

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY

DIVISIÓN DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA



DESARROLLO DE UN SIMULADOR CINEMÁTICO PARA UN
ROBOT TIPO INSECTO

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE

MAESTRO EN CIENCIAS

ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA

CARLOS ALBERTO BERARDI GONZÁLEZ

MAYO DEL 2001

©Carlos Alberto Berardi González. 2001.

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY

DIVISIÓN DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la presente tesis del
Ing. Carlos Alberto Berardi González sea aceptada como requisito
parcial para obtener el grado académico de Maestro en Ciencias con
especialidad en:

INGENIERÍA MECÁNICA

Comité de Tesis:

Dr. Horacio Martínez Alfaro
Asesor de la tesis

M. C. Octavio E. Herrera Giammattei
Sinodal

M. C. Jesús Santana Blanco
Sinodal

APROBADO

Dr. Federico Viramontes Brown
Director del Programa de Graduados en Ingeniería

Mayo del 2001

A mis padres, Carlos y Olga Elvia.

A mis abuelos, Jesús (†) y Consuelo.

A mi hermana, Olga Alicia.

Reconocimientos

Agradezco al Dr. Horacio Martínez Alfaro, mi asesor, por el apoyo y dedicación que me brindó para la realización de esta tesis.

A mis sinodales: M. C. Octavio E. Herrera Giammattei y M. C. Jesús Santana Blanco, por su apoyo y sugerencias.

Al Departamento de Ingeniería Mecánica del ITESM, Campus Monterrey, por su confianza y apoyo para estudiar esta Maestría en Ciencias.

A mis compañeros y amigos de estudio y trabajo: Armando, Dan, Ricardo, Manuel, Jesús, Ismael y Blanca. Por todos los momentos compartidos.

A mis compañeros y amigos de generación de IMA 1998, por apoyarme durante mis estudios de posgrado.

A mis amigos Andrés, Luis y Roberto, por apoyarme incondicionalmente en la realización de esta tesis.

CARLOS ALBERTO BERARDI GONZÁLEZ

*Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Mayo del 2001*

Desarrollo de un Simulador Cinemático para un Robot tipo Insecto

Carlos Alberto Berardi González, M. C.
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2001.

Asesor de la tesis: Dr. Horacio Martínez Alfaro.

En esta tesis se desarrolla un simulador gráfico, flexible, interactivo y sistemático para evaluar patrones de movimiento predeterminados en un robot tipo insecto mediante cinemática directa utilizando la representación de Denavit-Hartenberg; estos patrones a su vez se generan mediante etapas de movimiento que hacen que cada articulación pase de un valor articular a otro mediante una interpolación de splines cúbicos.

En función del detalle con que se planteen las etapas de movimiento puede presentarse un pequeño error al mantener los puntos de contacto con el suelo fijos durante la interpolación entre etapas; sin embargo, este error es independiente del funcionamiento del simulador en sí.

Adicionalmente el simulador cuenta con un módulo de análisis dinámico para evaluar las fuerzas y pares mínimos necesarios para efectuar el movimiento al considerar que el robot se encuentra fijo o “flotado” en el espacio, es decir, la base carga con el peso de todas las patas. Para corregir esto es necesario replantear el algoritmo de Lagrange-Euler utilizado en este módulo.

Índice General

1	Introducción	1
1.1	Historia de la robótica	1
1.2	Morfología del robot tipo insecto	1
1.3	Justificación	2
1.4	Hipótesis	2
1.5	Objetivo general	2
2	Localización de sólidos en el espacio	5
2.1	Descripción general de la herramienta matemática a utilizar	5
2.2	Descripción de las coordenadas y matrices homogéneas	5
2.3	Uso de las matrices homogéneas de transformación	6
2.3.1	Traslación	6
2.3.2	Rotación	7
2.3.3	Traslación y rotación	7
2.3.4	Interpretación de las matrices homogéneas de transformación	8
3	Cinemática del robot	11
3.1	Descripción general	11
3.2	Representación de Denavit-Hartenberg	12
3.2.1	Algoritmo de Denavit-Hartenberg	13
3.2.2	Determinación de los parámetros de Denavit-Hartenberg para el robot tipo insecto	14
3.3	Interpolación de movimiento utilizando splines cúbicos	18
3.3.1	Formulación de ecuaciones para la interpolación mediante splines cúbicos	19
3.3.2	Solución del sistema de ecuaciones para la interpolación mediante splines cúbicos	22
3.4	Determinación del ángulo θ_3 para mantener el punto de contacto fijo	23
3.5	Determinación del ángulo θ_2 para mantener avance constante entre patas	24
3.6	Generación de los patrones ejemplo de movimiento	25
3.6.1	Patrón de movimiento 0 - posición inicial	27
3.6.2	Patrón de movimiento 1 - camina sobre suelo horizontal	27
3.6.3	Patrón de movimiento 2 - sube escaleras	30
3.6.4	Patrón de movimiento 3 - baja escaleras	45
3.6.5	Patrón de movimiento 4 - da vuelta a la izquierda	59

4	Análisis dinámico	63
4.1	Descripción general	63
4.2	Formulación de Lagrange	64
4.2.1	Algoritmo de Lagrange-Euler	64
4.2.2	Determinación de los parámetros dinámicos del robot tipo insecto	66
5	Desarrollo del simulador	69
5.1	OpenGL ^{MR}	69
5.1.1	Descripción general de OpenGL ^{MR}	69
5.1.2	Utilización de OpenGL ^{MR} para esta tesis	69
5.1.3	Vectores de origen y terminación de cada cuerpo para cada pata del robot	71
5.2	Interacción disponible para el usuario	72
5.3	Programación del simulador	73
5.3.1	Lenguaje de programación	73
5.3.2	Archivos adicionales	73
6	Resultados	75
6.1	Resultados de la simulación cinemática de los patrones ejemplo de movimiento	75
6.1.1	Patrón 0 - posición inicial	75
6.1.2	Patrón 1 - camina sobre suelo horizontal	77
6.1.3	Patrón 2 - sube escaleras	80
6.1.4	Patrón 3 - baja escaleras	82
6.1.5	Patrón 4 - da vuelta a la izquierda	84
6.2	Resultados del módulo de análisis dinámico	87
6.2.1	Patrón 0 - posición inicial	87
6.2.2	Patrón 1 - camina sobre suelo horizontal	91
6.2.3	Patrón 2 - sube escaleras	94
6.2.4	Patrón 3 - baja escaleras	97
6.2.5	Patrón 4 - da vuelta a la izquierda	100
7	Conclusiones y trabajo futuro	103
7.1	Conclusiones	103
7.2	Trabajo futuro	103
A	Contenido del disco compacto	105
B	Archivos de datos de entrada	107
B.1	Archivo dh_input.txt	107
B.2	Archivo inercia_input.txt	108
C	Licencia para el público en general GNU	115

Índice de Figuras

1.1	Diagrama idealizado del robot tipo insecto a simular.	3
2.1	Sistema $O'UVW$ trasladado a partir de $OXYZ$	7
2.2	Sistema $O'UVW$ rotado a partir de $OXYZ$	8
3.1	Cinemática inversa y directa.	11
3.2	Significado físico de los parámetros de Denavit-Hartenberg.	12
3.3	Diagrama idealizado del robot tipo insecto a simular con numeración de patas.	15
3.4	Acercamiento de la <i>pata 1</i> , vista 1.	15
3.5	Acercamiento de la <i>pata 1</i> , vista 2.	16
3.6	Diagrama idealizado de la <i>pata 1</i> con ejes coordenados y numeración de articulaciones.	17
3.7	Diagrama idealizado de la <i>pata 1</i> con numeración de cuerpos y longitud de eslabones.	17
3.8	Gráfica ejemplo para interpolación en subintervalos mediante splines cúbicos.	19
3.9	Diagrama de flujo generalizado con las operaciones a seguir en el simulador.	26
3.10	Diagrama esquemático para determinar el avance angular de cada pata al dar vuelta a la izquierda alrededor de un eje de giro.	59
4.1	Dinámica inversa y directa.	64
5.1	Diagrama de flujo generalizado de la subrutina de dibujo.	70
6.1	Simulación del patrón 0, vista 1.	75
6.2	Simulación del patrón 0, vista 2.	76
6.3	Simulación del patrón 0, vista 3.	76
6.4	Simulación del patrón 1, vista 1.	77
6.5	Simulación del patrón 1, vista 2.	78
6.6	Simulación del patrón 1, vista 3.	78
6.7	Simulación del patrón 1, vista 4.	79
6.8	Simulación del patrón 2, vista 1.	80
6.9	Simulación del patrón 2, vista 2.	80
6.10	Simulación del patrón 2, vista 3.	81
6.11	Simulación del patrón 2, vista 4.	81
6.12	Simulación del patrón 3, vista 1.	82
6.13	Simulación del patrón 3, vista 2.	82
6.14	Simulación del patrón 3, vista 3.	83

6.15	Simulación del patrón 3, vista 4.	83
6.16	Simulación del patrón 4, vista 1.	84
6.17	Simulación del patrón 4, vista 2.	85
6.18	Simulación del patrón 4, vista 3.	85
6.19	Simulación del patrón 4, vista 4.	86
6.20	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 1.	87
6.21	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 2.	88
6.22	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 3.	88
6.23	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 4.	89
6.24	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 5.	89
6.25	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 6.	90
6.26	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 1.	91
6.27	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 2.	91
6.28	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 3.	92
6.29	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 4.	92
6.30	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 5.	93
6.31	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 6.	93
6.32	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 1.	94
6.33	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 2.	94
6.34	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 3.	95
6.35	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 4.	95
6.36	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 5.	96
6.37	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 6.	96
6.38	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 1.	97
6.39	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 2.	97
6.40	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 3.	98
6.41	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 4.	98
6.42	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 5.	99
6.43	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 6.	99
6.44	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 1.	100
6.45	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 2.	100
6.46	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 3.	101
6.47	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 4.	101
6.48	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 5.	102
6.49	Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 6.	102

Índice de Tablas

3.1	Parámetros de Denavit-Hartenberg para todas las patas del robot tipo insecto.	16
3.2	Longitud de los eslabones de las patas.	16
3.3	Ángulo θ_1 para las 6 patas del robot tipo insecto.	18
3.4	Patrón 0 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	27
3.5	Patrón 1, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	28
3.6	Patrón 1, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	28
3.7	Patrón 1, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	29
3.8	Patrón 1, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	29
3.9	Definición de variables auxiliares para el patrón de movimiento 2.	30
3.10	Patrón 2, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	31
3.11	Patrón 2, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	31
3.12	Patrón 2, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	32
3.13	Patrón 2, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	32
3.14	Patrón 2, etapa 5 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	32
3.15	Patrón 2, etapa 6 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	32
3.16	Patrón 2, etapa 7 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	33
3.17	Patrón 2, etapa 8 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	33
3.18	Patrón 2, etapa 9 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	33
3.19	Patrón 2, etapa 10 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	33
3.20	Patrón 2, etapa 11 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	34
3.21	Patrón 2, etapa 12 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	34
3.22	Patrón 2, etapa 13 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	34
3.23	Patrón 2, etapa 14 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	34
3.24	Patrón 2, etapa 15 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	35
3.25	Patrón 2, etapa 16 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	35
3.26	Patrón 2, etapa 17 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	35
3.27	Patrón 2, etapa 18 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	36
3.28	Patrón 2, etapa 19 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	36
3.29	Patrón 2, etapa 20 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	36
3.30	Patrón 2, etapa 21 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	36
3.31	Patrón 2, etapa 22 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	37
3.32	Patrón 2, etapa 23 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	37
3.33	Patrón 2, etapa 24 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	37
3.34	Patrón 2, etapa 25 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	37
3.35	Patrón 2, etapa 26 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	38

3.80	Patrón 3, etapa 20 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	50
3.81	Patrón 3, etapa 21 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	50
3.82	Patrón 3, etapa 22 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	51
3.83	Patrón 3, etapa 23 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	51
3.84	Patrón 3, etapa 24 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	51
3.85	Patrón 3, etapa 25 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	51
3.86	Patrón 3, etapa 26 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	52
3.87	Patrón 3, etapa 27 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	52
3.88	Patrón 3, etapa 28 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	52
3.89	Patrón 3, etapa 29 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	52
3.90	Patrón 3, etapa 30 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	53
3.91	Patrón 3, etapa 31 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	53
3.92	Patrón 3, etapa 32 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	53
3.93	Patrón 3, etapa 33 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	53
3.94	Patrón 3, etapa 34 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	54
3.95	Patrón 3, etapa 35 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	54
3.96	Patrón 3, etapa 36 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	54
3.97	Patrón 3, etapa 37 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	55
3.98	Patrón 3, etapa 38 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	55
3.99	Patrón 3, etapa 39 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	55
3.100	Patrón 3, etapa 40 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	56
3.101	Patrón 3, etapa 41 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	56
3.102	Patrón 3, etapa 42 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	56
3.103	Patrón 3, etapa 43 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	56
3.104	Patrón 3, etapa 44 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	57
3.105	Patrón 3, etapa 45 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	57
3.106	Patrón 3, etapa 46 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	57
3.107	Patrón 3, etapa 47 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	57
3.108	Patrón 3, etapa 48 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	58
3.109	Patrón 3, etapa 49 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	58
3.110	Patrón 3, etapa 50 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	58
3.111	Definición de variables auxiliares para el patrón de movimiento 4.	60
3.112	Patrón 4, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	61
3.113	Patrón 4, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	61
3.114	Patrón 4, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	61
3.115	Patrón 4, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.	61
4.1	Posición del centro de masa de los eslabones en todas las patas del robot tipo insecto.	67
4.2	Configuración física de los eslabones de cada una las patas.	67
5.1	Vectores de origen y terminación iniciales de cada cuerpo para todas las patas.	71

Capítulo 1

Introducción

1.1 Historia de la robótica

Cada vez es mayor la cantidad de procesos (industriales y científicos) llevados a cabo mediante dispositivos electromecánicos que realizan una función específica; en ocasiones, estas tareas son de naturaleza repetitiva o peligrosa, por lo que es conveniente lograr programar en el dispositivo los pasos o movimientos a efectuar para asegurar que la tarea se lleve a cabo de manera efectiva y segura.

Una opción que ha tomado gran auge desde hace varios años es el uso de dispositivos reprogramables, donde es relativamente sencillo modificar los pasos o movimientos a efectuar para mover materiales, partes, herramientas o al dispositivo en sí. Esto es en general un robot.

La palabra *robot* fue usada por primera vez en 1921, cuando el escritor Karel Capek (Checoslovaquia) presentó su obra *Rossum's Universal Robot (R.U.R.)*. Su origen es la palabra *robota*, que significa *trabajo realizado de manera forzada*. Los robots de *R.U.R.* servían a sus amos humanos realizando tareas físicas.

Otro nombre dado a ciertos tipos de dispositivos es *autómata*, que se refiere a aquellos que imitan la figura y movimiento de un ser vivo [1].

1.2 Morfología del robot tipo insecto

Un robot tipo insecto puede visualizarse estructuralmente como una base unida a cadenas articuladas abiertas (en este caso las patas del robot), es decir, cadenas de eslabones rígidos unidos entre sí mediante articulaciones de revoluta o de traslación, cuyo extremo final se encuentra libre; el movimiento de las patas o cadenas articuladas abiertas es lo que moviliza al robot.

El movimiento relativo que puede ocurrir en cada articulación de una pata es llamado *grado de libertad*, y la suma de éstos representa los grados de libertad de la pata completa, es decir, que tan flexible es para llegar a una posición y orientación deseada; el movimiento de cada articulación se realiza mediante actuadores, sensores, transmisiones y sistemas de control.

1.3 Justificación

El uso de robots tipo insecto se ha incrementado tanto en la industria (movilización de material) como en ámbitos científicos (exploración de terreno extraterrestre), siendo su principal atractivo el que pueden adaptarse a diferentes tipos de terreno con facilidad.

El control cinemático de un robot de este tipo comúnmente es particular, es decir, no se hace de una manera sistemática válida para cualquier robot tipo insecto; el mismo movimiento global se puede obtener considerando que el robot está compuesto de cadenas articuladas abiertas independientes unidas a una base común, para las cuales existen algoritmos de análisis sistemáticos ampliamente utilizados.

1.4 Hipótesis

Es posible controlar la cinemática de un robot tipo insecto de manera sistemática al considerar que cada pata es una cadena articulada abierta, para las cuales existen algoritmos sistemáticos como la representación de Denavit-Hartenberg, que sirve para representar la posición y orientación de un cuerpo en el espacio a partir de sistemas de coordenadas locales en cada cuerpo de una cadena articulada.

1.5 Objetivo general

Desarrollar un simulador computacional gráfico que sea flexible, sistemático e interactivo para visualizar diversos patrones de movimiento predeterminados en un robot tipo insecto (Figura 1.1) compuesto por cadenas articuladas independientes unidas a una base común, donde adicionalmente sea posible efectuar un análisis dinámico sencillo (considerando condiciones ideales para todos los componentes, así como que la base del robot está fija o “flotada” en el espacio, es decir, la base carga con el peso de las patas) para determinar las fuerzas y pares mínimos necesarios que los actuadores en las articulaciones deben ejercer.

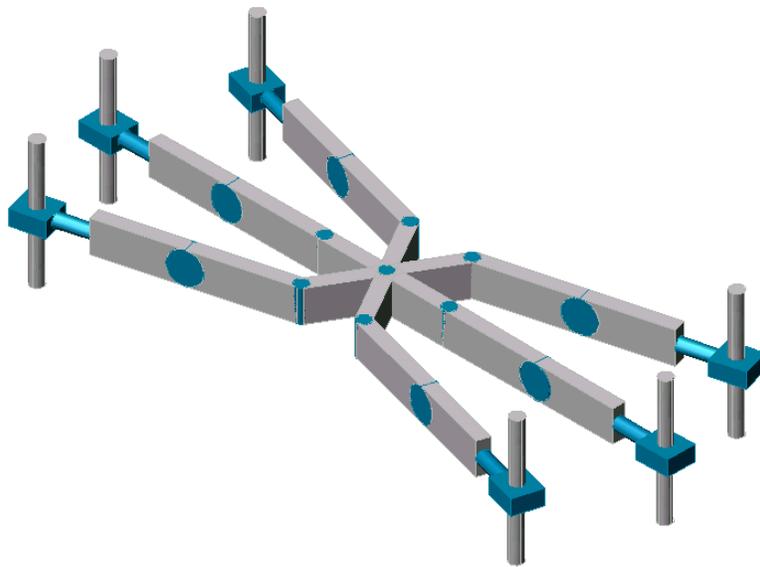


Figura 1.1: Diagrama idealizado del robot tipo insecto a simular.

Capítulo 2

Localización de sólidos en el espacio

2.1 Descripción general de la herramienta matemática a utilizar

Para llevar a cabo la simulación descrita en la Sección 1.5 es necesario hacer uso de una herramienta matemática que logre representar la localización espacial (posición y orientación) de un objeto de manera eficaz.

2.2 Descripción de las coordenadas y matrices homogéneas

La representación mediante coordenadas homogéneas de la localización de sólidos en un espacio n -dimensional se realiza a través de coordenadas de un espacio $(n+1)$ -dimensional, de tal manera que un vector $\mathbf{r}(x, y, z)$ es representado mediante un vector $\mathbf{r}(wx, wy, wz, w)$, donde w tiene un valor arbitrario no nulo y representa un factor de escala; así un vector $\mathbf{r} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$, donde \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} son los vectores unitarios de los ejes OX , OY y OZ del sistema de referencia $OXYZ$ (sistema cartesiano), se representa en coordenadas homogéneas mediante (Ecuación 2.1) [1, 2]

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

A partir de la definición propuesta en la Ecuación 2.1 se presenta la matriz homogénea de transformación (una matriz de 4×4), que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro (Ecuación 2.2) [1, 2].

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{p}_{3 \times 1} \\ \mathbf{f}_{1 \times 3} & \mathbf{w}_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{Rotación} & \textit{Traslación} \\ \textit{Perspectiva} & \textit{Escalado} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

De esta manera, se puede considerar que una matriz homogénea se compone de cuatro submatrices de diferente significado:

$\mathbf{R}_{3 \times 3}$ Matriz de rotación

$\mathbf{p}_{3 \times 1}$ Vector de traslación

$\mathbf{f}_{1 \times 3}$ Transformación de perspectiva

$\mathbf{w}_{1 \times 1}$ Factor de escala

Esta representación no es exclusiva del área de robótica y es comúnmente utilizada en gráficas computacionales. Para nuestro caso consideraremos el vector renglón $\mathbf{f}_{1 \times 3}$ como nulo y a $\mathbf{w}_{1 \times 1}$ como la unidad, obteniendo (Ecuación 2.3) [1, 2]

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{p}_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.3 Uso de las matrices homogéneas de transformación

La Ecuación 2.3 representa la orientación y posición de un sistema $O'UVW$ rotado y trasladado con respecto al sistema de referencia $OXYZ$ [1, 2]. Esta matriz es útil para obtener las coordenadas (r_x, r_y, r_z) del vector \mathbf{r} en el sistema $OXYZ$ a partir de sus coordenadas (r_u, r_v, r_w) en el sistema $O'UVW$ (Ecuación 2.4) [1, 2]

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.3.1 Traslación

Si el sistema $O'UVW$ está trasladado un vector $\mathbf{p} = p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}$ con respecto al sistema $OXYZ$ (Figura 2.1), la matriz \mathbf{T} corresponde a una matriz homogénea de traslación (Ecuación 2.5) [1, 2]

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Así, un vector \mathbf{r} dado en el sistema $O'UVW$ por \mathbf{r}_{uvw} , se representa en el sistema $OXYZ$ como (Ecuación 2.6)

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u + p_x \\ r_v + p_y \\ r_w + p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

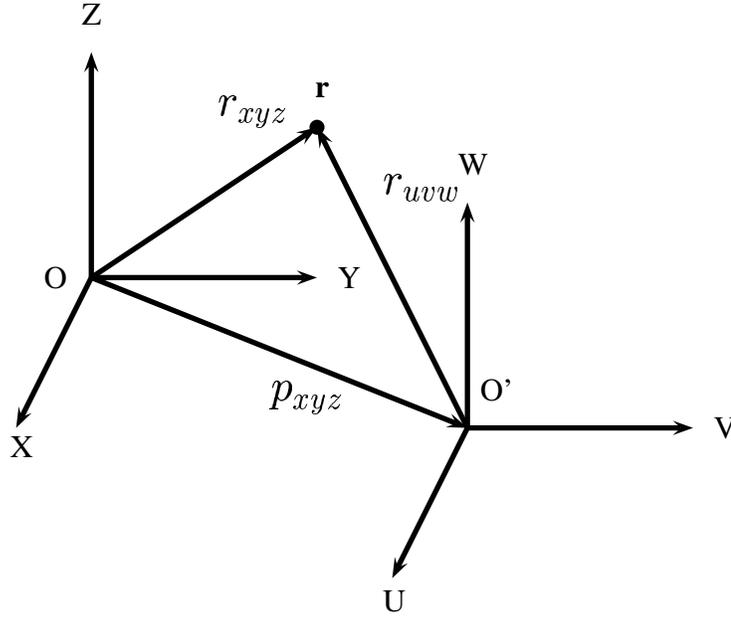


Figura 2.1: Sistema $O'UVW$ trasladado a partir de $OXYZ$.

2.3.2 Rotación

Si el sistema $O'UVW$ está rotado con respecto al sistema $OXYZ$ (Figura 2.2), se pueden definir tres matrices homogéneas de rotación, una para cada tipo de rotación sencilla alrededor de los ejes OX (Ecuación 2.7), OY (Ecuación 2.8) y OZ (Ecuación 2.9) [1, 2].

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{y}, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{z}, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Un vector \mathbf{r} dado en el sistema $O'UVW$ por \mathbf{r}_{uvw} se representaría en el sistema $OXYZ$ siguiendo la Ecuación 2.4.

2.3.3 Traslación y rotación

Como se mencionó en la Sección 2.2, la ventaja del uso de matrices homogéneas es que es posible representar la traslación y orientación de un objeto en el espacio utilizando simultáneamente la

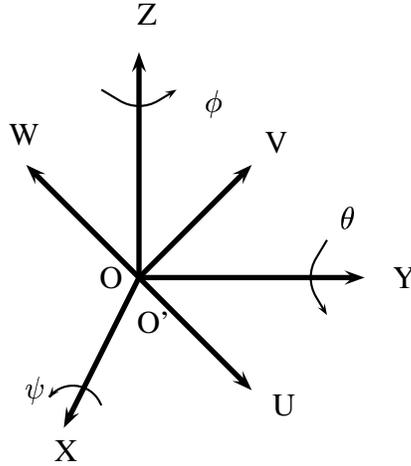


Figura 2.2: Sistema $O'UVW$ rotado a partir de $OXYZ$.

matriz de rotación $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ y el vector de traslación $\mathbf{p}_{3 \times 1}$ en una sola matriz de transformación. La traslación y rotación son transformaciones realizadas con respecto a un sistema de referencia, por lo que si se desea representar la posición y orientación de un sistema $O'UVW$ que originalmente coincide con el de referencia, es necesario especificar el orden de las transformaciones debido a que el producto de matrices no es conmutativo. De esta manera, una transformación compleja puede descomponerse en varias transformaciones básicas sucesivas [1, 2].

En general, pueden establecerse unas reglas básicas para la obtención de transformaciones complejas [1]

- Si el sistema fijo $OXYZ$ y el sistema transformado $O'UVW$ son coincidentes, la matriz homogénea de transformación es una matriz identidad.
- Si el sistema $O'UVW$ se obtiene al aplicar rotaciones y traslaciones definidas con respecto al sistema fijo $OXYZ$, la matriz homogénea que representa cada transformación se deberá premultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.
- Si el sistema $O'UVW$ se obtiene al aplicar rotaciones y traslaciones definidas con respecto al sistema móvil $OXYZ$, la matriz homogénea que representa cada transformación se deberá postmultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.

2.3.4 Interpretación de las matrices homogéneas de transformación

La matriz \mathbf{T} suele escribirse como (Ecuación 2.10)

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde

n Vector del eje OU del sistema $O'UVW$ con respecto al sistema $O'XYZ$.

o Vector del eje OV del sistema $O'UVW$ con respecto al sistema $O'XYZ$.

a Vector del eje OW del sistema $O'UVW$ con respecto al sistema $O'XYZ$.

Adicionalmente **n**, **o** y **a** son tres vectores ortonormales, y **p** es un vector que representa la posición del origen del sistema $O'UVW$ con respecto al sistema $OXYZ$ [1, 2].

Capítulo 3

Cinemática del robot

3.1 Descripción general

El robot a simular en esta tesis (Figura 1.1) consta de seis patas (unidas a un cuerpo central), donde cada pata cuenta con cuatro eslabones (y articulaciones). Sin embargo, es necesario considerar que se tienen cinco eslabones (y articulaciones) por pata para incluir el cuerpo del robot en la simulación.

La cinemática del robot trata el estudio del movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia (en este caso la base del robot tipo insecto) en función del tiempo, sin importar las fuerzas o pares actuantes en cada articulación.

Así mismo, puede atacarse el problema cinemático desde dos puntos de vista (Figura 3.1):

Cinemática directa Se obtiene la posición y orientación del eslabón final de la cadena articulada a partir de los valores articulares.

Cinemática inversa Se obtienen los valores articulares a partir de la posición y orientación del eslabón final de la cadena articulada.

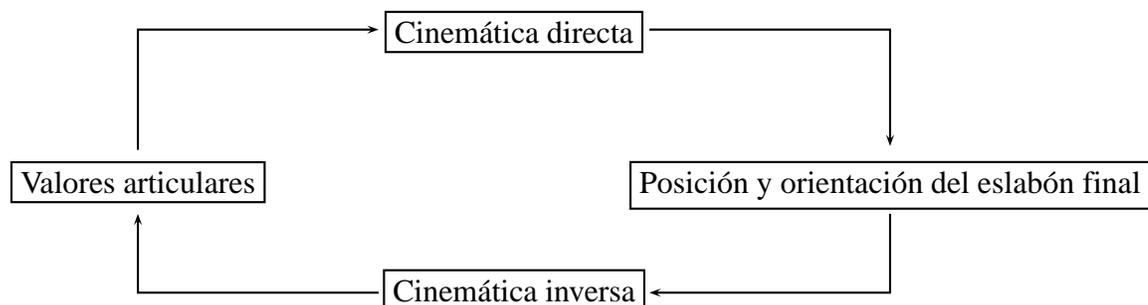


Figura 3.1: Cinemática inversa y directa.

Para el simulador gráfico a desarrollar en esta tesis, se utiliza la cinemática directa para establecer los valores articulares de cada cuerpo para cada pata.

Dado que los eslabones de un robot pueden ser rotados o trasladados con respecto a un sistema coordinado global, el movimiento espacial del actuador final puede verse como una serie de rotaciones y traslaciones de los eslabones.

