INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

UNIVERSIDAD VIRTUAL

CAMPUS MONTERREY

DIAGNOSTICO SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN EL SECTOR CURRICULAR DE MATEMATICAS PARA INGENIERIA

Tesis presentada

POR:

NORMA PATRICIA SALINAS MARTINEZ

Presentada ante la Dirección Académica de la Universidad Virtual del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey como requisito parcial para optar al Título de

MAESTRA EN EDUCACION
CON ESPECIALIDAD EN MATEMATICAS

DICIEMBRE, 1999

INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

UNIVERSIDAD VIRTUAL

CAMPUS MONTERREY

DIAGNÓSTICO SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN EL SECTOR CURRICULAR DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA

Tesis presentada

por

NORMA PATRICIA SALINAS MARTÍNEZ

Presentada ante la Dirección Académica de la Universidad Virtual del

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

como requisito parcial para optar

al título de

MAESTRA EN EDUCACIÓN

CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS

Diciembre de 1999

INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

UNIVERSIDAD VIRTUAL

CAMPUS MONTERREY

027

ACTA DE EXAMEN Y AUTORIZACION DE LA EXPEDICION

DE GRADO ACADEMICO

Los suscritos, miembros del jurado calificador del examen de grado sustentado hoy

por NORMA PATRICIA SALINAS MARTINEZ

en opción al grado académico de MAESTRA EN EDUCACION, ESPECIALIDAD EN EN MATEMATICAS

hacemos constar que el sustentante resultó APROBADA POR UNANIMIDAD

MTRA. MARTHA CASARINI RATTO

DR. JUAN ANTONIO ALANIS RODRIGUEZ

DR. RICARDO PULIDO RIOS

Hago constar que el sustentante, de acuerdo con documentos contenidos en su expediente, ha cumplido con los requisitos de graduación, establecidos en el Reglamento Académico de los programas de graduados de la Universidad Virtual.

LIC. ALEJANDRA GARCIA GARZA
Director de Servicios Escolares

Expídase el grado académico mencionado, con fecha 17 de diciembre de 1999

DR. CARLOS ENRIQUE CRUZ LIMON
Rector de la Universidad Virtual

ING. RAMON DE LA PEÑA MANRIQUE
Rector del Campus

Monterrey, N. L., a 2 de diciembre de 1999

RESUMEN

DIAGNÓSTICO SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN EL SECTOR CURRICULAR DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA

Diciembre de 1999

Norma Patricia Salinas Martínez

Licenciada en Matemáticas
Universidad Autónoma de Nuevo León

Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa
Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Tesis dirigida por M.C. Martha Casarini Ratto

El presente trabajo reporta ampliamente una investigación evaluativa realizada durante el período Agosto del 98 a Agosto del 99 en el Campus Monterrey del ITESM. Esta investigación concreta una etapa del proyecto educativo de Rediseño del Sector Curricular de Matemáticas para la Ingeniería. En dicho proyecto, se considera de fundamental importancia el contar con un diagnóstico de la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, bajo la convicción de que el diagnóstico posibilita el fundamentar las acciones del rediseño de los cursos que integran al sector curricular.

En el marco de las fuentes epistemológica, psico-pedagógica y profesional del currículum, se inscriben diferentes estudios realizados que reportan datos interesantes sobre aspectos del currículum formal y real en los cursos de Matemáticas. La información que estos estudios proveen es útil no sólo para el desarrollo del proyecto nombrado, sino para todo aquel profesor que ha hecho suyo el reto de la investigación educativa en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas a nivel superior.

ÍNDICE

Página

INTRODUCCIÓN. 1

Capítulo 1 ANTECEDENTES Y OBJETIVOS 5

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA. 19

Capítulo 3 ANÁLISIS DE LOS PROGRAMAS ANALÍTICOS Y TEXTOS EN USO EN EL SECTOR CURRICULAR DE MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA. 31

3.1 Etapa Descriptiva. 34

3.2 Etapa Valorativa. 43

Capítulo 4 ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA. 53

4.1 Marco Referencial. 54

4.2 La práctica pedagógica en nuestro medio. 59

4.2.1. La encuesta a profesores. 60

4.2.1. La observación en el aula. 66

4.3 Algunas conclusiones finales. 72

Capítulo 5 ANÁLISIS DE LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE. 74

5.1 La encuesta sobre actitudes del estudiante ante la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. 75

5.2 El cuestionario diagnóstico de aprendizaje de Contenidos de Álgebra. 80

5.3 El cuestionario de indagación sobre el aprendizaje de contenidos de Cálculo. 89

Capítulo 6 CONCLUSIONES. 101

BIBLIOGRAFÍA. 106

INTRODUCCIÓN

Para justificar la importancia del problema de investigación que nos ocupará en este trabajo, haremos a continuación un planteamiento de cuáles son, a nuestro juicio, los problemas existentes en la enseñanza-aprendizaje y en la organización curricular del sector de Matemáticas en Ingeniería.

Con relación a cuestiones epistemológicas, debemos señalar que los contenidos matemáticos universitarios presentan características distintivas que los diferencian de aquél saber original que, de un modo u otro, se viene a establecer en la currícula de la educación superior. Características como el rigor y el carácter formal de los contenidos, señalan un modo particular de percibir a los conceptos y procedimientos matemáticos ajenos a realidades problemáticas; realidades que, por otro lado, han dado razón de ser a los contenidos. La Matemática, contenida en los libros de texto, se manifiesta como una teoría que prioriza la posición que ocupan los conocimientos en un encadenamiento lógico-riguroso, dejando de lado la problemática que da sentido y origen a esa teoría.

Con relación a cuestiones didácticas habría que señalar que ese encadenamiento lógico-riguroso del conocimiento matemático se establece a sí mismo como una génesis ficticia en la que se apoya la presentación de los contenidos matemáticos. Esta presentación, que aisla las nociones de su origen y su sentido para colocarlas en un orden lógico que va de lo simple a lo complejo, puede tener sus ventajas didácticas (resulta relativamente simple exponerla en el aula), sin embargo, elimina la historia de ese conocimiento, produciendo con ello una imagen de la matemática como consistente en sólo un largo encadenamiento de conceptos y resultados que pueden ser seguidos uno tras otro. El estudiante, enfrentado a esta presentación, tiene como única posibilidad el ajustar su pensamiento a verdades ya consagradas, sin que medie un proceso de reconceptualización como antesala de su aprendizaje.

Con respecto a la enseñanza que predomina de los contenidos matemáticos, deberemos considerar que una gran cantidad de profesores del área están condicionados por su propia formación anterior y por años de ejercicio de la docencia, trabajando la matemática como un discurso formal, como un conjunto de verdades absolutas que fácilmente se aplican en la resolución de un conjunto de ejercicios típicos representativos. Los resultados matemáticos (siempre presentados primeramente) se aplican en forma directa como una rutina para resolver ejercicios, sin mediar en ello el análisis de una situación problemática que confiera importancia a la construcción del conocimiento matemático enseñado de antemano.

Por su parte, la organización curricular refleja la situación brevemente descrita de los contenidos matemáticos. Los programas analíticos de los distintos cursos de Matemáticas en el nivel superior, son programas rígidos en donde no son explicitadas articulaciones entre sus diversos componentes. Parecieran más bien entresacados de índices de textos de matemáticas que señalan únicamente de un modo atomizado lo que hay que enseñar para aprender.

Con lo anterior en mente, es posible caracterizar una práctica docente normalizada en nuestra realidad que se arraiga en la forma en que el contenido matemático se expresa; el profesor y el estudiante de matemáticas están habituados a una forma de actuar y de vivir el aprendizaje de esta ciencia.

Esta práctica normalizada ha sido cuestionada en diversos trabajos de investigación por el hecho de que no está dejando en los estudiantes un aprendizaje útil y aplicable en las distintas áreas de especialidad en las que incursionarán en sus estudios superiores. Está siendo reconocido que el estudiante de matemáticas aprueba su curso de matemáticas al ser capaz de reproducir prácticas algorítmicas aplicadas a ejercicios típicos de matemáticas, las cuales, son rápidamente olvidadas y/o distorsionadas y no tienen relación alguna con el tipo de problemática a la que estarán dedicando su atención en los cursos de su especialidad ingenieril.

La situación que hemos descrito invita a considerar como un problema de investigación el visualizar una propuesta curricular para la enseñanza de la matemática en ingeniería que rompa sustancialmente con los lineamientos tradicionales de la currícula matemática. Concebir de un modo distinto la práctica de la enseñanza-aprendizaje de la matemática exige de un gran esfuerzo y sin duda, en el camino hacia esa concepción deberemos contar con análisis de la situación actual que den luz sobre la causa de los malestares. Antes de proponer nuevos enfoques, nos proponemos evaluar el estado actual para fundamentar lineamientos que, al ser practicados, eventualmente conduzcan al arribo de un nuevo estado, más congruente a la construcción de un aprendizaje significativo de la matemática para la ingeniería.

Este trabajo es un aporte a lo planteado; busca hacer un diagnóstico de la situación actual de la enseñanza-aprendizaje de la matemática en ingeniería para proponer lineamientos heurísticos que permitan propugnar por una nueva visión de la enseñanza y el currículum en matemáticas.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES Y OBJETIVO

Una pregunta enmarca a nuestro trabajo y subraya nuestro interés por su realización:

¿Cuáles son las características deseables en un diseño curricular de Matemáticas (en el nivel superior) que permitan crear nuevas condiciones de enseñanza-aprendizaje de este conocimiento?

El estudio que esta pregunta plantea como punto de partida, se encuentra inscrito en una problemática educativa actual en donde las formas tradicionales en la enseñanza de las ciencias exactas están siendo cuestionadas, abriendo con ello la búsqueda de nuevas formas de acercamiento didáctico a este tipo de conocimiento.

En efecto, dentro del medio escolar universitario y en relación a la enseñanza de la Matemática se reconoce cada vez con mayor evidencia una forma de práctica docente "tradicional" que impera en las aulas. Esta práctica es caracterizada por Pratt (1997) como una de las cinco perspectivas de enseñanza que él introduce, la nombra como la "Perspectiva de Transmisión". Pratt expresa que es la perspectiva más tradicional y que se basa en la creencia de que un cuerpo estable de conocimiento puede ser transmitido eficientemente a los estudiantes. Esta perspectiva de enseñanza, a nuestro juicio, es la única alternativa posible para todo aquél profesor que ha recibido una formación matemática de ese mismo estilo y que inicia su trabajo docente en una institución educativa apoyándose para ello en los programas analíticos y en los libros de texto ya establecidos, los cuales normarán su práctica docente.

De este forma, la expresión de la Matemática que reproducen los textos y programas analíticos de cada materia, induce una perspectiva de enseñanza en el profesor, quien a su vez, presupone una concepción del aprendizaje por parte de los estudiantes al adquirir este conocimiento. Es normal encontrar que la actitud de los estudiantes ante el conocimiento matemático presentado en el aula resulta ser una actitud pasiva, congruente con la aceptación de que, para aprender Matemáticas basta saber hacer lo que el profesor enseña día a día: una serie de rutinas de solución para distintos conjuntos de ejercicios típicos.

Esta práctica rutinaria por parte de los estudiantes se ve reforzada cuando la evaluación del conocimiento matemático aprendido se restringe a la aplicación-repetición de las mismas rutinas de solución de ejercicios. Estamos planteando entonces que, en relación a los estudiantes, es reconocible también una práctica dominante, influenciada por la práctica docente, la cual a su vez, se ve influenciada por la presentación que de la Matemática se hace por vía de libros de texto y programas analíticos.

Nuestra conversación en torno al tema que nos interesa está siendo bien reconocida en la literatura del área de la Matemática Educativa (México) y de la Didáctica de las Matemáticas (Francia). Expresiones de ello encontramos en señalamientos como el que hace Artigue (1995) sobre el círculo vicioso que se produce como consecuencia de una enseñanza tradicional universitaria centrada en una “práctica algorítmica y algebraica” de los contenidos matemáticos. Esta práctica, aclaramos, es la que nombramos anteriormente como consistente en rutinas de solución de ejercicios típicos, las cuales resultan ser el modo más simple para permitir al profesor emitir una calificación al curso de Matemáticas: “se evalúa aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es, a su vez, considerado por los estudiantes como lo esencial ya que es lo que se evalúa” (Artigue, p 97). Pero el conocimiento matemático debería de estar muy lejos de ser considerado como una simple secuencia de ejercicios típicos que se viven curso tras curso por los estudiantes.

De este modo nuestra pregunta inicial procura adentrarse en la posibilidad de construir nuevas propuestas curriculares que contemplen la problemática existente relativa a los tres polos y sus relaciones recíprocas: el contenido, los profesores y los estudiantes, todo ello inmerso en una organización curricular que articula y da sentido a sus relaciones recíprocas.

Para delimitar la problemática en estudio, resulta importante destacar en la pregunta planteada los términos en ella involucrados y aclarar su significado de acuerdo a los autores que aparecen en nuestra bibliografía. A efecto de ser más claros en nuestra exposición, reescribiremos aquí la pregunta inicial señalando en ella los términos que trataremos:

¿Cuáles son las características deseables en un **diseño curricular** de Matemáticas (en el nivel superior) que permitan crear nuevas **condiciones de enseñanza-aprendizaje** de este **conocimiento**?

Para acercarnos al término de **diseño curricular**, es necesario primeramente aceptar la existencia de una diversidad de posiciones respecto al **currículum**. En Casarini (1997) se enfatiza la necesidad de contar con una visión amplia de éste como objeto de estudio que "cambia y se transforma en respuesta a las circunstancias históricas, a las estructuras económicas y políticas, así como a las motivaciones personales y grupales de los sectores que elaboran currícula" (Casarini, p. 5).

En cuanto al término **diseño curricular**, esta autora con sus reflexiones nos invita a entender al diseño de un currículum como algo más que selección de objetivos, desarrollo de actividades de aprendizaje y evaluación de resultados. La idea de currículum como proyecto educativo, amplia nuestra expectativa al permitirnos visualizar un posible diseño curricular que funcione como instrumento potente para la transformación de la enseñanza. Y como hemos aclarado antes, en cuanto a la enseñanza de una ciencia básica como la Matemática, la necesidad de transformación del currículum resulta ser imperativa.

Casarini nos plantea que la utilidad de un modelo de diseño curricular reside en su carácter provocador de la reflexión anticipada sobre la práctica de la enseñanza, sobre las condiciones contextuales donde se realiza, sobre la naturaleza de los contenidos que incorpora y sobre a quienes éste va dirigido. Cuando en nuestra pregunta inicial nos hemos referido a la creación de nuevas **condiciones de enseñanza-aprendizaje** debemos incluir en ellas a todas y cada una de las reflexiones que Casarini nos plantea.

La influencia del modelo de diseño por objetivos conductuales se deja reconocer en los actuales programas analíticos de las materias de Matemáticas en el nivel superior. En estos programas, los objetivos de aprendizaje se encuentran además anclados en el reconocimiento de la estructura propia de la Matemática como ciencia teórica. Es palpable un énfasis en la transmisión de información sobre esta estructura teórica. Al respecto retomamos al autor Brousseau (1986) quien lo expresa claramente cuando habla de la presentación clásica de las Matemáticas: "Además de las virtudes científicas que se le conocen, parece estar maravillosamente adaptada para la enseñanza. Permite definir en cada instante los objetos que se estudian con ayuda de las nociones introducidas precedentemente y, así, organizar la adquisición de nuevos conocimientos con el auxilio de adquisiciones anteriores. Promete pues al estudiante y a su profesor un medio para ordenar su actividad y acumular en un mínimo de tiempo un máximo de "conocimientos" bastante cercanos al "conocimiento erudito". Evidentemente, debe estar completada con ejemplos y problemas cuya solución exige poner en acción esos conocimientos". (Brousseau, p. 3)

Encontramos en ese párrafo de Brousseau la evidencia de aquélla perspectiva que Pratt reconoce en la práctica docente y que caracteriza como la perspectiva de enseñanza típica en las Matemáticas. Cabe señalar que, en concordancia con esta perspectiva, las distintas materias que corresponden al tronco básico de matemáticas en Ingeniería no plantean diferencia alguna con respecto a materias correspondientes a otro tipo de carrera, como Licenciatura o Arquitectura. Los contenidos matemáticos se mantienen prácticamente comunes en todas las carreras universitarias; estos contenidos consisten del estudio de la rama de la Matemática conocida como Cálculo Diferencial e Integral y de las Ecuaciones Diferenciales (materia que utiliza conceptos y procesos del Cálculo) y todo ese conocimiento presentado con las características que Brousseau nos ha planteado y que se encuentran fuertemente apoyadas por los libros de texto utilizados.

Es conveniente en este momento transcribir un fragmento que nos ofrece Stenhouse (1985) para dar significado al término de **conocimiento** incluido en nuestra pregunta inicial.

"Afirmo que, aunque la educación se interesa inevitablemente por la transmisión de destrezas y de información, su esencia consiste en proporcionar acceso al conocimiento como un medio y una disciplina de reflexión. Cabe comprobar fácilmente destrezas e información y, si se desea, pueden ser especificadas en términos de objetivos de la conducta. Pero una educación que simplemente dispense destrezas e información es una educación inferior, si se la compara con aquella que induce a los estudiantes al conocimiento. El propósito de la educación que brinda acceso al conocimiento puede ser resumido en la palabra <u>comprensión</u>. Desde el punto de vista de la <u>epistemología</u>, resulta problemático qué es lo que constituye la comprensión respecto de cualquier tipo de conocimiento". (Stenhouse, p. 120) (Nota: el subrayado es nuestro).

