

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY
DIVISION DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA



TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.

Autosintonización de controladores autoalimentados

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN INGENIERIA DE CONTROL

POR

MIGUEL ANGEL ROMAN SANCHEZ

MONTERREY, NUEVO LEON DICIEMBRE DEL 2004

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

**CAMPUS MONTERREY
DIVISIÓN DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA**



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.**

Autosintonización de controladores antealimentados

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARACIAL PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE CONTROL**

POR:

MIGUEL ANGEL ROMÁN SÁNCHEZ

MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE DE 2004

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

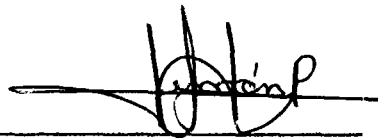
CAMPUS MONTERREY

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA**

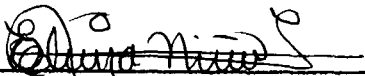
Los miembros del comité de tesis recomendamos que el presente proyecto de tesis presentado por el Ing. Miguel Angel Román Sánchez sea aceptado como requisito parcial para obtener el grado académico de:

**Maestro en Ciencias en Automatización
Especialidad en Ingeniería de Control**

Comité de Tesis:



Dr. Jorge Limón Robles
Asesor



M.C. Elvira del Rosario Niño Juárez
Sinodal



M.C. Irma Yolanda Sánchez Chávez
Sinodal

Aprobado:



Dr. Federico Viramontes Brown
Director del Programa de Graduados en Ingeniería
Diciembre, 2004

Resumen

El cualquier rama de la industria existen procesos continuos que están siendo controlados por estrategias de control clásico (control retroalimentado), con resultados satisfactorios en la mayoría de los casos. Existen estrategias de control que mejoran el desempeño de los controladores clásicos (control cascada y anteaalimentado); sin embargo, la necesidad de personal experto dedicado a su implementación y operación han limitado su uso en la industria. El departamento de Mecatrónica, por medio de la Maestría en Automatización del ITESM Campus Monterrey, está trabajando en el desarrollo de técnicas de identificación de procesos y ajuste de controladores anteaalimentados tal que no signifiquen un alto costo de operación e implementación para las empresas, eliminando la necesidad de contar con personal experto dedicado en el área, y permitiendo que personal no especializado pueda lograr un buen desempeño del sistema de control. Para lograr dicho objetivo se han desarrollado dos trabajos de investigación (tesis) que han generado métodos de sintonización de controladores anteaalimentados. En el caso del trabajo del M.C. Luis Manuel Lopez Manrique [5] este parte de la suposición de que el efecto de la perturbación sobre la respuesta es dinámicamente muy semejante a la manipulación si acaso multiplicada por una constante, por la que el ajuste del control anteaalimentado se simplifica al ajuste de la ganancia K_{ca} . A partir de este enfoque se desarrollo un método de ajuste automático para la ganancia de un controlador anteaalimentado. Por otro lado la M.C. Claudia M. Sánchez Cázares [2] propone un método de sintonización manual de un lead/lag completo a partir de la observación del comportamiento en lazo cerrado; su método, aunque es simple de aplicar aún requiere de un experto que sepa interpretar los datos y ajuste el controlador anteaalimentado. En este trabajo se desarrollará un método de ajuste *lead/lag* automático, que a partir del comportamiento en lazo cerrado, interprete los datos y ajuste el controlador anteaalimentado sin intervención del experto; este método se podrá utilizar en equipos controladores comerciales.

Contenido

Resumen	iv
Lista de Tablas	vii
Lista de Figuras	viii
Nomenclatura	ix
Agradecimientos	xi
Capítulo	
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes	2
1.2 Objetivos	3
1.3 Hipótesis	4
2 Marco Teórico	5
2.1 Control Automático	5
2.2 Métodos de Modelado	5
2.3 Control Retroalimentado	7
2.4 Control Antealimentado	8
2.5 Controladores	8
2.6 Sintonía	14
2.7 Comportamiento de un control antealimentado tipo Lead/Lag	21
2.8 Método de sintonía de un controlador antealimentado tipo Lead/Lag	23
3 Método numérico propuesto	25
3.1 Desarrollo matemático	25
3.2 Consideraciones practicas	30
3.3 Algoritmo de aplicación	32
4 Validación del método propuesto	35
4.1 Procesos con dinámica de G_{pt} más lenta que la de G_{LC}	36
4.2 Procesos con dinámica de G_{pt} más rápida que la de G_{LC}	47
4.3 Resultados	50

5 Conclusiones.....	52
5.1 Trabajos futuros	54
Apéndices	
A. Código del Método Numérico	55
B. Ganancia estática de estado estable de un FT	59
C. Tablas de sintonía	61
Bibliografía.....	62

Lista de Tablas

2.1 Fórmulas de sintonía por ganancia última	15
3.1 Substitución de variables	29
3.2 Substitución de variables que incluyen el punto m	31
4.1 Valores de sintonía del estimador para el modelo 1 en la 1ra iteración . . .	37
4.2 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 1 en la 1ra estimación	38
4.3 Valores de sintonía del estimador para el modelo 1 en la 2da iteración . . .	39
4.4 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 1 en la 2da estimación	40
4.5 Valores de sintonía del estimador para el modelo 2 en la 1ra iteración . . .	40
4.6 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 2 en la 1ra estimación	41
4.7 Valores de sintonía del estimador para el modelo 2 en la 2da iteración . . .	42
4.8 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 2 en la 2da estimación	43
4.9 Valores de sintonía del estimador para el modelo 3 en la 1ra iteración . . .	45
4.10 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 3 en la 1ra estimación	46
4.11 Valores de sintonía del estimador para el modelo 4 en la 1ra iteración . . .	48
4.12 Valores reales comparados con los estimados para el modelo 4 en la 1ra estimación	49
4.13 Resultados de la estimaciones calculadas por el estimador	51
5.1 Comparación de los resultados estimados con respecto a los reales	53
5.2 Tabla comparativa de los resultados obtenidos mediante los dos métodos .	54
5.3 Fórmulas para sintonía por Criterios Integrales para Cambios en Perturbación para un PID	61
5.4 Fórmulas para sintonía por Criterios Integrales para Cambios en Referencia para un PID	61

Lista de Figuras

2.1	Diagrama del control automático	5
2.2	Diagrama de control Retroalimentado	7
2.3	Diagrama de control Anteaalimentado	8
2.4	Diagrama a bloques del controlador propuesto	13
2.5	Diagrama a bloques de un controlador PID Modificado	13
2.6	Diagrama a bloques con controlador anteaalimentado	17
2.7	Sistema de control en lazo cerrado	18
2.8	Diagrama a bloques del sistema estudiado.	20
2.9	Comportamiento dinámico de un modulo <i>lead/lag</i>	22
3.1	Diagrama a bloques de un proceso con controlador anteaalimentado	25
3.2	Dinámica de $m_{cr}(t)$	26
3.3	Comportamiento Dinámico del Sistema sin anteaalimentador	31
3.4	Diagrama de Flujo del método propuesto.	33
3.5	Dinámicas probables que se deben indentificar.	34
3.6	Dinámica a indentificar	34
4.1	Diagrama a bloques de un proceso con controlador anteaaliementado	35
4.2	Dinámica del Modelo 1 sin anteaalimentador	37
4.3	Modelo 1 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	38
4.4	Modelo 1 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 2da estimación	39
4.5	Dinámica del Modelo 2 sin anteaalimentador	41
4.6	Modelo 2 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	42
4.7	Modelo 2 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 2da estimación	43
4.8	Dinámica del Modelo 3 sin anteaalimentador	44
4.9	Modelo 3 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	45
4.10	Modelo 3 con control anteaalimentado de simple ganancia sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	46
4.11	Dinámica del Modelo 4 sin anteaalimentador	47
4.12	Modelo 4 con control anteaalimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	48
4.13	Modelo 4 con control anteaalimentado de simple ganancia sintonizado con parámetros de la 1ra estimación	50

Nomenclatura

(t)	Dominio del tiempo
(s)	Dominio de Laplace
y, Y	Salida del sistema.
r, R	Entrada al sistema.
e, E	Error en el sistema.
p, P	Entrada de la perturbación al sistema.
m_{cr}, M_{cr}	Manipulación del controlador antealimentado.
m_{ca}, M_{ca}	Manipulación del controlador retroalimentado.
m, M	Manipulación total.
$m(0^+)$	Manipulación total inicial en el tiempo 0^+ .
$m_{cr}(0^+)$	Manipulación del controlador retroalimentado inicial en el tiempo 0^+ .
$m_{ca}(0^+)$	Manipulación del controlador antealimentado inicial en el tiempo 0^+ .
Δm_{cr}	Manipulación del controlador retroalimentado normalizada.
$\Delta m_{cr,ss}$	Magnitud de la manipulación del controlador antealimentado normalizada y en estado estable final.
Δm_{cr}^d	Manipulación del controlador retroalimentado de desviación.
$\Delta m_{cr}^d(0^+)$	Magnitud de la manipulación del controlador retroalimentado inicial en el tiempo 0^+ de desviación.
$m_{cr}(t)$	Manipulación del controlador retroalimentado estimado.
K_{cr}	Ganancia del controlador retroalimentado.
K_{ca}	Ganancia del controlador antealimentado.
K_p	Ganancia del proceso.
K_{pt}	Ganancia de la perturbación.
τ_p	Constante de tiempo del proceso.
τ_{pt}	Constante de tiempo de la perturbación.
θ_p	Tiempo muerto del proceso.
θ_{pt}	Tiempo muerto de la perturbación.
τ_{lead}	Constante de tiempo de adelanto.
τ_{lag}	Constante de tiempo de atraso.
$G_p(s)$	Función de transferencia del proceso.
$G_{pt}(s)$	Función de transferencia de la perturbación.
$G_{cr}(s)$	Función de transferencia del controlador retroalimentado.
$G_{ca}(s)$	Función de transferencia del controlador antealimentado.
k	Muestra.
T	Tiempo de muestreo.
n	Número de muestras.
m	Muestra inicial para el estimador.
l_k	Magnitud de la muestra en el tiempo k y linealizada.
l_o	Magnitud inicial linealizada

<i>a</i>	Inverso de τ_{lag} .
<i>suml_k</i>	Sumatoria de las magnitudes l_k .
<i>sumkl_k</i>	Sumatoria de los resultados de $l_k \cdot k$.
<i>sumk</i>	Sumatoria de los instantes k .
<i>sumk²</i>	Sumatoria de los instantes k^2 .
<i>PIB</i>	Porcentaje de brinco inicial.
<i>FPD</i>	Factor de polo dominante.
<i>MC</i>	Mínimos Cuadrados
<i>IAE</i>	Integral del valor absoluto del error

Agradecimientos

A ese ser creador de todo lo existente, a la vida por permitirme alcanzar este sueño y al destino por haberme puesto en este camino.

A mis padres Melani Sánchez Medina y Miguel Angel Román Simota por su apoyo incondicional, su cariño y su fe en mí.

A mis hermanos, Erika e Irving, por estar siempre a mi lado a pesar de la distancia, por su apoyo, por su cariño.

A mi asesor el Dr. Jorge Limón Robles por su guía, su paciencia, su empeño y los conocimientos cedidos tan amablemente.

A mis amigos Brisa y Andrés por los ánimos y la fe; Erendida, Miriam, Adriana y Carlos Palma por el camino recorrido juntos como compañeros y amigos; Carlos Hernandez y David por compartir su espacio y la mesa.

A mis profesores del claustro de Automatización por los conocimientos compartidos y a la institución por albergarme en sus aulas.

Capítulo 1

Introducción

El control automático ha llegado a ser parte importante en los procesos industriales y de manufactura, es esencial en el control numérico de máquinas herramienta, en el diseño de autos y aviones con piloto automático y muchas aplicaciones más. Es decir es esencial en el control de fenómenos como temperatura, presión, humedad, viscosidad y flujo en los procesos industriales [6].

El controlador recibe la medición de una variable continua de proceso enviada por un transmisor o sensor y lo compara con la referencia. Una variable continua es una señal definida sobre un rango continuo de tiempo que puede variar en amplitud, frecuencia y/o fase; a partir de la diferencia entre el valor actual y la referencia, el controlador ordena una acción correctiva para lograr que la variable se mantenga en esta referencia o bien llegue a un nuevo valor al cambiar el valor de referencia. A la diferencia entre el valor actual de la variable y la referencia se le llama error. Este error también puede ser generado por factores externos que se denominan perturbaciones.

El controlador de este tipo más utilizado en los procesos industriales, es el PID. Este controlador tiene la característica de ser robusto y relativamente fácil de ajustar; sin embargo en su implementación convencional tiene la limitante de que su sintonización se debe hacer para obtener un buen comportamiento ante cambios en referencia o cambios en perturbación, pero no ambos a la vez.

En el libro del Dr. Amström [1] se propone un PID modificado con acciones proporcional y derivativa con signo cambiado. En el trabajo del Dr. Jorge Limón Robles [4] se demuestra que este modelo permite obtener un buen desempeño ante cambios en referencia y perturbación a la vez. Aunque este controlador se desempeña bien ante cambios producidos por perturbaciones existirá un transitorio como consecuencia de ser un control retroalimentado. Si se desea eliminar el transitorio es necesario utilizar un controlador antealimentado.

En este escenario el control antealimentado busca medir la perturbación antes de que afecte al proceso y generar una medida correctiva que cancele los efectos de esta, en la variable de salida. Sin embargo este control no conoce el valor de la variable de salida por lo que se incluye como un elemento adicional en un lazo de control retroalimentado, representado por el PID, el PID por tanto reaccionará ante errores que el control antealimentado no pueda cancelar.

El esquema de control antealimentado es una característica disponible en la mayoría de los controladores comerciales que se encuentran actualmente en el mercado,

desgraciadamente en muchos de los casos no es utilizada porque requiere de personal especializado que configure y sintonice el controlador antealimentado. Esto ha desperdiciado las ventajas que este ofrece para el control de los procesos.

En esta línea de oportunidad el ITESM ha impulsado el desarrollo de esquemas de identificación, configuración y sintonización de controladores antealimentados que no necesiten de expertos para su implementación y sintonización. Como resultado se han realizado dos trabajos de investigación que han logrado un avance significativo en el alcance de este objetivo [5] y [2].

En la sección dos se definirá el problema que se desea resolver, así como sus características y el porque se considera una oportunidad de estudio, los trabajos anteriores y sus características. En la sección tres se plantearán los objetivos principales y secundarios que nos ayudaran a cumplir con el objeto de este estudio. En la sección cuatro se plantearán las hipótesis que se tienen de este trabajo. En el cinco se plantearán conceptos básicos que apoyarán este estudio. En el seis la metodología que se seguirá para realizar este proyecto y en el último una cronograma de lo será el desarrollo de este trabajo.

1.1 Antecedentes

El control antealimentado es una de las herramientas más valiosas dentro de los sistemas de control. Se utiliza cuando, además de la manipulación del controlador, existe otra variable posible de medir, como perturbación o no-linealidad, que impacta fuertemente el comportamiento del proceso. Se requiere que dicha variable pueda ser medida, ya sea de forma directa o indirecta, o a través de mediciones auxiliares. El concepto básico del control antealimentado es “detectar la causa de la perturbación antes de que se propague al proceso y tomar acciones correctivas para minimizar su efecto sobre la variable controlada”. El controlador antealimentado que se requiere dependerá de la forma en que la perturbación afecte al proceso; por lo que será necesario un análisis detallado de dicho efecto [8].

La identificación del proceso es parte medular en la sintonización de los controladores, en la literatura se encuentra una gran variedad de éstos, los cuales podemos dividir en aquellos que se aplican en lazo abierto o lazo cerrado, o en aquellos que requieren de un análisis semigráficos o matemático, lo cierto es que de una buena identificación depende que la sintonización responda satisfactoriamente a variaciones en el proceso.

En los trabajos anteriores la sintonización se llevó a cabo por métodos de identificación en lazo cerrado; en el caso del primero [5] se utilizó una mejora al método del relevador propuesto en el trabajo [7] para sintonizar el controlador antealimentado, en la segunda investigación [2] la sintonización se llevó a cabo con un nuevo método

de identificación que se basa en el análisis de la respuesta del controlador retroalimentado en lazo cerrado para sintonizar el controlador antealimentado. En ambos casos se analizó procesos de primer orden con tiempo muerto, univariados y con perturbaciones aditivas; y aunque se facilita la sintonización del control antealimentado requieren que el análisis sea realizado por personal experto. Estas investigaciones serán de utilidad en el desarrollo de este trabajo de investigación y se abordan mejor en el marco teórico.

El método propuesto por el M.C. Luis Manuel [5] es un método automático que sólo puede ser aplicado a procesos cuyas dinámicas son muy semejantes, es decir con constantes de tiempo y tiempos muertos iguales, limitando su ámbito de aplicación a procesos que cumplan con esta condición. Este método, ha sido probado en controladores comerciales con un buen resultado pero sus limitaciones son aún significativas a pesar de ser automático.

En el caso del método propuesto por la M.C. Claudia Sanchez [2] considera que las dinámicas del proceso y de la perturbación no son iguales, y por tanto sus constantes de tiempo y los tiempos muertos no lo son, y hace un ajuste con el uso de un bloque *lead/lag* basado en la respuesta del PID, pero es de forma manual y requiere de un experto datos del proceso por personal experto. Además este método sólo ha sido probado en procesos simulados y no en procesos reales.

Lo anterior plantea la necesidad de generar un método de sintonización de controladores antealimentados automático, que sea pueda utilizar en procesos con dinámicas distintas. El método debe además lidiar con la necesidad de identificar el proceso y la perturbación en lazo cerrado sin alterar la dinámica normal del proceso. Por último para que este método sea útil debe permitir ser incluido en equipos controladores comerciales.

1.2 Objetivos

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

1. Objetivo principal:

- (a) Desarrollar un método de sintonización automática de controladores antealimentados que no interfiera con la dinámica del proceso.

