

Resumen

El presente trabajo comprende la investigación de los principios fundamentales que subyacen tras la propagación de la luz. Se investigan también los métodos más adecuados para la simulación computacional de este fenómeno y se presentan, por último, los resultados de una simulación computacional que describe detalladamente la propagación de ondas de luz a través de diversos obstáculos y aperturas.

Propagación de Ondas de Borde

Carlos López Mariscal

Simulaciones Computacionales
ITESM Campus Monterrey

Diciembre, 2002.

Índice

1. Introducción	4
1.1. Simulaciones en Electrodinámica	4
2. Antecedentes	5
2.1. Ondas Electromagnéticas	5
2.2. Interferencia	8
2.3. Difracción	9
2.4. Ondas de Borde	12
3. Métodos Numéricos de Simulación	14
3.1. Solución de Ecuaciones Diferenciales	15
3.2. Solución de la Ecuación de Onda	15
3.3. Métodos de Solución de Diferencias Finitas	16
3.3.1. Método de Crank-Nicolson	17
4. Implementación de la Simulación	19
4.1. Lenguaje de Programación	19
4.2. Algoritmo y Parámetros de Simulación	20
4.3. Propagación a Través de Aperturas y Obstáculos	20
4.3.1. Rejilla circular	21
4.3.2. Experimento de Young	24
4.3.3. Efecto de enfoque	26
4.3.4. Sistema 4f	28
4.4. Observaciones	31
5. Conclusiones	31
6. Referencias	33
A. Lista de Acrónimos	37
B. Código computacional	38
C. Agradecimiento	39

1. Introducción

1.1. Simulaciones en Electrodinámica

El estudio de la Teoría Electromagnética comprende una variedad de fenómenos que aparentan no tener relación entre sí. Sin embargo, eventos tan disímiles como la difusión de cargas eléctricas en materiales conductores, la propagación de señales en guías de ondas y la amplificación de luz por emisión estimulada (LASER, por sus siglas en inglés¹) tienen todos su descripción física en la Teoría Clásica de la Electrodinámica [1]. Algunas de estas manifestaciones también encuentran analogías inmediatas en otras áreas de la física debido a la naturaleza ondulatoria de la luz. De la misma forma que los campos electromagnéticos se reflejan, difractan, transmiten y oscilan de manera estacionaria en cavidades[2], el sonido produce eco cuando choca contra un muro o una montaña; las ondas en el agua producidas por una piedra generan los mismos patrones al pasar por los pilotes de un muelle que los de un láser al pasar por una rejilla de difracción y ciertos puntos en una ciudad son devastados por un sismo cuando áreas adyacentes presentan daños apenas perceptibles[3].

Comprender las consecuencias del movimiento ondulatorio permite predecir las vibraciones en el cuerpo de un motor eléctrico y diagnosticar el desbalance de las ruedas de un vehículo. Estas aplicaciones requieren tanto de análisis como de potencial de cálculo tan intensivos como la naturaleza del problema y el grado de detalle a estudiar lo requieran. En un gran cantidad de situaciones, la física del problema se modela por medio de ecuaciones diferenciales que involucran más de una variable. Los pormenores matemáticos del problema planteado convierten en una labor titánica, y a veces imposible, encontrar una solución analítica que genere información de relevancia práctica. Es en estos casos que los métodos numéricos resultan una herramienta alternativa para reproducir el experimento y obtener resultados útiles en forma de una solución particular que sea confiable. Como una ventaja adicional, la simulación numérica permite modificar las condiciones del experimento añadiendo a éste parámetros y factores de la complejidad que se requiera con el fin de producir resultados tan parecidos a la realidad como haría el experimento mismo sin las complicaciones obvias de implementarlo.

En particular, la propagación de campos electromagnéticos involucra escalas de tiempo ínfimas como para ser observada de manera directa[4]. Del mismo modo, las dimensiones espaciales

¹Véase el Apéndice.

asociadas a las manifestaciones de la luz visible son prohibitivas a los sentidos. Estos dos factores contribuyen a la inminencia del uso de la simulación numérica en el estudio de la generación y características del comportamiento ondulatorio de la luz.

2. Antecedentes

Es necesario describir algunas de las generalidades de la Teoría Electromagnética necesarias para comprender la generación de ondas de borde y su propagación e interacción con elementos ópticos. Esta sección no pretende ser un tratado detallado de electromagnetismo, que es por demás un área de la física de gran extensión. Se exponen aquí únicamente los principios más elementales que sirven de contexto al estudio de las ondas de borde y su propagación.

2.1. Ondas Electromagnéticas

Los fundamentos de la electrodinámica moderna se encuentran contenidos en una serie de principios que se basan a su vez en experimentos clásicos repetidos en innumerables ocasiones a través del tiempo bajo distintas condiciones. Esta experiencia da lugar a la confirmación de cada uno de los principios teóricos y los reconcilia en una disciplina teórica y práctica.

La *ley de inducción de Faraday*, reflejo del descubrimiento de que un flujo magnético variable en el tiempo resulta en la generación de una corriente en un circuito cerrado que lo cruce es el primero de estos preceptos. La *ley de Gauss eléctrica*, que relaciona la intensidad de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga que esta contenida en el interior de esta, y su contraparte magnética son a su vez el segundo y tercer pilares fundamentales de la teoría. Las tres anteriores, en conjunto con la *ley de Ampère*², que relaciona la intensidad de un campo magnético tangente a una curva cerrada con la corriente que fluye sobre ésta, se conocen como Leyes de Maxwell. Debido a que fue James Clerk Maxwell, físico escocés, quien integrara los trabajos independientes de Gauss, Ampère, Faraday, Coulomb es que el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que describe cada una de las leyes naturales antes mencionada lleva su nombre[5].

Existen diferentes formas de enunciar las Leyes de Maxwell. Dependiendo del propósito específico a que sirvan, éstas se pueden expresar ya sea en forma diferencial o integral³. En La primera

²También conocida como *ley de Ampère-Maxwell* por razones que son evidentes más adelante.

³Las propiedades de ambas formas matemáticas presentan diferentes ventajas en situaciones particulares. La

asociadas a las manifestaciones de la luz visible son prohibitivas a los sentidos. Estos dos factores contribuyen a la inminencia del uso de la simulación numérica en el estudio de la generación y características del comportamiento ondulatorio de la luz.

2. Antecedentes

Es necesario describir algunas de las generalidades de la Teoría Electromagnética necesarias para comprender la generación de ondas de borde y su propagación e interacción con elementos ópticos. Esta sección no pretende ser un tratado detallado de electromagnetismo, que es por demás un área de la física de gran extensión. Se exponen aquí únicamente los principios más elementales que sirven de contexto al estudio de las ondas de borde y su propagación.

2.1. Ondas Electromagnéticas

Los fundamentos de la electrodinámica moderna se encuentran contenidos en una serie de principios que se basan a su vez en experimentos clásicos repetidos en innumerables ocasiones a través del tiempo bajo distintas condiciones. Esta experiencia da lugar a la confirmación de cada uno de los principios teóricos y los reconcilia en una disciplina teórica y práctica.

La *ley de inducción de Faraday*, reflejo del descubrimiento de que un flujo magnético variable en el tiempo resulta en la generación de una corriente en un circuito cerrado que lo cruce es el primero de estos preceptos. La *ley de Gauss eléctrica*, que relaciona la intensidad de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga que esta contenida en el interior de esta, y su contraparte magnética son a su vez el segundo y tercer pilares fundamentales de la teoría. Las tres anteriores, en conjunto con la *ley de Ampère*², que relaciona la intensidad de un campo magnético tangente a una curva cerrada con la corriente que fluye sobre ésta, se conocen como Leyes de Maxwell. Debido a que fue James Clerk Maxwell, físico escocés, quien integrara los trabajos independientes de Gauss, Ampère, Faraday, Coulomb es que el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que describe cada una de las leyes naturales antes mencionada lleva su nombre[5].

Existen diferentes formas de enunciar las Leyes de Maxwell. Dependiendo del propósito específico a que sirvan, éstas se pueden expresar ya sea en forma diferencial o integral³. En La primera

²También conocida como *ley de Ampère-Maxwell* por razones que son evidentes más adelante.

³Las propiedades de ambas formas matemáticas presentan diferentes ventajas en situaciones particulares. La

de sus formas, las ecuaciones de Maxwell son[6]:

$$\text{Ley de Gauss eléctrica} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon \quad (1a)$$

$$\text{Ley de Gauss magnética} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1b)$$

$$\text{Ley de Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1c)$$

$$\text{Ley de Ampère} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu\sigma\mathbf{E} + \mu\epsilon\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1d)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{B} representan los campos eléctrico y magnético respectivamente; en el caso más general, estos son funciones del espacio y varían con el tiempo. Cuando los campos son invariantes en el tiempo, las derivadas parciales temporales son nulas y el lado derecho de la ec. 1c y el último término del lado derecho de la ec. 1d son idénticos a cero. Las constantes μ , σ , y ϵ son propiedades del medio que representan la permeabilidad magnética, la conductividad y la permitividad eléctrica respectivamente en medios homogéneos e isotrópicos⁴. En principio, cualquier manifestación de un campo o un conjunto de campos electromagnéticos puede ser explicada utilizando estos principios.

Con el fin de encontrar una propiedad interesante de estas leyes, considérese ahora el rotacional de la Ley Ampère:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu\sigma\nabla \times \mathbf{E} + \mu\epsilon\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{E}),$$

donde el intercambio de las derivadas espaciales y temporales de \mathbf{E} se puede realizar asumiendo que el campo eléctrico es una función que se comporta bien[7]. De la ec. 1c se puede sustituir el rotacional del campo eléctrico para obtener una segunda derivada con respecto al tiempo:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu\sigma\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mu\epsilon\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Utilizando ahora la identidad:[8]

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{U}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) - \nabla^2 \mathbf{U}, \quad (3)$$

donde, en coordenadas cartesianas:

$$(\nabla \cdot \nabla)\mathbf{B} = \nabla^2 \mathbf{B} \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2}.$$

expresión matemática de las ecuaciones como la conocemos actualmente se debe a Oliver Heaviside, quien en 1884 las formuló de manera convenientemente compacta.

⁴En el caso más general de un medio no isotrópico, éstas propiedades son representadas por tensores cuyas componentes indican la su dependencia de la dirección relativa del campo en el medio. Para un medio inhomogéneo, dichas componentes son además funciones de la posición dentro del medio.

Como la divergencia de \mathbf{B} es cero (ec. 1b), la ec. 2 queda:

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

De forma análoga, el campo eléctrico satisface una ecuación similar: aplicando el operador rotacional a ambos lados de la ec. 1c se puede ver que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B})$$

y sustituyendo el rotacional del campo magnético de la ec. 1d resulta:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2},$$

Si se hace ahora uso una vez más de la identidad 3, se obtiene:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla(\rho/\epsilon). \quad (5)$$

Para un medio sin cargas eléctricas libres, el término del lado derecho es cero y la ec. 5 es simétrica a la ec. 4. En medios que no son conductores, $\sigma \approx 0$ y las ecuaciones anteriores se simplifican aún más:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{B} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} &= 0, \\ \nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned}$$

Ambas expresiones tienen la forma general de la ecuación de onda tridimensional[9]:

$$\nabla^2 \mathbf{U} - c^2 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \right) = 0.$$

Es decir, que los campos eléctrico y magnético se propagan a manera de perturbaciones oscilatorias como consecuencia de las ecuaciones de Maxwell. También se deduce que: $c^2 = \mu\epsilon$; en otras palabras, que la velocidad de la luz⁵ depende de las propiedades del medio en que esta se propague.

