



**UNIVERSIDAD TECVIRTUAL  
ESCUELA DE GRADUADOS EN EDUCACIÓN**

**La Modelación matemática y el desarrollo de competencias en la  
resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones,  
en el quinto grado de Educación Primaria.**

Tesis para obtener el grado de:

**Maestría en Educación  
con Acentuación en Procesos de Enseñanza-Aprendizaje.**

presenta:

**Carmen Quevedo Domínguez**

Asesor tutor:

**Maestro Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez**

Asesor titular:

**Doctor Leopoldo Zúñiga Silva**

## **Agradecimientos**

- Agradezco infinitamente a mi esposo Narciso Fuentes Jiménez por haberme apoyado durante este arduo camino de la maestría, sin su apoyo y comprensión no se hubiera culminado mi proyecto de superación.
- A mis hermosos hijos, Osiel y Jairo Fuentes Quevedo por haberme regalado mucho del tiempo que desde que están a mi lado era para ellos y por darme la motivación de forjarme como un ejemplo de superación personal y académica.
- A mis padres Sra. Teresa Domínguez Aquino y Sr. Heriberto Quevedo Hernández, porque con sus palabras de aliento y llenas de orgullo me incitaron a seguir adelante y superar las adversidades.
- A mis hermanos por su ayuda y comprensión, especialmente a Angélica, porque sin su apoyo me hubiese sido mucho más difícil culminar la maestría.
- A mis asesores y tutores por haber valorado mi trabajo y esfuerzo y por darme la oportunidad de aprender de ellos.
- A mis alumnos del quinto grado de la escuela Primaria “Unión y Progreso” porque a pesar de que tengo poco tiempo de conocerlos me han dado su cariño y apoyo, tanto personal como en el desarrollo de la presente investigación.

# **La Modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones, en el quinto grado de Educación Primaria**

## **Resumen**

Se presenta un estudio cualitativo de corte exploratorio-descriptivo en el que se investigó la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas al resolver problemas que impliquen multiplicación de fracciones en el quinto grado de Educación Primaria. Fue direccionado a identificar las dificultades de los estudiantes al resolver problemas con multiplicación de fracciones, visualizar las ventajas de la modelación matemática como método de enseñanza y realizar una secuencia didáctica de modelación. Se empleó el cuestionario, la observación participante, las notas de campo y la bitácora de análisis. La información se organizó en cuatro categorías: a) uso de la multiplicación de fracciones, b) competencias matemáticas que aplican los estudiantes al resolver problemas con multiplicación de fracciones, c) competencias matemáticas que desarrollan los alumnos con la modelación y d) la modelación matemática como método de enseñanza de la multiplicación de fracciones. De esta manera se encontró que los alumnos presentan problemas para identificar la información de un problema matemático, las competencias que poseen en el tema son mínimas y no están habituados al trabajo autónomo y propositivo. Sin embargo se visualizó que la modelación matemática aplicada como método de enseñanza posee muchas bondades para superar las deficiencias detectadas, entre ellas el desarrollo de las competencias matemáticas.

# Índice

Agradecimientos.....	ii
Resumen.....	iii
Índice general.....	v
Índice de figuras.....	vii
<b>Capítulo I. Planteamiento del problema</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes del problema.....	1
1.2 Planteamiento del problema.....	10
1.2.1 Interrogantes de la investigación.....	12
1.3 Objetivos de la investigación.....	13
1.4 Supuestos de la investigación.....	14
1.5 Justificación de la investigación.....	15
1.6 Delimitaciones del estudio.....	16
<b>Capítulo II. Marco teórico</b>	<b>20</b>
2.1 Acción didáctica de las matemáticas.....	20
2.2 La modelación matemática.....	32
2.3 La enseñanza de matemáticas: lo tradicional y lo actual.....	43
2.3.1 Las fracciones en el plan y programas 2011.....	50
2.4 La modelación matemática como método de	53
2.4.1 Función del alumno y del profesor en la enseñanza a través de la	58
modelación matemática.....	
2.4.2 La modelación matemática y la resolución de problemas.....	59
<b>Capítulo III. Método</b>	<b>62</b>
3.1 Método de investigación.....	62
3.1.1 Propuesta de modelación diseñada por el investigador.....	64
3.2 Participantes en el estudio.....	66
3.3 Instrumentos de recolección de datos.....	67
3.3.1 Prueba piloto.....	72
3.4 Aplicación de instrumentos.....	74
3.5 Organización de datos y procesos de análisis.....	75
3.6 Estrategias para el análisis de datos.....	78
<b>Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados</b>	<b>82</b>
4.1 Resultados y análisis de la categoría uno. Uso de la multiplicación de	
fracciones en la resolución de problemas.....	82
4.1.1 Resultados del cuestionario a los alumnos (primera parte).....	83
4.1.2 Resultados de la observación participante.....	84

4.2	Resultados y análisis de las categorías dos y tres.....	88
	4.2.1 Resultados de las notas de campo.....	89
	4.2.2 Resultados de la bitácora de análisis.....	92
4.3	Resultados y análisis de la categoría cuatro.....	93
	4.3.1 Resultados del cuestionario a los alumnos.....	94
	4.3.2 Resultados de la bitácora de análisis.....	97
4.4	Ideas globales del estudio e las categorías de análisis.....	99
	4.4.1 Dificultades de los alumnos al resolver problemas de multiplicación de fracciones.....	103
	4.4.2 Ventajas de la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas.....	104
	<b>Capítulo V. Conclusiones</b> .....	107
5.1	Discusión de resultados.....	107
	5.1.1 Interrogantes secundarias y alcances de los objetivos particulares de la investigación.....	108
	5.1.2 Alcances del objetivo general y respuesta a la interrogante principal de estudio.....	110
	5.1.3 supuestos de investigación.....	112
5.2	Validez interna y externa.....	113
5.3	Alcances y limitaciones.....	113
5.4	Sugerencias para estudios futuros.....	114
5.5	Conclusiones.....	115
	Referencias.....	117
	Apéndices.....	121
	1.- Definición de términos.....	121
	2.- Carta consentimiento.....	123
	3.- Instrumentos de recolección de datos.....	124
	4.- Transcripción de los resultados de los cuestionarios.....	138
	5.- Evidencias fotográficas.....	143
	<b>Currículum vitae</b> .....	144