2. Objetivos secundarios:

- (a) Codificar el método en un lenguaje.
- (b) Verificar su funcionamiento en procesos simulados y reales.

1.3 Hipótesis

Tomando lo anterior se pueden establecer la siguiente como hipótesis que nos permitan llegar a lograr los objetivos planteados anteriormente.

“El uso de identificación paramétrica nos permitirá obtener datos que se pueden utilizar para autosintonizar un controlador antealimentado”

Preguntas de hipótesis

1. ¿Es factible desarrollar un método de identificación para estimar los parámetros óptimos de sintonía del controlador antealimentado a partir de la dinámica en lazo cerrado?
2. ¿El método es implementable computacionalmente en forma simple?
3. ¿El método da resultados satisfactorios para la mayoría de los casos?

En los capítulos siguientes se darán primeramente los conocimientos necesarios para entender el método numérico propuesto; así como los trabajos anteriores que sirven como punto de partida, del mismo modo se describe a detalle el método propuesto, con sus alcances y consideraciones especiales. Posteriormente se validará el método y se analizarán los resultados para concluir en base a ellos.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Control Automático

Un controlador automático compara el valor actual de la salida de la planta con el valor de referencia (valor deseado), determina la desviación, y produce una señal de control que reducirá la desviación a cero o a un valor muy pequeño. La manera en la cual un control automático produce una señal de control es llamada *acción de control*. La figura 2.1 muestra un sistema de control industrial que consiste en un controlador, un actuador, una planta (proceso) y un sensor (elemento medidor). El controlador detecta el error de la señal actuante. La salida del control automático alimenta al actuador.

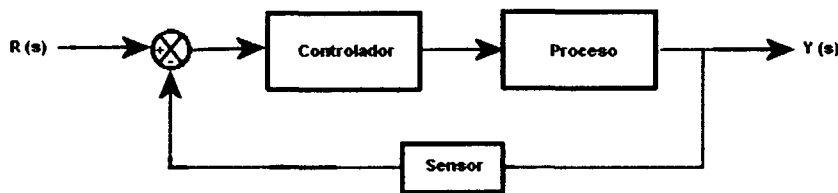


Figure 2.1: Diagrama del control automático

2.2 Métodos de Modelado

Para poder diseñar o ajustar correctamente el controlador es necesario tener un modelo de la planta. Este puede obtenerse teóricamente o de forma experimental. El modelado teórico es el que hace uso de las leyes físicas y las relaciones que se supone gobiernan el comportamiento del sistema *white-box* para modelar el comportamiento del proceso. El modelado experimental, comúnmente llamado identificación, es el que hace uso de la medición experimental de las variables características del proceso *black-box* para construir el modelo de comportamiento. Entre estos dos extremos se encuentra el modelado que hace uso de las herramientas de ambos esquemas para generar modelos de comportamiento *grey-box* [3].

En nuestro caso utilizaremos modelado por identificación, basado en el análisis de variables características del proceso buscando lograr la identificación del proceso y las perturbaciones, por lo que daremos una breve descripción de los más utilizados.

2.2.1 Métodos gráficos para identificar procesos de primer orden con tiempo muerto

Estos métodos utilizan la respuesta del proceso ante una entrada escalón de la forma Δ_m/s conocida y bajo condiciones iniciales cero para generar un modelo expresado en Laplace que si bien no es el del proceso representa de forma satisfactoria el comportamiento del mismo, en sistema de primer orden se expresa de la siguiente forma:

$$G_p(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (2.1)$$

dónde K es la ganancia del sistema, θ el tiempo muerto del sistema y τ la constante de tiempo del sistema, estos son conocidos como los parámetros de la función de transferencia ante la entrada escalón. En el dominio del tiempo el modelo se escribe de la siguiente forma:

$$c(t) = K\Delta_m(1 - e^{-\frac{t-\theta}{\tau}}) + c(0) \quad (2.2)$$

Método de la pendiente

Este método traza una línea tangente a la curva de respuesta del proceso en el punto en que la velocidad de cambio es máxima, esta línea cortará a la línea de estado estable inicial en $t = \theta$ y a la de estado estable final en $\theta + \tau$, por lo que la intersección de las dos líneas da como resultado, el valor constante de tiempo. La ganancia K se obtendrá por la relación entre el cambio de estado estable en la respuesta y la entrada. El tiempo muerto θ es tiempo que transcurre entre el instante de tiempo en el que se aplico el escalón y el tiempo en el que inicia el cambio en la respuesta [8].

Método del 63.2%

En este método, el tiempo muerto (θ) y la ganancia (K) se encuentran de la misma forma que el método de la pendiente. El valor de τ se obtiene midiendo el tiempo en el que el cambio de la respuesta alcanza el 63.2% de su valor de cambio total. Es decir, se calcula el valor de $c(\theta + \tau) = 0.632(\Delta c)$ y se traza una línea horizontal en dicho punto hasta que cruce con la curva y ahí se obtiene el tiempo $\theta + \tau$.

Método de solución analítica

En los dos métodos anteriores se depende mucho de la observación. Para eliminar esta dependencia sobre el trazo gráfico de la línea tangente, se propone que los valores estimados de θ y τ se obtengán de forma numérica de tal manera que el modelo y la

respuesta real coincidan en dos puntos en la región de gran cambio de la respuesta. Los puntos que se recomiendan son: $\theta + \tau/3$ y $\theta + \tau$. Entonces, se tendrían dos ecuaciones de dos incógnitas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\Delta c(t_1) &= (\theta + \tau/3) = 0.283\Delta c & (2.3) \\ \Delta c(t_2) &= (\theta + \tau) = 0.632\Delta c\end{aligned}$$

La localización gráfica de los tiempos t_1 y t_2 permiten escribir las ecuaciones anteriores de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{3}{2}(t_2 - t_1) & (2.4) \\ \theta &= t_2 - \tau\end{aligned}$$

2.3 Control Retroalimentado

Considérese sistema bajo estudio en la figura 2.2. En este esquema a medida que la perturbación entra al proceso, la variable controlada, $Y(s)$, se desvía de su punto de referencia y el control retroalimentado compensa manipulando otra de las entradas al proceso, la variable M_{σ} .

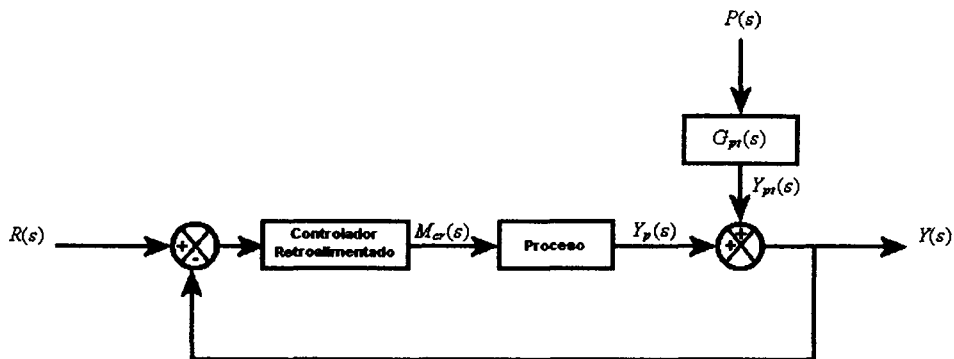


Figure 2.2: Diagrama de control Retroalimentado

La ventaja del control retroalimentado es su simplicidad. Su desventaja es que para que sea posible compensar las perturbaciones, la variable controlada debe, primero, desviarse de su punto de referencia, esto es, el control retroalimentado resulta en una desviación temporal de la variable controlada.

2.4 Control Antealimentado

La idea del control antealimentado es compensar las perturbaciones antes de que estas afecten la variable controlada. Específicamente la antealimentación mide las perturbaciones antes de que entren al proceso y, en base a estas mediciones, calcula la variable manipulada requerida para mantener la variable controlada en su punto de referencia. Si los cálculos y las acciones son llevadas a cabo correctamente, la variable controlada debe permanecer sin cambios. La figura 2.3 muestra la forma de implementación usual.

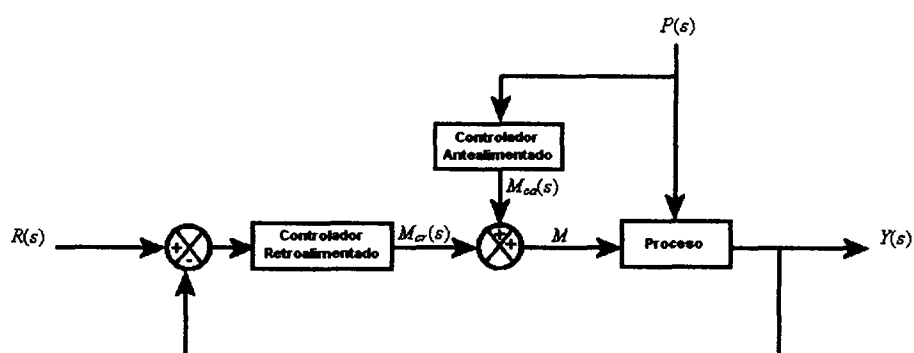


Figure 2.3: Diagrama de control Antealimentado

2.5 Controladores

2.5.1 Tipos de controladores

Los controladores industriales pueden ser clasificados acorde con sus acciones de control:

- Controlador de dos posiciones
- Controlador Proporcional
- Controlador Integral
- Controlador Proporcional Integral
- Controlador Proporcional Derivativo
- Controlador Proporcional Integral Derivativo

Para efectos de este trabajo sólo describiremos el Proporcional Integral Derivativo (PID) que tiene las siguientes características de control:

2.5.2 Estructura de PID

Acción Proporcional

Esta acción es una respuesta proporcional al tamaño del error. Está relacionada con la entrada del controlador mediante un constante proporcional de magnitud K_p variable, el error cambia debido a una perturbación o a un cambio en referencia, la acción proporcional por tanto cambia la salida del controlador a un nuevo valor para reducir el error. La acción proporcional en el dominio del tiempo se escribe:

$$u(t) = K_p e(t) + u(0) \quad (2.5)$$

en el dominio de Laplace es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p \quad (2.6)$$

Cuando el error se elimina, la acción proporcional también lo hace, independientemente de que la variable del proceso haya alcanzado o no la referencia deseada, por lo cual se presenta un error constante o error de estado estable. El error de estado estable en la variable controlada, es una característica de la acción proporcional.

Acción Integral

La acción integral también conocida como "reset", mantiene o regresa la variable del proceso al valor de la referencia. Con la acción integral, cualquier desviación ente la variable del proceso y la referencia causará que la salida del controlador se incremente o decremente (integre) a una velocidad proporcional al tamaño del error existente. Mientras más grande sea el error, mayor será la velocidad de cambio en la salida. Al combinar la acción integral con la acción proporcional se elimina el error de estado estable u "offset". La acción proporcional se puede expresar de la siguiente forma en el dominio del tiempo:

$$u(t) = k_i \int_0^t e(t) dt + u(0) \quad (2.7)$$

donde k_i es una constante ajustable. La función de transferencia de la acción integral en el dominio de Laplace se escribe como:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_i}{s} \quad (2.8)$$

Acción Derivativa

Conocida también como Acción Predictiva, puede ser muy útil para ayudar a minimizar la cantidad de error durante una perturbación al proceso. No todos los lazos de control pueden tolerar la acción derivativa, pero es efectiva cuando se aplica correctamente. Se expresa como:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \tau_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.9)$$

La acción derivativa trabaja midiendo la velocidad de cambio en el error, anticipándose al tamaño del error que el lazo de control encontrará, y agregando un valor extra a la salida del controlador para corregir este error anticipado. De esta manera, podemos reducir el error futuro tomando la acción correctiva antes de que se presente. Hay que considerar que la acción derivativa nunca se usará sola, porque este control es efectivo durante algunos periodos solamente. Esta acción se expresa en Laplace como:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + \tau_d s) \quad (2.10)$$

Los lazos de control de procesos que tienden a ser estables y que tienen constantes de tiempo considerables pueden aprovechar muy bien la acción derivativa; sin embargo, para muchos lazos, el anticiparse a un error futuro es prácticamente imposible, y la acción derivativa puede desestabilizar el control.

2.5.3 PID Ideal

En todo controlador PID aparecen las tres acciones de control mencionadas; sin embargo, la parte que aporta cada una a la salida del controlador dependerá de la estructura del controlador y de los valores de los parámetros de los mismos. Ideal, clásica no-interactiva, e industrial son nombres para diferentes estructuras del controlador PID. La estructura ideal se muestra en seguida:

$$m(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t) dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.11)$$

En Laplace se representa como:

$$M(s) = K_{cr} \left[1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right] E(s) \quad (2.12)$$

donde: m es la manipulación o acción de control calculada por el controlador e es el error definido como:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.13)$$

por lo tanto definimos K_c como acción proporcional τ_i como acción integral y τ_d como acción derivativa

2.5.4 PID Modificado

En el controlador PID ideal se expresan las tres acciones de control sin embargo la parte que aporta cada una de estas depende de la estructura del controlador y de los valores en los parámetros del mismo. Existen diferentes tipos de estructuras, la ideal (expresada en el apartado anterior), la clásica, la interactiva e industrial. En la ecuación 2.11 se expreso la ideal, donde:

$M_{cr}(t)$	Manipulación del controlador retroalimentado
$e(t)$	Error definido como $e(t) = r(t) - y(t)$
$r(t)$	Referencia
$y(t)$	Salida del proceso

En Laplace se expresa como:

$$M_{cr}(s) = K_{cr} \left[1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right] E(s) \quad (2.14)$$

Acción Derivativa sobre la salida

En ocasiones, suele modificarse la ecuación de control considerando el comportamiento del termino derivativo. Si se analiza como se compone la derivativa del error se tiene:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.15)$$

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.16)$$

Al momento en que se presenta un cambio en la referencia, su derivada con respecto al tiempo tiende al infinito y con esto la salida del controlador tiene una manipulación inicial indeseada.

$$\frac{de(t)}{dt} = \infty - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.17)$$

Instantes después la referencia se mantiene constante y por lo tanto su derivada es cero. Cuando se presenta una perturbación, la referencia no cambia y solo se tiene:

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.18)$$

$$\frac{de(t)}{dt} = 0 - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.19)$$

Esto es, el término derivativo se ve afectado sólo por la derivada de la variable de control con signo invertido, ya que la referencia se mantiene constante.

Por esta razón, si se desea eliminar la manipulación inicial indeseable ante cambios en referencia sin alterar el comportamiento ante perturbaciones, el término $\frac{de(t)}{dt}$ suele substituirse por $-\frac{dy(t)}{dt}$, para que la acción derivativa actúe sólo sobre la respuesta con signo cambiado. A esto se le conoce como controlador PID con acción derivativa en la salida.

Con este cambio, el controlador PID adquiere la siguiente estructura en Laplace:

$$M_{cr}(s) = K_{cr} \left[E(s) + \frac{1}{\tau_i s} E(s) - \tau_d s Y(s) \right] \quad (2.20)$$

Acción proporcional sobre la salida

Con el propósito de que el controlador PID actúe tanto sobre cambios en referencia como ante perturbaciones se hace que tanto la acción derivativa como la proporcional actúen sobre la respuesta en lugar de sobre el error [1], quedando la estructura del PID de la siguiente manera:

$$m_{cr}(t) = K_{cr} \left[-y(t) + \frac{1}{\tau_i s} e(t) - \tau_d s y(t) \right] \quad (2.21)$$

Esta estructura se puede obtener si suponemos que el proceso tiene el mismo comportamiento tanto en cambios en referencia como ante perturbaciones. La función de transferencia entre la perturbación y la salida se expresa como:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{\frac{B(s)}{A(s)}}{1 + K_{cr} \frac{(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s} \frac{B(s)}{A(s)}} \quad (2.22)$$

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{\tau_i s B(s)}{A(s) \tau_i s + K_{cr} (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2) B(s)} \quad (2.23)$$

La función de transferencia entre la referencia y la salida se expresa como:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{B(s)}{A(s)} \left(K_{cr} \frac{(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s} \right)}{1 + K_{cr} \frac{(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2) B(s)}{\tau_i s A(s)}} \quad (2.24)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{B(s) K_{cr} (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{A(s) \tau_i s + K_{cr} (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2) B(s)} \quad (2.25)$$

Observe que las diferencias entre las ecuaciones 2.23 y 2.25. Los denominadores son iguales, mientras que los numeradores son distintos. En el caso de la función de transferencia ante perturbaciones existe una s que permite que la ganancia estática sea cero. Sin embargo esta no es la única diferencia, existe, de igual manera, un término $(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)$ que solo aparece en la función de transferencia ante cambios en referencia. Estos ceros adicionales son los causantes de un comportamiento distinto al de un PID ideal ante cambios en referencia y perturbaciones. Si deseáramos que ambos comportamientos fuesen iguales requerimos que los ceros adicionales no existan. Por tanto una nueva estructura de control se propone como en la figura 2.4:

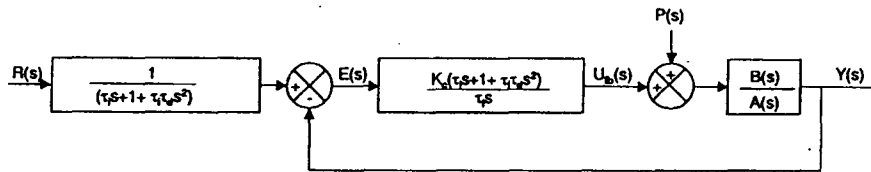


Figure 2.4: Diagrama a bloques del controlador propuesto

Utilizando algebra de bloques tenemos:

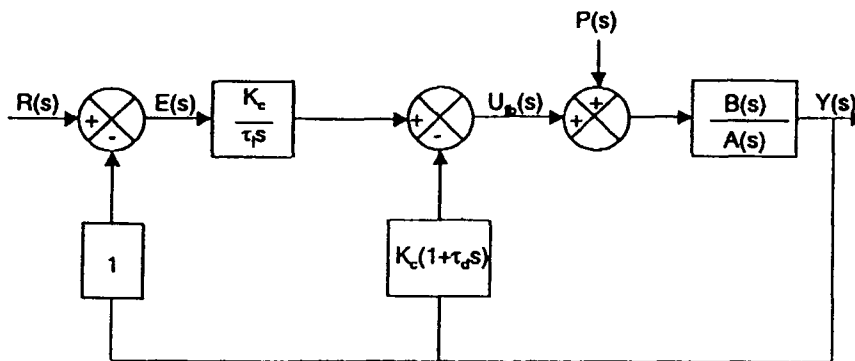


Figure 2.5: Diagrama a bloques de un controlador PID Modificado

de está forma podemos ver que:

$$M_{cr}(s) = K_{cr} \left[\frac{K_{cr}}{\tau_i s} E(s) - K_{cr}(1 + \tau_d s) Y(s) \right] \quad (2.26)$$

Se observa que está modificación realizada para lograr el mismo comportamiento ante cambios en referencia y ante perturbaciones, consiste simplemente que tanto la acción derivativa como la proporcional actúan sobre la respuesta con signo negativo. Este PID estructura modificada se incluye en algunos controladores comerciales.