A un campo electromagnético que se propaga en un medio se le conoce también como frente de onda y su forma depende de la forma funcional del campo con respecto de las coordenadas espaciales y del tiempo. En la naturaleza, los campos ópticos más familiares tienen frentes planos

⁵La luz visible, al igual que las emisiones de radio, microondas, y la luz no visible (infrarroja, ultravioleta) no son otra cosa que campos electromagnéticos que difieren en longitud de onda o color. O de manera equivalente, en su frecuencia o la energía que transportan.

o esféricos⁶. La luz que emite un LED, por ejemplo, es un frente de onda esférico puesto que la extensión de la fuente de luz es pequeña y se le puede considerar como un punto. Un ejemplo de frente de onda plana es la luz de una estrella lejana en una noche despejada. Debido a que en este caso la distancia de la fuente de luz al punto de observación es muy grande, se puede decir que el campo tiene una curvatura nula o, de manera equivalente, un radio infinito.

2.2. Interferencia

En el espectro de la luz visible, la frecuencia con que los campos electromagnéticos oscilan son del orden de 10^{14} Hz lo que hace que la amplitud del campo y sus variaciones en el tiempo sea una cantidad difícilmente detectable[10]. Por lo general, es la potencia transmitida por el campo la cantidad física que se evalúa con mas facilidad por instrumentos ópticos y el efecto de ésta el que se percibe de manera natural por la piel, o los ojos. La potencia (o irradiancia) I de un campo electromagnético es proporcional al cuadrado de la magnitud de la intensidad del campo eléctrico promediado en un período de tiempo adecuado para su observación. La contribución del campo magnético al transporte de energía es pequeño con respecto a la del anterior y se puede despreciar[11].

Considérese el caso de dos frentes de onda \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 que se propagan de tal forma que existe una región \mathbb{R} del espacio donde coexisten. Las contribuciones de los campos en dicha región se sumarán aritméticamente, es decir, el campo total \mathbf{E} en \mathbb{R} es: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. La irradiancia es ahora proporcional al promedio temporal de \mathbf{E}^2 , de tal forma que, excepto por una constante de proporcionalidad, se puede decir que:

$$I = \langle \mathbf{E} \rangle^2 = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle + \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle + 2 \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + 2I_{12} \quad (6)$$

donde los paréntesis indican el promedio temporal. El término adicional del lado derecho de la ec. 6 se conoce como término de interferencia. Cabe aclarar que dicho fenómeno se observa únicamente por la naturaleza ondulatoria del campo electromagnético, y lo mismo se observa interferencia en ondas acústicas que en las funciones de onda asociadas a sistemas cuánticos.

Ciertas condiciones deben de cumplirse para que el efecto de la interferencia en óptica sea observable. En esencia, los campos electromagnéticos han de ser tales que su fase relativa en \mathbb{R} sea

⁶Un frente de onda cilíndrico se puede obtener con una arreglo lineal de fuentes puntuales.

constante en el tiempo[12]. A esta propiedad de los campos se le conoce como *coherencia temporal*. Por otra parte, la periodicidad de las oscilación de los campos en cuestión han de ser casi idénticas, puesto que una diferencia significativa de frecuencias resultaría en una diferencia de fase relativa dependiente del tiempo, haciendo imposible la observación del patrón espacial de interferencia.

2.3. Difracción

Cuando se hace incidir un haz de luz sobre un objeto opaco y se observa la sombra generada detrás de éste, resulta una región oscura del espacio y al mismo tiempo, en otras regiones del espacio, la luz se propaga sin ser perturbada. Los bordes o fronteras entre las zonas oscuras y las zonas de luz no son abruptas, existen regiones donde la intensidad de la luz varía alrededor de la sombra del objeto. Este efecto, conocido como difracción, resulta del carácter ondulatorio de la luz.

En general, mientras el tamaño de una apertura por la que se permite el paso de la luz se reduce hasta aproximarse a las dimensiones características del campo electromagnético asociado, el efecto difractivo se hace más evidente puesto que los patrones de intensidad adquieren un mayor contraste y dimensiones espaciales que facilitan su observación[13].

Existen diferentes métodos de describir el fenómeno de la difracción. Son las consideraciones que se puedan hacer de un problema en particular y las manifestaciones específicas del experimento que se quieran observar las que determinan el camino a seguir en el tratamiento del campo y sus propiedades. Como un caso específico, considérese una fuente extendida de luz coherente de frecuencia ω que incide sobre una apertura cuadrada de lado a . Considérese también que la fuente de luz está a gran distancia de la apertura de forma que el frente de onda es aproximadamente plano. A una distancia x de la apertura sobre el eje x se observa el patrón de luz resultante en una

pantalla Σ (fig. 1).

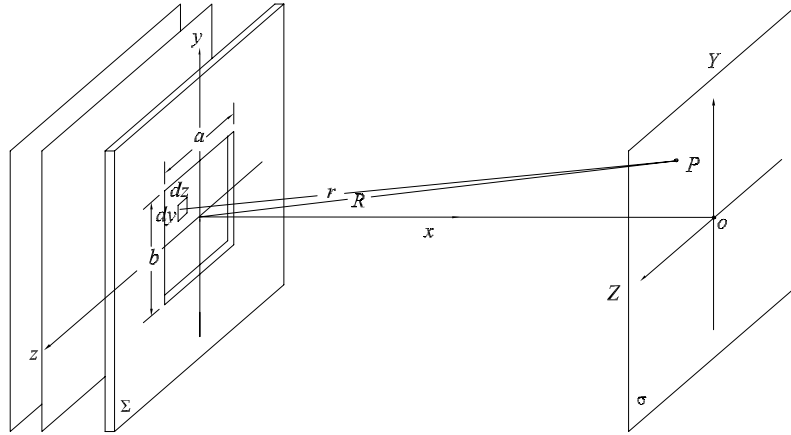


Figura 1. Apertura rectangular.

En términos ópticos, *cada punto sin obstrucción de un frente de onda, en un instante de tiempo dado, sirve como una fuente de ondas secundarias esféricas (con la misma frecuencia de la onda primaria). La amplitud del campo óptico en cualquier punto localizado una distancia más adelante resulta de la superposición de todas estas fuentes, considerando sus amplitudes y sus fases relativas.* Al enunciado anterior se le conoce como el principio de *Fresnel-Huygens*[14]. Así, un área diferencial dS dentro de la apertura se puede tratar como una distribución continua de fuentes puntuales secundarias coherentes. Una onda esférica se representa por la parte real de $\left(\frac{\varepsilon_o}{r}\right) e^{i(\omega t - kr)}$ donde ε_o es la intensidad por unidad de área y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es la constante de propagación. Asumiendo que ε_o es uniforme en la apertura, el campo eléctrico en P debido a dS es:

$$dE = \left(\frac{\varepsilon_o}{r}\right) e^{i(\omega t - kr)} dS.$$

El valor de r en P es:

$$r = \sqrt{X^2 + (Y^2 - y^2) + (Z^2 - z^2)}, \quad (7)$$

si el tamaño característico a de la apertura es pequeño en comparación con $R = [X^2 + Y^2 + Z^2]^{1/2}$.

Sustituyendo la expresión para R en la ec. 7 se obtiene:

$$r = R \sqrt{1 + \frac{y^2 + z^2}{R^2} - 2 \frac{Yy + Zz}{R^2}}.$$

Puesto que $R \gg a$ el segundo término dentro del radical es despreciable. Así:

$$r = R \left[1 - 2(Yy + Zz)/R^2\right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Esta aproximación se conoce como *Condición de Fraunhofer*[11] e indica únicamente que la distancia entre Σ y σ es grande comparada con a . Considerando los primeros dos términos de la expansión binomial de la ec. 8, la perturbación total en P es:

$$|E = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kr)}}{R} \iint_{\Sigma} e^{ik(Yy + Zz)} dS.$$

Para la geometría particular de la fig.1,

$$E = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kr)}}{R} \int_{-b/2}^{b/2} e^{ik(Yy)} dy \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik(Zz)} dz.$$

Haciendo ahora: $\beta' \equiv kbY/2R$ y $\alpha' = kaZ/2R$, se tiene que:

$$E = ab \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kr)}}{R} \left(\frac{\text{sen} \alpha'}{\alpha'} \right) \left(\frac{\text{sen} \beta'}{\beta'} \right),$$

de forma que la irradiancia

$$I(Y, Z) = I(0) \left(\frac{\text{sen} \alpha'}{\alpha'} \right)^2 \left(\frac{\text{sen} \beta'}{\beta'} \right)^2, \tag{9}$$

donde $I(0) = \frac{ab}{R} \varepsilon_A \langle (\text{Re } e^{i(\omega t - kr)})^2 \rangle$. De la Ec. 9 se observa que para aquellos valores de Y y Z en los que $\alpha' = m\pi$ ó $\beta' = m\pi$, ($m \in \mathbb{Z}$) el valor de la irradiancia se anula y se encuentran zonas de obscuridad donde las contribuciones de luz de Σ interfieren destructivamente. De la misma forma, existen puntos en σ en donde la intensidad de la luz es máxima y corresponde a regiones espaciales luminosas. La fig. 2a muestra el patrón de intensidad de una apertura cuadrada mientras que el de la fig. 2b pertenece al de una apertura rectangular. Nótese también de la ec. 9 que el patrón varía inversamente con las dimensiones de la apertura. Es decir, una apertura rectangular vertical producirá en la pantalla un patrón de mayor extensión horizontal.

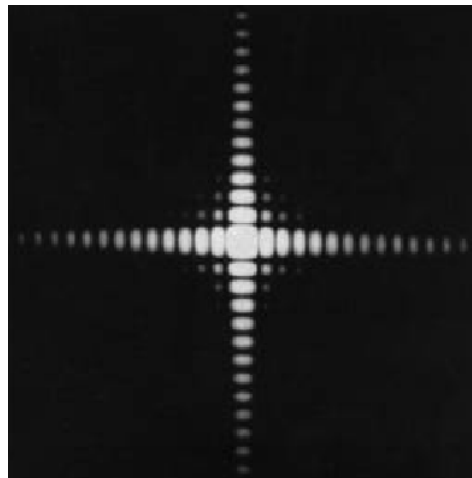


Figura 2a. Difracción por una apertura cuadrada.

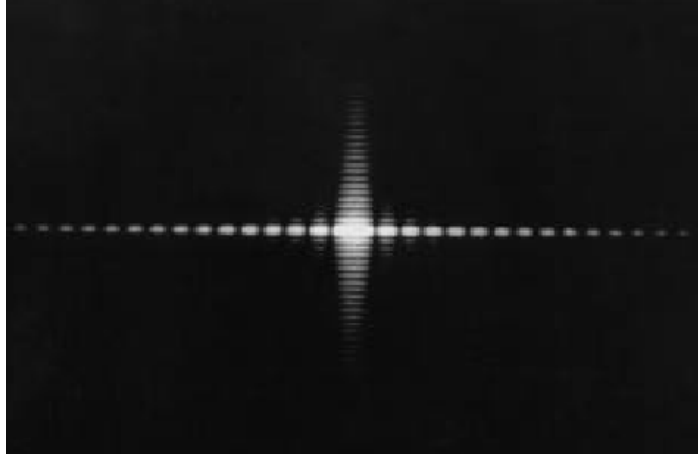


Figura 2b. Difracción por una apertura rectangular vertical.