3.2 Representación de Denavit-Hartenberg

Denavit y Hartenberg (D-H) desarrollaron un algoritmo sistemático para representar la localización espacial de cada eslabón de una cadena articulada con respecto a un sistema de referencia utilizando las matrices homogéneas de transformación (Sección 2.2), siendo el algoritmo más común para modelación de cadenas articuladas independientes [1, 2].

La base de la representación de D-H es que al escoger estratégicamente los sistemas coordinados locales de cada eslabón, es posible pasar de uno a otro mediante 4 transformaciones básicas que dependen de la geometría de éstos. Las transformaciones consisten en una serie de rotaciones y traslaciones que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento i con el sistema del elemento $i - 1$; estas transformaciones son (ver Figura 3.2)

1. Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i .
2. Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i .
3. Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i .
4. Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i .

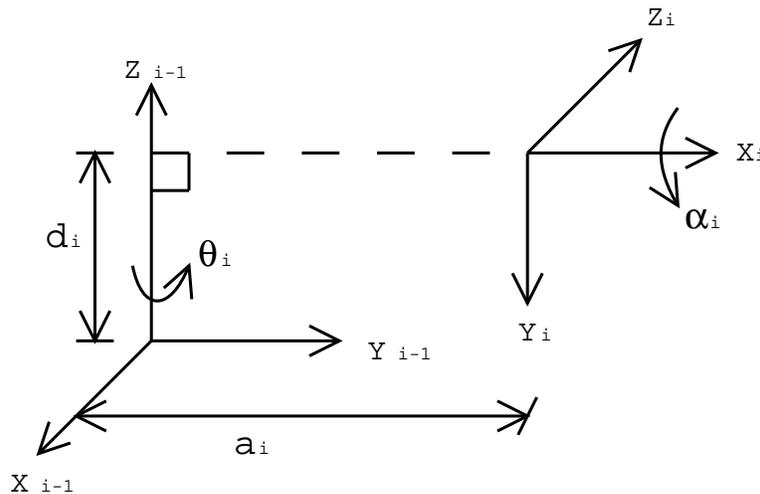


Figura 3.2: Significado físico de los parámetros de Denavit-Hartenberg.

Siguiendo el orden de las transformaciones se obtiene la matriz ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$,

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}(z, \theta_i)\mathbf{T}(0, 0, d_i)\mathbf{T}(a_i, 0, 0)\mathbf{T}(x, \alpha_i)$$

y al evaluar todas las operaciones se llega a

$$\begin{aligned}
{}^{i-1}\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
{}^{i-1}\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)
\end{aligned}$$

donde θ_i , d_i , a_i y α_i son los parámetros de Denavit-Hartenberg del eslabón i .

3.2.1 Algoritmo de Denavit-Hartenberg

Para obtener la matriz de transformación ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ con los parámetros mencionados, es necesario seguir el siguiente algoritmo [1, 2]

1. Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y terminar con n (último eslabón móvil). Se numera como eslabón 0 a la base fija del robot.
2. Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y terminar con n .
3. Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es de revoluta, el eje será su propio eje de giro. Si es de traslación, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
4. Para i de 0 a $n - 1$ colocar el eje \mathbf{z}_i sobre el eje de la articulación $i + 1$.
5. Colocar el origen del sistema de la base S_0 en cualquier punto del eje \mathbf{z}_0 . Los ejes \mathbf{x}_0 e \mathbf{y}_0 se colocan de modo que formen un sistema dextrógiro con el eje \mathbf{z}_0 .
6. Para i de 1 a $n - 1$, colocar el origen del sistema S_i en la intersección del eje \mathbf{z}_i con el eje \mathbf{z}_{i-1} o en la intersección de la línea normal común entre los ejes \mathbf{z}_i y \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{z}_i . Si no existiese la intersección, el origen del sistema S_i se coloca en la articulación $i + 1$.
7. Colocar el eje \mathbf{x}_i en la línea normal común a los ejes \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i .
8. Colocar el eje \mathbf{y}_i de modo que se forme un sistema dextrógiro con los ejes \mathbf{x}_i y \mathbf{z}_i .
9. Colocar el sistema S_n en el extremo del robot de modo que el eje \mathbf{z}_n coincida con la dirección del eje \mathbf{z}_{n-1} y el eje \mathbf{x}_n sea normal a los ejes \mathbf{z}_{n-1} y \mathbf{z}_n .

Descripción de los parámetros de Denavit-Hartenberg

Como se mencionó anteriormente, los parámetros de Denavit-Hartenberg dependen de la geometría de los eslabones; la manera de obtener los parámetros es (ver Figura 3.2) [1]

- θ_i Ángulo que forman los ejes \mathbf{x}_{i-1} y \mathbf{x}_i medido en un plano perpendicular al eje \mathbf{z}_{i-1} , siguiendo la regla de la mano derecha. Este es el parámetro variable en articulaciones de revoluta.
- d_i Distancia a lo largo del eje \mathbf{z}_{i-1} desde el origen del sistema coordenado S_{i-1} hasta la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{x}_i . Este es el parámetro variable en articulaciones de traslación.
- a_i Distancia a lo largo del eje \mathbf{x}_i medido desde la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{x}_i hasta el origen del sistema coordenado S_i para articulaciones de revoluta. Para articulaciones de traslación, se obtiene como la distancia más corta entre los ejes \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i .
- α_i Ángulo entre los ejes \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i medido en un plano perpendicular al eje \mathbf{x}_i utilizando la regla de la mano derecha.

Al conocer los parámetros es posible obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ para representar el movimiento relativo entre eslabones, y dado que el pasar de un sistema a otro es una transformación espacial, al hacer la multiplicación $\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 \dots {}^{n-1}\mathbf{A}_n$ se obtiene la representación del movimiento espacial del extremo móvil con respecto a la base del robot.

Como se menciona en la descripción de los parámetros, los valores de θ_i y d_i son los parámetros variables de las articulaciones, por lo que en general se les denomina como q_1, q_2, \dots, q_n donde n es el número de la articulación.

3.2.2 Determinación de los parámetros de Denavit-Hartenberg para el robot tipo insecto

En la Figura 3.3 se muestra un diagrama idealizado de la estructura del robot tipo insecto con la numeración de las patas (1 a 6), siendo el eslabón central el mismo para todas las patas, es decir, todas las patas se analizan como cadenas articuladas independientes con un eslabón 0 común.

En las Figuras 3.4 y 3.5 se muestra un acercamiento de la *pata 1* del robot tipo insecto, a partir de las cuales se establece la forma en que se colocan los sistemas coordenados de la cadena articulada (Figura 3.6 y 3.7).

Los parámetros de Denavit-Hartenberg para todas las patas se muestran en la Tabla 3.1, donde los ángulos son determinados utilizando la regla de la mano derecha. Similarmente, en la Tabla 3.2 se muestra la longitud de cada eslabón, siendo las patas iguales entre sí.

Como se menciona al principio de este capítulo, el robot tiene sólo 4 articulaciones móviles por pata, pero se agrega una adicional para darle un “cuerpo” al robot ya que si éste se fabricase sería necesario un lugar para colocar los sistemas de control, alimentación, etc. Por lo tanto, la primer articulación de cada pata se considera como fija, siendo solamente posible modificar las variables

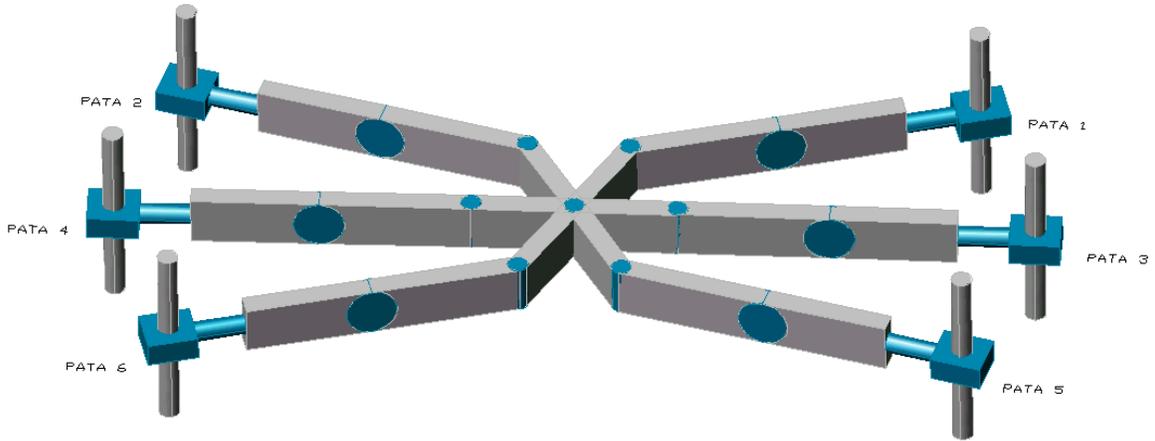


Figura 3.3: Diagrama idealizado del robot tipo insecto a simular con numeración de patas.

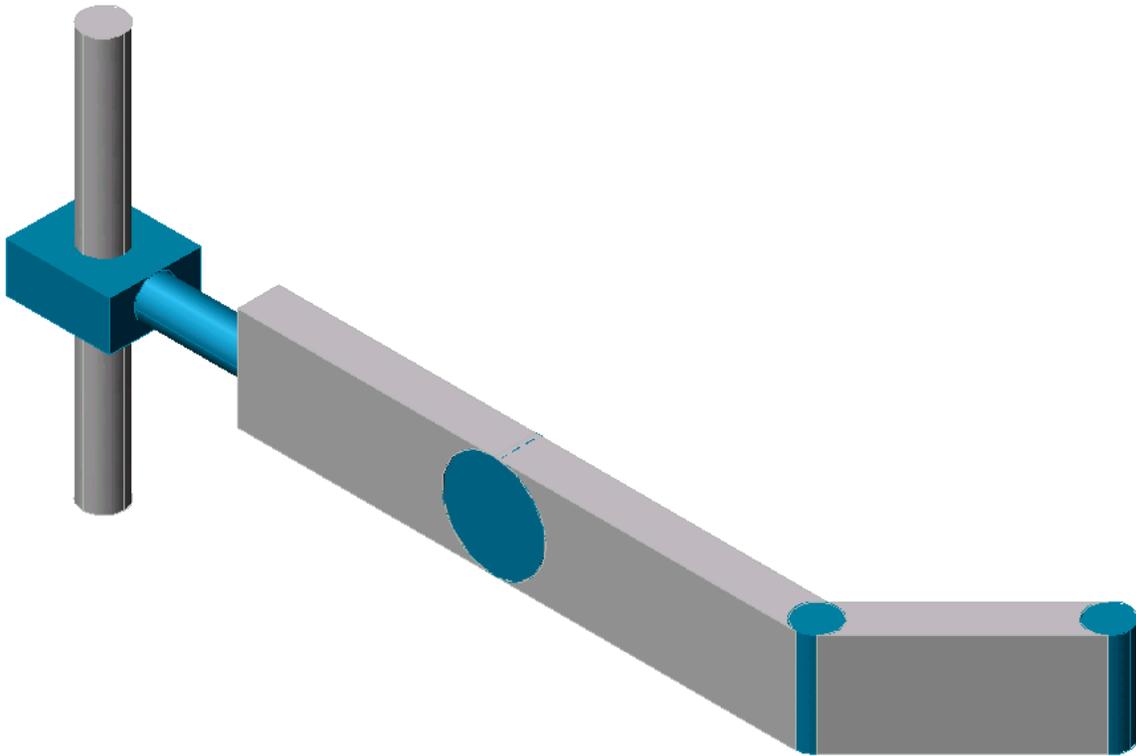


Figura 3.4: Acercamiento de la *pata 1*, vista 1.

articulares restantes. Dado que todas las patas del robot tienen una base común, los parámetros de Denavit-Hartenberg del resto se determinan de la misma manera que para la *pata 1*, variando el valor de θ_1 como se muestra en la Tabla 3.3.

A partir de la información dada por las Tablas 3.1 y 3.3, se pueden obtener las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$

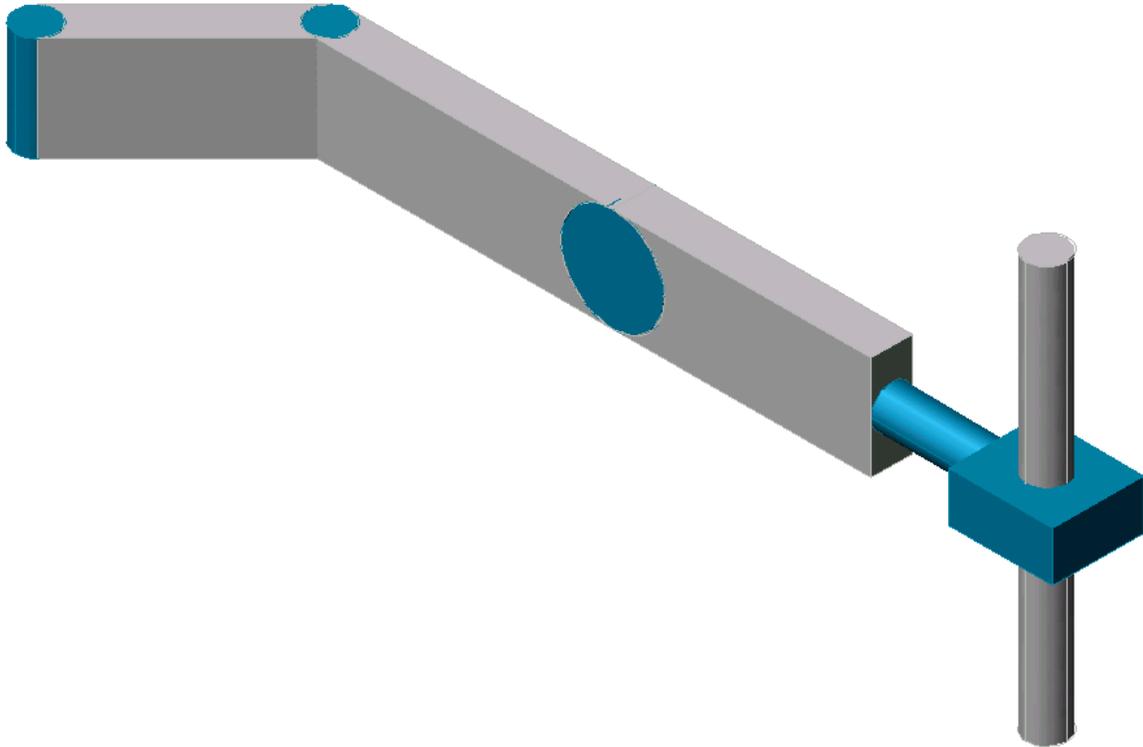


Figura 3.5: Acercamiento de la *pata 1*, vista 2.

Tabla 3.1: Parámetros de Denavit-Hartenberg para todas las patas del robot tipo insecto.

<i>Transformación</i>	θ_i	d_i	a_i	α_i
${}^0\mathbf{A}_1$	$\theta_1(q_1)$	0	l_1	0°
${}^1\mathbf{A}_2$	$\theta_2(q_2)$	0	l_2	90°
${}^2\mathbf{A}_3$	$\theta_3(q_3)$	0	0	90°
${}^3\mathbf{A}_4$	$\theta_4(q_4)$	$l_3 + l_4$	0	90°
${}^4\mathbf{A}_5$	0°	$d_5(q_5)$	0	0°

Tabla 3.2: Longitud de los eslabones de las patas.

<i>Cuerpo</i>	<i>Longitud (m)</i>	<i>Variable</i>
1	0.2	l_1
2	0.2	l_2
3	0.1	l_3
4	0.1	l_4
5	0.3	l_5

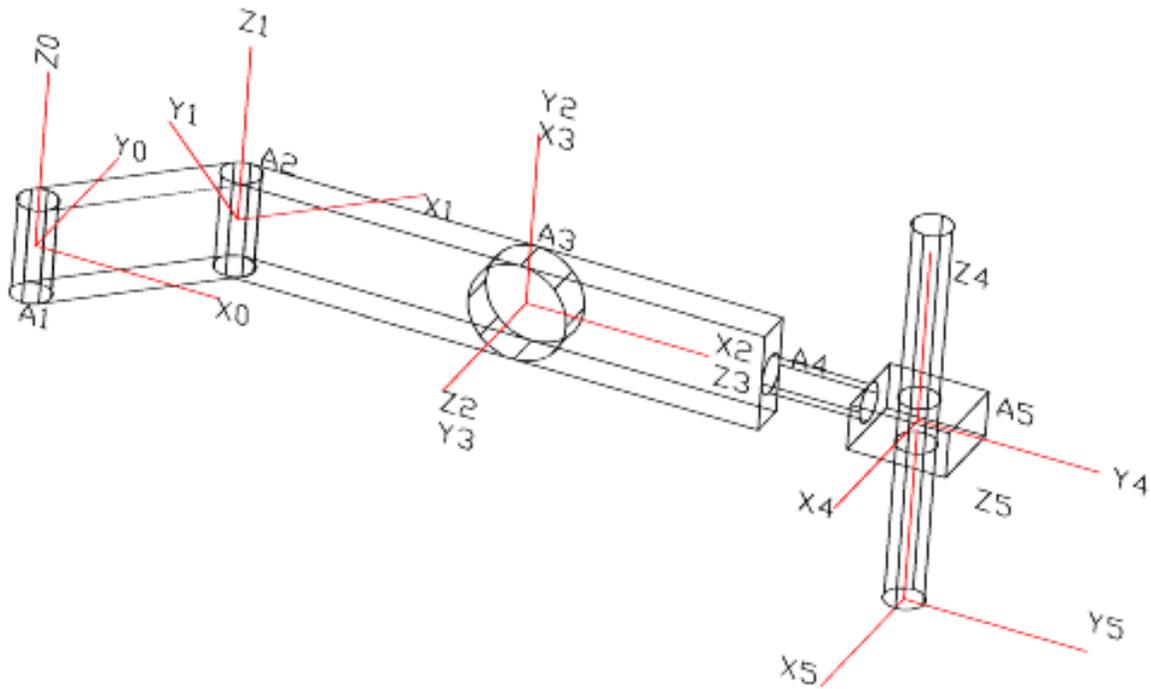


Figura 3.6: Diagrama idealizado de la *pata 1* con ejes coordenados y numeración de articulaciones.

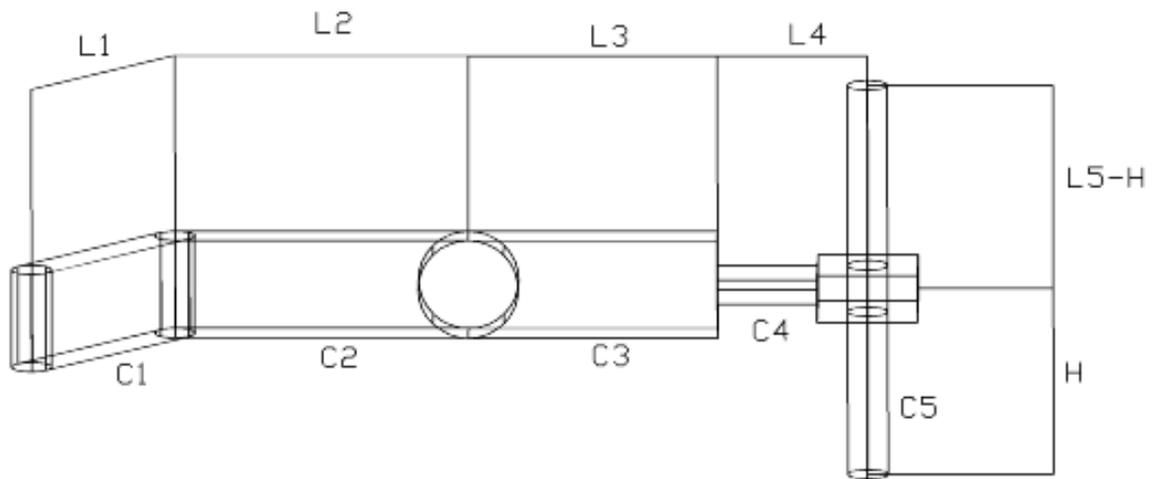


Figura 3.7: Diagrama idealizado de la *pata 1* con numeración de cuerpos y longitud de eslabones.

para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto de acuerdo a la Ecuación 3.1. La representación de la orientación y posición del eslabón final de cada pata se obtiene de acuerdo a la Ecuación 3.2.

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_5 = {}^0\mathbf{A}_1{}^1\mathbf{A}_2{}^2\mathbf{A}_3{}^3\mathbf{A}_4{}^4\mathbf{A}_5 \quad (3.2)$$

Tabla 3.3: Ángulo θ_1 para las 6 patas del robot tipo insecto.

<i>Pata</i>	θ_1 (°)
1	60
2	120
3	0
4	180
5	-60
6	-120

3.3 Interpolación de movimiento utilizando splines cúbicos

Como se menciona en la Sección 3.1, el simulador a desarrollar funciona en base a la cinemática directa, es decir, se dan directamente los valores articulares de cada pata para visualizar el movimiento del robot tipo insecto; en el programa, se presentan diversos patrones de movimiento a manera de ejemplo, que a su vez se componen de “etapas” con los valores articulares necesarios para producir un movimiento global determinado.

La forma en que el simulador pasa de una etapa a otra en cada patrón es mediante una interpolación cúbica entre los valores articulares iniciales y finales.

Un enfoque que puede usarse para obtener funciones de interpolación consiste en subdividir las etapas en pequeños intervalos y construir un polinomio para cada uno; como se mencionó anteriormente, se utilizan funciones cúbicas para realizar la interpolación en cada subintervalo, ya que ésto lleva a utilizar un polinomio de 4 términos, siendo diferenciable hasta la segunda derivada de manera continua [3].

En la Figura 3.8 se muestra una gráfica ejemplo de una función a interpolar en subintervalos mediante splines cúbicos; para el intervalo j , se tiene una función f_j válida para $t_j \leq t \leq t_{j+1}$.

Dada la función ejemplo mostrada en la Figura 3.8, definida en el intervalo $[a, b]$ y un conjunto de nodos tal que $a = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = b$, una función de interpolación cúbica $f(t)$ es una función que satisface las siguientes condiciones [3]:

1. f es un polinomio cúbico dado por f_j , válido en el subintervalo $[t_j, t_{j+1}]$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$.
2. $f_j(t_j)$ es una función $f(t)$ en el tiempo para cada $j = 0, 1, \dots, n$.
3. $f_{j+1}(t_{j+1}) = f_j(t_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
4. $f'_{j+1}(t_{j+1}) = f'_j(t_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
5. $f''_{j+1}(t_{j+1}) = f''_j(t_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
6. Se satisface una de las siguientes condiciones de frontera:

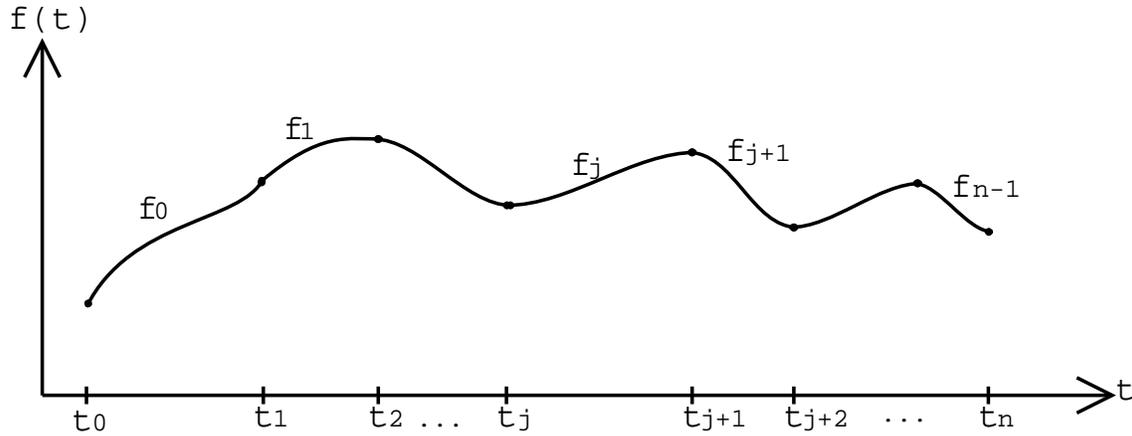


Figura 3.8: Gráfica ejemplo para interpolación en subintervalos mediante splines cúbicos.

- $f''(t_0) = f''(t_n) = 0$, es decir, la velocidad es constante al principio y al final.
- $f'_j(t_0) = f'(t = t_0)$ y $f'_j(t_n) = f'(t = t_n)$, es decir, la velocidad es controlada al principio y al final.

Para el simulador, se considera la segunda condición de frontera del punto 6.

3.3.1 Formulación de ecuaciones para la interpolación mediante splines cúbicos

Se propone que la función de interpolación tenga la forma (Ecuación 3.3) [3]

$$f_j(t) = a_j + b_j(t - t_j) + c_j(t - t_j)^2 + d_j(t - t_j)^3 \quad (3.3)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 1$.

De la anterior definición, puede observarse que cuando $t = t_j$

$$f_j(t_j) = a_j = f(t_j)$$

y al aplicar la condición 3 se tiene

$$\begin{aligned} a_{j+1} = f_{j+1}(t_{j+1}) &= f_j(t_{j+1}) \\ &= a_j + b_j(t_{j+1} - t_j) + c_j(t_{j+1} - t_j)^2 + d_j(t_{j+1} - t_j)^3 \end{aligned} \quad (3.4)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 2$.

Para simplificar las siguientes operaciones se propone $h_j = t_{j+1} - t_j$ para $j = 0, 1, \dots, n - 1$, por lo que la Ecuación 3.4 se convierte en

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3 \quad (3.5)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 1$ al definir adicionalmente que $a_n = f(t_n)$.

Al derivar la Ecuación 3.3 con respecto al tiempo, se tiene

$$f'_j(t) = b_j + 2c_j(t - t_j) + 3d_j(t - t_j)^2 \quad (3.6)$$

lo cual implica que $f'_j(t_j) = b_j$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$, por lo que al aplicar la condición 4 se simplifica a

$$b_{j+1} = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2 \quad (3.7)$$

para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$ al definir adicionalmente que $b_n = f'(t_n)$.

Similarmente, al volver a derivar la Ecuación 3.6 con respecto al tiempo, se tiene

$$f''_j(t) = 2c_j + 6d_j(t - t_j) \quad (3.8)$$

lo cual implica que $f''_j(t_j) = 2c_j$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$, por lo que al aplicar la condición 5 se tiene

$$c_{j+1} = c_j + 3d_j h_j \quad (3.9)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 1$ al definir adicionalmente que $c_n = f''(t_n)/2$.

Al despejar d_j de la Ecuación 3.9

$$d_j = \frac{c_{j+1} - c_j}{3} \quad (3.10)$$

y sustituir en las Ecuaciones 3.5 y 3.7 se tiene

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + (c_{j+1} + 2c_j) \frac{h_j^2}{3} \quad (3.11)$$

$$b_{j+1} = b_j + (c_{j+1} + c_j) h_j \quad (3.12)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 1$.

Al despejar b_j de la Ecuación 3.11 se tiene

$$b_j = \frac{a_{j+1} - a_j}{h_j} - (c_{j+1} + 2c_j) \frac{h_j}{3} \quad (3.13)$$

o al reducir el índice en 1

$$b_{j-1} = \frac{a_j - a_{j-1}}{h_{j-1}} - (c_j + 2c_{j-1}) \frac{h_{j-1}}{3} \quad (3.14)$$

Al sustituir las Ecuaciones 3.13 y 3.14 en la Ecuación 3.12 con el índice reducido en 1, se tiene

$$h_{j-1} c_{j-1} + 2(h_{j-1} + h_j) c_j + h_j c_{j+1} = (a_{j+1} - a_j) \frac{3}{h_j} - (a_j - a_{j-1}) \frac{3}{h_{j-1}} \quad (3.15)$$

para $j = 0, 1, \dots, n - 1$.

Al aplicar la segunda condición de frontera del punto 6, y al relacionar el que $f'(t_j) = b_j$ con la Ecuación 3.13 se tiene

$$f'(t = t_0) = b_0 = \frac{a_1 - a_0}{h_0} - \frac{h_0}{3}(2c_0 + c_1) \quad (3.16)$$

o al despejar

$$2h_0c_0 + h_0c_1 = \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) - 3f'(t = t_0) \quad (3.17)$$

lo que constituye una de las condiciones de frontera iniciales para resolver el sistema.

Similarmente, al relacionar el que $f'(t_n) = b_n$ con la Ecuación 3.12 con el índice reducido en 1 se tiene

$$f'(t = t_n) = b_n = b_{n-1} + h_{n-1}(c_{n-1} + c_n) \quad (3.18)$$

y al sustituir en ésta la Ecuación 3.14 se tiene

$$f'(t = t_n) = \frac{a_n - a_{n-1}}{h_{n-1}} + \frac{h_{n-1}}{3}(c_{n-1} + 2c_n) \quad (3.19)$$

o al despejar

$$h_{n-1}c_{n-1} + 2h_{n-1}c_n = 3f'(t = t_n) - \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) \quad (3.20)$$

lo cual constituye la segunda condición de frontera para resolver el sistema.

