda lograr captar los conceptos esenciales de su tema y ampliar el procedimiento a realizar, anteponer un contexto de discusión con sus alumnos para poder solucionar de forma congruente y apropiada. Lo cual bien puede realizarse con ayuda de algún REA preseleccionado, de esta forma se puede erradicar un poco la incapacidad del docente ante el manejo de la tecnología, que es lo que nos comenta Cuevas y Martínez (2006), pues para ellos se cuestiona muy gravemente el rol del

profesor y lleva ineludiblemente a una revisión curricular en donde se tengan que inspeccionar los objetivos de los cursos de cálculo y determinar con precisión el contrato didáctico entre los participantes de un curso que son: el profesor, la tecnología y el estudiante, que de otra manera no tendría razón de ser por sí misma la materia sino lleva un plan definido en base a su actualidad.

Ahora y con lo anterior mencionado, los REA han impulsado en sobremanera el aprendizaje de las matemáticas, gracias a su apropiación tecnológica, primeramente, este concepto se “puede relacionar con los cambios que se producen en los profesores como consecuencia del empleo de la tecnología en sus cursos” (Celaya, Lozano y Ramírez, 2010, p.497), seguido de esto, su libre aplicación se ha focalizado en transmitir el conocimiento en todo momento de otra manera, de hecho, la investigación realizada por Celaya, Lozano y Ramírez (2010, p. 500) dicta el siguiente resultado en cuanto a ventajas de utilizar REA:

Entre las ventajas de adoptar REA, los docentes perciben que apoyan la enseñanza, porque utilizan estímulos visuales y los emplean como medio para promover la interactividad y la creatividad. Además, les permiten diseñar una clase menos árida y llevar los conceptos a la práctica, usando recursos tecnológicos. Sólo un profesor no encontró ventajas.

El hecho de adoptar los REA en el plan de clases, trae consigo una renovación e innovación en las mismas, esto “no significa la eliminación *per se* del docente, sino una reestructuración de su papel tradicional de transmisor, coordinador, director o árbitro del proceso educativo, por el de mediador o facilitador de los procesos de construcción de aprendizaje significativos” (Pastor, 2004, p. 32). Lo cual da lugar a la integración de nuevos conceptos o su afirmación, que el individuo haría por sí mismo, aunque este proceso de construcción conceptual, como menciona Skemp (1999), puede acelerarse

tal y como se lo permitan los materiales empleados para ello. De esta forma, los REA, al adoptarse pueden ser ese material que acelere el sistema de conceptualización del alumno en el área matemática del Cálculo Diferencial, de su entorno, él podrá adaptar ese sistema de acuerdo a sus necesidades académicas, incluso, como resalta Peña (2004) la adquisición de nociones y procedimientos aritméticos a través de la solución de problemas, lo cual es muy cierto, quien no hace talacha, primeramente, difícilmente se acordará de lo que sigue o lo vinculará en otro momento con otra parte del procedimiento del tema de la materia. En esto se asume que el docente, como bien lo externa Castro (2007), deberá de estar comprometido con el desarrollo del pensamiento crítico de sus estudiantes, de la interculturalidad, que diseña y prepara las clases, requiere estar al día con los avances tecnológicos que nos dotan de herramientas de última generación, lo cual es muy recurrente en la mayor parte de las aulas, puesto que siempre se encontrará a un alumno conectado a la red, sin poner atención a una clase con esta faltante característica de una clase llamada tradicional.

Para el caso del Cálculo Diferencial, materia que concentra suma importancia cuando el alumno se decide por elegir una carrera ingenieril, existen diversas páginas interactivas que funcionan como recursos educativos que abarcan la mayor parte del plan de estudios o currículo de dicha materia, sin embargo, sólo funcionarán las que estén en verdadera vinculación con los “objetivos educativos, contenidos curriculares, características de estudiantes, contexto y estrategias didácticas” (González, Lozano y Ramírez, 2008, p. 4), para elegir la mejor página de recursos educativos que mejor se emplee y se adapte a las necesidades administrativas curriculares o académicas de la institución, pues estando todos estos elementos en armonía, se podrá trabajar en

proyectos de índole constructivista para mejorar la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, como lo sustenta Celaya, Ramírez y Lozano (2010, p. 500):

La actividad en común que debe realizar un profesor que adopta REA es la búsqueda del recurso apropiado y aprender a usarlo. En algunos casos mencionan que planean con base en el programa y diseñan las actividades donde emplearán REA antes de presentar el tema en clase.

De esta manera la asignatura del Cálculo Diferencial tendrá un sentido para los alumnos y el docente, en el momento de adoptar los REA en su estructura de enseñanza, como bien lo externa Ruiz (2008, p. 2):

en este contexto de formación matemática, el cálculo diferencial en su aspecto teórico instrumental aborda el estudio de situaciones reales a través de modelos abstractos y lógicos expresados mediante presentaciones simbólicas, permitiéndole al estudiante el desarrollo de habilidades matemáticas para la cuantificación, descripción y pronóstico de la evolución de los fenómenos físicos, químicos y tecnológicos, (aplicables en la ingeniería, también en la administración y en la medicina), que se expresan en la cotidianeidad de los ámbitos académicos y laborales, contribuyendo con esto a la formación básica de sus estructuras de pensamiento y marcos referenciales que le facilitarán una lectura objetiva y racional de la realidad.

Ante lo anterior, los recursos educativos deben de estar enfocados para apoyar el trabajo docente en el aula, tratar de establecer relaciones entre los conceptos abstractos del Cálculo Diferencial y el entorno del estudiante, inclusive, existen conceptos que se explican por medio de gráficas las cuales apoyan al estudiante en cuanto a visualizar un concepto determinado, como lo describe Dolores (2000, p. 10):

han hecho realidad la posibilidad de la *visualización dinámica* del comportamiento gráfico de las funciones, de observar mediante simulaciones iterativas cómo la sucesión de secantes tiende a la tangente, de visualizar la disminución iterativa de los triángulos característicos en la presentación geométrica de la derivada, de ayudar a la visualización de la *rectitud local* de las curvas por medio de magnificaciones sucesivas, de *observar* curvas continuas en todas partes pero derivables en ningún punto, de racionalizar considerablemente el trabajo con los métodos numéricos, etc.

De esta manera, “la visualización constituye un aspecto importante, es algo natural si se atiende la naturaleza misma de la matemática” a lo cual Ferrer (citado por Costa, Di Domenicantonio y Vacchino, 2010, p.3), lleva en razón, muchos de los estudiantes necesitan por lo menos el ejemplo en una gráfica para tener una idea de lo que está sucediendo con determinada función y su variación de acuerdo a diversos contextos. Y al mismo tiempo, el alumno se estaría apropiando de esos recursos para integrarlos a un nuevo conocimiento ya existente, “reelaborando idiosincrásicamente significados: estructuras, secuencias, estrategias” (Alcalá, 2002, p. 40). Además, aunado a estos recursos se encuentra el uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) que “involucran las páginas de Internet y los paquetes de software matemático con la intención de lograr una permanente actualización de conocimientos que requiere la temática en turno, propiciando una manera de innovar las formas tradicionales de aprender” (García, 2008, p. 20). Esta herramienta tecnológica ha asumido un papel primordial, pues paquetería o *software* de costo alto y aplicable a matemáticas, ahora se encuentre en internet de manera gratuita y libre, disponible a cada momento, para ser empleados en una escuela por su funcionalidad y efectividad, durante el proceso de aprendizaje, “posibilitando de manera más efectiva la atención a las diferencias individuales, propiciando una mayor explotación de las capacidades de cada cual” (Sabín, Toledo, Albelo, García y Pino, 2005, p. 58), se asume que el alumno obtenga sus propias conjeturas de las múltiples representaciones que pueda observar de una gráfica dentro de una página interactiva o algún tipo de REA, lo cual en el aula tendría el siguiente impacto que nos describe Hernández (2005, p. 6):

- Son un medio de comunicación entre el profesor y el estudiante, con el fin de hacer más eficaz la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
- Permiten presentar conceptos haciendo referencia a su interpretación geométrica.
- Pueden usarse para mostrar procedimientos en detalle o evitar cálculos tediosos.
- Permiten la exploración de diferentes situaciones facilitándole al estudiante la comprensión de conceptos y la solución de ejercicios.
- Permiten al alumno practicar y complementar la comprensión de conceptos a los que el profesor no podrá dedicarle más tiempo en el aula.

Si se considera lo que menciona Hernández para hacer de los REA una nueva herramienta de enseñanza, que integre una nueva estrategia, se sustentará de acuerdo a las investigaciones realizadas por diversos autores y serán presentadas en este capítulo.

Con esta descripción el alumno tendrá la seguridad y la veracidad del por qué se tiene que hacer tal procedimiento y no otro, por qué debe de seguir un procedimiento tal cual, por qué debe de interpretarlo de una manera y no de otra, por qué debe de graficar y cómo debe de interpretar todos los datos representados en ella. Podrán observar que el conocimiento asimilado tendrá sus ventajas por que sabrán bajo qué contexto utilizarlo, apoyándose de otros conocimientos de otras áreas de estudio y recursos tecnológicos que ayuden a dilucidar mejor los comportamientos de dichos fenómenos. Al mismo tiempo, se concluye con “una dependencia entre el modelo (la representación) y el concepto, tan rígida, que impide su uso posterior en otros niveles del conocimiento, por ejemplo, cuando las estrategias de un alumno dependen más de la representación que del concepto” (Balderas, 1996, p. 3), es decir, cuando el alumno no alcanza a comprender en qué parte de la realidad está descrito tal concepto matemático, debido a su nivel de abstracción o complejidad y aplica procedimientos de resolución al azar. Comprender la relación entre un representación externa (visualizar una gráfica) y otra interna (viendo la expresión o símbolos matemático), dentro de un contexto determinado (el modelo al

cual están sujetos la simbología y la visualización del estudiante), en donde deberá de existir una decodificación adecuada entre todo esto, pero en el mismo lenguaje o terminología matemática. Por lo que estos recursos educativos tienen como objetivo el enfocar un servicio que permita “el acceso a la información y su tratamiento, que motive al alumno a leer, escribir y sobre todo a pensar; con la idea de mejorar análisis, investigación y aplicación del aprendizaje del Cálculo” (García, 2012, p. 1).

Por lo tanto, la finalidad de estos recursos, además de tener la ventaja de su accesibilidad, es dejar al alumno una parte de su responsabilidad para aprender, de compartir con el profesor este aprendizaje y darle seguimiento para que ambos puedan maximizar sus conocimientos en cada ámbito propio de sí mismos.

### **2.3. Investigaciones relacionadas**

Las matemáticas en general, independientemente del nivel educativo, son importantes para poder obtener la abstracción necesaria de diversos problemas. Por lo que se ha incursionado sobre la importancia de cómo se aprende el Cálculo Diferencial en el nivel medio superior, puesto que es una materia pre-universitaria, que ha tenido bastantes índices de reprobación en cada escuela de este nivel educativo. Mucho de ello debido a la forma de enseñar del docente y a la manera en cómo aprende el alumno, mucho de las deficiencias de uno y de otro, a la falta de preparación del profesor, entre otras. Ante esto, como apoyo extra y alternativo, se encuentran los REA, recursos que pueden apoyar al alumnado como para los profesores.

De lo anterior se puede destacar que dentro del aula se observa a alumnos con diversos tipos de aprendizaje, lo cual se notará por el tipo de estudiante que existe y por la forma en cómo debería el docente de abarcar a dicho estilo de aprendizaje, que

conlleva la personalidad del alumno; como bien se menciona en el estudio Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, “la teoría de los Estilos de Aprendizaje confirma esta diversidad entre los individuos y proponen un camino para mejorar el aprendizaje por medio de la reflexión personal y las peculiaridades diferenciales en el modo de aprender” (Gallego, 2008, p. 96). De hecho, se tiene que en este estudio realizado por Gallego, en donde se aplicó el Cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje (CHAEA) como instrumento de metodología cualitativa, para saber los estilos de aprendizaje de cada alumno en bachilleratos privados y públicos, luego contar los resultados de los cuestionarios y finalmente pasarlos a un análisis sobre los mismos. De esto, resultó que los estilos que obtienen una aprobación promedio, son el estilo Reflexivo y Teórico, en donde sus características les permite obtener mejores resultados como lo indica Gallego (2008, p.105):

La intención de estas propuestas para el aula de Matemáticas permite desarrollar aquellos estilos de aprendizaje en los que se tenga cierto grado de dificultad o carencia, consiste en proporcionar una guía práctica básica que facilite el camino que cada uno de los profesores debe recorrer y ampliar.

Aunque algunos alumnos odian la materia debido a sus deficiencias en otras áreas de las Matemáticas, porque se necesita no sólo de la aplicación de procedimientos sino la conexión con materias como: aritmética, geometría analítica y el álgebra, principalmente. Deficiencias que vienen arrastrando desde la educación primaria y que se mezclan con otros problemas a nivel neurológico. Al respecto, el estudio que se enfoca al cómo aprenden los alumnos, realizado por Gallego Gil, aplicado en España en diversas escuelas y clasificado por edades, grados, sexo de los estudiantes y en escuelas públicas y privadas, donde se estudió el estilo de aprendizaje, confirmándose que “esta

diversidad entre los individuos y proponen un camino para mejorar el aprendizaje por medio de la reflexión personal y las peculiaridades diferenciales en el modo de aprender” (Gallego, 2008, p. 98). Además, menciona que el estilo de aprendizaje predominante en el área de las matemáticas comienza con el Activo para luego pasar al Reflexivo y Teórico, en donde Gallego (2008, p. 97) describe estos estilos:

*Estilo Activo.* Las personas que tienen predominancia en este estilo se implican plenamente y sin prejuicios en nuevas experiencias. Son de mente abierta, nada escépticos y acometen con entusiasmo las tareas nuevas. Sus días están llenos de actividad. Se crecen ante los desafíos de nuevas experiencias, y se aburren con los largos plazos. Piensan que por lo menos una vez hay que intentarlo todo. Son personas muy de grupo que se involucran en los asuntos de los demás y centran a su alrededor todas las actividades.

*Estilo Reflexivo.* A los reflexivos les gusta considerar experiencias y observarlas desde diferentes perspectivas. Reúnen datos, analizándolos con detenimiento antes de llegar a alguna conclusión. Su filosofía consiste en ser prudente. Disfrutan observando la actuación de los demás, escuchan a los demás y no intervienen hasta que se han adueñado de la situación. Crean a su alrededor un aire ligeramente distante y condescendiente.

*Estilo Teórico.* Los teóricos enfocan los problemas de forma vertical escalonada, por etapas lógicas. Tienden a ser perfeccionistas. Integran los hechos en teorías coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, a la hora de establecer teorías, principios y modelos. Les gusta analizar y sintetizar. Buscan la racionalidad y la objetividad huyendo de lo subjetivo y de lo ambiguo.

Esto bien puede aplicarse a los REA, además de visualizar como se había dicho anteriormente, se crea un ambiente idóneo de atención hacia el tema que se ve, incluso, con diversas herramientas se induce a lo que se quiere llegar o por lo menos se esclarece de manera más objetiva y directa. De esta manera, las matemáticas estarían más que representado a un sistema de acuerdo al contexto en el cual están inmersas, “la representación funciona como un sistema de interpretación de la realidad que riges las relaciones de los individuos con su entorno físico y social, debido a que determina sus comportamientos o sus prácticas” (Martínez, 2011, p. 94). Debido a esto, las

matemáticas determinarán un pensamiento lógico y sustentado en una serie de elementos válidos para demostrar algo con lo cual la realidad se verá afectada.

Lo anterior se puede relacionar con la investigación *Enseñar y aprender con tecnología*, en el cual se hace énfasis del reciente predominio de la mezcla entre la enseñanza, el aprendizaje y la tecnología, y del cómo responde el docente a ella. Puede entenderse que las relaciones que surgen del binomio educación-tecnología de la información y la comunicación (TIC) presenten múltiples facetas (Rodríguez, 2004, p. 14). De hecho, el alumno que sepa manejar estos recursos informáticos o computacionales, puede familiarizarse más rápido con *software* o páginas web que contengan animaciones o sean interactivas para el entendimiento y comprensión de determinado tema de determinada área. Este binomio puede ser sinónimo de herramienta académica del docente para fortalecer su plan de clase, “se hace presente una forma de abordar la docencia que entiende el significado e importante papel instrumental-mediacional de la tecnología; más a considerar que el proceso de aprender y enseñar se enriquece a través de su uso intencionado, reflexivo e innovador” (Rodríguez, 2004, p. 15). Al comprender estas características del uso de la tecnología en la enseñanza se cumple el papel reciente e innovador del docente para esta era, que es el del facilitador, ya no como el docente que se rige como poseedor de toda la información o conocimiento. Además, refuerza la enseñanza para las diversas individualidades de los alumnos, como son los estilos de aprendizaje, algo mencionado en párrafos anteriores, pues concibe “al alumno como un sujeto activo y entendido que conocer significa conocer y reconstruir” lo social (Rodríguez, p. 15). Para ello el docente debe de diseñar estrategias en base a diversos tipos de objetivos formativos e informativos que se

pretenden alcanzar durante la sesión o durante el curso completo, porque el aprendizaje y su evaluación, dependerán de ellos. Por ello Zarza (citado por Rodríguez, 2004, p. 16) recomienda la construcción de objetivos según su tipo por medio de las siguientes preguntas guía presentadas en la Tabla 4.

Tabla 4  
*Construcción de objetivos en base a preguntas guía*

<b>Construcción de objetivos de aprendizaje de tipo informativo</b>	<b>Construcción de objetivos de aprendizaje de tipo formativo</b>
¿Qué información debe conocer el alumno? ¿Qué debe comprender el alumno durante la sesión? ¿De qué manera los alumnos deben manejar los conceptos vistos durante la sesión? ¿Qué tipos de problema debe solucionar a partir de la información conocida comprendida? ¿A qué situaciones particulares debe aplicar o transferir esa información estudiada?	¿Qué métodos de investigación y sistemas de trabajo debe adquirir el alumno mientras entra en contacto con la información? ¿Qué lenguajes puede aprender y/o desarrollar más? ¿Qué habilidades y capacidades intelectuales debe desarrollar y demostrar a lo largo de la sesión o el curso? ¿Qué destrezas físicas o motoras debe adquirir o desarrollar? ¿Qué hábitos, qué actitudes y qué valores positivos puede contribuir a desarrollar en ellos a esta sesión o el curso completo?

De esta manera, el docente puede incursionar en la combinación de la tecnología y del aprendizaje, para el uso de recursos educativos abiertos que estén a su alcance.

La siguiente investigación, se da a conocer la influencia de la tecnología en las matemáticas, específicamente en el Cálculo Diferencial y la Estadística descriptiva, en donde se utilizaron software de computación específico para tales materias y fines. El nombre de la investigación es *La influencia de la tecnología en el aprendizaje de cálculo diferencial y estadística descriptiva* de Rafael Escudero, Llinás, Obeso y Rojas. En donde se sometieron a varios pares de sesiones por semana al Laboratorio de Matemáticas, se utilizaron en él el software *Derive* y calculadoras gráficas *Voyage* TI-

200 y otro grupo de alumnos que no contó con estas herramientas. Luego, para determinar la influencia del uso de la tecnología con respecto al grupo que no contó con ello, se realizó la prueba t para comparación de medias. Con esto se llegó a que “no había diferencia significativa entre el rendimiento de los estudiantes que recibieron el curso de Cálculo Diferencial con el uso del Derive y el rendimiento de los alumnos que recibieron el mismo curso si el uso del Derive” (Escudero, Llinás, Obeso y Rojas, 2005, p. 103-104).

En el artículo titulado *Herramientas informáticas para el aprendizaje de las matemáticas*, de Jorge Rouquette y Edith Ariza, quienes estudiaron el papel del conocimiento previo en la comprensión y memorización de la información, comenzaron por reiterar la conjunción de los tres elementos fundamentales en el aula: “el docente, del cual se espera un buen dominio del conocimiento y de las estrategias pedagógicas; el alumno, que debe contar con marcos referenciales adecuados y diversas estrategias de aprendizaje adquiridas, y la información que se va a abordar” (Rouquette y Ariza, 2004, p. 35), aquí se describe que la responsabilidad del alumno es la de aprender y la de relacionar los elementos matemáticos con la vida cotidiana, muy a pesar de las deficiencias que pueda tener. Se encontró que “los individuos con poco conocimiento de sobre un tópico en particular rinden menos en pruebas de comprensión y retención, incluyendo que no sólo el conocimiento influye en la comprensión y retención de información, sino también en la extensión y la localidad de conocimiento relativo al tópico” (Rouquette y Ariza, 2004, p. 36). Para poder mermar esta deficiencia, se elaboró un esquema que “es una estructura abstracta de datos en la memoria a largo plazo, el conocimiento organizado que tenemos almacenado en nuestro sistema de memoria

permanente” (Rouquette y Ariza, 2004, p. 36). Gracias a este esquema se pueden dar explicaciones coherentes a diversas situaciones que hayan acontecido de manera súbita. Por lo cual se creó un sistema tutorial denominado UAM-X, en este programa se plantea al estudiante preguntas y ejercicios, dosificados de acuerdo con la estrategia de enseñanza, para rectificar qué tanto aprendió, así que si responde incorrectamente la secuencia de ejercicios se basa en esos errores para encaminarlo nuevamente al concepto principal y así que por sí mismo rectifiquen, en el transcurso de la misma lección. Las estrategias que emplearon para la aplicación de este recurso informático son: estrategia de identificación (I), estrategia de identificación, análisis y síntesis (IAS) y estrategia de identificación, análisis, síntesis y evaluación (IASE). Después de su aplicación, a los estudiantes se les aplicó un *pretest-postest* para medir su desempeño real, en base al uso de este sistema tutorial, en donde la estrategia IASE mostró un desempeño alto que en la estrategia IAS.