En general, el patrón de difracción que se observe depende de la geometría de la apertura y de las dimensiones de la misma en relación con la longitud de onda del campo asociado con la fuente de luz. Cuando la condición de Fraunhofer se cumple, un aumento en la distancia x resulta únicamente en un cambio del tamaño del patrón de interferencia. Se dice entonces que el patrón corresponde al de *campo lejano*. A distancias menores, el patrón de interferencia presenta cambios significativos en su forma a lo largo del eje óptico, en cuyo caso, el fenómeno se denomina *difracción de Fresnel*, o *de campo cercano*. Estos dos tratamientos de la interacción de la luz con la materia son métodos vectoriales. Adicionalmente, existe la *Teoría de la Difracción de Kirchoff*, cuyo mérito más notable es el de presentar un tratamiento de la difracción puramente escalar, con las consecuentes ventajas en su análisis[15].

Una característica importante de la difracción se debe a que el principio de superposición es válido en la propagación de perturbaciones ondulatorias[6]. Como consecuencia de ello, las distribuciones de campo resultantes de la difracción de múltiples aperturas es equivalente a la suma de las distribuciones de cada una de las aperturas por separado. Así, una apertura de geometría complicada o con un patrón que se repite periódicamente puede ser modelada como la superposición de varias aperturas de configuraciones más sencillas.

2.4. Ondas de Borde

Hasta este punto, la difracción se ha explicado como una consecuencia de las contribuciones del campo que proviene de la parte interior a una apertura. Se ha asumido que el efecto que pudiese tener la luz debido a su interacción con el contorno de la apertura es despreciable. Experimental-

mente, sin embargo, cuando se observa el borde de una rejilla de difracción⁷ desde un punto en el que - según la teoría de Fraunhofer - la intensidad de la luz debiera ser cero, el borde parece estar iluminado. Con el fin de explicar lo anterior, Young propuso que la luz incidente experimenta una clase especial de reflexión en el borde[16]. El intento de Young por encontrar una explicación a este ejemplo de interacción entre radiación y materia es por demás notable, puesto que se adelanta un siglo al desarrollo de una teoría general exitosa⁸.

En la teoría de Young, el patrón de difracción observado se genera por la interferencia de la onda incidente y una *onda de frontera* u *onda de borde*. La dificultad de generar una teoría general rigurosa debido a la falta de herramientas matemáticas impidió que la idea de Young prosperara, al menos hasta que en 1894 A. Sommerfeld analizó el problema de difracción de luz por un plano semiinfinito⁹. La solución al problema de Sommerfeld muestra que en la sombra geométrica (es decir, la región oscura según la teoría de Fraunhofer) la luz se propaga mediante una onda cilíndrica que aparenta tener su origen precisamente en el borde de la apertura, mientras que en la región iluminada, el campo se representa por la superposición de dicha onda cilíndrica y la onda incidente. Este resultado inspiró la búsqueda de una solución general a cualquier problema de difracción mediante la consideración de una onda incidente y una onda de borde. Estrictamente, dicho problema había sido ya investigado antes de la aparición del trabajo de Sommerfeld, por Maggi[18].

En la actualidad, dicha idea ha sido desarrollada ampliamente con éxito[19, 16]. Sin embargo, la inclusión de los efectos de borde aumenta considerablemente la complejidad de cualquier problema al ser necesario un análisis matemático más riguroso y extenso para encontrar una solución particular.

En las ecuaciones que describen la propagación de los campos electromagnéticos está contenida la descripción cuantitativa de la contribución de las ondas de borde a la difracción. Es decir, los efectos de borde son en términos físicos, al igual que la difracción y la interferencia, una consecuencia de la naturaleza de ondulatoria de la luz, y en términos matemáticos, de las ecuaciones

⁷Una rejilla de difracción se construye de la disposición de varias aperturas. Los dos términos son equivalentes.

⁸Ahora se sabe, gracias al desarrollo de la Mecánica Cuántica, que las interacciones de campos electromagnéticos y partículas con masa no son obvias, aún cuando se trate de sistemas de unas pocas partículas. Los trabajos de Pauli, Feynmann, Schrödinger, Heissenberg y Bohr verían la luz a principios del siglo XX apoyados en herramientas matemáticas posteriores a Young.[17]

⁹Ver por ejemplo, Born y Wolf §11.5

de Maxwell.

3. Métodos Numéricos de Simulación

Una simulación computacional es un programa o conjunto de programas que reproduce las características de un fenómeno natural con la ayuda de una computadora. La programación de la simulación se realiza tomando en cuenta los principios básicos de dicho fenómeno mediante las ecuaciones matemáticas que lo rigen. Así, se puede simular, por ejemplo, la cantidad de autos en una avenida en un intervalo de tiempo, el flujo de electrones en un conductor sujeto a un voltaje eléctrico o el comportamiento de una reacción química ultrarrápida. La simulación tiene entonces grandes ventajas sobre el experimento real: los parámetros del experimento pueden ser modificados fácilmente para obtener resultados bajo distintas condiciones y por lo general son más rápidos y carecen de las complicaciones prácticas de la observación real.

El grado de dificultad de un problema específico reside en gran medida en las condiciones de frontera del problema y en la configuración inherente del mismo - su simetría espacial o temporal, disposición geométrica, etc -. De esta forma, los métodos numéricos resultan útiles para encontrar la solución cuantitativa a un caso particular, sacrificando la naturaleza causal del fenómeno físico que éste involucra. El grado de dificultad del problema es entonces relevante sólo en comparación con el poder computacional del método y la capacidad de los instrumentos con ayuda de los cuales dicho método es implementado.

Por otra parte, el uso de métodos numéricos es de especial importancia en la simulación de procesos físicos, puesto que estos constituyen una interfaz entre las leyes físicas y el programa computacional que las simula. Aún cuando algunas de las ecuaciones más relevantes a los fenómenos electromagnéticos presentan características que permiten su solución analítica por métodos conocidos¹⁰, una gran parte del conocimiento del proceso proviene de los resultados de soluciones numéricas y de su simulación computacional.

¹⁰Existen también ecuaciones matemáticas cuya inexistencia de su solución analítica está demostrada. En este caso, los métodos numéricos constituyen la *única* forma de estudio posible.

de Maxwell.

3. Métodos Numéricos de Simulación

Una simulación computacional es un programa o conjunto de programas que reproduce las características de un fenómeno natural con la ayuda de una computadora. La programación de la simulación se realiza tomando en cuenta los principios básicos de dicho fenómeno mediante las ecuaciones matemáticas que lo rigen. Así, se puede simular, por ejemplo, la cantidad de autos en una avenida en un intervalo de tiempo, el flujo de electrones en un conductor sujeto a un voltaje eléctrico o el comportamiento de una reacción química ultrarrápida. La simulación tiene entonces grandes ventajas sobre el experimento real: los parámetros del experimento pueden ser modificados fácilmente para obtener resultados bajo distintas condiciones y por lo general son más rápidos y carecen de las complicaciones prácticas de la observación real.

El grado de dificultad de un problema específico reside en gran medida en las condiciones de frontera del problema y en la configuración inherente del mismo - su simetría espacial o temporal, disposición geométrica, etc -. De esta forma, los métodos numéricos resultan útiles para encontrar la solución cuantitativa a un caso particular, sacrificando la naturaleza causal del fenómeno físico que éste involucra. El grado de dificultad del problema es entonces relevante sólo en comparación con el poder computacional del método y la capacidad de los instrumentos con ayuda de los cuales dicho método es implementado.

Por otra parte, el uso de métodos numéricos es de especial importancia en la simulación de procesos físicos, puesto que estos constituyen una interfaz entre las leyes físicas y el programa computacional que las simula. Aún cuando algunas de las ecuaciones más relevantes a los fenómenos electromagnéticos presentan características que permiten su solución analítica por métodos conocidos¹⁰, una gran parte del conocimiento del proceso proviene de los resultados de soluciones numéricas y de su simulación computacional.

¹⁰Existen también ecuaciones matemáticas cuya inexistencia de su solución analítica está demostrada. En este caso, los métodos numéricos constituyen la *única* forma de estudio posible.

3.1. Solución de Ecuaciones Diferenciales

De la misma forma que la propagación de la luz, una gran cantidad de manifestaciones físicas encuentra su descripción en ecuaciones diferenciales parciales[7, 20]. Tal es el caso de la propagación del calor, el tránsito de vehículos, la ocupación de un hotel o el tiempo de desplazamiento de un avión en la pista de un aeropuerto mientras espera su salida.

Existen diversos métodos para resolver ecuaciones de manera analítica, como son: el método de separación de variables, el método de ecuaciones integrales, la transformación de espacios (Fourier, Laplace, Riemann), etc. Un intento por encontrar la solución analítica a cualquier problema matemático resulta infructífero si dicha solución no existe. Para fines de simulación, además, un sistema computacional ha de ser provisto de datos numéricos que describan la física del problema y de un algoritmo que indique los pasos a seguir para calcular los resultados que se desea observar. La elección del método a utilizar depende del grado de compatibilidad de éste con el cálculo de las cantidades físicas a observar.

En un problema específico, el cálculo se hace de manera que el algoritmo optimice los recursos computacionales minimizando el tiempo de simulación y al mismo tiempo obteniendo los resultados de la precisión deseada[21].

3.2. Solución de la Ecuación de Onda

Considérese de nuevo la ecuación de onda que describe la propagación restringida esta vez a una dimensión x de un campo eléctrico $\mathbf{f} = \mathbf{f}(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial x^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial t^2} \right) = 0. \quad (10)$$

Como la propagación de la luz en un medio homogéneo ocurre a la velocidad constante $c^2 = \mu\epsilon$ es posible reemplazar la variable temporal mediante la identidad: $t = cz$, donde z es la dirección de propagación. Adicionalmente, si se hace uso de la aproximación paraxial¹¹, la ecuación 10 se reduce a la *ecuación de difusión*:

$$\kappa \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial z},$$

donde κ se denomina número de difusión y $f = |\mathbf{f}|$.

¹¹Esta aproximación se centra en la distribución de campo observada en la vecindad del eje óptico, que coincide con la dirección de propagación del campo[14].

La solución está sujeta a la condición inicial $f(x, 0) = F(x)$, donde $F(x)$ es una función conocida que describe la forma del campo en el punto donde inicia la propagación. El dominio de la función se extiende espacialmente en el rango $a < x < b$. Dicha ecuación es del tipo parabólico y tiene una solución analítica bien conocida dada por[9]:

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa t}} \int_{-\infty}^{\infty} F(x+u) \exp\left(-\frac{u^2}{4\kappa t}\right) du,$$

para κ constante. La solución al problema está, por las condiciones iniciales y la región de interés, confinada a una región espacial bidimensional que cubre el rango $x \in [a, b]$ y $0 \leq t \leq t_{\text{máx}}$ en el plano espacio-temporal.

La solución numérica a la ecuación de difusión se puede obtener por diferentes métodos. Especial atención merecen dos clases de éstos: el método de Fourier y las variantes del método de diferencias finitas[22, 23, 24].