## Índice de figuras

Figura	Título	Pág.
Figura 1	Competencias a desarrollarse en la educación básica.....	4
Figura 2	Abordajes y etapas de la modelación matemática.....	42
Figura 3	Organización del programa de matemáticas 2011.....	51
Figura 4	Elementos básicos de la construcción de modelos.....	55
Figura 5	Competencias desarrolladas a través de la modelación matemática.....	56
Figura 6	Cuadro comparativo del rol del profesor y del alumno durante la modelación. ....	59
Figura 7	Metodología propuesta por Salett (2004) para el trabajo a través de la modelación matemática, orientada la temática en estudio.....	65
Figura 8	Primer tema, categorías e indicadores de él.....	68
Figura 9	Segundo tema, categorías e indicadores de él.....	69
Figura 10	Tercer tema, categorías e indicadores de él.....	70
Figura 11	Técnicas y momentos de recolección de datos.....	71
Figura 12	Instrumentos a emplear en la investigación.....	72
Figura 13	Proceso de análisis de datos propuesto por Hernández (2006)	76
Figura 14	Integración y análisis de los datos obtenidos en la investigación. Datos clave.....	79
Figura 15	Proceso de investigación desarrollado en el estudio.....	80
Figura 16	Utilidad de las matemáticas en el contexto.....	83
Figura 17	Uso de la multiplicación de fracciones en el contexto.....	83
Figura 18	Procedimiento que siguió la alumna B correcto.....	87
Figura 19	Procedimiento que siguió el alumno C correcto.....	87
Figura 20	Procedimiento que siguió la alumna G incorrecto.....	87
Figura 21	Procedimiento que siguió el alumno H incorrecto.....	87
Figura 22	Parámetros de logros en la aplicación de competencias matemáticas detectados.....	88
Figura 23	Aplicación de competencias matemáticas detectadas en las notas de campo en el desarrollo del primer abordaje de la propuesta de modelación de Salett (2004). ....	91
Figura 24	Ubicación de alumnos por indicador en cuanto a la selección de información en un problema matemático.....	99
Figura 25	Elementos clave de las categorías de análisis.....	101
Figura 26	Proceso de triangulación de datos efectuado en la investigación.....	102

Figura 27	Imagen que muestra a entender del investigador, acerca del desarrollo de competencias.....	105
Figura 28	Puntaje de aplicación y desarrollo de competencias antes y después de la investigación.....	109

## **Capítulo 1. Planteamiento del Problema**

Este primer capítulo aborda de forma clara el problema que da origen a la investigación, parte del contexto en que se desarrolla con el propósito de que el lector tenga bien identificadas las características del entorno en que se desenvuelve el grupo en estudio, plantea también los antecedentes del problema brindando un panorama general de la importancia de las matemáticas en la vida diaria así como de la enseñanza basada en competencias establecida en el programa de estudios 2011 y entre las que se encuentran el aprendizaje permanente, el manejo de información y de situaciones cotidianas, las competencias para la convivencia y para la vida social.

Así también, se define el problema específico, planteando cada uno de los objetivos que guían la investigación y se involucra a la modelación matemática como parte esencial en el desarrollo y aplicación de conocimientos matemáticos en la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, se efectúa la justificación de ellos y plantea las limitaciones y delimitaciones en el proceso de estudio.

### **1.1 Antecedentes del problema**

La educación primaria es uno de los niveles de educación básica en el que los alumnos desarrollan sus habilidades y competencias que los forman como seres útiles a la sociedad presente y futura. A partir del año 2006 la educación primaria en México es evaluada anualmente por la prueba Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), “que es un instrumento que proporciona información a



estudiantes, docentes y padres de familia acerca del nivel de cada alumno de educación básica” (Vidal, 2009 p. 12). Los resultados que ésta ha arrojado desde sus inicios son niveles bajos de aprovechamiento en las asignaturas de español y matemáticas.

De acuerdo a la Secretaría de Educación Pública (SEP) que es el organismo cuya función es planear, diseñar, organizar, programar y evaluar todos los aspectos educativos en México. El porcentaje de aprovechamiento en el año 2006 obtenido en matemáticas corresponde a un 17.6%, en el año 2011 el porcentaje asciende a 37%, por lo que se observa que en el lapso de 5 años el nivel de aprovechamiento nacional en la asignatura muestra un avance de sólo 19.4%, por lo que hace indispensable transformar y/o reorientar las formas de enseñanza-aprendizaje, implementando acciones que permitan desarrollar en los alumnos las competencias necesarias para mejorar significativamente sus saberes y los resultados obtenidos hasta el momento.

Sin embargo el área de matemáticas es muy amplia, cada elemento que la integra requiere necesariamente de ciertos conocimientos previos, habilidades y competencias que fincan las bases del nuevo conocimiento. Entendiendo a la palabra competencia como “saber hacer en el contexto” (Tejada, 2007, p. 44).

El logro de este “saber hacer” específicamente en matemáticas no es tarea sencilla, dado que para que se logren los propósitos es necesario que la escuela brinde las condiciones necesarias que permitan garantizar una actividad matemática autónoma y flexible, que propicie un ambiente favorable para que los estudiantes puedan formular, indagar y desarrollar sus propios procedimientos a la vez que adquieren las herramientas

necesarias para hacerlo. Sin embargo, ser competente no significa tener conocimientos y haber desarrollado habilidades, ser competente es poner en práctica los saberes, ya sea en situaciones comunes o complejas de la vida diaria, reestructurándolos y visualizando los mejores momentos y medios para hacerlo.

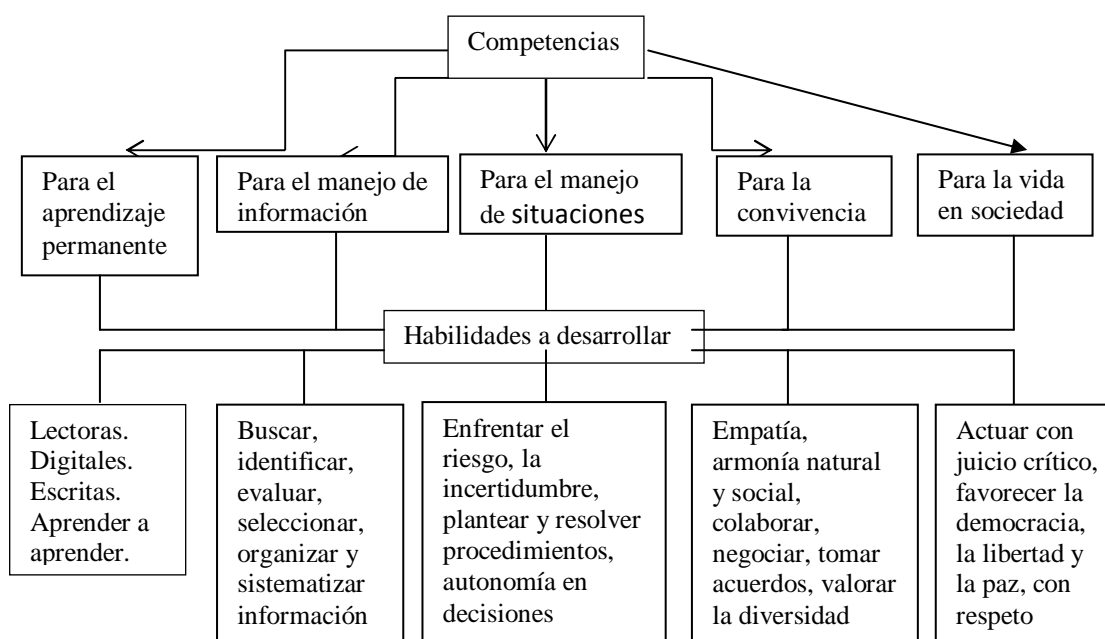
Por ello, efectuar estrategias didácticas basadas en el desarrollo de competencias significa un gran reto para maestros y alumnos. Así como lo plantea González-Bernal (2009, p. 7) “un currículum basado en competencias no sólo está ligado a lo laboral, sino que como toda educación formal, debe preocuparse de la persona y de su integridad, como un ser en desarrollo y como sujeto social”. Lo anterior hace referencia a la necesidad de que todos los elementos que se encuentran dentro del proceso educativo asuman sus responsabilidades y se involucren de manera directa en el logro de los objetivos de aprendizaje, pero no sólo para desarrollar y propiciar conocimientos en los estudiantes, sino para orientar sus saberes y desarrollar en ellos la integridad personal y las habilidades que les permitan resolver los problemas de una sociedad cambiante.