Con esto se puede armar una matriz A tal que,

$$A = \begin{bmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_{n-1} & 2h_{n-1} & \end{bmatrix}$$

un vector b tal que,

$$b = \begin{bmatrix} \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) - 3f'(t = t_0) \\ \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) \\ \vdots \\ \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 3f'(t = t_n) - \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) \end{bmatrix}$$

y un vector x ,

$$x = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

lo cual constituye un sistema $Ax = b$ para ser resuelto.

3.3.2 Solución del sistema de ecuaciones para la interpolación mediante splines cúbicos

En [3] se propone el siguiente algoritmo de solución:

Datos de entrada:

Número de nodos (n).

Valor de los nodos (t_0, t_1, \dots, t_n).

Valor de la función en los nodos (a_0, a_1, \dots, a_n).

Velocidad inicial (V_0).

Velocidad final (V_n).

Datos de salida:

Constantes a_j, b_j, c_j y d_j para $j = 0, 1, \dots, n - 1$ para armar la función $f(t) = a_j + b_j(t - t_j) + c_j(t - t_j)^2 + d_j(t - t_j)^3$, la cual es válida en $t_j \leq t \leq t_{j+1}$.

Algoritmo de solución:

1. Para $i = 0, 1, \dots, n - 1$ tomar $h_i = t_{i+1} - t_i$.

2. Tomar

$$\alpha_0 = \frac{3(a_1 - a_0)}{h_0} - 3V_0$$
$$\alpha_n = 3V_n - \frac{3(a_n - a_{n-1})}{h_{n-1}}$$

3. Para $i = 1, 2, \dots, n - 1$, tomar

$$\alpha_i = \frac{3[a_{i+1}h_{i-1} - a_i(t_{i+1} - t_{i-1}) + a_{i-1}h_i]}{h_{i-1}h_i}$$

4. Tomar

$$l_0 = 2h_0$$
$$\mu_0 = 0.5$$
$$z_0 = \frac{\alpha_0}{l_0}$$

5. Para $i = 1, 2, \dots, n - 1$, tomar

$$l_i = 2(t_{i+1} - t_{i-1}) - h_{i-1}\mu_{i-1}$$
$$\mu_i = \frac{h_i}{l_i}$$
$$z_i = \frac{\alpha_i - h_{i-1}z_{i-1}}{l_i}$$

6. Tomar

$$\begin{aligned} l_n &= h_{n-1}(2 - \mu_{n-1}) \\ z_n &= \frac{\alpha_n - h_{n-1}z_{n-1}}{l_n} \\ c_n &= z_n \end{aligned}$$

7. Para $j = n - 1, n - 2, \dots, 0$, tomar

$$\begin{aligned} c_j &= z_j - \mu_j c_{j+1} \\ b_j &= \frac{a_{j+1} - a_j}{h_j} - \frac{h_j(c_{j+1} + 2c_j)}{3} \\ d_j &= \frac{c_{j+1} - c_j}{(3h_j)} \end{aligned}$$

8. Salida

De esta manera quedan completamente definidas todas las constantes para la interpolación mediante splines cúbicos ¹.

3.4 Determinación del ángulo θ_3 para mantener el punto de contacto fijo

Dado que hay unas patas que se mantienen en contacto con el suelo al pasar de una etapa a otra, el punto de contacto debe permanecer “fijo” mientras se realiza el movimiento; debido a esto, es necesario generar una ecuación para determinar el valor de θ_3 de dichas patas para pasar de una etapa de movimiento a otra. Las coordenadas del punto de contacto son ²(Ecuación 3.21 a 3.23)

$$\begin{aligned} p_x &= (Var_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 - Var_1 \cos \theta_4)q_5 + Var_2 \sin \theta_3(l_3 + l_4) + \\ &\quad + Var_2 l_2 + \cos \theta_1 l_1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} p_y &= (Var_1 \cos \theta_3 \sin \theta_4 + Var_2 \cos \theta_4)q_5 + Var_1 \sin \theta_3(l_3 + l_4) + \\ &\quad + Var_1 l_2 + \sin \theta_1 l_1 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$p_z = \sin \theta_3 \sin \theta_4 q_5 - \cos \theta_3(l_3 + l_4) \quad (3.23)$$

donde Var_1 y Var_2 son valores auxiliares dados por (Ecuación 3.24 y 3.25)

$$Var_1 = \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2 \quad (3.24)$$

$$Var_2 = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \quad (3.25)$$

Ahora, para mantener el punto de contacto fijo, la coordenada x (Ecuación 3.21) y z (Ecuación 3.23) deben permanecer constantes al principio y final de la etapa; por simplificación para

¹En el simulador se considera $h_j = h$, es decir, los intervalos de tiempo son iguales.

²Del vector \mathbf{p} de la matriz ${}^0\mathbf{A}_5$.

este caso, el ángulo θ_4 se mantiene con un valor articular de 90° y se sustituyen las longitudes de los eslabones, dejando como variables los valores que habrán de cambiar al pasar de una etapa a otra ³

$$p_{x_i} = [\cos \theta_1 \cos \theta_{2_i} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_i}][q_{5_i} \cos \theta_{3_i} + 0.2 \sin \theta_{3_i} + 0.2] + 0.2 \cos \theta_1 \quad (3.26)$$

$$p_{z_i} = q_{5_i} \sin \theta_{3_i} - 0.2 \cos \theta_{3_i} \quad (3.27)$$

$$p_{x_f} = [\cos \theta_1 \cos \theta_{2_f} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_f}][q_{5_f} \cos \theta_{3_f} + 0.2 \sin \theta_{3_f} + 0.2] + 0.2 \cos \theta_1 \quad (3.28)$$

$$p_{z_f} = q_{5_f} \sin \theta_{3_f} - 0.2 \cos \theta_{3_f} \quad (3.29)$$

donde los subíndices i y f representan un valor *inicial* y *final* respectivamente.

Al igualar las posiciones iniciales y finales de la etapa, se tiene que

$$b_1 = ((\cos \theta_1 \cos \theta_{2_i} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_i})(q_{5_i} \cos \theta_{3_i} + 0.2 \sin \theta_{3_i}) + 0.2 \cos \theta_1 \cos \theta_{2_i} - 0.2 \sin \theta_1 \sin \theta_{2_i} - 0.2 \cos \theta_1 \cos \theta_{2_f} + 0.2 \sin \theta_1 \sin \theta_{2_f}) \left(\frac{1}{\cos \theta_1 \cos \theta_{2_f} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_f}} \right) \quad (3.30)$$

$$b_2 = 0.2 \cos \theta_{3_i} - q_{5_i} \sin \theta_{3_i} \quad (3.31)$$

$$\theta_{3_f} = \arctan \left(\frac{0.2b_1 - b_2q_{5_f}}{b_1q_{5_f} + 0.2b_2} \right) \quad (3.32)$$

Cabe aclarar que el ángulo θ_{3_f} se obtiene antes de pasar al módulo de interpolación mediante splines cúbicos para determinar su valor articular *a medio avance* (el avance completo se logra mediante dos etapas consecutivas); debido a ésto, no se garantiza que las coordenadas x y z se mantengan fijas durante la interpolación, pero si al principio y fin de una etapa de movimiento. En cierta forma, es posible minimizar el error que pudiera ocurrir al programar una mayor cantidad de etapas para un patrón de movimiento (similar a refinar una malla al utilizar el método de elementos finitos), pero ésto es cuestión del detalle con que se programe un patrón, no del simulador en sí. Para lograr mantener las coordenadas *perfectamente* fijas, el simulador se tendría que reprogramar siguiendo el esquema de cinemática inversa, lo cual queda fuera del objetivo de esta tesis.

En adelante, en las etapas donde es necesario calcular el valor de θ_{3_f} con la Ecuación 3.32 aparece una x en la casilla correspondiente.

3.5 Determinación del ángulo θ_2 para mantener avance constante entre patas

Dado que las patas 3 y 4 tienen un mayor radio de movimiento debido al ángulo de su eslabón 1, es necesario obtener una ecuación para que el avance de todas las patas sea equivalente.

Para este caso, de manera similar a la determinación del ángulo θ_3 , es necesario obtener la cantidad *neta* que se mueve cada pata; ésto se logra al obtener la distancia entre puntos de contacto fijos

³Aunque θ_1 se mantiene constante en cada etapa, las ecuaciones mencionadas son válidas para todas las patas.

iniciales y finales, al utilizar las Ecuaciones 3.21 y 3.22, donde de nuevo se hace la simplificación de $\theta_4 = 90^\circ$, se sustituyen las longitudes de los eslabones y adicionalmente se considera que $\theta_3 = 0^\circ$, debido a que al principio y final del avance (éste se hace mediante 2 etapas intermedias) el ángulo θ_3 presenta éste valor:

$$p_{x_i} = 0.4[\cos \theta_1 \cos \theta_{2_i} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_i}] + 0.2 \cos \theta_1 \quad (3.33)$$

$$p_{y_i} = 0.4[\cos \theta_1 \sin \theta_{2_i} + \sin \theta_1 \cos \theta_{2_i}] + 0.2 \sin \theta_1 \quad (3.34)$$

$$p_{x_f} = 0.4[\cos \theta_1 \cos \theta_{2_f} - \sin \theta_1 \sin \theta_{2_f}] + 0.2 \cos \theta_1 \quad (3.35)$$

$$p_{y_f} = 0.4[\cos \theta_1 \sin \theta_{2_f} + \sin \theta_1 \cos \theta_{2_f}] + 0.2 \sin \theta_1 \quad (3.36)$$

de donde se define el avance s como (Ecuación 3.37)

$$s = \sqrt{(p_{x_f} - p_{x_i})^2 + (p_{y_f} - p_{y_i})^2} \quad (3.37)$$

y al sustituir de la Ecuación 3.33 a la 3.36 se obtiene (Ecuación 3.38)

$$s = \sqrt{0.32[1 - \sin \theta_{2_f} \sin \theta_{2_i} - \cos \theta_{2_f} \cos \theta_{2_i}]} \quad (3.38)$$

la cual representa el avance o distancia recorrida entre dos etapas al mantener una pata fija en el suelo ⁴.

3.6 Generación de los patrones ejemplo de movimiento

En este capítulo se ha explicado la metodología para realizar el análisis cinemático directo del robot tipo insecto.

Como se mencionó en la Sección 3.1, el simulador trabaja mediante cinemática directa, por lo que cada patrón de movimiento se encuentra programado en el código del programa, comenzando a partir de la posición inicial del robot.

La escena final que observa el usuario se basa en que el robot tipo insecto se encuentra fijo en el espacio y que el movimiento de las patas lleva a que se mueva el robot en sí. Como una ayuda para el usuario, para cada patrón (caminar en suelo horizontal, subir escaleras, bajar escaleras y dar vuelta a la izquierda) se agrega al programa un submódulo para dibujar el ambiente, el cual se mueve como consecuencia del movimiento de las patas del robot, por lo que se aclarara que el robot “no se da cuenta de su entorno”, sino que éste simplemente sigue las etapas del patrón de movimiento activo.

En dado caso de que se desee agregar un patrón adicional al programa, habría que agregar el submódulo de ambiente para ese caso en particular.

En la Figura 3.9 se muestra un diagrama de flujo generalizado con las operaciones a seguir en el simulador; para más detalles, se provee el código fuente del programa en el disco compacto adjunto a esta tesis (ver Apéndice A).

⁴El avance resulta independiente del valor de θ_1 .

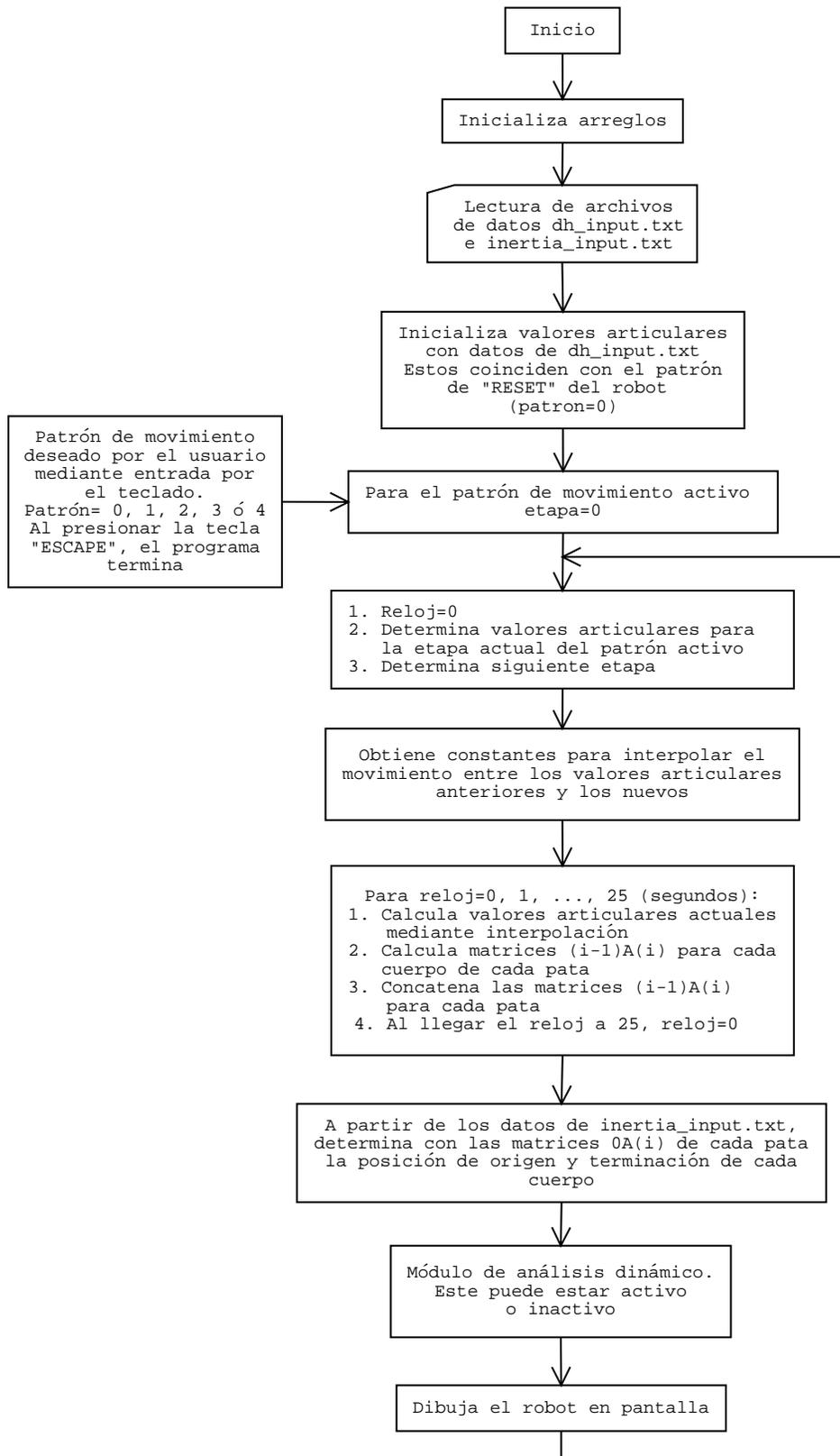


Figura 3.9: Diagrama de flujo generalizado con las operaciones a seguir en el simulador.

3.6.1 Patrón de movimiento 0 - posición inicial

Para simplificar la programación de un patrón de movimiento, se provee un patrón inicial, el cual coloca el robot en una configuración predeterminada para comenzar el movimiento; debido a esto, es necesario activar este patrón antes de evaluar uno de los otros provistos en el simulador. Este patrón se activa en el simulador al presionar la tecla “0”.

En la Tabla 3.4 se muestran los valores articulares para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto.

Tabla 3.4: Patrón 0 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

3.6.2 Patrón de movimiento 1 - camina sobre suelo horizontal

El patrón de movimiento más sencillo para probar el simulador se basa en efectuar los movimientos articulares necesarios para movilizar el robot sobre un suelo horizontal sin obstáculos. El patrón propuesto se basa en que el robot siempre debe mantener 3 patas en contacto con el suelo para mantenerse en equilibrio estático. Este patrón se activa en el simulador al presionar la tecla “1”.

Determinación del ángulo θ_{2_f} para el patrón 1

Se propone que el ángulo θ_2 de la *pata 1* se mueva de -60° a -50° , y al evaluar la Ecuación 3.38 se obtiene un avance

$$s = 0.0697245941916 \text{ m}$$

Al mantener el mismo avance para la *pata 3*, se tiene un ángulo $\theta_{2_i} = 0^\circ$ y se despeja el valor de θ_{2_f} obteniendo⁵

$$\theta_{2_f} = -9.99999999831^\circ \approx -10^\circ$$

El valor de θ_{2_f} para la *pata 3* se obtuvo con un avance completo (2 etapas), por lo que en la etapa intermedia se le asigna la mitad de este valor.

⁵Para el avance propuesto la variación angular de la *pata 3* es casi igual a la de la *pata 1*; el valor se redondea por simplificación.

Etapas de movimiento para el patrón 1

En las Tablas 3.5 a 3.8 se muestran los valores articulares de cada etapa para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto para generar el patrón de movimiento 1.

El significado de que representan las tablas es⁶

Tablas 3.5 y 3.6 Avance completo manteniendo las *patas 2, 3 y 6* en contacto con el suelo.

Tablas 3.7 y 3.8 Avance completo manteniendo las *patas 1, 4 y 5* en contacto con el suelo

Tabla 3.5: Patrón 1, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-55	95	95	-0.15
2	120	65	x	90	-0.20
3	0	-5	x	90	-0.20
4	180	-5	95	85	-0.15
5	-60	65	95	95	-0.15
6	-120	-55	x	90	-0.20

Tabla 3.6: Patrón 1, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-50	90	90	-0.15
2	120	70	90	90	-0.15
3	0	-10	90	90	-0.15
4	180	-10	90	90	-0.15
5	-60	70	90	90	-0.15
6	-120	-50	90	90	-0.15

⁶Como se menciona en la Sección 3.4, en las etapas donde es necesario calcular el valor de θ_3 , mediante la Ecuación 3.32 aparece una x en la casilla correspondiente.

Tabla 3.7: Patrón 1, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-55	x	90	-0.20
2	120	65	95	85	-0.15
3	0	-5	95	95	-0.15
4	180	-5	x	90	-0.20
5	-60	65	x	90	-0.20
6	-120	-55	95	85	-0.15

Tabla 3.8: Patrón 1, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

3.6.3 Patrón de movimiento 2 - sube escaleras

Para este patrón se considera que el ancho de los peldaños de la escalera es igual a la distancia existente entre los extremos de las *patas 1 y 3* en la configuración inicial, para que de esta manera se simplifique la obtención de las etapas al ser posible que el robot de un paso suba un escalón; la distancia entre dichas patas es 0.173205080757 m . Adicionalmente la altura de los peldaños es de 0.05 m .

Al subir la escalera, se propone que el robot siempre mantenga al menos 3 patas externas (*patas 1, 2, 5 y 6*) fijas, mientras que las dos centrales (*patas 3 y 4*) si se pueden mover simultáneamente; ésto para prevenir que el robot se vaya hacia atrás o hacia adelante si se levantan las dos patas del extremo frontal o posterior. Este patrón se activa en el simulador al presionar la tecla “2”.

Determinación del ángulo θ_{2_f} para el patrón 2

Para tener un avance equivalente a la distancia anteriormente mencionada, el ángulo θ_{2_f} de la *pata 1* debe ser igual a (con $\theta_{2_i} = -60^\circ$)

$$\theta_{2_f} = -34.9921667652^\circ$$

lo cual es equivalente a un $\Delta\theta_2$ igual a 25.0078332348° . Por lo tanto, para la *pata 3* se tiene un ángulo θ_{2_f} (con $\theta_{2_i} = 0^\circ$)

$$\theta_{2_f} = -25.0078222349^\circ$$

Los valores presentados anteriormente representan los valores articulares de θ_{2_f} para lograr un avance completo; para la *etapa intermedia* se utiliza la mitad de la diferencia en cada caso. En la Tabla 3.9 se muestran unas variables auxiliares para simplificar la presentación de las etapas de movimiento.

Tabla 3.9: Definición de variables auxiliares para el patrón de movimiento 2.

<i>Variable</i>	<i>Valor (°)</i>
aux1	34.9921667652
aux2	25.0078332349
aux3	47.4960833826
aux4	12.5039166174

Etapas de movimiento para el patrón 2

En las Tablas 3.10 a 3.60 se muestran los valores articulares de cada etapa para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto para generar el patrón de movimiento 2.

El significado de que representan las tablas es

Tablas 3.10 a 3.29 Etapas necesarias para que el robot tipo insecto suba dos peldaños a partir del nivel del suelo inferior; de esta manera quedan las *patas 1* y *2* en el segundo peldaño, las *patas 3* y *4* en el primer peldaño y las *patas 5* y *6* al nivel del suelo inferior.

Tablas 3.30 a 3.39 Etapas necesarias para ciclar el movimiento de subir los peldaños continuos; se detiene al colocar las *patas 1* y *2* al nivel del suelo superior.

Tablas 3.40 a 3.60 Etapas necesarias para que el robot tipo insecto llegue completamente al nivel superior del suelo.

Tabla 3.10: Patrón 2, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.11: Patrón 2, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.12: Patrón 2, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	$-aux3$	x	90	-0.05
2	120	60	135	90	-0.05
3	0	$-aux4$	x	90	-0.10
4	180	$aux4$	x	90	-0.10
5	-60	$aux3$	x	90	-0.10
6	-120	$-aux3$	x	90	-0.10

Tabla 3.13: Patrón 2, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	$-aux2$	90	90	-0.10
4	180	$aux2$	90	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.10

Tabla 3.14: Patrón 2, etapa 5 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	$-aux4$	135	90	-0.10
4	180	$aux4$	135	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.10

Tabla 3.15: Patrón 2, etapa 6 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.10

Tabla 3.16: Patrón 2, etapa 7 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.10

Tabla 3.17: Patrón 2, etapa 8 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.10

Tabla 3.18: Patrón 2, etapa 9 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.10

Tabla 3.19: Patrón 2, etapa 10 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.20: Patrón 2, etapa 11 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.21: Patrón 2, etapa 12 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.22: Patrón 2, etapa 13 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.05
2	120	60	135	90	-0.05
3	0	-aux4	x	90	-0.15
4	180	aux4	x	90	-0.15
5	-60	aux3	x	90	-0.15
6	-120	-aux3	x	90	-0.15

Tabla 3.23: Patrón 2, etapa 14 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	-aux2	90	90	-0.15
4	180	aux2	90	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.24: Patrón 2, etapa 15 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	$-aux4$	135	90	-0.10
4	180	$aux4$	135	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.15

Tabla 3.25: Patrón 2, etapa 16 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.15

Tabla 3.26: Patrón 2, etapa 17 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	$aux3$	135	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.15

Tabla 3.27: Patrón 2, etapa 18 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.28: Patrón 2, etapa 19 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-aux3	135	90	-0.15

Tabla 3.29: Patrón 2, etapa 20 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.30: Patrón 2, etapa 21 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.20
6	-120	-60	90	90	-0.20

Tabla 3.31: Patrón 2, etapa 22 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.20
6	-120	-60	90	90	-0.20

Tabla 3.32: Patrón 2, etapa 23 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.05
2	120	60	135	90	-0.05
3	0	-aux4	x	90	-0.15
4	180	aux4	x	90	-0.15
5	-60	aux3	x	90	-0.20
6	-120	-aux3	x	90	-0.20

Tabla 3.33: Patrón 2, etapa 24 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	-aux2	90	90	-0.15
4	180	aux2	90	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.20
6	-120	-aux1	90	90	-0.20

Tabla 3.34: Patrón 2, etapa 25 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	-aux4	135	90	-0.10
4	180	aux4	135	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.20
6	-120	-aux1	90	90	-0.20

Tabla 3.35: Patrón 2, etapa 26 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	<i>aux1</i>	90	90	-0.20
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.36: Patrón 2, etapa 27 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.37: Patrón 2, etapa 28 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.38: Patrón 2, etapa 29 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.15

Tabla 3.39: Patrón 2, etapa 30 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.40: Patrón 2, etapa 31 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.41: Patrón 2, etapa 32 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.42: Patrón 2, etapa 33 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	$-aux3$	x	90	-0.10
2	120	60	135	90	-0.10
3	0	$-aux4$	x	90	-0.15
4	180	$aux4$	x	90	-0.15
5	-60	$aux3$	x	90	-0.20
6	-120	$-aux3$	x	90	-0.20

Tabla 3.43: Patrón 2, etapa 34 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	$-aux2$	90	90	-0.15
4	180	$aux2$	90	90	-0.15
5	-60	$aux1$	90	90	-0.20
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.44: Patrón 2, etapa 35 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	$-aux4$	135	90	-0.10
4	180	$aux4$	135	90	-0.10
5	-60	$aux1$	90	90	-0.20
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.45: Patrón 2, etapa 36 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	<i>aux1</i>	90	90	-0.20
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.46: Patrón 2, etapa 37 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.47: Patrón 2, etapa 38 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.20

Tabla 3.48: Patrón 2, etapa 39 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.15

Tabla 3.49: Patrón 2, etapa 40 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.50: Patrón 2, etapa 41 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.51: Patrón 2, etapa 42 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Tabla 3.52: Patrón 2, etapa 43 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.10
2	120	60	135	90	-0.10
3	0	-aux4	x	90	-0.10
4	180	aux4	x	90	-0.10
5	-60	aux3	x	90	-0.15
6	-120	-aux3	x	90	-0.15

Tabla 3.53: Patrón 2, etapa 44 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	-aux2	90	90	-0.10
4	180	aux2	90	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.54: Patrón 2, etapa 45 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	-aux4	135	90	-0.10
4	180	aux4	135	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.55: Patrón 2, etapa 46 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.56: Patrón 2, etapa 47 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	aux3	135	90	-0.10
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.57: Patrón 2, etapa 48 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-aux1	90	90	-0.15

Tabla 3.58: Patrón 2, etapa 49 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-aux3	135	90	-0.10

Tabla 3.59: Patrón 2, etapa 50 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.60: Patrón 2, etapa 51 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

3.6.4 Patrón de movimiento 3 - baja escaleras

Este patrón es muy similar al anterior, por lo tanto, se reusan las variables auxiliares presentadas anteriormente en la Tabla 3.9. Este patrón se activa en el simulador al presionar la tecla “3”.

Etapas de movimiento para el patrón 3

En las Tablas 3.61 a 3.110 se muestran los valores articulares de cada etapa para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto para generar el patrón de movimiento 3.

El significado de que representan las tablas es

Tablas 3.61 a 3.80 Etapas necesarias para que el robot tipo insecto baje dos peldaños a partir del nivel del suelo superior; de esta manera quedan las *patas 1 y 2* en el segundo peldaño, las *patas 3 y 4* en el primer peldaño y las *patas 5 y 6* al nivel del suelo superior.

Tablas 3.81 a 3.90 Etapas necesarias para ciclar el movimiento de bajar los peldaños continuos; se detiene al colocar las *patas 1 y 2* al nivel del suelo inferior.

Tablas 3.91 a 3.110 Etapas necesarias para que el robot tipo insecto llegue completamente al nivel inferior del suelo.