A grandes rasgos, el análisis matemático de Fourier consiste esencialmente en el mapeo de una función $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ en una imagen $F(\mathbf{s})$ en otro dominio llamada *la transformada de Fourier de \mathbf{F}* . En óptica difractiva, la relación entre el dominio de \mathbf{F} y F equivale a la distribución del campo original en la región del espacio \mathbf{r} y la configuración del campo modificado por los elementos difractivos en términos de sus frecuencias espaciales en el espacio de la imagen dado por \mathbf{s} . De esta forma, se busca encontrar las frecuencias espaciales y su contribución individual al campo resultante al final de la propagación de $\mathbf{F}(\mathbf{r})$. El análisis de Fourier constituye una herramienta poderosa que se utiliza en diversos campos de las ciencias y la ingeniería.

En el presente trabajo, se hace uso del método de Crank-Nicolson para simular los efectos de las ondas de borde en la propagación de un campo óptico a través de diferentes obstáculos. Éste es una forma de solución basada en los métodos de diferencias finitas.

3.3. Métodos de Solución de Diferencias Finitas

Una forma de resolver numéricamente una ecuación diferencial parcial consiste en dividir el dominio de la ecuación en intervalos discretos. Es decir, si las variables son espaciales, se divide el volumen o la superficie de interés en una malla de elementos finitos de tal forma que la longitud de cada uno de estos elementos sea pequeña comparada con las dimensiones características del problema ???. Debido a que el espacio donde se resuelven las ecuaciones consta de un conjunto finito

de valores discretos, es menester encontrar ahora la representación de las ecuaciones involucradas en este espacio.

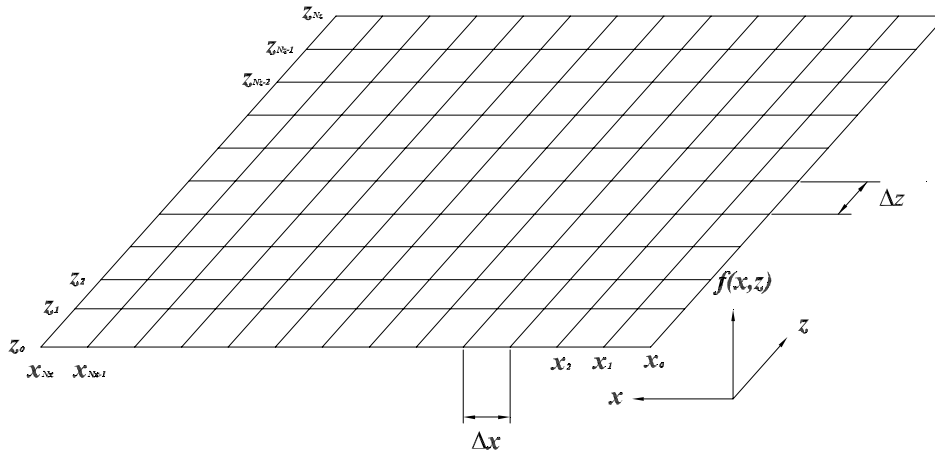


Figura 3. Division de una porcion del espacio en intervalos discretos.

Las variantes del método de diferencias finitas difieren entre sí esencialmente en la forma en que se eligen dichas diferencias. La mayor desventaja de éstos métodos reside en que la evolución de las magnitudes físicas en la malla puede aumentar ilimitadamente. Se dice entonces que el método es estable o inestable[25, 26]. Cuando el método es inestable, el límite a la precisión de los cálculos de la computadora es el origen de dicho aumento desmedido¹².

Entre los métodos estables, se encuentran los métodos de diferencias finitas centradas hacia adelante (FTCS), el método implícito de diferencias centradas hacia atrás (BTCS) y el método de Crank-Nicolson, que hace uso de los dos anteriores y presenta una estabilidad particularmente notable[28].

3.3.1. Método de Crank-Nicolson

Debido a que el método de diferencias finitas FTCS es condicionalmente estable[29] según el valor del número de difusión, es preferible utilizar BTCS o el método de Crank-Nicolson pues la estabilidad incondicional de éste último representa una gran ventaja.

Considérese el i -ésimo intervalo espacial en la coordenada x y el n -ésimo intervalo en la dirección de propagación z . El método de Crank-Nicolson resulta de la substitución de la ecuación de difusión

¹²La estabilidad de un método numérico de diferencias finitas se puede evaluar mediante el Criterio de Estabilidad de von Neumann[27].

inestable por su equivalente en diferencias finitas¹³ en el punto generalizado $(x_i, z^{n+1/2})$, que es en realidad el punto medio entre los puntos (x_i, t^n) y (x_i, t^{n+1}) . La derivada espacial se calcula entonces como el promedio (he aquí la razón para la estabilidad incondicional) de dicha derivada entre los puntos antes mencionados y resulta:

$$\kappa \frac{1}{2} \left[\frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} - \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right] = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta z}.$$

Despejando para f_i^{n+1} , resulta la ecuación recursiva:

$$-\alpha f_{i-1}^{n+1} + 2(1 + \alpha)f_i^{n+1} - \alpha f_{i+1}^{n+1} = \alpha f_{i+1}^n + 2(1 + \alpha)f_i^n + \alpha f_{i-1}^n,$$

donde: $\alpha = \kappa c \frac{\Delta z}{\Delta x^2}$. Esta fórmula recursiva con precisión de segundo orden tanto en la coordenada temporal como en la espacial, constituye el algoritmo para el cálculo del valor de la función f_i^{n+1} como función de su valor en una región previa del espacio f_i^n . Básicamente, la evolución del campo mientras se propaga se determina paso a paso a partir de su perfil inicial. A este esquema de solución se le conoce precisamente como el método de Crank-Nicolson. Con la ayuda de una computadora, se puede calcular el valor del campo para un número grande de puntos y analizar la propagación del campo a lo largo de una distancia considerable.

En la implementación práctica del algoritmo, se requiere la solución para un número N_x y N_y de puntos espaciales en x y y respectivamente. Dicha cuantización da lugar a una sistema matricial $\hat{\mathbf{C}}\mathbf{f}^{n+1} = \hat{\mathbf{D}}\mathbf{f}^n$ que representa a la misma ecuación para todo el intervalo de interés espacio-temporal. La expansión de las matrices resulta en:

$$\begin{bmatrix} 2(1 + \alpha) & -\alpha & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha & 2(1 + \alpha) & -\alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\alpha & 2(1 + \alpha) & \ddots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\alpha & \ddots & -\alpha & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \ddots & 2(1 + \alpha) & -\alpha & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -\alpha & 2(1 + \alpha) & -\alpha \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\alpha & 2(1 + \alpha) \end{bmatrix} \mathbf{f}^{n+1} =$$

¹³Las derivadas (en diferencias finitas) de una función se representan como funciones lineales de la misma función evaluada en cada uno de los elementos del conjunto del dominio discreto[29].

$$\begin{bmatrix} 2(1-\alpha) & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha & 2(1-\alpha) & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha & 2(1-\alpha) & \ddots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \alpha & \ddots & \alpha & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \ddots & 2(1-\alpha) & \alpha & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & 2(1-\alpha) & \alpha \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & 2(1-\alpha) \end{bmatrix} \mathbf{f}^n,$$

y despejando para f^{n+1}

$$f^{n+1} = \hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{D}} f^n,$$

que indica que un avance temporal del campo es equivalente en el algoritmo de solución a multiplicar el campo eléctrico por la matriz: $\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{D}}$. El método de Crank-Nicolson consiste entonces, en el cálculo de $\hat{\mathbf{P}}$, que se conoce como propagador o matriz de propagación.

El método de Crank.Nicolson parece ser una elección típica en ciertos problemas de electromagnetismo y electrónica física. En la literatura se pueden consultar simulaciones diversos tipos referentes a emisiones de luz láser en semiconductores[30], filtros digitales[31] y propagación en antenas[32].

4. Implementación de la Simulación

En esta sección se describen los detalles de un programa computacional que simula la propagación de un campo óptico a través de una trayectoria con distintos elementos ópticos. También se presentan los resultados más relevantes obtenidos de dicha simulación bajo diferentes condiciones del experimento.

4.1. Lenguaje de Programación

Debido a que la simulación computacional mediante un método de diferencias finitas sugiere la manipulación intensiva de matrices, se eligió el lenguaje de programación MATLAB[®]. Éste presenta las ventajas de ser un lenguaje nativo en manejo de matrices¹⁴ que contiene en su implementación las rutinas para realizar operaciones matriciales más comunes así como un gran número

¹⁴Incidentalmente, el acrónimo MATLAB significa: Matrix Laboratory.

$$\begin{bmatrix} 2(1-\alpha) & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha & 2(1-\alpha) & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha & 2(1-\alpha) & \ddots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \alpha & \ddots & \alpha & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \ddots & 2(1-\alpha) & \alpha & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & 2(1-\alpha) & \alpha \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & 2(1-\alpha) \end{bmatrix} \mathbf{f}^n,$$

y despejando para f^{n+1}

$$f^{n+1} = \hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{D}} f^n,$$

que indica que un avance temporal del campo es equivalente en el algoritmo de solución a multiplicar el campo eléctrico por la matriz: $\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{D}}$. El método de Crank-Nicolson consiste entonces, en el cálculo de $\hat{\mathbf{P}}$, que se conoce como propagador o matriz de propagación.

El método de Crank.Nicolson parece ser una elección típica en ciertos problemas de electromagnetismo y electrónica física. En la literatura se pueden consultar simulaciones diversos tipos referentes a emisiones de luz láser en semiconductores[30], filtros digitales[31] y propagación en antenas[32].

4. Implementación de la Simulación

En esta sección se describen los detalles de un programa computacional que simula la propagación de un campo óptico a través de una trayectoria con distintos elementos ópticos. También se presentan los resultados más relevantes obtenidos de dicha simulación bajo diferentes condiciones del experimento.

4.1. Lenguaje de Programación

Debido a que la simulación computacional mediante un método de diferencias finitas sugiere la manipulación intensiva de matrices, se eligió el lenguaje de programación MATLAB[®]. Éste presenta las ventajas de ser un lenguaje nativo en manejo de matrices¹⁴ que contiene en su implementación las rutinas para realizar operaciones matriciales más comunes así como un gran número

¹⁴Incidentalmente, el acrónimo MATLAB significa: Matrix Laboratory.

de funciones matemáticas.

Adicionalmente, el compilador presenta una interfaz flexible y la sintaxis del lenguaje es poco complicada. Debido a su uso popularizado existe un número considerable de referencias auxiliares en su uso[33, 34].

4.2. Algoritmo y Parámetros de Simulación

Los parámetros físicos de la simulación son los siguientes: en todos los casos, se considera la simulación de un haz de luz láser. El campo asociado al haz por su origen, presenta un número de características que facilitan la simulación. En esencia, el campo es monocromático. Es decir, se asocia a éste una longitud de onda λ única¹⁵ que en este caso corresponde a la de la luz roja de una fuente láser de He-Ne ($\lambda = 632,8nm$). El campo inicial también es coherente espacialmente. En otras palabras, la fase ϕ del campo inicial en cualquier punto de un plano transversal a la propagación es constante. Este valor se puede seleccionar arbitraria y convenientemente como $\phi = 0$ de manera que la componente compleja del campo se anula y su forma funcional inicial se puede expresar por medio de una función real $E = E(x) = E_o$, en unidades arbitrarias y normalizado a un valor máximo de 1. La forma funcional del campo con respecto de las coordenadas espaciales se asume uniforme a lo largo de la apertura (o conjunto de aperturas) que producen la difracción en $z_o = 0$.