Sin embargo, desarrollar competencias implica un verdadero compromiso del docente y de todos los involucrados en el proceso educativo. Alles (2009) considera que el desarrollo de competencias se basa principalmente en emplear las experiencias propias y adoptar una actitud crítica en cuanto a la manera de percibir y resolver los problemas, es decir que el alumno no sólo tenga conocimientos, sino que logre definir el momento y la forma de hacer uso de ellos. Y es éste precisamente uno de los principales fundamentos que se manifiestan en el plan de estudios 2011 de Educación básica, nivel primaria de la SEP, en el que se emplea el término “competencias” para hacer referencia

a la puesta en práctica de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que se requieren para el logro de ciertos propósitos en el contexto.

Esto es, dirigir el aprendizaje a un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes) (SEP, 2011).

Todos los contenidos inmersos en el programa tienen como objetivo principal el desarrollo de competencias. En el Acuerdo 592 para la articulación de la Educación Básica, éstas se dividen en cinco rublos expresándolas de la siguiente manera:



*Figura 1.* Competencias a desarrollarse en la Educación Básica, identificadas en SEP, (2012).

De manera específica, los contenidos que se desarrollan dentro de la asignatura de matemáticas se encuentran de manera directa dentro de las tres primeras competencias y de forma indirecta en las otras dos. El tema de las fracciones, es uno de los contenidos que se trabajan en el quinto grado y posee un alto grado de dificultad porque requiere de los conocimientos previos de los estudiantes, del análisis y comprensión del término fracción, así como de las alternativas pedagógicas que el docente diseñe para lograr un aprendizaje que sea aplicable en la vida real (SEP, 2011).

Respecto a lo anterior De León (1996) afirma que una de las tareas más difíciles de los maestros que laboran en el nivel de educación primaria, es precisamente el tema de las fracciones. El autor considera que dada la complejidad del tema, es indispensable que el docente diseñe estrategias que le permitan al estudiante desarrollar la habilidad para identificar, interpretar y aplicar el concepto, que debe existir riqueza conceptual en todas las prácticas escolares para lograr un aprendizaje real, puesto que cuando el estudiante no se ha apropiado aún del concepto y las implicaciones de la fracción es muy difícil que logren avanzar en la utilización de los términos, o bien, lo utilizan pero no le encuentran un sentido práctico ni pueden relacionarlos con hechos de su cotidianidad.

Bajo la misma perspectiva, Luelmo (2006) considera que si las fracciones son para los estudiantes un problema de aprendizaje, por lógica serán también un problema de enseñanza para los maestros, siendo éstos los que cumplen una función determinante dentro de las estrategias de enseñanza-aprendizaje que se empleen para abordar los temas de conocimiento. El autor manifiesta la urgencia de que el profesor conozca muy

bien el contenido y las estrategias de apoyo en la enseñanza, caso contrario, la didáctica se verá afectada y no se logrará la vinculación maestro-alumno-saber.

Los docentes muchas veces consideran que el tema o contenido a tratar es muy fácil y no se preocupan por diseñar alternativas pedagógicas que respondan a los intereses de los educandos, sin embargo, es indispensable tomar en cuenta el grado de dificultad que cierto contenido provoca en los alumnos, puesto que es ahí en dónde la creatividad del docente se pone de manifiesto, dado que tendrá la necesidad de idear nuevas formas que permitan al estudiante apropiarse y saber utilizar el conocimiento.

De igual forma y con el propósito de fundamentar la importancia de las estrategias metodológicas empleadas en el tratamiento de las fracciones en la Escuela Primaria, Frizz (2009) plantea que “si los profesores logran realizar una adecuada enseñanza de las fracciones, dando profundidad y dotando de utilidad este saber, aumentaría su uso en situaciones de la vida diaria y resultaría aún más familiar su lenguaje”. Las aportaciones del autor se basan en que la enseñanza debe incluir la razón, la transformación, las situaciones de reparto y demás acciones que propicien la comprensión de las fracciones de manera eficiente. Por ello, y con el propósito de que los procesos de enseñanza-aprendizaje relacionados a la multiplicación de fracciones sean fructíferos, es necesario que se aborden a partir del planteamiento y resolución de problemas matemáticos.

Al respecto, Villalobos (2008) enfatiza que la enseñanza a partir de la resolución de problemas constituye una alternativa para propiciar que los estudiantes reflexionen acerca del planteamiento, recuerden sus saberes y los apliquen en la búsqueda de

resultados, los problemas que se trabajen en el aula pueden ser en contextos reales o ficticios, lo importante aquí es darle a los estudiantes un planteamiento que les permita pensar, diseñar procedimientos y encontrar soluciones, para finalmente trasladarlas a las acciones cotidianas. Los alumnos deben construir conceptos matemáticos a partir de la resolución de problemas, ya que esta habilidad les permite hallar la relación entre la matemática y su vida. La autora pretende que mediante la resolución de problemas se pongan a prueba los conocimientos y el desarrollo de habilidades del estudiante.

Otra propuesta para abordar los contenidos de matemáticas y lograr un aprendizaje consciente y permanente, es la modelación matemática. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), concibe a la modelación matemática como un proceso que posee mucha importancia dentro del aprendizaje de las matemáticas, manifiesta que a través de ella los alumnos tienen la oportunidad de observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar cada una de sus acciones, conocimientos e hipótesis que lo llevan a construir conceptos matemáticos de forma significativa. MEN establece que es indispensable que el docente relacione adecuadamente los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, porque de esa forma la enseñanza estará basada en situaciones reales que facilitan el intercambio de ideas y puntos de vista (MEN, 1998, p.35).

Al respecto, Villa (2009) considera que la modelación matemática puede ser interpretada como proceso, dado que es recursiva y cíclica. Considerada de esta forma porque se desarrolla a través de una serie de fases en donde el estudiante tiene que interpretar, abstraer, simplificar, construir el modelo, interpretarlo matemáticamente,

para después evaluar los resultados y a partir de ello puede darse la reformulación del modelo. Cuando el educador emplea la modelación matemática es con el ánimo de construir un concepto matemático que tenga significado para los alumnos y que sea para ellos un aliciente que los motive e interese por el trabajo en las matemáticas.

De igual forma, Salett (2004) plantea que la modelación matemática implica una serie de procedimientos que parten de la selección del tema, reconocer la situación, delimitar y familiarizarse con el tema, considerando todos los aspectos que de alguna manera fundamentan y se involucran directamente en el modelo.

Dado lo anterior y rescatando que uno de los propósitos de la matemática escolar establecido en el plan y programas de estudios 2011 de Educación Primaria (SEP, 2011) es precisamente el desarrollo del pensamiento matemático, y considerando que tanto la modelación como la resolución de problemas son procesos fundamentales para alcanzar este propósito, en el presente estudio se conjuntan ambos aspectos a fin de determinar qué relación existe entre ellos y de qué manera coadyuvan en el desarrollo de competencias. Razón por la cual es necesario partir del contexto en que se desarrolla el grupo en estudio.