Definitivamente la lectura de Stenhouse nos señala la importancia de consideraciones epistemológicas para la determinación de lo que constituye la comprensión del conocimiento matemático. Al respecto, siguiendo la lectura de Cantoral (1997), entendemos la epistemología como el estudio de las circunstancias que hacen posible la construcción del conocimiento. Desde una perspectiva epistemológica, como la que este autor maneja, es posible reflexionar sobre los contenidos matemáticos que componen la currícula actual. Cobra interés la realización de estudios dirigidos a entender qué es lo que está detrás de lo que dicen los textos de Matemáticas que solemos usar (y sus herederos: los programas analíticos), y cuál es el papel que juegan esos contenidos matemáticos desde la perspectiva de la evolución del conocimiento matemático.

Investigaciones de este corte arrojan luz sobre un posible discurso escolar diferente de la Matemática, apegado a los orígenes de esta ciencia como respuesta a la necesidad de resolver problemas prácticos (y no a la necesidad de estructuración teórica), lo cual seguramente debe propiciar el percibir a la Matemática como un conocimiento que se constituye en el estudiante como medio de reflexión para su posterior incursión en la currícula de su especialidad profesional.

Si después de todo lo comentado retomamos nuestra pregunta inicial. . . .

¿Cuáles son las características deseables en un diseño curricular de Matemáticas (en el nivel superior) que permitan crear nuevas condiciones de enseñanza-aprendizaje de este conocimiento?

. . . podemos ahora afirmar con mayor conocimiento de causa que: la problemática epistemológica, didáctica, pedagógica y curricular en que se inscribe, hacen de ella una pregunta pertinente, que desata y requiere investigación.

Los alcances de la investigación que se reportan en este trabajo son un primer paso necesario en la dirección de producir una propuesta curricular con más conocimiento de causa de sus implicaciones a favor del aprendizaje de la matemática como ciencia viva en constante evolución; útil y productiva en la resolución de problemas.

El **objetivo** que nos planteamos es el de realizar una investigación evaluativa que nos permita diagnosticar el estado actual de la práctica de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en las carreras de Ingeniería del ITESM.

Como hemos dicho, nuestro interés está dirigido al contexto de la currícula de Matemáticas contenida en las distintas carreras de ingeniería ofrecidas por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Enseguida precisaremos esta realidad específica donde toma lugar nuestra investigación.

El ITESM es una institución privada fundada en 1943 por un grupo de empresarios mexicanos con el propósito principal de operar como una institución particular de enseñanza del más alto nivel académico que tuviera como legítima aspiración preservar los valores que nos han dado fisonomía como nación. (Principios, Misión y Estatuto General del Sistema ITESM; 1986). Desde el inicio, la propuesta que hicieron los fundadores fué su intención de fundar una institución de "estudios superiores" lo cual en su vocabulario quería decir "universidad". Como comenta Ricardo Elizondo Elizondo en el reciente libro 50 + 5 donde reseña la historia del Tec de Monterrey, en el inicio de esta institución, se desdeña el término "universidad" por interpretarse dirigido a formación humanista más que científica; en cambio la palabra "tecnológico" asociada con "técnicas y tecnología", señala un contenido altamente científico y práctico.

De esta forma, y en relación con la problemática en que nos interesa profundizar, podemos afirmar que el ITESM se inicia en 1943 como una "Institución de Educación Superior" ofreciendo sus primeras carreras profesionales en ingeniería industrial, eléctrica, mecánica y química; todas ellas con la característica de contar con una fuerte capacitación en las llamadas ciencias exactas y de aplicación y una carga menor en ciencias sociales y del espíritu.

En el libro 50 + 5 encontramos que ". . . es la verdad: en cincuenta y cinco años lo único fijo en el Tecnológico de Monterrey ha sido el movimiento. Un constante buscar, probar, comprobar , aplicar, hacer crecer". (Elizondo, p 5). En concordancia con ello, tenemos que el ITESM actualmente es un sistema universitario multicampus conformado por 26 recintos universitarios ubicados en 25 ciudades del país en donde se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en el que participan más de 5700 profesores y casi 70,000 estudiantes (Misión 2005, ITESM, 1997). Es una institución bimodal, ofrece educación escolarizada y educación parcialmente abierta, canalizada a través de la Universidad Virtual, parte integrante del Sistema.

Para efectos de nuestra investigación, debemos delimitar el contexto específico en el Campus Monterrey, el cual fué oficialmente inaugurado en 1947, e inicia ofreciendo las carreras de contador, ingeniería eléctrica, mecánica, química y administración de negocios; en menos de dos años agrega arquitectura, agronomía, ingeniería civil, matemáticas y químico biólogo. El Campus Monterrey marcó el inicio del Sistema ITESM, es el mayor de los recintos del Sistema e incluye entre sus instalaciones a la Rectoría del Sistema presidida por el Dr. Rafael Rangel Sostmann a partir de diciembre de 1984. Es en el Campus Monterrey donde, como parte del Sistema, se dan las condiciones propicias para buscar y probar novedosos sistemas de enseñanza, desde televisión por circuito cerrado, cursos abiertos, cursos a distancia, hasta la educación para secundaria en el campo. Además de ello, Elizondo, en su libro 50 + 5 nos informa que en este campus se instala el Centro de Cálculo y con ello se inicia el desarrollo del ITESM en el campo de la informática, la computación y la cibernética. Por otra parte, consultando como fuente de información la página electrónica del campus Monterrey, encontramos que actualmente ofrece 28 carreras universitarias, entre licenciaturas, ingenierías además de arquitectura y médico cirujano.

Debemos aclarar que aquélla fuerte capacitación en las llamadas ciencias exactas que ha caracterizado al Sistema desde su inicio, está a cargo de Departamentos especializados en las distintas ciencias. En particular, nosotros estaríamos hablando del Departamento de Matemáticas, que tiene a su cargo el dar servicio de cursos de Matemáticas a las 28 carreras existentes del campus Monterrey. Nuestro interés se delimita más al estar considerando los cursos de Matemáticas para 13 carreras de Ingeniería además de Arquitectura y Licenciatura en Economía; por ello lo denominaremos **"sector curricular de Matemáticas para Ingeniería**" diferenciándolo de cursos de Matemáticas cuya principal demanda proviene de Licenciaturas o que responde a la demanda de alguna carrera en particular.

Las 15 carreras profesionales en que está incluido este sector curricular son las siguientes:

IFI Ingeniero Físico Industrial

ISC Ingeniero en Sistemas Computacionales

ISE Ingeniero en Sistemas Electrónicos

ISI Ingeniero en Sistemas de Información

LCQ Licenciado en Ciencias Químicas

IC Ingeniero Civil

IEC Ingeniero en Electrónica y Comunicaciones

IIS Ingeniero Industrial y de Sistemas

IMA Ingeniero Mecánico Administrador

IME Ingeniero Mecánico Electricista

IQA Ingeniero Químico Administrador

IQS Ingeniero Químico y de Sistemas

ARQ Arquitecto

LEC Licenciado en Economía

IIA Ingeniero en Industrias Alimentarias

Por su parte el sector contempla 5 cursos:

Matemáticas Remediales (Contenidos de Álgebra, Geometría Analítica, Trigonometría y Cálculo)

Matemáticas I (Cálculo Diferencial de funciones de una variable)

Matemáticas II (Cálculo Integral de funciones de una variable)

Matemáticas III (Cálculo Diferencial e Integral de funciones de varias variables, Funciones vectoriales)

Ecuaciones Diferenciales (Métodos de solución de Ecuaciones Diferenciales).

Revisando los documentos de los planes de estudio de cada una de las 15 carreras en las que interviene el sector curricular, documentos que son emitidos por la Dirección de Promoción y Comunicación del ITESM, encontramos que en todos ellos (a excepción de dos: ISC, ISI) se hace referencia explícita hacia el conocimiento matemático y su utilidad dentro del plan de estudios de la carrera respectiva. Ubican a la Matemática como parte del Núcleo Básico de cada carrera y se refieren a ella como:

- Herramienta para el estudio y comprensión del área de especialidad.

  (Ejemplos: cursos de electrónica, teoría de control, diseño arquitectónico, teoría económica, ingeniería química e industrial)

- Apoyo para modelar fenómenos o procesos que conciernen a la especialidad.

  (Ejemplos: cursos de comportamiento de los materiales, sistemas y componentes electrónicos, optimización de recursos, procesos industriales, intervención de los ecosistemas)

- Fundamento para los principios o aplicaciones de las distintas áreas de especialidad.

  (Ejemplos: cursos de ingeniería de materiales, mecánica de sólidos, leyes de conservación de la materia, energía y cantidad de movimiento)

Esta información nos confirma que los aspectos concernientes a lo que aporta el sector curricular en la formación del profesionista, se determinan por la relación con carácter instrumental que el sector mantiene con las áreas de especialidad. El estudio de las Matemáticas no es considerado principalmente como un fin en sí mismo, sino que mas bien se percibe en ese estudio un medio que permita a los estudiantes tener acceso al estudio de las ciencias o áreas de conocimiento en cuyos resultados basarán, en parte, su quehacer profesional.

Estamos entonces ante un sector curricular de carácter instrumental incluido en la currícula de ingeniería y el cual, por los antecedentes que hemos dado en este capítulo, ha estado requiriendo investigación educativa sobre el modo en que cumple su función.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

En este apartado haremos un compendio de información pertinente que permita un encuadre de referencia para el problema de investigación que hemos planteado. Establecemos que nuestro marco teórico comprende dos áreas; una de ellas retoma la teoría y diseño curricular, centrándose en la organización curricular. La otra de las áreas en este marco teórico contempla el trabajo de investigación educativa de Didáctica de las Matemáticas en Francia y de Educación Matemática en México.

Como se puede apreciar, estas dos grandes áreas en el marco teórico se diferencian por el hecho de que la primera nos provee de un marco general sobre la problemática de la currícula universitaria. Mientras que la segunda, alude directamente a la problemática de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Siendo nuestro interés la investigación sobre el currículum de Matemáticas, será en la conjunción de estas dos áreas donde podamos encontrar criterios y elementos que nos permitan abordar el propio problema apoyándonos en una metodología adecuada.

Nos abocamos ahora a esbozar someramente este marco teórico. Primero en cuanto a la teoría y diseño curricular debemos apuntar que, como Casarini (1997) plantea, el estudio de las **fuentes del currículum** proporciona una base adecuada para responder preguntas básicas surgidas durante el diseño del currículum. De ahí que las **fuentes del currículum**: **socio-cultural**, **psico-pedagógica** y **epistemológica-profesional**, actuarán como medio para articular nuestra posición y tarea alrededor del currículum como objeto de investigación. Esta autora nos comenta de la actual inclusión de la **fuente institucional** hecha por diversos autores. Sin duda el marco institucional sobredetermina el trabajo de diseño curricular, y en nuestra situación particular debemos subrayar que el ITESM ha apoyado en los últimos dos años un proceso de transición hacia un nuevo modelo educativo lo cual, saludablemente, debe llevar al establecimiento de la investigación como fundamento del nuevo diseño curricular que se está viviendo necesario en esta institución. Procesos de transición así se ven apoyados por la postura de Stenhouse (1987) que establece que "toda investigación y todo desarrollo bien fundamentados del currículum, ya se trate de la labor en un centro de profesores o de un grupo que actúa dentro de la estructura coordinadora de un proyecto nacional, estarán basados en el estudio realizado en clases escolares. Descansa, por tanto, en el trabajo de los profesores. No basta con que haya de estudiarse la labor de los profesores: necesitan estudiarla ellos mismos". (Stenhouse, 1987, pp. 134-135).

Haremos ahora algunas precisiones sobre las fuentes curriculares aplicadas al caso que nos interesa, la currícula de Matemáticas para Ingeniería.

En primera instancia, la fuente **socio-cultural** invita a analizar las demandas sociales y culturales que el medio formula a la universidad. Esta última, asume las intenciones educativas de una sociedad para un determinado momento de su desarrollo y es por ello que el currículum se convierte en instancia mediadora entre universidad y sociedad. Al respecto, resulta fundamental conocer los lineamientos actuales expresados por la UNESCO en la Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI, aprobados por la pasada Conferencia Mundial realizada en París (Octubre, 1998) en relación a la Visión y acción para la Educación Superior en el siglo XXI.

Por su parte, Casarini (1997) nos aporta en lo que respecta a la reforma de los contenidos curriculares y la prospectiva de la educación hacia el siglo XXI que la nueva currícula deberá ser: **pertinente** (atendiendo a las necesidades y exigencias de la comunidad), **consecuente** (con mejor articulación y equilibrio entre sí a partir de una interdisciplinariedad basada en los progresos de la ciencia, la vida socio-política y las exigencias del trabajo) y **adaptable** (en respuesta a los cambios del futuro).

En cuanto a la fuente **psico-pedagógica** del currículum, que nos pone en la presencia de la enseñanza y el aprendizaje y del papel de profesores y estudiantes, nos interesa nombrar a la escuela francesa en Didáctica de la Matemáticas. Percibimos en ella un trabajo sistemático de elaboración de una teoría sobre la apropiación del conocimiento matemático en situación escolar. Como lo señala Peltier (1991) la Didáctica de la Matemática es un campo científico reciente (nace por los años setenta) cuyo objetivo de estudio son los procesos de transmisión y adquisición de "saberes" dentro de un sistema institucional específico. Se le ubica en el cruce de diferentes campos científicos en los que encuentra su fundamento: la teoría de la génesis del conocimiento en los niños de Piaget, en psicología cognitiva y en la psicología social que analiza aspectos sociales del aprendizaje, en particular, su manifestación en la situación escolar.

Entre los aportes a esta disciplina habrá que considerar el trabajo del psicólogo Vergnaud, del antropólogo Chevallard y de matemáticos como Brousseau y Douady. De estos autores nos limitaremos aquí a hablar someramente sobre las nociones que han producido y que permiten describir los trabajos de investigación en ésta área de la Didáctica francesa.

La teoría de Gerard Vergnaud plantea un lazo entre la enseñanza y el aprendizaje; su noción de **campos conceptuales** define a un "espacio de problemas donde el tratamiento implica conceptos o procedimientos de distinto tipo en estrecha conexión". Esta noción nos invita a considerar la posibilidad de integrar de distintos modos a los saberes matemáticos y no sólo concebir aquel modo que les organiza bajo un ordenamiento lógico-riguroso.

La teoría de Chevallard aporta la noción de **transposición didáctica** como una condición que impone el funcionamiento educativo y que alude al "proceso por el cual un elemento de un saber científico se convierte en un conocimiento a enseñar y después en un objeto de enseñanza". Con esta noción podemos diferenciar los saberes matemáticos tanto en su calidad de objetos de enseñanza como en su calidad de objetos de conocimiento, y tomar conciencia de que en la enseñanza común, los conceptos rara vez se introducen a través de problemas donde funcionen como herramientas.

De Brousseau, debemos anotar aquí la noción de **situación didáctica** como un objeto de estudio; se trata de aprender el conocimiento por la vía de las condiciones en las que él aparece, de tal forma que estas condiciones se puedan reproducir de un modo mas o menos aproximado y por ello provocar en los estudiantes la adquisición de un "saber" en el que el sentido y el funcionamiento sean satisfactorios.

De Douady, contamos con la noción de **situación problema** esto es, situaciones didácticas particulares consideradas en su fase de acción donde los estudiantes deben obtener un cierto resultado y para ello, ponen a funcionar acciones de las que tienen responsabilidad. Ahí se rescata la distinción de dualidad en el carácter de los conceptos matemáticos, por un lado como "objetos" (cuando ellos constituyen el "saber" mismo) y el carácter de "herramientas" (cuando esos conceptos funcionan para resolver problemas).

Basten las nociones anteriores para ejemplificar que la Didáctica de las Matemáticas de la escuela francesa constituye actualmente un marco teórico para la investigación que persigue intervenir de un modo benéfico en el sistema educativo proponiendo condiciones que permitan la mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

En cuanto a la fuente **epistemológico-profesional** debemos decir que ella nos remite a la característica del sector curricular que nos interesa en cuanto al hecho de estar contenido en la currícula de diferentes carreras de Ingeniería. No se trata de la enseñanza de la Matemática "per se" sino de ésta para su adecuada inclusión en la currícula de carreras profesionales de Ingeniería. Es escasa la información sobre estudios dedicados a la exhibición de relaciones entre la matemática y su utilidad en la ciencia ingenieril; al respecto, encontramos tesis doctorales pertenecientes a la Educación Matemática aquí en México, tesis que se han abocado al estudio de la Matemática en la Física. Estos estudios, si bien se relacionan con algunos cursos incluidos en la currícula de Ingeniería, por otro lado, son estudios de corte epistemológico cuyo objetivo ha sido el analizar la teoría Matemática en su proceso de constitución como ciencia y establecer conexiones de ello con la situación de la enseñanza escolar preocupada por un aprendizaje del saber matemático en contextos de aplicación del mismo. Vale la pena señalar a Moreno (1995) cuando habla de la historia de la Educación Matemática en México: "El programa inicial de la maestría constituyó, para quienes eramos integrantes del cuerpo docente, una oportunidad de profundizar en nuestras concepciones originales sobre la educación matemática. Esto permitió el rediseño permanente de los contenidos de los cursos, la toma de conciencia de la dimensión histórica del conocimiento matemático, de la importancia del análisis epistemológico y la naturaleza de las rupturas conceptuales en el proceso de formación del conocimiento" (Moreno, 1995, p. 27).

Casarini nos señala que la fuente **epistemológica-profesional** enfrenta a la toma de decisiones sobre los contenidos relacionados a un "saber" y un "saber hacer" específico. La Educación Matemática está consciente de ello, y lo manifiesta en el desarrollo de trabajos de investigación de corte epistemológico que ubican al saber matemático en su justa dimensión social. Al respecto, es menester aquí retomar dos trabajos de investigación realizados dentro de nuestro departamento de matemáticas del campus Monterrey; se trata de las tesis doctorales de Juan Antonio Alanís (1996) y Ricardo Pulido (1997).