Tabla 3.61: Patrón 3, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.05
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.62: Patrón 3, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.05
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.63: Patrón 3, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	$-aux3$	x	90	-0.10
2	120	60	135	90	-0.10
3	0	$-aux4$	x	90	-0.05
4	180	$aux4$	x	90	-0.05
5	-60	$aux3$	x	90	-0.05
6	-120	$-aux3$	x	90	-0.05

Tabla 3.64: Patrón 3, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	$-aux2$	90	90	-0.05
4	180	$aux2$	90	90	-0.05
5	-60	$aux1$	90	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.65: Patrón 3, etapa 5 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	$-aux4$	135	90	-0.05
4	180	$aux4$	135	90	-0.05
5	-60	$aux1$	90	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.66: Patrón 3, etapa 6 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	$aux1$	90	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.67: Patrón 3, etapa 7 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.68: Patrón 3, etapa 8 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.69: Patrón 3, etapa 9 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.05

Tabla 3.70: Patrón 3, etapa 10 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.10
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.71: Patrón 3, etapa 11 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.72: Patrón 3, etapa 12 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.10
3	0	0	90	90	-0.05
4	180	0	90	90	-0.05
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.73: Patrón 3, etapa 13 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.15
2	120	60	135	90	-0.15
3	0	-aux4	x	90	-0.05
4	180	aux4	x	90	-0.05
5	-60	aux3	x	90	-0.05
6	-120	-aux3	x	90	-0.05

Tabla 3.74: Patrón 3, etapa 14 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux2	90	90	-0.05
4	180	aux2	90	90	-0.05
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.75: Patrón 3, etapa 15 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux4	135	90	-0.10
4	180	aux4	135	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.76: Patrón 3, etapa 16 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.77: Patrón 3, etapa 17 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	aux3	135	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.78: Patrón 3, etapa 18 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.79: Patrón 3, etapa 19 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-aux3	135	90	-0.05

Tabla 3.80: Patrón 3, etapa 20 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.81: Patrón 3, etapa 21 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.82: Patrón 3, etapa 22 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.83: Patrón 3, etapa 23 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.20
2	120	60	135	90	-0.20
3	0	-aux4	x	90	-0.10
4	180	aux4	x	90	-0.10
5	-60	aux3	x	90	-0.05
6	-120	-aux3	x	90	-0.05

Tabla 3.84: Patrón 3, etapa 24 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.20
3	0	-aux2	90	90	-0.10
4	180	aux2	90	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.85: Patrón 3, etapa 25 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.20
3	0	-aux4	135	90	-0.15
4	180	aux4	135	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.86: Patrón 3, etapa 26 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.20
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	<i>aux1</i>	90	90	-0.05
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.87: Patrón 3, etapa 27 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.20
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.88: Patrón 3, etapa 28 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.20
2	120	60	90	90	-0.20
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.89: Patrón 3, etapa 29 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.05

Tabla 3.90: Patrón 3, etapa 30 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.91: Patrón 3, etapa 31 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.92: Patrón 3, etapa 32 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.10
4	180	0	90	90	-0.10
5	-60	60	90	90	-0.05
6	-120	-60	90	90	-0.05

Tabla 3.93: Patrón 3, etapa 33 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.15
2	120	60	135	90	-0.15
3	0	-aux4	x	90	-0.10
4	180	aux4	x	90	-0.10
5	-60	aux3	x	90	-0.05
6	-120	-aux3	x	90	-0.05

Tabla 3.94: Patrón 3, etapa 34 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux2	90	90	-0.10
4	180	aux2	90	90	-0.10
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.95: Patrón 3, etapa 35 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux4	135	90	-0.15
4	180	aux4	135	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.96: Patrón 3, etapa 36 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.05
6	-120	-aux1	90	90	-0.05

Tabla 3.97: Patrón 3, etapa 37 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	<i>aux3</i>	135	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.98: Patrón 3, etapa 38 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.05

Tabla 3.99: Patrón 3, etapa 39 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	$-aux3$	135	90	-0.10

Tabla 3.100: Patrón 3, etapa 40 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.101: Patrón 3, etapa 41 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	135	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.102: Patrón 3, etapa 42 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux1	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.10
6	-120	-60	90	90	-0.10

Tabla 3.103: Patrón 3, etapa 43 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-aux3	x	90	-0.15
2	120	60	135	90	-0.15
3	0	-aux4	x	90	-0.15
4	180	aux4	x	90	-0.15
5	-60	aux3	x	90	-0.10
6	-120	-aux3	x	90	-0.10

Tabla 3.104: Patrón 3, etapa 44 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux2	90	90	-0.15
4	180	aux2	90	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.10
6	-120	-aux1	90	90	-0.10

Tabla 3.105: Patrón 3, etapa 45 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	-aux4	135	90	-0.15
4	180	aux4	135	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.10
6	-120	-aux1	90	90	-0.10

Tabla 3.106: Patrón 3, etapa 46 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	aux1	90	90	-0.10
6	-120	-aux1	90	90	-0.10

Tabla 3.107: Patrón 3, etapa 47 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	aux3	135	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.10

Tabla 3.108: Patrón 3, etapa 48 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-aux1	90	90	-0.10

Tabla 3.109: Patrón 3, etapa 49 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-aux3	135	90	-0.15

Tabla 3.110: Patrón 3, etapa 50 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

3.6.5 Patrón de movimiento 4 - da vuelta a la izquierda

En este patrón se propone que el robot de vuelta a la izquierda con respecto a un centro; adicionalmente se sigue un esquema igual al del patrón de movimiento 1, donde se mueven 3 patas a la vez para efectuar el movimiento. Este patrón se activa en el simulador al presionar la tecla “4”.

Determinación de avance de las patas para girar un ángulo ψ

Al igual que con un ser vivo, al dar vuelta las patas internas al eje de giro se trasladan una menor distancia que las externas; para lograr ésto, fue necesario obtener una expresión que relacionara el “ángulo” girado por una pata externa con el de una pata interna (ver Figura 3.10).

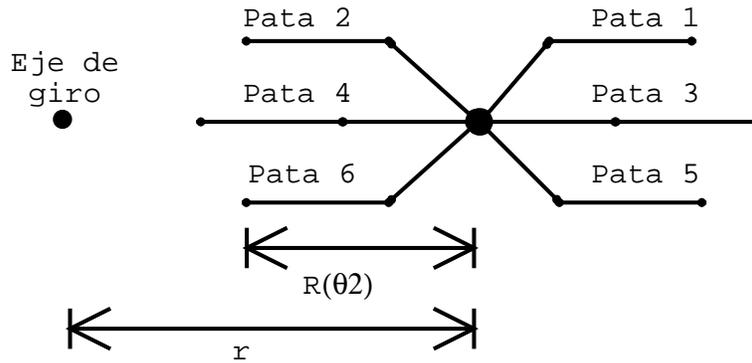


Figura 3.10: Diagrama esquemático para determinar el avance angular de cada pata al dar vuelta a la izquierda alrededor de un eje de giro.

El radio de cada pata se obtiene al obtener el valor absoluto de los puntos p_x y p_y (Ecuaciones 3.33 y 3.34), el cual está dado por la expresión (Ecuación 3.39)

$$R(\theta_2) = \sqrt{0.2 + 0.16 \cos \theta_2} \quad (3.39)$$

El arco generado por un radio r que gira un ángulo ψ viene dado por $s = r\psi$; dado que los ángulos de giro deben ser equivalentes para las patas de cada lado del robot, se determina que

$$\begin{aligned} \psi_{int} &= \psi_{out} \\ \frac{s_{int}}{r - R(\theta_2)} &= \frac{s_{out}}{r + R(\theta_2)} \\ s_{int} &= \left(\frac{r - R(\theta_2)}{r + R(\theta_2)} \right) s_{out} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Determinación del ángulo θ_{2f} para el patrón 4

Si el ángulo θ_2 gira de -60° a -50° para la *pata 1*, se tiene un avance igual a 0.0697245941916 m (mediante la Ecuación 3.38), lo que lleva a que para la *pata 2* se tenga un avance para un radio de

giro r de 1 m

$$R(\theta_2) = \sqrt{0.2 + 0.16 \cos(-60^\circ)} = 0.529150262213\text{ m}$$

$$s_{int} = \left(\frac{1\text{ m} - R(\theta_2)}{1\text{ m} + R(\theta_2)} \right) 0.0697245941916\text{ m}$$

$$s_{int} = 0.021469313843\text{ m}$$

Al considerar que el cambio angular es muy pequeño, el arco de avance puede aproximarse a una línea recta, lo cual lleva a utilizar la Ecuación 3.38 para determinar los $\Delta\theta_2$ para las demás patas de cada lado del robot; así, para la *pata 2*, se obtiene un valor θ_{2f} igual a 56.9243780604° . En la Tabla 3.111 se muestran unas variables auxiliares para simplificar la presentación de las etapas de movimiento.

Tabla 3.111: Definición de variables auxiliares para el patrón de movimiento 4.

<i>Variable</i>	<i>Valor (°)</i>
aux1	56.9243780604
aux2	58.4621890302
aux3	3.07562193826
aux4	1.53781096913
aux5	63.0756219396
aux6	61.5378109698

Etapas de movimiento para el patrón 4

En las Tablas 3.112 a 3.115 se muestran los valores articulares de cada etapa para cada articulación de cada pata del robot tipo insecto para generar el patrón de movimiento 4.

El significado de que representan las tablas es

Tablas 3.112 y 3.113 Avance completo manteniendo las *patas 2, 3 y 6* en contacto con el suelo.

Tablas 3.114 y 3.115 Avance completo manteniendo las *patas 1, 4 y 5* en contacto con el suelo

Tabla 3.112: Patrón 4, etapa 1 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-55	95	95	-0.15
2	120	<i>aux6</i>	<i>x</i>	90	-0.20
3	0	-5	<i>x</i>	90	-0.20
4	180	$-aux4$	95	85	-0.15
5	-60	65	95	95	-0.15
6	-120	$-aux2$	<i>x</i>	90	-0.20

Tabla 3.113: Patrón 4, etapa 2 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-50	90	90	-0.15
2	120	<i>aux5</i>	90	90	-0.15
3	0	-10	90	90	-0.15
4	180	$-aux3$	90	90	-0.15
5	-60	70	90	90	-0.15
6	-120	$-aux1$	90	90	-0.15

Tabla 3.114: Patrón 4, etapa 3 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-55	<i>x</i>	90	-0.20
2	120	<i>aux6</i>	95	85	-0.15
3	0	-5	95	95	-0.15
4	180	$-aux4$	<i>x</i>	90	-0.20
5	-60	65	<i>x</i>	90	-0.20
6	-120	$-aux2$	95	85	-0.15

Tabla 3.115: Patrón 4, etapa 4 - Valores articulares para cada articulación de cada pata.

<i>Pata</i>	q_1 (°)	q_2 (°)	q_3 (°)	q_4 (°)	q_5 (m)
1	60	-60	90	90	-0.15
2	120	60	90	90	-0.15
3	0	0	90	90	-0.15
4	180	0	90	90	-0.15
5	-60	60	90	90	-0.15
6	-120	-60	90	90	-0.15

Capítulo 4

Análisis dinámico

4.1 Descripción general

La dinámica trata la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que se origina como resultado.

El modelo dinámico del robot relaciona [1]

- La posición del robot definida por sus variables articulares, velocidad y aceleración.
- Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones.
- Los parámetros dimensionales del robot, como longitud, masa e inercia.

Para el análisis a efectuar en esta tesis, no se incluyen los efectos de los sistemas de transmisión, actuadores y equipos electrónicos en la dinámica del robot, y se considera un movimiento de cuerpo rígido para cada eslabón.

Al igual que con la cinemática del robot, la dinámica puede atacarse desde dos puntos de vista (Figura 4.1) [1]:

Dinámica directa Expresa la evolución temporal de los valores articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen.

Dinámica inversa Expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución de los valores articulares y sus derivadas.

Para el simulador se utiliza el esquema de dinámica inversa dentro de un módulo de análisis para determinar las fuerzas y pares generalizados necesarios para efectuar el movimiento; éstos consideran que el robot se encuentra fijo o “flotado” en el espacio, es decir, la base del robot carga con todo el peso de éste, en lugar de que las patas generen una reacción en el suelo al hacer contacto.

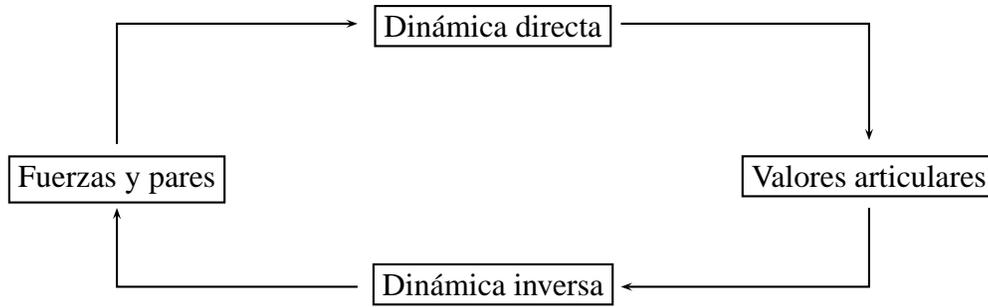


Figura 4.1: Dinámica inversa y directa.

4.2 Formulación de Lagrange

La formulación de Lagrange se basa en determinar la cantidad de energía contenida en un sistema; se define el *Lagrangiano* (\mathcal{L}) como la diferencia entre la energía cinética (\mathcal{K}) y la energía potencial (\mathcal{U}) [4].

De esta manera, se establece la ecuación del Lagrangiano (Ecuación 4.1) y la ecuación de Lagrange-Euler (Ecuación 4.2)

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{U} \quad (4.1)$$

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \quad (4.2)$$

donde

q_i Coordenada generalizada

τ Vector de fuerzas y pares

\mathcal{L} Lagrangiano

\mathcal{K} Energía cinética

\mathcal{U} Energía potencial

Para utilizar estas ecuaciones correctamente, es necesario escoger un sistema de coordenadas generalizadas para describir el sistema; estas coordenadas deben poder describir completamente la posición y orientación del sistema con respecto a un sistema de referencia [2], lo que lleva a utilizar las variables articulares (q_1, q_2, \dots, q_5) como coordenadas generalizadas en cada pata del robot.

4.2.1 Algoritmo de Lagrange-Euler

En [1] se presenta el siguiente algoritmo desarrollado por Uicker para formular el modelo dinámico de una cadena articulada independiente mediante la ecuación de Lagrange-Euler.

1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de Denavit-Hartenberg.

2. Obtener las matrices de transformación ${}^0\mathbf{A}_i$ para cada elemento i .
3. Obtener las matrices \mathbf{U}_{ij} definidas por (Ecuación 4.3)

$$\mathbf{U}_{ij} = \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \quad (4.3)$$

La derivada de la matriz ${}^0\mathbf{A}_i$ respecto a la coordenada q_j se obtiene mediante la expresión

$$\frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{Q}_j^{j-1}\mathbf{A}_i & \text{si } j \leq i \\ [0] & \text{si } j > i \end{cases}$$

donde

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

si la articulación i es de rotación, y

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

si la articulación i es de traslación.

4. Obtener las matrices \mathbf{U}_{ijk} definidas por (Ecuación 4.4)

$$\mathbf{U}_{ijk} = \frac{\partial \mathbf{U}_{ij}}{\partial q_k} \quad (4.4)$$

La derivada de la matriz \mathbf{U}_{ij} con respecto a la coordenada q_k se obtiene mediante la expresión

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{ij}}{\partial q_k} = \begin{cases} {}^0\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{Q}_j^{j-1}\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{Q}_k^{k-1}\mathbf{A}_i & \text{si } i \geq k \geq j \\ {}^0\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{Q}_k^{k-1}\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{Q}_j^{j-1}\mathbf{A}_i & \text{si } i \geq j \geq k \\ [0] & \text{si } k > i \text{ o } j > i \end{cases}$$

donde se sigue el mismo esquema que en el punto anterior para la determinación de \mathbf{Q} .

5. Obtener las matrices de pseudoinercia \mathbf{J}_i para cada elemento, definidas por (Ecuación 4.5)

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int y_i x_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int z_i x_i dm & \int z_i y_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

donde las integrales están extendidas al elemento i considerado, y (x_i, y_i, z_i) son las coordenadas del diferencial de masa dm respecto al sistema de coordenadas del elemento.

6. Obtener la matriz de inercia \mathbf{D} cuyos elementos están definidos por (Ecuación 4.6)

$$d_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Traza}(\mathbf{U}_{kj} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{ki}^T) \quad (4.6)$$

con $i, j = 1, 2, \dots, n$
 n número de grados de libertad

7. Obtener los términos h_{ikm} definidos por (Ecuación 4.7)

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Traza}(\mathbf{U}_{jkm} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T) \quad (4.7)$$

con $i, k, m = 1, 2, \dots, n$

8. Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta \mathbf{H} definida por (Ecuación 4.8)

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad (4.8)$$

9. Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad \mathbf{C} definida por (Ecuación 4.9)

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^j \mathbf{r}_j) \quad (4.9)$$

con $i = 1, 2, \dots, n$

\mathbf{g} es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base y se expresa como $(g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}, 0)$
 ${}^j \mathbf{r}_j$ es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento j expresado en el sistema de referencia del elemento j

10. La ecuación dinámica del sistema viene dada por (Ecuación 4.10)

$$\tau = \mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \quad (4.10)$$

donde τ es el vector de fuerzas y pares motores efectivos aplicados sobre cada coordenada q_i .

4.2.2 Determinación de los parámetros dinámicos del robot tipo insecto

Para obtener el modelo dinámico del robot tipo insecto es necesario especificar la forma y materiales a utilizar.

Vector \mathbf{r} de posición del centro de masa

Los vectores de posición del centro de masa para cada eslabón se presentan en las Tabla 4.1 y están expresados en el sistema de referencia de cada cuerpo; dado que las patas son idénticas entre ellas, sólo se presenta una configuración para todas las patas.

Tabla 4.1: Posición del centro de masa de los eslabones en todas las patas del robot tipo insecto.

<i>Cuerpo</i>	r_x (m)	r_y (m)	r_z (m)
1	-0.1	0.0	0.0
2	-0.1	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.05
4	0.0	-0.05	0.0
5	0.0	0.0	0.15

Matriz J de pseudoinercia

Para el cálculo de las matrices de pseudoinercia es necesario especificar el material, para que a partir de la densidad de éste y el volumen del cuerpo se obtenga la masa de cada eslabón; por facilidad, se escoge el hierro como material estructural, con una densidad $\rho = 7870 \text{ kg/m}^3$. Las características físicas de cada cuerpo se presentan en la Tabla 4.2¹.

Tabla 4.2: Configuración física de los eslabones de cada una las patas.

<i>Cuerpo</i>	<i>Sección</i>	<i>Longitud característica</i> (m)	<i>Área</i> (m ²)	<i>Volumen</i> (m ³)	<i>Masa</i> (kg)
1	Cuadrada	0.02 (arista)	0.0004	0.00008	0.6296
2	Cuadrada	0.02 (arista)	0.0004	0.00008	0.6296
3	Cuadrada	0.02 (arista)	0.0004	0.00004	0.3148
4	Circular	0.02 (diám.)	$\pi (10)^{-4}$	$\pi (10)^{-5}$	0.2472
5	Circular	0.02 (diám.)	$\pi (10)^{-4}$	$3\pi (10)^{-5}$	0.7417

En las Ecuaciones 4.11 a 4.15 se presentan las matrices de pseudoinercia **J** para cada cuerpo.

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0.006296 & 0 & 0 & -0.06296 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06296 & 0 & 0 & 0.6296 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0.006296 & 0 & 0 & -0.06296 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06296 & 0 & 0 & 0.6296 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

¹Aunque la sección de los cuerpos 4 y 5 es circular, en el simulador gráfico se visualizan como de sección cuadrada porque su generación requiere una menor cantidad de instrucciones y lleva a una mayor velocidad de cómputo.

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000787 & 0.01574 \\ 0 & 0 & 0.01574 & 0.3148 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000618 & 0 & -0.01236 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.01236 & 0 & 0.2472 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{J}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01668825 & 0.111255 \\ 0 & 0 & 0.111255 & 0.7417 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Capítulo 5

Desarrollo del simulador

5.1 OpenGL^{MR}

5.1.1 Descripción general de OpenGL^{MR}

OpenGL^{MR} se define **estrictamente** como una interfase de *software* para *hardware* gráfico (GL significa *Graphics Library*) [5].

Esta interfase consiste en aproximadamente 250 comandos diferentes que se utilizan para especificar los objetos y operaciones necesarias para producir aplicaciones interactivas en tres dimensiones; adicionalmente, OpenGL^{MR} se encuentra diseñado para ser independiente del *hardware* donde se ejecute la aplicación. Para lograr esta portabilidad, en OpenGL^{MR} (básico) no existen comandos para manejo de ventanas ni para obtener entradas de datos del usuario; debido a ésto, debe generarse un código adicional para el manejo de la aplicación dependiente del sistema de ventanas a usar (así como del sistema operativo).

En OpenGL^{MR} no se proveen comandos de alto nivel para describir modelos tridimensionales complicados (automóviles, aviones o moléculas), sino que deben construirse éstos a partir de *primitivos geométricos* como lo son puntos, líneas o polígonos [6].

5.1.2 Utilización de OpenGL^{MR} para esta tesis

El utilizar OpenGL^{MR} para el desarrollo del simulador gráfico¹ en esta tesis, se debe a que era necesario tener una “herramienta” para visualizar el robot tipo insecto de manera interactiva al evaluar un patrón de movimiento predeterminado, en lugar de estar “traduciendo” matrices de coordenadas homogéneas de cada cuerpo de manera repetitiva.

Dada la complejidad de OpenGL^{MR}, en el desarrollo de esta tesis se hizo uso de varios “tutoriales” disponibles en *internet* [7] (bajo el permiso del autor) y fueron modificados para satisfacer las necesidades del programa en lugar de comenzar a desarrollar la interfase de la nada.

En la Figura 5.1 se muestra un diagrama de flujo generalizado para la subrutina que dibuja el robot tipo insecto y el ambiente.

¹Nota legal en su idioma original: *This software was created using the published OpenGLTM Sample Implementation, but has not been independently verified as being compliant with the OpenGLTM, GLU, or GLX Specifications.*

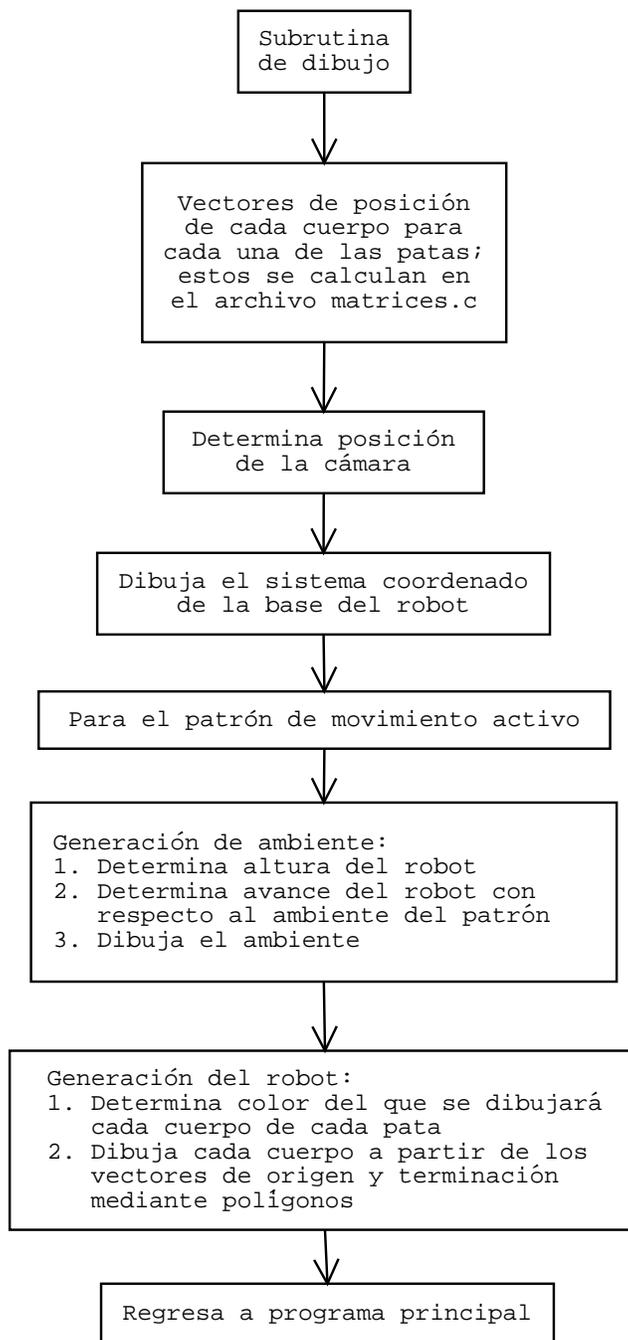


Figura 5.1: Diagrama de flujo generalizado de la subrutina de dibujo.

Librerías de OpenGL^{MR} necesarias para el simulador

Dentro del código fuente, es necesario incluir los siguientes archivos de cabecera (*header files*):

gl.h *Librería de OpenGL^{MR}*. Contiene las herramientas básicas para implementar OpenGL^{MR} en una aplicación.

glu.h *Librería de utilidades de OpenGL^{MR}*. Contiene varias subrutinas que utilizan comandos de bajo nivel para realizar operaciones gráficas sencillas, soporte de cálculo matricial y soporte de algunos tipos de curvas y superficies.

glut.h *Librería de herramientas de utilidades de OpenGL^{MR}*. Contiene un conjunto de herramientas para “facilitar” el manejo de ventanas, detección de señales provenientes del teclado, mouse, etc. Esta librería es dependiente del sistema operativo a utilizar.

5.1.3 Vectores de origen y terminación de cada cuerpo para cada pata del robot

La representación de Denavit-Hartenberg es útil para determinar la posición y orientación del sistema coordenado local de un cuerpo a partir de un sistema de referencia, pero para lograr una mejor visualización es necesario determinar cómo se desplegará el cuerpo en sí en la pantalla de la computadora. Para ésto se utiliza un vector de origen r_{inf} (basado en el sistema $i - 1$) y un vector de terminación r_{sup} (basado en el sistema i). Para el robot simulado en esta tesis todas las patas tienen la misma configuración, es decir, todos los eslabones de todas las patas son idénticos.

En la Tabla 5.1 se muestran los vectores mencionados iniciales para todas las patas (dado que el cuerpo 5 se traslada, su vector cambiará durante la simulación).

Tabla 5.1: Vectores de origen y terminación iniciales de cada cuerpo para todas las patas.

<i>Cuerpo</i>	r_{inf_x}	r_{inf_y}	r_{inf_z}	r_{sup_x}	r_{sup_y}	r_{sup_z}
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0.1
4	0	0	0.1	0	0	0
5	0	0	0.15	0	0	0

5.2 Interacción disponible para el usuario

En el simulador desarrollado el usuario puede interactuar con el programa mediante entradas del teclado.

Las entradas habilitadas son:

Tecla “u” Mueve la cámara hacia arriba (*up*).

Tecla “d” Mueve la cámara hacia abajo (*down*).

Tecla “l” Mueve la cámara hacia la izquierda (*left*).

Tecla “r” Mueve la cámara hacia la derecha (*right*).

Tecla “c” Acerca la cámara al objeto (*closer*).

Tecla “f” Aleja la cámara del objeto (*farer*).

Tecla “w” Cambia entre modo “wireframe” y “sólido” (*wireframe*).

Tecla “z” Vista predeterminada para ver el robot desde arriba (*z_view*).

Tecla “n” Activa/desactiva el módulo de análisis dinámico (*no_dynamics*).

Tecla “Page Up” Rota la cámara alrededor del eje *Z* en dirección positiva ².

Tecla “Page Down” Rota la cámara alrededor del eje *Z* en dirección negativa.

Tecla “Key Up” Rota la cámara alrededor del eje *X* en dirección positiva ³.

Tecla “Key Down” Rota la cámara alrededor del eje *X* en dirección negativa.

Tecla “Key Right” Rota la cámara alrededor del eje *Y* en dirección positiva ⁴.

Tecla “Key Left” Rota la cámara alrededor del eje *Y* en dirección negativa.

Tecla “0” Reinicializa la configuración del robot a la posición inicial.

Tecla “1” Activa patrón de movimiento 1.

Tecla “2” Activa patrón de movimiento 2.

Tecla “3” Activa patrón de movimiento 3.

Tecla “4” Activa patrón de movimiento 4.

Tecla “Escape” Sale del programa.

La razón de utilizar la primera letra del nombre de la acción en inglés, es que en las opciones de mover la cámara hacia *arriba* y *abajo* se repetía la inicial del nombre de la acción en el idioma español; consecuentemente, todos los comandos se activan con su inicial en el idioma inglés.

²Equivale a una rotación alrededor del eje Z_0 del robot.

³Equivale a una rotación de la escena en pantalla hacia “abajo”.

⁴Equivale a una rotación de la escena en pantalla hacia la “izquierda”.

5.3 Programación del simulador

5.3.1 Lenguaje de programación

El simulador a desarrollar en esta tesis se genera mediante el lenguaje de programación *C* en su categoría *ANSI*, lo cual lleva a que sea altamente portable entre diferentes sistemas operativos y fácil de modificar por otro programador.

Adicionalmente el simulador se desarrolla en un sistema operativo *GNU/LINUX*, distribución *Mandrake^{MR}*, debido a que en este tipo de sistema se obliga al programador a escribir códigos más robustos y libres de errores de programación.

El código fuente del programa se provee en el disco compacto adjunto a esta tesis (ver Apéndice A) y consta de tres archivos ⁵:

matrices.h Archivo de cabecera para definir estructuras de datos y constantes a utilizar.

matrices.c Módulo de análisis cinemático y dinámico.

anima.c Módulo de dibujo; en éste se encuentra el *programa principal*.

El código final se distribuye bajo la licencia GPL (*General Public License*); ésta se encuentra en el Apéndice C.

5.3.2 Archivos adicionales

La morfología física del robot tipo insecto a simular puede cambiar, por lo que es necesario tener una forma flexible de proveer estos datos al programa.

Los archivos de entrada de datos se encuentran en el Apéndice B, cuyas características son:

dh_input.txt Contiene los arreglos de los parámetros de Denavit-Hartenberg para cada pata del robot tipo insecto. Se agregó una última columna a los parámetros de D-H, para especificar si la articulación es de revoluta o de traslación; la nomenclatura es la siguiente:

$$\text{Articulación} = \begin{cases} 0 & \text{Articulación de revoluta} \\ 1 & \text{Articulación de traslación} \end{cases}$$

inertia_input.txt Contiene las matrices de pseudoinercia **J**, los vectores de posición de centro de masa y los vectores de origen y terminación de cada cuerpo para cada pata.