Las modificaciones anteriores alteran el comportamiento sólo ante cambios en referencia, ya que ante perturbaciones, como la referencia no cambia, la respuesta será la misma que la de un PID convencional. Por tanto es necesario que la sintonía se realice para cambios en perturbaciones y por consecuencia se obtendrá un desempeño óptimo para cambios en referencia.

2.6 Sintonía

Sintonizar consiste en ajustar los parámetros de un controlador para obtener una respuesta específica en un lazo cerrado de control. Los valores de los parámetros de sintonización dependerán de las características dinámicas del proceso y del lazo cerrado deseado [8].

Existen diferentes metodos de sintonización, los principales se describen en la siguiente sección.

2.6.1 Métodos de sintonía existentes en la literatura

Prueba y Error

Este método es uno de los más usados a nivel industrial, no porque sea el más efectivo, sino porque se desconocen los otros métodos o bien porque no se sabe como utilizarlos. Para utilizar este método se deben conocer las características dinámicas que cada uno de los efectos que se incluyan en el controlador tiene sobre la respuesta y realizar varios ensayos hasta obtener el desempeño deseado o el que tenga menos error.

Este método si bien es bastante popular es el más deficiente y el que menos resultados satisfactorios proveerá.

Ganancia Última

El método de Ziegler-Nichols para sintonización de controladores utiliza el criterio de estabilidad crítica para calcular los parámetros de sintonía. Este método se puede utilizar en lazo cerrado deshabilitando los efectos integral y derivativo del controlador y se modifica la ganancia hasta que el proceso oscile en amplitud y periodo constante; esto se debe a que se lleva al proceso hasta el límite de la estabilidad. De esta manera con la ganancia K_u (crítica) y el período de oscilación T_u se puede sintonizar al controlador con base en las siguientes formulas de la tabla 2.1.

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_u$	∞	0
PI	$0.45K_u$	$\frac{1}{1.2}T_u$	0
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

Table 2.1: Fórmulas de sintonía por ganancia última

El criterio para el que han sido desarrolladas estas fórmulas es la de obtener razón de decaimiento del 25% de la amplitud, esto significa que por cada período de oscilación del sistema este se atenuará a razón de 25% del sobre impulso anterior por período. Este método se desempeña bien ante perturbaciones y ante cambios en referencia se observarán sobreimpulsos de entre 10% y 60%. Sin embargo con el empleo del PID modificado se logrará un buen desempeño para los cambios en ambos, perturbaciones y referencia, es decir se obtendrá un controlador con dos grados de libertad.

El empleo de este método de sintonía implica que el proceso debe ser llevado a la oscilación lo cual no es posible en todos los casos y que, dependiendo del proceso, el tiempo de estabilización y sobreimpulso no sean razonables para cada dinámica en particular.

Criterios Integrales

El empleo de estos criterios de sintonía consiste en aplicar una prueba escalón al proceso en lazo abierto para identificar al sistema y ajustarlo a un sistema de primer orden con tiempo muerto: Con la representación dinámica del proceso obtenida se calculan los parámetros de sintonía a partir de las tablas de sintonía tomando en consideración el tipo de controlador, el desempeño deseado en lazo cerrado y un criterio de control, es decir para cambios en referencia o rechazo de las perturbaciones. Es decir con ellos se obtiene un grado de libertad en el control.

Las fórmulas se desarrollarán para minimizar el error, estos pueden ser IAE (Integral del valor absoluto del error), ITAE (Integral del error absoluto ponderado), ISE (Integral del error al cuadrado). En el apéndice C se incluyen las tablas que relacionan las consideraciones antes expuestas. Como el método anterior el empleo de el PID modificado nos permitirá tener el controlador sintonizado para ambos casos, es decir de dos grados de libertad.

2.6.2 Métodos de Sintonización de controladores antealimentados desarrollados en el ITESM

Sintonía de Simple Ganancia

En el trabajo de M.C. Luis Manuel [5] se asume que las funciones de transferencia para la planta $G_p(s)$ y la perturbación $G_{pt}(s)$ son de primer orden con tiempo muerto y se definen de la siguiente manera:

$$\tau_p = \tau_{pt} \quad \text{y que} \quad \theta_p = \theta_{pt}$$

$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-s\theta_p}}{\tau_p s + 1} \quad ; \quad G_{pt}(s) = \frac{K_{pt} e^{-s\theta_{pt}}}{\tau_{pt} s + 1} \quad (2.27)$$

donde K_p es la ganancia del proceso, K_{pt} la ganancia de la perturbación, τ_p la constante de tiempo del proceso, τ_{pt} la constante de tiempo en la perturbación, θ_p el tiempo muerto del proceso y θ_{pt} el tiempo muerto de la perturbación. Con lo anterior podemos suponer que el efecto de la perturbación sobre la respuesta es dinámicamente muy semejante a la de la manipulación (válida en gran cantidad de procesos), si acaso multiplicada por una constante.

Tomando en consideración la igualdades expresadas en la ecuación 2.27 podemos obtener un diagrama a bloques que la ilustre como se muestra en la figura 2.6. En él, la planta se representa con dos bloques de simple ganancia, cuyas salidas se conectan a un punto de suma y la salida del mismo es la entrada de un bloque de primer orden con tiempo muerto y una ganancia unitaria.

De la figura 2.6 es posible obtener la salida $Y(s)$ del sistema tomando en cuenta la manipulación del controlador retroalimentado sumándose a la manipulación que deberá enviar el controlador antealimentado y por supuesto la perturbación entrando a la planta.

$$Y(s) = M_{cr} \frac{K_p e^{-s\theta_p}}{\tau_p s + 1} + G_{ca}(s) \frac{K_p e^{-s\theta_p}}{\tau_p s + 1} P(s) + \frac{K_{pt} e^{-s\theta_p}}{\tau_{pt} s + 1} P(s) \quad (2.28)$$

Observe que el denominador $\tau_p s + 1$ es común en todos los términos por lo que la ecuación 2.28 se puede factorizar de la siguiente manera:

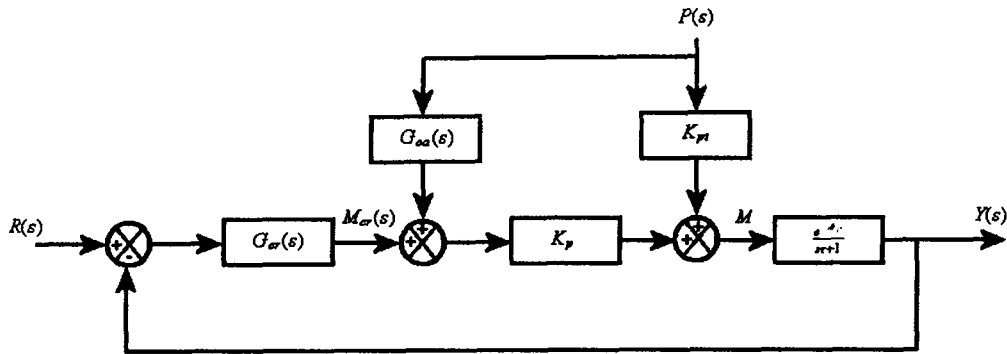


Figure 2.6: Diagrama a bloques con controlador antealimentado

$$Y(s)(\tau_p s + 1) = M_{cr} K_p e^{-s\theta_p} + P(s)[G_{ca}(s)K_p + K_{pt}]e^{-s\theta_p} \quad (2.29)$$

o también

$$Y(s) = [K_p M_{cr} + P(s)(G_{ca}K_p + K_{pt})] \frac{e^{-s\theta_p}}{\tau_p s + 1} \quad (2.30)$$

La expresión entre paréntesis de la ecuación 2.30 corresponde al valor M que se muestra en la figura 2.6, en ella también podemos ver que existen dos términos que definen el comportamiento de la salida del proceso; el primer término es el de la manipulación enviada por el controlador retroalimentado y el segundo término es la manipulación proveniente de la perturbación a través del M_{ca} . Cuando se tiene una sintonización perfecta del controlador antealimentado la suma de los términos dentro del paréntesis que multiplica $P(s)$ es cero, por lo tanto para cualquier valor de $P(s)$, este término seguirá valiendo cero y la salida del proceso no sufrirá alteraciones debidas a entradas de perturbación. Si se desea conocer el valor de la manipulación enviada por el controlador antealimentado que anule el efecto de la perturbación, es necesario encontrar un valor de $G_{ca}(s)$ que haga que la parte de M provocada por la perturbación sea cero.

La condición que se debe cumplir para que el controlador antealimentado anule el impacto de la perturbación es haciendo que $M = K_p M_{cr}$, donde M es la suma de las salidas de los bloques de simple ganancia ubicados dentro del proceso. Con esta condición podemos obtener la ecuación 2.31 desde la figura 2.6.

$$M_{cr} K_p + P(s)G_{ca}K_p + K_{pt}P(s) = M \quad (2.31)$$

si $M = M_{cr}K_p$ entonces

$$P(s)G_{ca}K_p + K_{pt}P(s) = 0 \quad (2.32)$$

$$G_{ca} = -\frac{K_{pt}}{K_p} \quad (2.33)$$

es equivalente a tomar G_{ca} como una simple ganancia:

$$G_{ca} = K_{ca} = -\frac{K_{pt}}{K_p} \quad (2.34)$$

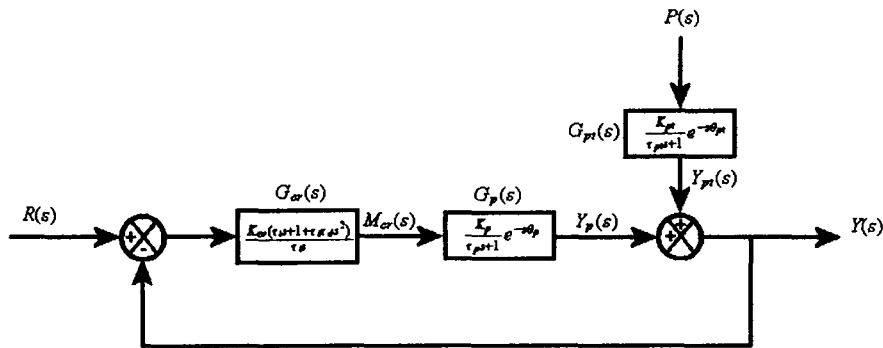


Figure 2.7: Sistema de control en lazo cerrado

Sintonía a partir del Comportamiento en lazo cerrado En el trabajo de M.C. Claudia [2] se considera el hecho de que no siempre el efecto de la perturbación sobre la respuesta es dinámicamente semejante a la de la manipulación, ya que estas pueden no tener una misma constante de tiempo, es decir $\tau_p \leq \tau_{pt}$. Por lo que la G_{ca} óptima se reescribe de la siguiente manera:

$$G_{ca} = -\frac{K_{pt}}{K_p} \frac{\tau_p s + 1}{\tau_{pt} s + 1} e^{-s(\theta_{pt} - \theta_p)} \quad (2.35)$$

note que si $\theta_p > \theta_{pt}$ entonces G_{ca} es imposible de construir, específicamente el efecto causado por la perturbación no podrá ser eliminado completamente, sólo será reducido, el bloque antealimentador no puede contener tiempo muerto. Por lo tanto si deseamos cancelar el efecto de la perturbación debemos incluir un bloque *lead/lag*, y la ecuación 2.35 se reescribe de la siguiente manera:

$$G_{ca} = -K_{ca} \frac{\tau_{lead} s + 1}{\tau_{lag} s + 1} e^{-s\theta_{ca}} \quad (2.36)$$

dónde $K_{ca} = -K_{pt}/K_p$ y $\theta_{ca} = \theta_{pt} - \theta_p$, de esta manera podemos cancelar el efecto de la perturbación. La forma en la cual la variable manipulada llega a su valor final así como el tiempo necesario para llegar a éste se puede explicar separando el término *lead/lag* del antealimentador, éste esta compuesto de un radio de 2 términos ($\tau s + 1$). Podemos expresarlo como la siguiente función de transferencia:

$$\frac{M_{ca}(s)}{P(s)} = \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1} \quad (2.37)$$

En la figura 2.7 podemos observar que un sistema de control automático antealimentado con dinámicas distintas ($\tau_p \neq \tau_{pt}$), puede contener en sus bloques las funciones que se muestran en ella, por lo tanto la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_p}{\tau_p s + 1} \frac{K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s}}{1 + \frac{K_p}{\tau_p s + 1} \frac{K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s}} \quad (2.38)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s(\tau_p s + 1) + K_p K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)} \quad (2.39)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_{LC}(s) = \frac{C_{LC}(s)}{P_{LC}(s)} \quad (2.40)$$

donde C_{LC} = Ceros en lazo cerrado y P_{LC} = Polos en lazo cerrado. Ahora, si se analiza la función de transferencia de $P(s)$ a $M_{cr}(s)$, se tiene:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} = \frac{-\frac{K_{pt}}{\tau_{pt}s+1} \frac{K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s}}{1 + \frac{K_p K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_p s + 1}} \quad (2.41)$$

Si multiplicamos por $\frac{(\tau_i s)(\tau_p s + 1)}{(\tau_i s)(\tau_p s + 1)}$ y por $\frac{K_p}{K_p}$ nos queda:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} = \frac{K_p K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{\tau_i s(\tau_p s + 1) + K_p K_{cr}(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)} - K_{ca} \frac{(\tau_p s + 1)}{(\tau_{pt} s + 1)} \quad (2.42)$$

Lo cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} = G_{LC}(s)G_{ca}(s) \quad (2.43)$$

Donde $G_{LC}(s)$ es la función de transferencia en lazo cerrado y $G_{ca}(s)$ es la función de transferencia teórica del antealimentador. La función de transferencia de $P(s)$ a $M_{cr}(s)$ es igual a la función de transferencia de lazo cerrado del sistema multiplicado por la función de transferencia del antealimentador teórico ideal.

Si los polos de $G_{LC}(s)$, son más rápidos que los del antealimentador óptimo (los de $G_{pt}(s)$) estos últimos dominarán la respuesta y se puede aproximar $G_{LC}(s)$ por su

ganancia estática $G_{LC}(0)$ la cual además por ser un función que tiene integrador, ante una entrada escalón presenta un error de estado estable nulo, es decir su ganancia es igual a 1, $G_{LC}(0)=1$. Se tiene entonces:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} \simeq G_{ca}(s) = -K_{ca} \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1} \quad (2.44)$$

De esto podemos concluir que para sacar la función de transferencia del antealimentador sólo se tiene que obtener la mejor aproximación de la ecuación 2.44.

Como se expreso anteriormente la sintonía óptima del controlador antealimentado $G_{ca}(S)$, se encuentra incluida en la repuesta en lazo cerrado del sistema observado desde la perturbación $P(s)$ hacia $M_{cr}(s)$, el método de sintonía parte de la siguiente proposición:

Proposición 1 Considere un sistema como el de la figura 2.8, donde $G_{cr}(s)$ es la función de transferencia del controlador retroalimentado, $G_p(s)$ es la función de transferencia entre la manipulación y la salida (proceso), $G_{pt}(s)$ es la función de transferencia entre la perturbación y la salida. Sea $G_{LC}(s)$ la función de transferencia en lazo cerrado entre la referencia y la salida y $G_{p/pt}(s)$ la función de transferencia entre la perturbación y la manipulación $M_{cr}(s)/P(s)$ entonces:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} = G_{p/pt}(s) = G_{LC}(s) \cdot \left(-\frac{G_{pt}(s)}{G_p(s)} \right) \quad (2.45)$$

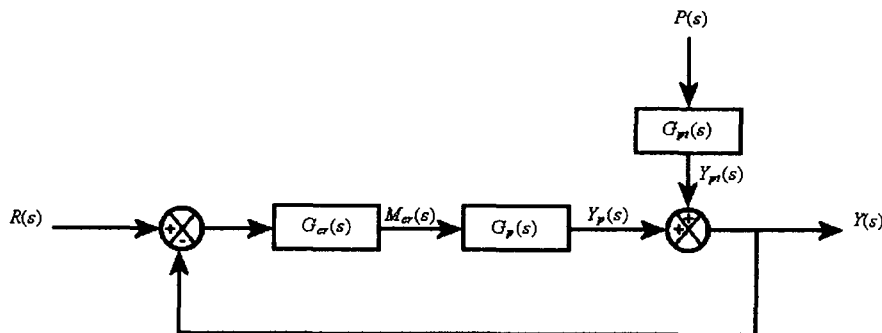


Figure 2.8: Diagrama a bloques del sistema estudiado.

de la proposición anterior se observa lo siguiente:

Observación 2 Sabemos que la función de transferencia óptima del antealimentador es $G_{ca}(s) = -G_{pt}/G_p$. En la proposición podemos observar que la información está incluida en la función de transferencia $G_{p/pt}(s)$ pero multiplicada por $G_{LC}(s)$. El paso lógico es tratar de aislar la información deseada.