Por otro lado, las páginas web interactivas pertenecientes a REA, provee al docente y al alumnado de distintos beneficios pedagógicos y matemáticos, según Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento, en su estudio *Diseño de actividades interactivas computacionales para la enseñanza del Cálculo Diferencial*, comentan que son un medio de comunicación entre el profesor y el estudiante, en donde se hace más eficaz el aprendizaje. Así que su objetivo es el de diseñar actividades computacionales interactivas a partir del *software* Geometría Dinámica para la materia de Cálculo Diferencial, teniendo como resultados los siguientes beneficios que otorga la visualización de conceptos por medio del software, que describen a continuación Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008, pp. 2-4) en la tabla número 5.

Tabla 5

*Beneficios pedagógicos y disciplinares del uso de Recursos Educativos.*

Pedagógicos	Disciplinares
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Son representaciones más reales que los ejercicios escritos o las descripciones de fenómenos comunes en los textos.</li> <li>• Favorecen ciertos procesos de pensamiento del estudiante al tiempo que éste construye conocimiento matemático.</li> <li>• Posibilitan mediante retroalimentación el establecimiento de vínculos entre lo concreto y lo simbólico.</li> <li>• El estudiante puede diseñar objetos, moverlos y modificarlos, y expresar esas acciones en números o palabras.</li> <li>• Promueven explicaciones completas y acciones precisas, ya que el estudiante debe especificarle al computador, con precisión, lo que debe hacer para obtener resultados concretos.</li> <li>• Los productos realizados pueden guardarse, modificarse y reutilizarse a voluntad, de esta manera no se pierde todo el trabajo realizado.</li> <li>• Se pueden diferenciar las diversas formas de varias maneras, ya que es posible configurar colores, fondos, tamaños, etc. Surten un efecto mucho más motivador.</li> <li>• Muchos objetos son más fáciles de construir que con materiales físicos, un beneficio económico.</li> <li>• Ofrecen la posibilidad de obtener un registro del trabajo con mucha facilidad, ya que estos programas permiten exportar a diferentes formatos un momento específico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Favorece procesos mentales en los estudiantes y ayuda a tener mayor claridad del significado geométrico de los objetos matemáticos.</li> <li>• Permite a los estudiantes razonar mientras el profesor les ilustra o ellos manipulan en el computador los objetos dinámicos y las expresiones matemáticas relacionados con éstos.</li> <li>• La flexibilidad de los apoyos virtuales manipulables permite hacer modificaciones a los objetos que no son posibles con figuras físicas.</li> <li>• Facilita la visualización de los cambios en las representaciones matemáticas y la exploración rápida de las representaciones simbólicas con el simple movimiento del ratón.</li> <li>• Permite visualizar los efectos que tiene en una representación gráfica la modificación de un parámetro.</li> <li>• Posibilita agilizar la exposición del profesor y hacer una retroalimentación inmediata. Facilita relacionar diferentes representaciones semióticas de los objetos matemáticos.</li> <li>• Posibilita una retroalimentación inmediata de operaciones que realiza.</li> <li>• Permite que se detenga la aplicación en cualquier momento del proceso si se requiere tiempo para pensar sobre éste.</li> <li>• Además, puede repetirse o ensayar otras respuestas.</li> </ul>

Cabe mencionar que el alumno estará reaprendiendo lo aprendido desde su infancia y romperá esquemas de aprendizaje obsoletos para modificarlos por nuevos que le presenten nuevas versiones de cómo resolver un problema sin recurrir a la metodología memorística de siempre que menciona Radfordy (2009, p. 243):

las técnicas aritméticas de resolución mediante ensayos sistemáticos u operaciones inversas, que se motivan con frecuencia en la primaria, favorecerán conexiones neurológicas “aritméticas” que, aunque son potentes y deseables en su momento, resultarán difíciles de deshacer más adelante si son estimuladas por mucho tiempo.

Se puede mencionar que el uso de las páginas interactivas de internet como REA, tiene ventajas sustanciosas. Los mismos si se aplican al Cálculo Diferencial, pueden ser muy bien manejados los conceptos de esta materia, evitarán que los conceptos no solo se memoricen y no pasen de este nivel, sino que se comprendan adecuadamente.

No hay que dejar de mencionar que en los alumnos ha prevalecido un rol pasivo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, desde las primeras etapas escolares, no se les ha inducido a pensar de manera autónoma, de hecho, llegan al nivel básico de la secundaria, y nociones básicas de aritmética, por ejemplo, no las pueden resolver. Aunado a esto, tenemos que las distracciones de cualquier índole son fatales en esta materia, que de manera implícita enseña a ser: autodisciplinado, a organizar la información de manera jerárquica y a darle un orden específico; cualquier falla en la atención provoca un desfasamiento en la secuencia de explicaciones impartidas en clase. Además, tenemos que no todos los profesores tienen acceso a una preparación continua para la enseñanza de las matemáticas, esto también repercute de manera considerable en el aprovechamiento de los alumnos por tratar de entender una materia tan árida. Incluso, la mala planeación de un currículo puede provocar deserción por esta materia. Ante lo

anterior si se agrega el mal uso del lenguaje matemático, que si el estudiante no ha asimilado a través de los años, difícilmente comprenderá conceptos más rebuscados de la materia como los que se llegan a notar en el Cálculo Diferencial, un ejemplo, es la definición de razón de cambio. Y para evitar esto, se ha sugerido, como se sustentó con anterioridad, que el docente debe de ser riguroso en el empleo de este lenguaje, pues como expresa Abarca (2007, p. 25), que a través del proceso de aprendizaje del alumno:

El profesor debe ayudar al estudiante a explotar todo lo que sabe y usar sus conocimientos en forma efectiva, también debemos recordar que el principal objetivo en la instrucción matemática es ayudar a los estudiantes a ser autónomos, y se deben incorporar estrategias para aprender a leer, conceptuar y escribir argumentos matemáticos.

El docente no debe de trabajar solo, la tecnología puede respaldar su trabajo y agilizarlo, los REA son una herramienta ventajosa que se pueden ir adaptando en el proceso de enseñanza. Y a su vez, considerar el estilo de aprendizaje de sus alumnos, además de corregir el uso del lenguaje matemático, en donde el REA sea su principal herramienta de aprendizaje. Incluso, pudiera tocarse el término de aprendizaje colaborativo que se produce “cuando los alumnos y profesores trabajan juntos para crear el saber, creando significados y ese proceso las enriquece” (Barkley, Cross y Howell, 2005, p. 19). Lo cual puede ser como una opción complementaria a la herramienta de aprendizaje llamado REA.

Además, hay que considerar lo mencionado por Fabiola Salcido Anchondo, 2010, en su investigación de caso *Innovación tecnológica en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*, aplicadas en un bachillerato en el Estado de Chihuahua, México; cuyo objetivo fue la de analizar todas las situaciones que conlleva la implementación de tecnología en el aula, comprender cómo implementar nuevos proyectos con innovación

tecnológica y llevar el seguimiento de los mismos para mejorar el aprendizaje, conocer los problemas que puedan surgir al innovar con tecnología en la disciplina de las matemáticas. Dicho proyecto siguió una serie de actividades realizadas por el docente y por el alumno, a través del uso de calculadoras graficadoras, en coordinación con el modelo educativo de aprendizaje activo. Lo cual se midió por medio de los resultados del examen del CENEVAL. Para ello, se entrenó al equipo docente en el tema de la tecnología en el aula y al mismo tiempo en el uso de la calculadora gráfica. De aquí se llevó al aula y pronto observaron que los alumnos podían corregir sus propios errores debido a la retroalimentación inmediata que les brindaba la calculadora, se concluyó de manera positiva en los resultados de la prueba del CENEVAL. Además de una ardua y continua renovación en los proyectos de aplicación de la calculadora en el salón de clases, inclusive en la actualización de los mismos docentes para seguir con el proyecto y demostrar que sí es posible la compaginación del aprendizaje de las matemáticas con tecnología. Quizás no una calculadora graficadora, sino buscar en el internet simuladores que puedan apoyar el desarrollo de cierto tema específico.

También se tiene la investigación realizada por Ma. del Socorro Valero C., Ma. Guadalupe Barba S., Alejandro del Castillo E., en un Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 164 (CBTIS), en el año 2007, Cd. Madero, Tamaulipas. Cuyo objetivo era impactar en el sistema educativo de Tamaulipas, con la investigación *Matemática del Cambio y la Variación*. En donde, primeramente se tuvo que hacer de recursos para la construcción del laboratorio digital y adquirir, al mismo tiempo, calculadoras y sensores digitales. Luego se elaboró un grupo de manuales de actividades para los semestres del 4° al 6° y se promovió entre los alumnos alguna de las

competencias matemáticas: construye e interpreta modelos; propone, formula y define; cuantifica, analiza y representa; elige enfoques de resolución e interpreta resultados. Adjunto, se trabajó con docentes en doctorado y maestría en Matemática Educativa, que a su vez realizaron actividades de capacitación a los demás docentes del plantel en el uso de herramientas digitales. Además, se buscó el vínculo con la empresa *Texas Instrument*, quien dobló su apoyo y proveyó de calculadores y sensores digitales. Dentro de la escuela se trabajó con 17 grupos en total, donde 13 eran de bachillerato de ciencias físico-matemáticas y cuatro de ciencias económico-administrativas, el porcentaje de deserción fue de 44.2% en la generación. Uno de estos 17 grupos, del bachillerato de ciencias económico-administrativas, con 42 estudiantes, estuvo expuesto a un tratamiento experimental por lo cual, de los seis semestres de matemáticas que tomaron, cinco los cursaron trabajando una cantidad variable de sesiones en el laboratorio, se usaron calculadoras graficadoras y sensores digitales de diferentes parámetros físicos, bajo un enfoque variacional. El porcentaje de deserción de este grupo fue del 14.3% es decir, menor a la tercera parte del porcentaje de deserción de toda su generación. Así, se concluye que el “enfoque experimental durante la aplicación de este proyecto repercute de manera favorable en el aprendizaje de los estudiantes” (Valero C., Barba S. y Del Castillo E., 2007, p. 6).

En la investigación de María del Mar García López, *Influencia de las Tecnologías en el Aprendizaje de las Matemáticas*, que no por ser un proyecto aplicado a nivel básico, no deba de mencionarse, ya que éste refuerza la parte básica del uso de los REA, en el sentido de que fue una investigación con metodología de Investigación-Acción (IA) la cual es como la estructura de una espiral cíclica formada por ciclos de

investigación compuestos cada uno de ellos por cuatro fases: Planificación, Acción, Observación y Reflexión. Dichas etapas se desarrollaron durante dos ciclos escolares, 2004-2006. Aunque se decantaron por una metodología básicamente cualitativa, se ayudaron del análisis estadístico de los datos para apoyar las conclusiones. En donde, la referida investigación tuvo como objetivo el de medir lo que se llama: Actitudes hacia las matemáticas y Actitudes matemáticas, las cuales pueden influir en el aprendizaje y rendimiento de los alumnos. Así que dicho proyecto tienen como finalidad el de innovar estrategias y recursos metodológicos para la mejora. Gracias al desarrollo de actividades que se sostuvieron del uso de TIC. Llevado a cabo en el Instituto de Educación Secundaria Murgui. Los resultados fueron los siguientes: los alumnos adquirieron habilidades en el manejo de las TIC, aunque no notables; en una cantidad considerable de alumnos se mejoró el rendimiento y las actitudes de los alumnos, a pesar de que estos no mejoraran las calificaciones en sus exámenes; la TIC aumentó la motivación, mejora del comportamiento y ritmo de trabajo en el alumnado, y los alumnos pudieron desarrollar una capacidad de análisis para corregir sus equivocaciones.

*El ECAEM, un recurso computacional alternativo para promover la comprensión de los conceptos del cálculo diferencial* elaborado por el Dr. Carlos Armando Cuevas Vallejo y la M. en C. Magally Martínez Reyes (2010), del Centro de Investigación Estudios Avanzados del IPN y de la Universidad Autónoma del Estado de México, respectivamente, es una investigación en donde ambas personalidades muestran los diversos conceptos del cálculo diferencial en su parte operativa y conceptual, a partir de un software que no es exclusivo para graficar funciones y calcular grandes cantidades, sino como una herramienta cognitiva.

Ambos estudiosos propusieron la creación de una nueva clase de sistema denominado Entorno Computacional para el Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática (ECAEM), diseñado y regido para las necesidades de tipo didáctico. Este sistema está constituido por un módulo experto, un módulo estadístico de error para el estudiante, un módulo tutor y un ambiente instruccional por medio de una interface. Todo esto aplicado un grupo de estudiantes de la materia de Cálculo Diferencial de la Unidad Académica Profesional del Valle de Chalco (UAP), con cuatro horas a la semana divididas a la mitad, tanto para los conceptos como para el sistema, y aquí el Cuevas y Martínez, explican que cuando se revisa un tema por ejemplo el de raíces se le solicita al alumno encontrar por tanteo, de forma gráfica o por manipulación algebraica las raíces del polinomio; la segunda fase es entrar a la parte inversa donde a partir de dar de forma explícita las raíces se le solicita al alumno encontrar un polinomio que incluya a dichos puntos como sus raíces, a lo que llegan es a proponer varios tipos de polinomios con esta característica, para terminar con una serie de planteamientos para calcular la solución de un polinomio.

Las conclusiones a las cuales se llegaron: existió cierta reticencia por el uso de la tecnología, pues el alumnado está muy acostumbrado a su clase tradicional de matemáticas, el sistema favoreció el acercamiento de conceptos y su construcción simultánea y se promueve el uso de la computadora en el aula.

Dentro de estas investigaciones se puede encontrar una guía para elaborar los instrumentos de recolección de datos, así como sus metodologías aplicadas a sus contextos que sustenten y orienten el proyecto de investigación que es el analizar el impacto de los REA en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo

Diferencial. Cada investigación ha reflejado los pros de integrar recursos informáticos, incluyendo el internet, con el fin de facilitar el aprendizaje, de hacerles más comprensibles los conceptos y el lenguaje matemático que se esté utilizando en su momento, incluyendo dentro del uso de los REA el estilo de aprendizaje de los estudiantes. Y a su vez, en subconjunto, unificarlos en una estrategia viable.

En resumen, en este capítulo se abarcó las maneras en cómo se han aprendido las matemáticas como el Cálculo Diferencial en las escuelas del nivel medio, así como los antecedentes que las preceden a estas investigaciones, además, el uso de los REA en este ámbito. También se mencionaron diversas investigaciones que delimitan y dirigen los objetivos planteados para la investigación y realizar la aplicación de la metodología correspondiente como siguiente paso, siguiendo los objetivos y la pregunta de investigación.

### **Capítulo 3. Metodología del estudio**

En este capítulo se desarrolló la metodología cualitativa. Dicho enfoque de investigación se aplicó, se desarrolló cada una de sus fases y se emplearon como instrumentos de recolección de datos: la entrevista y el cuestionario, además del plan clase, una evaluación y una rúbrica elaborada de mi autoría. Para terminar, se describe cómo fueron analizados los datos cualitativos de la investigación aplicada, por medio de la estrategia de análisis de datos llamada Triangulación de datos.

#### **3.1. Método de investigación**

La metodología, “—proveniente de su propia etimología griega— como un camino o una manera, o dicho tal vez más apropiadamente, como un procedimiento para llegar al objetivo de conocer, indagar, sobre cierto fenómeno” (Blanco, 2012, p. 1). La elección de la metodología cualitativa para saber cuál es el impacto de los REA en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en el nivel medio superior se seleccionó la metodología cualitativa en base a sus ventajas, como es la de estar orientada a aprender de experiencias y puntos de vista de los individuos, valorar procesos y generar teorías fundamentadas en las perspectivas de los participantes (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 365). Todo ello siendo la base de esta investigación, en donde las respuestas de los cuestionarios y entrevistas, inclusive, la evaluación aplicada después de utilizar los REA, encaminaron una respuesta favorable hacia los REA, ayudando a sustentar esta investigación, cumpliéndose los dos objetivos particulares de la investigación:

- Evaluar el aprendizaje del alumno después del uso de los REA en los temas de Límites y Continuidad.
- Involucrar al alumno con los REA como herramientas de aprendizaje opcional.

El diseño de la investigación cualitativa que se eligió fue el de la Teoría Fundamentada, en donde se analizan los datos recogidos durante el proceso de recolección de datos, “empezando por las entrevistas, observaciones de campo y documentos de todo tipo” (Retamal y Zagal, 2010, p. 22), donde los instrumentos y la información obtenida se clasifican de acuerdo a su categoría e indicador correspondiente, (Anexo 1), para posteriormente ser analizados de acuerdo al marco teórico, que es su fundamentación. Por lo cual, queda acorde con los instrumentos empleados durante el proceso de recolección de datos de esta investigación: la entrevista (tanto al profesor como a los estudiantes), la planeación de la clase en base al tema y al REA (Límites y Continuidad) y la evaluación pos-aplicación del REA (resolución de ejercicios). Ver Anexos del uno al seis.

Sin dejar de mencionar, de que se trata de comprender, por igual, el contexto en el cual se aplicó el REA. Además, esta metodología como menciona Hernández *et al* (2010, p. 364) busca comprender y profundizar en la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará), acerca de fenómenos que les rodea, en sus experiencias y de cómo perciben la realidad. Por otro lado, durante y para el diseño de los instrumentos de recolección de datos, se realizó el siguiente proceso:

- Observación de los participantes.

- Delimitación del tema a impartir y a evaluar.
- Preguntas específicas de los temas.
- Aplicación del tema a un problema.
- Elección del REA en base al tema elegido (Límites y Continuidad).
- Elección al azar de los participantes en la entrevista y cuestionario.
- Diseño de la evaluación después del uso del REA (Anexo 6).

### **3.2. Definición del contexto o ambiente.**

La investigación se aplica a un bachillerato incorporado al I.P.N, bajo el plan de estudios 2010 de los CECYT, donde la población participante en este estudio son los alumnos del cuarto semestre de preparatoria, llamados participantes, además de un solo profesor, Gabriel Olvera Alcántara. Se entiende por participantes en el estudio a todas aquellas personas que se involucran en una investigación, sea cuantitativa o cualitativa, a fin de obtener de ellos información o datos que nos precisen si nuestra hipótesis es falsa o verdadera y en cuyo caso sea sustentable por medio de evidencia. Evidencia que estará ligada a los datos “arrojados” por los instrumentos de investigación (Hernández *et al*, 2010, p. 421), en donde la población es de 25 alumnos, dividida en dos grupos según el área que deseen estudiar: Técnico en Informática o Técnico en Administración de Empresas Turísticas, de donde la muestra para aplicar cuestionarios y entrevistas fue aleatoria. Inclusive, a un profesor, Ing. Gabriel Olvera Alcántara.

### **3.3. Diseño de instrumentos de recolección de datos**

Los instrumentos tiene como finalidad capturar la complejidad abstracta de la realidad social, suponiendo para Vasilachis (2006, p. 5), tres requisitos:

- 1) que estén guiadas por interpretaciones sucesivas realizadas durante la investigación,
- 2) que la teoría sea conceptualmente densa –con muchos conceptos y relaciones entre ellos—evitando caer en la simplicidad, y que
- 3) el examen de los datos sea detallado, intensivo y microscópico.

De acuerdo a los requisitos anteriores, el diseño de los instrumentos se basó en el siguiente proceso:

- Observación de los participantes.
- Delimitación del tema a impartir y a evaluar:
- Preguntas específicas de los temas.
- Aplicación del tema a un problema.
- Elección del REA en base al tema elegido (Límites y Continuidad).
- Elección al azar de los participantes en la entrevista y cuestionario.
- Diseño de la evaluación después del uso del REA (Anexo 6).

Por lo anterior, se describe a continuación cada uno de los instrumentos elaborados por el autor de la presente investigación:

- Cuestionarios. Serie de preguntas vinculadas con el objetivo de investigación, ya que por medio de las respuestas se puede definir si el objetivo fue alcanzado o no. “La finalidad es comprender e interpretar la realidad tal y como es entendida por los sujetos participantes en los contextos estudiados, pero esta comprensión no interesa únicamente al investigador” (Rodríguez, Gil y García, 1996, p. 52). Así, el investigador no sólo se abstrae de transcribir respuestas, sino de ampliarlas con lo observado y vivido a su alrededor, lo cual debe de ser evaluado en lo más posible de manera objetiva y sin prejuicios, sin entrometerse en su vida personal. Para el caso del Cuestionario empleado, éste se aplicó tanto al profesor como a los alumnos.

- Entrevistas. Instrumentos de investigación, en donde el entrevistado y el entrevistador abren canales de comunicación directa para poder obtener lo más fiel posible información adecuada y funcional al estudio, “se emplea cuando el problema de estudio no se puede observar o es muy difícil hacerlo por ética o complejidad” (Hernández *et al*, 2010, p. 222), permite información detallada, aunque viciada por los

puntos de vista ajenos a la finalidad de la entrevista o el entrevistador o del mismo entrevistado. “Además, la situación de la entrevista es tan artificial -uno se limita a preguntar y el otro a responder- que es posible formular cuestionamientos muy sólidos sobre la validez de los datos así obtenidos” (Mendoza, 2000, s/p). Y a pesar de esto, son tomados en cuenta.