⁵El disco compacto también incluye los archivos de entrada de datos, licencia e instrucciones para compilar.

Capítulo 6

Resultados

6.1 Resultados de la simulación cinemática de los patrones ejemplo de movimiento

En la Sección 6.1.1 a 6.1.5 se presenta la visualización en pantalla del robot tipo insecto al evaluar los diferentes patrones de movimiento predeterminados¹.

6.1.1 Patrón 0 - posición inicial

En las Figuras 6.1 a 6.3 se muestran escenas del patrón 0, que representa la posición inicial del robot tipo insecto.

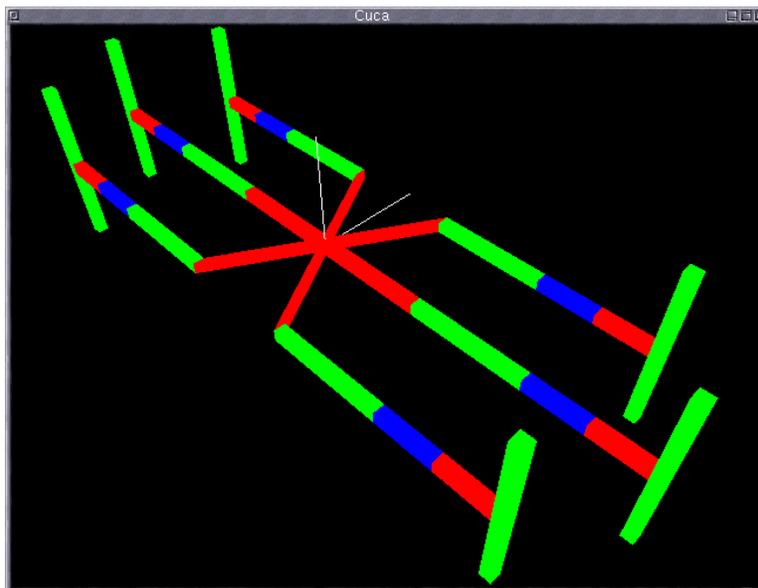


Figura 6.1: Simulación del patrón 0, vista 1.

¹En la parte superior de cada figura aparece la palabra *Cuca*, que es como se le llamo al robot.

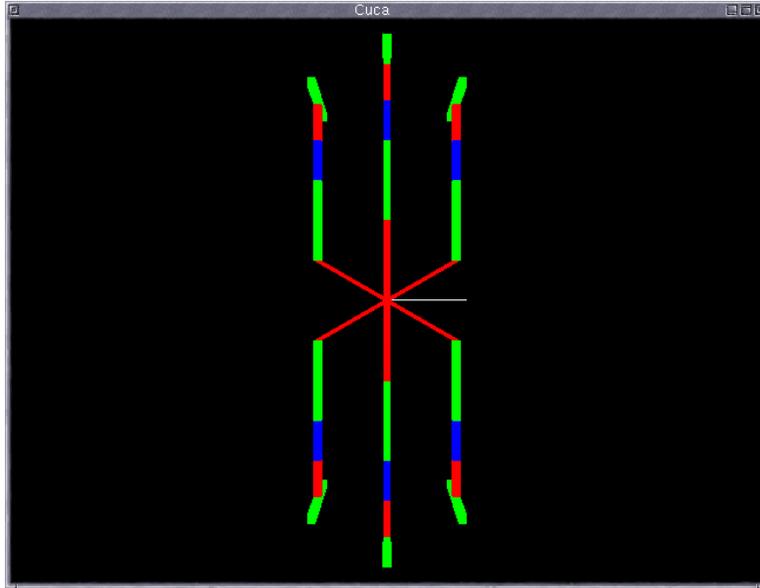


Figura 6.2: Simulación del patrón 0, vista 2.

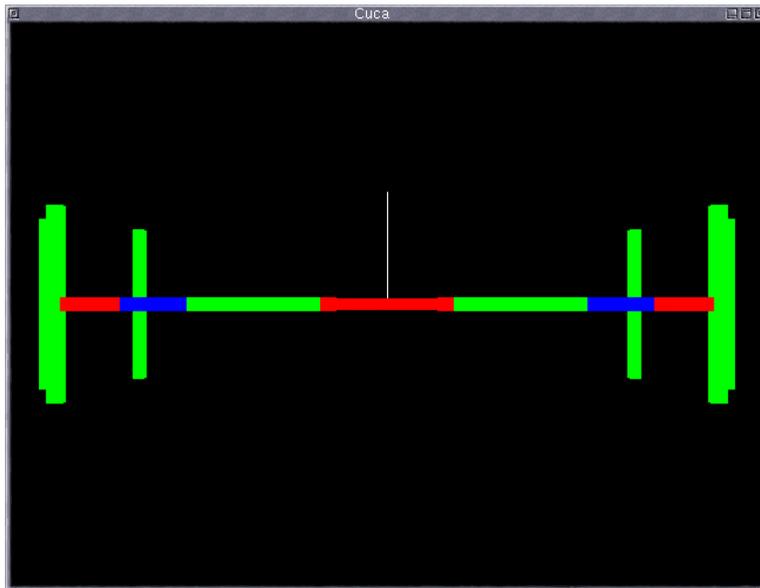


Figura 6.3: Simulación del patrón 0, vista 3.

6.1.2 Patrón 1 - camina sobre suelo horizontal

En las Figuras 6.4 a 6.7 se muestran escenas del patrón de movimiento 1, donde se evalúan los movimientos necesarios para producir que el robot se movilice sobre un suelo horizontal. Para este patrón, las patas que se encuentran en contacto con el suelo se visualizan de color amarillo.

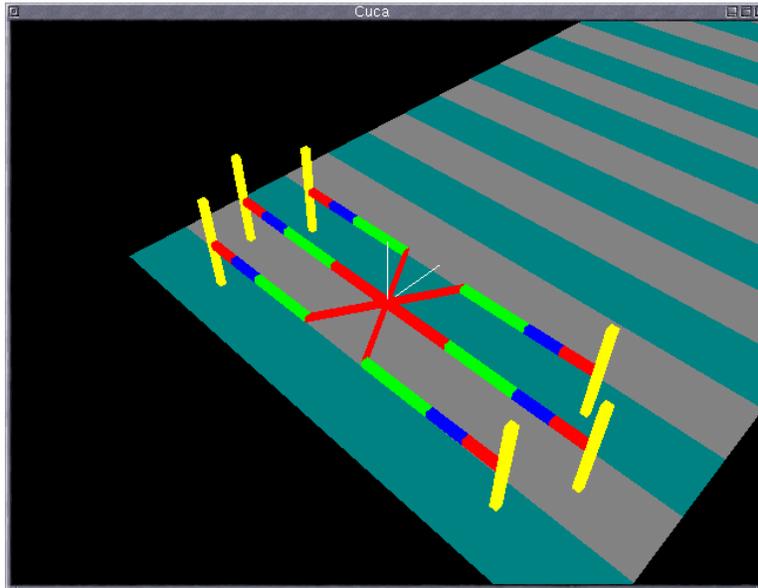


Figura 6.4: Simulación del patrón 1, vista 1.

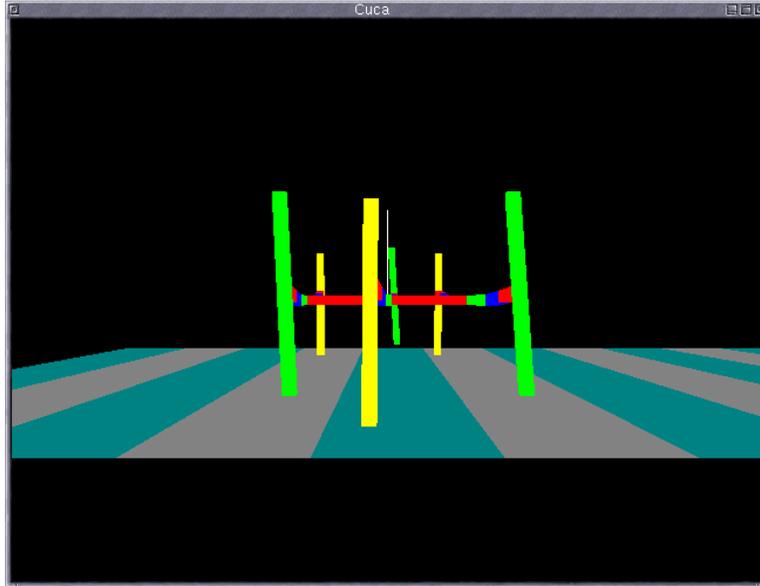


Figura 6.5: Simulación del patrón 1, vista 2.

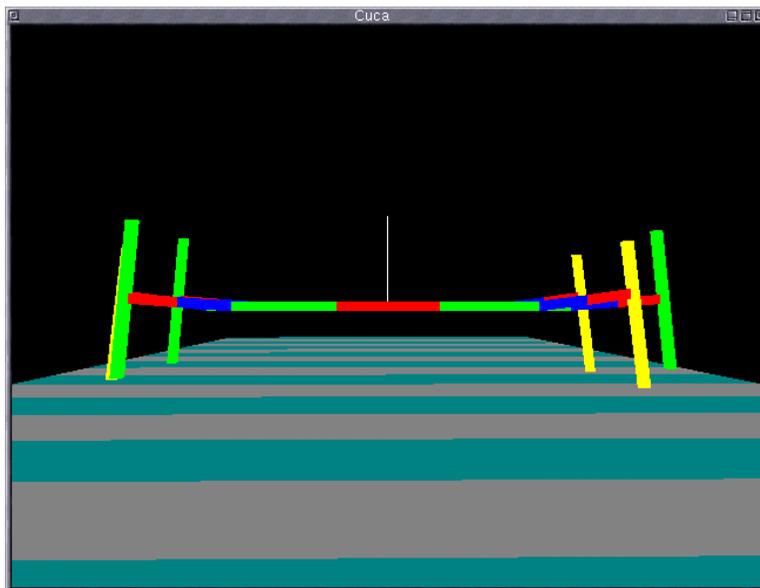


Figura 6.6: Simulación del patrón 1, vista 3.

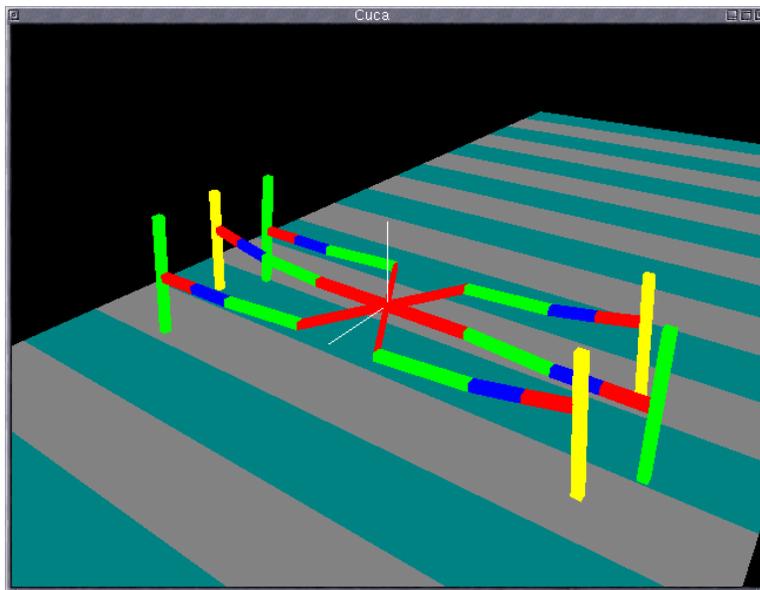


Figura 6.7: Simulación del patrón 1, vista 4.

6.1.3 Patrón 2 - sube escaleras

En las Figuras 6.8 a 6.11 se muestran escenas del patrón de movimiento 2, donde se evalúan los movimientos necesarios para producir que el robot se movilice para subir una escalera de 9 peldaños.

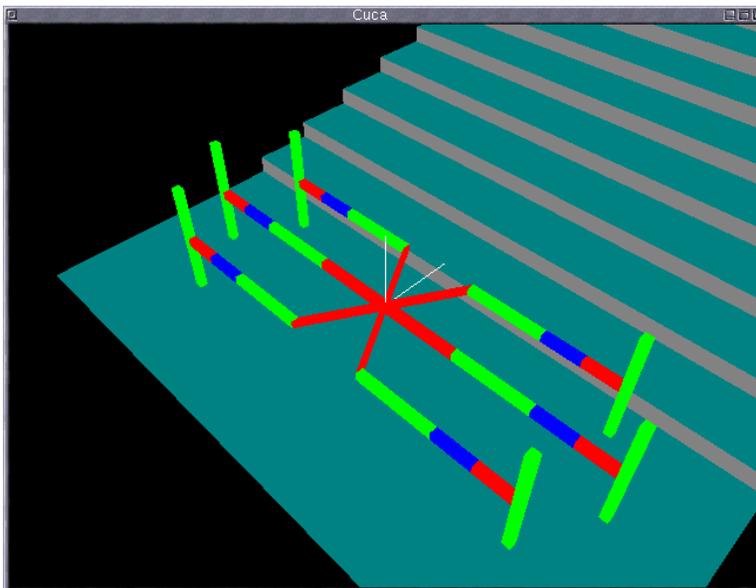


Figura 6.8: Simulación del patrón 2, vista 1.

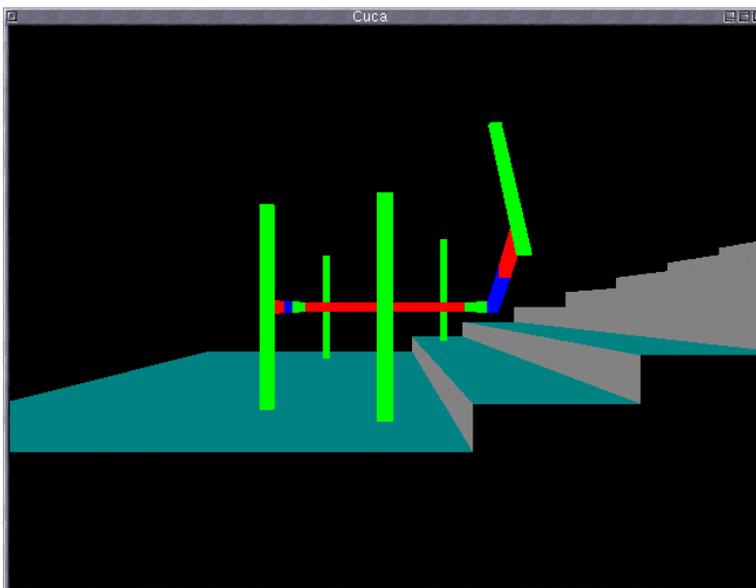


Figura 6.9: Simulación del patrón 2, vista 2.

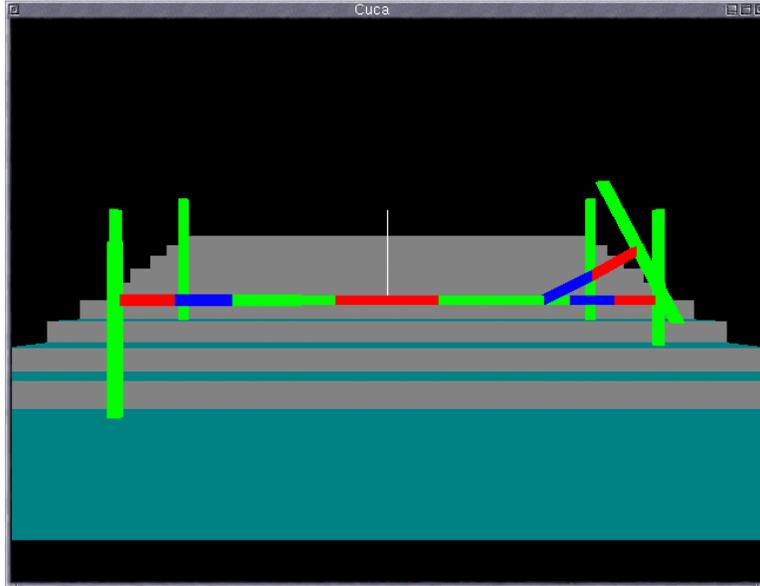


Figura 6.10: Simulación del patrón 2, vista 3.

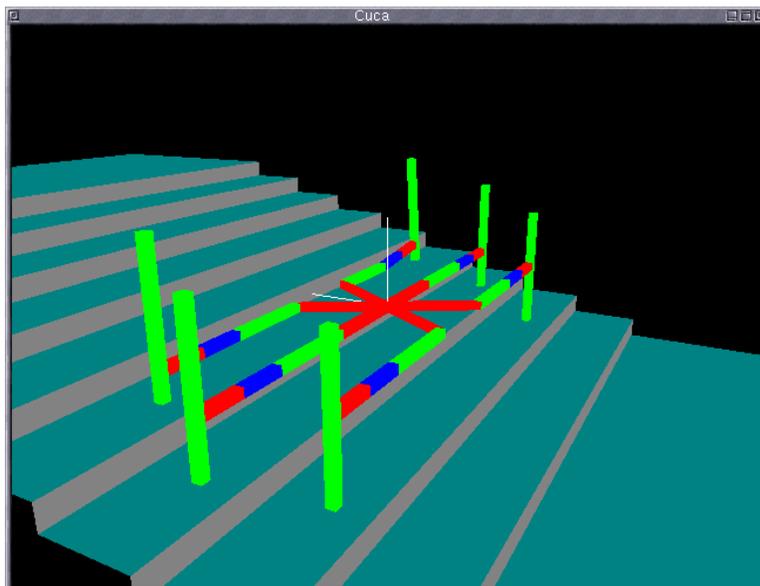


Figura 6.11: Simulación del patrón 2, vista 4.

6.1.4 Patrón 3 - baja escaleras

En las Figuras 6.12 a 6.15 se muestran escenas del patrón de movimiento 3, donde se evalúan los movimientos necesarios para producir que el robot se movilice para bajar una escalera de 9 peldaños.

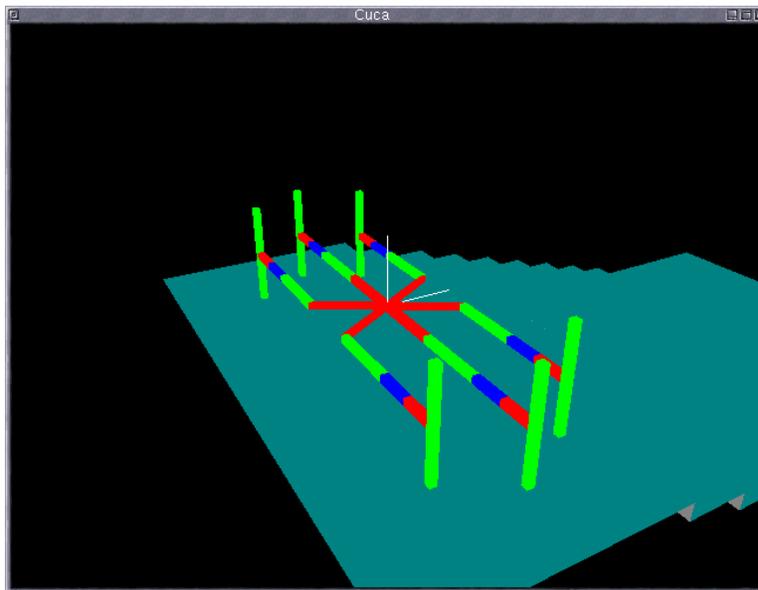


Figura 6.12: Simulación del patrón 3, vista 1.

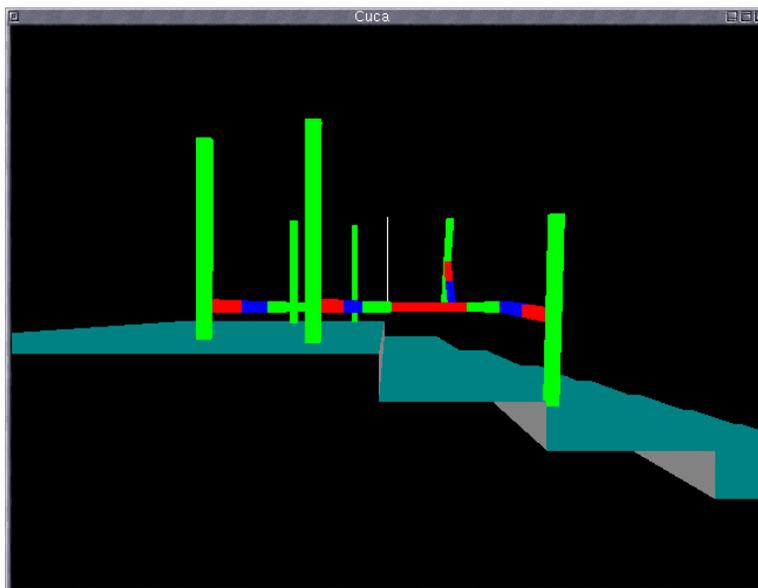


Figura 6.13: Simulación del patrón 3, vista 2.

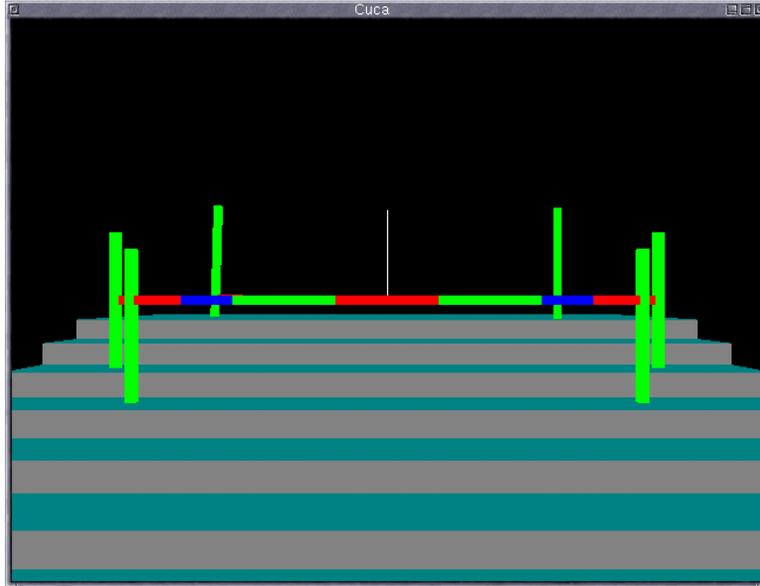


Figura 6.14: Simulación del patrón 3, vista 3.

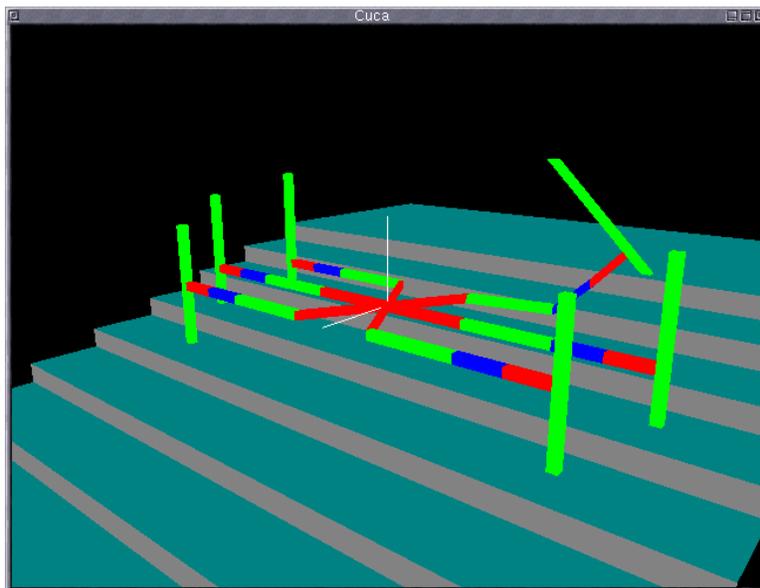


Figura 6.15: Simulación del patrón 3, vista 4.

6.1.5 Patrón 4 - da vuelta a la izquierda

En las Figuras 6.16 a 6.19 se muestran escenas del patrón de movimiento 4, donde se evalúan los movimientos necesarios para producir que el robot se movilece sobre un suelo horizontal, donde se da vuelta hacia la izquierda con un radio de 1 m entre el centro del robot y el eje de giro.

Para este patrón, las patas que se encuentran en contacto con el suelo se visualizan de color amarillo.

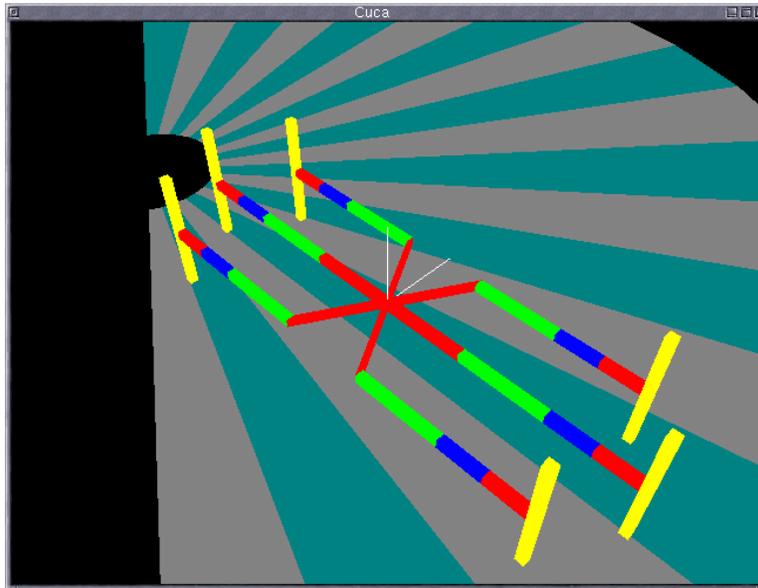


Figura 6.16: Simulación del patrón 4, vista 1.

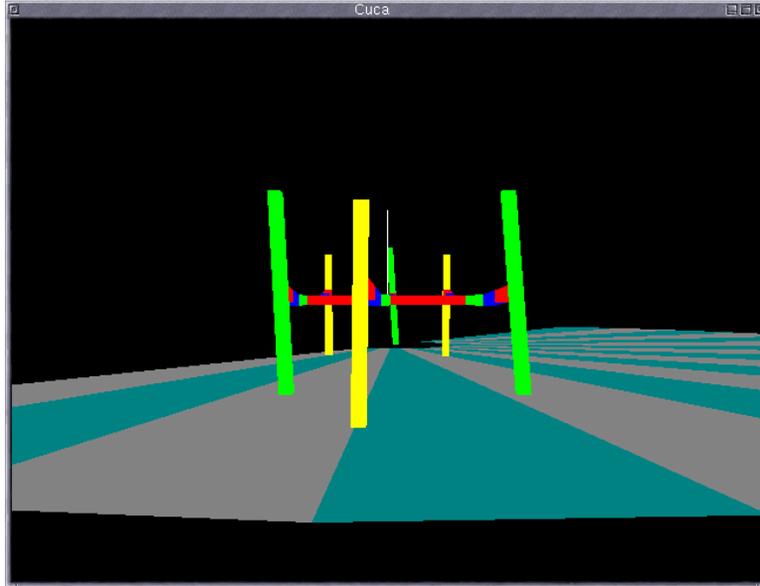


Figura 6.17: Simulación del patrón 4, vista 2.

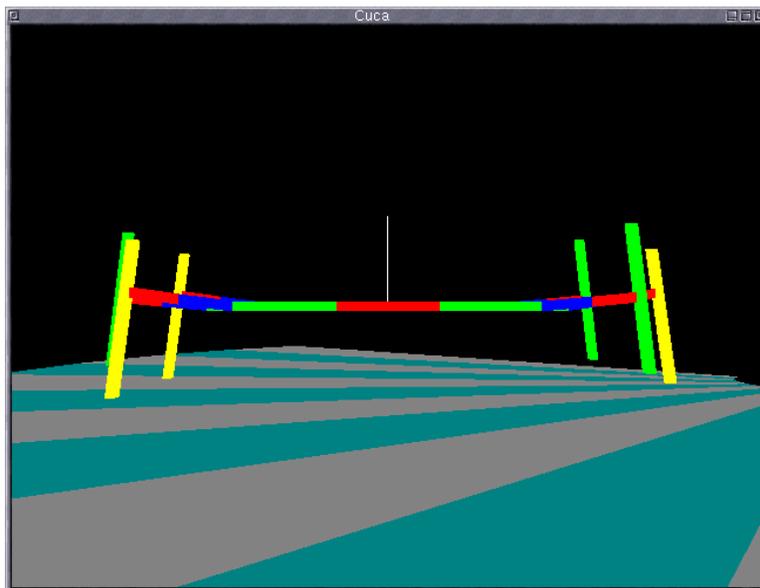


Figura 6.18: Simulación del patrón 4, vista 3.