**Antecedente Institucional.** La preocupación de toda institución educativa de brindar a los estudiantes los medios que propicien un conocimiento permanente y útil, ha llevado a que en la Escuela Primaria en estudio, se hayan aplicado diversos instrumentos de evaluación entre los que se encuentran test, encuestas, entrevistas, diagnósticos de salud, de conocimientos, familiares, de escolaridad, etc., mismos que han permitido

identificar los problemas de aprendizaje que más afectan a la población estudiantil. De esta manera, se han diseñado alternativas de trabajo que posibiliten el logro de los objetivos establecidos como institución y abatir los problemas de conocimiento detectados. Actualmente se trabaja en la estructura de un proyecto orientado a la aplicación de las operaciones básicas en el planteamiento y resolución de problemas.

Con el propósito de coadyuvar en el diseño y aplicación del proyecto de trabajo del centro educativo y sin afectar las actividades que se programen para ello, el presente estudio rescata la multiplicación de fracciones en la resolución de problemas, teniendo como proceso de aplicación a la modelación matemática. Aspecto que no se aparta de los objetivos planteados en el proyecto de trabajo escolar.

La Institución se encuentra establecida en la Agencia Municipal de Matadamas, Soledad, Etna, Oaxaca, comunidad semiurbana ubicada a 40 kilómetros de la capital del estado, cuenta con los servicios de luz eléctrica, agua potable, medios de transporte, telefonía, pequeños comercios, Jardín de niños y Escuela Primaria. La característica del lugar es que la mayoría de los residentes tiene como actividad productiva el campo, dedicándose al cuidado y explotación de vacas lecheras, se produce queso, quesillo (queso Oaxaca), los cuales salen a vender a los lugares circunvecinos y a otras entidades del País, lo cual da origen a una de las grandes preocupaciones de la Escuela Primaria, y es que los estudiantes hagan de su conocimiento una herramienta útil que les permita obtener resultados favorables en situaciones reales en su contexto.



## 1.2 Planteamiento del problema

Las matemáticas constituyen un aspecto esencial en la formación del individuo, de ahí la importancia de sus formas de enseñanza. Cubillo (2003, p. 56) manifiesta que “el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha sido contemplado, hasta hace no mucho tiempo, desde una perspectiva predominantemente formalista, dando demasiada importancia al lenguaje simbólico, a la coherencia sintáctica y a la estructura lógica” entendiéndose con lo anterior que dicha enseñanza buscaba más el dominio de signos, procesos y estructuras básicas en la asignatura, que propiciar en el estudiante un conocimiento en el que pudiera hacer uso de todas sus habilidades.

Enseñar matemáticas en la escuela primaria va más allá de aprender a resolver las operaciones básicas, medir, calcular, resolver problemas matemáticos que finalmente son creados por el profesor en situaciones que no son de interés para el alumno por lo que no le toma la importancia que requiere y el conocimiento se vuelve momentáneo (Castañeda, 2006, p.152).

De manera específica en el tema de las fracciones, De León (1996, p.269) plantea que “la enseñanza prioriza el significado de fraccionamiento de la unidad, así como del dominio en las reglas de cálculo, dejando de lado una gran variedad de situaciones que están vinculadas con el significado de las fracciones”, esto es, que el docente no considera a los problemas de reparto, de comparación de medición y de transformación de medidas, como aspectos esenciales dentro de la enseñanza, por lo que no son tratados como tal, por lo que plantean a los niños de forma prematura el uso del lenguaje

convencional y los algoritmos sin efectuar actividades orientadas a darle sentido a esos conocimientos.

Actualmente se busca que el alumno no sólo desarrolle habilidades sino que se espera que sea competente, que sea útil y que emplee su conocimiento para resolver problemas de una sociedad en constante cambio, que al término de la educación primaria el alumno: argumenta y razona al analizar situaciones, identifica problemas, formula preguntas, emite juicios, propone soluciones y toma decisiones. Valora los razonamientos y la evidencia proporcionada por otros y puede modificar, en consecuencia, los propios puntos de vista (SEP, 2011, p. 43).

Sin embargo, en la asignatura de matemáticas se han detectado deficiencias tales como dificultad en la resolución de problemas, el dominio de la multiplicación como alternativa de solución a los problemas, la falta de comprensión de la información contenida en un problema matemático, la interpretación y comparación de fracciones. Mismas que obstaculizan el logro de los objetivos propuestos.

Tal como lo menciona Carneiro (2008, p. 712) “se han realizado varios avances en la enseñanza de las matemáticas, sin embargo aún existe evidencia de cuestiones problemáticas que desafían a los profesores a reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en dicha área del conocimiento”.

En el caso del grupo en estudio y a partir de la evaluación diagnóstica aplicada, (misma que se encuentra en el apéndice 2 de este documento) se detectó que el 45% de los alumnos que lo integran poseen dificultad para identificar las fracciones y lo que

representan, el 20% aún no han logrado apropiarse de los fundamentos de una fracción o simplemente de conocer su significado y sólo el 35% tiene conocimiento de las fracciones, su uso y representación.

Por ello se hace indispensable idear nuevas formas y alternativas que sean acordes al nivel de conceptualización de los educandos, al medio en que se desenvuelven, a las características de aprendizaje de los mismos y a la reflexión y análisis de la aplicación del conocimiento.

La modelación matemática pretende ser una alternativa que busca despertar y fomentar el interés por el trabajo académico, puesto que parte de aspectos que propician en el estudiante una serie de acciones colaborativas que lo hacen sentirse con mayor libertad para buscar e idear sus propias formas de trabajo, puesto que como bien lo menciona Trigueros (2006, p. 1207) “los alumnos construyen su modelo del problema planteado, tomando en cuenta las actividades de desarrollo, convirtiendo de esta manera a las matemáticas en una herramienta de aplicación en situaciones de la realidad”.

**1.2.1 Interrogantes de investigación.** La investigación desarrollada giró en torno a identificar: ¿Qué relación existe entre la implementación de la modelación matemática y el desarrollo de las competencias matemáticas para resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, en alumnos del quinto grado de Educación Primaria? Misma que para su análisis y profundidad fue apoyada por las siguientes interrogantes secundarias: ¿Cuáles son las principales dificultades a que se enfrentan los estudiantes del quinto grado, cuando resuelven problemas matemáticos que hacen uso de

la multiplicación de fracciones? ¿Qué ventajas ofrece la modelación matemática como forma de enseñanza para la resolución de problemas que empleen la multiplicación de fracciones? ¿Qué tipo de actividades didácticas apoyan a la modelación matemática en el desarrollo y construcción de saberes que permitan a los estudiantes del quinto grado, razonar, proponer, emitir juicios y tomar decisiones frente a la resolución de problemas?

### **1.3 Objetivos de la Investigación**

La presente investigación tuvo como eje principal identificar la relación que existe entre el uso de la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas, la cual se desarrolló teniendo como base los siguientes objetivos:

#### *Objetivo general*

Determinar de qué manera la modelación influye en el desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas con multiplicación de fracciones en los estudiantes de quinto grado de educación primaria.

#### *Objetivos particulares*

- Identificar las dificultades que manifiestan los alumnos al resolver problemas cuya solución se encuentra en una multiplicación de fracción.
- Identificar las ventajas de la modelación matemática como forma de enseñanza en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones.
- Diseñar, implementar y analizar una secuencia didáctica basada en la modelación matemática, que brinde a los estudiantes la oportunidad de aplicar sus

conocimientos, al mismo tiempo que desarrollen la habilidad para razonar, proponer, emitir juicios y tomar decisiones frente a la resolución de problemas.