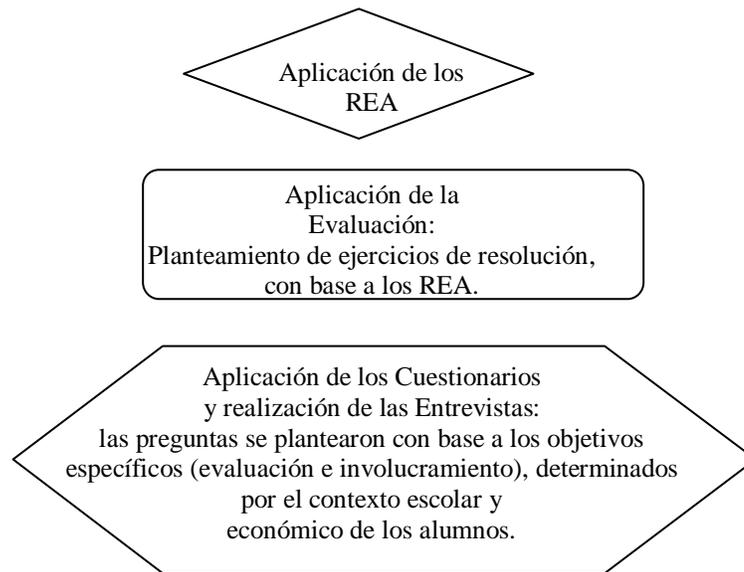
- Plan clase. Los links que se escogieron fueron videos en *youtube* y portales de REA de Universidades públicas, como el de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), fueron a los temas de Límites y Continuidad. La duración fue para dos clases como máximo, dada la poca disponibilidad del laboratorio de cómputo.
- Evaluación. Al finalizar la impartición de los temas, se aplicó un pequeño examen, para saber qué tanto comprendieron ambos términos: límite y continuidad. Este instrumento se elaboró y se aplicó, para posteriormente evaluarlo de acuerdo a una rúbrica (ver Tabla 14 y elaborada por el autor de esta investigación). Esta evaluación se analizó por medio de una tabla de resultados y el análisis por Transferencia y Confirmación (Hernández *et al*, 2010), de acuerdo al marco teórico que es el sostén.
- Rúbrica de evaluación para el Cuestionario después de utilizar el REA. Esta rúbrica se elaboró en base a las preguntas planteadas en el Cuestionario, a manera de poder cuantificar las respuestas y darles una interpretación.

De acuerdo a la aplicación de los instrumentos de recolección de datos, se continuará con la valoración de la información. “Lo que distingue a esta opción metodológicas es la preponderancia que la cualitativa asigna a los participantes de la

investigación y el significado que ellos le dan a sus acciones” (Márquez, 2007, p. 54), dándoles una interpretación adecuada y apegada a su contexto, definido por las respuestas de los cuestionarios y entrevistas. A esto se le agrega la descripción del cómo se recopilaron y ejecutaron los instrumentos:

1. Aplicación de la planeación de la clase (Ver Tabla 5. Características de los REA empleados).
2. Evaluación de la clase.
3. Elección de la muestra: al azar se eligieron los alumnos que respondieron el Cuestionario y Entrevista. Sin embargo, esta muestra aleatoria se tomó de la población de los dos grupos participantes, independientemente de sus calificaciones en los semestres anteriores, todos becados, de edades entre 17 a 19 años, sin considerar si trabajaban o no, sin considerar el hecho de poseer computadora en casa o no, con o sin conexión a internet.
4. Aplicación del Cuestionario y Entrevista a esta muestra de alumnos.
5. Aplicación del Cuestionario y Entrevista al otro profesor de Cálculo Diferencial.
6. Clasificación y análisis de los resultados por categorías e indicadores de acuerdo a los conceptos del marco teórico.

Por lo anterior se presenta el siguiente diagrama de aplicación de los instrumentos de recolección de datos, Figura 3, para ser descritos en la siguiente sección:



*Figura 2.* Instrumentos de recolección de datos.

### **3.4. Aplicación de los instrumentos**

Se aplicaron a los participantes: estudiantes y al profesor, y se investigó cómo el REA impactó el aprendizaje, por medio de los siguientes instrumentos:

- Aplicación de cuestionarios (Anexos 2-4). De cada grupo de estudiantes se eligió una muestra aleatoria de 5 alumnos del área Turística del bachillerato tecnológico Instituto Leonardo Bravo, después del uso de los REA durante sus clases, se analizaron sus aprendizajes con base a diversas evaluaciones, así como el posible cambio en su conducta ante dicha estrategia alterna, saber por medio del contacto humano qué tanto impactó los REA durante la investigación.
- Aplicación de las entrevistas. Se aplicaron solo muestras aleatorias de

toda la población, por ser un instrumento cualitativo, se seleccionaron de acuerdo a criterios propios como investigadora, los fueron: pertenecer al grupo de estudio, tener disposición hacia la entrevista y facilidad de palabra.

### **3.5. Análisis de los datos**

A partir de la Triangulación de datos y con ayuda del Cuadro Triple Entrada (Anexo 1), en donde se establecen las categorías y los indicadores, se analizaron los datos obtenidos de los instrumentos aplicados. En él, las variables de estudio son el uso de los REA y su impacto el aprendizaje en el Cálculo Diferencial, definiéndose a partir de esto las categorías y los indicadores. Para comenzar con el análisis de datos, se tomó en cuenta el cómo ir agrupándolos para poder hacer más factible su análisis, por lo que Austin (2008, s/p) menciona algo al respecto:

El fin de expresarlos y describirlos de alguna forma (conceptual, numérica o gráficamente), de tal manera que respondan a una estructura sistemática, inteligible para otras personas, y por lo tanto significativa, pero que se refiera más que nada a la categorización y dosificación de los datos.

Esto es del lado cualitativo, y como no son medibles en números las entrevistas, se empleó la Categorización. Dentro de la categorización, se agruparon las respuestas similares por grupos, tanto lo que querían decir de manera textual como en lo conceptual. Algo como lo que comenta Austin (2008, s/p):

La categorización consiste en la segmentación en elementos singulares, o unidades, que resultan relevantes y significativas desde el punto de vista de nuestro interés investigativo. Se realiza por unidades de registro, es decir, estableciendo una unidad de sentido en un texto registrado por algún medio, por lo tanto es *textual* y a la vez *conceptual*.

De lo anterior, se visualiza en la Tabla 6, las categorías y los indicadores:

Tabla 6  
*Categorías e Indicadores*

Categorías	Indicadores
Recursos Didácticos actuales	Contexto Método didáctico Participación del alumno Impacto de los REA en la materia del Cálculo Diferencial
Recursos de aprendizaje del alumno	Contexto del alumno Impacto del REA en el aprendizaje del Cálculo Diferencial REA en el aprendizaje Características individuales de aprendizaje El empleo del REA en clase

Triangulación de datos: Cuestionarios y entrevistas. Esto es, el uso de una “metodología caracterizada por la búsqueda del control de calidad basada en el postulado de que este control se consigue mejor contrastando las técnicas cuantitativas con cualitativas replegándose rígidamente a la fidelidad de una sola mirada” (Ruíz, 1996, p. 9). Ante esto, dado que si se quiere transformar una realidad educativa, se deberá al respecto de reflexionar sobre ello, como justifica Sandin (2005, p. 47) porque con ello se pretende “hallar el sentido de los procesos educativos, de los problemas que han surgido en la puesta en marcha del plan. Se reflexiona sobre el plan de acción sobre todo el proceso, y las acciones, lo planeado y lo realmente conseguido”. Y de esta manera, contrastar, para trazar las nuevas directrices que seguirán transformando.

### 3.6. Validación de resultados

Para saber y tener confiabilidad en un instrumento de recolección de datos, se puede definir como lo hace Hernández *et al* (2010, p. 201):

el grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir, que pudiera verse afectada por cualquiera de los siguientes factores: la improvisación, el empleo de instrumentos desarrollados en el extranjero que no

han sido validados en nuestro contexto, que el instrumento resulte inadecuado para las personas a quienes se les aplica, las condiciones en las cuales fue aplicado el instrumento, la falta de estandarización o aspectos mecánicos.

Los instrumentos empleados se basaron en el contexto del objeto de estudio, buscando su vinculación con el objetivo de esta investigación. Se aplicaron a estudiantes y a un profesor. Dicha evidencia se encuentra en el Anexo 7 y 8. Además, el objetivo de investigación se relaciona con las preguntas realizadas tanto en el Cuestionario como en las Entrevistas, enfocadas a determinar si se cumplió con éste. Lo cual podrá visualizarse en el contenido del Cuadro Triple de Entrada.

Para el caso del examen, que es el otro instrumento de evaluación del aprendizaje, se analizaron sus datos por medio de la Transferencia o aplicabilidad de resultados, que como menciona Hernández *et al* (2010), ayudará a saber en qué tipo de contextos podemos aplicar los resultados, aunque de manera parcial, que se obtuvieron de acuerdo a las pautas que las rige, además de dar a conocer un mayor conocimiento del fenómeno para futuros estudios. En el caso de esta investigación conocer más acerca del fenómeno educativo motivado por la implementación de REA en la clase.

Además de la Transferencia, también se empleó el criterio de Confirmabilidad o Confirmación, el cual se apoyará en otras investigaciones relacionadas con el tema, o como menciona Hernández *et al* (2010), rastrear los datos en la misma fuente, para posteriormente ser explicados e interpretarlos.

En resumen, se describió la metodología que se aplicó durante la investigación, que en este caso fue la cualitativa, los instrumentos de aplicación para recolectar datos (cuestionarios, entrevistas y la evaluación después del REA) vinculándolos con la

pregunta de investigación, la estrategia de análisis de datos (Triangulación de datos) organizado en Categorías e Indicadores, y la validez de dichos instrumentos creados bajo un contexto escolar determinado y particular por sí mismo.

## Capítulo 4. Análisis y discusión de los resultados

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos después de la aplicación de los instrumentos de recolección de datos, para saber el impacto de los REA en el aprendizaje del Cálculo Diferencial en sus procedimientos y conceptos.

### 4.1. Presentación de resultados

Para fines de esta investigación, se trabajó con dos grupos diferentes de la materia de Cálculo Diferencial, el 2402-T (con 23 alumnos) y el 2401-TI (con dos alumnos), a quienes se les concientizó el hecho de utilizar los REA como una herramienta apoyo o auxilio en su estudio, incluso, como seguimiento en los apuntes de la materia cuando no pudieran asistir a clase con regularidad, problemas de inasistencia, debido a que la mayoría trabaja por las mañanas o los fines de semana. Por otro lado, las sesiones fueron dos de 50 minutos para la aplicación del REA y otra para la evaluación, más otra adicional para la entrevista y cuestionario. El cuestionario se repartió en fotocopias, contestándolas los alumnos. La entrevista se aplicó a 10 alumnos de forma aleatoria.

De acuerdo a los REA empleados se elaboró un concentrado con las características y las actividades de cada sesión y del estudiante bajo la dirección del docente, como se nota en la Tabla 7, al mismo tiempo se describen las actividades que se realizaron de manera general y el contenido abordado con el REA (en donde se muestran tres diferentes *links* o página web) en su momento de acuerdo a la sesión, así como se mencionan los resultados generados después de la aplicación:

Tabla 7  
Características de los REA empleados

REA	Contenido abordado con el REA	Actividades que realizó al integrar el REA	Resultados de la aplicación de REA (se añade los instrumentos de evaluación que posteriormente lanzaran los resultados)
<b>Límite</b>			
<p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI">http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebkHXCu&amp;feature=related">http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebkHXCu&amp;feature=related</a></p> <p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecua/">http://www.catedu.es/matematicas_blecua/</a></p> <p><a href="http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html">http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html</a></p>	<p>Tema: Límite</p> <p>Objetivo: El alumno comprenderá el concepto del límite de varias funciones</p> <p>Competencia: Reconocerá el límite de funciones similares a las de los ejemplos</p> <p>Finalidad: Visualizar el concepto de límite con diversas explicaciones y ejemplos</p>	<p>Introducción al tema con lluvia de ideas.</p> <p>Apertura de los REA.</p> <p>Explicación general de los REA.</p>	<p>Entrevista a alumnos</p> <p>Cuestionario a alumnos</p> <p>Evaluación posterior a la aplicación del REA</p>
<b>Continuidad</b>			
<p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecua/">http://www.catedu.es/matematicas_blecua/</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9pg">http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9pg</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvrel">http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvrel</a></p>	<p>Tema: Continuidad</p> <p>Objetivo: Comprenderá el concepto de continuidad de una función</p> <p>Competencia: Reconocerá la continuidad de funciones similares a los del ejemplo</p> <p>Finalidad: Visualizar el concepto de límite con diversos ejemplos</p>	<p>Introducción al tema con lluvia de ideas.</p> <p>Apertura de los REA.</p> <p>Explicación general de los REA.</p>	<p>Entrevista a alumnos</p> <p>Cuestionario a alumnos</p> <p>Evaluación posterior a la aplicación del REA</p>

Dentro de las sesiones, la actividad comenzó con la técnica lluvia de ideas acerca de los conceptos de límite y continuidad. A partir de ello se aterrizó la idea general que se acercara a la definición formal, luego se aplicó el REA para visualizar los conceptos y verificar nuestra definición grupal o enriquecerla. Después fue el espacio de los ejemplos que se exponían en el video, para después abrir otro link donde se expusieran los ejemplos con gráficas y se les preguntó a los alumnos acerca del límite de dicha función representada en la gráfica y sobre su continuidad en determinado punto. Esto es la descripción de las dos sesiones de manera general, en la tercera solo fue la aplicación de la evaluación por escrito, la cual se puede ver en el Anexo 6 y la cual tuvo como objetivo visualizar qué tanto aprendió el alumnos con los *links* vistos en clase.

En esta parte se exponen los resultados de manera descriptiva y gráfica después de la aplicación de los cuestionarios para los alumnos. En el caso del profesor, solo se trabajó con uno del turno vespertino, quien no estuvo de acuerdo en aplicar el plan de clase con la adopción del REA propuesto, así que sólo se pudo trabajar con dos de sus alumnos por fuera e integrándolos con el otro grupo.

#### **4.1.1. Categoría uno: Recursos Didácticos Actuales.**

Para la categoría uno se tiene los siguientes indicadores:

- Contexto del profesor. El profesor Gabriel Olvera Alcántara considera que ha sido un profesor convencido de su enseñanza y aprendizaje de sus alumnos, en donde ha tenido muy buenas experiencias, gracias a su experiencia y conocimiento tanto de la materia como de los alumnos, sin tener ningún tipo de debilidad frente a ellos, sin tener que cambiar su actitud respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- Método didáctico. De esta categoría, el profesor Gabriel expresó en estrategias de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas, “son invención de las pseudociencias como al sociología, la psicología y la pedagogía”, en su propias palabras. Por lo que no tienen ninguna importancia el empleo de dichas estrategias, ni el empleo de criterios para aplicarlas, aclara que las únicas características de su método de enseñanza y aprendizaje son el conocimiento y el compromiso con los alumnos, razón por la cual los alumnos se desempeñan de manera adecuada bajo su propio criterio y ciertamente su conocimiento del tema, fomenta la reflexión, la discusión y la resolución de problemas.
- Participación del alumno. Menciona, el profesor Olvera, que la participación del alumno en clase es mala, a pesar de que se involucra de manera colaborativa y los problemas propuestos favorecen el desarrollo de estrategias matemáticas. Sin embargo no piensa lo mismo con la adopción o influencia de los REA, las que toma como algo inservible y distractivo para su aprendizaje. Además, de que la parte emotiva y académica del alumno no se ve influenciada por el empleo del REA.
- Impacto de los REA en la materia de Cálculo Diferencial. No encontró ninguna ventaja al aplicar el REA, y piensa que no es necesaria ninguna habilidad para emplear el REA, ni en alumnos, ni en los docentes, por lo que no tienen razón de ser dentro de los contenidos programáticos del Cálculo Diferencial. Así, que el lenguaje matemático no influye tampoco

en los conceptos matemáticos del Cálculo Diferencial por medio del los REA, no pudiéndose lograr un aprendizaje significativo. Incluso, el hecho de convocar a los alumnos emplear internet para cierta actividad, provoca que existan distracciones (pornografía, más entretenimiento y más comercio). Por lo que su uso implementa el costo por el uso de internet, mantenimiento del equipo y las distracciones antes mencionadas, costo que en su mayoría no pueden sufragar los alumnos ni sus familias. Y para este tipo de población estudiantil, el empleo de estos recursos educativos no es adecuado, pues realmente no favorecen ni la habilidad ni la competencia que requieren para continuar con estudios posteriores.

En contraste con lo anterior, la UNESCO (2012) menciona que los REA pueden apoyar el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes, es decir, son una opción positiva, sin embargo, si la población a la cual se le está dirigiendo no tienen los recursos económicos ni de infraestructura, para estos casos, no servirá de mucho.

#### **4.1.2. Categoría dos: Recursos de aprendizaje del alumno.**

Dentro, se tienen los siguientes indicadores:

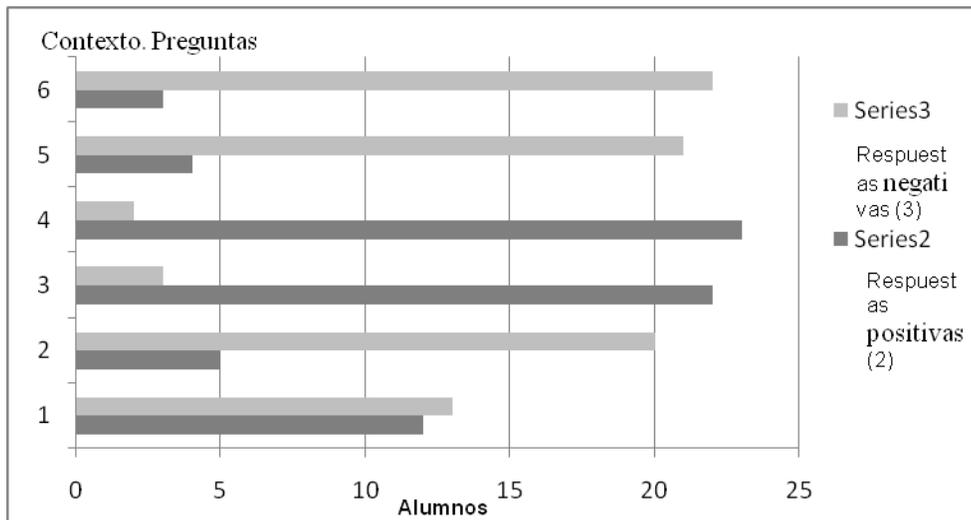
- Contexto del alumno. Los resultados demuestran que los alumnos pueden tener computadoras en casa, pero no con acceso a internet, pudiendo utilizar el de los cafés internet, pero dependiendo de la economía familiar. Además, no han utilizado las redes sociales ni internet para discutir las tareas o investigaciones de matemáticas y en su mayoría piensa que el

emplear internet en clase, es para aprender de otra forma, como auxiliar y bajo la dirección del profesor, como se visualiza en la Gráfica 1 y la Tabla 8. Así que su contexto o entorno no es muy favorecedor para emplear el internet y por consiguiente algún REA.

Tabla 8

*Indicador. Contexto del alumno: resultados de la preguntas del Cuestionario*

Contexto del alumno (preguntas)	No. Alumnos	
	SÍ	NO
1	12	13
2	5	20
3	22	3
4	23	2
5	4	21
6	3	22
7		



Gráfica 1. Cantidad de alumnos que respondieron al indicador Contexto

- REA en el aprendizaje. Los alumnos nunca habían oído hablar de los

REA, no conocían páginas web que tuvieran esa información, ni por equivocación y ni sabían cómo buscar una de estas, como se nota en la Tabla 9. Por lo que no sabrían como qué recursos podrían auxiliar a la clase de matemáticas, en respuesta a la pregunta o indicador número nueve.

Tabla 9

*Indicador: REA en el aprendizaje. Alumnos que contestaron a esta parte del cuestionario*

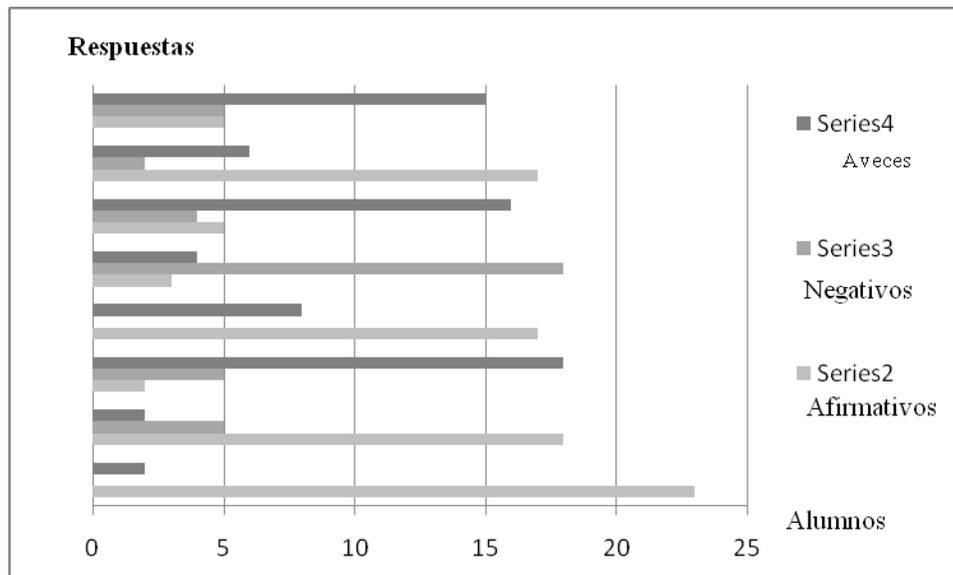
REA en el aprendizaje (preguntas)	No. Alumnos	
	SÍ	NO
8	0	25
9		

- Características individuales del aprendizaje. Los alumnos mencionan que el lenguaje matemático sí influye para entender determinados temas. Saben que no todos aprenden de manera igual, pero desconocían acerca de los estilos de aprendizaje y su influencia en el cómo aprender. Están de acuerdo que en la resolución de los problemas, normalmente se quiere aplicar el mismo procedimiento memorístico o al menos que existiera una metodología para resolverlos, sin estarle pensando tanto (ver Tabla 8 y Gráfica 2). Esto, porque la mayoría ve que son malos para las matemáticas, a pesar de aplicarlas de manera cotidiana en su forma básica, incluso en materias como Física, Química, Matemáticas Financieras, Programación y en algunos temas de Cocina.