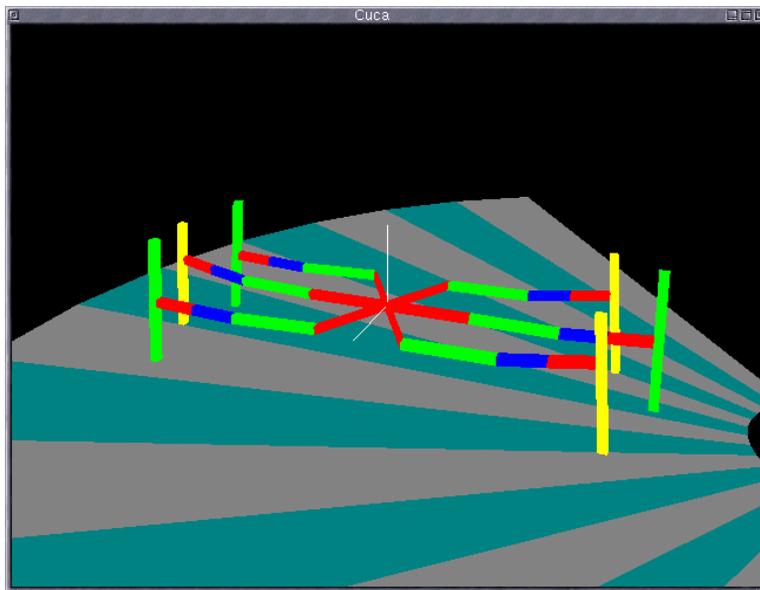


Figura 6.19: Simulación del patrón 4, vista 4.

6.2 Resultados del módulo de análisis dinámico

En la Sección 6.2.1 a 6.2.5 se presentan los resultados del análisis dinámico al evaluar los diferentes patrones de movimiento predeterminados².

En el análisis dinámico efectuado se considera que el robot se encuentra fijo o “flotado” en el espacio, por lo que la base carga con el peso de las patas y sólo se cuantifican las fuerzas y pares mínimos necesarios para realizar el movimiento bajo esta suposición; las curvas que se muestran representan principalmente el efecto de la gravedad sobre el robot, debido a que la velocidad de movimiento es pequeña (la aportación de cargas inerciales, de Coriolis y centrípeta es mínima). Adicionalmente, las curvas de los cuerpos 1, 2 y 4 se presentan con el mismo color debido a que mantienen un valor constante aproximadamente igual a cero.

6.2.1 Patrón 0 - posición inicial

En las Figuras 6.20 a 6.25 se muestran las curvas de fuerzas o pares generalizados necesarios para efectuar el patrón de movimiento 0.

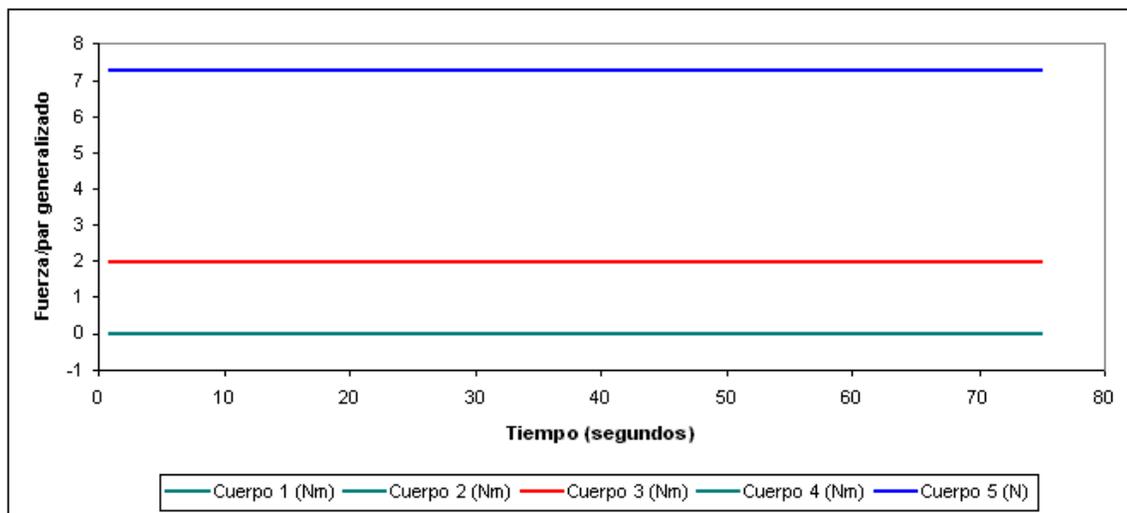


Figura 6.20: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 1.

²Cada etapa de movimiento de todos los patrones se realiza en 25 segundos.

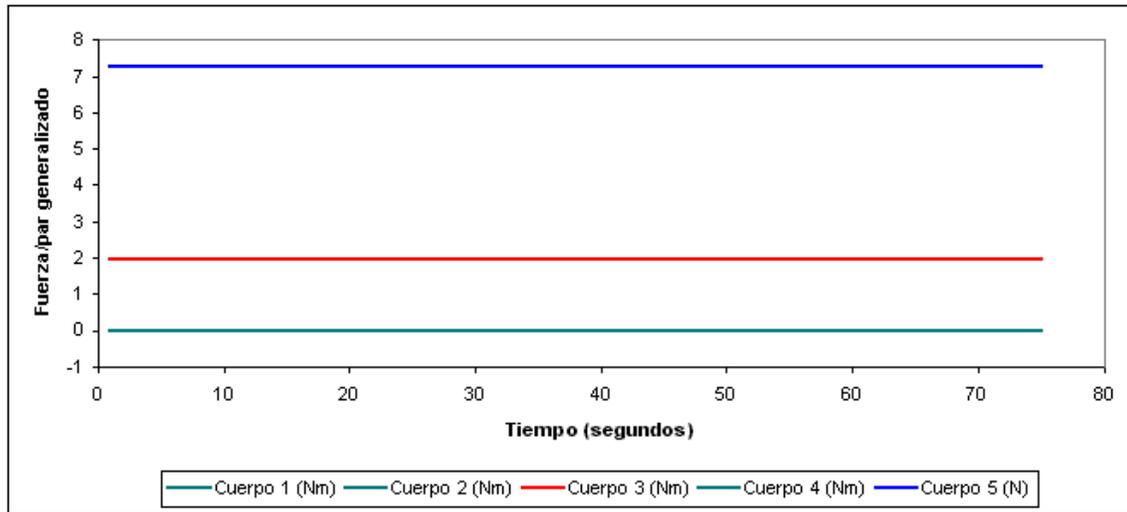


Figura 6.21: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 2.

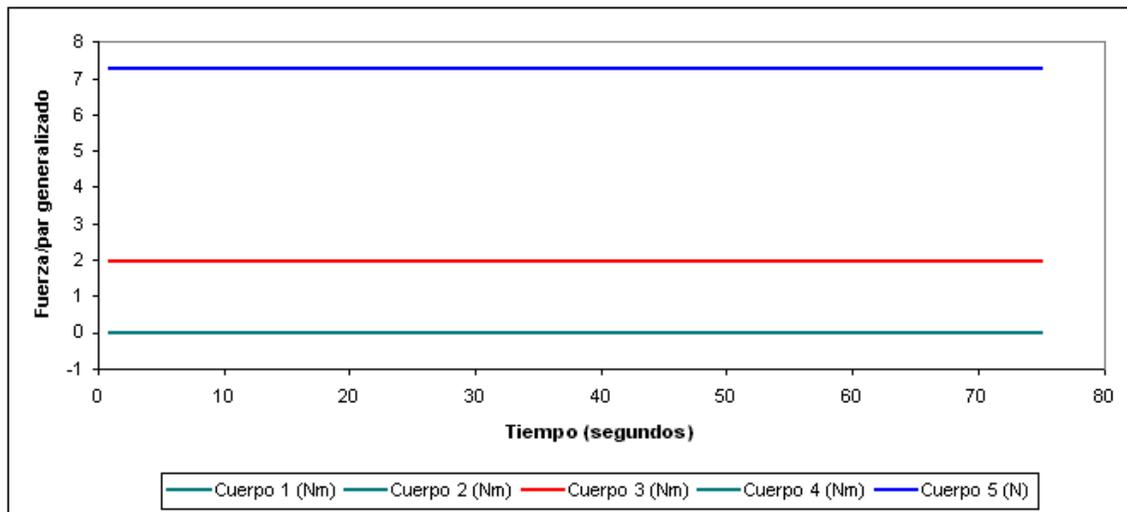


Figura 6.22: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 3.

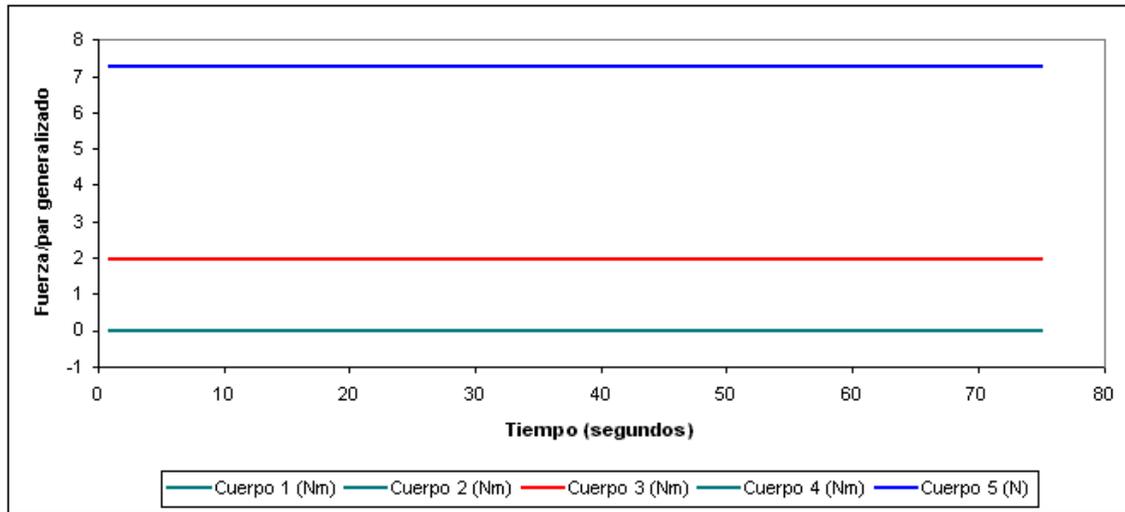


Figura 6.23: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 4.

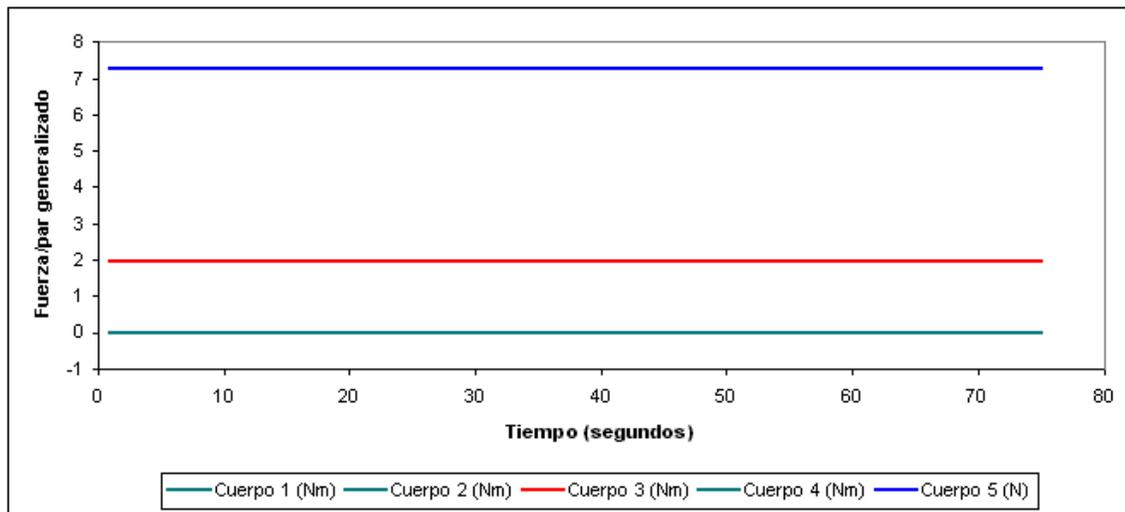


Figura 6.24: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 5.

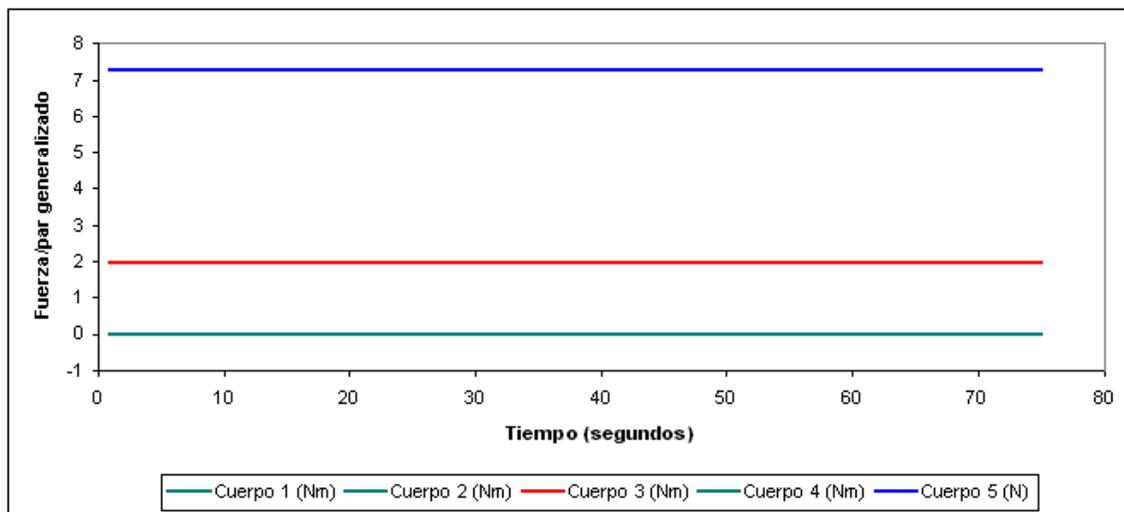


Figura 6.25: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 0, pata 6.

6.2.2 Patrón 1 - camina sobre suelo horizontal

En las Figuras 6.26 a 6.31 se muestran las curvas de fuerzas o pares generalizados necesarios para efectuar el patrón de movimiento 2.

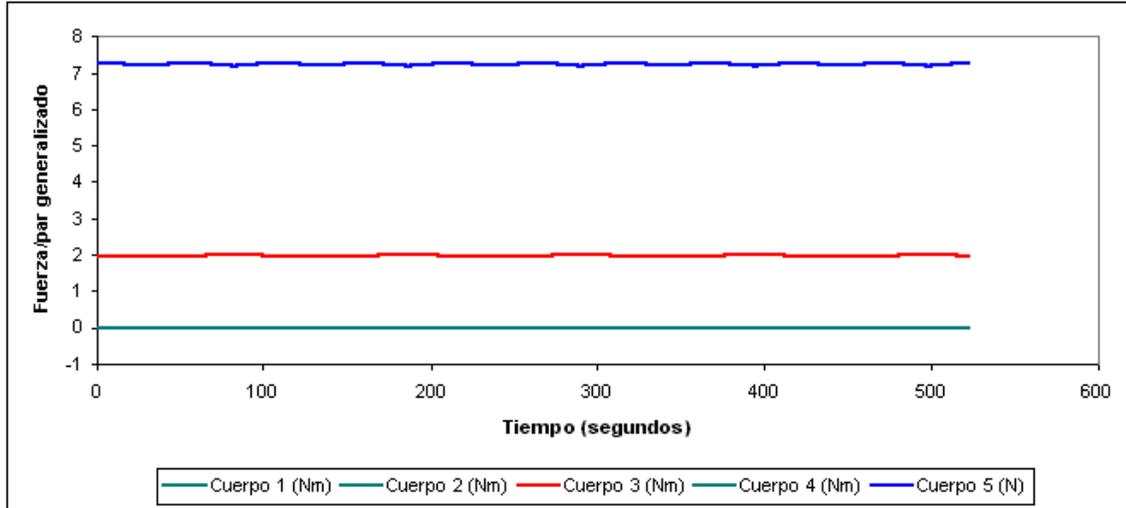


Figura 6.26: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 1.

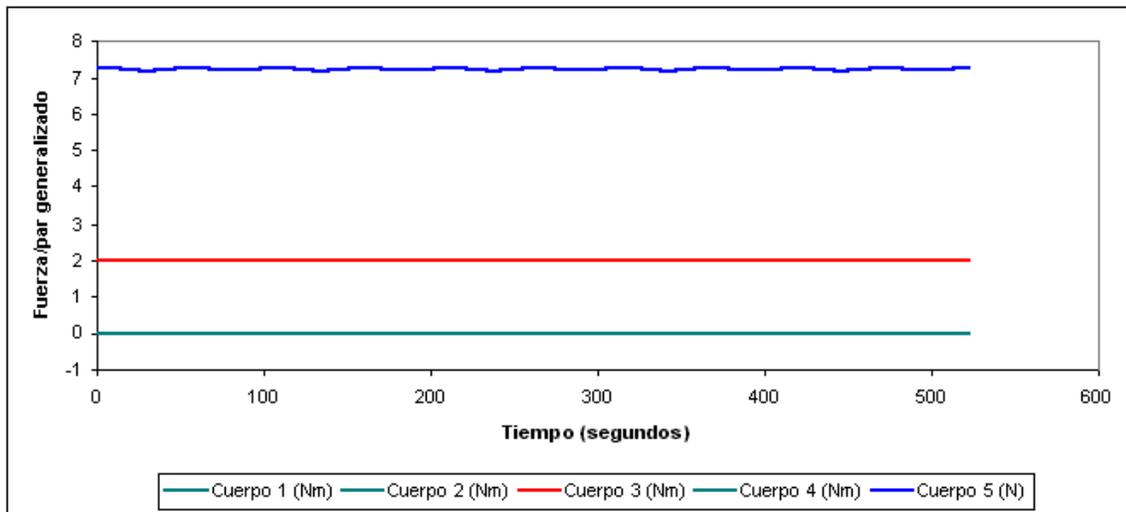


Figura 6.27: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 2.

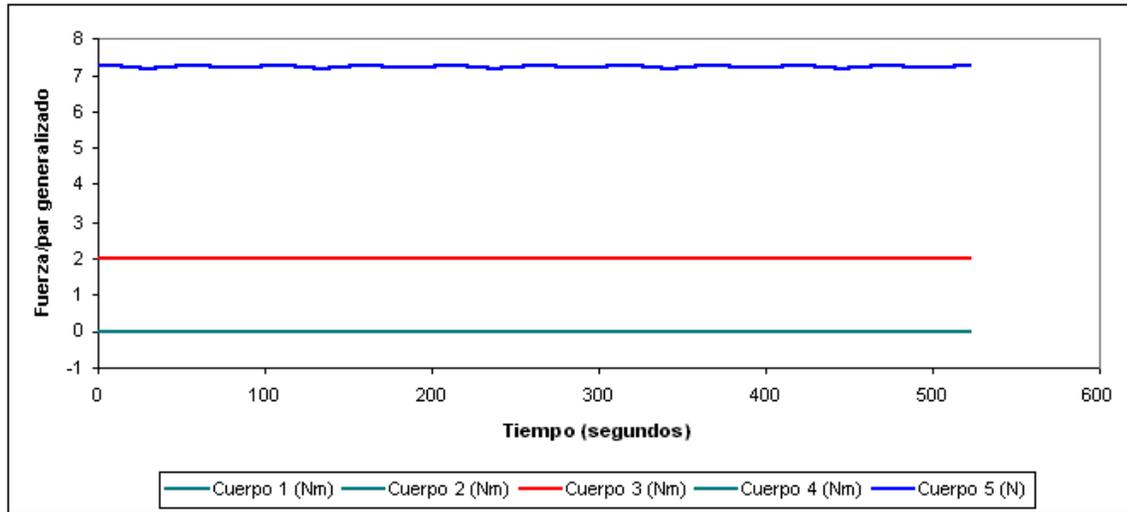


Figura 6.28: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 3.

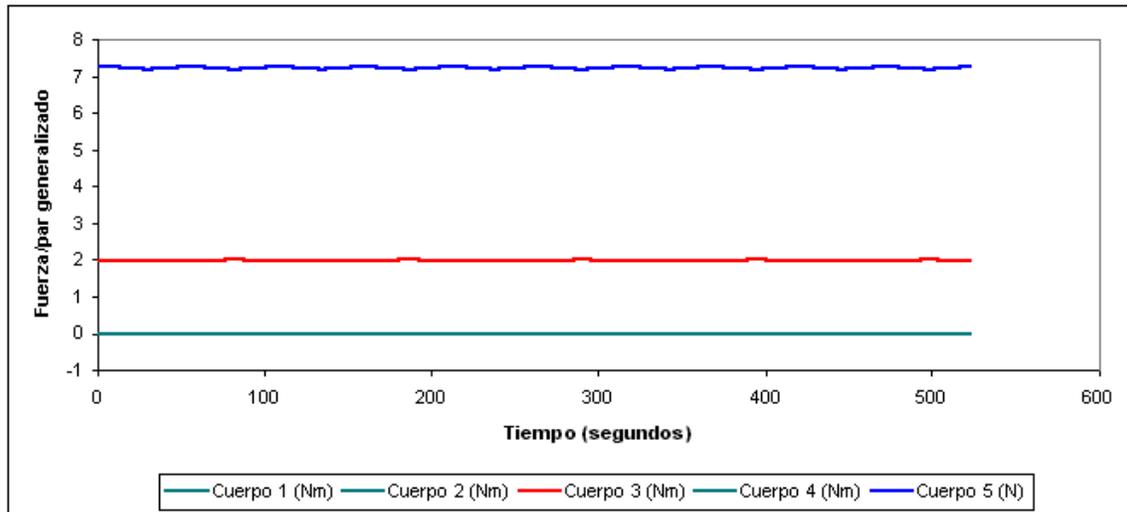


Figura 6.29: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 4.

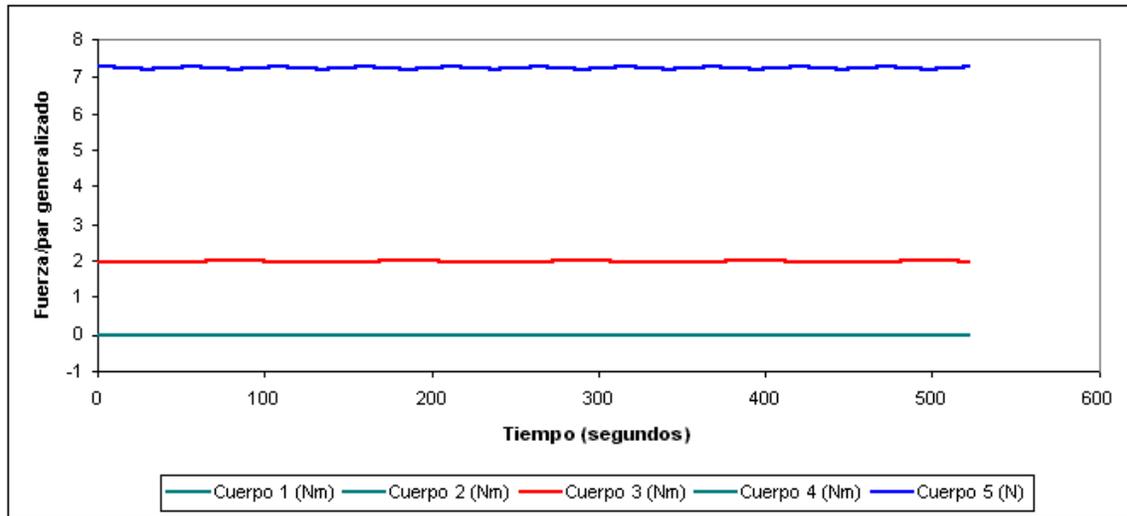


Figura 6.30: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 5.

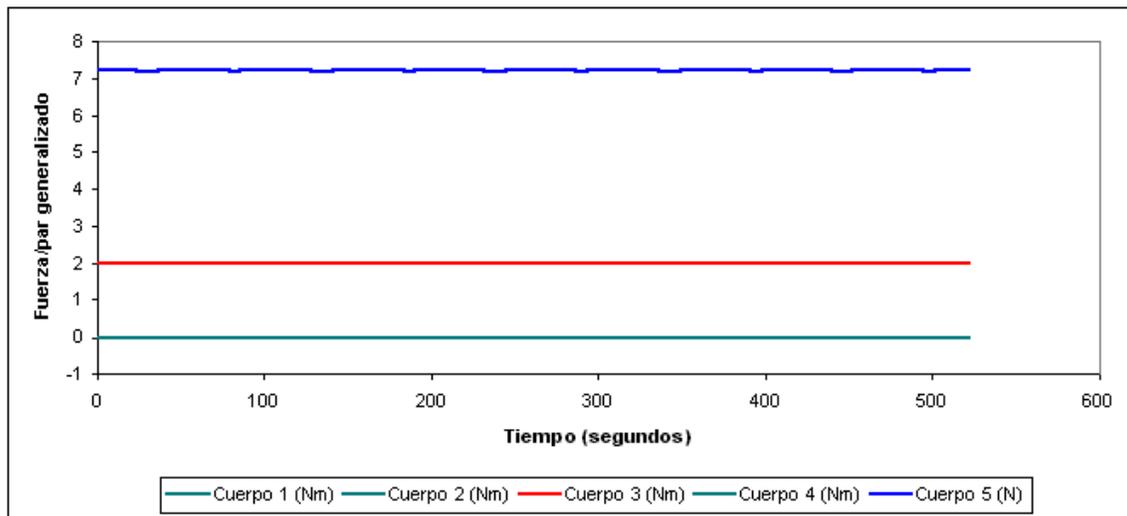


Figura 6.31: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 1, pata 6.

6.2.3 Patrón 2 - sube escaleras

En las Figuras 6.32 a 6.37 se muestran las curvas de fuerzas o pares generalizados necesarios para efectuar el patrón de movimiento 2.

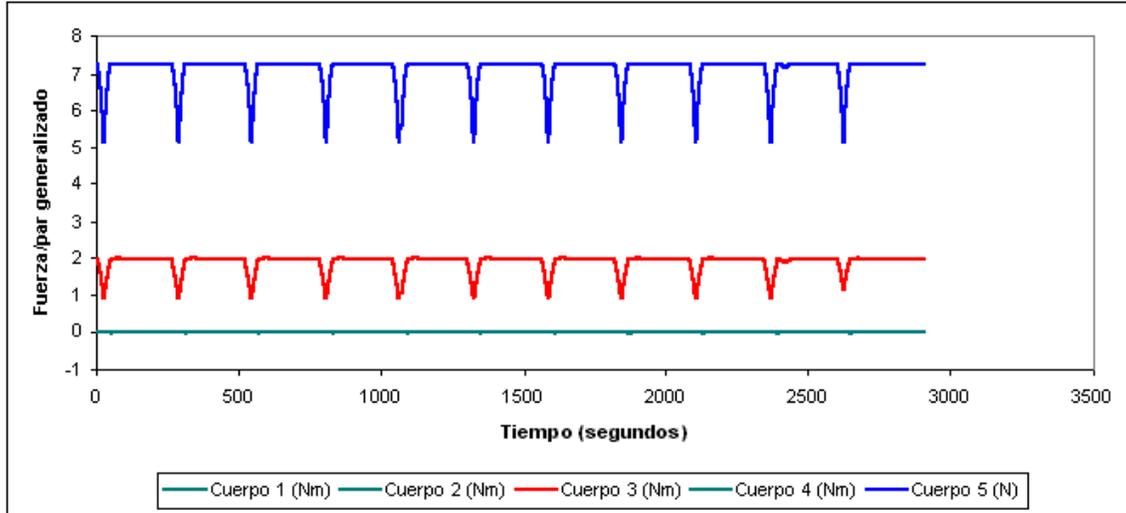


Figura 6.32: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 1.