#### **1.4 Supuestos de la Investigación**

La metodología que el docente seleccione y aplique en el desarrollo de los contenidos programáticos en los diferentes niveles educativos, constituye la base del tipo de conocimiento del alumno. Con estricto apego a lo que pretende la investigación se plantean los siguientes supuestos, mismos que son considerados como la base de lo que se espera en los resultados de la investigación.

1. Implementar en el aula secuencias didácticas que planteen la aplicación del conocimiento matemático en el contexto, permite a los alumnos desarrollar las habilidades necesarias para desempeñarse de manera competente en la sociedad.
2. La modelación matemática como método de enseñanza posibilita el desarrollo de competencias matemáticas, porque plantea el conocimiento a través del desarrollo de modelos que hacen que el estudiante aplique y de funcionalidad a sus saberes.
3. Desarrollar el tema resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones a través de la modelación matemática, posibilita al estudiante el desarrollo de sus competencias matemáticas, tanto de comprensión de análisis, de selección y de argumentación.

## **1.5 Justificación de la investigación**

Considerando que la educación primaria es el medio en el que de manera formal el estudiante se inicia en el desarrollo de sus habilidades, actitudes y aptitudes, se ha buscado la forma de diseñar planes y programas de estudio que respondan a las necesidades manifestadas, sin embargo a pesar de los enormes intentos por lograr una educación de calidad, en el país aún se encuentran resultados de aprendizaje muy desalentadores, las causas se atribuyen a muchas situaciones que de manera directa e indirecta afectan al proceso de enseñanza- aprendizaje.

Conforme la sociedad avanza van surgiendo nuevos retos y necesidades, por ello es necesario que en la escuela se introduzcan acciones que permitan que el estudiante desarrolle conocimientos que tengan significado y utilidad en su vida diaria.

En el caso de la resolución de problemas, los retos a los que se enfrentan los estudiantes son múltiples, puesto que se trata de aplicar los conocimientos adquiridos y cuando el estudiante no posee esos saberes previos, es muy difícil que en esta materia obtengan buenos resultados. Ahora cuando un problema posee mayor dificultad como lo es el uso de la multiplicación de fracciones el reto es mucho mayor, puesto que se requiere de un mayor cúmulo de conocimientos mismos que van desde la identificación de las fracciones, su uso y la forma de resolver una multiplicación fraccionaria.

Por ello y con el propósito de contribuir a la erradicación de las formas de enseñanza tradicionales que limitan al estudiante en el desarrollo y aplicación de sus conocimientos se realizó la presente investigación, misma que buscó valorar la relación

entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen multiplicación.

El estudio fue de corte exploratorio descriptivo, dado que es un tema que ha sido poco estudiado y requirió de mayor información de campo para su análisis. Se desarrolló dentro del enfoque cualitativo porque las actividades se condujeron básicamente en el ambiente natural de la población que representó la muestra, la información obtenida sirvió para formular significados y se analizó la realidad subjetiva dentro de un parámetro profundo y amplio, lo cual no hubiera sido posible con el empleo del método cuantitativo dado que éste mide fenómenos, analiza causas y efectos, emplea estadísticas, secuencias y generalizaciones, aspectos que no coinciden con las necesidades del estudio planteado.

Los resultados obtenidos en la investigación pueden ser el fundamento para el diseño de nuevas alternativas pedagógicas que permitan al docente crear situaciones significativas que faciliten la apropiación y descubrimiento de mayores conocimientos por parte del alumno.

### **1.6 Delimitaciones del estudio**

El grupo de estudio lo integraron los alumnos del quinto grado de Educación Primaria de una comunidad semi-urbana del Estado de Oaxaca. Fue elegido por ser el único a que se tuvo acceso y porque precisamente fue ese grupo donde se detectaron las necesidades de aprendizaje en cuanto a la resolución de problemas que implican el uso

de la multiplicación de fracciones y cuenta con las características esenciales para llevar a cabo la investigación así como la participación directa del investigador.

Sólo se hizo uso de la modelación matemática en el tema de la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones en el quinto grado, orientando las actividades al desarrollo de competencias matemáticas de acuerdo a las exigencias del plan y programas 2011 de educación primaria (SEP, 2011).

Las actividades realizadas para la recolección de datos se efectuaron dentro del espacio que utiliza la Institución educativa a fin de dar validez y formalidad al estudio, además de dar cumplimiento a los compromisos efectuados en la carta compromiso de cada participante.

El estudio se desarrolló en el mes de febrero de 2013 considerando solamente los días hábiles establecidos en el calendario escolar oficial y respetando cada uno de los contenidos de aprendizaje y asignaturas establecidos en el programa de estudios de primaria general 2011. Debido al poco tiempo que se dispuso para la investigación no fue posible realizar las actividades destinadas a alcanzar el tercer objetivo particular planteado en un primer momento, mismo hace referencia al diseño, implementación y análisis de una secuencia didáctica basada en la modelación matemática que brinde a los estudiantes la oportunidad de aplicar sus conocimientos en otros contenidos de aprendizaje.

Para el desarrollo de la investigación se contó con el apoyo del director de la escuela, de los padres de familia y de los alumnos del quinto grado.



Considerando que en toda investigación surgen aspectos que limitan de alguna u otra forma el desarrollo de las actividades de manera tal a como fueron diseñadas, en el presente estudio se manifestaron las siguientes:

Los elementos que integran el grupo de estudio son pocos como para poder presentar un panorama general de los logros que se pudieran obtener en todos los grupos que integran el quinto grado de Educación Primaria a nivel nacional, sin embargo son ellos a los que se tuvo acceso directo en la investigación.

Mediante el análisis de la información obtenida en los instrumentos de evaluación aplicados como parte del diagnóstico inicial del grupo, se detectó que el principal obstáculo que se presenta es que el 80% de los alumnos no tienen un dominio total de las tablas de multiplicar, el 20% de ellos aún no se han apropiado de la comprensión y proceso de la multiplicación de números naturales y su nivel de comprensión lectora es mínimo dado que presentan dificultades para interpretar la información contenida en un problema matemático.

En resumen, la asignatura de matemáticas en la Educación Primaria constituye uno de los aspectos esenciales en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, por lo cual es indispensable buscar, diseñar e implementar estrategias didácticas que contribuyan a mejorar los conocimientos y competencias en la materia.

La presente investigación identifica la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas que impliquen el uso de multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de Educación

Primaria. Fue diseñada para identificar cuáles son las dificultades que manifiestan los estudiantes al resolver problemas que empleen la multiplicación de fracciones, aplicar la modelación matemática como forma de enseñanza en el tratamiento del tema y diseñar, implementar y analizar una secuencia didáctica basada en la modelación que permita que los estudiantes apliquen sus conocimientos, emitan juicios y tomen decisiones en las situaciones problémicas de su contexto.

Sin embargo, la decisión de tomar como método de enseñanza a la modelación matemática no se dio por sí misma, sino que fue necesario realizar un análisis de cada una de las investigaciones detectadas y relacionadas a la temática en estudio, así como de las diferentes concepciones de modelación matemática, aspectos que se detallan en el capítulo siguiente.

## **Capítulo II. Marco Teórico**

En el presente capítulo se plantean algunas investigaciones encaminadas a modificar, sustentar, innovar y/o actualizar las prácticas de enseñanza en el área de las matemáticas, mismas que fueron analizadas y valoradas de acuerdo a sus propósitos, características, ventajas y desventajas, así como por la injerencia de éstas en el tema en estudio.