Tabla 10

Indicador: *Características individuales de aprendizaje, resultados numéricos*

Características individuales del aprendizaje	No. Alumnos		
	SÍ	NO	A VECES
10	23	0	2
11	18	5	2
12	2	5	18
13	17	0	8
14	3	18	4
15	5	4	16
16	17	2	6
17	5	5	15



Gráfica 2. Cantidad de alumnos que respondieron a Características individuales de aprendizaje

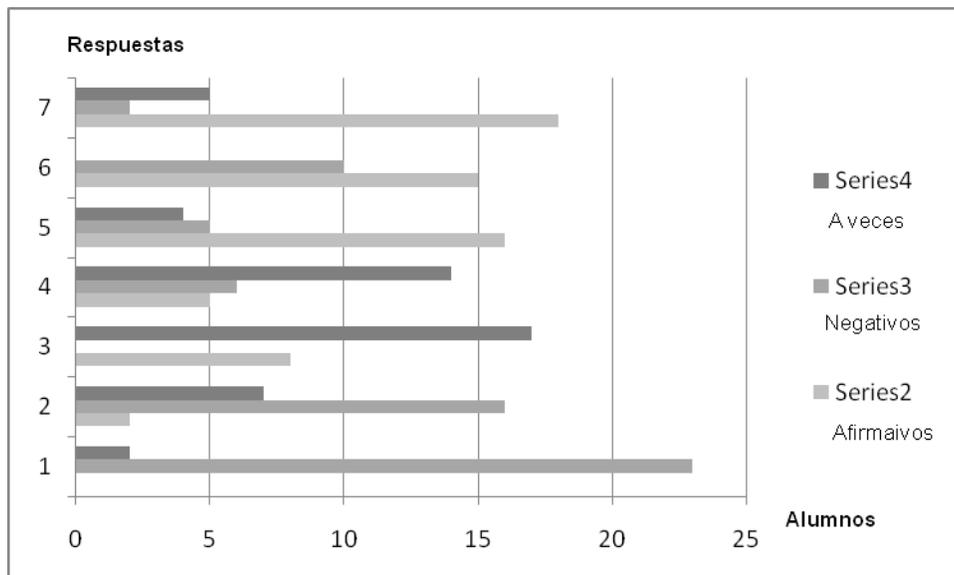
- El empleo del REA en clase. La mayoría de los profesores no emplean el internet en clase y los alumnos creen que no mejorará su desempeño por el uso de estos, pero a veces podrá servir para comprender conceptos demasiado abstractos y quizás ayude a resolver problemas matemáticos. Aunque para el tema visto en clase, hubo quienes sí entendieron mejor el concepto y creen que los REA visto en clase fueron los adecuados, pero

faltó más tiempo en el laboratorio de informática para explorar nuevos recursos del tema o para cualquier otro de matemáticas y en otro momento. Esto puede visualizarse en la Tabla 11 y en la Gráfica 4 con lo obtenido.

Tabla 11

Indicador: *El empleo del REA en clase, resultados numéricos*

El empleo del REA en clase	No. Alumnos		
	SÍ	NO	A VECES
18		23	2
19	2	16	7
20	8	0	17
21	5	6	14
22	16	5	4
23	15	10	
24	18	2	5



Gráfica 3. Cantidad de alumnos que respondieron a El empleo del REA en clase

#### 4.1.3. Resultados de las entrevistas.

En la Tabla 12 se muestra en la siguiente tabla descriptiva las entrevistas realizadas a cinco alumnos, los cuales coincidieron en sus respuestas que se presentan.

Tabla 12

*Concentrado de respuestas de los alumnos a la entrevista*

INDICADORES	RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS
Contexto del alumno	Normalmente se trabaja en casa con internet, sin embargo, no todos tenemos recursos para acceder a internet, por lo que las investigaciones las tenemos que realizar en un café internet. Para las tareas que son de matemáticas, éstas solo van en el cuaderno o en hojas sueltas para entregar, nunca nos han dejado ver ninguna página al respecto, ni sabíamos que existieran para nuestro nivel.
REA en el aprendizaje	Es la primera vez que escuchamos acerca de los REA, solo cuando tenemos que utilizar internet lo hacemos, para no generar gasto extra en nuestras casas, además el <i>facebook</i> o los blogs casi no los utilizamos, mejor usamos nuestro <i>IPad</i> para escuchar música.
Características individuales de aprendizaje	Pues ningún profesor nos enseña de manera particular, siempre ha sido él al frente del pizarrón, hay muchos que nos dictan o nos hacen resumir lo del libro. En mate no suelen pedir procedimiento, así que se nos olvida cómo llegamos al resultado, pero del salón no salimos.
El empleo del REA en clase	De los profesores que nos ha impartido matemáticas, ninguno ha utilizado el internet, solo material como las láminas para ilustrar gráficas y de ahí para explicarnos o sólo el pizarrón, pero por lo menos ahora sabemos que podemos auxiliarnos o apoyarnos en el internet para poder sacar la materia, como que nos ayuda a ser autodidactas.

#### 4.1.4. Resultados de las pruebas de aprendizaje después del REA.

Después de las sesiones con el REA, se pidió a los alumnos que contestaran la siguiente evaluación, mostrada en la Tabla 13, después de ver los links señalados al respecto del tema.

Tabla 13  
Evaluación de los reactivos

REACTIVO	CALIFICACIÓN		
	Buena	Mala	Suficiente
1. ¿Cómo defines con tus propias palabras límite?	10	5	8
2. ¿Cómo defines con tus propias palabras continuidad?	15	3	7
3. ¿Qué es discontinuidad o cómo se presenta en una función? Recuerda que sería lo contrario a continuidad.	14	6	5
4. Dibuja una gráfica en donde representes el límite de una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.	16	1	8
5. Dibuja una gráfica en donde representes la continuidad una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.	20	1	4
6. Calcula el límite y sus intervalos de continuidad, así como el de discontinuidad de las siguientes funciones, además, grafica la función: a) $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^2 - 4x}{x - 4} \right) =$ (reuerda factorizar por variable común y diferencia de cuadrados) b) $\lim_{x \rightarrow 7} 3x^3 - 2x^2 + 2 =$ c) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{3x^3 - 3x}{8x^2} =$	15	3	7
7. Investiga la aplicación de los límites y continuidad en alguna área del conocimiento y anota el ejemplo (que sea uno que puedas desarrollar posteriormente en clase).	5	7	13

Para ello se empleó la siguiente rúbrica:

Tabla 14

*Rúbrica personal para evaluar el examen después del REA (elaborada por el autor)*

REACTIVO	BUENA	MALA	SUFICIENTE
1 y 2	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo
3	Logra deducir la definición a partir de los reactivos 1 y 2, con sus propias palabras, y añade un ejemplo	Sólo copia la definición formal sin ejemplos	Investiga la definición, pero añade un ejemplo suyo o a partir de los ejemplos de los reactivos 1 y 2
4 y 5	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo
6	Resuelve empleando el teorema de límites, existe un procedimiento	No intenta realizar el ejercicio (sin contestar)	Identifica el teorema por aplicar al ejercicio pero no termina el ejercicio
7	Investiga al menos dos aplicaciones por cada tema	No investiga nada (sin contestar)	Investiga solo una aplicación por cada tema

#### 4.2. Análisis e interpretación de resultados

Con los datos obtenidos se realizó un análisis por medio del Cuadro de Triple Entrada o una Triangulación de datos y lo investigado en el contenido del capítulo dos, para saber si se había llegado al objetivo de la investigación y cumplido con los objetivos específicos, y así dar respuesta a la pregunta de investigación. Inclusive, este proceso cualitativo, brinda la oportunidad de ser flexible o adaptable según el contexto de la investigación, “contando con una teoría que la sustenta, que explique, que informe e integre los datos para su interpretación” (Quecedo, 2002, p. 8). Con los cuales se concluya por afianzar lo buscado, para esto se elaboró la Tabla 15 Condensado de

Resultados y Análisis interpretativo en donde se hace la interpretación y el análisis de los resultados expuestos en el capítulo 4 y el marco teórico del capítulo 2:

Tabla 15  
*Condensado de Resultados y Análisis interpretativo.*

Categoría	Resultados	Análisis e interpretación teórica
<p><b>Uno:</b>  <b>Recursos didácticos actuales</b></p>	<p><b>Contexto</b>                      El profesor Gabriel Olvera Alcántara considera que ha sido un profesor convencido del aprendizaje de sus alumnos, en donde ha tenido muy buenas experiencias, gracias a su experiencia y conocimiento tanto de la materia como de los alumnos, sin tener ningún tipo de debilidad frente a ellos, sin tener que cambiar su actitud respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>Se apega a lo mencionado por Camacho (2011) sobre la matematización en el proceso de enseñanza y aprendizaje.                      Al mismo tiempo se cubre la manipulación de situaciones asertivas y básicas, Freudenthal (2010), de aprendizaje.                      Por lo que el manejo del lenguaje matemático es comprensible y significativo para el alumno, Ortega y Ortega (2001), y Sanz (1995), a fin de ir agregando conocimiento.                      No se cumple con la participación de la tecnología, como lo dice Hernández, Uribe y Ciprés, provocando deficiencia tecnológica.</p>
<p><b>Uno:</b>  <b>Recursos didácticos actuales</b></p>	<p><b>Método didáctico</b>                      Para el profesor Gabriel no existen estrategias de aprendizaje para el caso de las Matemáticas, ya que “son invención de las pseudociencias como al sociología, la psicología y la pedagogía”, en su propias palabras. Por lo que no tienen ninguna importancia el empleo de dichas estrategias, ni el empleo de criterios para aplicarlas, aclarando que las únicas características de su método de aprendizaje para sus alumnos es darles conocimiento y el compromiso que tienen con ellos, razón por la cual los alumnos se desempeñan de manera adecuada bajo su propio criterio y ciertamente su conocimiento del tema, fomentando la reflexión, la discusión y la resolución de problemas.</p>	<p>No se cumple con lo que externa Pozo y Gómez (2006) sobre el avance de una nueva cultura de aprendizaje continuo y multicultural; ni lo que menciona López García (2003) acerca de la integración de las TIC y el aprendizaje enriquecido por medio de la visualización, el diseño e implemento de mejores estrategias.                      Ni se cumple con la creación de contextos de información y comunicación, como lo confirma Fernández y Delavaut (2012), perdiéndose productividad, emotividad y las diferentes situaciones en donde la investigación y la aplicación por medio del Cálculo Diferencial, algo que menciona García (2012) y Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008).                      No considera los estilos de aprendizaje Gallego (2008) por lo que la clase se homogeniza.</p>
<p><b>Uno:</b>  <b>Recursos didácticos actuales</b></p>	<p><b>Participación del alumno</b>                      Menciona, el profesor Olvera, que la participación del alumno en clase es mala, a pesar de que se involucra de manera colaborativa y los problemas propuestos por él favorecen el desarrollo de estrategias matemáticas, sin embargo no piensa lo mismo con la adopción o influencia de los REA. Además, de que la parte emotiva y académica del alumno no se ve influenciada por el empleo del REA.</p>	<p>No cumple con lo dicho por Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008), acerca de la modificación en la actitud del alumno por los beneficios del REA.                      Por lo anterior, tampoco se cumple lo expuesto en el estudio de García López (2003) sobre <i>Influencia de las Tecnologías en el Aprendizaje de las Matemáticas</i>.                      Así que el mismo profesor está provocando inconscientemente una reticencia hacia el uso de la tecnología, como lo manifiesta Cuevas y Martínez (2012) en su investigación <i>El ECAEM</i>.</p>

Categoría	Resultados	Análisis e interpretación teórica
<b>Uno: Recursos didácticos actuales</b>	<p><b>Impacto de los REA en la materia del Cálculo Diferencial</b></p> <p>No encontró ninguna ventaja al aplicar el REA, y piensa que no es necesaria ninguna habilidad para emplear el REA, ni en alumnos, ni en los docentes, por lo que no tienen razón de ser dentro de los contenidos programáticos del Cálculo Diferencial. Así, que el lenguaje matemático no influye tampoco en los conceptos matemáticos del Cálculo Diferencial por medio del los REA, no pudiéndose lograr un aprendizaje significativo. Incluso, el hecho de convocar a los alumnos emplear internet para cierta actividad, provoca que existan distracciones (pornografía, más entretenimiento y más comercio). Por lo que su uso implementa el costo por el uso de internet, mantenimiento del equipo y las distracciones antes mencionadas, costo que en su mayoría no pueden sufragar los alumnos ni sus familias. Y para este tipo de población estudiantil, el empleo de estos recursos educativos no es adecuado, pues realmente no favorecen ni la habilidad ni la competencia que requieren para continuar con estudios posteriores.</p>	<p>No se cumple lo expresado por Kilpatric y Findell (2001), ya que los estudiantes no están construyendo sus conocimientos a partir de concepciones fundamentales y procedimientos subyacentes, con lo cual no son capaces de desarrollar diversos problemas, Idris (2006). No se cumple con lo enfatizado por la UNESCO (2012), Rojano (2004) y Kilpatric y Findell (2011), acerca de que los alumnos no están empleando su saber para un ser, hacer y saber hacer. Por lo que no hay una fluidez en el lenguaje matemático para entender, conceptualizar y comunicar y transmitir ideas medulares aplicadas con tecnología, Carabús (2004) y Ruiz y Barrantes (1997).</p> <p>No se cumple con la función construir sus conceptualizaciones y procedimientos, Hernández, Uribe y Ciprés (2004). No logrando comprender el por qué se aplica tal algoritmo y su desarrollo, Dolores (2000) y Alcalá (2002). No se cumple con potencializar el aprendizaje a través de los recursos tecnológicos, Fernández y Delavaute (2012).</p> <p>No se le ofrece al alumno un cambio mental duradero Skemp (1999), ni la transformación de un conocimiento técnico a uno estratégico en combinación con el REA, Pozo y Gómez (2006). No hay ejercicios de visualización, Celaya, Lozano y Ramírez (2010). Se enfoca a lo que se llama talacha, Peña (2004), logrando que siga siendo un aprendizaje abstracto (Ruiz, 2008) y dependiente de una representación (Balderas, 1996), haciéndolo menos asimilativo con la visualización, Dolores (2000) y García (2008). Sin explotar las capacidades del alumno, Sabín, Toledo, Albelo, García y Pino (2005). En este caso no hay un impacto del REA en la clase, Hernández (2005). Existe el compromiso del profesor con sus alumnos, pero no puede retenerlo y que aprenda, Castro (2007). Sigue existiendo un docente tradicional, Rodríguez (2004).</p> <p>Se cumple con lo mencionado por Escudero, Llinás, Obeso y Rojas (2005), quienes no encontraron ninguna diferencia entre usar o no la tecnología; ni la responsabilidad del alumno de aprender, Rouquette y Ariza (2004).</p> <p>Tampoco hay un empleo de otras herramientas como son las graficadoras, esto lo manifiestan Salcido, Valero, Barba y Castillo (2007); ni la injerencia en la elaboración y diseño de un software, Cuevas y Martínez (2012).</p>

Categoría	Resultados	Análisis e interpretación teórica
<p><b>Dos: Recursos de Aprendizaje del alumno</b></p>	<p><b>Contexto del alumno</b> Los resultados demuestran que los alumnos pueden tener computadoras en casa, pero no con acceso a internet, pudiendo utilizar el de los cafés internet, pero dependiendo de la economía familiar. Además, no han utilizado las redes sociales ni internet para discutir las tareas o investigaciones de matemáticas y en su mayoría piensa que el emplear internet en clase, es para aprender de otra forma, como auxiliar y bajo la dirección del profesor, como se visualiza en la Gráfica 1y la Tabla 6. Así que su entorno no es muy favorecedor para emplear el internet y por consiguiente el REA.</p>	<p>Se cumple con adquirir un equipo de cómputo, pero no con el acceso a internet, provocando un retraso educativo y tecnológico (UNESCO, 2012), una brecha digital y una inequidad de los diferentes estratos socioeconómicos (Piedrahita, 2007). No logrando el involucramiento con el REA o ambientes virtuales de aprendizaje.</p>
<p><b>Dos: Recursos de Aprendizaje del alumno</b></p>	<p><b>REA en el aprendizaje</b> Los alumnos nunca habían oído hablar de los REA, no conocían páginas web que tuvieran esa información, ni por equivocación y ni sabían cómo buscar una de estas, como se nota en la Tabla 7. Por lo que no sabrían como qué recursos podrían auxiliar a la clase de matemáticas, en respuesta a la pregunta o indicador número nueve.</p>	<p>No se cumple con la función del REA por no conocer acerca de ese tema, así que no hay una facilitación del conocimiento como lo concluyen Álvarez, Brunel, Díaz y Hernández (2012). No se cumple con la llama apropiación tecnológica de Celaya, Lozano y Ramírez, (2010), para un aprendizaje diferente. No se toma a la tecnología como herramienta auxiliar para el docente Fernández y Delavaute (2012), ni como medio de evaluación, ni de retroalimentación.</p>

Categoría	Resultados	Análisis e interpretación teórica
<p><b>Dos: Recursos de Aprendizaje del alumno</b></p>	<p><b>Características individuales de aprendizaje</b> Los alumnos mencionan que el lenguaje matemático sí influye para entender determinados tema. Saben que no todos aprenden de manera igual, pero desconocían acerca de los estilos de aprendizaje y su influencia en el cómo aprender. Están de acuerdo que en la resolución de los problemas, normalmente se quiere aplicar el mismo procedimiento memorístico o al menos que existiera una metodología para resolverlos, sin estarle pensando tanto (ver Tabla 8 y Gráfica 2). Esto, porque la mayoría ve que son malos para las matemáticas, a pesar de aplicarlas de manera cotidiana en su forma básica, incluso en materias como Física, Química, Matemáticas Financieras, Programación y en algunos temas de Cocina.</p>	<p>Se confirma que el lenguaje matemático, es fundamental para comprender los temas subsecuentes, Ortega y Ortega (2001), y al mismo tiempo que sepan manejar e interpretar esa simbología, así como dice Sanz (1995), el de dominar ese lenguaje y expresarlo, por lo que el alumno sí ha interiorizado el concepto, Nunes (1997), volviéndolo un proceso metacognoscitivo, dicho por Ruiz y Barrantes (1997) y no memorístico. No se cumple la parte de Rouquette y Ariza (2004), sobre el partir de marcos referenciales y estrategias para construir su aprendizaje, Idris (2006). Tampoco se cumple con ofrecer un conocimiento reflexivo y practico que menciona Godino, Batanero, y Font (2003), ni su dominio absoluto en cada caso o situación, como lo expresa Belmonte (2001). Tampoco se le da al alumno la capacidad de razonar para elegir algoritmos como lo menciona Kilpatric y Findell (2001). Tampoco se menciona ningún tipo de estrategia de aprendizaje, como la mencionada por García (2010). Ni se ha aplicado ninguna metodología de para resolver problemas, Shöenfeld (citado por Abarca, 2007). Ni se ha aplicado ninguna estrategia que involucre la visualización, mencionada por Domenicantonio y Vacchino (2010). No se cumple con abordar situaciones cotidianas, de manera directa, para contribuir con su formación de pensamiento y marcos referenciales, como menciona Ruiz (2008).</p>
<p><b>Dos: Recursos de Aprendizaje del alumno</b></p>	<p><b>El empleo del REA en clase</b> La mayoría de los profesores no emplean el internet en clase y los alumnos creen que no mejorará su desempeño por el uso de estos, pero podrá servir para comprender conceptos demasiado abstractos y quizás ayude a resolver problemas matemáticos. Aunque para el tema visto en clase, hubo quienes sí entendieron mejor el concepto y creen que los REA visto en clase fueron los adecuados, pero faltó más tiempo en el laboratorio de informática para explorar nuevos recursos del tema o para cualquier otro de matemáticas. Esto puede visualizarse en la Tabla 9 y en la Gráfica 4 con lo obtenido.</p>	<p>Se cumple que el profesor no desee implementar REA por la posibilidad de anular su autoridad o labor como educador, Pastor (2004). No se cumple la función del docente de llevar al aula un material innovador y accesible para la comprensión conceptual que acelere a la misma, Skemp (1999). No hay un aprovechamiento en la red de internet de la escuela, Castro (2007). Se cumple con que algunos REA satisfacen los requisitos curriculares, agregando las características de los alumnos, estrategias y contexto, como dice González, Lozano y Ramírez (2008). Se cumple con la mayor cobertura de las características de los alumnos, que es lo que nos comparte tanto García (2008) como Sabín, Toledo, Albelo, García y Pino (2005).</p>

De igual manera se hizo con las entrevistas y sus resultados como se describe en la siguiente Tabla 16 Análisis interpretativo de las entrevistas:

Tabla 16  
*Análisis interpretativo de las entrevistas*

Indicadores	Respuestas de los alumnos	Análisis e interpretación teórica
Contexto del alumno	Normalmente se trabaja en casa con internet, sin embargo, no todos tenemos recursos para acceder a internet, por lo que las investigaciones las tenemos que realizar en un café internet. Para las tareas que son de matemáticas, éstas solo van en el cuaderno o en hojas sueltas para entregar, nunca nos han dejado ver ninguna página al respecto, ni sabíamos que existieran para nuestro nivel.	No se cumple con ningún ambiente enriquecido con tecnología, López García (2003). Tampoco hay una potencialización del aprendizaje, Fernández y Delavaute (2012). Se cumple con la parte en que el alumno construye sus procedimientos a partir de las concepciones investigadas y comprendidas, Kilpatric y Findell (2001). No se cumple con lo comentado por Moreno (2004), sobre el desarrollo de la capacidad de aprendizaje.
REA en el aprendizaje	Es la primera vez que escuchamos acerca de los REA, solo cuando tenemos que utilizar internet lo hacemos, para no generar gasto extra en nuestras casas, además el <i>facebook</i> o los blogs casi no los utilizamos, mejor usamos nuestro <i>IPad</i> para escuchar música.	No se cumple con la forma de aprender colaborativa, Herzig y Kung (2003). Tampoco se cumple con la difusión y finalidad del REA en la educación y el aprendizaje, UNESCO (2002) y Sicilia (citado por Álvarez, Brunel, Díaz y Hernández, 2012). No se cumple la ventaja que genera al docente el empleo de REA, Celaya, Lozano y Ramírez (2010).
Características individuales de aprendizaje	Pues ningún profesor nos enseña de manera particular, siempre ha sido él al frente del pizarrón, hay muchos que nos dictan o nos hacen resumir lo del libro. En mate no suelen pedir procedimiento, así que se nos olvida cómo llegamos al resultado, pero del salón no salimos.	No hay un cambio en la forma de aprender, no se cumple con crear un conocimiento duradero por medio de la tecnología, Skemp (1999). Se cumple con un aprendizaje llamado entrenamiento tipo automatizado y repetitivo, Pozo y Gómez (2006). No se cumple en asumir las características de cada alumno, Gallego (2008). No se cumple con innovar las formas tradicionales de aprendizaje, García (2008).
El empleo del REA en clase	De los profesores que nos ha impartido matemáticas, ninguno ha utilizado el internet, solo material como las láminas para ilustrar gráficas y de ahí para explicarnos o sólo el pizarrón, pero por lo menos ahora sabemos que podemos auxiliarnos o apoyarnos en el internet para poder sacar la materia, como que nos ayuda a ser autodidactas.	No se cumple con impartir la clase con REA, ni se aprecian los beneficios que esto conlleva, Celaya, Lozano y Ramírez (2010). Se cumple con lo que menciona Hernández (2005) sobre el impacto del REA en clase. Se cumple con los beneficios que mencionan Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008).