La distancia máxima de propagación es de $Z_{MAX} = 3,5m$ (a menos que se indique lo contrario) que corresponde al plano de observación. Las dimensiones características de los elementos difractivos se especifican en milímetros y su extensión espacial va desde X_{MAX} hasta $-X_{MAX}$ en un sistema de coordenadas rectangulares en que el centro de la apertura representa al punto $(x, z) = (0, z_o)$. El texto del código computacional se encuentra en el Apéndice B.

4.3. Propagación a Través de Aperturas y Obstáculos

Los resultados de la simulación se presentan en esta sección en forma de gráficas que representan la evolución de la intensidad asociada al campo en el espacio de observación. Las superficies de que

¹⁵Este parámetro se puede variar para adaptar el propagador al espectro de las microondas, radiofrecuencia, infrarrojo, ultravioleta, rayos X o una fuente coherente de partículas (por ejemplo, electrones) introduciendo el factor relativista de masa efectiva de la partícula y su longitud de onda de De Broglie.

representan la intensidad se componen mediante la distribución del campo en los planos sagitales ortogonales al eje de propagación. Este método de calcular la forma de la intensidad se denomina *método de propagación de haz*, o BPM por sus siglas en inglés.

El BPM encuentra aplicaciones muy diversas en el área de electromagnetismo y en particular, en simulaciones ópticas. Existen diferentes variantes del BPM, a saber: los métodos vectoriales, escalares y combinaciones de ambos[35, 36, 37, 38]; los algoritmos bidireccionales[39, 40]; algoritmos que hacen uso de diferencias finitas[41, 42, 43]; métodos especiales para la región no paraxial[44, 45, 46, 47] y otras.

4.3.1. Rejilla circular

En el primer arreglo del experimento, la configuración de la apertura es la más sencilla posible. Ésta consiste de una apertura circular ubicada en el origen del eje x sobre el plano del campo inicial. La evolución de la intensidad a lo largo del eje de propagación se muestra en la fig.4. Es evidente de la gráfica, que la energía asociada con el campo se distribuye en un área mayor a medida que se propaga. El campo tiene una amplitud mayor hacia el centro de la distribución $x = 0$, al igual que el campo original, con la diferencia de que cierta energía se distribuye simétricamente hacia valores mayores de x .

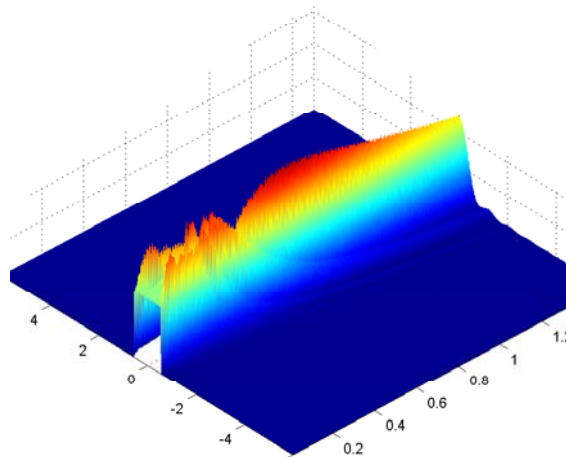


Figura 4. Evolucion de la intensidad de campo para una apertura circular.

La distribución de intensidad en el plano de observación se muestra en la fig. 5. Nótese que el máximo central tiene un amplitud mayor que la del campo inicial, sin embargo, el ancho del máximo es menor que el de la apertura y se reduce considerablemente en su parte superior. Los máximos relativos adyacentes se conocen como órdenes superiores de difracción y su amplitud es

considerablemente menor que la del máximo principal.

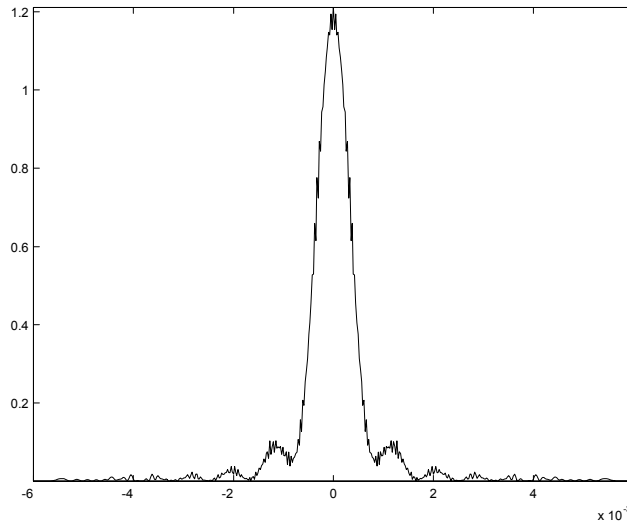


Figura 5. Distribucion final de intensidad óptica.

El patrón de difracción de una apertura circular tiene una forma funcional conocida

$$\left[\frac{J_1(\pi x')}{\pi x'} \right]^2, \quad (11)$$

donde $J_1(\pi x')$ es la función de Bessel de orden 1 del primer tipo[48] y x' es la coordenada radial en el plano de observación. La distribución de intensidad teórica se muestra en la fig. 6. A esta distribución se le denomina *disco de Airy*.

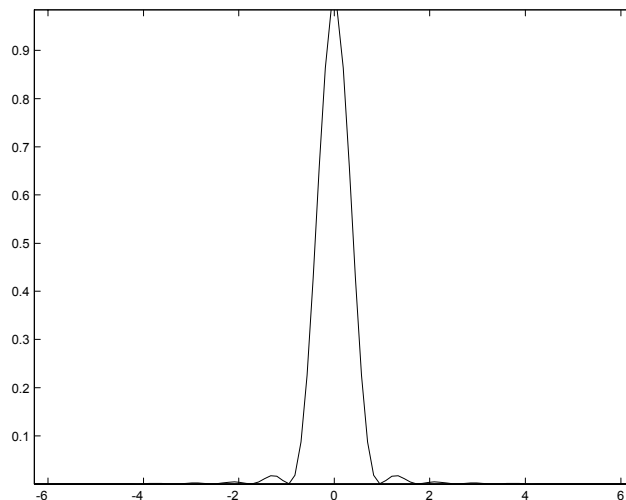


Figura 6. Patron de difraccion de Fraunhofer de la apertura circular.

La distribución de intensidad calculada y la que resulta de la simulación son muy similares, excepto por una modulación de alta frecuencia en esta última. Este rasgo encuentra su explicación en que la difracción de Fraunhofer no considera el efecto de la onda de borde, que a gran distancia de

observación tiene un efecto considerable. A una distancia de sólo 5,25 cm de la apertura¹⁶, se pueden observar dos picos de amplitud en los que el valor del campo es 60 % mayor que el máximo original (fig. 7). Estas contribuciones son las que se atribuyen a la interacción de la radiación incidente con el borde de la apertura. Eventualmente, el campo en esta región interfiere con el campo que incide al interior de la apertura formando el patrón de la fig. 5.

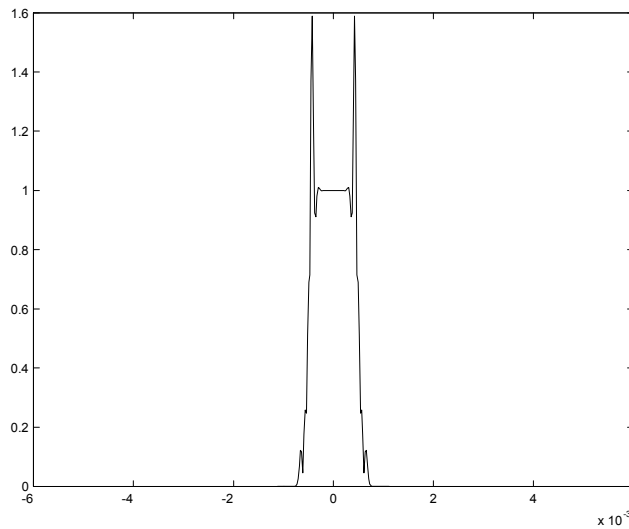


Figura 7. Distribucion de campo a 5.25 cm de la apertura circular.

A una distancia de observación $Z_{MAX} = 3,0 m$, la distribución de intensidad se asemeja más al patrón de difracción de Fraunhofer (fig. 8). Sin embargo, a distancias mayores, la distribución del campo conserva su forma, excepto por un factor de escala.

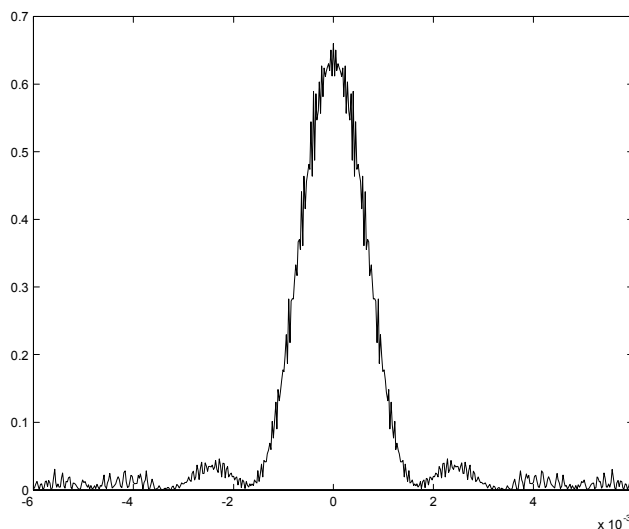


Figura 8. Distribucion de intensidad a 3 m de la apertura.

¹⁶A esta distancia, la distribución del campo se describe mediante *difracción de Fresnel*, no de Fraunhofer.

4.3.2. Experimento de Young

La observación de la interferencia del campo asociado al haz consigo mismo al incidir en un par de aperturas circulares idénticas separadas entre sí por un radio h se conoce como experimento de Young. La importancia histórica de este experimento esta relacionada directamente con el estudio de la dualidad onda-partícula de la luz[17].

Debido a la difracción, la potencia óptica tiene a distribuirse uniformemente de forma rápida, sin embargo, la potencia total se conserva a lo largo de la propagación, independientemente de la distancia máxima a la que se observe el patrón resultante.

En la fig. 9, se aprecia una vista aérea del experimento con dos aperturas circulares de 0.1 mm separadas entre sí 0.6 mm. La dirección de propagación es el eje horizontal hacia la derecha. La región de interés es de 12 mm de ancho y 1.5 metros de largo. Cabe señalar que conforme el radio de las aperturas decrece (acercándose a la longitud de onda de la luz), el efecto de la onda de borde se extiende en una región espacial más grande inmediatamente después de la apertura.