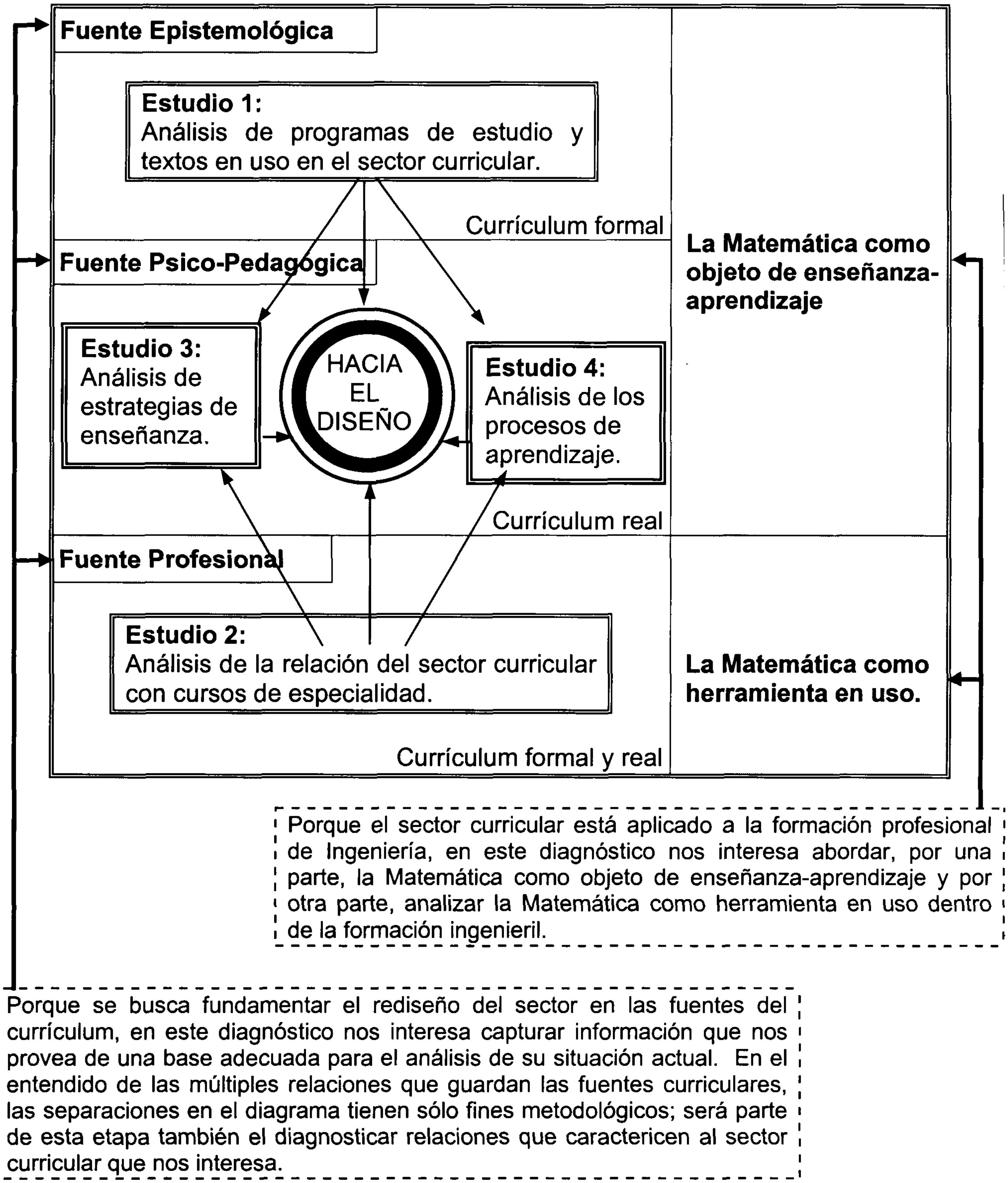
En su tesis, Alanís aporta lo siguiente: "En cuanto a que la enseñanza del Cálculo que actualmente predomina no está siendo acorde al carácter instrumental que tienen los cursos de matemáticas, se puede decir que esto es debido a que en dichos cursos las nociones son vistas como objetos de un saber ya constituido y no como herramientas. Ahora bien, el que en un curso predomine el énfasis en el carácter de herramientas que tienen las nociones matemáticas, no quiere decir que éste se ha reducido a un mero "recetario de cocina", sino que su conducción estará determinada por aquéllos problemas para cuya solución será necesario construir dichas nociones. (Alanís, 1996, p. 36).

La tesis de Alanís, planteando la existencia actual de una crisis mundial en la enseñanza del Cálculo, se abre a la búsqueda de bases para la elaboración de una innovación en la enseñanza del Cálculo en la que las nociones matemáticas sean vistas como herramientas requeridas por los estudiantes para abordar problemas en sus áreas de interés.

Por su parte, la tesis de Pulido, plantea que la física escolar trabaja con símbolos y objetos matemáticos que en apariencia corresponden a los que se manejan en los libros de texto comunes de Cálculo pero, aludiendo a las transposiciones didácticas que operan en estos textos, Pulido advierte en ellos una incapacidad de sustentar explicaciones coherentes para los procederes o "modos de hacer" en la física escolar. Con ello, se cuestiona el aporte didáctico del CALITECA (acrónimo que utiliza para referirse a "el Cálculo de una clase de libros de Cálculo") al expresar que: "El CALITECA busca dar una articulación global, coherente (pensemos, por ejemplo, en la necesidad de continuidad en el discurso, en libros que, generalmente, se llevan en cuatro cursos de un semestre cada uno); en este sentido, toma la bandera de la coherencia matemática, a su entender; ¿quién pudiera ofrecer una mejor idea de coherencia, sino la ciencia matemática?" (Pulido, 1997, p. 12).

Con los aportes de nuestros compañeros en sus investigaciones de corte epistemológico, queda claro que la investigación que nuestra tesis se plantea debe tomar como variable a evaluar el contenido matemático y la forma en que éste se expresa y se vive, tanto en el currículum formal como en el currículum real. Nuestra investigación no sólo debe incluir el cómo se enseña-aprende, sino además y de gran importancia, nos interesa indagar sobre el "qué" se enseña-aprende de Matemáticas.

Para realizar dicha investigación, hemos formulado una metodología fundada en algunas concepciones curriculares del aprendizaje y de la enseñanza. Esta metodología se representa en el siguiente esquema de trabajo, que anima y preside esta tesis.



En el esquema es claro que la indagación que esta tesis se plantea es parte de una metodología para la realización de un nuevo diseño curricular del sector de matemáticas de ingeniería, lo cual se encuentra lejos del alcance de esta tesis; sin embargo no debe dejarse de lado durante todo nuestro proceso de indagación que la intención primera y última es que la información obtenida sea capitalizable para un diseño curricular congruente a una nueva visión de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Los cuatro estudios señalados dan lugar a cuatro investigaciones con una *metodología y técnica de obtención de datos propios. Describimos enseguida sus* propósitos en líneas generales y especificamos los alcances de esta tesis en cuanto a la realización de estos estudios indagatorios.

El **Estudio 1**, como su nombre establece, busca información sobre el currículum formal existente del sector que consiste de los programas analíticos de los cursos que lo conforman. Interesa aquí indagar sobre el "qué" se enseña; sobre los contenidos curriculares, los cuales, por lo que hemos comentado anteriormente, pueden estar evidenciando una concepción restringida de lo que es la matemática y de su didáctica. Este estudio será abordado en el capítulo 3, el siguiente de esta tesis.

El **Estudio 2**, que relaciona al sector curricular con los cursos de especialidad, ha sido incluido de un modo exhaustivo en las tesis doctorales de nuestros compañeros Alanís y Pulido. En dichas tesis, si bien son referidas al área de física en la especialidad, sin embargo, son una clara manifestación a favor del carácter instrumental que el sector curricular debería mantener pero que no logra manifestar. Sin duda hace más falta el contacto e interacción con los cursos de especialidad (además de los de física) a los que el sector ofrece su servicio. Indagar sobre el uso que se hace de la matemática en ellos es un tema de gran dificultad que sólo el experto en matemáticas que se proponga aprender sobre las otras áreas de especialidad, puede llegar a realizar. Este estudio entonces no será tocado de un modo explícito en esta tesis; aunque de antemano expresamos que su importancia es tal que justifica posteriores investigaciones a la luz de lo que la nuestra pueda dejar expresada.

El **Estudio 3** por su parte, tiene como propósito el indagar sobre las estrategias de enseñanza que utiliza el profesor de matemáticas específicamente en el contexto del aula; además, busca indagar sobre la concepción que tiene el profesor de matemáticas tanto de la matemática como de su enseñanza. Para ello, se utilizan dos técnicas: la observación en el aula y el diseño y aplicación de encuesta abierta. Este estudio 3 será desarrollado en el capítulo 4 de esta tesis.

Finalmente, el **Estudio 4**, referido al análisis de los procesos de aprendizaje, pretende indagar sobre la manifestación del aprendizaje de los estudiantes que han estado sujetos a la enseñanza típica (evidenciada en el Estudio 3) de los contenidos matemáticos con las características evidenciadas en el Estudio 1. Este último estudio será el tema a desarrollar en el capítulo 5 de esta tesis.

Aún y cuando los tres capítulos que desarrollaremos cuentan con su propio marco de teoría y su práctica; con metodología propia y análisis de datos y conclusiones, hemos reservado el capítulo 6, último de esta tesis, para redondear sobre el análisis de los distintos aspectos y sintetizar en una serie de lineamientos nuestra posición sobre lo que sería una deseable innovación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática que contemple las características de la de la situación actual de este proceso y la influencia de investigaciones recientes del área de la Didáctica de la Matemática.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE LOS PROGRAMAS ANALÍTICOS Y TEXTOS EN USO EN EL SECTOR CURRICULAR DE MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

El presente estudio lo entendemos como el análisis del currículum formal existente para el sector curricular que nos ocupa. Interesan aquí documentos oficiales que arrojen información sobre el "saber" que se establece como objeto de enseñanza-aprendizaje. Entendemos este análisis ubicado en la fuente epistemológica del curriculum porque importa aquí tener presente la naturaleza del conocimiento matemático y su proceso de constitución como conocimiento científico.

En términos curriculares, la denominación de sector alude a un conjunto de cursos que por su naturaleza presentan una afinidad que pueda ser epistemológica, metodológica, profesional, etc.; esto es, el término alude a un significado de "unidad" o de "estructura". Esta idea cobra un gran peso a la hora de evaluar un sector, pues la evaluación se hará con ciertos criterios si lo que se diagnostica es un curso o cursos aislados o si lo que se diagnostica es un sector o área. Como se puede inferir, este planteo incide fuertemente en la formulación previa de las intenciones educativas del sector como en la selección de contenidos, actividades de aprendizaje y modalidades de evaluación de esos aprendizajes. Por lo mismo, es de gran influencia a la hora de evaluar dichas componentes, de ahí la diferencia entre diseñar y evaluar un curso o diseñar y evaluar un sector curricular.

De acuerdo a lo anterior, presentamos una metodología de evaluación que atiende tanto a aspectos generales y estructurales del sector como a los componentes específicos de cada programa analítico de los cursos que conforman al sector.

Esta metodología incluye como una primer interrogante el considerar si el sector a evaluar fué pensado como tal en el momento de su creación y del diseño de sus programas. Al respecto, debemos decir que no existe documento oficial alguno que certifique que así haya sido. Por otro lado, dada nuestra experiencia en el medio, podemos dar como un hecho que la actitud común que ha prevalecido durante el diseño de sectores de esta índole es la de subdividir un contenido que de antemano se encuentra establecido en libros de texto comunes. El sector curricular, como ya hemos dicho, incluye el Cálculo Diferencial e Integral de Funciones de una o varias variables reales, así como la Teoría de Ecuaciones Diferenciales y resulta de todos reconocible en nuestro medio que los contenidos que se incluyen con este nombre son contenidos que se secuencian en libros de texto completos. De lo anterior podríamos decir que la característica de "unidad" o "estructura" del sector como tal está presente; sin embargo, como nuestra metodología lo irá haciendo aparecer, el análisis de las características de dicha "unidad" será también un tema a considerar en esta evaluación.

La respuesta a esa interrogante orienta nuestro proceso de evaluación de modo que, como parte de la metodología, nos proponemos ahora realizar una etapa de reconocimiento para detectar los aspectos formales en los documentos consistentes de los programas analíticos de los cursos que conforman al sector. Sin embargo esta etapa que señala una parte descriptiva de nuestro análisis, se verá complementada por otra etapa, la que consideraremos como la parte valorativa del análisis, en donde cada programa será considerado no sólo en su forma, sino que además, será valorado a la luz de la concepción que arroja tanto del "saber" matemático como de su enseñanza.

Estamos señalando entonces que nuestra metodología para la realización del análisis de los programas incluye lo siguiente:

- **Etapa descriptiva**, que evaluará la forma o el formato de los programas tomando en cuenta las componentes: intenciones educativas, objetivos, contenido, actividades de aprendizaje, etc.
- **Etapa valorativa**, donde se retoman las componentes básicas pero ahora analizándolas a la luz de la concepción que promueven del mismo "saber" matemático y de su enseñanza.

Esta última valoración nos permitirá contar con elementos de juicio para interpretar la problemática que hemos planteado en los capítulos anteriores de esta tesis y que ha dado razón de ser a los desarrollos tanto de la Didáctica de la Matemática como de la Matemática Educativa.

3.1 Etapa Descriptiva

Evaluamos en esta parte la forma o el formato que presentan los cuatro programas analíticos de las materias que conforman al sector curricular. Resulta adecuado incluir en esta descripción la interpretación desde el modelo de rediseño de cursos que se vive actualmente en nuestra institución educativa; en tal sentido, analizamos en los programas las distintas componentes de: intenciones educativas, objetivos, contenidos, actividades de aprendizaje y evaluación.

Cabe mencionar que, observando los cuatro programas analíticos podemos reconocer en todos y cada uno de ellos un mismo formato que se repite sólo con las variantes de los temas que tratan. Esto nos permitirá hacer nuestras afirmaciones generales y válidas para cada uno de ellos.

Vale la pena explicitar en este momento que cada programa obedece la siguiente secuencia en su formato: inicia con el establecimiento del Objetivo General del curso, seguido de un "Mensaje a nuestros alumnos" en donde el Departamento de Matemáticas establece su compromiso por el logro de la Misión ITESM y quedan aclaradas de un modo general las políticas de todo curso que el Departamento ofrece. Seguido de ellos se establecen los Contenidos en un formato de Unidades, Temas y Subtemas con los tiempos asignados para ser cubiertos. Se establece además el libro de texto y bibliografía recomendada y enseguida se inicia el desglose exhaustivo de Objetivos Específicos para cada Unidad.

Planteamos ahora en la siguiente tabla (aportada por Casarini) las componentes de un programa de manera exhaustiva y hacemos indicaciones sobre su presencia en los distintos programas analíticos que analizamos.

Componentes de los programas	Observación en los programas a evaluar
Introducción: En este apartado se enuncian las intenciones, fines y/o propósitos de los aprendizajes propuestos a los alumnos, pueden ser manifestadas políticas, reglas.	Esta componente se encuentra incluida en un primer apartado de los programas titulado “Mensaje a los alumnos”
Objetivos Generales: Aquí se presentan las intenciones, fines o propósitos de los aprendizajes que lograrán los alumnos a partir de la propuesta del curso. Este apartado puede calificarse como continuación o sustitución del apartado anterior.	Se incluye un Objetivo General por cada programa analítico, enunciado al principio del mismo.
Contenidos (Unidades, Temas) En este componente se enuncian de manera acabada los contenidos que se pretenden desarrollar. Este apartado puede estar incluido en el apartado siguiente de objetivos dado que estos comprenden un contenido por lograr.	En los programas observamos que los Contenidos están expresados por unidades que distinguen a temas matemáticos y se incluye en cada uno de ellos el desglose en subtemas con tiempos preasignados para su tratamiento.

Componentes de los programas	Observación en los programas a evaluar
Objetivos particulares o específicos: En esta componente se enuncian de manera acabada los tipos de aprendizaje que se pretenden lograr.	Forma la parte más densa de los programas observados, en ellos se desglosan de un modo exhaustivo a los temas y subtemas descritos en la componente anterior.
Actividades, tareas o estrategias de aprendizaje: En esta componente se enuncian las acciones que van a realizar los alumnos para llevar a cabo el aprendizaje de los contenidos. Este apartado puede estar integrado a los objetivos específicos, es decir, los objetivos pueden estar redactados como actividades.	En los diferentes programas observados no aparecen explícitamente estas actividades. Los objetivos específicos no están redactados como tales.
Metodología, actividades o estrategia docente: Este apartado anuncia los tipos de actividades que el docente desarrollará para apoyar el logro del aprendizaje de los alumnos.	Estas actividades no aparecen explicitadas en los programas analíticos observados.

Componentes de los programas	Observación en los programas a evaluar
Medios didácticos y tecnológicos: En este apartado se presentan los medios que el maestro utilizará como parte de su método de trabajo de enseñanza (filminas, videos, visitas a empresas, museos, etc.). Este apartado puede estar integrado a las actividades o metodología.	Esta componente no aparece en los programas observados.
Evaluación de los aprendizajes: Este componente enuncia los tipos de evaluación que se utilizarán para valorar los aprendizajes (procesos o productos). Puede estar referido sólo a una cronología de tareas por evaluar en determinado período o puede señalar con puntual precisión las formas de evaluar los procesos de adquisición que se lleven a cabo a lo largo del curso.	Esta componente no aparece en los programas observados.

Procedemos ahora a hacer una descripción más detallada de algunas de las componentes que fueron encontradas en los programas analíticos observados. Estas precisiones nos permitirán emitir un juicio valorativo sobre la forma o formato que los programas expresan.