Para terminar se analizan los resultados del examen de evaluación después de aplicar el REA, los cuales se analizan por transferencia en la Tabla 17 de acuerdo al marco teórico descrito anteriormente y a la rúbrica personal que se elaboró.

Tabla 17

*Análisis de los resultados del examen de evaluación después de emplear REA*

REACTIVO	CALIFICACIÓN		
	Buena	Mala	Suficiente
<b>1. ¿Cómo defines con tus propias palabras límite?</b>	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras (10 alumnos)	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo (5 alumnos)	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo (8 alumnos)
<p>De acuerdo con las investigaciones presentadas en el marco teórico, se tiene que el empleo del REA, en la parte de conceptual para este tema fue bueno, ya que los alumnos pudieron definir con sus propias palabras el concepto de límite, adquiriendo los términos necesarios para ello. A pesar de que casi, en igual número, la mayoría optó por describir el mismo concepto, lo hicieron con el mismo ejemplo, pero con sus propia palabras con términos cercanos a la terminología formal. Esto apoya la idea de que Ortega y Ortega (2001) con la asimilación de términos matemáticos para comprender determinado tema, lo cual hace referencia a lo propuesto por Abarca (2008), sobre el empleo del lenguaje matemático de manera rigurosa y como se refleja en el estudio de Rouquette y Ariza (2004), en donde el REA auxilia para asimilar dichos conceptos. Aquí, a pesar de que el contexto es diferente, los resultados son parecidos.</p>			
<b>2. ¿Cómo defines con tus propias palabras continuidad?</b>	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras (15 alumnos)	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo (3 alumnos)	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo (7 alumnos)
<p>En consonancia con el contexto de Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008), la adquisición del conocimiento es por medio de la manipulación del REA de manera consecutiva y a voluntad, esto se practicó con los alumnos hasta homogeneizar un mismo razonamiento o deducción del concepto. Lo cual para este contexto, fue más simple de comprender y adquirir, lo cual no pasó con el primer reactivo, en donde los conceptos solo fueron aprendidos, pero no perdurarán en los alumnos por mucho.</p>			

REACTIVO	CALIFICACIÓN		
	Buena	Mala	Suficiente
<b>3. Dibuja una gráfica en donde representes el límite de una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.</b>	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras (16 alumnos)	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo (1 alumno)	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo (8 alumnos)
Contexto: Teniendo como base la respuesta del reactivo dos, los alumnos pudieron llegar a una conceptualización general del término en donde la matematización, tema central del estudio de Camacho (2011) se refleja en las deducciones que se unen en una sola, abarcando un lenguaje comprensible y significativo, Sanz (1999). Y lo cual se aterriza en el contexto del estudio de Hernández, Uribe y Ciprés de manera aproximada.			
<b>4. Dibuja una gráfica en donde representes la continuidad una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.</b>	Emplea términos acertados y cercanos a la definición formal, pero con sus propias palabras (20 alumnos)	Repite el concepto dado por el REA y el mismo ejemplo (1 alumno)	Emplea términos cercanos a la definición con sus propias palabras, pero con el mismo ejemplo (4 alumnos)
Contexto: La visualización es una herramienta poderosa, Dolores (2000) y García (2008), en donde los alumnos han podido crear su propia imagen de una gráfica en representación de lo que es el límite, aunque algunos se han acercado también a ello de manera acertada. Esto lo podemos vincular con los contextos de los siguientes estudios de: Cuevas y Martínez (2010); Valero, Barba y Castillo (2007); Salcido (2010) y Escudero, Llinás, Obeso y Rojo (2005), en el momento de utilizar las graficadoras como herramientas auxiliares del aprendizaje o el diseño de software interactivo que motivara al alumno a repensar el concepto por medio de la misma gráfica.			
<b>5. Calcula el límite y sus intervalos de continuidad, así como el de discontinuidad de las siguientes funciones, además, grafica la función.</b>	Resuelve empleando el teorema de límites, existe un procedimiento (15 alumnos)	No intenta realizar el ejercicio (sin contestar) (3 alumnos)	Identifica el teorema por aplicar al ejercicio pero no termina el ejercicio (7 alumnos)
Contexto: Debido a la alta visualización de los REA empleados, los alumnos adquirieron la idea de cómo representar una función continua, sin necesidad de recurrir nuevamente a los ejemplos originales. Los contextos de los estudios que se vinculan a este resultado son: Cuevas y Martínez (2010); Valero, Barba y Castillo (2007); Salcido (2010) y Escudero, Llinás, Obeso y Rojo (2005); demostrando que el aprendizaje por medio del REA es factible y didáctico, además de provocar el raciocinio matemático en el alumno.			

REACTIVO	CALIFICACIÓN		
	Buena	Mala	Suficiente
<b>6. Investiga la aplicación de los límites y continuidad en alguna área del conocimiento y anota el ejemplo (que sea uno que puedas desarrollar posteriormente en clase).</b>	Investiga al menos dos aplicaciones por cada tema (5 alumnos)	No investiga nada (sin contestar) (7 alumnos)	Investiga solo una aplicación por cada tema (13 alumnos)
Contexto: En este reactivo se evalúa la parte del procedimiento, por lo que si el alumno logra desarrollarlo, significa que ha comprendido el concepto, quizás de manera parcial, puesto que ha encontrado deficiencias en el lenguaje matemático para entender estos conceptos de Límites y Continuidad, aquí la matematización queda un tanto reducida, sin embargo, el contexto del estudio de Rodríguez, Sarmiento y Sarmiento (2008), nos deja ver las ventajas que se cumplen al ver interactuar a los alumnos con el REA y discriminar entre un concepto y otro, a pesar de tener una relación entre sí.			
<b>7. Investiga la aplicación de los límites y continuidad en alguna área del conocimiento y anota el ejemplo (que sea uno que puedas desarrollar posteriormente en clase).</b>	Investiga al menos dos aplicaciones por cada tema (5 alumnos)	No investiga nada (sin contestar) (7 alumnos)	Investiga solo una aplicación por cada tema (13 alumnos)
Contexto: Se nota el desinterés en su mayoría por no llevar los conceptos más allá del aula, por lo que prefieren similar y desarrollar que aplicarlos a otras áreas del conocimiento. Solo se conforman con entender el concepto y el procedimiento de manera parcial, así que no se cumple con lo que menciona Skemp (1999), acerca de salvaguardar un conocimiento duradero por medio de REA.			

En resumen, los resultados obtenidos en esta capítulo, nos dan la pauta para mencionar que es muy importante adoptar los REA, ya que el empleo de ellos en este ambiente escolar de poca infraestructura tecnológica, donde los alumnos trabajan para

poder obtener un certificado y aprender, y posteriormente presentar el examen de admisión a nivel superior, les permite visualizar y comprender el concepto matemático de manera distinta; como: herramientas, software de desarrollo e implementación de recursos; “tales licencias abiertas y mecanismos que los soportan, para beneficio de la educación mundial” (Celaya, Lozano y Ramírez, 2010; Mortera, 2008) y para el aprendizaje de los alumnos, es una opción a la que ellos pueden acceder en determinado momento, a pesar de no contar con los recursos. Los cuales, en la materia de Cálculo Diferencial, fueron adecuados como instrumentos de acercamiento a la materia desde otro punto de vista, otra forma de aprender. Los alumnos agradecen que se les considere dentro de su aprendizaje en el momento de elaborar el plan de clase y que se les guíe en el momento de abrir cada *link* vinculado con el tema por ver.

## **Capítulo 5. Conclusiones**

En este capítulo se presentarán las conclusiones de acuerdo al análisis de resultados previamente realizado en el capítulo 4 y dar a conocer si se cumplió con el objetivo general y particulares de esta investigación. Para terminar se plantean diferentes recomendaciones para seguir con esta investigación.

### **5.1. Conclusiones**

Debido al modelo de competencias que se introdujo en el sistema educativo mexicano y en el que actualmente está involucrado al sistema de la SEP, que incluyen sus escuelas incorporadas, la adquisición de conocimientos debe darse de acuerdo al constructivismo o aprendizaje significativo y a su vez sumar la incorporación de la TIC tanto en el aula como en la planeación docente. Por ello, el docente debe estar en constante actualización, sea de manera teórica o práctica, en donde pueda desarrollar material didáctico que apoye y cumpla con la competencia que se le pida, además en convertirse en facilitador del conocimiento ya que debe comprender el tema, crear una atmósfera de aprendizaje junto con la recreación o simulaciones de situaciones de aprendizaje para guiar al alumno en la resolución de las mismas. De aquí, que el Instituto Leonardo Bravo, incorporado con el Instituto Politécnico Nacional, deba de cumplir con las demandas de la Secretaría de Educación Pública, tanto para el docente como a nivel curricular.

Por otro lado, dentro de esta investigación se encontraron las siguientes conclusiones descritas en la Tabla 18 de acuerdo a las categorías que se emplearon:

Tabla 18

*Conclusiones por categoría de la investigación*

Categoría uno:	Categoría dos:
<p>Recursos didácticos actuales Se logra un nivel de matematización dentro del aula, cubriéndose la manipulación de situaciones asertivas para el aprendizaje, siendo a su vez, un uso adecuado del lenguaje matemático, comprensible y de ayuda para que el alumno pueda seguir construyendo sus conocimientos, pero no para todos. Se añade que se tiene una nula participación de la tecnología en el aula. De esto se sigue que no hay un avance en la cultura de aprendizaje continuo y multicultural, ni que exista una integración de las TIC, enriqueciendo el aprendizaje, como la visualización, nulificando la posibilidad de crear contextos de información y comunicación, perdiéndose productividad y emotividad en el alumno, además de no considerar ningún tipo de característica individual del mismo. Por lo anterior, el alumno no está siendo beneficiado con las ventajas de interactuar con algún tipo de REA, creando una retiscencia en él hacia el buen uso de la tecnología o espacio virtual. Inclusive, se les quita la oportunidad de construir concepciones fundamentales y procedimientos a través de los REA, debido a una deficiencia en la comprensión del lenguaje matemático y de la capacidad de analizar algoritmos de resolución de problemas, anulando la potencialización de aprendizaje para el alumno, provocando un conocimiento frágil y poco duradero, abocándose a la talacha y a representaciones bastantes abstractas e incomprensibles. Por lo que la atención del alumno, es poco exitosa, además, esto es signo de una práctica docente tradicional, con un alumno poco responsable de su propio aprendizaje.</p>	<p>Recursos de aprendizaje de los alumnos Dentro del contexto estudiantil, el poco acceso a la cibercultura provoca un retraso en algunas áreas de nivel académico en los alumnos, existiendo una brecha digital que logra un casi nulo involucramiento del alumno con los REA o de ambientes virtuales de aprendizaje, de manera directa. Esto conlleva a que haya una nula apropiación de la tecnología, ni como medio para facilitar el conocimiento, anulando la posibilidad de tomarlo, de igual manera, como herramienta de evaluación y retroalimentación.</p> <p>A pesar de lo anterior, se coincide en que el uso adecuado del lenguaje matemático posibilita la comprensión de temas posteriores, además de manejar nueva simbología, volviendo a los conceptos y procedimientos interiorizados, como un conocimiento metacognoscitivo. Sin embargo, aunque exista esta pequeña ventaja, sin el diseño de alguna estrategia, al momento de implementar la tecnología o un REA, se puede producir un ambiente de aprendizaje confuso y poco asertivo, sin un marco referencial, que conlleve a un conocimiento reflexivo y práctico, anulando la capacidad de razonamiento del alumno y la capacidad de visualización en él. Y agregando algo más, se hace notar que el docente tiene un temor por aplicar los REA pues cree que su autoridad como conecedor del tema, disminuirá, haciendo a un lado la posibilidad de crear materiales innovadores para su práctica docente, añadiendo, el poco aprovechamiento de la red local de la escuela.</p>

Por todo lo anteriormente expuesto, el objetivo general: analizar el impacto del uso de Recursos Educativos Abiertos en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en estudiantes del nivel educativo medio, se abarcó de acuerdo al

diseño de los instrumentos de recolección de datos (cuestionarios, entrevistas y examen después de aplicar el REA), los cuales, a pesar de reflejar en sus resultados un déficit en el conocimiento de REA y del acceso a internet, de una preponderante práctica docente tradicional, ha logrado llegar al alumno para su propio beneficio educativo.

Ahora, de acuerdo a la pregunta de investigación: ¿Cuál es el impacto en el aprendizaje de conceptos y procedimientos de la Geometría Analítica, en el nivel educativo medio, cuando el proceso de aprendizaje se apoya con el uso de Recursos Educativos Abiertos?, en este momento el alumno ha manifestado una mejora en la capacidad de comprensión de conceptos y procedimientos en esa materia, aunque no ampliamente en la aplicación de diversos contextos reales, como se hizo notar en el análisis de los resultados de la Tabla 17. A pesar de ello, se involucró al alumno con este tipo de espacios virtuales, dejándolo interactuar con una herramienta alternativa de aprendizaje tecnológico, con un REA a su alcance y en un futuro.

## **5.2. Recomendaciones**

De manera parcial se cubrió la pregunta de investigación, se concluye que la parte medular durante la aplicación del REA es, fundamentalmente, saber diseñar una estrategia para adaptar el REA al tema y al tipo de alumnos, con sus características propias. Sin embargo, también se tienen las siguientes recomendaciones para la aplicación del REA:

- Crear una estrategia en donde se involucre ejercicios de visualización para que los alumnos de forma colaborativa participen en la deducción de conceptos y comprendan la terminología de ese tema.

- Crear un banco de páginas web en donde se puedan clasificar por temas que se verán durante el ciclo escolar a través de la participación de los mismos alumnos.
- Crear situaciones didácticas dentro de la estrategia de aprendizaje para practicar la comprensión de conceptos y la solución de ejercicios, por medio del REA
- En su caso complementar la clase con REA: ya sea página web, software libre, páginas interactivas entre otras, incluso videos con diferentes formas de abordar un mismo problema.
- Que el docente aprenda a manejar algún tipo de REA y en otro momento, diseñar uno propio.
- Incorporar algún tipo de evaluación para el alumno por medio del REA, favoreciéndose una retroalimentación directa y asertiva, así como saber manipular el software, empleando expresiones matemáticas.
- Trabajar con páginas o software de visualización.
- Aplicar el CHAEA para conocer y cubrir todos los estilos de aprendizaje del alumno, tanto en la materia de Cálculo Diferencial, como en otras y así complementarlo con algún REA.

Para terminar, se tiene el siguiente listado de temas para Investigaciones futuras:

- Realizar un estudio en donde se pueda medir y analizar el nivel de metacognición después de emplear algún tipo de REA.

- Realizar un estudio en donde se pueda analizar si realmente hay una relación de comprensión entre el lenguaje matemático y el empleo de algún REA.
- Un estudio sobre ¿Cómo elegir un REA? de acuerdo al área de estudio o materia.
- Aplicar un estudio para saber qué tanta motivación hay por parte del alumno al momento de emplear algún tipo de REA.

Con estas recomendaciones y propuesta de investigaciones a futuro, los docentes estarían más ligados al cómo innovar sus clases, cómo implementar nuevas herramientas y de cómo ir resolviendo obstáculos que son propios de la docencia y su entorno, es decir, adaptarse y a partir de aquí, adaptar lo nuevo y favorecedor para sus alumnos. Ya que la labor docente no se queda sólo en una pizarra, esta, puede ir más allá por medio del uso de la tecnología, para que en el transcurso de la vida académica del alumno, sepa que tiene la oportunidad de acceder a diferentes ambientes, no necesariamente presenciales, de aprendizaje y alargar así su proceso de aprendizaje educativo. Esto, a pesar de que el alumno no cuente con la infraestructura necesaria, pero es algo que no deja a escapar a nadie, por lo que es mejor darles las bases, un comienzo, para que él mismo vaya dando de sí.

Por otro lado, los obstáculos que se dieron durante este proceso investigativo, generaron que desde un principio se considere el apoyo de las autoridades para hacer uso del laboratorio de cómputo en todo momento o contemplar una hora a la semana por lo menos para acceder a él sin permiso previo alguno. Además de acceder al laboratorio,

saber con cuántas computadoras en buenas condiciones se encuentran y repartir entre el número de alumnos, cuando la escuela no cuente con la infraestructura. Luego, determinar diversos órdenes para su uso, así como una previa selección de REA para optimizar su empleo e interacción en el poco tiempo que se tenga.

Además, considerar que como el REA es un tema tecnológico nuevo en el lenguaje estudiantil, es necesario darle entre los estudiantes esa importancia crucial para su desarrollo académico, para evitar la deserción y la reprobación, que es lo que más lastima a una sociedad en los jóvenes en edad de estudiar.

Con todo el análisis dado de los resultados, se podrían implementar una serie de preguntas de investigación para estudios futuros: ¿cómo se puede diseñar una evaluación por medio de REA?, ¿cómo capacitar al docente para que emplee REA?, ¿cómo influye el REA en otras áreas similares del conocimiento?, ¿cómo medir la motivación del alumno antes y después del REA?, ¿cómo vincular el cuestionario CHAEA con el REA, dependiendo de cada área del conocimiento?, ¿cómo diseñar una estrategia que pueda medir el nivel de adquisición del lenguaje matemático por medio del REA? Estas preguntas son las pautas para ahondar más en el tema del aprovechamiento de los REA.

En resumen, la investigación concluye dentro de sus resultados, buenos indicios del empleo del REA en la materia de Cálculo Diferencial, muy a pesar de que hay alumnos que no cuentan con esta herramienta tecnológica, ellos se interesaron por saber cómo trabajar con este tipo de páginas logrando aprender algo de manera distinta. Para terminar con una serie de recomendaciones que encaminan el uso apropiado y flexible de un REA en clase, además de algunos temas para futuras investigaciones.