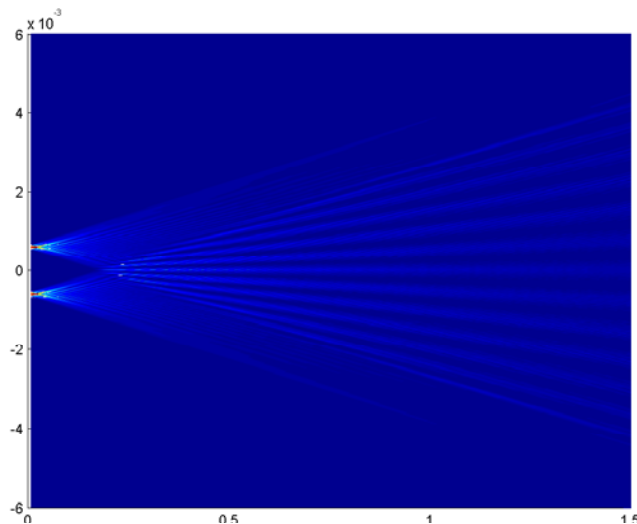


Figura 9. Interferómetro de Young.

La distribución del intensidad posee ahora un máximo central y varios máximos adyacentes mod-

ulados espacialmente por una oscilación periódica (fig. 10).

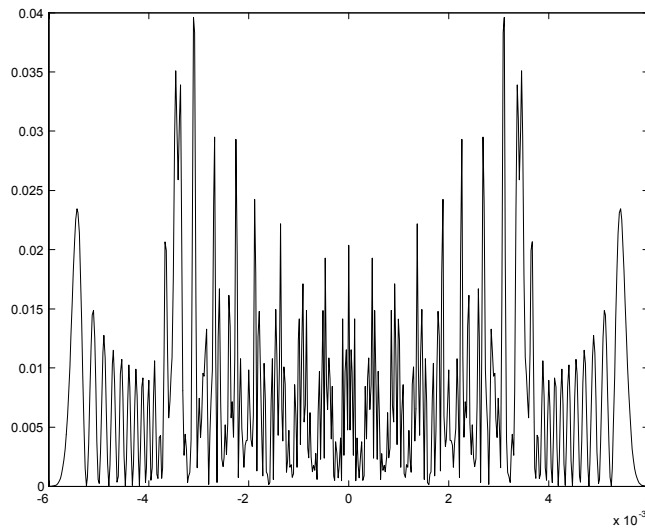


Figura 10. Distribucion de intensidad para dos aperturas circulares.

La figura 10 muestra la intensidad para dos aperturas de $50\mu m$ de diámetro separadas un milímetro. Dado que el campo eléctrico tiende a tener valores mayores hacia el exterior del espacio de la simulación, es importante observar que una simulación a una distancia de propagación no necesariamente presenta resultados de mayor precisión. Después de alguna distancia $z = Z_r$, los valores del campo en las vecindades de la frontera de X_{MAX} adquieren valores considerables que interfieren con el campo cerca del eje óptico a manera de una reflexión en la frontera. En la figura 11 se muestra la misma simulación para una distancia máxima de propagación de 3 metros. Obsérvese como en $Z_R \simeq 2,0 m$ la amplitud del campo fuera del espacio de simulación no es despreciable.

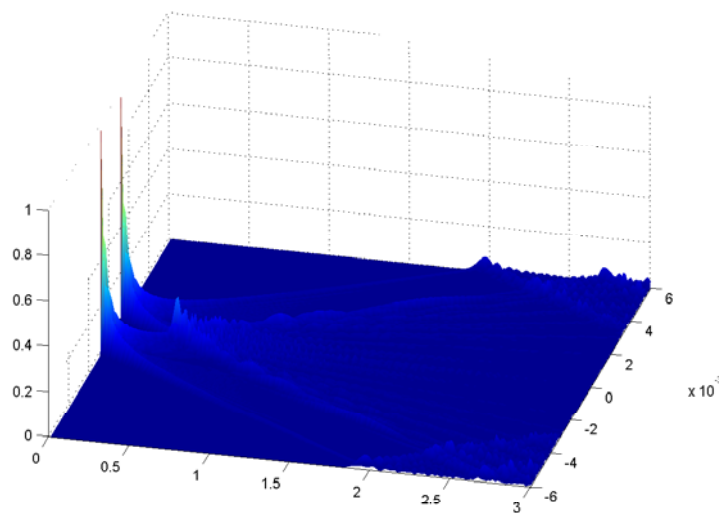


Figura 11. Campos que se propagan al exterior del espacio de simulacion.

En una reproducción real de este experimento, la distribución final de intensidad será diferente a la simulada especialmente para valores de x grandes.

4.3.3. Efecto de enfoque

Una lente es un elemento óptico lineal que actúa modificando la curvatura de un frente de onda que incide sobre ella¹⁷. Así, un frente de onda esférico puede transformarse - en el límite - en un frente plano y viceversa, siempre que la posición relativa de la lente y la fuente sobre el eje óptico sea la adecuada. Una lente se caracteriza en términos ópticos por medio de su distancia focal f , cuyo signo determina si la lente es convergente o divergente. La magnitud de la distancia focal es una medida del cambio de curvatura que la lente puede conferir al frente de onda[49].

En la mas sencilla de sus aplicaciones, una lente positiva se coloca a una distancia f de la apertura. La fig. 12 corresponde al patrón observado para una rejilla circular de $200\ \mu m$ de radio a después de $1,50\ m$ de propagación, mientras que la fig. 13 presenta el mismo resultado cuando en el experimento se introduce una lente positiva de distancia focal $f = 0,50\ m$.

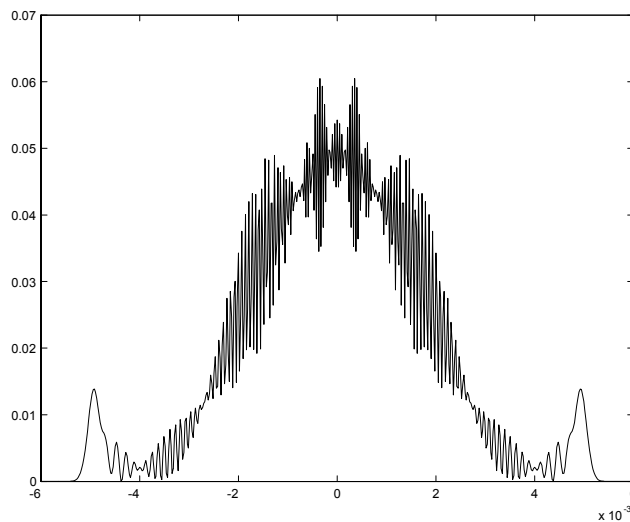


Figura 12. Rejilla circular de $200\ \mu m$ de radio.

¹⁷El principio detrás del funcionamiento de una lente y en general, de cualquier superficie o sistema de superficies sobre las cuales incide un campo electromagnético se conoce como *ley de Snell* y es la base fundamental de la óptica geométrica.

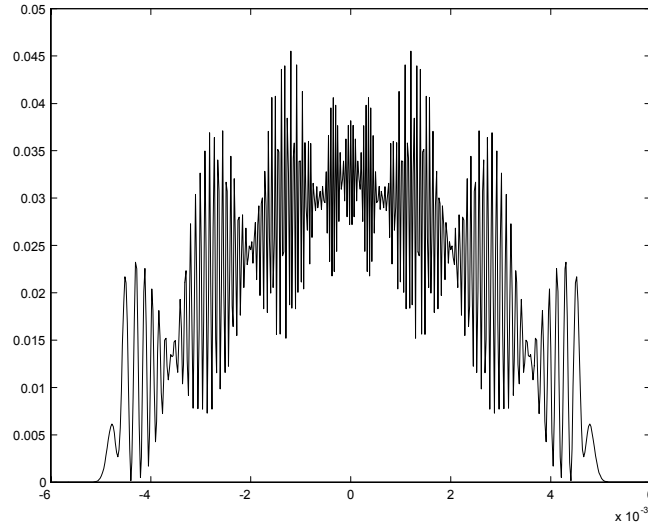


Figura 13. Efecto de enfoque con lente positiva.

Nótese como en la figura 13 la intensidad se constituye en la misma forma funcional que en la figura anterior. Sin embargo, la lente provoca que el campo se redistribuya y en el punto de observación el patrón de difracción corresponda únicamente a la porción central del patrón sin la lente.

La función de transferencia de una lente delgada sin atenuación está dada por:

$$L = \exp\left(\frac{ikx^2}{2f}\right), \quad (12)$$

donde k es el número de onda y f la distancia focal de la lente. De la ec. 12 se puede ver que la fase del campo se modifica conforme varía su distancia del eje óptico. La parte imaginaria de L es

una medida de esta modificación. La fig. 14 es una gráfica de x vs $\text{Im}[L(x)]$.

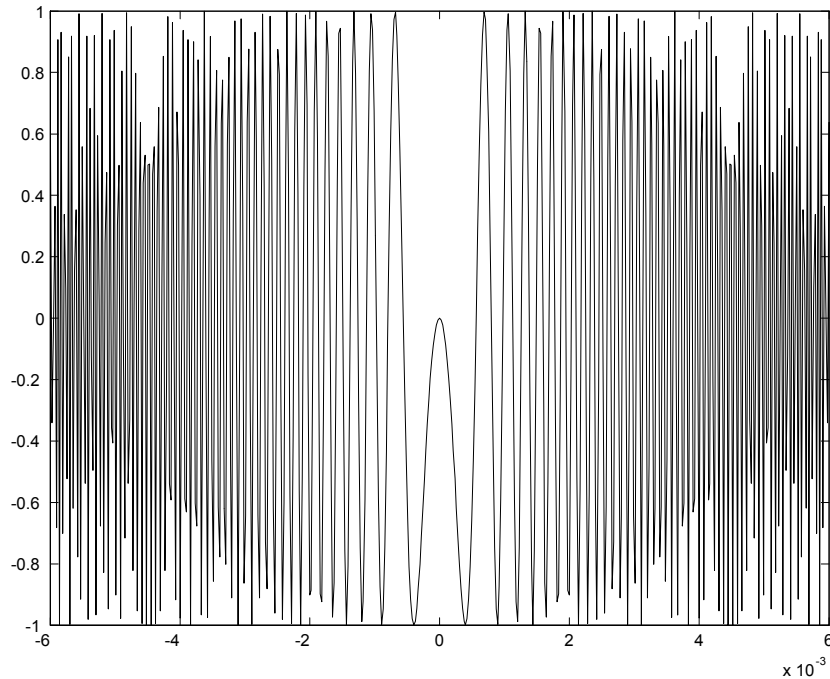


Figura 14. Funcion de transferencia de la lente en fase.

Es interesante notar que en, en la parte central, la fase del campo no se ve afectada, de tal manera que el máximo central del experimento se observa aún después de introducir la lente.

4.3.4. Sistema $4f$

Una aplicación típica de la óptica geométrica es el *sistema $4f$* . En este arreglo, la forma de una apertura es reconstruída mediante su transformación al espacio de frecuencias espaciales[13] y de regreso al espacio convencional. En el caso más sencillo, la transformación se lleva a cabo mediante lentes convergentes idénticas ubicadas a una distancia de $2f$ entre sí. El arreglo de lentes se ubica sobre el eje óptico de tal forma que la primera lente esté a una distancia f de la apertura original y su conjugada a una distancia f de la imagen. El arreglo recibe su nombre de la relación: $Z_{MAX} = 4f$.

A manera de ejemplo, considérese la difracción de el frente de onda plano por dos aperturas circulares de $750 \mu m$ de radio separadas por una distancia de $4 mm$ en un plano de observación ubicado a $2,0 m$ en un sistema $4f$ de lentes conjugadas $f = 0,5 m$. En el plano de observación, se

presenta una distribución como la de la fig. 15.