Acerca de la introducción. El apartado de "Mensaje a los alumnos" que aparece en cada programa cumple con ser una introducción donde se hace explícito el compromiso del Departamento de Matemáticas por el logro de las intenciones educativas que se establecen en la Misión del ITESM 2005. Este compromiso incluye el desarrollar de forma deliberada y sistemática, actitudes y valores como la honestidad y responsabilidad y de habilidades como las capacidades de análisis, síntesis, evaluación, trabajo en equipo y aprender por cuenta propia. Con respecto al aprendizaje de la Matemática, se establece la intención educativa de propugnar por un mejor aprendizaje de todos los conceptos matemáticos involucrados y de tal manera que cada uno de ellos contribuya en forma decidida en la formación integral que el ITESM busca en sus egresados.

Acerca de los Objetivos Generales. Al respecto de esta componente encontramos en los programas analíticos el enunciado de un Objetivo General. Los programas de Matemáticas I, II y III comparten el mismo objetivo general con la sola variante del contenido matemático correspondiente. Vale la pena reparafrasear ese objetivo aquí para los fines de su análisis.

Objetivo General: Proporcionar al alumno los conocimientos fundamentales del (Cálculo Diferencial de una variable real, Cálculo Integral de una variable real, Cálculo Diferencial e Integral de varias variables) que serán utilizados en la interpretación, planteamiento y resolución de problemas específicos de su carrera.

Como se puede apreciar, este objetivo compartido señala una demanda hacia el sector de actuar como un sector curricular que da servicio a los cursos de especialidad; nos estamos refiriendo a que el conocimiento matemático que los cursos de Matemáticas I, II y III ofrecen es juzgado como aquél que será utilizable en las áreas de especialidad de las distintas carreras de ingeniería en las que el sector se encuentra incluido.

Por su parte, el Objetivo General del último curso del sector, Ecuaciones Diferenciales, también expresa claramente su intención de "desarrollar la habilidad de modelar problemas de la ingeniería". Por todo lo dicho anteriormente, es clara y explícita la intencionalidad del sector de ofrecer un servicio; no se persigue el aprendizaje de la Matemática *por sí misma*, sino más bien, se busca que la Matemática sea valorada como una herramienta para comprender, para modelar y para fundamentar problemas de otras áreas de la especialidad ingenieril.

Acerca de los Contenidos. Al respecto de los Contenidos vale la pena que resaltemos el hecho de que los temas expresados hacen referencia a conocimientos (conceptos y procedimientos) matemáticos en sí mismos. Son temas incluidos dentro de la teoría matemática y sin relación con problemáticas de distinta índole. Da la impresión de que describen a cursos teóricos cuya intención es proveer al alumno de un contacto con la producción teórica o científica y sus métodos; en este caso, buscando un contacto profundo o semi-profundo con la ciencia matemática. Si esta información se relaciona con lo aportado acerca del Objetivo General, debemos suponer que se está considerando que el contacto del alumno con la teoría matemática es suficiente para su posterior utilidad o aplicabilidad en los cursos de la especialidad ingenieril.

Acerca de los Objetivos Específicos. El hecho de que los objetivos específicos saturen los programas observados nos hace pensar que estos muestran una herencia del modelo clásico del diseño por objetivos conductuales que ha caracterizado buena época del diseño de programas analíticos.

La definición clásica de Tyler para "objetivo conductual" nos establece que un objetivo está definido con la suficiente claridad si es capaz de describir la clase de comportamiento que se espera que adquiera el alumno. En base a ello, al observar los objetivos específicos de los programas analizados debemos aceptar que estos no son satisfactorios en el sentido de que no describen la clase de comportamiento que se espera que evidencie el alumno para reconocer en él su aprendizaje.

Los objetivos que encontramos más bien se confunden entre el establecimiento de actividades a realizar por el profesor o un listado de subtemas, conceptos u otros elementos del contenido acerca de los cuales hay que tratar algo en clase. Dada nuestra experiencia en el área, también podemos agregar que los subtemas tratados corresponden con acciones bien sobreentendidas en el contexto de la teoría matemática. Para ejemplificar, tomemos un objetivo específico: "definir función". La acción de "definir función" es fácilmente identificable en nuestro contexto con el hecho de que el profesor o el alumno expresen en forma verbal o escrita dicha definición matemática del concepto "función". Lo que ocurre ante este tipo de objetivo es que enseguida de una definición así, el profesor ilustra con un conjunto de ejemplos de "funciones" particulares, esperando que esa acción sea suficiente para el aprendizaje por parte del alumno del concepto matemático. Los programas analíticos contemplan un alto porcentaje (mayor al 33%) de objetivos de este estilo.

Restringiéndonos en esta etapa descriptiva a hablar de la forma de los objetivos, podemos sólo agregar que todos ellos inician o bien con los verbos: "definir", "enunciar", "describir", que se refieren a aprendizajes conceptuales; o bien con los verbos: "aplicar", "resolver" y "demostrar", que se refieren a aprendizajes de procedimientos. Seguido del verbo se especifican los conceptos y procedimientos a los que se hace referencia y todos ellos completamente pertenecientes al contexto de la teoría matemática.

Un juicio valorativo.- Para finalizar esta etapa descriptiva de nuestro análisis, nos permitimos aportar un juicio valorativo acerca de lo observado en la forma de los programas analíticos. Encontramos algunas componentes faltantes de dichos programas, como lo establecimos en nuestra tabla; sin embargo, algunos de esos componentes están implícitamente determinados; de ello podemos darnos cuenta por la experiencia que tenemos en el área y no sólo por la forma o formato de los programas. Nos referimos en particular a las componentes sobre actividades de aprendizaje y de enseñanza y a la evaluación de los aprendizajes. Enseguida explicaremos nuestro parecer.

Los programas analíticos permiten entrever un origen en el modelo de objetivos conductuales aún y cuando no se muestra explícitamente el comportamiento que el alumno deberá realizar como evidencia de su aprendizaje. De acuerdo con Tyler, ha sido siempre una preocupación el problema de establecer objetivos en una forma tal que resulten de utilidad para seleccionar experiencias de aprendizaje y para guiar a la enseñanza. Esto nos lleva a considerar que resulta relativamente sencillo el identificar un objetivo con una actividad docente. De aquí que podamos reconocer en los distintos objetivos específicos las instrucciones que el profesor debe seguir para llevar a cabo su práctica docente acorde al programa analítico. Estamos entonces ante un trabajo implícito con el modelo de diseño por objetivos conductuales que sostiene semejanzas entre objetivos específicos y actividades de enseñanza.

Por otra parte, es reconocible además que cada objetivo específico contiene una instrucción referida a un único subtema del contenido matemático y este subtema genera una pregunta o un tipo específico de ejercicio de práctica cuya correcta realización establece el comportamiento aceptable como evidencia del aprendizaje. Quedan entonces indicadas las actividades de aprendizaje desde el mismo objetivo específico. Este tipo de práctica de ejercicios rutinarios es una práctica común en los cursos de matemáticas. Podemos reconocerla al observar los mismos textos de matemáticas que establecen conjuntos de ejercicios repetitivos al final de cada sección de contenido matemático previamente tratado. Si además de lo dicho agregamos a esta información el hecho de que las prácticas evaluativas consisten de resolver exámenes que contemplan este tipo de ejercicios, podemos caracterizar al tipo de evaluación que se practica aún y cuando no haya sido explicitada en los programas analíticos.

Estamos entonces juzgando que estos programas inducen el comportamiento del profesor en el aula como expositor de los distintos temas y subtemas contemplados a través de los objetivos específicos, de esta forma, la estrategia de enseñanza-aprendizaje que se sugiere implícitamente se restringe a la exposición del profesor seguida por la práctica que el estudiante realiza fuera del aula repitiendo la ejecución de ejercicios rutinarios que serán a su vez el modo de realizar la evaluación de su aprendizaje.

3.2 Etapa Valorativa

Procedemos ahora a profundizar nuestro análisis tomando en cuenta como una variable importante de nuestra evaluación al Contenido mismo, no en cuanto a la forma como éste es presentado, sino en cuanto a lo que está presentándose con él. En otras palabras, nos referimos a la selección del Contenido donde éste concepto refleja la perspectiva de los que deciden qué enseñar y de los que enseñan y se refieren a lo que se pretende transmitir para que otros asimilen como un resumen de cultura académica.

De acuerdo con Pérez Gómez (1995), en el sistema educativo se mantiene con fuerza una acepción tradicional de contenidos distribuidos en áreas a asignaturas y nos enfrentamos a contradicciones porque aunque "la retórica sigue preconizando grandes finalidades. . . . la práctica se reduce básicamente a la propagación de los conocimientos fácilmente ubicados en las esferas del saber asentadas por la tradición, al tiempo que en la evaluación se busca la comprobación de objetivos muy elementales". (Pérez Gómez, p. 176).

Este autor señala que el conocimiento académico en el modelo didáctico tradicional se ha caracterizado precisamente por su reducción a los productos, resultados, conclusiones, sin comprender el valor determinante de los procesos cargados de incertidumbre, de pruebas y ensayos, de propuestas y rectificaciones compartidas que caracterizan la aventura del hombre al construir el conocimiento. Consideramos que el conocimiento matemático presentado en los programas que analizamos es un claro ejemplar de lo que Pérez Gómez señala como consecuencia de las reformas curriculares de los años sesenta, a saber, un asentamiento sobre las disciplinas, con el sobreentendido de que la estructura científica de las mismas suponía la sustancia del conocimiento con capacidad formativa para todos. Este autor apoya su pensamiento al comentarnos que Bruner había expresado la posibilidad de que cualquier alumno se beneficiase formativamente de la estructura interna del conocimiento.

Casarini (1995) argumenta sobre la importancia de enseñar y aprender un conocimiento académico estructurado, plantea que éste "facilita la comprensión, permite una mayor y mejor retención, favorece la transferencia y asegura la continuidad de la enseñanza". (Casarini, p. 62). Sin embargo, esta misma autora nos señala que el curriculum opera como un "traductor" y que es necesario indagar sobre cómo debe presentarse la estructura del conocimiento para facilitar el aprendizaje y esa idea, de nueva cuenta nos remite a la fuente psicopedagógica y su vinculación con la fuente epistemológica.

Nosotros creemos que los Contenidos o el conocimiento matemático presentado en los programas analíticos arrojan una concepción restringida de lo que es la Matemática y su enseñanza al enfatizar sólo esa estructura interna del conocimiento matemático. Ha sido precisamente esa creencia lo que nos ha motivado a realizar ésta etapa valorativa en nuestro trabajo.

Debemos señalar que la afirmación anterior no es una inquietud personal, sino que, al contrario, es consecuencia de una reflexión conjunta sobre distintas investigaciones realizadas tendientes a explicar las dificultades que tienen los alumnos cuanto intentan aprender los conceptos sobre los cuales se estructuran los programas analíticos.

En Alanís (1996) se argumentan suficientes razones para declarar en crisis, a nivel mundial, la enseñanza del Cálculo (la rama de la Matemática que nos ocupa en nuestros programas). Este autor nos señala que en México se ha iniciado un proceso de construcción de propuestas educativas entre las que destacan las del Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. En estas propuestas se perfilan premisas de las que se parte para estudiar el fenómeno de la enseñanza del Cálculo. La premisa más importante que señala Cantoral (1990) es que "la estructura general del actual discurso matemático teórico suele ser la base menos propicia para la comunicación de las ideas matemáticas, en particular las del Cálculo". (Citado por Alanís, p. 19).

Esta premisa compartida ha dirigido la atención hacia trabajos de investigación de corte epistemológico en la búsqueda de innovaciones didácticas sustentadas en la investigación. Rescatar el aprendizaje de un conocimiento vivo, en plena evolución, a diferencia de un conocimiento acabado y por ende percibido como muerto, ha sido la pretensión de distintas investigaciones que buscan rescatar en la historia de la construcción del conocimiento matemático (epistemología) elementos aplicables a una nueva didáctica que se plantee como alternativa a la actual.

Para expresar claramente nuestra posición y caracterizar el conocimiento que presentan los programas analíticos actuales, consideremos las afirmaciones siguientes:

- Se puede concebir a la Matemática como una **ciencia**.
- Se puede concebir a la Matemática como una **ciencia viva**.

Ambas concepciones determinan presentaciones distintas de los contenidos matemáticos. Afirmamos que la currícula actual en Matemáticas y en el sector curricular que nos compete está influenciada de la primera de estas concepciones; es decir, enfatiza a la Matemática como una ciencia, con toda la estructura rígida que la caracteriza.

En efecto, la concepción como **ciencia** es reconocible cuando uno la observa en los libros de texto en uso, o en los programas analíticos actuales. En ellos, la presentación de esta ciencia enfatiza su **estructura formal y rigurosa**. Podemos decir que encontramos aspectos en su presentación que son característicos. Hablemos un poco de ellos:

El rigor. Con este término de "rigor" queremos reconocer cómo en la teoría matemática se da un encadenamiento de conceptos y resultados (teoremas) que responden a una lógica deductiva. El razonamiento lógico riguroso se establece a partir de definiciones claras y no contradictorias y axiomas evidentes.

Como características del rigor, encontramos que en los textos y programas se da lo siguiente:

→ Una secuenciación lineal de temas. La linealidad responde al orden lógico deductivo, esto es, se parte de definiciones (o axiomas) para los conceptos "más simples" en el sentido de que los subsecuentes se definen en términos de los conceptos previos.

→ Un carácter axiomático-deductivo (o lógico-deductivo). A las definiciones se van encadenando resultados expresados como teoremas que deben ser demostrados con un razonamiento lógico riguroso.

Lo formal. Con este término de "formal" queremos reconocer en la teoría matemática una "ausencia" de significado en relación a contextos reales. El significado de cada concepto matemático lo otorga su definición (lógico-rigurosa) dentro de la teoría matemática, la cual la relaciona con conceptos previos también en este contexto matemático.

Como características del formalismo, encontramos que en los textos y programas se da lo siguiente:

→ Un grado creciente de abstracción en los conceptos (opuesto a concreción).

→ Una simbología para expresar la "generalidad" (opuesto a particularidad).

La aplicación. La expresión de la aplicación de la Matemática a otros contextos se da al final de haber establecido "rigurosamente" los objetos teóricos "formalizados". En ese momento, al molde teórico se le "vierte" el significado del contexto de aplicación.

Como característica de la aplicación, encontramos que los programas analíticos establecen como objetivo general el favorecer la aplicación del conocimiento matemático a contextos reales, físicos o ingenieriles, sin embargo, estos contextos no están presentes en el desarrollo de los programas, los cuales, contradictoriamente, se desenvuelven completamente contenidos en un contexto matemático. Pareciera que se tuviese la certeza de que en el proceso didáctico primero se enseña-aprende matemáticas y luego, ese conocimiento mismo capacita para aplicar las matemáticas en distintos contextos reales.

La expresión de la Matemática con las características que hemos descrito de **rigor**, **formalismo** y **aplicación**, que la hacen percibirle como **ciencia**, es una expresión que por otro lado se consolida *como un producto de períodos de autocrítica* en la construcción de esta ciencia. Es un reflejo de grandes e importantes períodos donde los matemáticos se dan a la tarea de revisión de los fundamentos de la "nueva" matemática que se ha ido construyendo. Importa en esos momentos renovar la solidez interna de la matemática como teoría formal y rigurosa. Sin negar lo imprescindible de esta expresión, lo que nosotros cuestionamos es si es esa expresión, lo que nosotros cuestionamos es si es esa expresión la idónea para producir en el alumno un aprendizaje significativo de esta ciencia. Las investigaciones de que hemos hablado se manifiestan en oposición a ello y es entonces que nos preguntamos si otras características de la Matemática, o de su proceso de constitución están siendo olvidadas en la enseñanza escolar condicionando con ello la forma en que se concibe a esta ciencia.

Por eso queremos ampliar, la concepción de la Matemática ahora al considerarla como **ciencia viva**, relacionándola con aspectos sobre el **proceso de constitución** del conocimiento matemático que permitan concebirla como una ciencia en continua construcción. En esta concepción pretendemos rescatar aquéllo que es reconocible en el proceso histórico por vía de la investigación en documentos originales, o de la investigación sobre la evolución de los textos escolares de Matemáticas. Expresiones de esta concepción ampliada se encuentran también en algunos libros de historia que enfocan el desarrollo de los conceptos y las distintas ramas teóricas de la Matemática.

Algunas ideas que se encuentran en ese proceso de constitución de la ciencia son las siguientes:

→ La vitalidad de la Matemática se da por el hecho de que sus conceptos y resultados aún con toda su abstracción se originaron en el mundo real y encuentran amplia aplicación en otras ciencias, en ingeniería y en las situaciones prácticas de la vida diaria.

→ Es el juego de fuerzas opuestas como lógica e intuición, análisis y construcción, generalidad y particularidad, lo que constituye la vida, utilidad y valor de la Matemática.

→ Aún en los campos más abstractos, en el núcleo de todo resultado matemático se encuentran elementos de invención constructiva, de intuición directiva.

→ Se distinguen períodos en la constitución de la Matemática en donde la fuerza directriz es el trabajo dentro de una situación problemática. En esos períodos, la aplicación y conexión con la realidad desempeña un papel importante de "unidad" con la teoría existente.

→ Se distinguen otros períodos (de espíritu de autocrítica) donde es necesario una separación entre la teoría y las aplicaciones para efectos de dar paso a aquélla revisión crítica (dentro de la teoría) sobre los fundamentos del "nuevo" conocimiento que, por otro lado, fue creado en respuesta a una necesidad práctica.

Nos parece que la expresión de la Matemática en estos últimos períodos es la que ha quedado "fácil" de transmitir, vía la estructura lógico-formal (la **ciencia**), pero esta expresión se opone o niega la expresión de la Matemática en los otros períodos de creación conectada a una realidad significativa concreta (la **ciencia viva**).