## Referencias

- Abarca, N. (2007). La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. *TECNOCIENCIA UNIVERSITARIA*, 5(5),14-29. Recuperado en Febrero, 15, 2012 desde: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rtc/v5n5/v5n5a05.pdf>
- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Editorial GRAÓ, Barcelona. Recuperado en Marzo, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=gWNYXMEILxwC&pg=PA33&dq=aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas&hl=en&sa=X&ei=H9s9UYnwOaji2gXty4DYCQ&ved=0CDUQ6AEwAg#v=onepage&q=aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas&f=false>
- Álvarez, A., Brunel, N., Díaz, A. & Hernández, F. (2012). Uso de recursos educativos abiertos para fomentar el razonamiento matemático en alumnos del nivel medio superior. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, (8). Recuperado en Febrero, 21, 2012 de: [http://www.ride.org.mx/pdf/tutoria\\_y\\_couching/04\\_tutoria\\_y\\_couching.pdf](http://www.ride.org.mx/pdf/tutoria_y_couching/04_tutoria_y_couching.pdf)
- Austin, T. (2008). *Metodología de la investigación*. Recuperado en Marzo, 22, 2012 de: <http://metodoinvestigacion.wordpress.com/2008/02/29/investigacion-cualitativa/>
- Balderas, P. (1996). La enseñanza del cálculo por computadora. *Perfiles Educativos* (72). Recuperado en Febrero, 22, 2012 de: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/132/13207202.pdf>
- Barkley, E., Cross, P. y Howell, C. (2005). *Técnicas de aprendizaje colaborativo*. Morata, Madrid. Recuperado en Marzo, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=baKyExtjkuoC&pg=PA27&dq=aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas+y+tecnolog%C3%ADa&hl=en&sa=X&ei=Uq8UYexLMfK2AWjy4DwAQ&ved=0CDEQ6AEwAQ#v=onepage&q=aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas%20y%20tecnolog%C3%ADa&f=true>
- Barrantes, H. y Ruiz, A. (1998). Sobre la enseñanza del cálculo diferencial e integral. *Semanario Universidad*. Recuperado en Marzo, 9, 2012 de: <http://cimm.ucr.ac.cr/aruiz/ArticulosPrensa/SOBRE%20LA%20ENSEÑANZA%20DEL%20CALCULO%20DIFERENCIAL%20E%20INTEGRAL.pdf>
- Belmonte, M. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, España. Recuperado en Marzo, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=QdNiBcJZVq4C&pg=PA229&dq=aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas&hl=en&sa=X&ei=H9s9UYnwOaji2gXt>

y4DYCQ&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas&f=true

- Blanco, M. (2012). *Investigación social y metodología mixta: la articulación de las perspectivas cualitativa y cuantitativa*. CIESAS, México. Recuperado en Marzo, 30, 2012 de:  
<http://www.ciesas.edu.mx/Publicaciones/diccionario/Diccionario%20CIESAS/TEMAS%20PDF/Blanco%20126b.pdf>
- Brunner, J. (Enero, 19, 2012). Resultados de PISA Plus 2009: El desempeño de estudiantes de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias de 10 participantes adicionales. *Revista ACER*. Recuperado en Abril, 23, 2012 de:  
[http://mt.educarchile.cl/MT/jjbrunner/archives/2012/01/resultados\\_de\\_p.html](http://mt.educarchile.cl/MT/jjbrunner/archives/2012/01/resultados_de_p.html)
- Camacho, A. (2011), Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior (ries)*, II (3), 152-171. Recuperado en Febrero, 7, 2012 de <http://ries.universia.net/index.php/ries/article/view/84> desde <http://cursos.itesm.mx/webapps/portal/frameset.jsp>
- Canché, E. (2007). Un estudio del currículo matemático en sistemas educativos de nivel medio, una visión prospectiva. *Tesis*. Recuperado en Marzo, 24, 2012 de [http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/TESIS\\_ERIKACANCHE.pdf](http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/TESIS_ERIKACANCHE.pdf)
- Carabús, O. (2004). *Creatividad, actitudes y educación*. Seaglia, Buenos Aires. Recuperado en Marzo, 12, 2013 de:  
<http://books.google.com.mx/books?id=rhChOa57DKEC&pg=PA52&dq=aprendizaje+calculo+diferencial&hl=es&sa=X&ei=h2VBUeqzOKfi2gXB6ICIBQ&ved=0CEEQ6AEwBDgU#v=onepage&q=aprendizaje%20calculo%20diferencial&f=false>
- Castro, A. (2007). *Innovar para educar. Prácticas universitarias exitosas*. Universidad del Norte, Barranquilla. Recuperado en Abril, 7, 2013 de:  
<http://books.google.com.mx/books?id=8er-kp8y4dcC&pg=PT8&dq=aprendizaje+del+calculo+diferencial&hl=es&sa=X&ei=WrlJIUeyJLOTc2QXo04HYAQ&ved=0CDUQ6AEwAjgK#v=onepage&q&f=false>
- Celaya, R., Lozano, F., y Ramírez, M. (2010). Apropiación Tecnológica en profesores que incorporan Recursos Educativos Abiertos en Educación Media Superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15, 487-513. Recuperado en Marzo, 22, 2012 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/140/14012507007.pdf>
- Costa, V., Di Domenicantonio, R. y Vacchino, M. (2010). Material educativo digital como recurso didáctico para el aprendizaje del Cálculo Integral y Vectorial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (21), 173-185. Recuperado

en Febrero, 21, 2012

de [http://www.fisem.org/web/union/revistas/21/Union\\_021\\_018.pdf](http://www.fisem.org/web/union/revistas/21/Union_021_018.pdf)

- Cuevas, y Martínez, M. (2006). *El ECAEM, un recurso computacional alternativo para promover la comprensión de los conceptos del cálculo diferencial*. Siglo XXI Ed., México. Recuperado en Abril, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=Q7krYm2vX-4C&pg=PR12&lpg=PR12&dq=El+ECAEM,+un+recurso+computacional+alternativo+para+promover+la+comprensión+de+los+conceptos+del+cálculo+diferencial&source=bl&ots=pA7-PnRjqZ&sig=t4N-p3YTUQmk6MIR5a0qydLvz6A&hl=es&sa=X&ei=eFZoUdKPOMfRyQHLjoBA&ved=0CDUQ6AEwAg#v=onepage&q=El%20ECAEM%2C%20un%20recurso%20computacional%20alternativo%20para%20promover%20la%20comprensión%20de%20los%20conceptos%20del%20cálculo%20diferencial&f=false>
- Dolores, C. (1998). *Investigaciones en Matemática Educativa II*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. Recuperado en Marzo, 8, 2012 de: <http://www.cimateuagro.org/images/pdf/derivada.pdf>
- Dolores, C. (2000). *El futuro del cálculo infinitesimal*. México. Recuperado en Febrero, 16, 2012 de la WWW <http://cimate.uagro.mx/pub/Crisologo/ArticuloICME8.pdf>
- Dolores, C. (2000). Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. *El futuro del cálculo infinitesimal*. España: Grupo Editorial Iberoamérica. Recuperado en Marzo, 7, 2012 de: <http://cimate.uagro.mx/pub/Crisologo/ArticuloICME8.pdf>
- Fernández, R. y Delavaut, M. (2012). *Educación y tecnología*. Grupo Editor K. Recuperado en Abril, 9, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=YwxBnoQeRp4C&pg=PA69&dq=aprendizaje+del+calculo+diferencial&hl=es&sa=X&ei=dQJnUZ74G-OVYAHGiIDgDA&ved=0CDUQ6AEwAjgo#v=onepage&q&f=false>
- Ferrer, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, (42/4). Recuperado en Febrero, 21, 2012 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer. Recuperado en Marzo, 23, 2012 de [http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/conferencia\\_salto\\_uruguay.pdf](http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/conferencia_salto_uruguay.pdf)
- Fullan, M. (2002). El significado del cambio educativo: un cuarto de siglo de aprendizaje. *Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado*,

6(1-2). Recuperado en Septiembre, 16, 2012  
de:<http://www.ugr.es/~recfpro/rev61ART1.pdf>

- Gallego, D. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense De Educación, ProQuest*, 19 (1), 95-112. Recuperado en Febrero, 9, 2012 de <http://0-search.proquest.com.millennium.itesm.mx/education/docview/220896353/fulltext/PDF/134C124E8E02F4E5901/2?accountid=11643>
- García, J.(2010). Estrategia didáctica: actividad experimental con vitamina C. Recuperado en Febrero, 15, 2012 desde: [http://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/banes/planiclas\\_calculoII\\_javiergarciasanchez.pdf](http://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/banes/planiclas_calculoII_javiergarciasanchez.pdf)
- García, L. (2008). La modelación en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral. *Tesis*. Recuperado en Febrero, 24, 2012 de: <http://eprints.uanl.mx/2293/1/1020149783.PDF>
- García, L. M. y Romero, I. (2009). The influence of new technologies on learning and attitudes in mathematics in secondary students. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(17), 369-397. Recuperado en Febrero, 23, 2013 de: [http://www.investigacion-psicopedagogica.com/revista/articulos/17/english/Art\\_17\\_306.pdf](http://www.investigacion-psicopedagogica.com/revista/articulos/17/english/Art_17_306.pdf)
- García, R., Moreno T. y Azcarate, B. (2005). *EBP como metodología activa para la enseñanza del Cálculo Diferencial*. Ponencia presentada en la XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional, Madrid, España. Recuperado en Febrero, 14, 2012 desde: [http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/16638/1/ebp\\_metodologia.pdf](http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/16638/1/ebp_metodologia.pdf)
- García, F. (2012). Investigación de escenarios en el aprendizaje del Cálculo Diferencial al utilizar las TIC's. Recuperado en Febrero, 21, 2012 de [http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia\\_69.pdf&http://cachanilla.itmexicali.edu.mx/~fgroldan/](http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia_69.pdf&http://cachanilla.itmexicali.edu.mx/~fgroldan/)
- Giraldo, J. (Septiembre, 2, 2004). El arte de enseñar matemáticas. *Seminario I: Cursos de cálculo diferencial por computadora*. Recuperado en Marzo, 9, 2012 de: [http://temasmaticos.uniandes.edu.co/Seminario/paginas/Seminario\\_01/index.htm](http://temasmaticos.uniandes.edu.co/Seminario/paginas/Seminario_01/index.htm)
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada, pp. 155, ISBN 84-932510-6-2. Recuperado en Enero, 27, 2013, de: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>

- Gutiérrez, N. (2009). Una secuencia didáctica para generar los conceptos de sucesión y serie en el nivel medio superior. (*Tesis*). Recuperado en Febrero, 7, 2012 de: [http://www.cicata.ipn.mx/FILES/PDF/PROME\\_M\\_20100600\\_001.PDF](http://www.cicata.ipn.mx/FILES/PDF/PROME_M_20100600_001.PDF)
- Hernández, E. (2005). *Software educativo para el aprendizaje experimental de las matemáticas*. Encuentro Internacional de Educación Superior, Ciudad de México, México. Recuperado en Febrero, 21, 2012 de: <http://espacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:19491&dsID=n06hernandval05.pdf>
- Hernández, E., Uribe, H. y Ciprés, J. (2004). Laboratorio de funciones: una herramienta para el aprendizaje experimental del cálculo diferencial e integral. Recuperado en Febrero, 9, 2012 de: <http://es.scribd.com/doc/2469938/Laboratorio-de-funciones-una-herramienta-para-el-aprendizaje-experimental-del-calculo-diferencial-e-integral>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Herzig, A. y Kung, D. (2003). Cooperative Learning in Calculus Reform: What Have We Learned?, *Issues in Mathematics Education*, 12, pp. 135. Recuperado en Febrero, 9, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=foJJvXneF5sC&pg=PA52&dq=learn+math+calculus&hl=es-419&sa=X&ei=CEIZUapnyqnaBcjBgWg&ved=0CDQQ6AEwAzgU#v=onepage&q=learn%20math%20calculus&f=true>
- Hewlette, W. (2007). *Recursos Educativos Abiertos (REA)*. Recuperado en Octubre, 14, 2012 de: <http://www.hewlett.org/Programs/Education/OER/openEdResources.htm>
- Idris, N. (2006). *Teaching an learning of mathematics: making sense and developing cognitive abilities*. Maziza, Cheras. Recuperado en Marzo, 26, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=dWRmBnia6XsC&pg=PA36&dq=how+children+learn+mathematics&hl=en&sa=X&ei=uXlaUfDRHcb62AWE7ICACg&ved=0CFUQ6AEwBzgK#v=onepage&q&f=true>
- Instituto Politécnico Nacional, (IPN). (2012). *DOCENCIA: Sistema Incorporado*. Recuperado en Septiembre, 15, 2012 de: [http://www.dgire.unam.mx/ser\\_red/catalogo/catalogo\\_web/edicion\\_2011/sevci\\_catalogo2011\\_pdf\\_limpio.pdf](http://www.dgire.unam.mx/ser_red/catalogo/catalogo_web/edicion_2011/sevci_catalogo2011_pdf_limpio.pdf)
- Jungk, W. (1985). *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2*. La Habana Cuba: Editorial Pueblo y Educación. Recuperado en Marzo, 7, 2012 de: <http://cimate.uagro.mx/pub/Crisologo/ArticuloICME8.pdf>

- Kim, C. (2008). *Effects of Motivation, Volition, and Belief Change Strategies on Attitudes, Study Habits, and Achievement in Mathematics Education*. United States, UMI microform, pp. 178. Recuperado en Febrero, 12, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=qj41gcxK7-4C&pg=PA106&dq=learn+math+calculus&hl=es-419&sa=X&ei=uj0ZUb2fKOrk2QXzpoH4Cg&ved=0CEQQ6AEwBg#v=onepage&q=learn%20math%20calculus&f=false>
- Kilpatric, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Research Council. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington. Recuperado en Marzo, 29, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=df7ZX4a8fzAC&printsec=frontcover&dq=why+learn+maths&hl=en&sa=X&ei=nEdRUZiTI476rAGCn4GIDw&ved=0CEAQ6AEwAw#v=onepage&q&f=true>
- López, G. (2007). Recursos Educativos Abiertos. EDUTEKA. Recuperado en Septiembre, 14, 2012 de: <http://www.eduteka.org/OER.php>
- Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(4). Recuperado en Marzo, 7, 2012 de: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>
- Martínez, G. (2011). Representaciones sociales que poseen estudiantes del nivel medio superior acerca del aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas. *Perfiles Educativos*, 13 (132), 90-109. Recuperado en Febrero, 9, 2012 de: <http://www.redalyc.com/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=13218510006>
- Márquez, M. (2007). Metodología de la investigación o la puerta de entrada de la emoción en la investigación científica. *Liberabit, Revista Psicopedagógica*, (13), 53-56. Recuperado en Marzo, 22, 2012 de: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/686/68601306.pdf>
- Martínez, V. (2001). Enseñanza de matemáticas en carreras químicas desde un enfoque aplicado y motivador. *Revista didáctica de las matemáticas*, 45, pp. 43-52. Recuperado en Marzo, 20, 2012 de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/45/Articulo04.pdf>
- Mendoza, R. (2000). *Investigación cualitativa y cuantitativa diferencias y limitaciones*. Recuperado en Marzo, 21, 2012 de: <http://www.ilustrados.com/tema/9562/Investigacion-cualitativa-cuantitativa-diferencias-limitaciones.html>
- Moreno, M. (2004). Investigación Educativa en Educación Media Superior. Un doble reto para los profesores. *ETHOS EDUCATIVO*, (30). Recuperado en Febrero, 7, 2012 de: <http://www.imced.edu.mx/Ethos/Archivo/30/30-7.pdf>

- Mortera, J. (2008). *Proyecto de evaluación, impacto y uso educativo del KnowledgeHub: diagnóstico de las aplicaciones didácticas y pedagógicas de la iniciativa del KnowledgeHub (KHUB) como un índice de recursos educativos abiertos (REA)*. Recuperado en Octubre, 14, 2012 de [http://www.ruv.itesm.mx/convenio/catedra/recursos/material/cn\\_23.pdf](http://www.ruv.itesm.mx/convenio/catedra/recursos/material/cn_23.pdf)
- Muñoz, J. (2006). Problemas para razonamiento matemático. Ingreso al nivel superior. *Tesis*. Recuperado en Marzo, 24, 2012 de: [http://www.uv.mx/facmate/licenciatura/tesis\\_presentadas/Munoz\\_Leon\\_Jose\\_Juan.pdf](http://www.uv.mx/facmate/licenciatura/tesis_presentadas/Munoz_Leon_Jose_Juan.pdf)
- Nunes, T. (1997). *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. Psychology press, United King. Recuperado en Marzo, 26, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=yQtOmgzbD94C&printsec=frontcover&dq=how+children+learn+mathematics&hl=en&sa=X&ei=GX9aUdr8KqrC2AWv4oHQDg&ved=0CFQQ6AEwCTgU#v=onepage&q&f=true>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2002). *Forum on the impact of open courseware for higher education in developing countries: final report*. París, Francia: UNESCO. Recuperado en Febrero, 21, 2012 en <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001285/128515e.pdf>
- Oriol, N. (2004). Metodología cuantitativa y cualitativa en la investigación sobre la formación inicial del profesorado de educación musical para primaria. Aplicación a la formación instrumental. *Revista Complutense de Investigación en Educación Musical*, 1(5), 63. Recuperado en Abril, 21, 2012 de: <http://www.ucm.es/info/reciem/v1n3.pdf>
- Ortega, F. y Ortega, J. (2001). Matemáticas, ¿un problema de lenguaje? Recuperado en Febrero, 25, 2012 de: <http://150.214.55.100/asepuma/laspalmas2001/laspalmas/Doco06.PDF>
- Peña, J. (2004). *Algunos problemas de las matemáticas en México*. Siglo XXI, Ed., México. Recuperado en Marzo, 11, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=kssc1xAYBysC&printsec=frontcover&dq=investigaciones+en+matematicas&hl=en&sa=X&ei=ZQ5AUfDZKuq22AXS4HgDA&ved=0CD0Q6AEwBA#v=onepage&q&f=true>
- Pérez de Obanos, G. (2008). La competencia docente y el desarrollo profesional: hacia un enfoque reflexivo en la enseñanza de ELE. *V Encuentro de Profesores de Español*, Bello Horizonte, Brasil. Recuperado en Octubre, 15, 2012 de: [http://marcoele.com/descargas/enbrape/perezdeobanos\\_competencia-docente.pdf](http://marcoele.com/descargas/enbrape/perezdeobanos_competencia-docente.pdf)

- Piedrahita, F. (2007). El porqué de las TIC en educación. *EDUTEKA*. Recuperado en Septiembre, 14, 2012 de: <http://www.eduteka.org/PorQueTIC.php>
- Pozo, J. y Gómez, M. (2006). *Aprender a enseñar ciencia*. Ediciones Morata, Madrid. Recuperado en Abril, 3, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=aTo6TMfVEIgC&pg=PA19&lpg=PA19&dq=pozo+y+gomez&source=bl&ots=HiScvGxSTk&sig=375rOJPew51gZ-LctEPGHOacXxE&hl=es-419&sa=X&ei=kmlkUYXsHu3o2gWgy4HgDg&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=pozo%20y%20gomez&f=false>
- Quecedo, R. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de la investigación cualitativa. *Revista Psicodidáctica*, (014). Recuperado en Marzo, 22, 2012 de: <http://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=metodolog%C3%ADa%20cualitativa%20definicion&source=web&cd=23&ved=0CC8QFjACOBQ&url=http%3A%2F%2Fredalyc.uaemex.mx%2Fsrc%2Finicio%2FForazarDescargaArchivo.jsp%3FcvRev%3D175%26cvArt%3D17501402%26nombre%3DIntroducci%25F3n%2520a%2520la%2520metodolog%25EDa%2520de%2520investigaci%25F3n%2520cualitativa&ei=hGI0T6v-CoO-2gXPyMTiCA&usg=AFQjCNHfT7YaeyVSzgohcCzDmzpAmGLocQ>
- Radford, L. & André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12 (2), 215-250. Recuperado en Febrero, 7, 2012 de: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33511498004>
- Ramírez, S. (2008). Triangulación e instrumentos para el análisis de datos. Recuperado en Octubre, 13, 2021 de: [http://sesionvod.itesm.mx/acmcontent/b98fca5b-7cb6-4947-b8de-41ac3d3cdb9c/Unspecified EGE 2008-06-19 05-29-p.m. files/flash\\_index.htm](http://sesionvod.itesm.mx/acmcontent/b98fca5b-7cb6-4947-b8de-41ac3d3cdb9c/Unspecified EGE 2008-06-19 05-29-p.m. files/flash_index.htm)
- Ramírez, S. y Burgos, V. (2010). Recursos Educativos Abiertos en Ambientes enriquecidos con Tecnología. Innovación en la práctica educativa. México, ITESM. Recuperado en Octubre, 14, 2012 de: <http://catedra.ruv.itesm.mx/bitstream/987654321/566/8/ebook>
- Recio, J. (2006). La enseñanza de la matemática en el bachillerato. *Revista ANUIES*, (77). Recuperado en Marzo, 25, 2012 de: [http://www.anui.es/servicios/p\\_anui.es/publicaciones/revsup/res077/txt6.htm](http://www.anui.es/servicios/p_anui.es/publicaciones/revsup/res077/txt6.htm)
- odríguez, Sarmiento & Sarmiento Lugo, (2008). Diseño de actividades interactivas. *IberoCabri*. Recuperado en Febrero, 23, 2012 de: <http://www.iberocabri.org/ic2008m/Extensos/PDF/Comunicaciones/DISENO DE ACTIVIDADES INTERACTIVAS.pdf>