De igual forma, se analiza el surgimiento de la modelación matemática como método de enseñanza orientada al desarrollo y la apropiación de conocimientos, se efectúa un análisis de las distintas concepciones que se le han otorgado y cómo ésta ha sido empleada en otros contextos educativos y del entorno social, para finalmente dar al lector el concepto de modelación matemática empleado en el tema en estudio.

Así también, se muestra el propósito central del programa de estudios de primaria 2011, identificando las competencias tanto matemáticas como de modelación que se busca desarrollar en los estudiantes a través de la aplicación de la propuesta de modelaje seleccionada y fundamentada, al mismo tiempo que se trata a fondo la importancia y seguimiento del contenido referente al uso de la multiplicación de fracciones en la resolución de problemas matemáticos.

### **2.1 Acción didáctica de las matemáticas**

La preocupación del ser humano por alcanzar mayores logros en todos los aspectos que influyen en su forma de vida, lo han llevado a explorar y participar en lugares nunca

antes trabajados. El aspecto educativo es una de las mayores preocupaciones que lo aquejan. En el ámbito de las matemáticas son de reconocerse los grandes avances que se han desarrollado al respecto y esto gracias al creciente interés de los matemáticos profesionales en los asuntos de la enseñanza y del aprendizaje, aunado a la estabilidad y madurez que han alcanzado comunidades de investigación con paradigma propio.

Tal es el caso del International Commission for Mathematical Instruction (ICMI), del Psychology of Mathematics Education (PME) o de la comunidad de investigadores del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME), mismos que han nutrido la reflexión matemática en el ámbito de la acción didáctica y han propiciado la explicación de la misma tomando como sustento la construcción social e individual del conocimiento, pasando de una tendencia reproductiva a una tendencia más dinámica, constructiva, con significado e involucrada de forma directa al contexto (Cantoral, 2003, p. 205).

La preocupación del Estado por mejorar la calidad educativa en todos los niveles de enseñanza, han orillado a la adopción y/o creación de nuevos y diversos modelos educativos encaminados a lograr que el estudiante desarrolle habilidades que le permitan sobrevivir en la sociedad y al mismo tiempo que modifique, valore y conserve su entorno. Actualmente el programa de estudios del nivel básico plantea sus fundamentos en que el estudiante se forme como un ser competente con facilidad para aplicar sus conocimientos en su contexto.

Son diversos los análisis y perspectivas que se han tratado referente a la didáctica de las matemáticas, muchos de ellos han llegado a la aplicación y valoración de sus resultados pero otros más se quedaron en la simple propuesta. En este caso sólo se consideran aquellas que si se pusieron en práctica y que de alguna u otra forma incursionan en el tema de investigación.

Sin embargo antes de iniciar con el análisis de cada uno de los estudios relacionados al tema en tratamiento y que fueron seleccionados de acuerdo a sus características de aplicación y resultados obtenidos, es necesario esclarecer de qué manera se ha presentado la evolución general de los planes y programas de estudio de educación Primaria, puesto que los estudios efectuados responden a los enfoques y necesidades establecidos en los programas vigentes al momento de su creación.

Al hacer un análisis general de los propósitos en matemáticas establecidos en los planes y programas de estudio de Educación Primaria en México, se observa que desde 1993 se planteaba una enseñanza que dejaba de lado las prácticas tradicionales en la que el maestro era el principal actor de la enseñanza, y el alumno sólo cumplía la función de ser el aprendiz y reproductor de lo que el docente programaba para su clase. Se buscaba desde entonces propiciar que los estudiantes aplicaran sus saberes no solamente en las situaciones planteadas por el profesor, sino en aspectos de su vida cotidiana, se dejó de enfatizar que los algoritmos eran lo más importante dentro de las operaciones básicas y se le comenzó a dar importancia al desarrollo de procedimientos informales desde la resolución de problemas, concediéndole prioridad a la razón, la pertinencia y la técnica (Block, 2007).

En los planes y programas de Educación Primaria 2009 la enseñanza de las matemáticas fue dirigida al desarrollo de competencias para la vida, es decir que el alumno no sólo desarrollara conocimientos para avalar un grado de estudios, sino que en realidad supiera el cómo, dónde y cuándo aplicarlos, se impulsó con mayor urgencia la necesidad de propiciar que el alumno desarrollara sus propios procedimientos para resolver problemas matemáticos y que éstos fueran apegados a la realidad de los estudiantes, continuó con la postura de que los algoritmos matemáticos sólo representan una forma de diferenciar los conocimientos más no lo único valioso dentro de ellos, así también se fomentó la libertad del docente para el trabajo académico a través de proyectos en los que existía la libertad de elección y creación de secuencias didácticas (SEP, 2009).

Actualmente en la Reforma Educativa propuesta en los planes y programas 2011, se enfatiza que todas las actividades que el docente realice para abordar los contenidos programáticos deben estar dirigidas al desarrollo de competencias, habilidades y aptitudes, destinados a formar seres humanos útiles a una sociedad en constante cambio, es decir que el estudiante se adentre al “saber hacer” porque el conocimiento no es precisamente el que se demuestra en la escuela, sino es aquél que tiene funcionalidad en la vida diaria y que permite al ser humano hacer uso de todas sus facultades a beneficio de una sociedad compleja como la nuestra. Propone también que el docente sea capaz de construir sus propias estrategias de enseñanza en las que el estudiante sea autónomo y competente no sólo en el aula, sino en su vida social (SEP, 2011).

La constante búsqueda y análisis de alternativas didácticas que permitan mejorar el desarrollo intelectual y social del educando en el área de matemáticas, han llevado a los estudiosos en la materia a desarrollar diversas propuestas metodológicas que han ideado de alguna u otra forma contribuir a desarrollar en los alumnos aprendizajes permanentes, que rescaten lo que ellos de manera informal y a través de la experiencia han aprendido, aspectos que posean significado y que tengan utilidad en su vida cotidiana.

Cardoso (2008) argumenta la necesidad de considerar a la matemática como una asignatura fundamental que fomenta y posibilita el desarrollo de conductas positivas, al mismo tiempo que activa la capacidad para formular criterios propios basados en el descubrimiento y la racionalidad, habilidades que le permiten a los estudiantes asumir retos y a considerar los conocimientos como herramientas aplicables en su contexto que de alguna manera permitan afrontar, modificar y crear condiciones que posibiliten la supervivencia.

Gracias a los constantes fundamentos constructivos de las matemáticas, el concepto de ellas ha ido cambiando, actualmente saber matemáticas ya no significa conocer definiciones, teoremas, signos y operaciones, ahora saber matemáticas es emplear la teoría para plantear interrogantes que permitan formular alternativas de solución a situaciones problema en las que el estudiante formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, conceptos y teorías, que no se quede en el intento, que los pruebe, los intercambie, los reconozca, que tome los que considere útiles y deseche y/o transforme los que no lo son (Múnera, 2011).

Considerando entonces que las matemáticas constituyen una herramienta esencial en la participación del ser humano en la sociedad y la importancia de desarrollar en los estudiantes de la segunda etapa de educación básica (nivel primaria) un aprendizaje útil, competente y duradero, diversos autores se han preocupado por realizar investigaciones que permitan efectuar aportes para formular más y mejores formas de enseñanza.