En el diseño curricular actual, el que se plasma en los programas analíticos y los textos comunes utilizados, es notoria la carencia de esta expresión de la Matemática como ciencia viva. Esta expresión favorece el uso de conjeturas intuitivas, argumentos inductivos y razonamientos convincentes desarrollados mediante argumentos no formales-rigurosos; y todos ellos actuando alrededor de entender una realidad problemática con significado propio.

Ninguna de estas características está presente en el discurso actual, el cual, al contrario, favorece las definiciones precisas, los argumentos deductivos y los razonamientos formales-rigurosos, todos ellos encapsulados en una realidad netamente contenida en la teoría matemática. Aún en las partes que presumen de aplicación se aprecia el desarrollo de problemas estereotipados que requieren de una algoritmia muy preestablecida para su solución.

En concreto, podemos afirmar que los Contenidos de los programas analíticos y textos en uso presentan al conocimiento matemático en una forma acabada, enfatizando un estado final de presentación que no comunica a los alumnos los procesos de actividad matemática que tuvieron que llevarse a cabo para construir el Cálculo. Se enfatiza la coherencia interna, la estructura lógica de este conocimiento pero esto es sólo un aspecto de la riqueza que la Matemática posee como una **ciencia viva**.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

En este capítulo realizaremos un análisis enmarcado en la fuente psico-pedagógica del currículum que nos permita conocer acerca de las prácticas predominantes y las estrategias de enseñanza utilizadas por los profesores de matemáticas en los cursos que conforman el sector curricular de matemáticas en Ingeniería. Específicamente, nos interesa indagar sobre el proceder del profesor en el aula, sus actividades y actitudes, además de que dedicaremos especial atención a investigar sobre la concepción que tiene el profesor acerca de lo que es la matemática; pues, como lo expresamos en el capítulo anterior de esta tesis, nosotros consideramos que es posible relacionar un tipo de práctica pedagógica con un tipo de concepción de la Matemática.

En la literatura de la Didáctica de las Matemáticas existen diferentes acercamientos sobre este estudio en cuestión, es por ello que, en la metodología para realizar nuestro análisis, consideraremos como un primer paso realizar una exposición de los aportes de Peltier (1993, Francia) y Dubinsky (1990, Estados Unidos) que nos sirvan como marco teórico para la fundamentación de nuestra investigación.

Después de esta presentación, como parte de nuestra metodología de trabajo incluimos dos técnicas para la obtención de información acerca de nuestro medio escolar:

- Observación en el aula de algunas clases de matemáticas pertenecientes al sector curricular.
- Diseño y aplicación de encuesta abierta dirigida a un grupo de profesores de matemáticas del sector.

Dedicaremos atención a la información obtenida con cada una de esas técnicas para realizar el análisis correspondiente a la luz de nuestro marco referencial.

4.1 Marco Referencial

En su artículo, Dubinsky (1990) habla de la toma de decisiones que todo profesor realiza para llevar a cabo su enseñanza, y nos afirma que “cada elección que hace un profesor está determinada (comúnmente de modo implícito) por sus creencias acerca de cómo la gente aprende y de qué es el contenido del Cálculo” (Dubinsky, p.1).

Él establece que esas creencias conducen a elecciones particulares de enseñanza y sugiere que debemos poner atención a ellas con idea de que la decisión de utilizarles sea en forma explícita y consciente. Dubinsky declara que parte del fracaso de la enseñanza-aprendizaje del Cálculo es debido a las elecciones de enseñanza practicadas.

Este autor nos plantea una clasificación de distintas concepciones del Cálculo aparejadas con actividades de enseñanza-aprendizaje características. Exponemos a continuación los cuatro modelos que se establecen con su clasificación.

Modelo de **conocimiento-espontáneo**. En este modelo la concepción que se tiene del Cálculo es que se trata de un cuerpo de conocimientos que ha sido descubierto por nuestra sociedad y que debemos transmitirlo a las futuras generaciones desde nuestra mente hasta las mentes de los estudiantes. Esta concepción se corresponde con la creencia de que el aprendizaje del Cálculo se da de un modo "espontáneo". Según esta creencia, basta presentar al estudiante el contenido del Cálculo en una forma verbal, escrita o gráfica, para que él aprenda por sí mismo en forma individual y espontánea, observando y escuchando al profesor.

Modelo de **técnicas-inductivo**. En este modelo se concibe al Cálculo como un conjunto de técnicas para resolver problemas estándar y esto conlleva a que la actividad de aprendizaje dominante es la que consiste en pasar la mayoría del tiempo practicando esas técnicas en enormes colecciones de ejercicios o problemas. Esta concepción se relaciona con la creencia de que el estudiante aprende en forma inductiva, trabajando con muchos ejemplos; se supone que el estudiante puede identificar características comunes y extraer ideas importantes de esa experiencia y es capaz además de organizar la información en su mente.

Modelo de **pensamiento-constructivo**. En este modelo se concibe que el Cálculo es un conjunto de ideas que el pensamiento individual y colectivo ha creado y de ahí que la meta de enseñanza sea ayudar a los estudiantes a construir esas ideas por ellos mismos, sin embargo, esa construcción es posible por una acentuada guía del profesor. Esta concepción se relaciona con la convicción de que el estudiante aprende haciendo construcciones mentales para tratar con los fenómenos matemáticos, de ahí que una actividad importante para el profesor es el estudiar (investigar) qué son esas construcciones y cómo se pueden hacer, para que con esa información obtenida, sea posible inducir al estudiante a realizar las construcciones deseadas.

Modelo de **aplicaciones-pragmático**. En este modelo la concepción que se tiene es que la esencia del Cálculo está en su poder para describir, explicar y predecir fenómenos en el mundo físico. De ahí que un curso debe concentrarse en tópicos de ciencias físicas haciendo énfasis en el rol de las matemáticas. Esta concepción se relaciona con la creencia de que el estudiante aprende en respuesta a problemas de otros campos y como parte del contenido debe darse una gran introducción a las aplicaciones.

Dubinsky declara que en base a su experiencia de 30 años de enseñar y hablar con otros sobre el tema, su sentir es que la mayoría de los profesores se pueden identificar con los dos primeros modelos, es decir, que el Cálculo es una combinación de **conocimientos** y **técnicas** y que se aprende **espontánea** e **inductivamente**. Nos expresa que los profesores “dicen que creen que la gente aprende de ejemplos (inductivamente) y que el Cálculo es un cuerpo de conocimientos que hemos descubierto, pero lo enseñan como si creyeran que los estudiantes aprenden espontáneamente mediante el escuchar y el mirar y como si creyeran que lo que se supone que van a aprender en Cálculo es una colección de técnicas para resolver problemas estándar". (Dubinsky, p. 3)

Por su parte Peltier (1993) nos expresa que ciertas investigaciones en *Didáctica de la Matemática (Francia) han tenido como objeto de estudio las* representaciones que el profesor tiene de su disciplina y de la enseñanza, así como la influencia que estas representaciones ejercen sobre la elección de estrategias de aprendizaje por parte del profesor. Es de estas investigaciones que Peltier plantea la posibilidad de tres grandes clases de estrategias, las cuales expresamos enseguida:

Modelo **normativo**. Este modelo se centra sobre el contenido, se trata de dar o comunicar un saber a los estudiantes. Como características de este modelo encontramos que el profesor muestra nociones y porporciona los ejemplos; por su parte el estudiante escucha, imita, se entrena, aplica. El saber está dado de una manera acabada, ya construida y los problemas son presentados al final del recorrido, con fines de evaluación.

Modelo **incitativo**. Este modelo a diferencia del anterior, se centra en el estudiante buscando conocer sus intereses, necesidades y entorno. Como características de este modelo tendremos que el profesor escucha al estudiante, suscita su curiosidad, le ayuda a utilizar fuentes de información y responde a sus preguntas. El estudiante por su parte busca, organiza y trabaja de manera autónoma. El saber a aprender está ligado a las necesidades de la vida y entorno y la estructura del mismo pasa a un segundo plano. El problema es un móvil de aprendizaje, es concreto y ocasional.

Modelo **aproximativo**. Este modelo está centrado en la construcción del saber por el estudiante; se propone el partir de las concepciones existentes en el estudiante y que se les ponga a prueba. Como características de este modelo tendríamos que el profesor propone y organiza una serie de situaciones jugando con diversas restricciones (variables didácticas), organizando las diferentes fases (investigación, formulación, validación, institucionalización), además, el profesor maneja la comunicación en clase y llegado el momento establece elementos convencionales del saber. El estudiante por su parte intenta, busca, hace hipótesis, propone soluciones, las confronta, las defiende. El saber es considerado por su propia lógica y el problema es un medio de aprendizaje.

Peltier expresa que el estudio de las prácticas existentes muestra que uno escoge, mas o menos conscientemente, alguno de estos modelos, aunque no de un modo exclusivo.

Después de haber conocido ambas clasificaciones, tanto la estadounidense de Dubinsky como la francesa de Peltier, podríamos encontrar semejanzas entre ellas; por ejemplo, los primeros dos modelos de Dubinsky (**conocimiento-**

espontáneo, técnicas-inductivo) expresan lo que el primer modelo de Peltier plantea (**normativo**) y coinciden también en que son los modelos más representativos de lo que sucede comúnmente en la práctica.

Por otra parte, los dos modelos restantes de cada autor expresan ideas comunes, y plantean una transición hacia modelos didácticos donde el rol del estudiante es más participativo, con una convicción de que el estudiante construye y el profesor guía. Los últimos modelos de cada autor enfatizan por su parte la importancia de los problemas físicos, de las aplicaciones de la teoría matemática, otorgando al "problema" un carácter innovador de "medio de aprendizaje".

4.2 La práctica pedagógica en nuestro medio.

En el apartado anterior hemos expuesto los puntos de vista de dos autores acerca de las prácticas pedagógicas posibles o probables en la enseñanza-aprendizaje del Cálculo. Hemos detectado entre ellos coincidencias y lo que nos resta tratar en este nuevo apartado es el análisis de lo que ocurre en nuestro medio particular de la enseñanza del Cálculo en el sector curricular de Matemáticas en Ingeniería.

Para obtener información de nuestro medio hemos utilizado dos técnicas. La primera de ellas consiste del diseño y aplicación de una encuesta destinada a un grupo de profesores que laboran en el Departamento de Matemáticas del ITESM, Campus Monterrey. La segunda técnica consiste en haber realizado observaciones en el salón de clases de un grupo de profesores del mismo Departamento que ofrecen materias del sector curricular. Esta observación fue realizada a petición nuestra por especialistas pedagogos pertenecientes a la Dirección de Desarrollo Académico del campus Monterrey y contamos con el reporte de observaciones de este servicio de Asesoría Docente Personalizada realizado en diciembre de 1998.

Para organizar nuestra información comenzaremos hablando de la encuesta y sus resultados para posteriormente retomar la información del reporte de observaciones que nos permitirá finalmente caracterizar el tipo de modelo que predomina en nuestro medio.

4.2.1. La encuesta a profesores.

La encuesta fue diseñada con el objetivo de conocer la concepción que los profesores poseen acerca de la Matemática en general y del Cálculo en particular. Fue aplicada a una muestra de 10 profesores del Departamento de Matemáticas. En el diseño de la misma se parte de la consideración de que el medio que el profesor posee para ayudarse en su práctica es el libro de texto y que por ende, su concepción de lo que es la Matemática estará sumamente influenciada por este medio de contacto con el contenido matemático.

La pertinencia de indagar sobre esta influencia del texto sobre la concepción del profesor acerca del saber que enseña, la reconocemos cuando consideramos que se pueden distinguir diferentes saberes: el saber del sabio, el saber del profesor, el saber de los programas y textos, el saber que se convierte en objeto de enseñanza y finalmente, el saber del estudiante. Realmente ha sido un aporte de la Didáctica de las Matemáticas el poder considerar diferencias entre estos saberes. La noción de "transposición didáctica" (tratada en nuestro marco teórico) permite referirse al proceso que exige la comunicación de un saber a una audiencia. Esta noción nos obliga a aceptar la realidad de que todo elemento de un saber científico se convierte en un conocimiento a enseñar y después, en un objeto de enseñanza. Tradicionalmente el libro de texto ha sido el portador oficial de ese conocimiento a enseñar, contenido que después el profesor (en el currículum real) convierte en un objeto de enseñanza. Pero, ¿será el profesor consciente del proceso de transformación que ese saber expresado en el texto experimentó?. Nuestra apreciación es que no es así, y que por ende, el texto dicta al profesor lo que es la matemática y lo que debe enseñar de ella.

La encuesta consta de seis preguntas abiertas. Las tres primeras preguntas de la encuesta están dirigidas a indagar sobre la apreciación de la matemática como el "saber científico" vaciado en los libros de texto; las restantes tres preguntas indagan sobre la relación entre las actividades del profesor (o estrategias de enseñanza) y los libros de texto.

Retomaremos enseguida las preguntas hechas y los resultados respectivos.

Pregunta 1.- ¿Qué cambios le haría al libro de texto si el curso fuera para matemáticos en lugar de para ingenieros?.

Resultados de la pregunta 1. Por las respuestas emitidas pensamos que para los profesores el contenido de los libros de texto no se encuentra muy lejano a la idea de la Matemática "pura" ya que la gran mayoría expresa que sólo agregaría más demostraciones o le daría más formalidad. Hay quienes expresan que sería conveniente el agregar problemas "patológicos" o que requieran de artificios matemáticos y eliminar las aplicaciones para enfocarse a lo teórico (como por ejemplo, dar la definición formal rigurosa de límites en términos de épsilon y delta).

Otros profesores son más específicos al citar libros que debieran usarse como texto para matemáticos; mencionan en dos ocasiones autores como Spivak y Apostol que, como sabemos, son textos utilizados en las carreras de licenciatura en matemáticas y que presentan al Análisis Matemático, la rama de la Matemática que provee de la fundamentación del Cálculo.

Pregunta 2.- Afirmamos que la Matemática es una ciencia. . . . ¿Qué tanto los libros de texto reflejan esa ciencia? o ¿qué es lo que tienen de esa ciencia?.

Resultados de la pregunta 2. La mayoría de los profesores manifiestan que los libros de texto reflejan "lo suficiente" o un "100%" de esa ciencia. Si expresan dudas de que así sea, mencionan de nuevo que la formalidad de la presentación contenida en ellos pudiera ser un rasgo a complementar para igualarla con la ciencia misma. Se piden más demostraciones matemáticas para acercarla a la ciencia, pero expresan que la ausencia de ellas o su poca presencia es adecuada para estudiantes de ingeniería.

Pregunta 3.- ¿Usted cree que las definiciones de los conceptos que aparecen en nuestros libros de texto son esencialmente las mismas que encontraría en los libros escolares de otras partes del mundo?.

Resultados de la pregunta 3. Aunque la gran mayoría acepta no estar enterado de otros libros aparte de los que maneja frecuentemente, la respuesta general refleja la idea que se tiene de que la Matemática que muestran los libros de texto es la Matemática que aparece en todos los libros del mundo. Con esto nos da la impresión de que su concepción es que la Matemática es una ciencia única y que es ella misma la que se lleva al contexto escolar, negando así la posibilidad de aquélla transposición didáctica que determina saberes escolares diferenciables.

Pasemos ahora a las tres preguntas destinadas a indagar sobre la relación entre la práctica docente y los libros de texto.

Pregunta 4.- ¿Cómo apoya su práctica docente en el libro de texto?.

Resultados de la pregunta 4. La mayoría de los profesores concuerda en que el principal apoyo del libro durante las clases es la cantidad de ejercicios que proveen, tanto de ejemplos resueltos como de problemas propuestos. Comentan la utilidad de ella para dejar una diversidad de problemas de tarea e incluso para diseñar exámenes.

Cabe mencionar que en estas respuestas se puede observar lo que Peltier caracteriza en su primer modelo, el **normativo**; los profesores expresan que en su práctica ellos "definen" el concepto a trabajar auxiliándose de las definiciones que presenta el texto, y lo reafirman usando ejercicios contenidos en el mismo libro. De manera equivalente podemos interpretar un reflejo de los modelos **conocimiento-espontáneo** y **técnicas-inductivo** nombrados por Dubinsky.

Pregunta 5.- ¿Realiza o planea algunas actividades ajenas o no contempladas en el libro de texto?.

Resultados de la pregunta 5. Las respuestas de esta pregunta fueron diversas, sin embargo, la más mencionada fue que la actividad extra que utilizan es el promover la investigación y con ello se refieren a que inducen a los estudiantes a revisar otros libros de texto de diferentes autores para realizar proyectos en equipo.

De estas respuestas es notorio también la preocupación de los profesores por mostrar a sus estudiantes la importancia de la aplicación de los conocimientos adquiridos en el curso a otras materias de la especialidad. Algunos profesores incluyen actividades o proyectos que involucren el uso de medios electrónicos como la computadora o calculadora. De estos comentarios podemos encontrar evidencias de proximidad al modelo **incitativo** de Peltier ya que el profesor aconseja dirigirse hacia diferentes medios de información y el estudiante investiga.

Pregunta 6.- ¿Qué puede comentar a favor de los libros de texto? y ¿qué critica de ellos?.

Resultados de la pregunta 6. Entre los comentarios a favor del libro de texto, el más frecuente consiste en ver en éste un apoyo en cuanto a que provee de problemas y ejercicios además de que las ediciones mejoradas con gráficos en colores, tablas, dibujos, etc., son del agrado del profesor. Algunas respuestas señalan al libro como un buen medio para que el estudiante lea y refuerce lo visto en clase debido a la forma en que son presentados los temas. En cuanto a las críticas, las respuestas manifiestan una inconformidad en cuanto al tratamiento de algunos problemas que no resultan del todo claros en su solución. También manifiestan algunas diferencias entre autores al trabajar algún concepto en particular. Un comentario importante es que los profesores expresan inconformidad por el hecho de que los libros de texto son en su gran mayoría traducciones de productos estadounidenses y que por ello no reflejan la problemática de nuestro país.