Corolario 3 Considere que en el sistema de la proposición anterior el controlador tiene un integrador de tal manera que la ganancia estática de lazo cerrado ante cambios en referencia del tipo escalón es unitaria $G_{LC}(0) = 1$, (Apéndice B), entonces:

$$G_{p/pt}(0) = G_{LC}(0) \left(-\frac{G_{pt}(0)}{G_p(0)} \right) = -\frac{G_{pt}(0)}{G_p(0)} \quad (2.46)$$

De este corolario se concluyen que para conocer la ganancia del controlador antealimentado óptimo simplemente debemos estimar la ganancia estática de $G_{p/pt}(s)$. Esto se puede hacer fácilmente midiendo la desviación en estado estable que sufre la manipulación ante un cambio en la perturbación.

Observación 4 Suponga que en el sistema de la proposición anterior, los polos de la función de transferencia en lazo cerrado, $G_{LC}(s)$, están significativamente más a la izquierda del eje imaginario que los polos de $-G_{pt}/G_p$ y que no existen ceros en $G_{LC}(s)$ que cancelen los polos de $-G_{pt}/G_p$, entonces los polos de esta última función de transferencia dominarán la respuesta y dado que la ganancia estática de $G_{LC}(s)$ es unitaria, tenemos la siguiente aproximación:

$$\frac{M_{cr}(s)}{P(s)} \simeq G_{p/pt}(s) \simeq G_{LC}(0) \left(-\frac{G_{pt}(s)}{G_p(s)} \right) \simeq -\frac{G_{pt}(s)}{G_p(s)} \quad (2.47)$$

2.7 Comportamiento de un control antealimentado tipo Lead/Lag

Ahora analizaremos el comportamiento de un controlador antealimentado ante una perturbación tipo escalón. Considere un controlador antealimentado cuya función de transferencia está definida como:

$$G_{ca} = \frac{M_{ca}(s)}{P(s)} = K_{ca} \frac{\tau_{lead} + 1}{\tau_{lag} + 1} \quad (2.48)$$

donde:

$M_{ca}(s)$	Transformada de Laplace de la variable manipulada por el controlador
$P(s)$	Transformada de Laplace de la perturbación

Suponga que la perturbación sufre un cambio escalón de magnitud Δp , entonces:

$$M_{ca}(s) = G_{ca}(s)P(s) = K_{ca} \frac{\tau_{lead} + 1}{\tau_{lag} + 1} \cdot \frac{\Delta p}{s} \quad (2.49)$$

Al transformar al dominio del tiempo y tomando en cuenta lo expresado en la ecuación 2.47 tenemos:

$$m_{ca}(t) = K_{ca} \Delta p \left[1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{-\frac{t}{\tau_{lag}}} \right] + m_{ca}(0) \simeq m_{cr}(t) + m_{cr}(0)^1 \quad (2.50)$$

para este análisis consideramos que $m_{ca}(0) = 0$, $m_{cr}(0) = 0$, podemos decir entonces que: $m(t) = m_{ca}(0) + m_{cr}(0) = 0$, por tanto nos referiremos a variables de desviación de ahora en adelante.

La figura 2.9 muestra el comportamiento de una respuesta asumiendo $k_{ca} \Delta p = 1$, $\tau_{lag} = 2$ y diferentes valores de τ_{lead} .

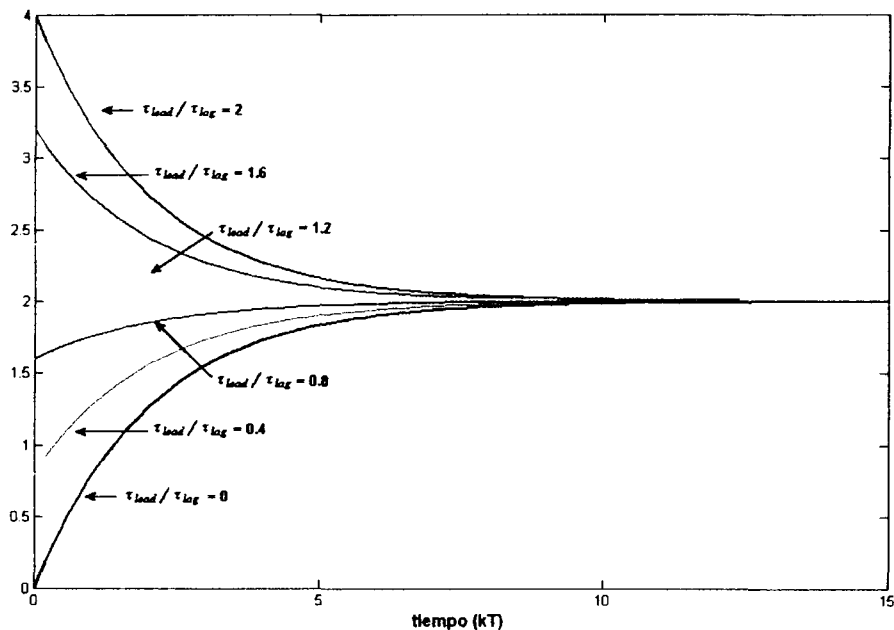


Figure 2.9: Comportamiento dinámico de un modulo *lead/lag*.

Observaciones:

¹ Cuando el controlador retroalimentado es un PID sin antealimentador.

1. El valor de estado estable final es:

$$\Delta m_{cr_{ss}} = K_{ca} \Delta p$$

En el caso de la figura 2.9 $K_{ca} \Delta p = 1$.

2. La magnitud inicial de la respuesta depende de la relación $\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$

$$m(0^+) = K_{ca} \Delta p \frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$$

3. La respuesta converge al estado estable final en forma exponencial con una constante de tiempo τ_{lag} . Por tanto, el tiempo de establecimiento es:

$$t_{ss} = 4\tau_{lag}$$

Sabemos que de conocer τ_p , τ_{pt} , K_p y K_{pt} podría sintonizarse el modulo τ_{lead}/τ_{lag} , sin embargo, nuestro objetivo es ajustarlo a partir de la información de lazo cerrado. Según la suposición hecha anteriormente, $M_{cr}(s)/P(s) \approx G_{ca}$ por ende, si apareciera una perturbación tipo escalón la manipulación tendría que aproximarse el siguiente comportamiento:

$$M_{cr}(s) \approx G_{ca} \frac{\Delta P(s)}{s} \approx K_{ca} \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1} \frac{\Delta P(s)}{s} \quad (2.51)$$

por tanto, observando esta manipulación obtendremos los parámetros K_{ca} , τ_{lead} y τ_{lag} .

2.8 Método de sintonía de un controlador antealimentado tipo Lead/Lag

La metodología propuesta por este trabajo se describe entonces de la siguiente manera:

1. El punto de partida es contar con un controlador bien sintonizado para perturbaciones.
2. Con el antealimentador ($M_{ca} = 0$) deshabilitado, aplicar un cambio en la perturbación P y registrar la respuesta M , recordemos que en este momento $M = m_{cr}$.
3. A partir de P y m_{cr} obtener K_{ca} , τ_{lead} , τ_{lag} .

(a) Obtención de K_{ca} :

$$K_{ca} = \frac{\Delta m_{cr}}{\Delta p}$$

1. (a) Obtención de τ_{lag}

Partiendo del conocimiento que la respuesta es una exponencial que converge a su valor final con una constante de tiempo τ que se estabiliza en aproximadamente $4 \cdot \tau_{lag}$. Entonces:

$$\tau_{lag} \simeq \frac{t_{ss}}{4} \quad (2.52)$$

1. Obtención de τ_{lead}

De la ecuación 2.50 evaluada en $t = 0$ tenemos:

$$m_{ca}(0^+) = K_{ca} \Delta p \frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}} \approx m_{cr}(0^+) \quad (2.53)$$

la proporción del brinco inicial están dado por:

$$\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}} \simeq \frac{m_{cr}(0^+)}{K_{an} \Delta p} \quad (2.54)$$

y τ_{lead} se obtiene de la siguiente forma:

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} \quad (2.55)$$

donde: PBI es el porcentaje de "brinco" inicial

$$PBI = \frac{m_{cr}(0^+)}{K_{an} \Delta p} \quad (2.56)$$

4 Ajuste fino

Al obtener estos valores se activa el antecorrector utilizando estos parámetros, si el PID continúa aportando se ajusta el PBI como se muestra a continuación:

$$PBI_k = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente} \quad (2.57)$$

Donde el $PBI^{remanente}$ se obtiene a partir del aporte que aún tiene el PID. Este proceso es iterativo hasta obtener que $m_{cr}(0) = 0$, o en su defecto se aproxime mucho a esta cantidad.

Capítulo 3

Método numérico propuesto

3.1 Desarrollo matemático

Consideremos un sistema como el de la figura 3.1

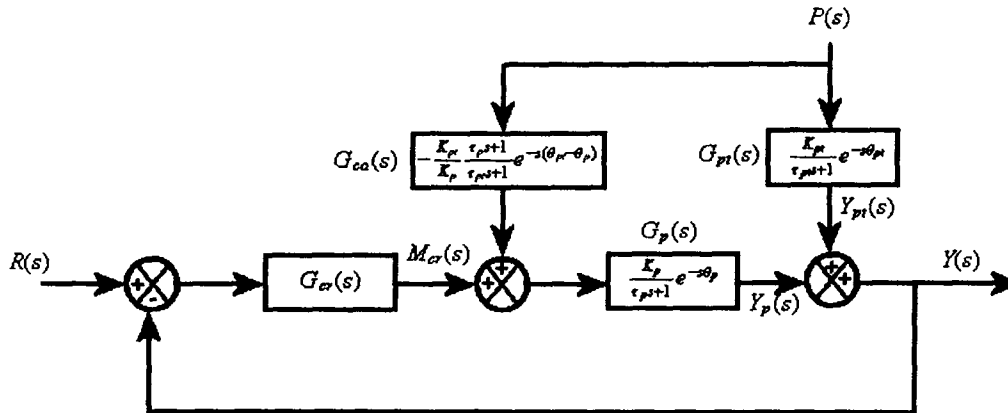


Figure 3.1: Diagrama a bloques de un proceso con controlador antealimentado

Sabemos que el comportamiento antealimentado óptimo es aquel que se sintoniza de forma tal que: $K_{ca} = -K_p/K_{pt}$, $\tau_{lead} = \tau_{pt}$ y $\tau_{lag} = \tau_p$. Como demostro Claudia Sanchez [2] en su trabajo de tesis estos parámetros de ajuste del antealimentado óptimo pueden obtenerse del análisis de la respuesta del controlador retroalimentado sin antealimentador

Esto puede observarse en la grafica 3.2 donde se muestra en línea punteada la manipulación óptima del controlador antealimentado para distintas relaciones τ_{lead}/τ_{lag} (idealmente τ_{pt}/τ_p) y con línea continua la manipulación de un controlador retroalimentado ante una perturbación ($P(s)$) tipo escalón en sistemas como el antes descrito. Como se puede observar, después del transitorio inicial la respuesta del controlador retroalimentado es practicamente la misma que la del controlador antealimentado óptimo.

Sabemos que de 2.50 la dinámica óptima del controlador antealimentado (línea punteada) ante una perturbación escalón y sin antealimentador, nominalmente es:

$$m_{ca}^* = K_{ca} \Delta_p \left[1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \right] \quad (3.1)$$

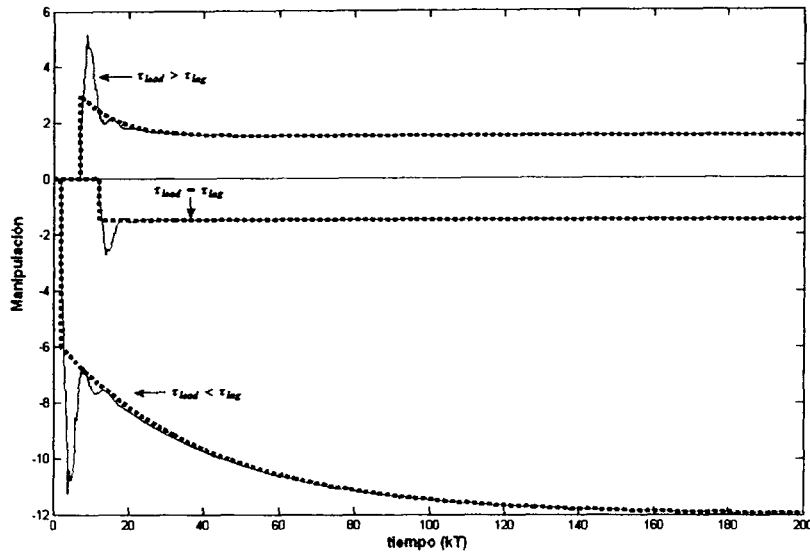


Figure 3.2: Dinámica de $m_{cr}(t)$

Como Claudia Sanchez [2] demostró, la dinámica óptima es muy parecida la del controlador retroalimentado sin antealimentador $\Delta m_{cr}(t)$. Entonces:

$$m_{cr}(t) \simeq K_{ca} \Delta p \left[1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{-\frac{t}{\tau_{lag}}} \right] + m_{cr}(0) \quad (3.2)$$

$$\Delta m_{cr}(t) \simeq K_{ca} \Delta p \left[1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{-\frac{t}{\tau_{lag}}} \right] \quad (3.3)$$

La propuesta de Claudia es aproximar el antealimentador óptimo a partir del cambio en la respuesta del controlador retroalimentado observada. Esto lo realiza de forma manual.

En nuestro caso proponemos obtener los parámetros del controlador antealimentado mediante ajuste de curva por mínimos cuadrados. Para simplificar este ajuste debemos separar el cambio en la manipulación del controlador retroalimentado en 2 componentes: Un componente de cambio de estado estable $\Delta m_{cr,ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta m_{cr}(t) \simeq K_{ca} \Delta p$, del cual puede aproximarse fácilmente la ganancia óptima

$$K_{ca} \simeq \frac{\Delta m_{cr,ss}}{\Delta p}$$

y una componente de desviación con respecto al estado estable:

$$\Delta m_{cr}^d(t) = \Delta m_{cr}(t) - \Delta m_{cr,ss} \quad (3.4)$$

$$\Delta m_{cr}^d(t) \approx K_{ca} \Delta_p \left[1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \right] - K_{ca} \Delta_p \quad (3.5)$$

$$\Delta m_{cr}^d(t) \approx K_{ca} \Delta_p \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \quad (3.6)$$

$$\Delta m_{cr}^d(t) \approx \Delta m_{cr,ss} \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \quad (3.7)$$

Es importante notar que esta componente se refiere a la desviación con respecto al estado estable final y no a la desviación con respecto al estado inicial como usualmente se utiliza en ingeniería de control. La razón de escoger esta componente se debe a que su expresión es más sencilla y se presta más para su aproximación por mínimos cuadrados como se muestra a continuación. Definimos el "brinco inicial" de esta manipulación de desviación como:

$$\Delta m_{cr}^d(0^+) = \Delta m_{cr,ss} \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} \quad (3.8)$$

Substituimos la definición anterior, expresado como:

$$\Delta m_{cr}^d(t) \approx \Delta m_{cr}^d(0^+) e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \quad (3.9)$$

Ahora estimaremos $\Delta m_{cr}^d(0^+)$ y τ_{lag} mediante ajuste lineal por mínimos cuadrados. Para esto obtendremos logaritmo natural en ambos lados de la ecuación. Note que el empleo del logaritmo natural obliga a que los datos sean positivos, esta condición no siempre se cumple y es por ellos que se manejarán los datos sin este signo, lo cual nos obliga a definir una variable llamada s que guardará el signo de los datos. Una vez extraído el signo, los valores de $\Delta m_{cr}^d(t)$ siempre serán positivos y podemos decir que:

$$\ln \Delta m_{cr}^d(t) \approx \ln \Delta m_{cr}^d(0^+) - \frac{t}{\tau_{lag}} \quad (3.10)$$

muestreando la respuesta anterior en tiempos $t = kT$ obtendremos:

$$\ln \Delta m_{cr}^d(kT) \approx \ln \Delta m_{cr}^d(0^+) - \frac{kT}{\tau_{lag}} \quad (3.11)$$

Nosotros buscamos los valores de $\Delta m_{cr}^d(0^+)$ y τ_{lag} que aproximen de mejor manera el valor de $\Delta m_{cr}^d(t)$ observado. Un método numérico para aproximar estos valores con el mínimo de error es mediante el empleo de mínimos cuadrados, donde el criterio a minimizar sera:

$$MC = \sum_{k=1}^n [e_k]^2 \quad (3.12)$$

el error de esta manera se expresa como:

$$e(t) = m_{cr}(k) - \hat{m}_{cr}(k) \quad (3.13)$$

$$e(t) = \ln m_{cr}(k) - \ln m_{cr}(0^+) + \frac{t}{\tau_{lag}} \quad (3.14)$$

donde $m_{cr}(k)$ es la manipulación medida del controlador y $\hat{m}_{cr}(k)$ es la manipulación predicha.