- Retamal, P. y Zagal, G. (2010). Del relleno a la resistencia: prácticas especiales de mujeres organizadas. *Tesis*. Universidad de Concepción. Recuperado en Febrero, 25, 2010 de: <http://es.scribd.com/doc/55331399/10/Teoria-fundamentada>
- Ruiz, A. y Barrantes, G. (1997). Elementos de cálculo diferencial: historias y ejercicios resueltos. Editorial de la Universidad de Costa Rica, Costa Rica. Recuperado en Abril, 2, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=ptBhjsVvwioC&pg=PR7&dq=aprendizaje+calculo+diferencial&hl=es-419&sa=X&ei=5F1kUbCRAoK-2wXxhIDACw&ved=0CE0Q6AEwBQ#v=onepage&q&f=true>
- Sabin, Y., Toledo, V., Albelo, M., García, L. y Pino, J. (2005). Una herramienta de apoyo a la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral a través de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 14 (003), 59-62. Recuperado en Febrero, 21, 2012 de: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=93214312>
- Salcido, F. (2012). Innovación tecnológica en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Cátedra de Investigación de innovación en Tecnología y Educación*. Recuperado en Febrero, 22, 2013 de: [https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:QfZqp8sSgp8J:catedra.ruv.itesm.mx/bitstream/987654321/404/1/Caso%2520Innovacion%2520tecnologica%2520en%2520la%2520ensenanza-aprendizaje%2520de%2520las%2520matematicas.doc+salcido+achondo+innovaci%C3%B3n+de&hl=en&gl=mx&pid=bl&srcid=ADGEESjcD02RyN4XfxoxRlw5BtN8SJ5GoLDbV4O6xX7drLJj\\_b445gCIAK4-K-mNboPnTsAl3WU0bq-TgJSLnV9c\\_nEY1RtVGSg1jfN3cZFP7nuTt1lhM9JaB8jXSPKIvPfrW8z9jVFB&sig=AHIEtbQBraHlez7TnzRlokdpb0PBk2IxQQ](https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:QfZqp8sSgp8J:catedra.ruv.itesm.mx/bitstream/987654321/404/1/Caso%2520Innovacion%2520tecnologica%2520en%2520la%2520ensenanza-aprendizaje%2520de%2520las%2520matematicas.doc+salcido+achondo+innovaci%C3%B3n+de&hl=en&gl=mx&pid=bl&srcid=ADGEESjcD02RyN4XfxoxRlw5BtN8SJ5GoLDbV4O6xX7drLJj_b445gCIAK4-K-mNboPnTsAl3WU0bq-TgJSLnV9c_nEY1RtVGSg1jfN3cZFP7nuTt1lhM9JaB8jXSPKIvPfrW8z9jVFB&sig=AHIEtbQBraHlez7TnzRlokdpb0PBk2IxQQ)
- Salinas, P., Alanís, J. y Pulido, R. (2011). Cálculo de una variable. Reconstrucción para el aprendizaje y la enseñanza. *Didac*, (56-57), 62-69. Recuperado en Febrero, 22, 2012 en <http://www.uia.mx/web/files/didac/56-57.pdf>
- Sánchez, M. (2007, Diciembre, 7). Matemáticas para la formación de ciudadanos críticos. *La Jornada*. Recuperado en Febrero, 8, 2012 de la WWW <http://ciencias.jornada.com.mx/investigacion/ciencias-fisico-matematicas/investigacion/matematicas-para-la-formacion-de-ciudadanos-criticos>
- Sánchez, C. y Casas, M. (1998). Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid. Recuperado en Marzo, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=y4uRZuTe7vEC&pg=PA299&dq=aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas&hl=en&sa=X&ei=3qw-UafeEejL2QWGpIDQBQ&ved=0CGEQ6AEwCQ>

- Sandín, M. (2005). *Investigación cualitativa en educación*. Recuperado en Marzo, 23, 2012 de:  
[http://www.postgrado.unesr.edu.ve/acontece/es/todosnumeros/num09/02\\_05/capitulo\\_7\\_de\\_sandin.pdf](http://www.postgrado.unesr.edu.ve/acontece/es/todosnumeros/num09/02_05/capitulo_7_de_sandin.pdf)
- Sanz, I. (1995). Construcción del lenguaje matemático: cuadros y tablas. *ENDOXA*, (14), 199-226. Recuperado en Febrero, 25, 2012 de: [http://espacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:Endoxa-2001445B5EB0-631B-1471-C220-5DE01571BA8A&dsID=construccion\\_lenguaje.pdf](http://espacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:Endoxa-2001445B5EB0-631B-1471-C220-5DE01571BA8A&dsID=construccion_lenguaje.pdf)
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (Septiembre, 2007). *Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS): La creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad*. Recuperado en Marzo, 6, 2012 de: <http://www.slideshare.net/carlossilvazac/presentacin-de-la-reforma-integral-de-la-educacin-media-superior>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2010). *Serie: programas de estudio*. Recuperado en Marzo, 20, 2012 de: [http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion\\_academica/programasdeestudio/cf-propedeutico-5sem/calculo-diferencial.pdf](http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/programasdeestudio/cf-propedeutico-5sem/calculo-diferencial.pdf)
- Secretaría de Educación Pública (SEP). Estrategia hacia PISA 2012 en 3° de secundaria. Recuperado en Abril, 29, 2012 de: <http://www.slideshare.net/raymarmx/pisa-2012>
- Sierpinska, A. (1992). *On understanding the notion of function*. Del libro *The concept of function aspects of epistemology and pedagogy*. USA: Mathematical Association of America. Recuperado en Marzo, 7, 2012 de: <http://cimate.uagro.mx/pub/Crisologo/ArticuloICME8.pdf>
- Silvio, J. (2004). *La educación superior virtual en América Latina y el Caribe*. ANUIES, México. Recuperado en Marzo, 12, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=Zh09X8OodyoC&pg=PA163&dq=aprendizaje+calculo+diferencial&hl=es&sa=X&ei=P2tBUaSdEYrq2wXch4GADg&ved=0CDsQ6AEwAzge#v=onepage&q=aprendizaje%20calculo%20diferencial&f=false>
- Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata, Madrid. Recuperado en Marzo, 10, 2013 de: <http://books.google.com.mx/books?id=NuXPqTNXAYMC&printsec=frontcover&dq=aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas&hl=en&sa=X&ei=H9s9UYnwOaji2gXty4DYCQ&ved=0CC8Q6AEwAQ#v=onepage&q&f=true>
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO). (2012). *Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la*

*educación*. Recuperado en Septiembre, 13, 2012 de:  
<http://www.unesco.org/new/es/unesco/themes/icts/>

Valero, Ma., Barba, G., Del Castillo, A. (2007). *El Laboratorio Digital de Matemáticas del CBTIS 164: Un Proyecto Escolar de Autogestión*. Recuperado en Enero, 28, 2013  
de:[http://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/Simposio/Valero\\_Barba\\_Castillo/Laboratorio\\_Digital\\_CBTIS\\_2.pdf](http://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/Simposio/Valero_Barba_Castillo/Laboratorio_Digital_CBTIS_2.pdf)

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa.  
Recuperado en Marzo, 23, 2012 de:  
<http://www.culturayrs.com/files/Vasilachis.pdf>

## Anexos

### Anexo 1. Cuadro de Triple Entrada

Objetivo: Analizar el impacto del uso de Recursos Educativos Abiertos en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en estudiantes del nivel educativo medio.

Pregunta de investigación: ¿cuál será el impacto en el aprendizaje de conceptos y procedimientos del Cálculo, en el nivel educativo medio, cuando el proceso de aprendizaje se apoya con el uso de Recursos Educativos Abiertos?

Fuentes e Instrumentos	Alumnos		Profesor		Fundamento Teórico
	Entrevista	Cuestionario	Entrevista	Cuestionario	
<b>Categorías e Indicadores</b> ✓ <i>Pregunta</i> ✓ <i>Pregunta</i>					
<b>Recursos Didácticos actuales</b> Contexto 1. ¿Está convencido del aprendizaje de sus alumnos? 2. ¿Cómo describe brevemente su experiencia docente? 3. ¿Cómo ha sido su experiencia docente en el nivel medio superior? 4. ¿Cuáles han sido sus fortalezas en el área del conocimiento que maneja? 5. ¿Cuáles han sido sus debilidades en el área del conocimiento que maneja?  Método didáctico 1. ¿Conoce las estrategias aprendizaje para el área de las Matemáticas? Mencione algunas.	X X X X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X	Recursos Didácticos actuales Contexto 1. Pág. 22, 23, 25, 26  2. Pág. 21, 22  3. Pág. 23, 24-25  4. Pág. 24-25  5. Pág. 24-25, 26  Método didáctico 1. Pág. 29-30

1. ¿Bajo qué criterios determina el empleo de ciertas estrategias según el grupo? Mencione algunos.				X	2. Pág. 30-31, 43, 47
3. ¿Cómo se enrola en su método de aprendizaje?				X	3. Pág. 30-31, 50
4. ¿Cómo se desempeñan los alumnos en el método de aprendizaje propuesto por usted?			X	X	4. Pág. 48, 49
5. ¿Cómo sabe que su método de aprendizaje engloba de manera acertada las estrategias que emplea el aprendizaje de sus alumnos?					5. Pág. 40-41, 42, 47
6. ¿Ha implementado alguna metodología centrada en el alumno que favorezca la crítica, la discusión, la reflexión y la resolución de problemas? ¿Funcionó para todos los grupos?				X	6. Pág. 38-39, 40, 43, 45-46
				X	
				X	
				X	
Participación del alumno					Participación del alumno
1. ¿Cómo es la participación del alumno con respecto a los modelos tradicionales de aprendizaje de las matemáticas?			X	X	1. Pág. 48,
2. ¿El alumno se involucra colaborativamente?				X	2. Pág. 52, 54-55
3. ¿La interacción del alumno con los recursos educativos abiertos favorecen el rendimiento académico de los alumnos?				X	3. Pág. 51-55
4. ¿Cómo influyen los REA en la parte emotiva y académica del alumno?				X	4. Pág. 47, 52-55
				X	
Impacto de los REA en la materia del Cálculo Diferencial				X	Impacto de los REA en la materia de Cálculo diferencial
1. ¿La resolución de problemas favorece el desarrollo de estrategias matemáticas?				X	1. Pág. 16, 18-20, 26-27, 28
2. ¿Qué ventajas encontró con la aplicación de los REA en el aprendizaje del Cálculo Diferencial?				X	2. Pág. 29, 33-41
3. ¿Cómo influye el lenguaje matemático en el entendimiento de conceptos matemáticos del Cálculo				X	3. Pág. 33-55

Diferencial por medio de los REA?				X	
4. ¿El empleo de los REA influye en la adopción de nuevas estrategias para el aprendizaje del Cálculo Diferencial para el alumno?	X			X	4. Pág. 33-55
5. ¿Con el empleo de los REA se logra un aprendizaje significativo?	X				5. Pág. 33-55
6. ¿Aterrizar los conceptos adquiridos por medio de REA en problemas reales, ayudan a un aprendizaje significativo del Cálculo Diferencial? ¿Por qué?					6. Pág. 33-55
7. ¿Cómo afecta la parte motivacional de los alumnos el empleo de los REA?	X				7. Pág. 33-55
8. ¿El uso de de los REA para el Cálculo Diferencial, favorecen la parte creativa, analítica y reflexiva de los alumnos?	X				8. Pág. 33-55
9. ¿Qué dificultades se encuentran al momento de aplicar los REA para el aprendizaje del Cálculo Diferencial?					9. Pág. 33-55
10. ¿Qué beneficios se encuentra la aplicar los REA en los alumnos?					10. Pág. 33-55
11. ¿Cómo ha sido el impacto en el uso de los REA para los alumnos?					11. Pág. 33-55
12. ¿Se favorece el aprendizaje de los alumnos con respecto a la materia de Cálculo Diferencial con el uso de los REA?					12. Pág. 33-55
13. ¿Cómo perciben las matemáticas los alumnos después de emplear los REA?					13. Pág. 33-55
14. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?					14. Pág. 33-55
<b>Recursos de aprendizaje del alumno</b>	X				Recursos de aprendizaje del alumno
Contexto del alumno	X				Contexto del alumno
1. Edad:					1. Pág.
2. ¿Cuentas con computadora en casa?	X				2. Pág.
3. ¿Cuentas con acceso a	X				3. Pág.

<p>internet?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ¿Cerca de tu casa hay un café internet?</li> <li>5. ¿Utilizas internet para la clase de matemáticas?</li> <li>6. ¿Has empleado alguna red social para discutir la tarea de matemáticas?</li> </ol>					<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Pág.</li> <li>5. Pág.</li> <li>6. Pág.</li> </ol>
<p>REA en el aprendizaje</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Qué objetivo tendrá el emplear internet en clase de matemáticas?</li> <li>2. ¿Conoces que los REA?</li> <li>3. ¿Qué tipo de recursos de internet pueden auxiliar la clase de matemáticas?</li> </ol>					<p>REA en el aprendizaje</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pág. 33-41</li> <li>2. Pág. 33-41</li> <li>3. Pág.33-41</li> </ol>
<p>Características individuales de aprendizaje</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿El lenguaje matemático influye para entender determinado tema?</li> <li>2. ¿El estilo de aprendizaje de cada individuo debe de ser considerado durante la aplicación del plan de clase del profesor?</li> <li>3. ¿La memorización es importante para resolver problemas matemáticos?</li> <li>4. ¿Debe de existir una metodología para resolver problemas?</li> <li>5. ¿Cómo consideras tu desempeño en matemáticas?</li> <li>6. ¿Has aplicado las matemáticas en tu vida cotidiana?</li> <li>7. ¿Las matemáticas tienen relación con tus otras materias del semestre?</li> <li>8. ¿Podrán ayudarte las páginas web interactivas para comprender los conceptos matemáticos?</li> </ol>					<p>Características individuales de aprendizaje</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pág. 23-25</li> <li>2. Pág. 41-43</li> <li>3. Pág. 19</li> <li>4. Pág. 17-18, 21</li> <li>5. Pág.</li> <li>6. Pág. 26</li> <li>7. Pág. 20-22, 26</li> <li>8. Pág. 27, 29-30, 33, 39</li> </ol>
<p>El empleo del REA en clase</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Tu profesor emplea internet durante las clases?</li> <li>2. ¿Crees que mejorará tu desempeño en matemáticas si se implementa el uso de los recursos educativos abiertos?</li> </ol>					<p>El empleo del REA en clase</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pág. 36, 50</li> <li>2. Pág. 33-38</li> </ol>

<p>3. ¿El empleo de REA te apoya para comprender conceptos?</p> <p>4. ¿El empleo de REA te apoya para resolver problemas matemáticos?</p> <p>5. ¿Los REA empleados en clase te ayudaron a entender el tema?</p> <p>6. ¿Los REA empleados en clase fueron los adecuados?</p> <p>7. El tema visto en clase y auxiliado por REA, ¿me puede servir en otro momento?</p>					<p>3. Pág. 45-54</p> <p>4. Pág. 45-54</p> <p>5. Pág. 45-54</p> <p>6. Pág. 45-54</p> <p>7. Pág. 45-54</p>
---	--	--	--	--	--

## Anexo 2. Cuestionario para el profesor

INSTRUCCIONES: Conteste de acuerdo a la respuesta que más se aproxime a su respuesta real. Cualquier duda puede preguntar.			
	A. Muy bien	B. Bien	C. Suficiente
15. ¿Ha sido usted un profesor convencido de su enseñanza y del aprendizaje de sus alumnos?			
16. ¿Cómo ha sido su experiencia docente en el nivel medio superior?			
17. ¿Cuáles han sido sus fortalezas en el área del conocimiento que maneja?			
18. ¿Cuáles han sido sus debilidades en el área del conocimiento que maneja?			
19. ¿Cómo ha ido cambiando su actitud respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?			
20. ¿Conoce las estrategias de enseñanza y aprendizaje para el área de las Matemáticas? Mencione algunas.			
21. ¿Qué importancia tiene para usted el empleo de estas estrategias para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?			
22. ¿Bajo qué criterios determina el empleo de ciertas estrategias según el grupo? Mencione algunos.			
23. ¿Cuáles son las características de su método de enseñanza y aprendizaje?			

<p>24. ¿Cómo se enrola en su método de enseñanza y aprendizaje?</p> <p>25. ¿Cómo se desempeñan los alumnos en el método de enseñanza y aprendizaje propuesto por usted?</p> <p>26. ¿Cómo sabe que su método de enseñanza engloba de manera acertada las estrategias que emplea en la enseñanza y aprendizaje de sus alumnos?</p> <p>27. ¿Ha implementado alguna metodología centrada en el alumno que favorezca la crítica, la discusión, la reflexión y la resolución de problemas? ¿Funcionó para todos los grupos?</p> <p>28. ¿Cómo es la participación del alumno con respecto a los modelos tradicionales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?</p> <p>29. ¿El alumno se involucra colaborativamente?</p> <p>30. ¿La resolución de problemas favorece el desarrollo de estrategias matemáticas?</p> <p>31. ¿La interacción del alumno con los recursos educativos abiertos favorecen el rendimiento académico de los alumnos?</p> <p>32. ¿Cómo influyen los REA en la parte emotiva y académica del alumno?</p>			
---	--	--	--

<p>33. ¿Qué ventajas encontró con la aplicación de los REA en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial?</p> <p>34. ¿Qué habilidades se necesitan para poder emplear los REA tanto para el docente como para los alumnos?</p> <p>35. ¿Cómo influyen los contenidos programáticos del Cálculo Diferencial en el empleo de los REA?</p> <p>36. ¿Cómo influye el lenguaje matemático en el entendimiento de conceptos matemáticos del Cálculo Diferencial por medio de los REA?</p> <p>37. ¿El empleo de los REA influye en la adopción de nuevas estrategias para la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial para el alumno?</p> <p>38. ¿Con el empleo de los REA se logra un aprendizaje significativo? ¿Por qué?</p> <p>39. ¿Aterrizar los conceptos adquiridos por medio de REA en problemas reales, ayudan a un aprendizaje significativo del Cálculo Diferencial? ¿Por qué?</p> <p>40. ¿Cómo afecta la parte motivacional de los alumnos el empleo de los REA?</p> <p>41. ¿El uso de de los REA</p>			
---	--	--	--

<p>para el Cálculo Diferencial, favorecen la parte creativa, analítica y reflexiva de los alumnos?</p> <p>42. ¿Qué dificultades se encuentran al momento de aplicar los REA para el aprendizaje y enseñanza del Cálculo Diferencial?</p> <p>43. ¿Qué beneficios se encuentra la aplicar los REA en los alumnos?</p> <p>44. ¿Cómo ha sido el impacto en el uso de los REA para los alumnos? Explique brevemente.</p> <p>45. ¿Se favorece la enseñanza y aprendizaje de los alumnos con respecto a la materia de Cálculo Diferencial con el uso de los REA?</p> <p>46. ¿Cómo perciben las matemáticas los alumnos después de emplear los REA?</p> <p>47. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?</p>			
---	--	--	--

### Anexo 3. Entrevista para el profesor

PRESENTACIÓN DE PREGUNTAS
<ol style="list-style-type: none"><li>1. ¿Cómo ha sido su experiencia docente en el nivel medio superior?</li><li>2. ¿Cuáles han sido sus fortalezas en el área del conocimiento que maneja?</li><li>3. ¿Bajo qué criterios determina el empleo de ciertas estrategias según el grupo? Mencione algunos.</li><li>4. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?</li><li>5. ¿Ha implementado alguna metodología centrada en el alumno que favorezca la crítica, la discusión, la reflexión y la resolución de problemas? ¿Funcionó para todos los grupos?</li><li>6. ¿El alumno se involucra colaborativamente?</li><li>7. ¿La interacción del alumno con los recursos educativos abiertos favorecen el rendimiento académico de los alumnos?</li><li>8. ¿Cómo influyen los REA en la parte emotiva y académica del alumno?</li><li>9. ¿El uso de de los REA para el Cálculo Diferencial, favorecen la parte creativa, analítica y reflexiva de los alumnos?</li><li>10. ¿Qué dificultades se encuentran al momento de aplicar los REA para el aprendizaje y enseñanza del Cálculo Diferencial?</li><li>11. ¿Cómo ha sido el impacto en el uso de los REA para los alumnos? Explique brevemente</li><li>12. ¿Cómo perciben las matemáticas los alumnos después de emplear los REA?</li><li>13. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?</li></ol>

#### Anexo 4. Cuestionario para el alumno

INSTRUCCIONES DE LLENADO: Puedes utilizar pluma o lápiz, toma tu tiempo para responder de manera acertada o lo que vaya más con tu realidad, cualquier duda puedes preguntar.			
Edad:			
1. ¿Cuentas con computadora en casa?	SÍ	NO	
2. ¿Cuentas con acceso a internet?	SI	NO	
3. ¿Cerca de tu casa hay un café internet?	SI	NO	
4. ¿El café internet está disponible de lunes a sábado?	SÍ	NO	
5. ¿Utilizas internet para la clase de matemáticas?	SÍ	NO	A VECES
6. ¿Has empleado alguna red social para discutir la tarea de matemáticas?	SÍ	NO	A VECES
7. ¿Qué objetivo tendrá el emplear internet en clase de matemáticas?			NINGUNO
8. ¿Conoces que los REA?	SI	NO	
9. ¿Qué tipo de recursos de internet pueden auxiliar la clase de matemáticas?			NINGUNO
10. ¿El lenguaje matemático influye para entender determinado tema?	SI	NO	
11. ¿El estilo de aprendizaje de cada individuo debe de ser considerado durante la aplicación del plan de clase del profesor?	SI	NO	NO SABE
12. ¿La memorización es importante para resolver problemas matemáticos?	SI	NO	A VECES
13. ¿Debe de existir una metodología para resolver problemas?	SI	NO	A VECES
14. ¿Cómo consideras tu desempeño en matemáticas?	BUENO	MALO	REGULAR
15. ¿Has aplicado las matemáticas en tu vida cotidiana?	SI	NO	A VECES
16. ¿Las matemáticas tienen relación con tus otras materias del semestre?	SI	NO	A VECES
17. ¿Podrán ayudarte las	SI	NO	A VECES

páginas web interactivas para comprender los conceptos matemáticos?			
18. ¿Tu profesor emplea internet durante las clases?	SI	NO	A VECES
19. ¿Crees que mejorará tu desempeño en matemáticas si se implementa el uso de los recursos educativos abiertos?	SI	NO	A VECES
20. ¿El empleo de REA te apoya para comprender conceptos?	SI	NO	A VECES
21. ¿El empleo de REA te apoya para resolver problemas matemáticos?	SI	NO	A VECES
22. ¿Los REA empleados en clase te ayudaron a entender el tema?	SI	NO	A VECES
23. ¿Los REA empleados en clase fueron los adecuados?	SI	NO	
24. El tema visto en clase y auxiliado por REA, ¿me puede servir en otro momento?	SI	NO	A VECES

## Anexo 5. Entrevista para el alumno

### Presentación de preguntas

1. ¿Tienes computadora en casa?
2. ¿Tienes acceso a internet en casa?
3. Si no cuentas con internet, ¿hay un café internet cerca de tu casa?
4. ¿Normalmente qué empleas de internet?
5. ¿Has utilizado internet en clase de matemáticas?
6. ¿Qué beneficios tendrás de emplear internet en la clase de matemáticas?
7. ¿El uso de REA favorecerá la clase de matemáticas?
8. ¿El uso de REA implicará un desplazamiento del profesor?
9. ¿Qué temas te agradan de matemáticas y por qué?
10. ¿Qué temas no te agradan y por que?
11. ¿Los REA te ayudarán a crear cierta metodología para resolver problemas matemáticos?
12. ¿Los REA te ayudan a visualizar el concepto matemático?
13. ¿Los REA te ayudan a comprender el tema o concepto visto en clase de matemáticas?
14. ¿Lo que aprendiste con el REA lo consideras aplicable en la vida?