Del análisis de las respuestas a la encuesta aplicada podemos rescatar las siguientes **conclusiones**:

- La mayoría de los profesores tienen la creencia de que la Matemática del libro de texto es muy cercana a la Matemática como ciencia con la diferencia de faltarle un poco más de formalismo y rigor.
- El libro de texto guía la práctica del profesor sobre todo por la gran diversidad de ejercicios de que le provee para su exposición, tareas y exámenes.

- La única manera manifestada de separarse del libro como guía es para promover la investigación mediante lecturas de otros autores.

4.2.1. La observación en el aula.

Para complementar la información del apartado anterior, se realizaron catorce observaciones en el aula a diez profesores del Departamento de Matemáticas. Como aclaramos con anterioridad, estas observaciones estuvieron a cargo de especialistas pedagogos y el procedimiento que implementaron forma parte de las técnicas etnográficas aplicadas a la investigación educativa.

Se aplicó entonces la técnica de observación en el aula con el objetivo de captar las formas de interacción entre los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se recogió la información levantándose el registro con las anotaciones que los observadores consideraron significativas del proceso.

El análisis de los datos recolectados en el aula incluye los indicadores de: actividades de aprendizaje, del profesor y de los estudiantes, así como las actitudes de los protagonistas en este proceso.

Como fruto de ese análisis se elaboró un reporte del cual nosotros retomamos la información pertinente a nuestro propósito. Cabe señalar que nos es de especial interés el observar este reporte hecho por especialistas que no tienen conocimiento del área de Matemáticas. Esto, a nuestro modo de ver, limita un tanto la observación posible para nuestros intereses de indagar en qué medida las actividades y actitudes del profesor están influenciadas por el libro de texto. Sin embargo, después de haber compartido este reporte en una sesión conjunta con los pedagogos, pudimos normar criterios e interpretar la información contenida en el reporte.

Una consecuencia importante de esa sesión es que aclaramos que el término "problema" que se había utilizado en el reporte se refiere al término de "ejercicio típico" que hemos identificado anteriormente en este trabajo; no se trata de un sentido amplio de "problema" como proposición de una situación problemática que el estudiante deberá resolver pos sí mismo, sino más bien, se refiere a la presentación de un ejercicio cuya solución es rutinaria y está muy apegada a procesos algebraicos típicos en la presentación tradicional de los contenidos matemáticos.

A continuación nombramos de cada indicador el análisis de los aspectos considerados.

Actividades de aprendizaje. La estrategia global más utilizada por los profesores fue la de solución de ejercicios de práctica. Esta estrategia se apoyó en algunas técnicas de enseñanza-aprendizaje como lo es la "demostración" por parte del profesor de la solución de un ejercicio típico indicando en voz alta los pasos de la solución y la eventual aplicación de la "técnica de la pregunta" para obtener la atención del grupo. En dos de las sesiones observadas se invitó a los estudiantes a participar en la demostración de la solución pasando al pizarrón a un estudiante que, con el apoyo de sus compañeros, resolviera el ejercicio.

Actividades del profesor. Las actividades más frecuentes realizadas por los profesores visitados consistieron de la estrategia global de enseñanza orientada a la solución de ejercicios, traducida en las siguientes acciones: la resolución de uno o dos ejercicios en el pizarrón o acetatos, hacer preguntas a los estudiantes sobre el proceso de solución y contestar las preguntas que el grupo realizaba. Actividades que se presentaron con menor frecuencia fueron las de dictar ejercicios, elaborar gráficas en el pizarrón o estimular la reflexión del proceso en la solución de los ejercicios.

Actividades de los estudiantes. En todos los casos, la mayoría de los estudiantes del grupo tomaron notas de la clase, tanto al desarrollar la solución de un ejercicio o al copiar lo que el profesor o algún estudiante realizaba en el pizarrón. Los estudiantes hacen preguntas al profesor, la naturaleza de las mismas no podemos precisarla por el reporte, pero en plática con los pedagogos pudimos acordar que se trataba de dudas referentes a alguno de los pasos que el profesor daba en la resolución de un ejercicio. Se aclara que en los distintos grupos se presentó variación en la frecuencia con que los estudiantes realizaban preguntas.

Una actividad realizada a menor escala por los estudiantes fue la acción de contestar preguntas hechas por el profesor. Esta actividad no se logró con éxito en algunos casos y las preguntas del profesor estuvieron seguidas de un gran silencio por parte de los estudiantes. Otra actividad fue la de resolver ejercicios en el pizarrón, unos de los estudiantes pasaron al frente y resolvieron un ejercicio con o sin el apoyo de sus compañeros.

Actitud del profesor. En el reporte se nos expresa que los profesores frecuentemente asumieron el papel tradicional de expositor con poco contacto visual hacia el grupo. Ellos ocupan el mayor tiempo en el uso de la palabra y hacen señalamientos sobre quiénes y qué estaba correcto e incorrecto. Los pedagogos expresan que es evidente el dominio de los contenidos del curso por parte del profesor aunque para nosotros resulta importante aclarar sobre el tipo de presentación que el profesor realiza de esos contenidos. En algunos casos se manifiesta la preocupación del profesor por el aprendizaje de los estudiantes y la forma en que interpretan esa preocupación los observadores es porque los profesores frecuentemente regresaron a sus explicaciones para que se comprendiera el proceso o enfatizaban la importancia de resolver las dudas que tuvieran los estudiantes.

Actitud de los estudiantes. *Se reporta que en la mayoría de los casos* existía atención e interés por parte de los estudiantes hacia la clase, con algunas excepciones por grupo. Las excepciones se evidenciaron por medio de conductas como salir del aula o porque en ocasiones se podía observar a pares de estudiantes platicando de diversos temas o distraídos mientras el profesor explicaba en el pizarrón.

Una vez recorridos los diferentes indicadores que se han analizado, el reporte de los pedagogos incluye un análisis de las diferentes modalidades de interacción entre profesor y estudiantes. Diferenciaron tres modelos de interacción: un **modelo tradicional**, uno **intermedio** y uno **no tradicional**.

Modelo tradicional. En este modelo se incluyen casos donde el profesor tiene el mayor uso de la palabra, es quien está al frente del pizarrón y realiza gran parte de los ejercicios en cada sesión de clase. Entre estos casos se presentaron preguntas al grupo por parte del profesor pero éste no se esperaba a escuchar las respuestas de los estudiantes.

En este modelo se observa que el profesor "se olvida" del grupo al realizar los ejercicios pues ejecuta paso a paso los mismos en voz alta pero no se percata de si los estudiantes están entendiendo el proceso o si le han seguido con la misma rapidez. Se encuentra un mayor uso de la técnica expositiva observándose que los estudiantes se distraían fácilmente.

Modelo nivel intermedio. En este modelo se encuentra el uso de la técnica expositiva con más o menos participación de los estudiantes en la misma. El profesor realiza ejercicios en el pizarrón y pide la colaboración de uno o dos estudiantes para realizar un ejercicio al frente. Se observa que el profesor promueve que los estudiantes participen con preguntas además de que interrumpe su exposición o desarrollo del ejercicio para dirigirse a los estudiantes realizando comentarios específicos o resolviendo dudas.

Aún y cuando en este modelo se observa la presencia de mayor participación de los estudiantes, el profesor es el responsable de la sesión de clase, es quien indica cuál es el proceso, cómo se debe realizar y las oportunidades de los estudiantes para hacer preguntas o resolver ejercicios. A diferencia del modelo tradicional, el profesor invita a analizar los ejercicios de manera conjunta, invita al grupo a pensar con él.

Modelo no-tradicional. En este modelo se ubicó un solo caso de un profesor que reforzó el trabajo colaborativo, entendiendo con esto que los estudiantes, con apoyo del profesor, resolvieron ejercicios construyendo juntos las posibles soluciones. El profesor resolvió un ejercicio en acetato y posteriormente presentó otro ejercicio para que los estudiantes, apoyándose en sus compañeros, lo resolvieran. En este caso, los estudiantes formaron pequeños equipos de dos o tres personas y cuando resolvieron el ejercicio lo compartieron con otros equipos que tenían dificultades para resolverlo.

Otra de las estrategias que fomentó el aprendizaje colaborativo consistió en pasar al frente a estudiantes a realizar el ejercicio haciéndoles responsables de la solución del mismo y del interés del grupo por ella. El profesor no dio respuestas finales, sino que incluso cuestionó las diferentes respuestas de los estudiantes favoreciendo la reflexión sobre el proceso llevado a cabo.

Del análisis del reporte de observación en el aula podemos rescatar las siguientes **conclusiones**:

- Se tiene la evidencia de que el desarrollo de las clases de matemáticas está sumamente cargado de la resolución de ejercicios típicos.
- Cuando existe o se permite la interacción entre estudiantes y profesor esta interacción responde a la necesidad de aclarar dudas al estudiante sobre el proceso de resolución del ejercicio que el profesor está exhibiendo al frente del grupo.
- No encontramos evidencia de que en los grupos visitados se observe diferencia en el modo de desarrollar la clase. Domina la impresión de la matemática como conjunto de ejercicios a resolver. Las diferencias entre los grupos se refieren sólo al grado de contacto que el profesor promueve con sus estudiantes.

4.3 Algunas conclusiones finales.

Después de analizar conjuntamente los resultados de la encuesta aplicada a los profesores y el reporte de la observación en el aula, resulta posible relacionar la práctica pedagógica predominante de los profesores con una práctica determinada y condicionada por los libros de texto. Apoyamos está afirmación porque en todos los modelos detectados en el reporte de la observación en el aula se manifiesta el uso de la estrategia global de solución de ejercicios típicos o rutinarios y por otro lado, en la información obtenida de la encuesta a los profesores se detectó que la mayor bondad del libro de texto consiste de la gran variedad de ejercicios que éste provee al profesor para preparar su clase, tareas de práctica y evaluaciones. Los ejercicios típicos que los pedagogos observaron en el aula como guía del desarrollo de la clase, son los ejercicios que el mismo libro de texto provee al profesor.

Por otra parte, los tres modelos detectados en la observación en el aula manifiestan características del modelo **técnicas-inductivo** de Dubinsky y del modelo **normativo** de Peltier, con sus variantes sólo referidas al modo en que el profesor interactua con los estudiantes. Es decir, en todos los casos observados se encuentra que el contenido del Cálculo es considerado como un saber consistente de un conjunto de técnicas para resolver problemas estándar las cuales el profesor proporciona a los estudiantes mediante la práctica de resolver diversos ejemplos. Por su parte, el estudiante aprende en forma inductiva, trabajando con muchos ejercicios y de esta manera se entrena en aplicar ese conocimiento. El objetivo es que el estudiante logre dominar la técnica y prepararse así para la evaluación de su aprendizaje.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE

El estudio que nos proponemos realizar ahora se encuentra enmarcado dentro de la fuente Psico-Pedagógica del currículum. Para este momento contamos con información de la componente "profesor", pues en el capítulo anterior indagamos acerca del cómo concibe éste a la Matemática y del cómo realiza su enseñanza. Nos interesa ahora obtener información acerca de la componente "estudiante" y de su reacción ante la enseñanza. Destinamos este capítulo entonces para realizar una indagación acerca de los procesos de aprendizaje, incluyendo además en ello la detección de actitudes de los estudiantes ante la enseñanza de la Matemática.

Deseamos conocer sobre las actitudes del estudiante ante el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues consideramos que una actitud positiva hacia este proceso debe influir en forma determinante en el logro del aprendizaje. Pero con igual o mayor interés nos proponemos conocer acerca del modo en que el estudiante manifiesta el aprendizaje de aquél contenido que ha sido puesto a su disposición mediante la enseñanza.

En cuanto a la metodología implementada para la realización de este estudio, aclaramos que hemos incluido el diseño de tres instrumentos de los cuales se captura información de distinta índole. Los instrumentos son:

- Encuesta sobre actitudes del estudiante ante la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.
- Cuestionario diagnóstico de aprendizaje de Contenidos de Álgebra.
- Cuestionario de indagación sobre el aprendizaje de Contenidos de Cálculo.

En los siguientes apartados de este capítulo profundizaremos en cuanto a los propósitos del diseño de cada instrumento, así como en cuanto a la información procesada obtenida a partir de ellos y en el análisis de dicha información.

5.1 La encuesta sobre actitudes del estudiante ante la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

En el diseño de esta encuesta diagnóstica se partió del propósito de contar con un instrumento cerrado de opción múltiple que nos permitiera capturar fácilmente información acerca del sentir de los estudiantes en cuanto a su disposición hacia las clases de Matemáticas. La encuesta consta de 10 reactivos con tres opciones para elegir en cada uno de ellos. Por su parte, las opciones posibles las podemos secuenciar de la siguiente manera:

Opción a) Indica una actitud positiva hacia la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Opción b) Indica una actitud neutra hacia la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Opción c) Indica una actitud negativa hacia la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

En cada reactivo se solicita al estudiante circular la opción que representa mejor a su sentir. La encuesta fue aplicada a 164 estudiantes pertenecientes a cursos de Matemáticas I, II y III de Ingeniería. La aplicación de la misma se realizó en la primera clase de los cursos en el semestre agosto-diciembre de 1998.

La información obtenida fue procesada de tal modo que contamos con las frecuencias de cada opción elegida. A continuación vamos a presentar cada uno de los 10 reactivos con sus tres opciones acompañadas del porcentaje de la población encuestada que elige cada opción. Estos porcentajes, como veremos, brindan la información suficiente para poder hacer comentarios pertinentes al respecto de las actitudes manifestadas.

Reactivo 1. Para mi aprender Matemáticas se me hace:

Opción a) Fácil 30.2%

Opción b) Igual que otras materias 39.5%

Opción c) Difícil 30.2%

Reactivo 2. Puedo recordar que las clases de Matemáticas fueron. . .

Opción a) Entretenidas 52.4%

Opción b) Como todas las otras 40.2%

Opción c) Aburridas 7.3%

Reactivo 3. Lo que he aprendido de Matemáticas lo he sentido. . .

Opción a) Útil 87.8%

Opción b) Ni me lo pregunto 10.4%

Opción c) Inútil 1.8%

Reactivo 4. Cuando escucho al profesor (ó profesora) exponer Matemáticas siento que. . .

Opción a) Es interesante 50.3%

Opción b) Tengo que aprenderlo 48.4%

Opción c) Ni me interesa 1.2%

Reactivo 5. En los cursos de Matemáticas yo he sido de los estudiantes. . .

Opción a) Cuerdas 18.3%

Opción b) Promedio 71.3%

Opción c) Que batallan en entender 10.4%

Reactivo 6. Para mi, tomar las clases de Matemáticas. . .

Opción a) Me es agradable 62.3%

Opción b) Me es igual que todas las clases 31.5%

Opción c) Es a la fuerza (si pudiera las evitara) 6.2%

Reactivo 7. Ya que estoy en un curso de Matemáticas presiento que. . .

Opción a) De algún modo pasaré con 9 ó 10 . . . . 38.5%

Opción b) Sin problemas la paso con 7 u 8 . . . . 52.2%

Opción c) Me va costar para pasar raspando con un 7 . . . . 9.3%

Reactivo 8. En las tareas que me encargaban comúnmente. . .

Opción a) Las hacía con dedicación y aprendía 47.2%

Opción b) Las hacía por cumplir, aunque no entendiera bien

o no las acabara 44.8%

Opción c) O no las hacía o me las copiaba 8%

Reactivo 9. En las clases de Matemáticas. . .

Opción a) Continuamente cumplo con los compromisos que el

curso me exige 68.3%

Opción b) Necesito la presión del examen para ocuparme del curso 26.2%

Opción c) Cumplo, no con todo y no continuamente 5.5%

Reactivo 10. En las clases de Matemáticas espero que. . .

Opción a) Me reten a pensar aunque no tenga respuestas inmediatas . . . 74.8%

Opción b) Me digan lo que hay que hacer y ya 24.5%

Opción c) No me demanden ni pensar ni actuar .0.6%

Aunque los porcentajes en cada reactivo hablan por sí mismos, sin embargo, podemos hacer un análisis conjunto de sus resultados para obtener algunas conclusiones adicionales.

Observando el primer reactivo, podríamos decir que la población se distribuye de una manera uniforme entre las tres percepciones del aprendizaje de la Matemática como proceso fácil, intermedio o difícil de realizar.

Sin embargo, analizando conjuntamente las respuestas de los reactivos 5 y 7 observamos que la población se inclina más hacia un nivel intermedio en cuanto a su capacidad para el aprendizaje de la Matemática.

Por otra parte, analizando conjuntamente los reactivos 2 y 4 podemos comentar que prácticamente la mitad de la población juzga a las clases de Matemáticas como entretenidas e interesantes, mientras que la otra mitad o un poco menos de ella manifiestan una actitud neutra, equiparable a la actitud que mantiene ante cualquier otro curso o ante la obligación de aprender.

Las respuestas del reactivo 8 indican también que prácticamente la mitad de la población manifiesta una actitud positiva ante la realización de tareas de Matemáticas; sin embargo, la otra mitad atiende más al cumplimiento de una obligación que a la búsqueda en su realización del logro de un aprendizaje.

Finalmente los reactivos 3, 6, 9 y 10 mantienen los mayores porcentajes de respuestas en la opción a), lo cual indica que la mayoría de la población manifiesta una actitud positiva ante las clases de Matemáticas. Consideran que de las clases de Matemáticas se obtiene un aprendizaje útil, agradable y que promueve el pensamiento, además de que están positivamente predispuestos ante el compromiso que el buen desarrollo del curso exige.