Para facilitar el manejo algebraico de esta ecuación se definen los siguiente terminos de la ecuación 3.11 de la siguiente manera:

$$l_k = \ln \Delta m_{cr}^d(kT) \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

$$l_0 = \ln \Delta m_{cr}^d(0^+) \quad (3.16)$$

$$a = \frac{1}{\tau_{lag}} \quad (3.17)$$

por tanto la ecuación 3.11 se rescribe como:

$$l_k \approx l_0 - akT \quad (3.18)$$

y el k-esimo error se define como:

$$e_k = l_k - l_0 + akT \quad (3.19)$$

substituyendo la definición 3.19 en la ecuación 3.12 tenemos:

$$MC = \sum_{k=1}^n [l_k - l_0 + akT]^2 \quad (3.20)$$

Es necesario derivar parcialmente con respecto a las variables de interés e igualarlas a cero con el fin de hacer que el error converga a cero, por lo tanto, se aplica la definición de mínimos cuadrados a la representación dinámica teorica del controlador antealimentado óptimo expresada como:

$$\frac{\partial MC}{\partial l_0} = \sum_{k=1}^n 2[l_k - l_0 + akT] \cdot [-1] = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial MC}{\partial a} = \sum_{k=1}^n 2[l_k - l_0 + akT] \cdot [kT] = 0 \quad (3.22)$$

factorizando las ecuaciones 3.21 y 3.22 e igualadas a cero para converger al mínimo error tenemos:

$$\sum_{k=1}^n l_k - \sum_{k=1}^n l_0 + aT \sum_{k=1}^n k = 0 \quad (3.23)$$

$$\sum_{k=1}^n kl_k - \sum_{k=1}^n kl_0 + aT \sum_{k=1}^n k^2 = 0 \quad (3.24)$$

Si consideramos que l_0 es una constante, y substituimos las sumatorias acorde con la tabla 3.1 para facilitar su manejo algebraico

$\sum_{k=1}^n l_k = \text{sum}l_k$	$\sum_{k=1}^n l_0 = nl_0$	$\sum_{k=1}^n k = \text{sum}k$
$\sum_{k=1}^n kl_k = \text{sum}kl_k$	$\sum_{k=1}^n l_0 = nl_0$	$\sum_{k=1}^n k^2 = \text{sum}k^2$

Table 3.1: Substitución de variables

las ecuaciones 3.23 y 3.24 respectivamente se pueden escribir como:

$$\text{sum}l_k - nl_0 + aT \text{sum}k = 0 \quad (3.25)$$

$$\text{sum}kl_k - nl_0 \text{sum}k + aT \text{sum}k^2 = 0 \quad (3.26)$$

Despejamos la ecuación 3.25 con respecto a l_0 y la ecuación 3.26 con respecto a a y tenemos:

$$l_0 = \frac{\text{sum}l_k + aT \text{sum}k}{[n - 1]} \quad (3.27)$$

$$a = \frac{[n - 1]l_0 \text{sum}k - \text{sum}kl_k}{T \text{sum}k^2} \quad (3.28)$$

substituyendo a en l_0 tenemos que:

$$l_0 = \frac{\text{sum}k \cdot \text{sum}kl_k - \text{sum}l_k \cdot \text{sum}k^2}{[n - 1][\text{sum}k^2 - (\text{sum}k)^2]} \quad (3.29)$$

De esta manera podemos calcular l_0 , substituirlo en la ecuación 3.28 y obtener las variables de ambos parámetros, asegurandonos que estos valores son los que tienen el menor indice de error entre ellos.

Obtendremos la constante del proceso (τ_{lag}) a partir del inverso de a , es decir: $\tau_{lag} = 1/a$ y τ_{lead} a partir de:

$$\tau_{lead} = \frac{\Delta m_{cr}(0^+) * \tau_{lag}}{K_{ca} \Delta p} \quad (3.30)$$

donde:

$$\Delta m_{cr}(0^+) = s * [exp(lo)] + \Delta m_{cr,ss} \quad (3.31)$$

si el pico máximo de la manipulación del controlador retroalimentado es mayor que el el valor de estado estable final y:

$$\Delta m_{cr}(0^+) = \Delta m_{cr,ss} - \{s * exp(lo)\} \quad (3.32)$$

si el pico máximo es igual o menor que el valor de estado estable final.

3.2 Consideraciones practicas

Si observamos con detenimiento el comportamiento de la manipulación a través del tiempo es posible apreciar que el transitorio inicial es la parte de la respuesta que menos se asemeja a la respuesta del controlador óptimo. Por tanto es necesario recortar las muestras iniciales de forma tal que esta parte de la respuesta no sesge las estimaciones.

Llamemos m al indice a partir del cual usaremos la información (recortaremos las primeras de $n - 1$ muestras). En el caso de dinámicas lentas la selección de m no representa problema, observe en la grafica 3.2 que cuando $\tau_{lead} < \tau_{lag}$ la mayor parte de la manipulación del controlador retroalimentado es similar a la del controlador antealimentado óptimo.

Sin embargo en el caso de dinámicas muy rápidas, observe en la grafica 3.2 que cuando $\tau_{lead} > \tau_{lag}$ no se tiene esta misma ventaja; para lograr un balance se escogera el punto m como el instante k en el que la respuesta empieza a regresar a su estado inicial, es decir cuando el efecto de la perturbación comienza a ser compensada. De esta manera estaremos seguros que el controlador retroalimentado esta actuando y de forma correcta. En la grafica 3.3 se puede observar como se determina el punto m .

Observe que la salida $Y(s)$ regresa a su estado estable (referencia) cuando la manipulación del controlador retroalimentado actua sobre el proceso. A partir de este punto se realizarón pruebas que ayudaran a determinar el mejor lugar para ubicar el punto m .

Primeramente a la izquierda hasta el punto en el que la desviación de $Y(s)$ de su valor de estado estable es de al menos del 2%, en este rango de se observo que el recorte no era suficiente para aislar la parte de la respuesta que no se asemeja a la del controlador antealimentado óptimo. Cuando se busco hacia la derecha se lograba aislar

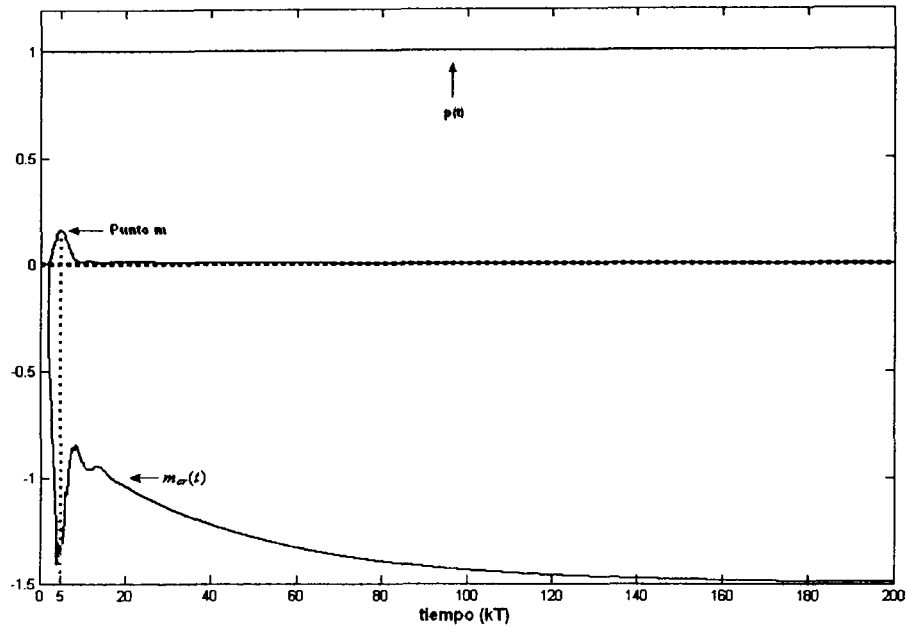


Figure 3.3: Comportamiento Dinámico del Sistema sin antealimentador

la parte de interés pero cuando la dinámica de la perturbación era demasiado rápida no se tenían datos suficientes para realizar una buena estimación.

Por tanto se define el punto m como el instante k en el que comienza a regresar la respuesta a su referencia. Considerando lo anterior las ecuaciones 3.23 y 3.24 se describen como:

$$\sum_{k=m}^n l_k - \sum_{k=m}^n l_0 + aT \sum_{k=m}^n k = 0 \quad (3.33)$$

$$\sum_{k=m}^n kl_k - \sum_{k=m}^n kl_0 + aT \sum_{k=m}^n k^2 = 0 \quad (3.34)$$

substituyendo los terminos dependiente de sumatorias acorde a la tabla 3.2

$\sum_{k=m}^n l_k = \text{sum}l_k$	$\sum_{k=m}^n l_0 = [n - m]l_0$	$\sum_{k=m}^n k = \text{sum}k$
$\sum_{k=m}^n kl_k = \text{sum}kl_k$	$\sum_{k=m}^n kl_0 = [n - m]l_0$	$\sum_{k=m}^n k^2 = \text{sum}k^2$

Table 3.2: Substitución de variables que incluyen el punto m

las ecuaciones 3.27 y 3.28 se describen como:

$$l_0 = \frac{\text{sum}l_k + aT\text{sum}k}{[n - m]} \quad (3.35)$$

$$a = \frac{[n - m]l_0\text{sum}k - \text{sum}kl_k}{T\text{sum}k^2} \quad (3.36)$$

entonces la ecuación 3.35 se redefine como:

$$l_0 = \frac{\text{sum}k \cdot \text{sum}kl_k - \text{sum}l_k \cdot \text{sum}k^2}{[n - m][\text{sum}k^2 - (\text{sum}k)^2]} \quad (3.37)$$

Dela misma manera , con el fin de evitar que el ruido inherente al uso de sensores y al medio, y para que valores negativos en $\Delta m_{cr(k)}^d$ (debido al empleo de logaritmo para linealizar los datos) afecten el desempeño del algoritmo, estos se restringiran a la derecha a solo aquellos datos que esten dentro del 98% del cambio en la respuesta total del sistema, es decir consideraremos que el ruido no será mayor al 2% del valor de estado estable.

3.3 Algoritmo de aplicación

Con el fin de ilustrar el uso de algortimo es necesario observar el diagrama de flujo expuesto en la figura:3.4.

Despues de seleccionar los datos necesarios para la identificación, se linealizan los datos de $\Delta m_{cr}^d(t)$, y de los valores de k , aplicando la formula 3.18; posteriormente se despejaran los valores de l_0 y a de acuerdo a las formulas 3.27 y 3.28 respectivamente; dependiendo del comportamiento de la manipulación el algoritmo decide como calcular $\Delta m_{cr}(0^+)$, y utilizará la formula 2.53 para despejar el valor de τ_{lead} .

Observe que una vez capturados los datos del sistema a identificar es necesario que el algoritmo calcule $\Delta m_{cr}^d(t)$, K_{ca} , el punto m , y el punto en el cual se obtiene el 98% de la respuesta (n); para ello el algoritmo debe reconocer cualquiera de los comportamientos que se observan en la grafica 3.5, y tomar la parte de la respuesta de interés y sobre la cual se obtendrán los parámetros de sintonía. En la grafica ?? se puede observar la forma en que se estandarizan los datos que se utilizarán para la estimación.

Todas las consideraciones antes mencionadas se incluyeron en el algoritmo codificado en MATLAB, el cual se puede apreciar completamente en el Apéndice A y con el cual se realizarón pruebas a los mismo modelos expuesto en el trabajo anterior [2] y en el que se baso la metodolgia de codificación, el siguiente capitulo demostrará lo expuesto.

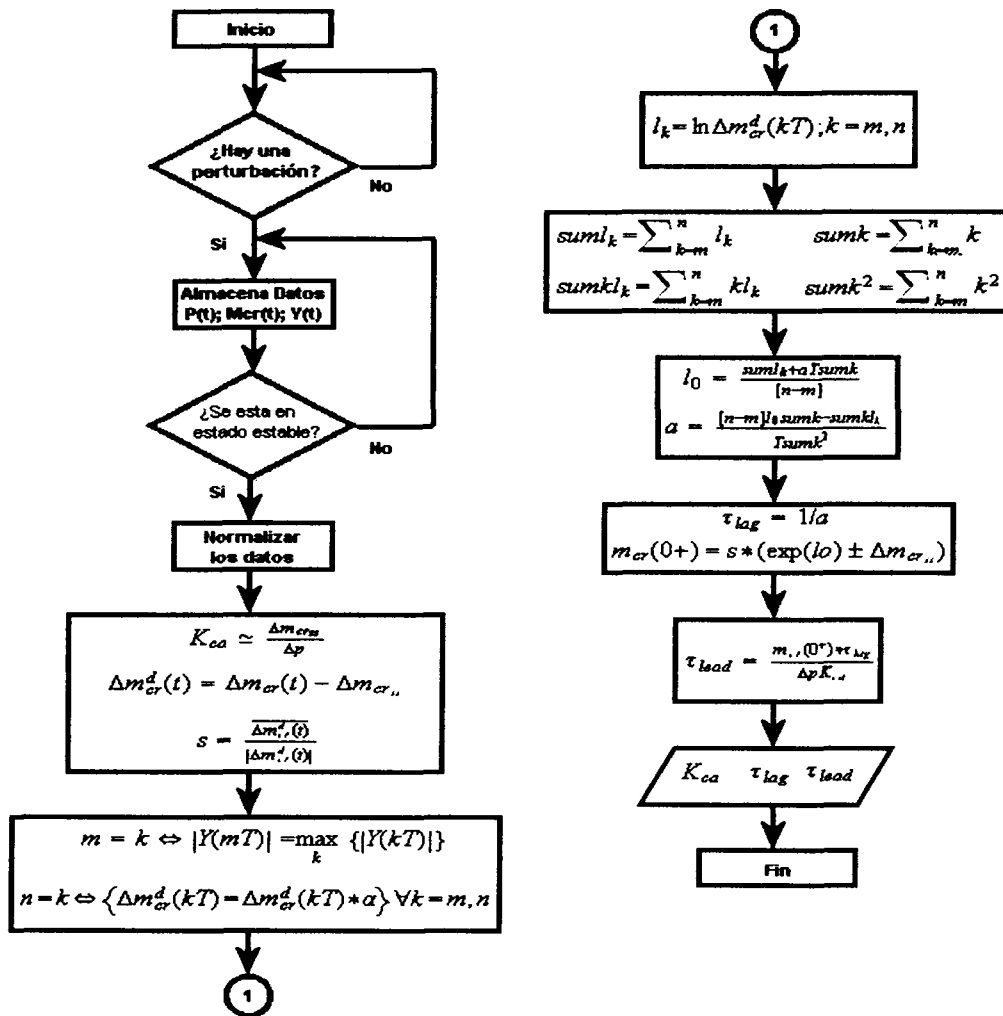


Figure 3.4: Diagrama de Flujo del método propuesto.

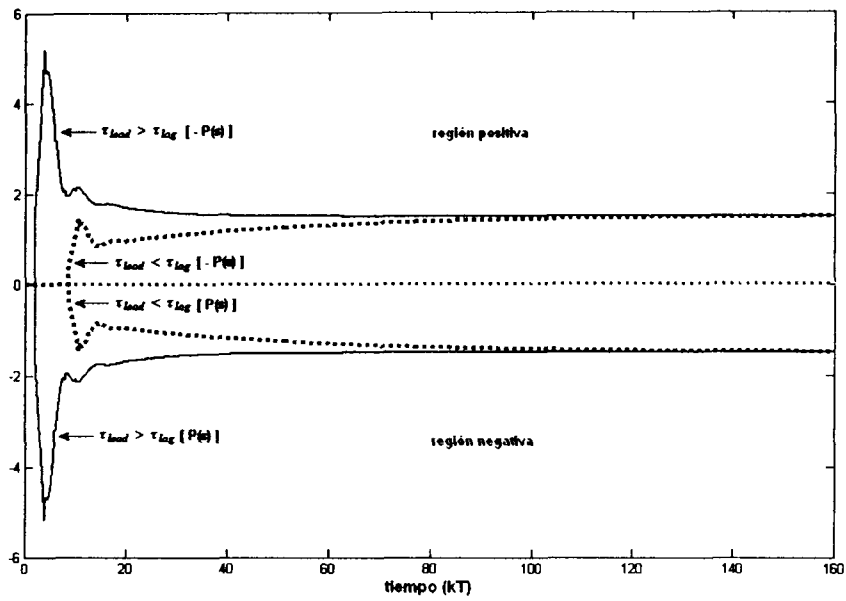


Figure 3.5: Dinámicas probables que se deben indentificar.

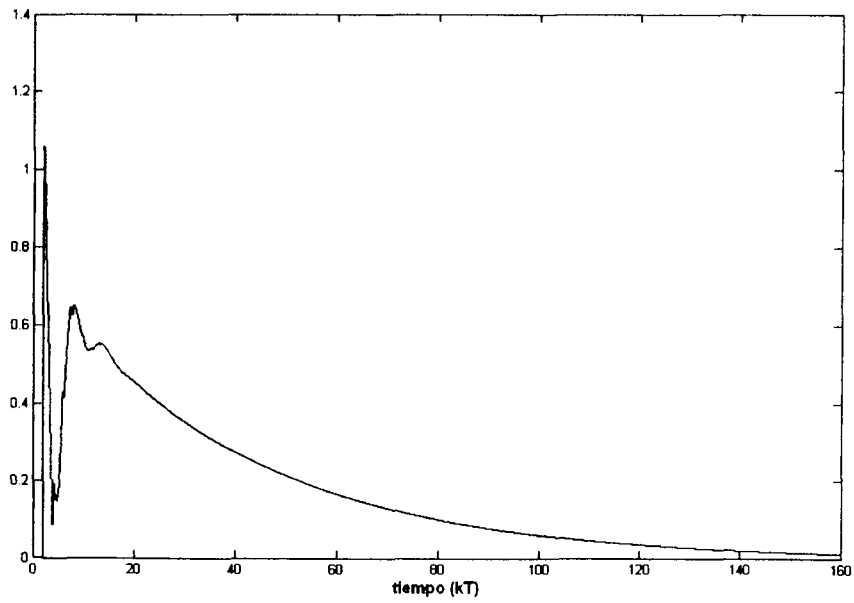


Figure 3.6: Dinámica a indentificar

Capítulo 4

Validación del método propuesto

En la figura 4.1 se puede apreciar nuevamente un diagrama a bloques de un controlador antealimentado y su relación con el proceso, la entrada, la salida y la perturbación.