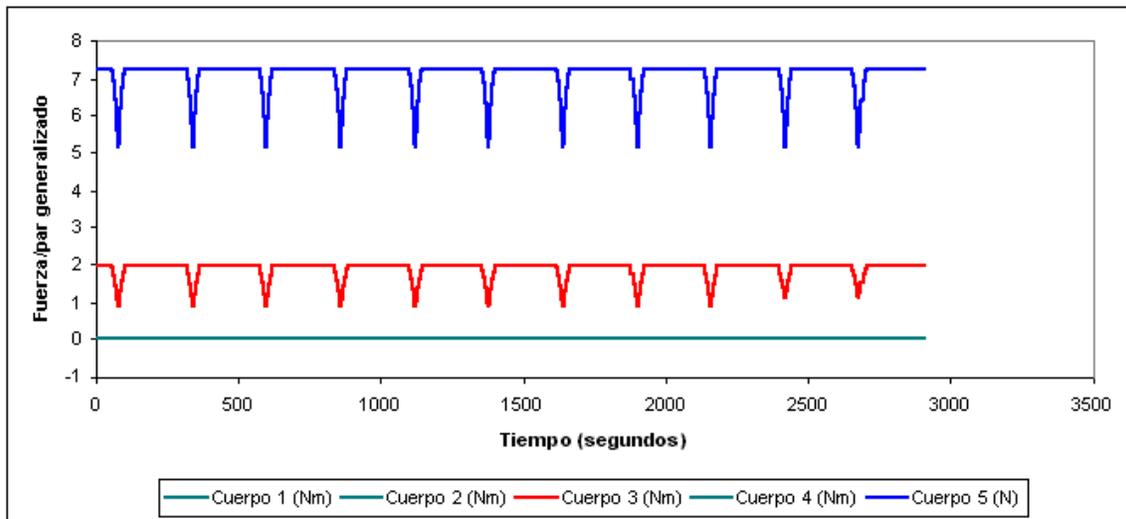


Figura 6.33: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 2.

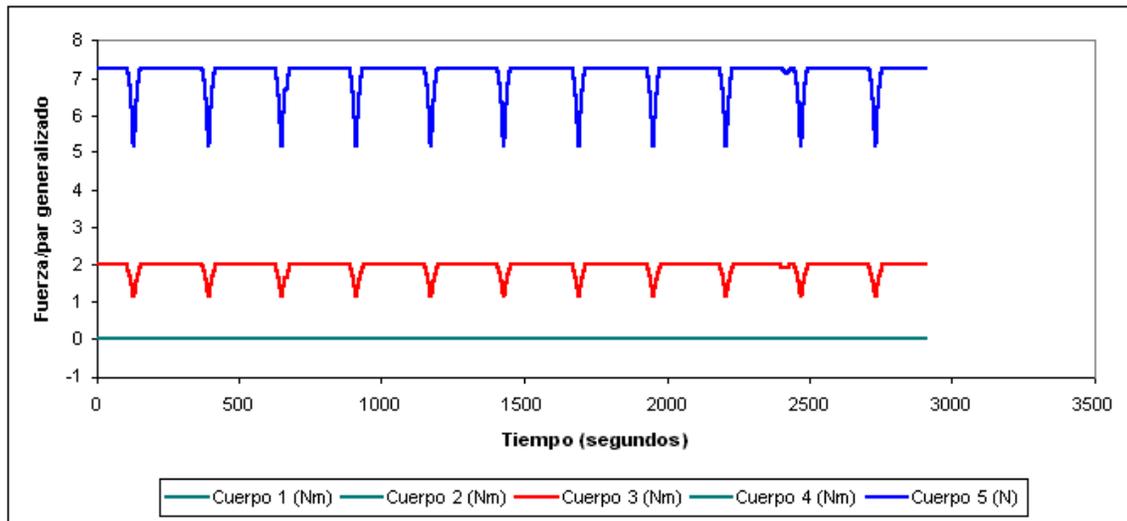


Figura 6.34: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 3.

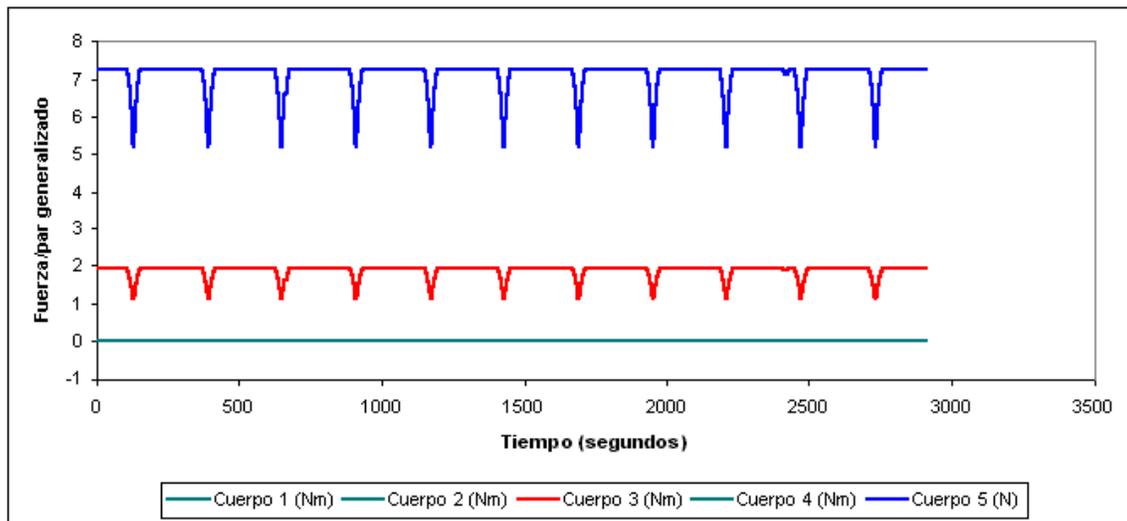


Figura 6.35: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 4.

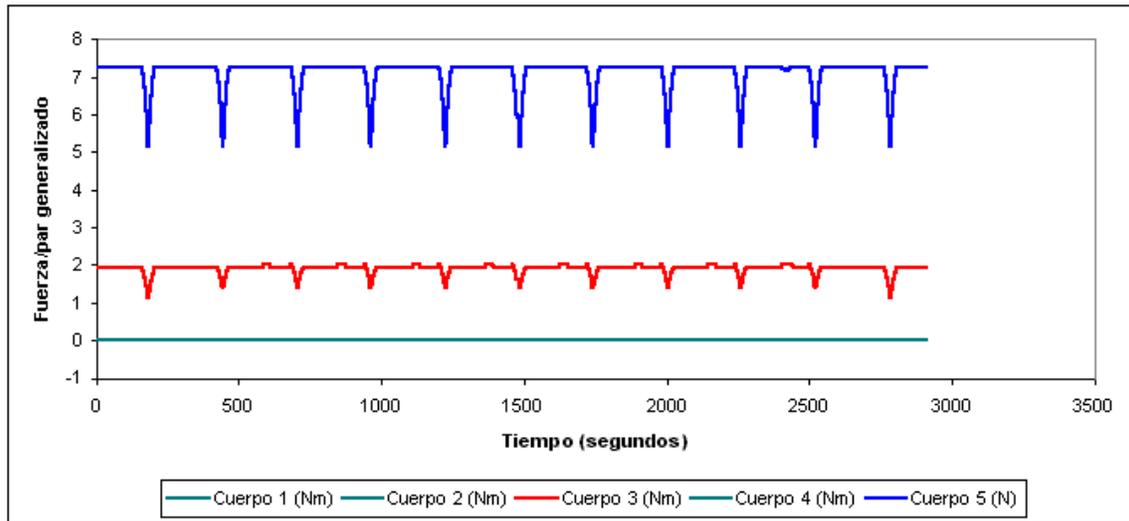


Figura 6.36: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 5.

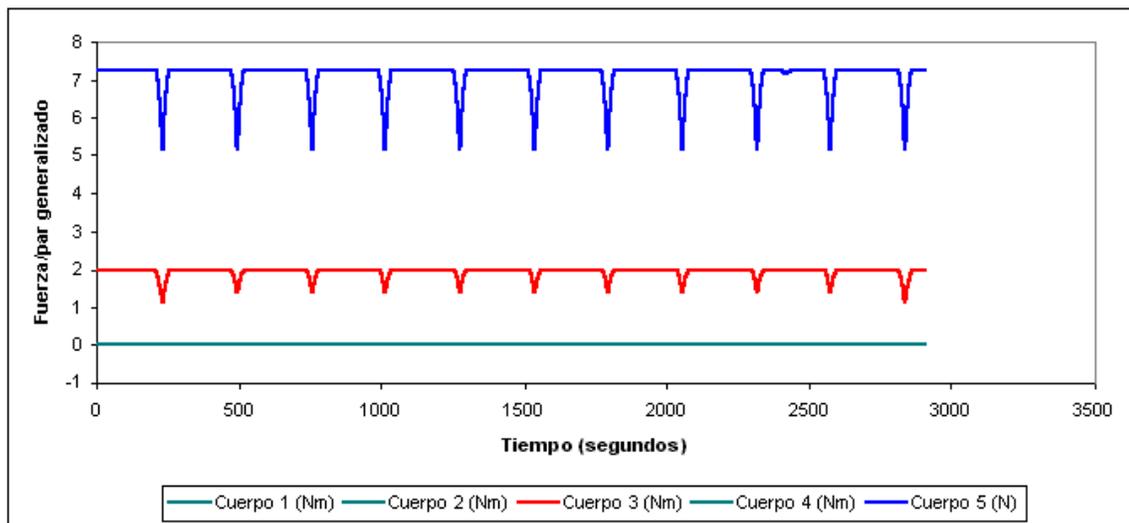


Figura 6.37: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 2, pata 6.

6.2.4 Patrón 3 - baja escaleras

En las Figuras 6.38 a 6.43 se muestran las curvas de fuerzas o pares generalizados necesarios para efectuar el patrón de movimiento 3.

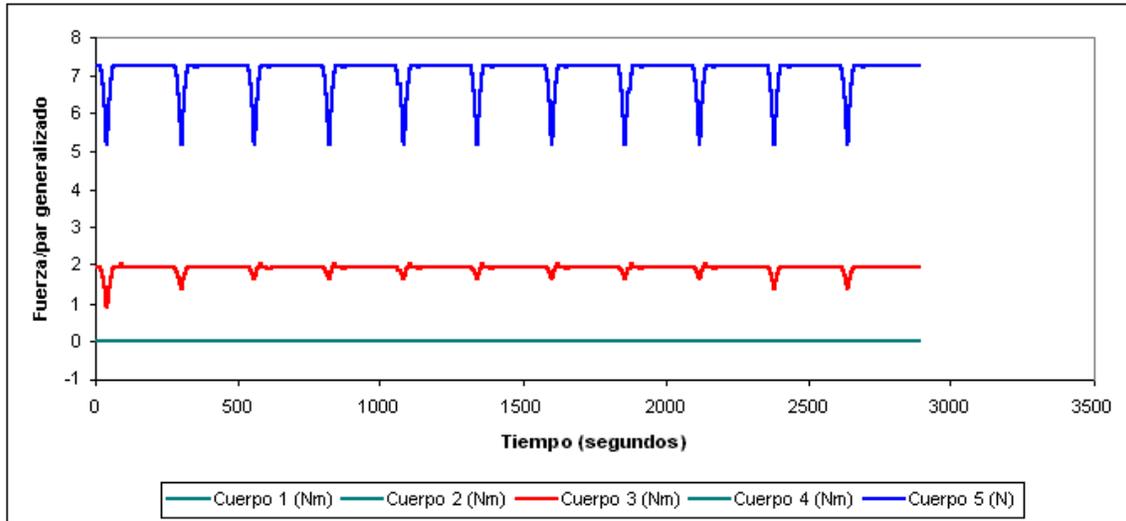


Figura 6.38: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 1.

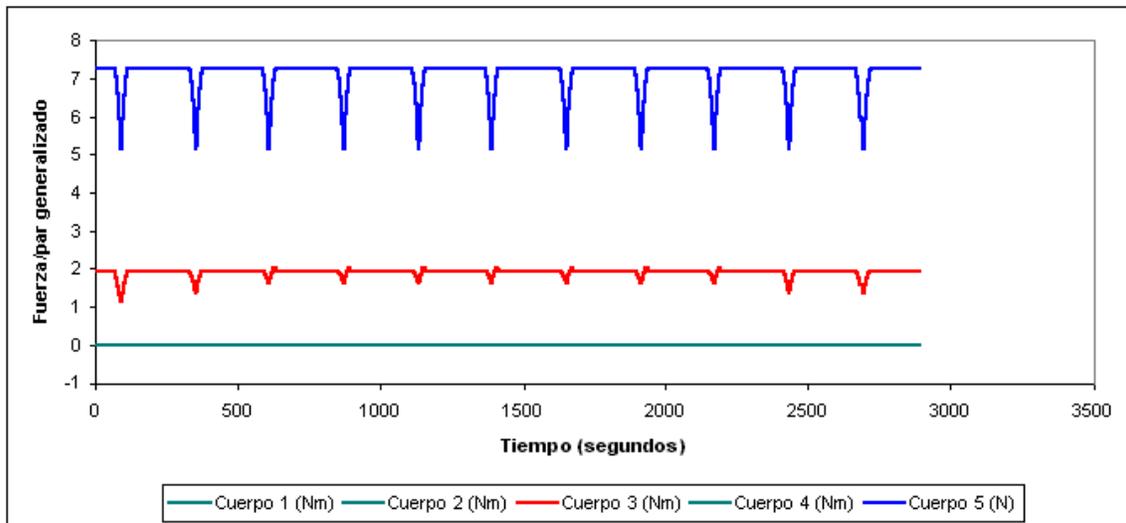


Figura 6.39: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 2.

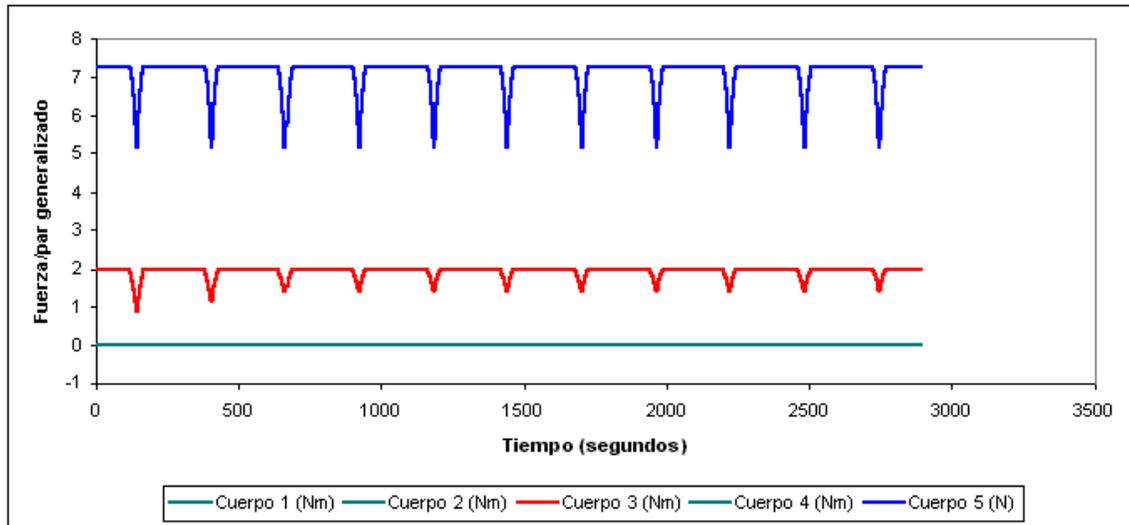


Figura 6.40: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 3.

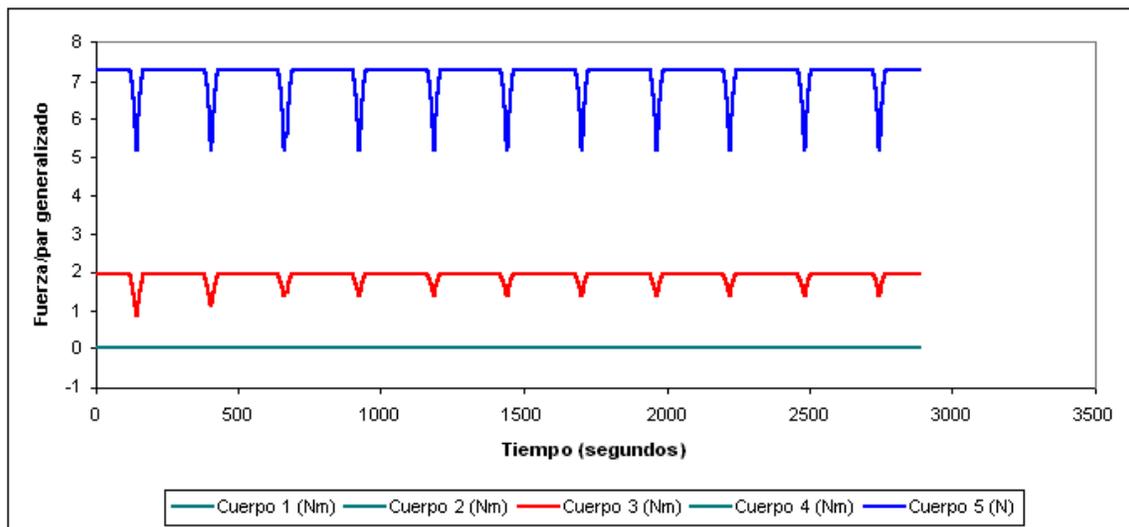


Figura 6.41: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 4.

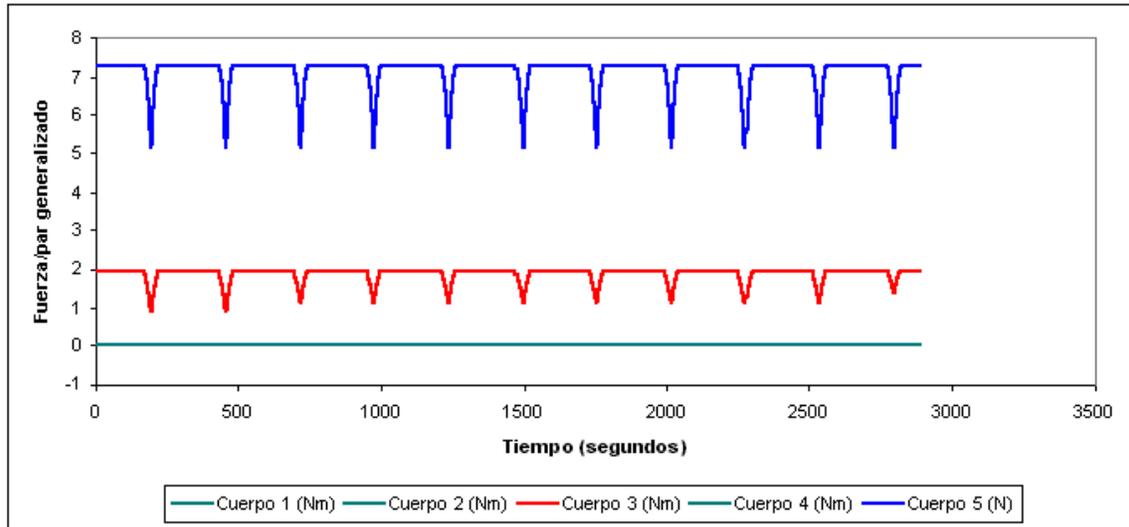


Figura 6.42: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 5.

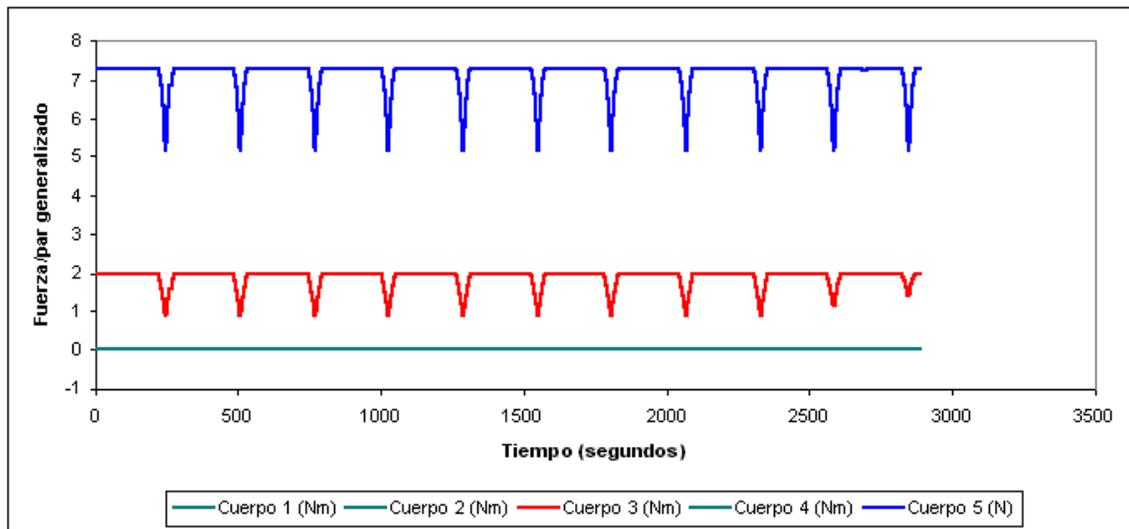


Figura 6.43: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 3, pata 6.

6.2.5 Patrón 4 - da vuelta a la izquierda

En las Figuras 6.44 a 6.49 se muestran las curvas de fuerzas o pares generalizados necesarios para efectuar el patrón de movimiento 4.

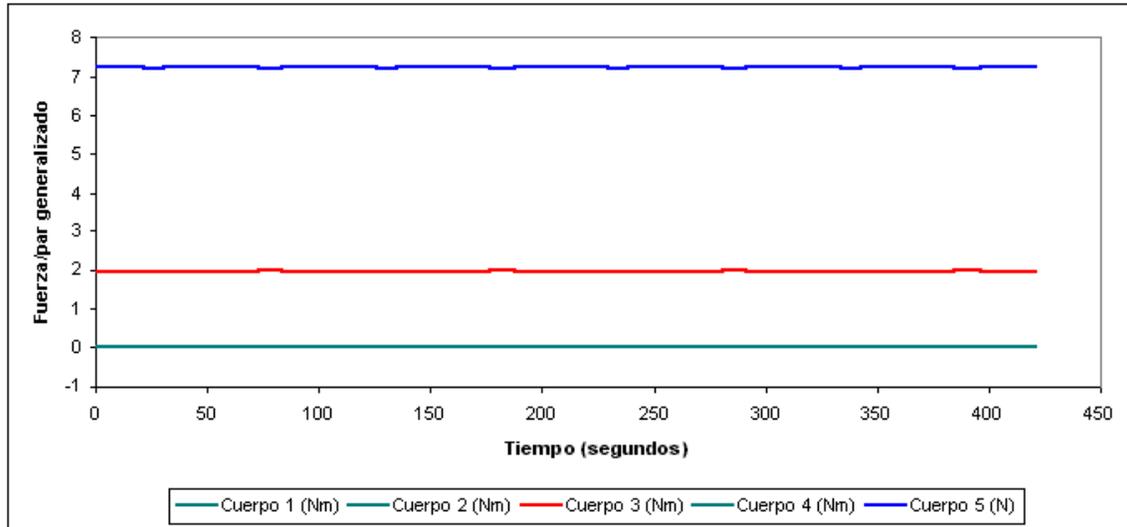


Figura 6.44: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 1.

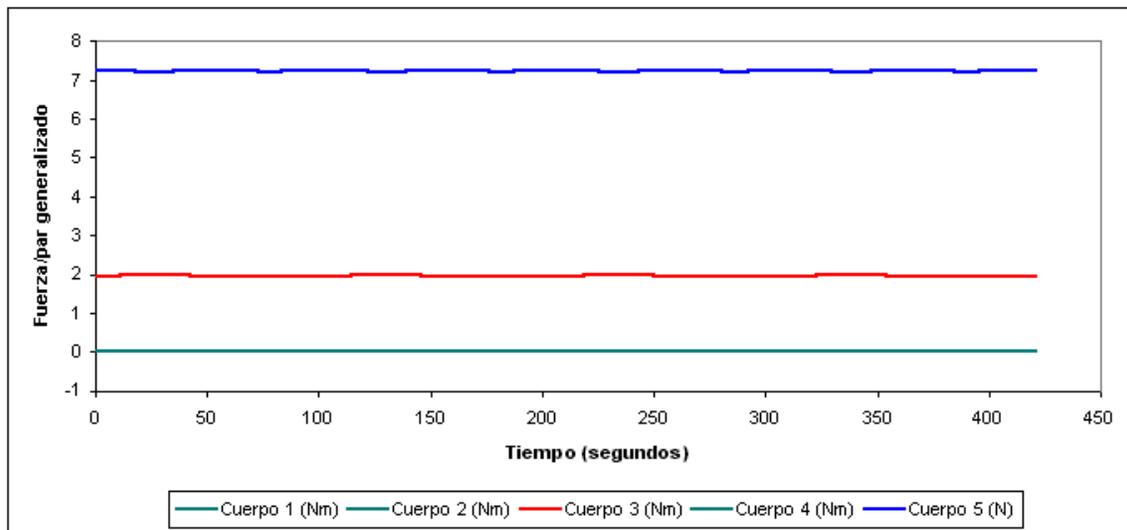


Figura 6.45: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 2.

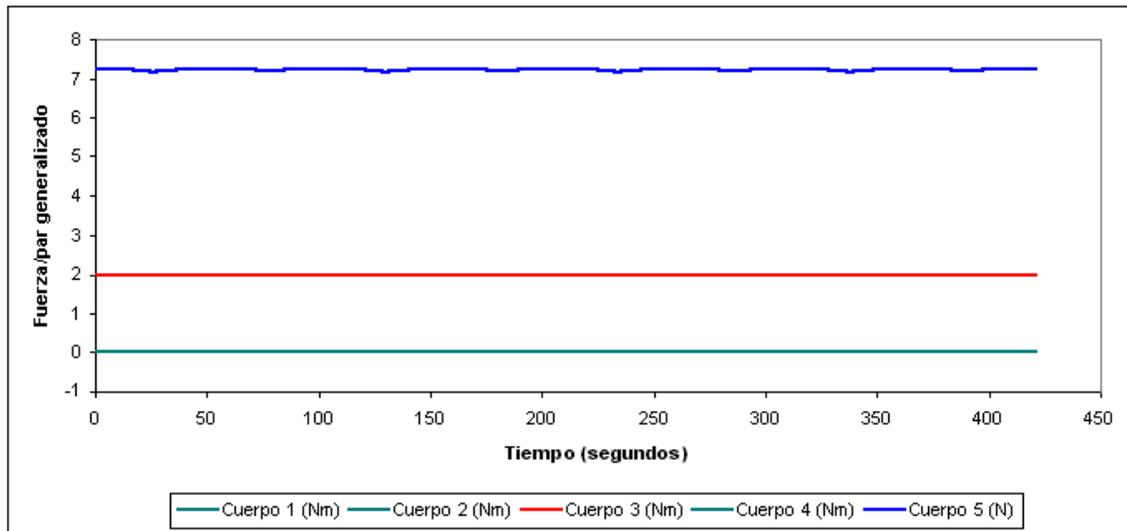


Figura 6.46: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 3.

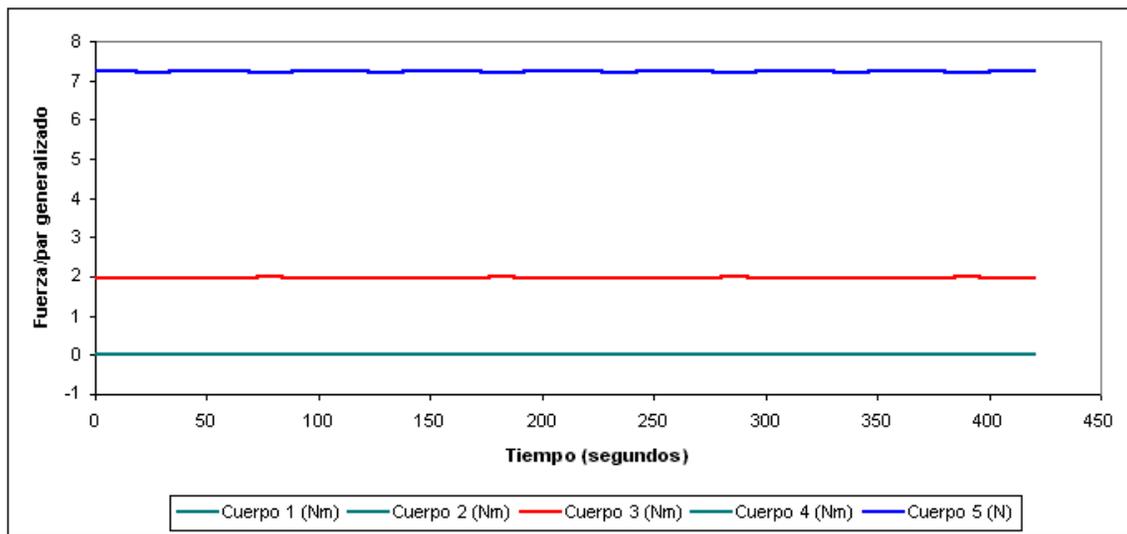


Figura 6.47: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 4.