5.2 El cuestionario diagnóstico de aprendizaje de Contenidos de Álgebra.

En el primer capítulo de antecedentes de este trabajo, hemos mencionado que en el medio mundial de la investigación sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, se ha reconocido que existe una "práctica algorítmica y algebraica" de los contenidos matemáticos. Esto en otras palabras, significa que, como parte del currículum real, en las clases de Matemáticas se observa una práctica "normalizada" que se caracteriza por un modo de enseñar y un modo de aprender.

La práctica normalizada a que nos referimos se encuentra apoyada fuertemente en la mecanización de procedimientos de solución de ejercicios matemáticos, entendiendo con ello una secuencia de pasos consecutivos que, aplicados a un ejercicio, conducirán necesariamente a su solución. En estos procedimientos el manipuleo algebraico de fórmulas es un ingrediente fundamental.

No podemos negar que, en la enseñanza de la Matemática, el manipuleo algebraico de fórmulas o expresiones algebraicas representa un Contenido importante a aprender. No podemos negar tampoco que los estudiantes, tienen problemas para dominar estos procesos. Sin embargo, una práctica repetitiva de los mismos, debidamente realizada, facilita en el estudiante el dominio de los procesos algebraicos enseñados y los coloca en una situación ventajosa para demostrar que poseen el conocimiento demandado.

Consideramos que lo anterior ha posibilitado el que se dé un “contrato implícito” entre profesores y estudiantes: al tener los procesos algebraicos la ventaja de ser un modo relativamente sencillo de evaluar el aprendizaje, la enseñanza se ha afianzado en esos procesos permitiendo de este modo el posible “acuerdo” entre profesores y estudiantes de que el aprendizaje ha tomado lugar.

Sin embargo, ese aprendizaje que supone el buen manipuleo de los procesos algebraicos, no incluye como parte intrínseca de su realización el que en el estudiante se haya dado la asociación del mismo con un significado. Estamos afirmando que los procesos algebraicos pueden ser realizados de una manera mecánica sin mediar en ellos una reflexión por parte del estudiante del por qué o de cómo es que el proceso funciona en la solución de los ejercicios.

El cuestionario diagnóstico de aprendizaje de Contenidos de Álgebra fué diseñado precisamente con el propósito de indagar sobre este nivel de superficialidad del aprendizaje de los procesos algebraicos que estamos discutiendo. Los Contenidos algebraicos son un requisito al ingresar al sector curricular de Matemáticas para Ingeniería, estos son cubiertos en la preparatoria y se considera que el estudiante que ingresa al primer curso de Matemáticas en profesional domina un conjunto de procedimientos algebraicos rutinarios.

El cuestionario diagnóstico, diseñado en formato cerrado, consta de 17 reactivos en donde se muestra un proceso algebraico al estudiante del cual debe decidir su validez. El estudiante observa el proceso y elegirá entre dos opciones: correcto o incorrecto, decidiendo por una de ellas de acuerdo a que considere que el proceso algebraico exhibido es válido o no. De este modo, las respuestas "adecuadas" del cuestionario varían entre las dos opciones, pues los reactivos incluyen procesos algebraicos correctos pero también procesos algebraicos incorrectos (los cuales, vale la pena aclarar, son los que hemos observado en nuestra experiencia como los errores algebraicos que cometen comúnmente los estudiantes).

El cuestionario fue aplicado a un grupo de 86 estudiantes del curso Matemáticas I en el semestre agosto-diciembre de 1998. Fué aplicado el primer día de clases para que los nuevos contenidos matemáticos no influyeran en sus respuestas y pudiésemos capturar su desempeño algebraico como consecuencia del aprendizaje anterior dado en la preparatoria.

Una vez aplicado se procedió a procesar la información calculando las frecuencias de las opciones elegidas por los estudiantes. Identificando en cada reactivo la respuesta adecuada (que en ocasiones significa haber optado por la opción “correcto” y en otras ocasiones por la opción “incorrecto”) procedimos a calcular los porcentajes de estas respuestas.

A continuación mostraremos el cuestionario diagnóstico el cual acompañamos de la información obtenida y procesada. En la columna del extremo derecho hemos señalado cuáles son las respuestas adecuadas y en una columna anterior agregamos los porcentajes de ellas correspondientes a cada reactivo. Al observar el cuestionario y la información en él señalada, resulta útil estar pensando que un buen desempeño algebraico en cada reactivo estaría asociado con un porcentaje elevado de respuestas adecuadas (de hecho, uno como profesor estaría esperando el 100%), lo cual, como veremos, dista mucho de ser lo que ocurre en la realidad.

Una vez que observemos esta información para cada reactivo en particular, haremos el análisis de reactivos que se encuentran relacionados entre sí. Las implicaciones de este análisis brindan importante información para todo profesor de Matemáticas, tanto si se dedica a la enseñanza del Álgebra como si se dedica a la enseñanza del Cálculo.

CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

En las siguientes expresiones, dinos si es correcto o incorrecto lo expresado

	Expresión	PORCENTAJES DE RESPUESTAS ADECUADAS	RESPUESTAS ADECUADAS (✓) Correcto	Incorrecto
1)	$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$	79.1 %	☐	☑
2)	$\dfrac{1}{x^2+1} = \dfrac{1}{x^2} + 1$	59.3 %	☐	☑
3)	$a^3\, a^5 = a^8$	86 %	☑	☐
4)	$2(x+3)^3 = (2x+6)^3$	57 %	☐	☑
5)	$x^2 - x - 2 = 0$ $(x+1)(x-2) = 0 \rightarrow$ Sols: $x = -1$ y $x = 2$ . . .	95.3 %	☑	☐
6)	$x^3 + x^5 = x^8$	82.6 %	☐	☑
7)	$\dfrac{a}{b+c} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$	55.8 %	☐	☑
8)	$x^2 + 2x - 3 = 1$ $(x-1)(x+3) = 1 \rightarrow$ Sols: $x = 1$ y $x = -3$ . . .	39.5%	☐	☑
9)	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	86 %	☑	☐
10)	$\dfrac{\dfrac{1}{(x+1)} + 2x}{(x+3)} = \dfrac{1+2x}{(x+1)(x+3)}$	53.5 %	☐	☑
11)	$(a^3)^5 = a^{15}$	96.5 %	☑	☐
12)	$\sqrt{x^2+4} = x + 2$	40.7 %	☐	☑
13)	$(x^3 + y^5)^2 = x^6 + y^{10}$	38.4 %	☐	☑
14)	$x^2 + 1 = (x+1)(x-1)$	82.6 %	☐	☑
15)	$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$	97.7 %	☑	☐
16)	$\dfrac{\dfrac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} - \sqrt{9+x^2}}{x^2} = \dfrac{x^2 - \sqrt{9+x^2}}{x^2\sqrt{9+x^2}}$	45.3 %	☐	☑
17)	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	69.8 %	☐	☑

Se puede reconocer fácilmente que algunos reactivos señalan deficiencias muy fuertes en procesos algebraicos, lo cual se manifiesta en bajos porcentajes de respuestas "adecuadas", los cuales varían alrededor del 50%. Tal es el caso de los reactivos siguientes: 4, 7, 8, 10, 12, 13 y 16.

Sin embargo, en el resto de los reactivos tampoco se manifiesta que se tenga un buen desempeño algebraico. Vale la pena que analicemos conjuntamente pares de estos reactivos cuya relación es notoria desde el punto de vista algebraico.

Un primer ejemplo de ello lo dan los reactivos 10 y 16 que señalan una errónea simplificación en donde se descarta en el proceso algebraico la obtención del común denominador:

		Correcto	Incorrecto
10)	$\dfrac{\dfrac{1}{(x+1)} + 2x}{(x+3)} = \dfrac{1+2x}{(x+1)(x+3)}$ 53.5%	☐	☑
16)	$\dfrac{\dfrac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} - \sqrt{9+x^2}}{x^2} = \dfrac{x^2 - \sqrt{9+x^2}}{x^2\sqrt{9+x^2}}$ . . 45.3%	☐	☑

Un segundo ejemplo lo tenemos en los reactivos 2 y 7 que extrapolan lo que el reactivo 15 manifiesta en cuanto a la correcta distribución del divisor sobre los sumandos en el numerador:

			Correcto	Incorrecto
2)	$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2} + 1$	53.9%	☐	☑
7)	$\frac{a}{b + c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$	55.8%	☐	☑

Por otra parte, encontramos en el cuestionario parejas de reactivos que nos hacen reflexionar en que, cognitivamente, el uso de unas letras por otras en las expresiones algebraicas causa distinta reacción en el estudiante. La diferencia de porcentajes de respuestas "adecuadas" que aparecen en estos reactivos, aún y cuando el proceso algebraico manifestado en ellos sea el mismo, sin duda nos señala una dificultad cognitiva que todo profesor de Matemáticas debe tomar en cuenta en la realización de su enseñanza.

El primer ejemplo de lo dicho en el párrafo anterior nos lo muestran los reactivos 13 y 17:

			Correcto	Incorrecto
13)	$(x^3 + y^5)^2 = x^6 + y^{10}$	38.4%	☐	☑
17)	$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	69.8%	☐	☑

Es más reconocible por parte del estudiante lo incorrecto de este proceso algebraico cuando está expresado con las letras "***a***" y "***b***", que es como comúnmente se encuentra representado el desarrollo del binomio al cuadrado:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Sin embargo, aún se puede hablar de un 30.2% de la población que se inclina hacia una simplificación algebraica errónea como $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2$ la cual, en cierta forma, muestra una "distribución" del exponente que tal vez la misma notación o simbología matemática pudiese sugerir como válida.

Llama la atención el hecho de que el reactivo 13, que es equivalente al reactivo 17, nos muestre un aumento en el porcentaje de la población que comete esa simplificación algebraica errónea cuando se expresa con las letras "$\boldsymbol{x}$" y "$\boldsymbol{y}$" en lugar de haber utilizado las letras "$\boldsymbol{a}$" y "$\boldsymbol{b}$".

Lo mismo ocurre si observamos como un segundo ejemplo de análisis conjunto a lo que sucede con los reactivos 1 y 12:

		Correcto	Incorrecto
1) $\sqrt{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} + \sqrt{\boldsymbol{b}}$	79.1%	☐	☑
12) $\sqrt{\boldsymbol{x}^2 + 4} = \boldsymbol{x} + 2$	40.7%	☐	☑

El reactivo 1, más reconocible por el estudiante como proceso algebraico incorrecto, provoca una reacción diferente cuando se expresa como en el reactivo 12, en donde el porcentaje de respuestas adecuadas es mucho menor.

Cabe además señalar que, aún en el reactivo 1, un 20.9% de la población (una quinta parte, digamos) señala como correcta esa "distribución" del radical sobre los sumandos, equiparable a la "distribución" del cuadrado en el desarrollo erróneo del binomio al cuadrado que comentamos en un párrafo anterior; en esta ocasión, la misma notación o simbología matemática pudiese sugerir como válido el “distribuir” el radical.

Reactivos como éste y como el reactivo 17, aún y cuando tienen porcentajes de respuestas adecuadas mayores (lo cual de ninguna manera señala que podamos tener una tranquilidad didáctica en su manejo) nos sirven para ilustrar aquél señalamiento hecho al inicio de este apartado en referencia a la ausencia de significado que los procesos algebraicos pueden soportar sin que esto sea determinante en el desempeño del estudiante al evaluar su aprendizaje por vía de los mismos procesos algebraicos. Podemos afirmar que en la mayoría de los estudiantes no se evidencía el significado de la expresión algebraica como la representación de procesos numéricos válidos; resulta raro que un estudiante tenga la habilidad de relacionar el aspecto algebraico con el numérico que representa. En otras palabras, la acción de introducir números en las letras y con ello comprobar lo incorrecto de afirmaciones como

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} \qquad \text{ó} \qquad (2+1)^2 = 2^2 + 1^2$$

no es una acción espontánea que el estudiante realice en forma natural. El Álgebra, identificada como la generalización del Aritmética, pareciese ser un contenido matemático que en la enseñanza escolar no deja huella de un aprendizaje significativo en el estudiante. El estudiante difícilmente relaciona las letras con los números que éstas, a final de cuentas, están destinadas a representar.

5.3 El cuestionario de indagación sobre el aprendizaje de contenidos de Cálculo.

Nos corresponde en este apartado hablar de un nuevo propósito: realizar una indagación sobre el grado de apropiación, por parte de los estudiantes, de las ideas fundamentales del Cálculo.

Nuestro interés por realizar esta indagación surge de haber analizado algunas características de la práctica pedagógica que predomina en nuestro medio. Podemos suponer que esta práctica pierde de vista como un objetivo importante el aprendizaje de las ideas fundamentales del Cálculo, entendiendo con ello la comprensión de aquéllas ideas que permiten que esta teoría sea considerada como una herramienta necesaria en la solución de problemas reales.

Hemos elegido la noción matemática de la "derivada" para realizar esta indagación. La idea fundamental de la "derivada" consiste en concebir a ésta como la razón de cambio de una magnitud, la cual es útil en la determinación de dicha magnitud. En otras palabras, el conocimiento de la razón de cambio (o "derivada") de una magnitud es útil porque permite la reconstrucción o el conocimiento de la magnitud en sí.

Aún y cuando esta idea se encuentre explícita en el discurso del Cálculo, sin embargo, gran parte del desarrollo de un curso tradicional (que incluye a la "derivada") consiste en realizar una práctica algorítmica del proceso algebraico de calcular “derivadas” de funciones. Consideramos que esta práctica algorítmica difícilmente permite que la idea fundamental de la “derivada” ocupe un lugar importante en el aprendizaje del estudiante.

Para indagar sobre lo acertado o no de nuestro juicio, nos dimos a la tarea del diseño de un cuestionario para ser aplicado a estudiantes que han recibido el curso de Matemáticas I, consistente de la teoría del Cálculo Diferencial, donde la “derivada” es la noción principal. Este cuestionario consiste de un problema no rutinario en cuyo abordaje podamos percibir si el estudiante posee o no de un modo adecuado la idea de la razón de cambio de una magnitud. Este cuestionario fue pensado en dos versiones:

Versión A. El problema está redactado en términos de un contexto real, familiar para el estudiante.

Versión B: El problema está redactado en términos formales, esto es, con lenguaje matemático.

La diferencia en las versiones responde a nuestra inquietud de que tradicionalmente las nociones matemáticas se enseñan en términos formales, sin embargo, esa enseñanza no garantiza que las nociones matemáticas sean directamente transferibles en términos de contextos reales. Esperaríamos por tanto que el comportamiento de los estudiantes sea diferente en ambas versiones.

Presentamos enseguida las dos versiones del cuestionario las cuales, desde el punto de vista de la Matemática, presentan el mismo problema a resolver.

Versión A:

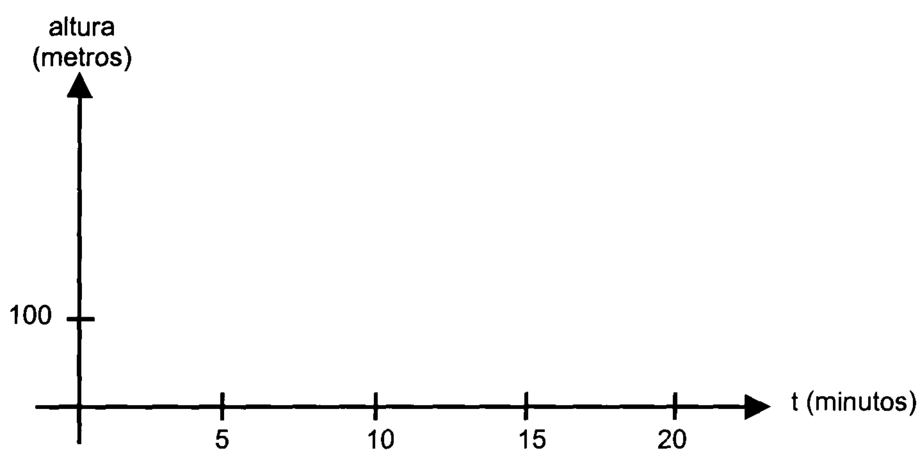
1. Un montañista se encuentra ascendiendo el "Pico de Orizaba" de tal modo que a medida que el tiempo transcurre aumenta la altura a la que se encuentra con respecto al nivel del mar.

La rapidez con la que aumenta su altura sobre el nivel del mar se puede medir en mts/min, esta rapidez no permanece constante a través del tiempo ya que a medida que el montañista va subiendo está cada vez más cansado y el grado de dificultad del escalamiento es mayor. Esto explica los valores decrecientes de la rapidez, exhibidos en la tabla inferior.

tiempo (en minutos)	rapidez (en mts/min)
0	4
5	2
10	1
15	0.5
20	0.25

En el momento de iniciar la escalada el montañista estaba a 100 metros sobre el nivel del mar.

a) Dibuja lo mejor que puedas en el espacio de abajo la gráfica de su altura con respecto al nivel del mar al transcurrir el tiempo.



¿Cómo podríamos estimar la altura a la que se encuentra:

b) a los 2 minutos de iniciar la escalada?

c) a los 7 minutos de iniciar la escalada?

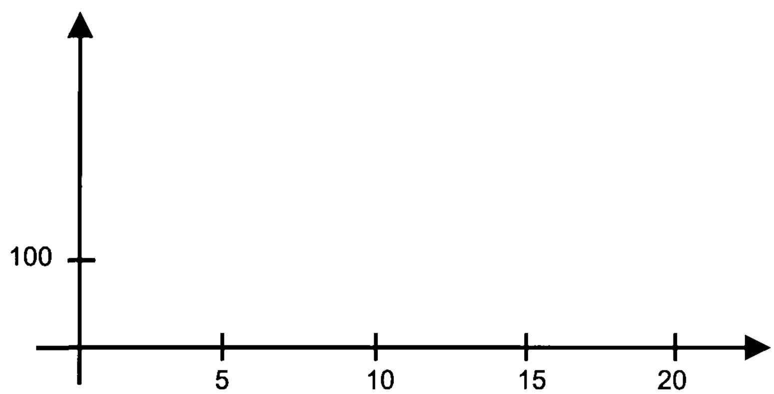
Versión B:

En la siguiente tabla se muestran los valores de la derivada de una función f (o sea la función f') para ciertos valores del dominio.

x	$f'(x)$
0	4
5	2
10	1
15	0.5
20	0.25

Suponiendo que $f(0) = 100$

a) Dibuja lo mejor que puedas en el espacio de abajo la gráfica de la función f(x).