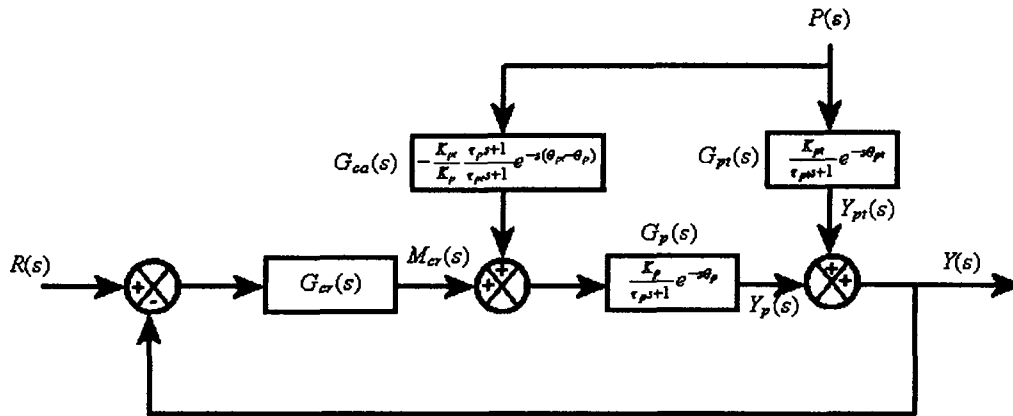


Figure 4.1: Diagrama a bloques de un proceso con controlador antealimentado

La planta tiene la siguiente función de transferencia:

$$G_p = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2e^{-2s}}{20s + 1} \quad (4.1)$$

Para la perturbación se definirán posteriormente los casos de estudio. Se utilizó un controlador PID modificado dentro del lazo retroalimentado que se aprecia en el diagrama, sintonizado bajo criterios integrales (ITAE) para cambios en perturbación cuya sintonía es:

$$\begin{aligned} K_c &= 6.01 \\ \frac{1}{\tau_i} &= 0.2304 \\ \tau_d &= 0.77 \end{aligned}$$

Si utilizamos los valores de la planta y de la sintonía en la función de transferencia que define su comportamiento en lazo cerrado con un PID ideal, tenemos:

$$G_{LC} = \frac{(6.01)(4.32s + 1 + 3.3418s^2)2e^{-2s}}{(20s + 1)(4.34s) + (6.01)(4.32s + 1 + 3.3418s^2)2e^{-2s}} \quad (4.2)$$

modificando el tiempo muerto mediante la aproximación de PADE tenemos:

$$e^{-2s} \simeq \frac{1-s}{1+s}$$

la ecuación característica es:

$$G_{LC} = \frac{(12.02)(4.32s + 1 + 3.3418s^2)(1-s)}{(1+s)(20s+1)(4.34s) + (6.01)(4.32s + 1 + 3.3418s^2)(1-s)} \quad (4.3)$$

$$G_{LC} = \frac{-40.1684s^3 - 11.9984s^2 + 40.1668s + 12.02}{46.6316s^3 + 79.1416s^2 + 44.5018s + 12.02}$$

$$G_{LC} = \frac{(s - 1.002)(s + 0.9996)(s + 0.2993)}{(s + 0.3481 + 0.3692i)(s + 0.3481 - 0.3692i)(s + 1.0009)} \quad (4.4)$$

La ecuación 4.4 muestra el polo dominante del sistema en lazo cerrado, que es: 0.3481. Para la validación de las pruebas analizaremos modelos con dinámicas de perturbación más rápidas o más lentas que la de lazo cerrado, es decir utilizaremos el criterio de Factor de Polo Dominante (*FPD*) el cual deberá ser mayor a la unidad si se trata de una dinámica de perturbación más lenta que la de lazo cerrado, es decir:

$$FPD = \frac{\text{Polo Dominante de } G_{LC}}{\text{Polo Dominante de } G_{pt}}$$

de esta manera evaluaremos la relación entre polos.

4.1 Procesos con dinámica de G_{pt} más lenta que la de G_{LC}

4.1.1 Modelo 1: Procesos con dinámica de G_{pt} más rápida que la de G_p

Estas son las dinámicas de G_p y G_{pt} propuestas:

$$G_p = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_{pt} = \frac{3e^{-2s}}{10s+1} \quad (4.5)$$

se puede apreciar que si bien G_{pt} es más rápida que G_p , la dinámica en lazo cerrado es más rápida que la de la perturbación, por tanto la razón de polos dominantes es:

$$FPD = \frac{0.3481}{0.1} = 3.481$$

La grafica 4.2 muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación (ecuación 4.5) tipo escalón en lazo cerrado, con control retroalimentado cuya sintonía se expuso anteriormente.

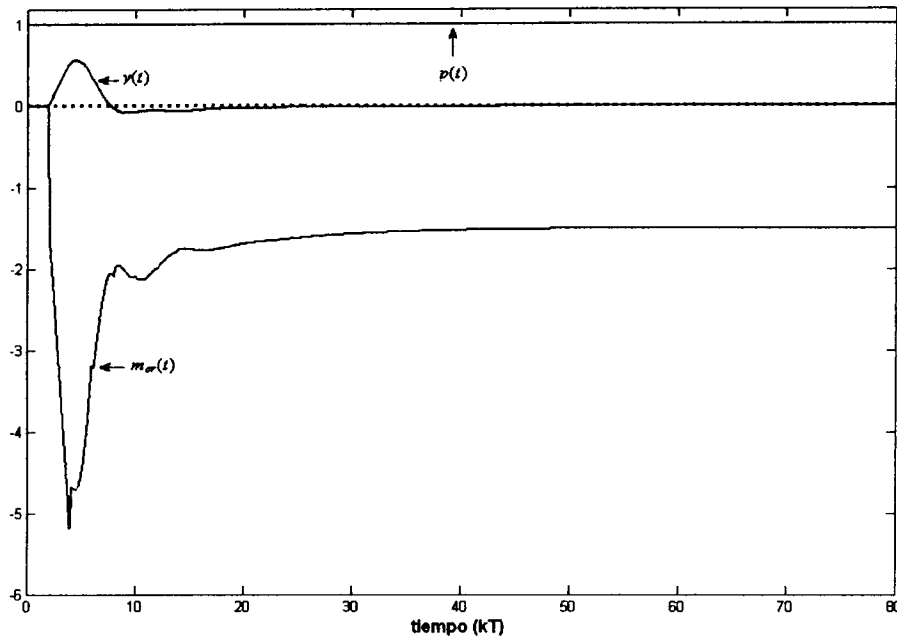


Figure 4.2: Dinámica del Modelo 1 sin antealimentador

La sumatoria del valor absoluto del error (IAE) sin antealimentador ante una perturbación tipo escalón es:

$$\sum |e(k)| = 13.7227$$

Aplicando el algoritmo de autosintonía se obtienen los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado que se muestran en la tabla 4.1.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 9.0809$
$\tau_{lead} = 20.4642$

Table 4.1: Valores de sintonía del estimador para el modelo 1 en la 1ra iteración

Sintonizamos el controlador antealimentado y observamos su dinámica ante un cambio escalón en la perturbación, la respuesta obtenida se muestra en la figura 4.3 .

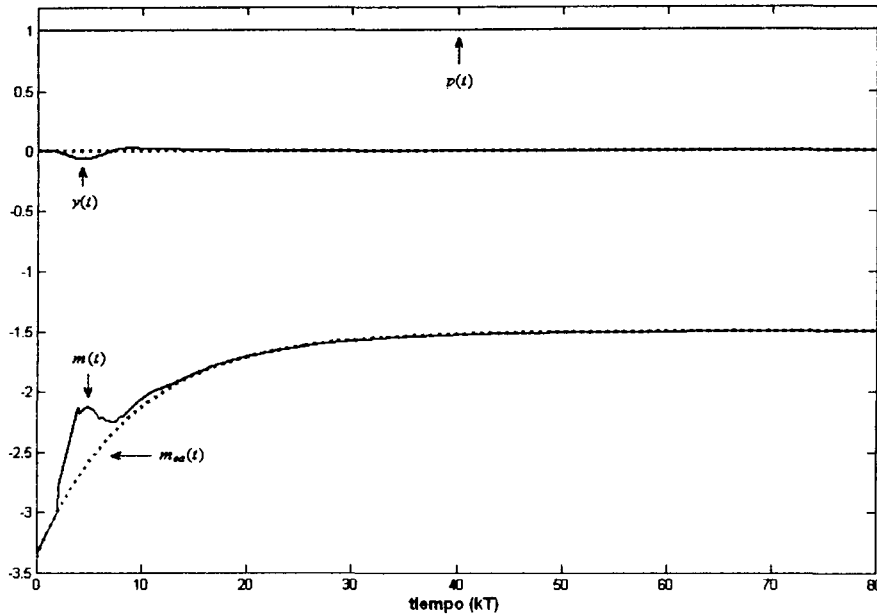


Figure 4.3: Modelo 1 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

El IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 1.9285$$

Como se observa el IAE es menor un 85.94% con respecto a lo observado con el control retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos se aprecian mejor en la tabla 4.2.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	10	9.0809	-9.19
τ_{lead}	20	20.4642	2.33

Table 4.2: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 1 en la 1ra estimación

Realizamos una segunda iteración, donde solo la τ_{lag} será modificada, los resultados de la nueva estimación están en la tabla 4.3.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 10.7951$
$\tau_{lead} = 20.4642$

Table 4.3: Valores de sintonía del estimador para el modelo 1 en la 2da iteración

Resintonizamos el controlador con estos parámetros. La respuesta con el controlador resintonizado se muestra en la figura 4.4.

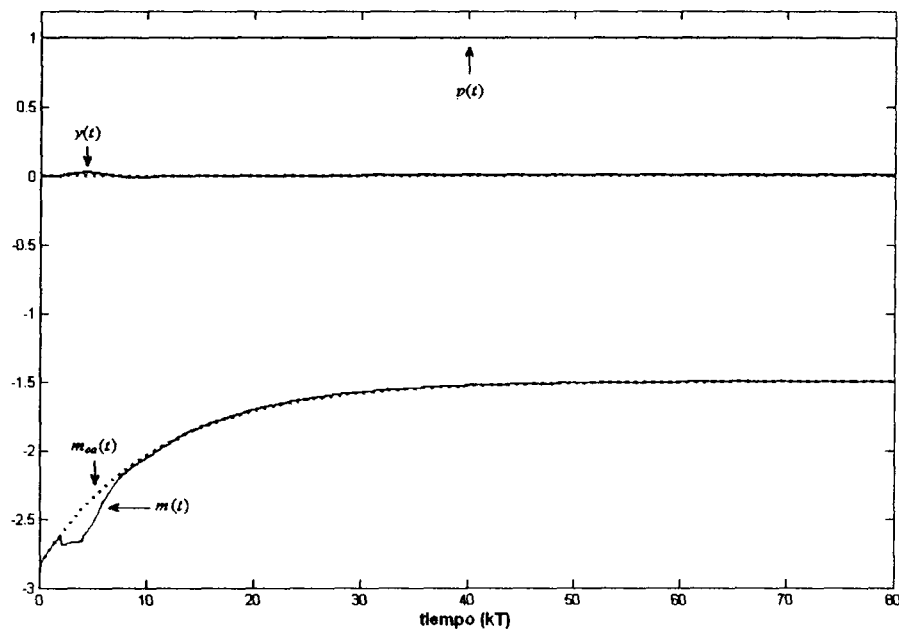


Figure 4.4: Modelo 1 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 2da estimación

Observándolo ante un cambio escalón en la perturbación el IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 0.8195$$

lo que representa una reducción del IAE del 85.94% con respecto a lo observado con el control retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos se aprecian mejor en la tabla 4.4.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	10	10.7951	7.95
τ_{lead}	20	20.4642	2.33

Table 4.4: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 1 en la 2da estimación

En este caso se logro una reducción considerable del IAE, casi en una proporción de 1 a 10 después de la segunda iteración y en este caso se demuestra que la segunda iteración fue benefica.

4.1.2 Modelo 2: Procesos con dinámica de G_{pt} más lenta que la de G_p

Estas son las dinámicas de G_p y G_{pt} propuestas:

$$G_p = \frac{2e^{-2s}}{20s + 1} \quad G_{pt} = \frac{3e^{-2s}}{40s + 1} \quad (4.6)$$

La razón de polo dominante es:

$$FPD = \frac{0.3481}{0.025} = 13.924$$

La grafica 4.5 muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación (ecuación 4.6) tipo escalón en lazo cerrado con control retroalimentado cuya sintonía se expuso anteriormente.

La sumatoria del valor absoluto del error (IAE) sin antealimentador ante una perturbación tipo escalón es:

$$\sum |e(k)| = 5.4152$$

Aplicando el algoritmo de autosintonía se obtienen los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado que se muestran en la tabla 4.5.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 41.0445$
$\tau_{lead} = 21.5517$

Table 4.5: Valores de sintonía del estimador para el modelo 2 en la 1ra iteración

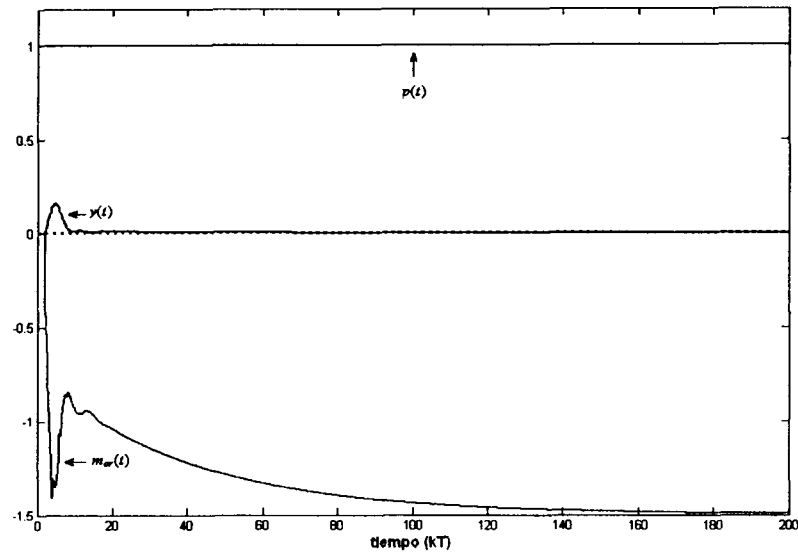


Figure 4.5: Dinámica del Modelo 2 sin antealimentador

Sintonizamos el controlador antealimentado y observamos su dinámica ante un cambio escalón en la perturbación, la respuesta obtenida se muestra en la figura 4.6.

El IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 0.2530$$

Como se observa el IAE es menor un 95.32% con respecto a lo observado con el control retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos, se aprecian mejor en la tabla 4.6.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	40	41.0445	2.61
τ_{lead}	20	21.5517	7.75

Table 4.6: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 2 en la 1ra estimación

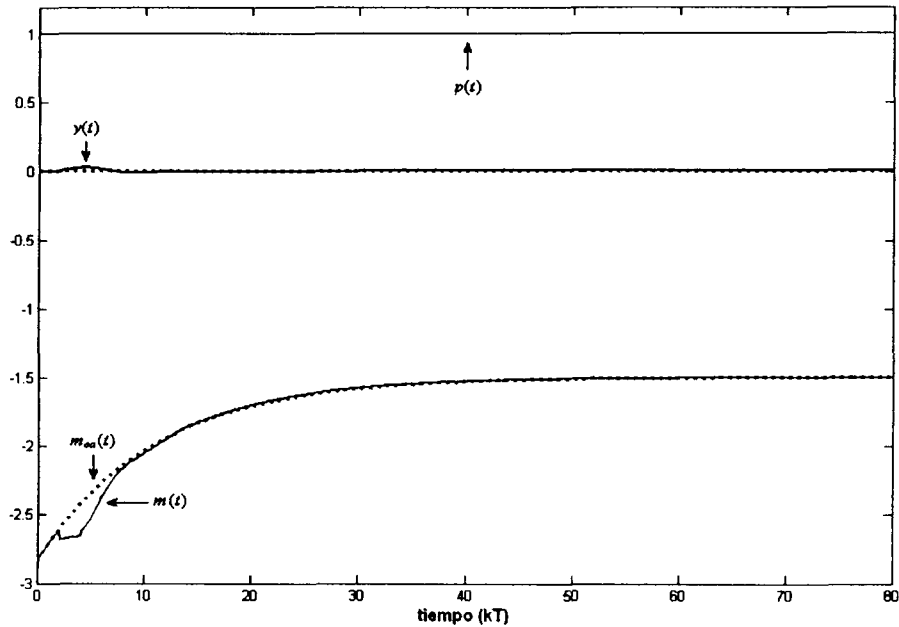


Figure 4.6: Modelo 2 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

Realizamos una segunda iteración, donde solo la τ_{lag} será modificada, los resultados de la nueva estimación están en la tabla 4.7.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 53.4040$
$\tau_{lead} = 21.5517$

Table 4.7: Valores de sintonía del estimador para el modelo 2 en la 2da iteración

Resintonizamos el controlador con estos parámetros. La respuesta con el controlador resintonizado se muestra en la figura 4.7.