Entre ellos es posible mencionar a Mora (2005) quien realiza un reporte acerca de la enseñanza de la matemática sustentada en el método constructivista, siendo su objetivo principal demostrar si una estrategia de formación docente basada en el constructivismo social contribuye a la construcción de un método de enseñanza. El alumno tuvo la posibilidad de interactuar y crear su propio conocimiento y pasó de ser receptor pasivo a precursor activo de sus saberes y el profesor se consolidó como guía, orientador y facilitador de los procesos de aprendizaje.

En este estudio se observa que se promovió la participación activa de los estudiantes y se elaboraron importantes modelos de métodos, pero no se llegó a alcanzar el objetivo de la investigación dado que entre otros aspectos, existieron limitaciones en la vinculación teoría-práctica y la sub-valoración del papel del docente.

Múnera (2011). Presenta un estudio en el que pretende dinamizar la enseñanza y el aprendizaje a través de situaciones problema, entendiendo a éstas como el espacio para la actividad matemática en donde los alumnos realizan actividades exploratorias en la búsqueda de soluciones a las problemáticas planteadas por el profesor, interactuando con



los conocimientos matemáticos y a partir de ahí exteriorizan ideas relacionadas a los conceptos de los que están haciendo uso.

Este autor plantea que: “Los contenidos matemáticos siempre van a estar presentes en el currículo escolar. Lo que hace el enfoque problémico es abandonar la presentación lineal y acrítica de objetos matemáticos, para darle paso a la construcción” (Múnica, 2011, pp. 181-182).

En este estudio el alumno se convierte en un ser que orienta sus acciones partiendo de sus conocimientos previos y los dirige a la construcción de estrategias a la vez que construye significados, argumenta y debate con sus compañeros. Es una forma de propiciar que el estudiante plantee sus ideas, se evalúe, evalúe a los demás y cree medios para presentar y justificar sus resultados. La función del maestro se transforma puesto que ya no es el único ser protagónico del conocimiento, trabaja a la par que el estudiante, orienta los aprendizajes en función del conocimiento no sólo a través de procesos de enseñanza y se transforma en guía y facilitador de saberes.

Finalmente, el conocimiento matemático ya no entra en el aula de manera jerárquica, metódica, en ocasiones sin sentido como sería bajo un esquema tradicional, ahora se olvida un tanto de la memorización, mecanización y pasividad para dar paso a la creación, el diseño, la contextualización bajo diferentes formas de representación y avalando la construcción y comprensión de significados matemáticos.

Es una propuesta didáctica muy interesante en la que se espera que los estudiantes desarrollen por sí mismos las estrategias que les permitirán dar respuesta a una situación

problemática, sin embargo la labor que haga el docente dentro de las actividades es esencial, puesto que si él no sabe de qué manera inducir y de alguna manera conducir a sus alumnos a que sean autónomos, diseñen, compartan, interpreten y se apropien de conceptos matemáticos y de nuevos saberes, será muy complicado obtener buenos resultados y se estará cayendo nuevamente en la adopción de roles tradicionales en dónde el maestro enseña el qué y cómo y el alumno sólo reproduce.

Terán (2009) plantea una investigación en la que propone al trabajo cooperativo como medio para que los estudiantes desarrollen aprendizajes significativos que respondan a sus necesidades, este estudio se sustenta en la investigación-acción y rescata aspectos muy importantes como la convivencia y trabajo en equipo, elementos que muchas veces son descuidados en la práctica docente. El conocimiento se desarrolla a través del compartir de experiencias, de la experimentación en equipo, de la creación conjunta de procesos y alternativas de solución que no por ser creadas en grupo son únicas.

Los resultados obtenidos producto del análisis de las secuencias didácticas diseñadas y aplicadas a un grupo en estudio, determinan que el papel del profesor es esencial en el logro de los objetivos de aprendizaje puesto que debe partir de los conocimientos previos de los estudiantes, dar la misma importancia a las cuatro áreas de la matemática (aritmética, álgebra, geometría y estadística) y requiere propiciar continuamente el trabajo en conjunto. Así también la colaboración de todos los involucrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje determina los logros obtenidos, si no hay trabajo en equipo, los resultados no serán favorables.

Por lo tanto, se hace indispensable que cada tema a desarrollar en la escuela primaria sea comprendido primero por el profesor a fin de que pueda diseñar o elegir los medios más adecuados para su tratamiento en el aula. Si el profesor no tiene bien claro el enfoque, los objetivos y el contenido de aprendizaje, difícilmente podrá obtener resultados favorables en los estudiantes, puesto que tal vez los medios de orientación de los saberes no serán desarrollados adecuadamente o bien, tomen rumbos distintos a los programados inicialmente.

En la investigación que nos ocupa el tema esencial es la multiplicación de fracciones, por lo que los siguientes aportes serán dirigidos a este tema en particular.

Ríos (2009) al igual que Múnera (2011) concibe a la Teoría de las situaciones didácticas como una forma viable de llevar a cabo las actividades matemáticas dirigidas a la construcción de conocimientos, Ríos plantea una investigación cuyo propósito fue identificar las competencias conceptuales en el tema de las fracciones, la cual encontró sus fundamentos en los aspectos de conocimientos, procesos y métodos de enseñanza dirigidos a desarrollar saberes a partir de la presentación de situaciones problema.

Las bases teóricas de la investigación fueron orientadas en tres vías, la cognitiva, la didáctica y la metodológica. La cognitiva hizo referencia a seis interpretaciones del concepto de fracción “parte de un todo”, “reparto”, “razón”, “número decimal”, “operador” y “número racional”. La didáctica en el entendido de que el profesor debe seleccionar problemas donde el alumno debe actuar, reflexionar y evolucionar a su ritmo, tratando de adaptarse a la situación y llegar a la solución él mismo. Y la

metodológica, la Teoría de las situaciones didácticas, la cual consiste en que el profesor plantea una situación problema, el alumno pone en juego sus saberes, se plantean supuestos, se expresan resultados y finalmente se validan las hipótesis de resolución.

La valoración de los resultados de aprendizaje obtenidos en la aplicación de la propuesta demuestran que el alumno desarrolla habilidades en el manejo de información, en la creación de estrategias para la resolución de problemas y en la apropiación de conceptos matemáticas surgidos de la realidad, sin embargo es necesario aclarar que si los estudiantes no poseen los conocimientos previos necesarios para desarrollar el trabajo académico bajo estas características los resultados no serán tan alentadores. De ahí la importancia de que el profesor tenga bien caracterizados a sus alumnos, de manera que puede percibir en cada uno de ellos sus potencialidades y limitantes para que sean consideradas en las situaciones de aprendizaje que se lleven a cabo.

Friz (2009) muestra un estudio cuyo enfoque está situado en la llamada cognición situada, entendida así porque resalta la importancia del contexto en que se están llevando las situaciones de aprendizaje y las formas en que se estructura el pensamiento matemático, el tema que trata es el aprendizaje de las fracciones abordándolo desde tres dimensiones y tres supuestos.

Las dimensiones que plantea son: la disciplina matemática (cuando los saberes entran en juego), la psicología del aprendizaje (son las formas en las que los estudiantes procesan la información y desarrollan estructuras cognoscitivas) y el componente didáctico (las estrategias y medios que se emplean para que el aprendizaje ocurra).