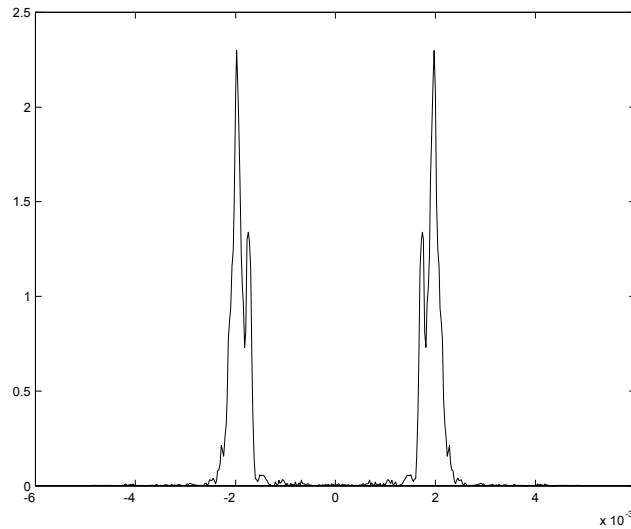


Figura 15. Reconstrucción del campo incidente en un sistema 4f.

Si bien la forma de la intensidad no es perfectamente rectangular, los máximos si corresponden a la ubicación original de las aperturas, donde se supone que el campo inicial es uniforme. En la gráfica de la intensidad final se puede observar sin embargo, una modulación de alta frecuencia con una amplitud pequeña que no corresponde a la forma original del campo. Dichas variaciones espaciales se atribuyen, una vez más al efecto de las ondas de borde. La magnitud de su amplitud es en este caso pequeña porque la porción del campo que se propaga lejos del eje óptico es pequeña (fig 16).

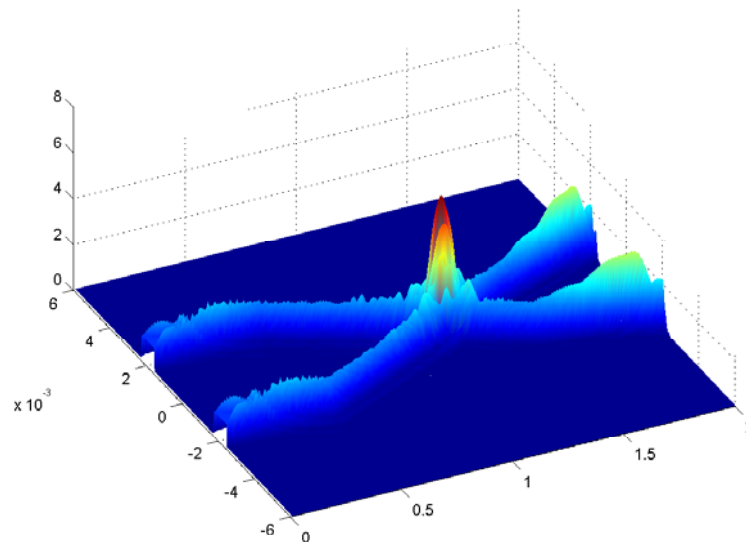


Figura 16. Distribución de intensidad en 4f.

Destaca eminentemente la intensidad del campo hacia $z = \frac{Z_{MAX}}{2}$. Si se considera que la energía total asociada al campo ha de ser constante a lo largo de la propagación, es de esperarse que cuando

el campo se distribuya en una región espacial de menores dimensiones, la cantidad de energía por unidad de área, y por consecuencia la amplitud del campo, se incrementen.

Una técnica para impedir el paso del campo no paraxial es introducir en el sistema una pupila, es decir, una región circular transparente rodeada de una región opaca centradas en el eje óptico. Sin embargo, una pupila tiene un borde que actúa como una región donde la luz incidente genera efectos difractivos que resultan a su vez en otra onda de borde. En lugar de introducir entonces un borde abrupto como el de una pupila, se introduce una frontera suave que limite el campo a la región paraxial que evite la propagación de las ondas de borde hacia el plano de observación. Una lente *apodizada*, es aquella que no modifica el frente de onda de la luz que incide sobre ella pero atenúa la amplitud del campo y la restringe a una región central $-x_a < x < x_a$. La función de transferencia de este tipo de lente está dada por:

$$L_a = \exp\left(-\frac{x^{2s}}{x_a}\right),$$

donde $s \gg 1$ es un entero. Este parámetro indica cuán abrupta es la frontera de transmisión en la región paraxial. En la fig.17 se observa el mismo patrón de intensidad cuando se introduce una lente apodizada ($s = 20$) en $z = 2f$. Nótese como la modulación de alta frecuencia se ha desvanecido.

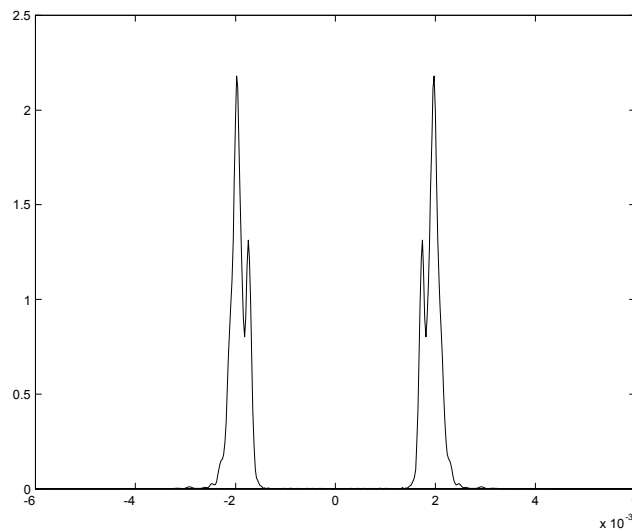


Figura 17. Reconstrucción del campo con lente apodizada.

La óptica de Fourier hace uso extensivo de sistemas $4f$ con el fin de transformar una imagen al espacio de frecuencias espaciales, modificar ahí su distribución por medio de aperturas o conjuntos de aperturas y después regresar la imagen al dominio espacial. Esta aplicación es de gran utilidad en sistemas fotográficos que requieren de la remoción de ruido espacial, filtrado de imágenes, etc.

4.4. Observaciones

Debido a la forma en que el código está implementado, las simulaciones que se pueden llevar a cabo con la ayuda de éste están limitadas principalmente a la geometría del problema. Básicamente, el algoritmo implementado funciona modificando la distribución unidimensional de campo hacia en una región del espacio hacia donde este viaja. La forma geométrica de las aperturas está restringida a describirse como una función (algebraica o booleana) en una dimensión.

Un intento por generalizar un algoritmo a una distribución bidimensional implica resolver primero la estabilidad del algoritmo, problema que en dos dimensiones adquiere un caracter más complejo que en el caso aquí presentado. En esencia, la dificultad tiene su origen en la inexistencia de un "*Teorema fundamental del Álgebra n-dimensional*"[50]. Una técnica más adecuada para la simulación en dos dimensiones es un algoritmo de segmento-separado¹⁸ basado en métodos de Fourier, por ejemplo[51].

5. Conclusiones

En general, los resultados de la simulación computacional presentan gran similitud con los resultados de la difracción de Fraunhofer. Los ejemplos de propagación mostrados en el presente trabajo, a pesar de ser sencillos en su disposición geométrica, producen información relevante a las cantidades físicas observadas. A saber, se pueden investigar las propiedades de la amplitud y la fase del campo, la intensidad de la potencia óptica, la localización espacial de los máximos y mínimos en la evolución del campo, etc.

Las ventajas del programa sobre la implementación de los experimentos simulados son considerables. En el laboratorio, cualquier arreglo requiere de la correcta alineación de sus elementos y de la minuciosa limpieza de las superficies involucradas en el experimento. Además, la observación de los patrones de intensidad depende de la sensibilidad y el rango dinámico de potencias del sensor utilizado para hacer las mediciones, lo cual se soluciona en la simulación escalando la distribución que se desea observar. La distancia máxima de propagación está limitada en la práctica por las dimensiones del laboratorio (el cual, por lo demás debe tener un ambiente de iluminación controlado), mientras que para el programa el espacio disponible no representa una dificultad al menos

¹⁸Split-step, en inglés.

4.4. Observaciones

Debido a la forma en que el código está implementado, las simulaciones que se pueden llevar a cabo con la ayuda de éste están limitadas principalmente a la geometría del problema. Básicamente, el algoritmo implementado funciona modificando la distribución unidimensional de campo hacia en una región del espacio hacia donde este viaja. La forma geométrica de las aperturas está restringida a describirse como una función (algebraica o booleana) en una dimensión.

Un intento por generalizar un algoritmo a una distribución bidimensional implica resolver primero la estabilidad del algoritmo, problema que en dos dimensiones adquiere un caracter más complejo que en el caso aquí presentado. En esencia, la dificultad tiene su origen en la inexistencia de un "*Teorema fundamental del Álgebra n-dimensional*"[50]. Una técnica más adecuada para la simulación en dos dimensiones es un algoritmo de segmento-separado¹⁸ basado en métodos de Fourier, por ejemplo[51].

5. Conclusiones

En general, los resultados de la simulación computacional presentan gran similitud con los resultados de la difracción de Fraunhofer. Los ejemplos de propagación mostrados en el presente trabajo, a pesar de ser sencillos en su disposición geométrica, producen información relevante a las cantidades físicas observadas. A saber, se pueden investigar las propiedades de la amplitud y la fase del campo, la intensidad de la potencia óptica, la localización espacial de los máximos y mínimos en la evolución del campo, etc.

Las ventajas del programa sobre la implementación de los experimentos simulados son considerables. En el laboratorio, cualquier arreglo requiere de la correcta alineación de sus elementos y de la minuciosa limpieza de las superficies involucradas en el experimento. Además, la observación de los patrones de intensidad depende de la sensibilidad y el rango dinámico de potencias del sensor utilizado para hacer las mediciones, lo cual se soluciona en la simulación escalando la distribución que se desea observar. La distancia máxima de propagación está limitada en la práctica por las dimensiones del laboratorio (el cual, por lo demás debe tener un ambiente de iluminación controlado), mientras que para el programa el espacio disponible no representa una dificultad al menos

¹⁸Split-step, en inglés.

mientras la precisión de los datos no sea tal que se exceda la cantidad de memoria disponible para hacer cálculos.

Un programa más versátil se podría obtener si se considera la propagación en dos dimensiones, de manera que fuera posible introducir elementos difractivos que permitieran la atenuación gradual del campo con funciones de transmitancia complejas. También, el programa se podría complementar para describir la propagación e interferencia de partículas con masa: un haz de electrones térmicos, o moléculas pesadas, por ejemplo.