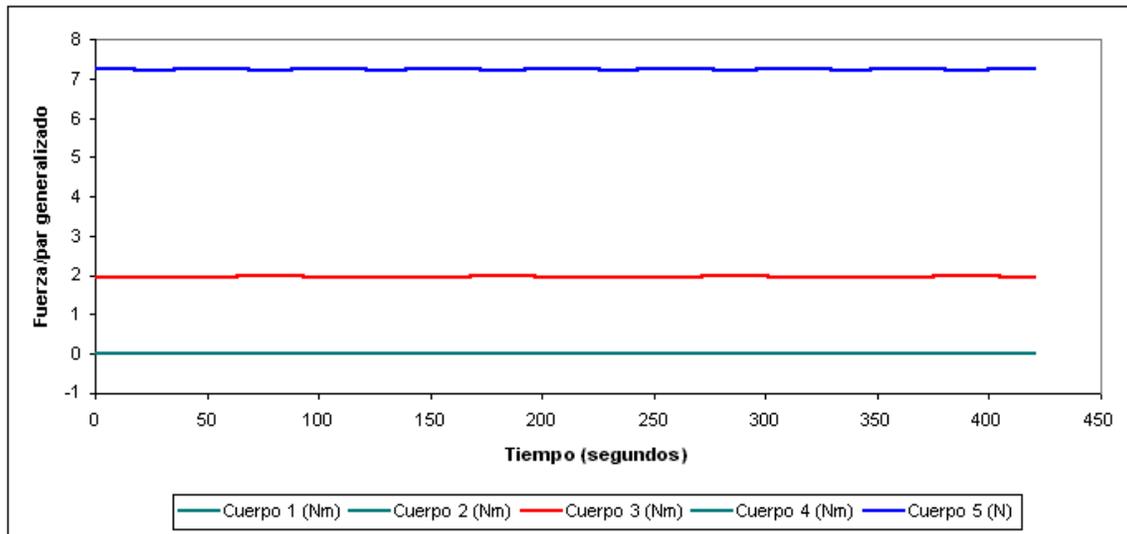


Figura 6.48: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 5.

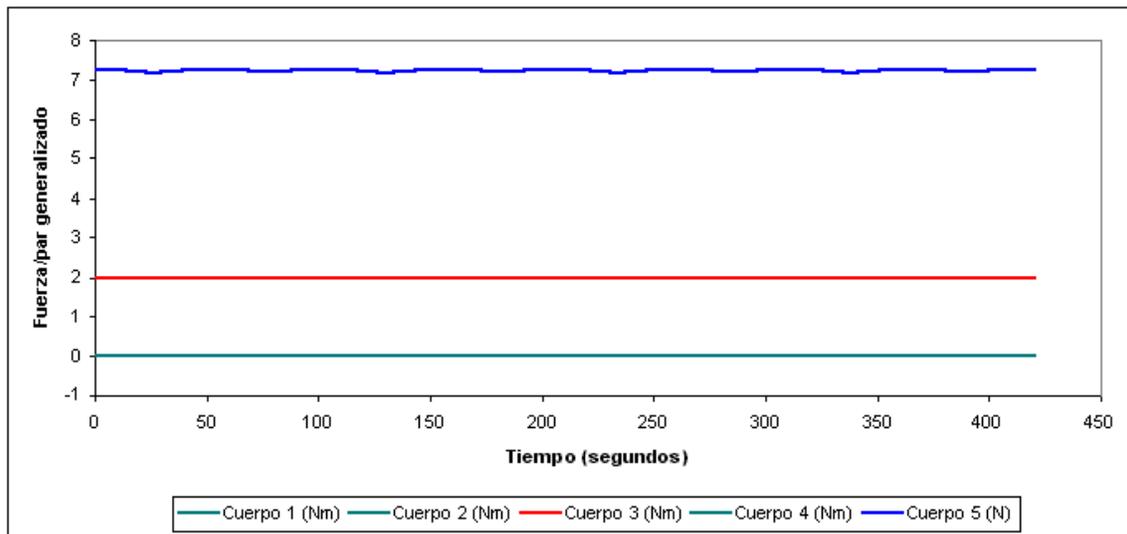


Figura 6.49: Fuerzas y pares generalizados para el patrón 4, pata 6.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1 Conclusiones

- En esta tesis se presenta el desarrollo de un simulador computacional gráfico, flexible, sistemático e interactivo para evaluar patrones de movimiento predeterminados en un robot tipo insecto mediante cinemática directa, donde todas las patas se tratan como cadenas articuladas independientes que se definen mediante la representación de Denavit-Hartenberg. Adicionalmente, el simulador cuenta con un módulo de análisis dinámico para determinar las fuerzas y pares generalizados mínimos necesarios para efectuar el movimiento; estas fuerzas y pares se determinan considerando que el robot tipo insecto se encuentra fijo o “flotado” en el espacio, es decir, la base del robot “carga” a las patas.
- El simulador resulta útil para evaluar diversos patrones de movimientos predeterminados que se incluyen en el código fuente.
Para cada patrón se puede agregar el ambiente a dibujar, lo cual le ayuda al usuario a visualizar cómo se está efectuando el movimiento; la escena final que ve el usuario se forma al mover el ambiente de manera relativa al robot tipo insecto.
- El desempeño del simulador al evaluar los patrones de movimiento mediante etapas es dependiente del detalle con que se planteen éstas.
Para las etapas propuestas en esta tesis para cada patrón se puede presentar un pequeño error al mantener el punto de contacto fijo en las patas pivote, debido a que la interpolación mediante splines cúbicos se efectúa después de determinar el ángulo θ_3 necesario para la etapa intermedia del avance completo; para minimizar este error se puede incrementar el número de etapas, pero esto es independiente del funcionamiento del simulador.

7.2 Trabajo futuro

- Agregar un módulo de control para minimizar el posible error al contar con patrones de movimiento definidos con pocas etapas.
- Replantear el módulo de análisis dinámico para determinar las fuerzas y pares generalizados necesarios considerando que los eslabones exteriores de las patas son los que cargan el peso

del robot al hacer contacto con el suelo.

Apéndice A

Contenido del disco compacto

Debido a la extensión del código fuente, éste se provee en el disco compacto adjunto a esta tesis. El contenido del disco compacto es (por directorio) ¹:

- `codigo_fuente`

GPL_LICENSE Licencia GNU para el público en general.

anima.c Módulo de dibujo; en éste se encuentra el *programa principal*.

dh_input.txt Contiene los arreglos de los parámetros de Denavit-Hartenberg para cada cuerpo de cada pata.

inertia_input.txt Contiene las matrices de pseudoinercia **J**, los vectores de posición de centro de masa y los vectores de origen y terminación para cada cuerpo de cada pata.

leeme.txt Información necesaria para compilar el código en un sistema GNU/LINUX.

makefile Lista de instrucciones para compilar el programa.

matrices.c Módulo de análisis cinemático y dinámico.

matrices.h Archivo de cabecera para definir estructuras de datos y constantes a utilizar.

- `presentacion`

presentacion.ppt Presentación mostrada en el Examen de Grado.

p1_vista1.mov Animación del patrón de movimiento 1, vista 1.

p1_vista2.mov Animación del patrón de movimiento 1, vista 2.

p2_vista1.mov Animación del patrón de movimiento 2, vista 1.

p2_vista2.mov Animación del patrón de movimiento 2, vista 2.

p3_vista1.mov Animación del patrón de movimiento 3, vista 1.

p3_vista2.mov Animación del patrón de movimiento 3, vista 2.

p4_vista1.mov Animación del patrón de movimiento 4, vista 1.

¹Los acentos en el nombre de los archivos y directorios se omiten para guardar compatibilidad entre sistemas operativos.

p4_vista2.mov Animación del patrón de movimiento 4, vista 2.

- documento

tesis.ps Este documento en formato PostScript.

tesis.pdf Este documento en formato PDF (Portable Document Format).

El código fuente de los archivos del simulador se presenta con comentarios, para facilitarle al lector la interpretación de éste. Cada uno de los archivos se presenta *tal como* se utilizaron para la compilación final del simulador.

El código se encuentra listo para utilizarse en un sistema operativo *GNU/LINUX* y se distribuye bajo la *GNU GPL (GNU General Public License)* de la *Free Software Foundation* (Apéndice C).

Apéndice B

Archivos de datos de entrada

Los archivos de datos de entrada se presentan con comentarios, para facilitarle al lector la interpretación de que representa cada conjunto de números. Para que estos archivos sean útiles al simulador, es necesario remover todos los comentarios.

B.1 Archivo dh_input.txt

A continuación se muestra el contenido del archivo dh_input.txt, donde se proporcionan los arreglos de los parámetros de Denavit-Hartenberg para cada pata.

```
Pata 1
60.0  0.0  0.2  0.0  0
-60.0 0.0  0.2  90.0  0
90.0  0.0  0.0  90.0  0
90.0  0.2  0.0  90.0  0
0.0  -0.15 0.0  0.0  1

Pata 2
120.0 0.0  0.2  0.0  0
60.0  0.0  0.2  90.0  0
90.0  0.0  0.0  90.0  0
90.0  0.2  0.0  90.0  0
0.0  -0.15 0.0  0.0  1

Pata 3
0.0  0.0  0.2  0.0  0
0.0  0.0  0.2  90.0  0
90.0 0.0  0.0  90.0  0
90.0  0.2  0.0  90.0  0
0.0  -0.15 0.0  0.0  1

Pata 4
180.0 0.0  0.2  0.0  0
0.0  0.0  0.2  90.0  0
90.0  0.0  0.0  90.0  0
90.0  0.2  0.0  90.0  0
0.0  -0.15 0.0  0.0  1

Pata 5
-60.0 0.0  0.2  0.0  0
60.0  0.0  0.2  90.0  0
90.0  0.0  0.0  90.0  0
```

```

90.0  0.2  0.0  90.0  0
 0.0 -0.15 0.0  0.0  1

Pata 6
-120.0  0.0  0.2  0.0  0
-60.0  0.0  0.2  90.0  0
 90.0  0.0  0.0  90.0  0
 90.0  0.2  0.0  90.0  0
 0.0 -0.15 0.0  0.0  1

```

B.2 Archivo `inertia_input.txt`

A continuación se muestra el contenido del archivo `inertia_input.txt`, donde se proporcionan las matrices de pseudoinercia \mathbf{J} , los vectores de posición de centro de masa y los vectores de origen y terminación para cada cuerpo de cada pata ¹.

```

Pata 1

Cuerpo 1

Matriz J
 0.006296  0.000000  0.000000 -0.06296
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
-0.062960  0.000000  0.000000  0.62960
Vector de posición de c.m.
-0.1  0.0  0.0  1.0
Vector de origen
 0.0  0.0  0.0  1.0
Vector de terminación
 0.0  0.0  0.0  1.0

Cuerpo 2

Matriz J
 0.006296  0.000000  0.000000 -0.06296
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
-0.062960  0.000000  0.000000  0.62960
Vector de posición de c.m.
-0.1  0.0  0.0  1.0
Vector de origen
 0.0  0.0  0.0  1.0
Vector de terminación
 0.0  0.0  0.0  1.0

Cuerpo 3

Matriz J
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
 0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
 0.000000  0.000000  0.000787  0.01574
 0.000000  0.000000  0.015740  0.31480
Vector de posición de c.m.
 0.0  0.0  0.05  1.0
Vector de origen
 0.0  0.0  0.0  1.0
Vector de terminación
 0.0  0.0  0.1  1.0

Cuerpo 4

```

¹En este listado, *c.m.* significa *centro de masa*.

Matriz J
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720

Vector de posición de c.m.
0.0 -0.05 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.1 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 5

Matriz J
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700

Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.15 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.15 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Pata 2

Cuerpo 1

Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960

Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 2

Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960

Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 3

Matriz J
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000787 0.01574
0.00000 0.00000 0.015740 0.31480

Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.05 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.1 1.0

Cuerpo 4
 Matriz J
 0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
 0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
 0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
 0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720
 Vector de posición de c.m.
 0.0 -0.05 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.1 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 5
 Matriz J
 0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
 0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
 0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
 0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700
 Vector de posición de c.m.
 0.0 0.0 0.15 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.15 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Pata 3

Cuerpo 1
 Matriz J
 0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 -0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
 Vector de posición de c.m.
 -0.1 0.0 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 2
 Matriz J
 0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 -0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
 Vector de posición de c.m.
 -0.1 0.0 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 3
 Matriz J
 0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
 0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
 0.00000 0.00000 0.000787 0.01574
 0.00000 0.00000 0.015740 0.31480
 Vector de posición de c.m.
 0.0 0.0 0.05 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.1 1.0

Cuerpo 4
 Matriz J
 0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
 0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
 0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
 0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720
 Vector de posición de c.m.
 0.0 -0.05 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.1 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 5
 Matriz J
 0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
 0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
 0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
 0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700
 Vector de posición de c.m.
 0.0 0.0 0.15 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.15 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Pata 4

Cuerpo 1
 Matriz J
 0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 -0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
 Vector de posición de c.m.
 -0.1 0.0 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 2
 Matriz J
 0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
 -0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
 Vector de posición de c.m.
 -0.1 0.0 0.0 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación
 0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 3
 Matriz J
 0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
 0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
 0.00000 0.00000 0.000787 0.01574
 0.00000 0.00000 0.015740 0.31480
 Vector de posición de c.m.
 0.0 0.0 0.05 1.0
 Vector de origen
 0.0 0.0 0.0 1.0
 Vector de terminación

```

0.0 0.0 0.1 1.0

Cuerpo 4
Matriz J
0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720
Vector de posición de c.m.
0.0 -0.05 0.0 1.0
Vector de origen
0.0 0.0 0.1 1.0
Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 5
Matriz J
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700
Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.15 1.0
Vector de origen
0.0 0.0 0.15 1.0
Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Pata 5

Cuerpo 1
Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0
Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0
Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 2
Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960
Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0
Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0
Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 3
Matriz J
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000787 0.01574
0.00000 0.00000 0.015740 0.31480
Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.05 1.0
Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

```

Vector de terminación
0.0 0.0 0.1 1.0

Cuerpo 4

Matriz J
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720

Vector de posición de c.m.
0.0 -0.05 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.1 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 5

Matriz J
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700

Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.15 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.15 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Pata 6

Cuerpo 1

Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960

Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 2

Matriz J
0.006296 0.00000 0.00000 -0.06296
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
0.000000 0.00000 0.00000 0.00000
-0.062960 0.00000 0.00000 0.62960

Vector de posición de c.m.
-0.1 0.0 0.0 1.0

Vector de origen
0.0 0.0 0.0 1.0

Vector de terminación
0.0 0.0 0.0 1.0

Cuerpo 3

Matriz J
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000000 0.00000
0.00000 0.00000 0.000787 0.01574
0.00000 0.00000 0.015740 0.31480

Vector de posición de c.m.
0.0 0.0 0.05 1.0

Vector de origen

```
0.0 0.0 0.0 1.0
Vector de terminación
0.0 0.0 0.1 1.0
```

Cuerpo 4

Matriz J

```
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 0.000618 0.00000 -0.01236
0.00000 0.000000 0.00000 0.00000
0.00000 -0.012360 0.00000 0.24720
```

Vector de posición de c.m.

```
0.0 -0.05 0.0 1.0
```

Vector de origen

```
0.0 0.0 0.1 1.0
```

Vector de terminación

```
0.0 0.0 0.0 1.0
```

Cuerpo 5

Matriz J

```
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.00000000 0.000000
0.00000 0.00000 0.01668825 0.111255
0.00000 0.00000 0.11125500 0.741700
```

Vector de posición de c.m.

```
0.0 0.0 0.15 1.0
```

Vector de origen

```
0.0 0.0 0.15 1.0
```

Vector de terminación

```
0.0 0.0 0.0 1.0
```

Apéndice C

Licencia para el público en general GNU

A continuación se muestra la licencia para el público en general de GNU; el texto se presenta en inglés porque es la versión oficial de la *Free Software Foundation*.

GNU GENERAL PUBLIC LICENSE
Version 2, June 1991

Copyright (C) 1989, 1991 Free Software Foundation, Inc.
675 Mass Ave, Cambridge, MA 02139, USA
Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies
of this license document, but changing it is not allowed.

Preamble

The licenses for most software are designed to take away your freedom to share and change it. By contrast, the GNU General Public License is intended to guarantee your freedom to share and change free software--to make sure the software is free for all its users. This General Public License applies to most of the Free Software Foundation's software and to any other program whose authors commit to using it. (Some other Free Software Foundation software is covered by the GNU Library General Public License instead.) You can apply it to your programs, too.

When we speak of free software, we are referring to freedom, not price. Our General Public Licenses are designed to make sure that you have the freedom to distribute copies of free software (and charge for this service if you wish), that you receive source code or can get it if you want it, that you can change the software or use pieces of it in new free programs; and that you know you can do these things.

To protect your rights, we need to make restrictions that forbid anyone to deny you these rights or to ask you to surrender the rights. These restrictions translate to certain responsibilities for you if you distribute copies of the software, or if you modify it.

For example, if you distribute copies of such a program, whether gratis or for a fee, you must give the recipients all the rights that you have. You must make sure that they, too, receive or can get the source code. And you must show them these terms so they know their rights.

We protect your rights with two steps: (1) copyright the software, and (2) offer you this license which gives you legal permission to copy, distribute and/or modify the software.

Also, for each author's protection and ours, we want to make certain

that everyone understands that there is no warranty for this free software. If the software is modified by someone else and passed on, we want its recipients to know that what they have is not the original, so that any problems introduced by others will not reflect on the original authors' reputations.

Finally, any free program is threatened constantly by software patents. We wish to avoid the danger that redistributors of a free program will individually obtain patent licenses, in effect making the program proprietary. To prevent this, we have made it clear that any patent must be licensed for everyone's free use or not licensed at all.

The precise terms and conditions for copying, distribution and modification follow.

GNU GENERAL PUBLIC LICENSE
TERMS AND CONDITIONS FOR COPYING, DISTRIBUTION AND MODIFICATION

0. This License applies to any program or other work which contains a notice placed by the copyright holder saying it may be distributed under the terms of this General Public License. The "Program", below, refers to any such program or work, and a "work based on the Program" means either the Program or any derivative work under copyright law: that is to say, a work containing the Program or a portion of it, either verbatim or with modifications and/or translated into another language. (Hereinafter, translation is included without limitation in the term "modification".) Each licensee is addressed as "you".

Activities other than copying, distribution and modification are not covered by this License; they are outside its scope. The act of running the Program is not restricted, and the output from the Program is covered only if its contents constitute a work based on the Program (independent of having been made by running the Program). Whether that is true depends on what the Program does.

1. You may copy and distribute verbatim copies of the Program's source code as you receive it, in any medium, provided that you conspicuously and appropriately publish on each copy an appropriate copyright notice and disclaimer of warranty; keep intact all the notices that refer to this License and to the absence of any warranty; and give any other recipients of the Program a copy of this License along with the Program.

You may charge a fee for the physical act of transferring a copy, and you may at your option offer warranty protection in exchange for a fee.

2. You may modify your copy or copies of the Program or any portion of it, thus forming a work based on the Program, and copy and distribute such modifications or work under the terms of Section 1 above, provided that you also meet all of these conditions:

a) You must cause the modified files to carry prominent notices stating that you changed the files and the date of any change.

b) You must cause any work that you distribute or publish, that in whole or in part contains or is derived from the Program or any part thereof, to be licensed as a whole at no charge to all third parties under the terms of this License.

c) If the modified program normally reads commands interactively when run, you must cause it, when started running for such interactive use in the most ordinary way, to print or display an announcement including an appropriate copyright notice and a notice that there is no warranty (or else, saying that you provide a warranty) and that users may redistribute the program under these conditions, and telling the user how to view a copy of this License. (Exception: if the Program itself is interactive but

does not normally print such an announcement, your work based on the Program is not required to print an announcement.)

These requirements apply to the modified work as a whole. If identifiable sections of that work are not derived from the Program, and can be reasonably considered independent and separate works in themselves, then this License, and its terms, do not apply to those sections when you distribute them as separate works. But when you distribute the same sections as part of a whole which is a work based on the Program, the distribution of the whole must be on the terms of this License, whose permissions for other licensees extend to the entire whole, and thus to each and every part regardless of who wrote it.

Thus, it is not the intent of this section to claim rights or contest your rights to work written entirely by you; rather, the intent is to exercise the right to control the distribution of derivative or collective works based on the Program.

In addition, mere aggregation of another work not based on the Program with the Program (or with a work based on the Program) on a volume of a storage or distribution medium does not bring the other work under the scope of this License.

3. You may copy and distribute the Program (or a work based on it, under Section 2) in object code or executable form under the terms of Sections 1 and 2 above provided that you also do one of the following:

- a) Accompany it with the complete corresponding machine-readable source code, which must be distributed under the terms of Sections 1 and 2 above on a medium customarily used for software interchange; or,
- b) Accompany it with a written offer, valid for at least three years, to give any third party, for a charge no more than your cost of physically performing source distribution, a complete machine-readable copy of the corresponding source code, to be distributed under the terms of Sections 1 and 2 above on a medium customarily used for software interchange; or,
- c) Accompany it with the information you received as to the offer to distribute corresponding source code. (This alternative is allowed only for noncommercial distribution and only if you received the program in object code or executable form with such an offer, in accord with Subsection b above.)

The source code for a work means the preferred form of the work for making modifications to it. For an executable work, complete source code means all the source code for all modules it contains, plus any associated interface definition files, plus the scripts used to control compilation and installation of the executable. However, as a special exception, the source code distributed need not include anything that is normally distributed (in either source or binary form) with the major components (compiler, kernel, and so on) of the operating system on which the executable runs, unless that component itself accompanies the executable.

If distribution of executable or object code is made by offering access to copy from a designated place, then offering equivalent access to copy the source code from the same place counts as distribution of the source code, even though third parties are not compelled to copy the source along with the object code.

4. You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Program except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense or distribute the Program is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such

parties remain in full compliance.

5. You are not required to accept this License, since you have not signed it. However, nothing else grants you permission to modify or distribute the Program or its derivative works. These actions are prohibited by law if you do not accept this License. Therefore, by modifying or distributing the Program (or any work based on the Program), you indicate your acceptance of this License to do so, and all its terms and conditions for copying, distributing or modifying the Program or works based on it.

6. Each time you redistribute the Program (or any work based on the Program), the recipient automatically receives a license from the original licensor to copy, distribute or modify the Program subject to these terms and conditions. You may not impose any further restrictions on the recipients' exercise of the rights granted herein. You are not responsible for enforcing compliance by third parties to this License.

7. If, as a consequence of a court judgment or allegation of patent infringement or for any other reason (not limited to patent issues), conditions are imposed on you (whether by court order, agreement or otherwise) that contradict the conditions of this License, they do not excuse you from the conditions of this License. If you cannot distribute so as to satisfy simultaneously your obligations under this License and any other pertinent obligations, then as a consequence you may not distribute the Program at all. For example, if a patent license would not permit royalty-free redistribution of the Program by all those who receive copies directly or indirectly through you, then the only way you could satisfy both it and this License would be to refrain entirely from distribution of the Program.

If any portion of this section is held invalid or unenforceable under any particular circumstance, the balance of the section is intended to apply and the section as a whole is intended to apply in other circumstances.

It is not the purpose of this section to induce you to infringe any patents or other property right claims or to contest validity of any such claims; this section has the sole purpose of protecting the integrity of the free software distribution system, which is implemented by public license practices. Many people have made generous contributions to the wide range of software distributed through that system in reliance on consistent application of that system; it is up to the author/donor to decide if he or she is willing to distribute software through any other system and a licensee cannot impose that choice.

This section is intended to make thoroughly clear what is believed to be a consequence of the rest of this License.

8. If the distribution and/or use of the Program is restricted in certain countries either by patents or by copyrighted interfaces, the original copyright holder who places the Program under this License may add an explicit geographical distribution limitation excluding those countries, so that distribution is permitted only in or among countries not thus excluded. In such case, this License incorporates the limitation as if written in the body of this License.

9. The Free Software Foundation may publish revised and/or new versions of the General Public License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns.

Each version is given a distinguishing version number. If the Program specifies a version number of this License which applies to it and "any later version", you have the option of following the terms and conditions

either of that version or of any later version published by the Free Software Foundation. If the Program does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published by the Free Software Foundation.

10. If you wish to incorporate parts of the Program into other free programs whose distribution conditions are different, write to the author to ask for permission. For software which is copyrighted by the Free Software Foundation, write to the Free Software Foundation; we sometimes make exceptions for this. Our decision will be guided by the two goals of preserving the free status of all derivatives of our free software and of promoting the sharing and reuse of software generally.

NO WARRANTY

11. BECAUSE THE PROGRAM IS LICENSED FREE OF CHARGE, THERE IS NO WARRANTY FOR THE PROGRAM, TO THE EXTENT PERMITTED BY APPLICABLE LAW. EXCEPT WHEN OTHERWISE STATED IN WRITING THE COPYRIGHT HOLDERS AND/OR OTHER PARTIES PROVIDE THE PROGRAM "AS IS" WITHOUT WARRANTY OF ANY KIND, EITHER EXPRESSED OR IMPLIED, INCLUDING, BUT NOT LIMITED TO, THE IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY AND FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. THE ENTIRE RISK AS TO THE QUALITY AND PERFORMANCE OF THE PROGRAM IS WITH YOU. SHOULD THE PROGRAM PROVE DEFECTIVE, YOU ASSUME THE COST OF ALL NECESSARY SERVICING, REPAIR OR CORRECTION.

12. IN NO EVENT UNLESS REQUIRED BY APPLICABLE LAW OR AGREED TO IN WRITING WILL ANY COPYRIGHT HOLDER, OR ANY OTHER PARTY WHO MAY MODIFY AND/OR REDISTRIBUTE THE PROGRAM AS PERMITTED ABOVE, BE LIABLE TO YOU FOR DAMAGES, INCLUDING ANY GENERAL, SPECIAL, INCIDENTAL OR CONSEQUENTIAL DAMAGES ARISING OUT OF THE USE OR INABILITY TO USE THE PROGRAM (INCLUDING BUT NOT LIMITED TO LOSS OF DATA OR DATA BEING RENDERED INACCURATE OR LOSSES SUSTAINED BY YOU OR THIRD PARTIES OR A FAILURE OF THE PROGRAM TO OPERATE WITH ANY OTHER PROGRAMS), EVEN IF SUCH HOLDER OR OTHER PARTY HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGES.

END OF TERMS AND CONDITIONS

Appendix: How to Apply These Terms to Your New Programs

If you develop a new program, and you want it to be of the greatest possible use to the public, the best way to achieve this is to make it free software which everyone can redistribute and change under these terms.

To do so, attach the following notices to the program. It is safest to attach them to the start of each source file to most effectively convey the exclusion of warranty; and each file should have at least the "copyright" line and a pointer to where the full notice is found.

```
<one line to give the program's name and a brief idea of what it does.>
Copyright (C) 19yy <name of author>
```

```
This program is free software; you can redistribute it and/or modify
it under the terms of the GNU General Public License as published by
the Free Software Foundation; either version 2 of the License, or
(at your option) any later version.
```

```
This program is distributed in the hope that it will be useful,
but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
GNU General Public License for more details.
```

```
You should have received a copy of the GNU General Public License
along with this program; if not, write to the Free Software
Foundation, Inc., 675 Mass Ave, Cambridge, MA 02139, USA.
```

Also add information on how to contact you by electronic and paper mail.

If the program is interactive, make it output a short notice like this when it starts in an interactive mode:

```
Gnomovision version 69, Copyright (C) 19yy name of author
Gnomovision comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY; for details type `show w'.
This is free software, and you are welcome to redistribute it
under certain conditions; type `show c' for details.
```

The hypothetical commands `show w' and `show c' should show the appropriate parts of the General Public License. Of course, the commands you use may be called something other than `show w' and `show c'; they could even be mouse-clicks or menu items--whatever suits your program.

You should also get your employer (if you work as a programmer) or your school, if any, to sign a "copyright disclaimer" for the program, if necessary. Here is a sample; alter the names:

```
Yoyodyne, Inc., hereby disclaims all copyright interest in the program
`Gnomovision' (which makes passes at compilers) written by James Hacker.
```

```
<signature of Ty Coon>, 1 April 1989
Ty Coon, President of Vice
```

This General Public License does not permit incorporating your program into proprietary programs. If your program is a subroutine library, you may consider it more useful to permit linking proprietary applications with the library. If this is what you want to do, use the GNU Library General Public License instead of this License.

Bibliografía

- [1] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil. *Fundamentos de robótica*. McGraw-Hill, 1997.
- [2] K. S. Fu, R. C. Gonzalez, and C. S. G. Lee. *Robotics: Control, sensing, vision and intelligence*. McGraw-Hill, 1987.
- [3] R. L. Burden and J. D. Faires. *Análisis numérico*. Grupo editorial Iberoamérica, 1993.
- [4] R. E. Parkin. *Applied robotic analysis*. Prentice-Hall, 1991.
- [5] R. S. Wright and M. Sweet. *OpenGL^{MR} Super Bible*. Waite Group Press, 2000.
- [6] M. Woo, J. Neider, T. Davis, and D. Shreiner. *OpenGL^{MR} Programming Guide*. Addison-Wesley, 1999.
- [7] J. Molofee. Opengl^{MR} windows tutorials. <http://nehe.gamedev.net/opengl.asp>.

La presente tesis fue tipografiada con L^AT_EX por el autor.