¿Cómo podríamos estimar los valores de

b) $f(2)$?

c) $f(7)$?

El cuestionario en su versión A fue aplicado a 41 estudiantes de un curso de Matemáticas II en el primer día de clases del semestre agosto-diciembre de 1998. Por su parte, el cuestionario en su versión B fue aplicado bajo las mismas condiciones a otro grupo de 40 estudiantes.

Las soluciones dadas por los estudiantes han sido analizadas y clasificadas y nos proponemos ahora presentar los resultados de ese análisis.

Resultados en el cuestionario con versión A.

Habiendo analizado los 41 cuestionarios realizados por los estudiantes, optamos por establecer cuatro categorías para su clasificación. Mostramos enseguida estas categorías así como el porcentaje de cuestionarios incluidos en cada una de ellas.

Categoría	Porcentaje
1. Rapidez constante por intervalos (solución correcta).	13 de los 41 cuestionarios 31.7%
2. Rapidez constante desde el inicio del movimiento.	9 de los 41 cuestionarios 21.95%
3. Sólo gráfica adecuada sin argumentos numéricos evidentes.	9 de los 41 cuestionarios 21.95%
4. Soluciones incorrectas.	10 de los 41 cuestionarios 24.4%

Procedemos ahora a describir y comentar sobre cada una de estas categorías.

Categoría 1. Rapidez constante por intervalos (solución correcta).

Dentro de esta categoría se incluyen los mejores desempeños encontrados en los estudiantes. Podemos afirmar que el comportamiento de ellos manifiesta que:

- interpretan la rapidez como la razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo,
- calculan la distancia recorrida al multiplicar esa rapidez (considerada como constante por intervalos) por el tiempo transcurrido y
- agregan a cada posición inicial la distancia recorrida para obtener una nueva posición.

En estos cuestionarios se observan cálculos como:

$$d = 100 + 4(5) = 120$$

$$d = 120 + 2(5) = 130$$

$$d = 130 + 1(5) = 135$$

$$d = 135 + 0.5(5) = 137.5$$

y las gráficas obtenidas manifiestan el comportamiento correcto de una curva creciente con concavidad hacia abajo.

Este desempeño que podemos considerar como el correcto, lo encontramos en el 31.7% de los cuestionarios.

Categoría 2. Rapidez constante desde el inicio del movimiento.

Dentro de esta categoría encontramos desempeños que, si bien no son del todo correctos, sin embargo, manifiestan algunas actitudes correctas. Lo que encontramos en ellos es lo siguiente:

- interpretan la rapidez como la razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo,
- calculan la distancia recorrida al multiplicar la rapidez por el tiempo transcurrido, pero este tiempo lo consideran transcurrido desde el inicio del movimiento, como si pensaran que la rapidez se mantiene constante en todo el movimiento (y no en intervalos consecutivos de tiempo),
- agregan a cada posición inicial la distancia recorrida para obtener una nueva posición.

En estos cuestionarios se observan cálculos como:

$$d = 100 + 2(5) = 110$$

$$d = 110 + 1(10) = 120$$

$$d = 120 + 0.5(15) = 127.5$$

$$d = 127.5 + 0.25(20) = 132.5$$

y estos cálculos, al ser interpretados gráficamente, dan lugar a una curva que manifiesta el comportamiento correcto de crecimiento con concavidad hacia abajo.

Este desempeño de los estudiantes que falla sólo en la consideración del tiempo transcurrido, lo encontramos en el 21.95% de los cuestionarios.

Categoría 3. Sólo gráficas adecuadas sin argumentos numéricos evidentes.

En esta categoría encontramos argumentos de distinto tipo que hacen que los estudiantes realicen el trazado correcto de la gráfica, aún y cuando no han sido capaces de hacer cálculos numéricos como los evidenciados en las dos categorías anteriores. Entre los argumentos que encontramos en diferentes cuestionarios para hacer el trazado de la gráfica podemos nombrar los siguientes:

- uso desordenado de la fórmula $\boldsymbol{v = d / t}$ acompañado de operaciones aritméticas, ó
- trazado de las tangentes en la curva con los valores de sus pendientes obtenidos de los datos de la rapidez, ó
- argumentos textuales de que la rapidez va disminuyendo con el tiempo.

Este desempeño de los estudiantes, que podemos considerar como incompleto porque no pueden calcular los valores numéricos solicitados, lo encontramos también en el 21.95% de los cuestionarios.

Categoría 4. Soluciones incorrectas.

En esta última categoría agrupamos aquellos cuestionarios en cuya solución encontramos serias dificultades para manejar argumentos correctos. Las gráficas dadas también manifiestan comportamientos erróneos, como por ejemplo líneas rectas o curvas con concavidad hacia arriba o aún con diferentes formas.

Este desempeño de los estudiantes, que podemos considerar erróneo o incorrecto, lo encontramos en el 24% de los cuestionarios.

Resultados en el cuestionario con versión B.

En la realización del análisis de los 40 cuestionarios contestados por los estudiantes se determinaron cuatro categorías para su clasificación. Las enunciamos enseguida con sus porcentajes asociados.

Categoría	Porcentaje
1. Sólo gráfica adecuada sin argumentos numéricos evidentes.	12 de los 40 cuestionarios 30%
2. Gráfica de la derivada y no de la función pedida.	15 de los 40 cuestionarios 37.5%
3. Intentan dar una fórmula para la función.	7 de los 40 cuestionarios 17.5%
4. Soluciones incorrectas.	6 de los 40 cuestionarios 15%

Procedemos ahora a describir y comentar cada una de estas categorías.

Categoría 1. Sólo gráfica adecuada sin argumentos numéricos evidentes.

Esta categoría la podemos considerar como equivalente a la Categoría 3 del cuestionario en su versión A. Se trata de un desempeño incompleto de los estudiantes pues dibujan la gráfica de la función pero sin mediar cálculos numéricos donde se evidencie el uso de la derivada como la razón de cambio de la función.

Son pocos los cuestionarios en esta categoría que incluyen procedimientos en los cuales podamos indagar qué argumentos utilizan para su trazado, sin embargo, en aquéllos cuestionarios que sí se observan procedimientos encontramos lo siguiente:

- a un lado de la gráfica trazada tienen el trazado de la gráfica de la derivada (4 cuestionarios), ó
- en la gráfica dibujan las tangentes con los valores de sus pendientes identificados con los datos de la derivada (2 cuestionarios).

Este desempeño de los estudiantes, que pudiésemos considerar como el mejor desempeño manifestado en esta versión B, lo encontramos en el 30% de los cuestionarios; sin embargo, como comentamos, se trata de un procedimiento incompleto en el que no se utiliza la idea de la derivada como la razón de cambio que permite recuperar la función.

Categoría 2. Gráfica de la derivada y no de la función pedida.

En esta categoría encontramos un desempeño erróneo de los estudiantes. Pareciera que no entienden el problema pues se limitan a dibujar la gráfica de la derivada habiendo tabulado los puntos dados en la tabla. Es evidente que en un proceso así no está presente en la mente del estudiante el significado de la derivada; tenemos un 37.5% de cuestionarios manifestándolo.

Categoría 3. Intentan dar una fórmula para la función.

En esta categoría agrupamos los cuestionarios que están acompañados de distintas fórmulas expresadas en forma desordenada y en donde se percibe que el estudiante está buscando una fórmula que sea la solución al problema. Algunos de estos cuestionarios agregan una recta como dibujo de la gráfica solicitada. Dos de estos cuestionarios expresan textualmente que la solución es la "antiderivada", pero fallan en obtener la fórmula de la derivada para poder proseguir con la obtención de la antiderivada. Tenemos un 17.5% de cuestionarios en esta categoría que manifiesta, al menos en palabras, un intento de solución digamos, teórica (y no práctica) al problema. De nuevo, no es la idea de la razón de cambio la que está funcionando en la mente del estudiante.

Categoría 4. Soluciones incorrectas.

Finalmente, en esta categoría agrupamos los cuestionarios en que se graficaron rectas u otras curvas de diferentes formas, o simplemente, no se da procedimiento alguno. Tenemos el 15% de cuestionarios en esta categoría.

Después de haber analizado los resultados del cuestionario, tanto en su versión A como en B, resulta importante rescatar los siguientes comentarios:

- Es evidente un mejor desempeño de los estudiantes ante el cuestionario presentado en su versión A.
- En el cuestionario en su versión B se encuentran escasos argumentos de los estudiantes para justificar su proceder.

Lo anterior nos sugiere que podemos considerar como una **conclusión** importante de nuestro análisis que el buen desempeño de los estudiantes se ve favorecido por la presentación de situaciones problemáticas en contextos reales. Este tipo de situaciones permiten al estudiante poner a funcionar sus procesos de pensamiento en la búsqueda de una solución al problema. En cambio, cuando la situación problemática está expresada en su representación formal (con lenguaje matemático), como es el caso del cuestionario en su versión B, el estudiante difícilmente encuentra qué hacer con la información proporcionada formalmente.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

A lo largo de los diferentes estudios realizados en los capítulos anteriores de esta tesis se han señalado conclusiones parciales en referencia al tema en cuestión. Nos resta ahora considerar de un modo global e integrado la totalidad del trabajo realizado para sintetizar la información que hemos obtenido por los distintos medios utilizados.

Podemos hacer una recapitulación de lo percibido en cuanto al diagnóstico sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en nuestra realidad escolar al explicitar los siguiente hechos:

- La **Matemática** posee una estructura interna que relaciona y organiza sus diferentes partes. Esta estructura tiene una componente vertical, la que fundamenta unos conceptos en otros y que impone una determinada secuencia temporal en su presentación en el currículum formal.
- La **enseñanza de la Matemática** prioriza esta presentación, enfatizando entonces características de esta ciencia como la deducción, la formalización y el rigor. Se observa en su presentación una transposición automática de cadenas de conocimientos válidas desde una determinada concepción de la estructura interna de la Matemática.
- El **aprendizaje de la Matemática**, dificultado por esa expresión formal y rigurosa, ausente de significados reales, se ha visto reducido al aprendizaje de procesos algorítmicos o algebraicos para la solución de

ejercicios rutinarios de Matemáticas, facilitando de este modo los procesos de evaluación del conocimiento adquirido.

La realidad que describen estos hechos deja mucho que desear cuando por otro lado se reconoce que el sector curricular de Matemáticas en Ingeniería persigue el objetivo principal de proporcionar aquél conocimiento que sea utilizado en la interpretación, planteamiento y resolución de problemas específicos de las carreras ingenieriles. El estudiante egresado de este sector curricular, difícilmente logra aplicar de un modo significativo los conocimientos matemáticos proveídos anteriormente por el sector.

Estamos convencidos de que la mayor o menor incidencia de las Matemáticas en la formación intelectual de los estudiantes depende de cuáles son los contenidos matemáticos y de la forma en que éstos son presentados, enseñados y aprendidos. La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos a otros campos del conocimiento o a estudios posteriores dependerá de cómo han sido estos conocimientos construidos en la mente del estudiante y de cómo han sido utilizados en el medio escolar.

Indudablemente, como el resto de las disciplinas científicas, la Matemática aglutina un conjunto de conocimientos con unas características propias y una determinada estructura y organización internas; sin embargo, nuestra preocupación es que sea esa perspectiva restringida de la Matemática la que está siendo transpuesta en el medio escolar. Desde una perspectiva pedagógica y epistemológica resulta imprescindible que diferenciemos el proceso de construcción del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento cuando se encuentra en un estado avanzado de su elaboración.

El proceso histórico de construcción de las Matemáticas nos muestra que son otras las características que se observan en la evolución de los conocimientos matemáticos. Por ejemplo, hay un uso del razonamiento empírico-inductivo en un grado no menor que el razonamiento deductivo, desempeñando ambos un papel activo en la elaboración de nuevos conceptos. También se observa que a menudo son problemas de otros campos (o no estrictamente matemáticos en su origen) los que proporcionan aquélla base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos. Realmente, la deducción formal suele aparecer casi siempre en una fase posterior y son los procedimientos intuitivos los que funcionan como poderosos instrumentos de exploración y construcción del conocimiento matemático. La pregunta es. . . . ¿cómo podemos hacer, conscientemente, una transposición didáctica que permita que estas características se vean favorecidas en el medio escolar?.

Concluimos este trabajo con la idea en mente de que es necesario construir un nuevo diseño curricular del sector de Matemáticas para Ingeniería. Un diseño que aporte en el aprendizaje de conocimientos matemáticos con significado, lo cual se vea comprobado al facilitar la aplicación de ese conocimiento en distintos contextos reales donde el estudiante incursionará.

Un diseño tal habrá de perseguir, entre otros, propósitos como los siguientes:

- Buscar que la Matemática sea percibida como un poderoso instrumento que permite representar, analizar, explicar y predecir hechos y situaciones de una forma rigurosa, concisa y sin ambigüedades.
- Propiciar el establecimiento de escalones intermedios de abstracción, simbolización y formalización en el largo camino que lleva de las experiencias matemáticas intuitivas hasta el conocimiento matemático altamente estructurado.
- Optar por un énfasis en la construcción progresiva del conocimiento matemático, que transite por una vía inductiva y que tome como un dato primigenio la propia actitud del estudiante.
- Utilizar las intuiciones y aproximaciones heurísticas de los estudiantes como un punto de partida para una reflexión que conduzca de forma progresiva a planteamientos más formales y deductivos.
- Promover en el estudiante la curiosidad e interés para investigar y resolver problemas trascendentes como por ejemplo, la determinación de relaciones entre magnitudes o fenómenos.
- Fomentar el uso de estrategias y actividades matemáticas generales como:
  - ✓ realizar estimaciones,
  - ✓ realizar inferencias,
  - ✓ ordenar y clasificar,
  - ✓ plantear conjeturas e hipótesis,
  - ✓ comprobar y refutar hipótesis,

- ✓ seleccionar y aplicar algoritmos,
- ✓ elaborar estrategias de solución de problemas,
- ✓ explorar e identificar relaciones entre objetos o situaciones,
- ✓ buscar semejanzas y diferencias,
- ✓ buscar regularidades y pautas.

Inevitablemente, un diseño curricular que favorezca lo anterior impone una reformulación de lo que se enseña, del cómo se enseña y del para qué se enseña. Sin embargo, el enorme esfuerzo y trabajo de investigación que exige el contar con un diseño curricular así, sin duda repercutirá positivamente en el modo de concebir a la Matemática, a su enseñanza y a su aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

Alanís, J.A. (1996). La predicción: un hilo conductor para el rediseño del discurso escolar del Cálculo. Tesis doctoral para obtener el grado de Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. Monterrey: ITESM

Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A. N., Laurentiev, M. A. y otros (1980). La matemática: su contenido, método y significado. Madrid: Alianza Editorial.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed), Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7, No. 2.

Cantoral, R.; et al. (1990). "Cálculo-Análisis. Una revisión de la investigación educativa reciente en México". En Cantoral R y R. Farfán (Eds.), Memorias del segundo simposio Internacional sobre investigación en Matemática Educativa (pp. 55-69). Cuernavaca Morelos, México.

Cantoral, R.; Farfán, R. (1997). Historia de la Matemática. Maestria en Educación Especialidad en Matemáticas. Monterrey: ITESM. U.V.

Casarini, M. (1997). Teoría y Diseño Curricular. México: Trillas.

Courant, R., Robbins, H. (1979). ¿Qué es la matemática?. Madrid: Aguilar s.a. de ediciones.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En P. Gómez (Ed), Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática (pp. 61-96). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Dubinsky, Ed. (1990). Learning Theory approach to calculus. Purdue University.

Elizondo, R. (1998). Tec de Monterrey 50 + 5. Monterrey: Editado por ITESM.

Gimeno, J., Pérez, A. I. (1995). Comprender y transformar la enseñanza. Madrid, España: Morata.

Moreno, L. (1995). La Educación Matemática en México. En P. Gómez (Ed), Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática (pp. 25-31). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Peltier, Marie-Lise (1993). Una Visión General de la Didáctica de las Matemáticas en Francia. En Educación Matemática Vol. 5 No. 2 (pp. 4-10). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Pratt, D.D. (1997). Five perspectives on Teaching in adult and higher Education Malabur, Florida: Krieger Publishing.

Principio, Misión, Organización y Estatuto General del Sistema ITESM. (l994) Editado por la Vicerrectoria Académica del Sistema ITESM.

Pulido, R. (1997). Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: La transposición didáctica del diferencial en la Física y la Matemática escolar. Tesis doctoral para obtener el grado de Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. Monterrey: ITESM

Sarramona, J. (1987). Investigación cualitativa y currículum. Currículum y Educación. Ediciones Ceac S.A.

Stenhouse, L. (1987). La investigación como base de la enseñanza. Selección de textos por J. Rudduck y D. Hopkins. España: Morata.

Stenhouse, L. (1991). Investigación y desarrollo del curriculum. Madrid, España: Morata.

Tucker, T.W. (1991). Priming the Calculus Pump: Innovations and Resources, Prepared by the CUPM subcommittee on Calculus Reform and the Firs Two Years. USA.

UNESCO (1998): Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: visión y acción y Marco de acción prioritaria para el cambio y el desarrollo de la educación superior.

Vázquez Gómez, G. (1987). El Modelo de la investigación-acción en el currículum. Currículum y Educación. Ediciones Ceac S.A.