Observándolo ante un cambio tipo escalón el IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 1.1626$$

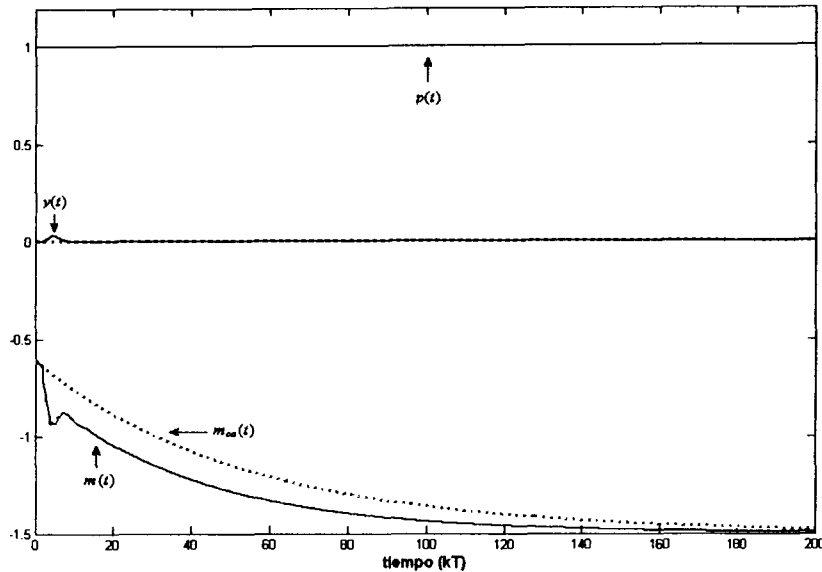


Figure 4.7: Modelo 2 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 2da estimación

lo que representa una reducción del IAE del 78.53% con respecto a lo observado con el controlador retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos, lo que aprecia mejor en la tabla 4.8.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	40	41.0445	33.51
τ_{lead}	20	21.5517	7.7

Table 4.8: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 2 en la 2da estimación

Como se observa en este caso la segunda iteración nos da una mejor estimación que la primera en la que reduce en un orden de 1 a 21, de hecho como se observa en la grafica 4.7, el aporte del controlador retroalimentado es mayor, el IAE aumento y la desviación de τ_{lead} aumento 12.83 veces respecto a la primera iteración, por tanto la primera autosintonía resulto tener una mejor aproximación a al comportamiento deseado, y el aporte del controlador retroalimentado es mínimo comparada con la segunda estimación.

4.1.3 Modelo 3: Procesos con dinámica de G_{pt} igual que la de G_p

Estas son las dinámicas de G_p y G_{pt} propuestas:

$$G_p = \frac{2e^{-2s}}{20s + 1} \quad G_{pt} = \frac{3e^{-2s}}{20s + 1} \quad (4.7)$$

La razón de polo dominante es:

$$FPD = \frac{0.3481}{0.05} = 6.962$$

La grafica 4.8 muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación (ecuación 4.7) tipo escalón en lazo cerrado con control retroalimentado cuya sintonía se expuso anteriormente.

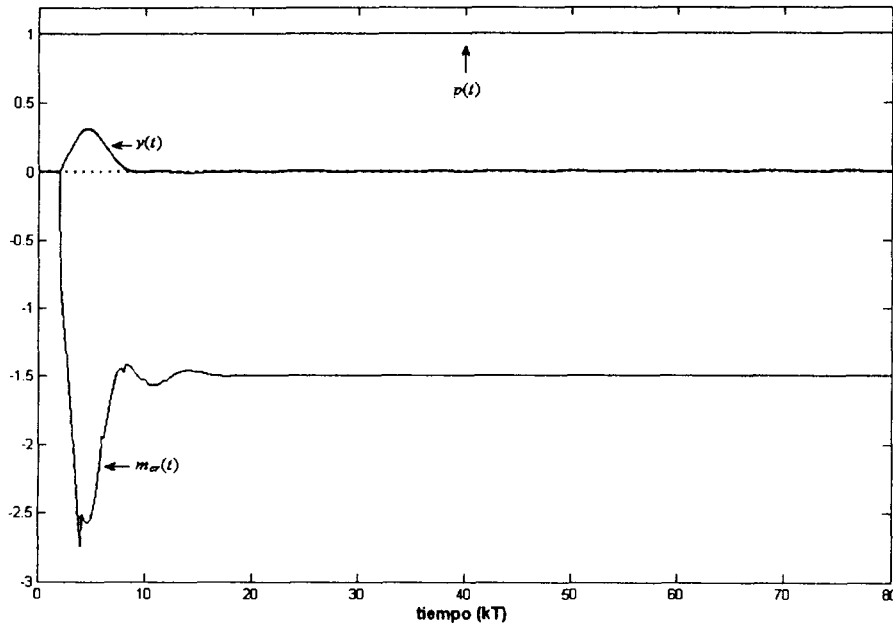


Figure 4.8: Dinámica del Modelo 3 sin antealimentador

La sumatoria del valor absoluto del error (IAE) sin antealimentador ante una perturbación tipo escalón es:

$$\sum |e(k)| = 5.4152$$

Aplicando el algoritmo de autosintonía se obtienen los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado que se muestran en la tabla 4.9.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 3.0814$
$\tau_{lead} = 6.1527$

Table 4.9: Valores de sintonía del estimador para el modelo 3 en la 1ra iteración

Sintonizamos el controlador antealimentado y observamos su dinámica ante un cambio escalón en la perturbación, la respuesta obtenida se muestra en la figura 4.9.

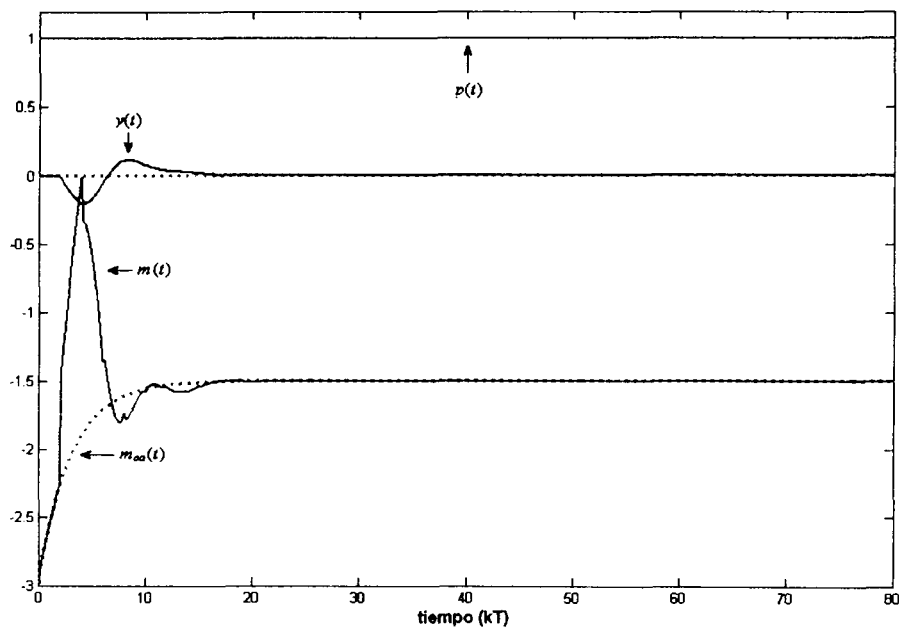


Figure 4.9: Modelo 3 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

El IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 5.4953$$

Como se observa el IAE es menor un 4.26% con respecto a lo observado con el control retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos se aprecian mejor en la tabla 4.10.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	20	3.0814	84.59
τ_{lead}	20	6.1527	69.23

Table 4.10: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 3 en la 1ra estimación

En este caso el IAE no es significativamente menor utilizando el controlador antealimentado, sabemos que el polo dominante no es el de la perturbación, ya que el polo de la perturbación es de: 0.3245, por tanto la razón de polo dominante es: 1.0727, para este caso se esperaba una buena estimación y basandonos únicamente en la poca disminución del IAE se propone utilizar un controlador antealimentado de simple ganancia sintonizado con el parámetro K_{ca} del estimador. La grafica 4.10 nos muestra el comportamiento del sistema con un controlador antealimentado de simple ganancia.

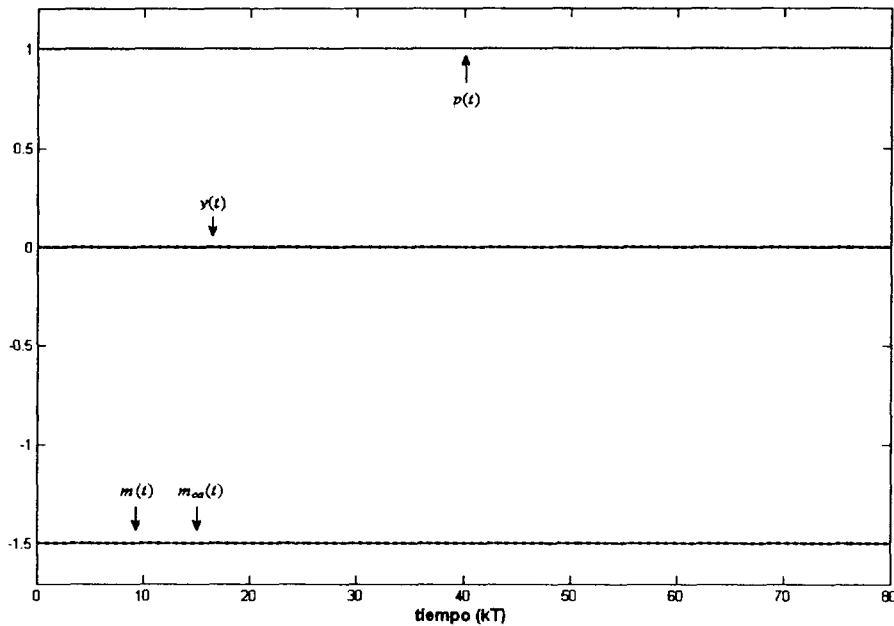


Figure 4.10: Modelo 3 con control antealimentado de simple ganancia sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

Redefinimos la sintonía del controlador antealimentado (Simple Ganancia), y lo observamos ante un cambio tipo escalón, el IAE es ahora de:

$$\sum |e(k)| = 0$$

lo cual demuestra que para este caso un controlador de simple ganancia es el controlador antealimentado óptimo y su sintonía se realizó a partir de los valores estimados.

4.2 Procesos con dinámica de G_{pt} más rápida que la de G_{LC} .

4.2.1 Modelo 4: Procesos con dinámica G_{pt} más rápida que G_p y G_{LC} .

Estas son las dinámicas de G_p y G_{pt} propuestas:

$$G_p = \frac{2e^{-2s}}{20s + 1} \quad G_{pt} = \frac{3e^{-2s}}{2s + 1} \quad (4.8)$$

La razón de polo dominante es:

$$FPD = \frac{0.3481}{0.5} = 0.6962$$

La grafica 4.11 muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación (ecuación 4.8) tipo escalón en lazo cerrado con control retroalimentado cuya sintonía se expuso anteriormente.

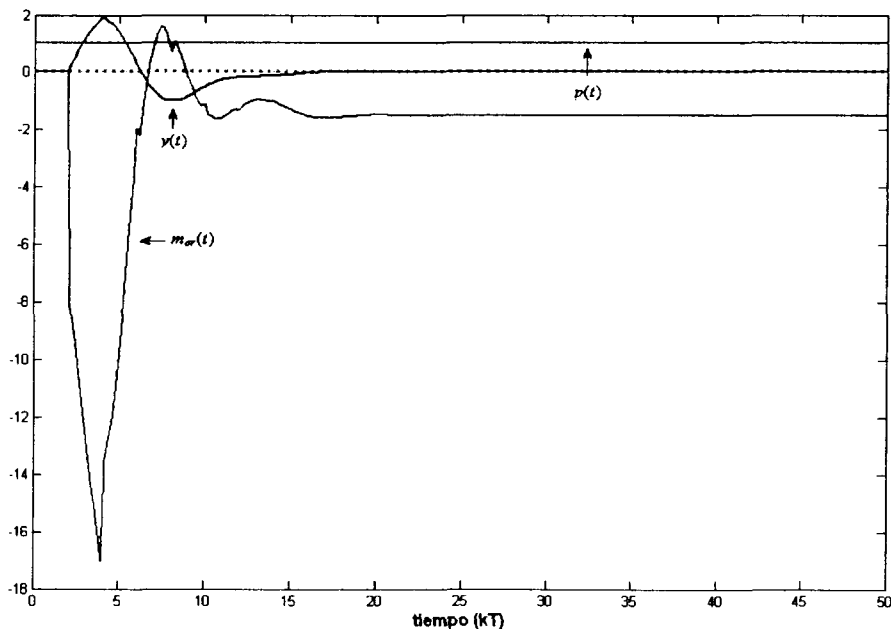


Figure 4.11: Dinámica del Modelo 4 sin antealimentador

La sumatoria del valor absoluto del error (IAE) sin antealimentador ante una perturbación tipo escalón es:

$$\sum |e(k)| = 43.3375$$

Aplicando el algoritmo de autosintonía se obtienen los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado que se muestran en la tabla 4.11.

$K_{pt} = -1.5$
$\tau_{lag} = 2.9929$
$\tau_{lead} = 39.8730$

Table 4.11: Valores de sintonía del estimador para el modelo 4 en la 1ra iteración

Sintonizamos el controlador antealimentado y observamos su dinámica ante un cambio escalón en la perturbación, la respuesta obtenida se muestra en la figura 4.12.

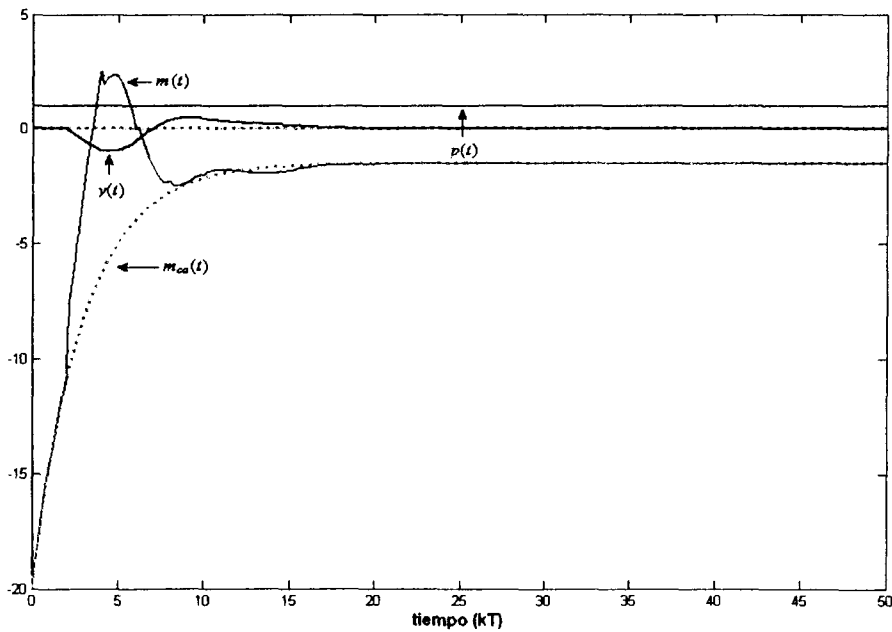


Figure 4.12: Modelo 4 con control antealimentado sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

El IAE es ahora de :

$$\sum |e(k)| = 29.1676$$

Como se observa el IAE es menor un 67.3% con respecto a lo observado con el control retroalimentado únicamente. La diferencia entre los valores de τ_{lag} y τ_{lead} con respecto a los teóricos se aprecian mejor en la tabla 4.12.

	Real	Estimado	Desviación(%)
K_{ca}	-1.5	-1.5	0
τ_{lag}	2	2.9929	49.6
τ_{lead}	20	39.8730	99.36

Table 4.12: Valores reales comparados con los estimados para el modelo 4 en la 1ra estimación

Como se puede observar en este caso el IAE es menor con el controlador antealimentado habilitado, la aportación del controlador retroalimentado aún es importante y la razón de polo dominante es de: 0.6962. Tenemos un caso muy similar (poca disminución del IAE) al anterior por lo que se propone utilizar un controlador de simple ganancia buscando obtener los mismos resultados. La grafica 4.13 nos muestra el comportamiento del sistema.

El controlador de simple ganancia observa un IAE de:

$$\sum |e(k)| = 39.8757$$

La reducción en el IAE es de 7.92%, lo cual demuestra que en este caso un controlador de simple ganancia no es una buena opción de sintonía, el IAE no disminuye mucho con respecto al controlador sintonizado con la primera estimación, además observe que el aporte del controlador retroalimentado es aún mayor con el controlador antealimentado de simple ganancia, este caso no es general, y en algunas ocasiones será ,mejor opción tomar un controlador de simple ganancia, de lo que si podemos estar seguros es que de ser una mejor opción en controlador antealimentado completo el algoritmo estimará la mejor sintonía para este.

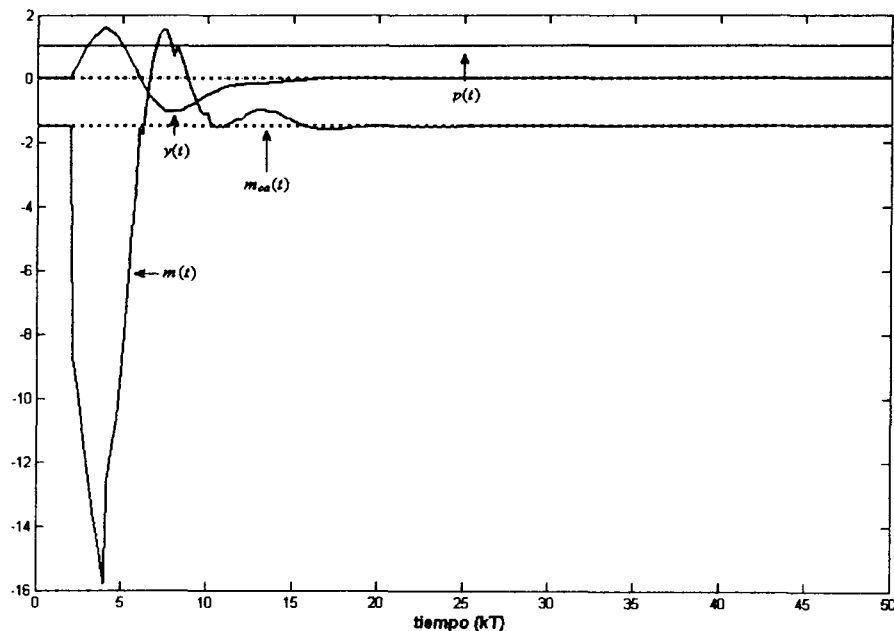


Figure 4.13: Modelo 4 con control antealimentado de simple ganancia sintonizado con parámetros de la 1ra estimación

4.3 Resultados

Como podemos observar este método obtiene desde la primer iteración el menor error en la estimación de los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado, por ser un método numérico requiere que el proceso al menos encuentre una vez su valor de estado estable después de aplicarse la prueba escalón, de no ser alcanzado, el método puede estimar parámetros sesgados, incluso erróneos.