## Anexo 6. Actividad evaluatoria para Cálculo Diferencial del tema de Límites y continuidad

Ejercicios. Contesta las siguientes preguntas de acuerdo a los links vistos en clase siguientes:

<p>Para límites:</p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI">http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebKHXCUC&amp;feature=related">http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebKHXCUC&amp;feature=related</a></p> <p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecu/">http://www.catedu.es/matematicas_blecu/</a></p> <p><a href="http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html">http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html</a></p>	<p>Para continuidad:</p> <p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecu/">http://www.catedu.es/matematicas_blecu/</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9pg">http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9pg</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvwrel">http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvwrel</a></p>
--	---

8. ¿Cómo defines con tus propias palabras límite?
9. ¿Cómo defines con tus propias palabras continuidad?
10. ¿Qué es discontinuidad o cómo se presenta en una función? Recuerda que sería lo contrario a continuidad.
11. Dibuja una gráfica en donde representes el límite de una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.
12. Dibuja una gráfica en donde representes la continuidad una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.
13. Calcula el límite y sus intervalos de continuidad, así como el de discontinuidad de las siguientes funciones, además, grafica la función:
14.  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^2 - 4x}{x - 4} \right) =$   
(recuerda factorizar por variable común y diferencia de cuadrados)
15.  $\lim_{x \rightarrow -7} (2x^3 - 2x^2 + 2) =$
16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3x}{8x^2} =$
17. Investiga la aplicación de los límites y continuidad en alguna área del conocimiento y anota el ejemplo (que sea uno que puedas desarrollar posteriormente en clase).
18. ENTREGAR A MANO, EN HOJA DE CUADERNO CON NOMBRE Y GRUPO.

## Anexo 7. Entrevista-Cuestionario del Profesor

### Plan clase para Cálculo Diferencial

Materia: Matemáticas IV	Elaborado por Ing. Tania Romero Rosas
Profesor: Gabriel Olvera Alcántora	Objetivo: El alumno comprenderá los conceptos básicos de límite y continuidad.
Tema: Límites y continuidad	Fecha de elaboración: Agosto, 2012.
REA: Links sobre el tema, abajo suscritos.	Fecha de aplicación: 6 Septiembre 2012

Introducción al tema	Desarrollo del tema		Conclusiones y aplicación del examen
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Definición intuitiva del concepto de límite.</li> <li>➤ Definición intuitiva del concepto de continuidad.</li> </ul>	<p>Definición formal del concepto de límite en base al REA.</p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI">http://www.youtube.com/watch?v=yAB1Z5F0imI</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=hJRebkHXCu&amp;feature=related">http://www.youtube.com/watch?v=hJRebkHXCu&amp;feature=related</a></p> <p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blaecua/">http://www.catedu.es/matematicas_blaecua/</a></p> <p><a href="http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html">http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html</a></p>	<p>Definición formal del concepto de continuidad en base al REA.</p> <p><a href="http://www.catedu.es/matematicas_blaecua/">http://www.catedu.es/matematicas_blaecua/</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9og">http://www.youtube.com/watch?v=NIn8PZRA9og</a></p> <p><a href="http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbAR&amp;feature=ivwrel">http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbAR&amp;feature=ivwrel</a></p>	<p>Conclusión del alumno en base al REA</p>
	<p>Ejemplos del concepto de límite en la vida cotidiana</p>	<p>Ejemplos del concepto de continuidad en la vida cotidiana</p>	<p>Ejemplo recreado por el alumno aplicando ambos conceptos.</p>
Aplicación del examen			

### Cuestionario (profesor)

INSTRUCCIONES: Conteste de acuerdo a la respuesta que más se aproxime a su respuesta real. Cualquier duda puede preguntar (REA: Recurso Educativo Abierto, páginas interactivas de matemáticas en internet).			
	A. Muy bien	B. Bien	C. Suficiente (ó no suficiente)
1. ¿Ha sido usted un profesor convencido de su enseñanza y del aprendizaje de sus alumnos?	✓		
2. ¿Cómo ha sido su experiencia docente en el nivel medio superior?	✓		
3. ¿Cuáles han sido sus fortalezas en el área del conocimiento que maneja?	Experiencia y Convencimiento		
4. ¿Cuáles han sido sus debilidades en el área del conocimiento que maneja?	Ninguna		
5. ¿Cómo ha ido cambiando su actitud respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?	No ha cambiado		
6. ¿Conoce las estrategias de enseñanza y aprendizaje para el área de las Matemáticas? Mencione algunas.	No existen. Son invención de las pseudociencias como la sociología, la psicología y la pedagogía.		
7. ¿Qué importancia tiene para usted el empleo de estas estrategias para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?	Ninguna		
8. ¿Bajo qué criterios determina el empleo de ciertas estrategias según el grupo? Mencione algunos.	Ninguna		
9. ¿Cuáles son las características de su método de enseñanza y aprendizaje?	Enfoque constructivista		
10. ¿Cómo se enrola en su método de enseñanza y aprendizaje?	Desde la Titulación		
11. ¿Cómo se desempeñan los alumnos en el método de enseñanza y aprendizaje propuesto por usted?	✓		
12. ¿Cómo sabe que su método de enseñanza engloba de manera			

<p>securada las estrategias que emplea en la enseñanza y aprendizaje de sus alumnos?</p>	<p>Por el conocimiento que tengo</p>		
<p>13. ¿Ha implementado alguna metodología centrada en el alumno que favorezca la crítica, la discusión, la reflexión y la resolución de problemas? ¿Funcionó para todos los grupos?</p>	<p>Así debe ser siempre</p>		
<p>14. ¿Cómo es la participación del alumno con respecto a los modelos tradicionales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?</p>	<p>Mala</p>		
<p>15. ¿El alumno se involucra colaborativamente?</p>	<p>Si</p>		
<p>16. ¿La resolución de problemas favorece el desarrollo de estrategias matemáticas?</p>	<p>Si</p>		
<p>17. ¿La interacción del alumno con los recursos educativos abiertos favorecen el rendimiento académico de los alumnos?</p>	<p>No</p>		
<p>18. ¿Cómo influyen los REA en la parte emotiva y académica del alumno?</p>	<p>mal</p>		
<p>19. ¿Qué ventajas encontró con la aplicación de los REA en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial?</p>	<p>Ninguna</p>		
<p>20. ¿Qué habilidades se necesitan para poder emplear los REA tanto para el docente como para los alumnos?</p>	<p>Ninguna</p>		
<p>21. ¿Cómo influyen los contenidos programáticos del Cálculo Diferencial en el empleo de los REA?</p>	<p>Mol</p>		
<p>22. ¿Cómo influye el lenguaje matemático en el entendimiento de conceptos matemáticos del Cálculo Diferencial por medio de los REA?</p>	<p>No influye</p>		
<p>23. ¿El empleo de los REA influye</p>			

## ENTREVISTA (profesor)

### PRESENTACIÓN DE PREGUNTAS

1. ¿Cómo ha sido su experiencia docente en el nivel medio superior?  
Excelente
2. ¿Cuáles han sido sus fortalezas en el área del conocimiento que maneja?  
Experiencia, conocimiento y compromiso
3. ¿Bajo qué criterios determina el empleo de ciertas estrategias según el grupo? Mencione algunos.  
Bajo ninguno
4. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?  
No, los perjudican
5. ¿Ha implementado alguna metodología centrada en el alumno que favorezca la crítica, la discusión, la reflexión y la resolución de problemas? ¿Funcionó para todos los grupos?  
No
6. ¿El alumno se involucra colaborativamente?  
No
7. ¿La interacción del alumno con los recursos educativos abiertos favorecen el rendimiento académico de los alumnos?  
No
8. ¿Cómo influyen los REA en la parte emotiva y académica del alumno?  
Negativamente
9. ¿El uso de los REA para el Cálculo Diferencial, favorecen la parte creativa, analítica y reflexiva de los alumnos?  
No, lo perjudican
10. ¿Qué dificultades se encuentran al momento de aplicar los REA para el aprendizaje y enseñanza del Cálculo Diferencial?  
Distracción, desinterés, dispersión, etc
11. ¿Cómo ha sido el impacto en el uso de los REA para los alumnos? Explique brevemente  
Negativo. Internet = Pornografía, distracción frívola, negocios
12. ¿Cómo perciben las matemáticas los alumnos después de emplear los REA?  
Como inútiles, fastidiosos, etc ilegales, corrupción, vicios, etc
13. ¿Los REA favorecen el desarrollo de competencias y habilidades en los alumnos?  
No.

## Anexo 8. Evidencia de Cuestionarios, Entrevistas y Evaluación

### ACTIVIDAD EVALUATORIA PARA CÁLCULO DIFERENCIAL DEL TEMA DE LÍMITES Y CONTINUIDAD

Ejercicios. Contesta las siguientes preguntas de acuerdo a los links siguientes:

Para límites:	Para continuidad:
<a href="http://www.youtube.com/watch?v=vAB1ZSF0imI">http://www.youtube.com/watch?v=vAB1ZSF0imI</a>	<a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecu/">http://www.catedu.es/matematicas_blecu/</a>
<a href="http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebKHXCUI&amp;feature=related">http://www.youtube.com/watch?v=hJ_RebKHXCUI&amp;feature=related</a>	<a href="http://www.youtube.com/watch?v=Nln8PZRA9pg">http://www.youtube.com/watch?v=Nln8PZRA9pg</a>
<a href="http://www.catedu.es/matematicas_blecu/">http://www.catedu.es/matematicas_blecu/</a>	<a href="http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvwrrel">http://www.youtube.com/watch?v=A14WQ6ymbA8&amp;feature=fvwrrel</a>
<a href="http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html">http://www.cuaed.unam.mx/matematicas/calculo.html</a>	

1. ¿Cómo defines con tus propias palabras límite?
2. ¿Cómo defines con tus propias palabras continuidad?
3. ¿Qué es discontinuidad o cómo se presenta en una función? Recuerda que sería lo contrario a continuidad.
4. Dibuja una gráfica en donde representes el límite de una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.
5. Dibuja una gráfica en donde representes la continuidad una función que no sea de las explicadas en los links o en clase.

6. Calcula el límite y sus intervalos de continuidad, así como el de discontinuidad de las siguientes funciones, además, grafica la función:

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^2 - 4x}{x - 4} \right) =$

(recuerda factorizar por variable común y diferencia de cuadrados)

$f(x) = \frac{1}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -7} 3x^2 - 5x^2 + 2 =$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 3x}{9x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 3x}{9x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{9x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

7. Investiga la aplicación de los límites y continuidad en alguna área del conocimiento y anota el ejemplo (que sea uno que puedas desarrollar posteriormente en clase).

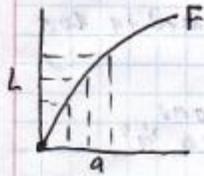
8. ENTREGAR A MANO, EN HOJA DE CUADERNO CON NOMBRE Y GRUPO.

① Como entiendes con tus propias palabras el límite  
 R: El límite es, en una función, la distancia entre el No. real  
 y la sucesión,  $L$  es menor que  $a$

② Como defines con tus propias palabras continuidad  
 R: Es cuando la función NO está dividida, y está sigor

③ que es discontinuidad.  
 R: es cuando la función está dividida en 2 o más segmentos  
 según el No. de asíntotas

④ Dibuja la grafica de límite

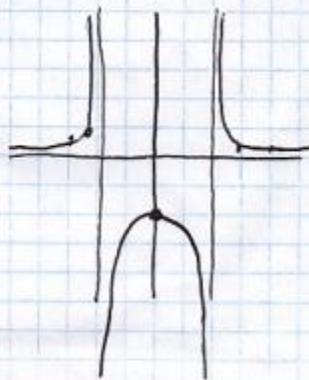


Cada valor  $a$  tiene su respectiva imagen con  $L$

⑤ Dibuja la grafica de continuidad

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

x	f(x)
-3	.10
-2	.20
0	-1
2	.10
3	.20



la función es continua  
 excepto en  $\pm\sqrt{1}$

$$\textcircled{6} \lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^3 - 4x}{x - 4} \right) = \frac{x^2 - 4}{-4} = \frac{(x+2)(x-2)}{4} = \frac{(6)(2)}{4} = \frac{12}{4}$$

$$= 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} 3x^3 - 5x^2 + 2 = 3(343) - 5(49) + 2 = 1029 - 245 + 2 = 786$$

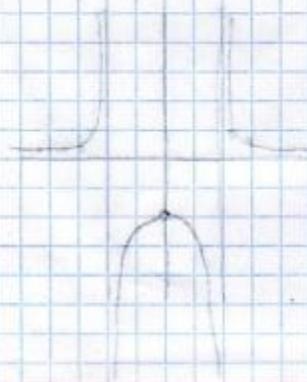
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 3x}{9x^3} = \frac{3x^3}{9x^3} - \frac{3x}{9x^3} = \frac{3}{9} - \frac{x^2}{3x^2} = \frac{3-1}{9} = \frac{2}{9}$$

$\textcircled{7} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  = El límite de  $f(x)$ , cuando  $x$  tiende a "a" es igual a  $L$

Para decir que  $f(x)$  se acerca a el número  $L$  a medida que  $x$  se acerca a el número  $a$  desde ambos lados

"se puede hacer que  $f(x)$  sea tan cercana a  $L$  como queramos si hacemos que  $x$  se acerque lo suficiente a  $a$ "

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 4x + 2) = 27$$



Acosta Arias Monserrat  
Cálculo Diferencial  
2402-7

**Cuestionario (alumno)**

INSTRUCCIONES DE LLENADO: Puedes utilizar pluma o lápiz, toma tu tiempo para responder de manera acertada o lo que vaya más con tu realidad, cualquier duda puedes preguntar.

Edad:

1. ¿Cuentas con computadora en casa?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	
2. ¿Cuentas con acceso a internet?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	
3. ¿Cerca de tu casa hay un café internet?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	
4. ¿El café internet está disponible de lunes a sábado?	SI	<input checked="" type="radio"/> NO	
5. ¿Utilizas internet para la clase de matemáticas?	SI	NO	<input checked="" type="radio"/> A VECES
6. ¿Has empleado alguna red social para discutir la tarea de matemáticas?	SI	NO	<input checked="" type="radio"/> A VECES
7. ¿Qué objetivo tendrá el emplear internet en clase de matemáticas?	entender mejor a otros ejemplos en caso de no entender al profesor.		NINGUNO
8. ¿Conoces que los REA?	SI	<input checked="" type="radio"/> NO	
9. ¿Qué tipo de recursos de internet pueden auxiliar la clase de matemáticas?	Videos de clases más Prácticos		NINGUNO
10. ¿El lenguaje matemático influye para entender determinado tema?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	
11. ¿El estilo de aprendizaje de cada individuo debe de ser considerado durante la aplicación del plan de clase del profesor?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	NO SABE
12. ¿La memorización es importante para resolver problemas matemáticos?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
13. ¿Debe de existir una metodología para resolver problemas?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
14. ¿Cómo consideras tu desempeño en matemáticas?	<input checked="" type="radio"/> BUENO	MALO	REGULAR
15. ¿Has aplicado las matemáticas en tu vida cotidiana?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
16. ¿Las matemáticas tienen relación con tus otras materias del semestre?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
17. ¿Podrían ayudarte las páginas web interactivas para comprender los conceptos matemáticos?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
18. ¿Tu profesor emplea internet durante las clases?	SI	<input checked="" type="radio"/> NO	A VECES
19. ¿Crees que mejorará tu desempeño en matemáticas si se implementa el uso de los recursos educativos abiertos?	SI	<input checked="" type="radio"/> NO	A VECES
20. ¿El empleo de REA te apoya para comprender conceptos?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
21. ¿El empleo de REA te apoya para resolver problemas matemáticos?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES
22. ¿Los REA empleados en clase te ayudaron a entender el tema?	SI	NO	<input checked="" type="radio"/> A VECES
23. ¿Los REA empleados en clase fueron los adecuados?	SI	NO	<input checked="" type="radio"/> A VECES
24. El tema visto en clase y auxiliado por REA, ¿me puede servir en otro momento?	<input checked="" type="radio"/> SI	NO	A VECES

## ENTREVISTA

### Presentación de preguntas

1. ¿Tienes computadora en casa?  
Si tengo una de escritorio y una laptop
2. ¿Tienes acceso a internet en casa?  
Si tengo un paquete con la compañía del telefono
3. Si no cuentas con internet, ¿hay un café internet cerca de tu casa?  
Si existen alrededor de 7 en las avenidas
4. ¿Normalmente qué empleas de internet?  
Paginas sobre mi interes personal  
y para hacer tarea
5. ¿Has utilizado internet en clase de matemáticas?  
No nunca.
6. ¿Qué beneficios tendrás de emplear internet en la clase de matemáticas?  
Tener mayor acceso a algunos temas en específico
7. ¿El uso de REA favorecerá la clase de matemáticas?  
Si claro para reforzar el aprendizaje de los
8. ¿El uso de REA implicará un desplazamiento del profesor? alumnos  
No al contrario debe estar mas pendiente del alumno
9. ¿Qué temas te agradan de matemáticas y por qué?  
Me gustan mas los temas que se ocupan en la
10. ¿Qué temas no te agradan y por que? vida cotidiana  
los que son un poco mas especializados como los de las ingenierias
11. ¿Los REA te ayudarán a crear cierta metodología para resolver problemas matemáticos?  
Si, Es una forma que tienen los alumnos para
12. ¿Los REA te ayudan a visualizar el concepto matemático? entenderle mejor  
Si son de ayuda para algunos temas que son difíciles de explicar
13. ¿Los REA te ayudan a comprender el tema o concepto visto en clase de matemáticas?  
Si son un apoyo para entenderle mejor al tema
14. ¿Lo que aprendiste con el REA lo consideras aplicable en la vida?  
En algunos temas son utilizados pero por la mayoría se utilizan en otros ambitos

## Anexo 9. Carta de consentimiento



# INSTITUTO LEONARDO BRAVO, A.C.

México D. F. a 10 de octubre de 2012

A QUIEN CORRESPONDA  
PRESENTE.

Por medio de la presente, hacemos de su conocimiento que la ING. Tania Romero Rosas, presta sus servicios como docente en esta Institución. La profesora es alumna de la Maestría en Proceso de Enseñanza y Aprendizaje del Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), y se encuentra realizando su proyecto de investigación: Impacto de los REA en los conceptos y procedimientos del Cálculo Diferencial en alumnos de Educación Media Superior del Instituto; por lo que se le concede la autorización para llevar a cabo esta indagación en tres sesiones normales de clase.

Sin más por el momento, se agradece la atención a la presente.

ATENTAMENTE:

A handwritten signature in black ink, which appears to read 'Paul J. German', is written over a circular stamp. The stamp is partially obscured by the signature.

LIC. PAUL J. GERMAN  
COORDINADOR ACADEMICO

Plantel Centro Ezequiel Montes 115 y 116 Col. Tabacalera C.P. 06030 México, D.F. Teléfonos 5705-5453 y 5705-6743

## **Currículum Vitae**

Tania Romero Rosas

Correo personal: s7\_tanjoe@yahoo.com.mx

Originaria de la Ciudad de Puebla, Puebla, Tania Romero Rosas, realizó sus estudios profesionales en el Instituto Politécnico Nacional, I.P.N., en la carrera Ingeniería Matemática. La investigación titulada Uso de Recursos Educativos Abiertos (REA) para la enseñanza y aprendizaje del Cálculo en el nivel medio de enseñanza es la que presenta en este documento para aspirar al grado de Maestría en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza y Aprendizaje.

Su experiencia de trabajo ha girado, principalmente, alrededor del campo de la educación, específicamente en el área del nivel Básico al Superior: secundaria (Taller de Lectura y Redacción), media superior (Matemáticas y Física) y superior (Cálculo Diferencial, Investigación de Operaciones y Probabilidad y Estadística). En el sector público, en el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos número 4, Lázaro Cárdenas (CECYT 4), impartiendo Física I, Álgebra y el Taller de Habilidad Matemática (Prueba Enlace), por el momento. Su experiencia docente comienza desde el 2009 a la fecha.

Actualmente, Tania Romero Rosas, funge como docente en: media superior (Matemáticas y Física) y superior (Cálculo Diferencial, Investigación de Operaciones y Probabilidad y Estadística). En el CECYT 4, impartiendo Álgebra y el Taller de Habilidad Matemática. Se considera una persona perseverante y con gusto por el trabajo en equipo, se fija metas para continuar su desarrollo profesional, es madre de una menor. También inició y concluyó la carrera de Lengua y Literatura Hispánica, está en calidad de Pasante, en el periodo de 2005 al 2009. Cuenta con otros cursos.