Referencias

- [1] Jackson, J. *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 3rd. ed. edition, (1999).
- [2] Elmore, W. *Physics of Waves*. Dover Publications, New York, (1985).
- [3] Bolt, B. *Earthquakes*. W.H. Freeman, New York, 4th edition, (1999).
- [4] Cook, D. *The Theory of the Electromagnetic Field*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1975).
- [5] Hunt, B. *The Maxwellians*. Cornell University Press, Ithaca, NY, (1991).
- [6] Griffiths, D. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 3rd. edition, (1999).
- [7] DuChateau, P. *Applied Partial Differential Equations*. Harper and Row, New York, (1989).
- [8] Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*. Harcourt-Academic Press, San Diego, 5th edition, (2001).
- [9] Zauderer, E. *Partial Differential Equations of Applied Mathematics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 2nd. edition, (1989).
- [10] Jenkins, F. *Fundamentals of Optics*. McGraw-Hill, New York, 4th edition, (1976).
- [11] Hecht, E. *Óptica*. Addison-Wesley, Madrid, (2000).
- [12] Dearholt, D. *Electromagnetic Wave Propagation*. McGraw-Hill, New York, (1973).
- [13] Goodman, J. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, (1988).
- [14] Fowles, G. *Introduction to Modern Optics*. Dover, New York, 1989 edition, (1989).
- [15] Steel, W. *Interferometry*. Cambridge University Press, London, (1967).
- [16] M. Born, E. W. *Principles of Optics*. Oxford, 6th. edition, (1980).
- [17] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, B. and Laloë, F. *Quantum Mechanics*. Wiley-Interscience, New York, (1977).

- [18] Maggi, G. *Annali di Matem.* **2**(16), 21–48 (1888).
- [19] Miyamoto, K. and Wolf, E. *J. Opt. Soc. Amer.* **52**, 615, 626 (1962).
- [20] Trim, D. W. *Applied Partial Differential Equations*. PWS-Kent, Boston, (1990).
- [21] Ljung, L. *Modeling of Dynamic Systems*. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1994).
- [22] E. Cardelli, M. Gimignani, M. R. *IEEE Transactions on Magnetics* **30**(5), 3335–3338 Sept. (1994).
- [23] R. Kosik, P. Fleischmann, B. H. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems* **19**(11), 1233–1240 Nov. (2000).
- [24] G. Fabricatore, F. Gasparini, G. M. *IEEE Transactions on Education* **32**(4), 454–456 Nov. (1989).
- [25] Ames, W. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. Academic Press, Boston, 3rd edition, (1992).
- [26] Gerald, C. *Applied Numerical Analysis*. Addison-Wesley, Reading, Mass., 4th edition, (1989).
- [27] Hall, C. *Numerical Analysis of Partial Differential Equations*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1990).
- [28] B. Carnahan, H. L. and Wilkes, J. *Applied Numerical Methods*. R.E. Krieger, Malabar, Fla, (1990).
- [29] Burden, R. L. and Faires, D. *Análisis Numérico*. Thomson Learning, México, 7a. edition, (2002).
- [30] Hadley, G. *J. of Lightwave Tech.* **16**(1), 142–151 Jan. (1998).
- [31] I. Mansour, A.-D. Capobianco, C. R. *J. of Lightwave Technology* **14**(5), 908–913 May (1996).
- [32] H. Vinh, H.A. Dwyer, C. V. D. *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1992 Digest*. **3**, 1682–1685 (1992).
- [33] Borse, G. *Numerical Methods with MATLAB : A Resource for Scientists and Engineers*. PWS Publishing, Boston, (1997).

- [34] Kwon, Y. *The Finite Element Method Using MATLAB*. CRC Press, Boca Raton, (2000).
- [35] J. Yamauchi, G. Takahashi, H.Ñ. *J. of Lightwave Tech.* **16**(12), 2458–1756 Dec. (1998).
- [36] O. Mitomi, K. K. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **10**(12), 1754–1756 Dec. (1998).
- [37] F. Xiang, G. Y. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **6**(10), 1248–1250 Oct. (1994).
- [38] A. Kunz, F. Zimulinda, W. H. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **5**(9), 1073–1076 Sept. (1993).
- [39] Y.Y. Lu, S. W. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **14**(11), 1533–1535 Nov. (2002).
- [40] H. El-Refaei, D. Yevick, I. B. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **12**(4), 389–391 April (2000).
- [41] S. Yoneta, M. Koshiha, Y. T. *J. of Lightwave Tech.* **17**(11), 2398–2404 Nov. (1999).
- [42] D. Schulz, C. Glingener, M. B. and Voge, E. *J. of Lightwave Tech.* **16**(7), 1336–1342 July (1998).
- [43] C. Vasallo, J. d. K. *J. of Lightwave Technology* **15**(10), 1958–1965 Oct. (1997).
- [44] Y. Tsuji, M. Koshiha, T. T. *IEEE Transactions on Magnetics* **33**(2), 1544–1547 March (1997).
- [45] M. Koshiha, Y. T. *IEEE Photonics Tech. Lett.* **8**(9), 1208–1210 Sept. (1996).
- [46] F. Ma, C.L. Xu, W. H. *IEEE Proceedings on Optoelectronics* **143**(2), 352–353 April (1996).
- [47] Hernandez-Figueroa, H. *Electronics Lett.* **30**(4), 352–353 Feb (1994).
- [48] M. Abramowitz, I. S. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. U.S. Govt. Print. Off, Washington, D.C, (1964).
- [49] Stewart, J. *Optical Principles and Technology for Engineers*. M. Dekker, New York, (1996).
- [50] Reade, J. *An Introduction to Mathematical Analysis*. Clarendon Press, Oxford, (1986).
- [51] Kuttler, J. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **47**(7), 1131–1140 July (1999).

A. Lista de Acrónimos

BPM: *Beam Propagation Method.* (Método de propagación de haz)

BTCS: *Backward Time Centered Space.* (Diferencias finitas centradas hacia atrás en el tiempo)

FTCS: *Forward Time Centered Space.* (Diferencias finitas centradas hacia adelante en el tiempo)

LASER: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.* (Amplificación de luz por emisión estimulada de radiación)

LED: *Light Emitting Diode.* (Diodo emisor de luz)

MATLAB: *Matrix Laboratory.* (Laboratorio de matrices) MATLAB[®] es un programa computacional técnico y un lenguaje de programación.

PDE: *Partial Differential Equation.* (Ecuación diferencial parcial)

B. Código computacional

El kernel del programa está contenido en un conjunto de instrucciones de ejecución que se divide en dos partes: la primera es la construcción de matrices optimizadas para una sola instrucción. Evidentemente, un cambio en las variables de dimension transversal afectan directamente al tiempo de construcción de dichas matrices. El manejo de la construcción se ha optimizado para ejecutarse en una sola instrucción que anexa a una matriz originalmente diagonal, las subdiagonales inferior y superior desplazadas de una matriz unitaria para construir la matriz tridiagonal requerida.

La segunda parte del programa es esencialmente un ciclo que tiene la función de propagador. Nótese que la inversion de la submatriz de propagación se ejecuta una sola vez fuera del ciclo, mientras que las matrices que representan lentes, u otros elementos dentro de la longitud de propagación se colocan manualmente dentro del ciclo a la distancia requerida. La potencia óptica se puede monitorear punto a punto en una gráfica por cada paso del ciclo. Finalmente, se grafica la potencia óptica en una pantalla ficticia ubicada en la distancia máxima de propagación Z_{MAX} .

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%  
% Codigo principal  
% Solucion numerica de la ecuacion de difusion unidimensional  
% mediante el Metodo de Crank-Nicolson  
% Carlos Lopez Mariscal  
%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
  
% Caso particular:  
% propagacion de luz monocromatica a traves de una apertura  
  
clear all;  
close all;  
format long;  
  
% Definicion de constantes  
Zmax = 1.5;           % Distancia maxima de propagacion, metros  
Nz = 200;            % Muestras longitudinales (axiales)  
Dz = Zmax/Nz;       % Incremento axial  
z = Dz*[1:Nz];  
  
Xmax = 6.0E-3;       % Distancia transversal maxima, metros  
Nx = 255;            % Muestras transversales  
Dx = Xmax/Nx;       % Incremento transversal  
x = [-Xmax:Dx:Xmax];  
  
% Parametros de las aperturas, pupilas y lentes  
% Caso particular: experimento de Young  
b = 0.20E-3;        % Radio de las aperturas  
h = 1.0E-3;         % semidistancia entre aperturas  
g = Xmax/2;         % Radio de la pupila  
f = Zmax/3;         % Foco de la lente  
xa = Xmax/2;        % Parametro de lal ente apodizada  
  
% Parametros de la luz  
lambda = 6.3280E-7;  
k = 2*pi/lambda;  
K = i/(2*k);        % Coeficiente de difusion  
alpha = K*Dz/(Dx^2); % Numero de difusion  
  
% Condicion inicial, campo electrico en z=0 (t=0)  
% condicion booleana, donde el campo existe tiene amplitud unitaria  
%E(2*Nx+1, Nz) = 0;  
Eo = abs(abs(x)-h) <= b/2; % Doble rendija (sencilla para h=0)  
  
%Eo = zeros(size(x)); % campo nulo  
  
E(:,1) = Eo';  
P(:,1) = abs(E(:, 1).^2);  
  
%-----
```

```
% Metodo de Crank-Nicolson
% construccion de matrices

C = 2*(1+alpha)*eye(2*Nx+1) + diag(diag(2*(1+alpha)*eye(2*Nx+1),1)-alpha ✓
,1) + diag(diag(2*(1+alpha)*eye(2*Nx+1) + diag(diag(2*(1+alpha)*eye(2*Nx ✓
+1),1)-alpha,1),-1)-alpha,-1);
D = 2*(1-alpha)*eye(2*Nx+1) + diag(diag(2*(1-alpha)*eye(2*Nx+1),1)+alpha ✓
,1) + diag(diag(2*(1-alpha)*eye(2*Nx+1) + diag(diag(2*(1-alpha)*eye(2*Nx ✓
+1),1)+alpha,1),-1)+alpha,-1);

C = inv(C)*D; % Matriz de propagacion
D = exp(i*k*(x.^2)/(2*f)); % Lente convergente, f
F = abs(x) <= g/2; % pupila
DD = exp(-k*((x./xa).^20)); % Lente apodizada

for n=2:Nz,
    E(:,n) = C*E(:,n-1);
    if (n == Nz/3) %| (n == 3*Nz/4) % Lente(s)
        E(:,n) = E(:,n).*D';
    end
    if (n == Nz/2) % Lente apodizada
        E(:,n) = E(:,n).*DD';
    end
    if n == Nz/2
        E(:,n) = E(:,n).*F'; % Pupila
    end
    plot(x, abs(E(:,n-1).^2));
    pause(0.00001);
end

% Grafica de potencia
%
figure;
[XX,ZZ]=meshgrid(x,z);
surf(ZZ,XX, (abs(E).^2)');
shading interp;
view(2);
rotate3d on;

% Perfil de intensidad final

figure;
plot(x, abs(E(:,Nz).^2));

% Espectro de Fourier del campo en Zmax

figure;
plot(x, abs(fft(E(:,Nz))));
```

C. Agradecimiento

Deseo expresar mi reconocimiento al esfuerzo del personal de la biblioteca del ITESM Campus Monterrey, en especial por su asistencia en el uso de los numerosos recursos de la biblioteca digital. Su atenta y eficiente labor hacen que la consulta y búsqueda de referencias bibliográficas sea una experiencia gratificante y productiva.

Carlos López Mariscal

Diciembre de 2002.

Profesor: Dr. Julio César Gutiérrez Vega

Correo electrónico: juliocesar@itesm.mx

Materia: Simulaciones Computacionales (F 99201)

Categoría: Posgrado

Calificación otorgada por el profesor: 100

Autor: Ing. Carlos López Mariscal

Matrícula: 177820

Correo electrónico: al177820@mail.mty.itesm.mx

Teléfono: (81)8359-5141