En los procesos rápidos como el del modelo 4, es difícil de indentificar debido a que el polo dominante no es el de la perturbación sino el del lazo cerrado o, como en el caso 3, ambas dinámicas (la del proceso y de la perturbación) se cancelan.

Los resultados demuestran la confiabilidad del método, sin embargo el realizar la estimación iterativa no mejora de forma significativa el rechazo de la perturbación, es decir, la disminución del IAE, sin embargo es posible realizarla con el mismo estimador.

En la tabla 4.13 se muestra la relación entre los modelos propuestos y su IAE. después de utilizar el método numérico para la estimación de los parámetros de sintonía.

IAE ante perturbaciones					
Modelo	Sin G_{ca}	Sólo K_{ca}	Con G_{ca}	2da Iter.	Ultima Iter
Modelo 1	13.7287	8.3542	1.9285	0.8195	No necesaria
Modelo 2	5.4152	5.0956	0.2530	1.1626	No necesaria
Modelo 3	5.7401	0	5.4953	7.1351	No neceraria
Modelo 4	43.3375	39.8751	29.1676	21.0642	20.7739

Table 4.13: Resultados de la estimaciones calculadas por el estimador

De los resultados anteriormente expuestos podemos observar que la 2da iteración solo ofrece mejora para los modelos 1 y 4, sin embargo para los modelos 2 y 3 se vieron afectados de forma adversa en las estimaciones por lo que el error se incremento, si tomamos en consideración que para el modelo 1 la mejora no es significativa con respecto a la primera iteración el beneficio de iterar solo se observará para el modelo 4 que por su dinámica nunca podrá ser cancelado por completo. Lo cual pone en entredicho la factibilidad del estimar de forma iterativa.

Capítulo 5

Conclusiones

Mediante las evaluaciones y simulaciones del método numérico aplicado a los modelos considerados podemos establecer las siguientes conclusiones:

1. Sobre el objetivo del método
 - (a) El método numérico propuesto calcula los parámetros de sintonía para un controlador antealimentado a partir de la manipulación del controlador retroalimentado ante una entrada escalón en la perturbación.
 - (b) El método se puede aplicar completamente en forma automática sin necesidad de interactuar con usuarios expertos.
2. Sobre la eficacia del método:
 - (a) Para modelos con dinámicas de perturbación más lentas que la dinámica en lazo cerrado obtiene parámetros de sintonía muy cercanos a los ideales. El controlador antealimentado resultante logra mejoras en el IAE por factores de 10 a 1 con respecto al controlador retroalimentado.
 - (b) Para dinámicas de perturbación más rápidas que la dinámica en lazo cerrado de antemano sabemos que el estimador no encontrará los parámetros de sintonía óptimos debido a la suposición planteada en el trabajo de Claudia Sanchez [2] y en este trabajo. A pesar de esto el estimador provee de parámetros de sintonía para el controlador antealimentado que mejoran el desempeño obtenido en un controlador retroalimentado de simple ganancia.
3. Sobre la precisión de los parámetros de sintonía con respecto a los ideales
 - (a) Igual que en el método gráfico, la ganancia se obtiene casi exacta desde la primera estimación si se deja que el proceso alcance al menos el 98% de la respuesta total.
 - (b) La estimación de los parámetros de sintonía: τ_{lag} y τ_{lead} dependen del polo dominante en el sistema. Cuando la dinámica de la perturbación es más rápida que la de lazo cerrado el estimador obtendrá una τ_{lag} muy cercano al inverso de la parte real del polo dominante en lazo cerrado.

- (c) En los casos de dinámica mas lenta que la de lazo cerrado (modelos 1 y 2) los parámetros de sintonía del controlador antealimentado completo demostró tener un mejor desempeño, tal y como se esperaba.
- (d) En los casos de dinámica más rápida que la de lazo cerrado (modelo 4), del cual no se esperaba una buena estimación de los parámetros de sintonía, la estimación de los parámetros de sintonía para el controlador antealimentado demostrarán mejorar el desempeño del sistema comparado con un controlador retroalimentado e incluso fue superior que un controlador antealimentado de simple ganancia que es el recomendable en estos casos.
- (e) En el caso en el cual ambas dinámicas se cancelan (modelo 3), los parámetros de sintonía que se obtienen son los del lazo cerrado, sin embargo entre estos parámetros también se obtiene la sintonía de un controlador de simple ganancia que logra la cancelación del efecto de la perturbación en el sistema.
- (f) Aunque el método numérico fue diseñado pensando en el ruido proveniente de las mediciones y evita que el uso del logaritmo como herramienta de linealización afecte las estimaciones al encontrar magnitudes negativas es necesario al menos obtener el 98% de la respuesta total del sistema, si está no se obtiene, el estimador no calculará los parámetros correctos que permitan sintonizar al controlador antealimentado, es por ello que es importante observar estos requisitos cuando se ejecute el algoritmo de autosintonía. Evitar el ruido en las mediciones, filtrar la señal y tomar datos que alcancen el 98% del valor de estado estable aumenta considerablemente la precisión del estimador.

Modelo	Real			Estimado ¹		
	K	τ_{lag}	τ_{lead}	K	τ_{lag}	τ_{lead}
Modelo 1	-1.5	10	20	-1.5	9.0809	20.4642
Modelo 2	-1.5	40	20	-1.5	41.0445	21.5517
Modelo 3	-1.5	20	20	-1.5	3.0814	6.1522
Modelo 4	-1.5	2	20	-1.5	2.9929	39.8730

Table 5.1: Comparación de los resultados estimados con respecto a los reales

En general el algoritmo numérico se desempeña bien en condiciones simuladas y considera aquellas situaciones que se pueden presentar en procesos reales (ruido), obtiene con mayor precisión los parámetros de sintonía que los obtenidos mediante el método grafico del trabajo anterior, incluso en aquellos casos en la que la dinámica de la perturbación es más rápida que la dinámica de lazo cerrado y en los cuales no se esperaba una mejora en el desempeño del control. En ocasiones se pueden obtener

parámetros de sintonía que mejoran el desempeño del control para casos en los que la literatura recomienda el uso de un controlador antealimentado de simple ganancia.

El método numérico es viable como estrategia de control basada en PC o en controladores que acepten codificación en lenguajes de alto nivel, por tanto es factible su empleo de forma comercial; además la identificación y sintonización se hacen a partir de la dinámica en lazo cerrado del sistema retroalimentado ante un cambio tipo escalón en la perturbación, haciendo posible su empleo en aquellos procesos que no permiten la elaboración de pruebas de sintonía en lazo abierto.

El uso del algoritmo de forma iterativa es posible, y en algunos casos logra una mejora con respecto a la estimación anterior del mismo aunque no se espera sea significativa, sin embargo el iterar también puede tener un efecto adverso con respecto a la estimación anterior por lo que se concluye que el uso del estimador de forma iterativa no es recomendable.

Si la estimación no mejora de forma significativa el rechazo de la perturbación se debe considerar el uso de un controlador de simple ganancia, del cual se tiene el parámetro de sintonía del mismo estimador.

Se logra obtener estimación muy cercana a la real, desde su primer estimación, en la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos mediante el estimador de parámetros de autosintonía con respecto a los resultados obtenidos mediante el análisis gráfico de la respuesta en lazo cerrado del sistema, bajo los mismos criterios de evaluación y con los mismos modelos.

Modelo	Sintonización Gráfica			Sintonización Numérica ²		
	Sin G_{ca}	Sólo K_{an}	G_{ca} Último ³	Sin G_{ca}	Sólo K_{an}	G_{ca} Último
Modelo 1	35	20.9801	1.1656	13.7287	8.3542	1.9285
Modelo 2	15.8354	13.9825	1.1315	5.4152	5.0956	0.2530
Modelo 3	16.7349	0	0.1808	5.7401	0	5.4953
Modelo 4	80.0786	71.4093	28.59	43.3375	39.8751	29.1676

Table 5.2: Tabla comparativa de los resultados obtenidos mediante los dos métodos

5.1 Trabajos futuros

Del trabajo anteriormente expuesto se siguieren las siguientes investigaciones

1. LA validación del método en procesos reales.
2. El empleo del estimador para desacoplar variables en procesos multivariables.

A. Código del Método Numérico

%Programa para calcular los parametros de sintonizacion de un controlador
%antealimentado. Version del metodo #2 del algoritmo 23/08/04 para el caso rapido
y lento.

```

TP=find(P==0);
v=isempty(TP);
if v==1;
    TP=0;
else
    TP=length(TP);
end;
TM=find(Mcrs==0);          % Determina el Tiempo Muerto del LC a partir de la
respuesta (TM).
TM=length(TM);
TM=TM+1;                  % Ajuste del vector para MATLAB
LT1=length(Tn);
ESS=Mcrs(LT1,1);          % Asigna el valor de estado estable (ESS)
Mp=P(LT1,1);              % Extrae la magnitud de la Perturbacion.
[maxMcrs,pmax]=max(abs(Mcrs));
[vy,ji]=max(Y);
s=sum(Mcrs);
s=s/abs(s);                % Establece el signo de la manipulacion
Ess=log(Mcrs(LT1,1));
Ess=real(Ess);
if abs(maxMcrs) > abs(ESS);    % Determina el tamaño del vector a identificar
    Essrap=ESS*1.02;
    Esslent=ESS*0.98;
    rap=1;
else
    Esslent=ESS*0.98;
    rap=0;
end;
LT1=LT1-1;
Lk=zeros(LT1,1);
for i=TM:LT1;              % Ciclo para obtener el vector lk
    Mcr(i,1)=Mcrs(i,1)-ESS;
    Lk(i,1)=log(Mcr(i,1));
end;
Lk=real(Lk);

```

```

jf=0;
jf3=0;
flag1=1;
if rap==0;           % Ciclo de busqueda para determinar el ultimo dato a incluir en
el estimador
  for i=LT1:-1:ji;
  if abs(Mcrs(i,1)) > abs(Esslent) & flag1==1;
  jf3=jf3+1;
  flag1=1;
  else
  flag1=0;
  end;
  end;
  jf=LT1-jf3+1;
end;
flag2=1;
flag3=1;
jf1=0;
jf2=0;
if rap==1;
  for i=LT1:-1:ji;
  if abs(Mcrs(i,1)) < abs(Essrap)& flag2==1;
  jf1=jf1+1;
  else
  flag2=0;
  end;
  end;
  jf1=LT1-jf1+1;
  for i=LT1:-1:ji;
  if abs(Mcrs(i,1)) > abs(Esslent)& flag3==1;
  jf2=jf2+1;
  else
  flag3=0;
  end;
  end;
  jf2=LT1-jf2+1;
  if jf1 > jf2;           % Asignacion de la poscicion del ultimo dato a incluir (jf)
  jf=jf1;
  else
  jf=jf2;
  end;
end;
temp=ji;

```

```

mlk=jf-ji;
T=zeros(mlk,1);
for i=1:mlk;
    lk(i,1)=Lk(ji,1);
    T(i,1)=Tn(ji,1);
    ji=ji+1;
end;
ji=temp;
for i=1:mlk;          % Ciclo para obtener el vector klk
    klk(i,1)=lk(i,1)*T(i,1);
end;
for i=1:mlk;          % Ciclo para obtener el vector k
    k(i,1)=T(i,1);
end;
for i=1:mlk;          % Ciclo para obtener el vector k2
    k2(i,1)=(k(i,1))^2;
end;
sumlk=sum(lk);
sumklk=sum(klk);
sumk=sum(k);
sumk2=sum(k2);
n=0.2;                % Asignacion del tiempo de muestreo
lo=((sumk*sumklk)-(sumlk*sumk2))/(sumk^2-((jf-ji)*sumk2));    % Formula para
obtener lo
Yo=exp(lo);
a=((sumk*lo)-sumklk)/(sumk2)          % Formula para obtener a
Tlag=1/a;
Yo=Yo*s;
if abs(maxMcrs) > abs(ESS)
    yo=ESS+Yo;
    gs=1;
else
    yo=ESS-Yo;
    gs=-1;
end;
Kan=(ESS/Mp);          % Estima la ganancia del antealimentado (Kan)
Tlead=(yo*Tlag)/(Mp*Kan);          % Estima el tiempo de adelanto en el anteali-
mentado
lkp=zeros(LT1,1);
Mcrp=zeros(LT1,1);
for i=1:(LT1-TM);      % Calculos para graficar la estimacion
    lkp((TM-1+i),1)=lo-(a*n*i);
    Mcrp((TM-1+i),1)=((Yo*gs)*exp(-(Tn(i,1))/Tlag));

```

```

end;
LT2=LT1+1;
Mcrp(LT2,1)=Mcrp(LT1,1);
Mcr(LT2,1)=Mcr(LT1,1);
Lk(LT2,1)=Lk(LT1,1);
lkp(LT2,1)=lkp(LT1,1);
figure(1);
subplot(1,2,1), plot(T,lk,'k');
title('Respuesta a identificar'); xlabel('tiempo(t)'); ylabel('Y(s)');
subplot(1,2,2), plot(Tn,Mcr,'r',Tn,Mcrp,'b');
title('Comportamiento lead/lag estimado (azul) vs real (rojo)'); xlabel('tiempo(t)'); yla-
bel('Y(s)');
TM=((TM-1)*n)-n;
disp('El escalon en la perturbacion se aplico en el tiempo= '), disp(TP);
disp('Tiempo muerto en LC= '); disp(TM);
disp('Ganancia de antealimentado= '), disp(Kan);
disp('Tlag= '); disp(Tlag);
disp('Tlead= '); disp(Tlead);
yo

```

B. Ganancia estática de estado estable de un FT

Consideremos una función de transferencia de $G_p(s)$ a la cual se le aplica una entrada escalón $U(s) = \frac{A}{s}$. La respuesta será:

$$Y(s) = G_p(s) \cdot \frac{A}{s} \quad (\text{B.1})$$

Si el sistema es estable entonces:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_p(s) \frac{A}{s} \quad (\text{B.2})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = G(0)A \quad (\text{B.3})$$

Observe que al cambiar la referencia de 0 a A la respuesta cambia de 0 a $AG_p(0)$ en estado estable. Por esta razón a $G_p(0)$ se le conoce como ganancia estática o de estado estable de $G_p(s)$.

Considere la función de transferencia de lazo cerrado de un sistema de orden 1 o superior como en el apartado anterior. Su función de transferencia de lazo cerrado es:

$$G_{LC} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (\text{B.4})$$

Y su función de transferencia en lazo abierto es:

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)} \quad (\text{B.5})$$

Asumiendo que $H(s) = 1$ como en nuestro sistema de estudio tenemos:

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)} \quad (\text{B.6})$$

$$G_{LC} = \frac{\frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}}{1 + \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}} \quad (\text{B.7})$$

$$G_{LC} = \frac{\frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}}{\frac{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1) + K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}} \quad (\text{B.8})$$

$$G_{LC} = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1) + K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)} \quad (\text{B.9})$$

Y por el teorema de valor final tenemos que ante una entrada escalón:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_p(s) \frac{A}{s} \quad (\text{B.10})$$

y finalmente:

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= G_{LC}(0)A \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= 1 \cdot A\end{aligned}\tag{B.11}$$

Lo que demuestra que un sistema tipo 1 o superior tendrá una ganancia de estado estable igual a la unidad.

C. Tablas de sintonía

A continuación se listan las fórmulas de sintonía

Proporcional - Integral - Derivativo		
ISE	IAE	ITAE
$K_c = \frac{1.495}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.945}$	$K_c = \frac{1.495}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.921}$	$K_c = \frac{1.357}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.947}$
$\tau_i = \frac{\tau}{1.101} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.771}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.878} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.749}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.842} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.738}$
$\tau_d = 0.560 \cdot \tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{1.006}$	$\tau_d = 0.482 \cdot \tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{1.137}$	$\tau_d = 0.381 \cdot \tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.995}$

Table 5.3: Fórmulas para sintonía por Criterios Integrales para Cambios en Perturbación para un PID

Proporcional - Integral - Derivativo	
IAE	ITAE
$K_c = \frac{1.086}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.869}$	$K_c = \frac{0.965}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.855}$
$\tau_i = \frac{\tau}{0.74 - 0.130 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.796 - 0.147 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$
$\tau_d = 0.348 \cdot \tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.914}$	$\tau_d = 0.308 \cdot \tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.9292}$

Table 5.4: Fórmulas para sintonía por Criterios Integrales para Cambios en Referencia para un PID

Bibliografía

- [1] Amström Karl J. Björn Wittenmark. Computer-Controlled systems: Theory and design. Prentice Hall, 1997.
- [2] Claudia M. Sánchez Cázares. Tesis: Sintonización de antealimentación basado en la respuesta de controlador retroalimentado. ITESM Campus Monterrey, Enero 2003.
- [3] Enso Ikonen Kaddour Najim. Advanced process identification and control. Marcel Dekker, 2002.
- [4] Jorge Limón Robles. Material de clase en materia de Control Digital Avanzado. ITESM Campus Monterrey, 2003.
- [5] Luis Manuel Lopez Manrique. Tesis: Desarrollo de antealimentación adaptable en un controlador PID digital. ITESM Campus Monterrey, 1995.
- [6] Katsuiiko Ogata. Modern Control Engineering. Prentice Hall, 4th edition, 2002.
- [7] Ramiro Cesar Tijerina Gonzalez. Tesis: Nuevas propuestas para la indentificación automática de procesos de primer orden por el método del relevador. ITESM Campus Monterrey, Diciembre 1999.
- [8] Jorge Limón Robles y Elvira Niño Juárez. Manual de prácticas del Laboratorio de control de procesos. ITESM Campus Monterrey, 2002.

Centro de Información-Biblioteca



30002006529283