Los tres supuestos que fundamentan la investigación son: el lenguaje fraccionario está dotado de significatividad, las fracciones pueden ser conceptualizadas de diferentes maneras y las fracciones deben estar presentes en el currículum escolar. El primero se refiere a que el alumno posee conocimientos del uso de las fracciones de manera espontánea, gracias a las situaciones de su entorno, sin embargo el significado para él no está bien definido. El segundo supuesto manifiesta que para que el alumno comprenda el concepto de fracción es necesario presentarlo desde diferentes acepciones y contextos y el último supuesto enfatiza que la enseñanza de las fracciones debe realizarse de manera profunda y dotándole utilidad, para que se aumente su uso en las situaciones de la vida diaria del estudiante.

El autor considera que el aprendizaje de las fracciones debe estar orientado al desarrollo de competencias matemáticas, por lo que es necesario que el alumno asocie, compare, participe, verifique, argumente, comunique e involucre actividades positivas. Concibe al profesor como un mediador del aprendizaje y plantea cuatro pasos para llevar a cabo la enseñanza de las fracciones a través de un problema matemático.

1. Comprender el problema
2. Buscar una o varias estrategias de resolución
3. Aplicar la estrategia seleccionada
4. Revisar el proceso

Los aspectos enlistados se refieren a que el docente plantea la situación problema y a partir de ahí es responsabilidad del estudiante comprender el problema y analizar la información que contiene, efectuar la selección de alguna estrategia o procedimientos

que de acuerdo a su experiencia considere le puede ser funcional para resolver el planteamiento, después verificar los resultados de manera que el proceso llevado a cabo sirva para valorar si existe algún error en el proceso o los resultados fueron satisfactorios.

La alternativa pedagógica es buena sin embargo, se basa en la interpretación de la información contenida en un problema regularmente diseñado por el profesor y delimitado para alcanzar ciertas metas de aprendizaje que él mismo planea. El alumno por lo regular no crea alternativas de solución sino que simplemente recuerda las que ya ha aplicado en problemas similares y finalmente en muchas de las ocasiones los problemas planteados por el docente carecen de importancia para el estudiante porque se encuentran fuera de su contexto e interés.

La propuesta constituye una opción de enseñanza-aprendizaje que puede ser empleada como el primer paso para que el alumno se inicie en el desarrollo del conocimiento a partir de un problema matemático o bien empleado como complemento en la aplicación de saberes en una secuencia didáctica.

Por lo todo lo anterior, el presente estudio pretende ir más allá de la sola resolución de un problema como alternativa pedagógica, sino que trata de vincular la realidad del estudiante con la resolución de problemas, propone a la modelación matemática como eje articulador en la enseñanza de la multiplicación de fracciones, al mismo tiempo que identifica la relación existente entre la modelación y el desarrollo de competencias matemáticas en el estudiante del quinto grado de educación primaria.

## 2.2 La modelación matemática

Desde hace ya varios años se ha hablado de la importancia que tiene el que el estudiante se apropie de los conceptos a través de la contextualización de los mismos, es decir, que la matemática se aplique, no sólo se conozca, que el docente propicie acciones que motiven al estudiante a la resolución de situaciones problemáticas reales, en las que éste sea capaz de utilizar los conocimientos que posee al mismo tiempo que cree las condiciones necesarias para que se formulen nuevos saberes.

En esta perspectiva el alumno es capaz de crear modelos que le permitan dar respuesta real a un problema real, razón por la cual se hace presente la llamada “modelación matemática”. Los modelos matemáticos surgen cuando existe la necesidad de responder preguntas de situaciones reales, cuando es menester tomar decisiones o hacer predicciones de algún hecho, cosa o fenómeno. (Trigueros, 2009).

Es necesario partir entonces del concepto de modelo. Blomhøj (2004, p. 146) lo concibe como “la relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática”, esto implica según el autor que cuando la matemática está siendo aplicada a una situación extra-matemática, se está haciendo uso de algún modelo ya sea de manera implícita o explícita pero para que el estudiante pueda experimentar con el modelo es indispensable que sea capaz de percibir el fenómeno modelado y los conocimientos matemáticos que están siendo utilizados.

Salett (2004) menciona que el modelo es un conjunto de símbolos que guardan relación con las matemáticas y que interpretan y muestran un fenómeno en cuestión o

problema realista. El desarrollar un modelo no sólo implica la activación de conocimientos previos sino que también se pone en práctica la creación, la investigación, el debate, el respeto en la toma de decisiones, la libertad en la búsqueda de saberes y la responsabilidad de obtener una respuesta que posibilite comprender y acrecentar los conocimientos.

Considerando las aportaciones de los autores anteriores, en la presente investigación se concibe al modelo como una representación de la realidad que se expresa a través de los saberes matemáticos y experiencias cognitivas del alumno, mismas que posibilitan un nuevo conocimiento, el trabajo a partir de modelos es denominado modelación matemática, término del que se hará uso en todo el desarrollo del presente estudio.

La modelación matemática ha surgido del interés mismo de la sociedad por mejorar el desarrollo y apropiación de conocimientos, se busca hacer que verdaderamente lo que se aprende y se practica en la escuela sea útil para el alumno y que le sirva de base para hacer frente a los retos de una sociedad heterogénea y cambiante. La modelación no busca la reproducción de modelos sino la creación y validación de ellos, no por parte del maestro, sino por medio de los propios estudiantes.

A través de los años se ha ido desarrollando la llamada matematización de la realidad, que no es otra cosa más que la actualmente denominada modelación matemática, la cual desde sus inicios consiste en emplear las matemáticas para describir, analizar, entender, comprender el mundo para poder actuar de manera responsable en él.



Trigueros (2009) plantea cuatro etapas históricas del desarrollo de los modelos matemáticos, la primera parte desde la época pitagórica en la Grecia antigua, en dónde se concebía que los números eran la forma más idónea y perfecta para describir el universo, la segunda la ubica en la revolución científica de Galileo, cuando se pensaba que las leyes de la naturaleza estaban escritas en lenguaje matemático y había que descifrarlas, la tercera etapa es denominada la visión mecanicista del universo, argumentaba que las matemáticas se desprendían de la naturaleza y estaban dentro de ella y por último la cuarta etapa, marcada desde principios del siglo XX, la cual interpreta a la modelación matemática como las formas de describir los fenómenos a partir de sus semejanzas con las estructuras matemáticas.

Al analizar las cuatro etapas históricas de modelación planteadas por Trigueros, se observa que todas ellas tenían un propósito en común y era tratar de explicar el mundo a través de la acción matemática, parte de ello prevalece aún en la actualidad, de ahí que han surgido nuevos personajes que pretenden definir con mayor claridad tanto el concepto como su injerencia dentro de la vida social del hombre.

La modelación matemática es considerada por Villa-Ochoa (2010, p.3) como “un proceso que al incorporarse en las clases de matemáticas ofrece diversas ventajas debido a las relaciones que establece entre las matemáticas y la “realidad” asociada a los contextos extraescolares”. El autor plantea la necesidad de que los estudiantes sean capaces de comprender la importancia de las matemáticas en su vida, en su entorno, en su relación con las demás ciencias, que desarrollen la habilidad y adquieran las

competencias necesarias para resolver problemas que afectan directamente a su contexto.

Sin embargo es necesario rescatar aquí el concepto de “realidad” puesto que trae consigo un gran número de significados, en este caso, la palabra será entendida como el contexto en el que el estudiante se enfrenta a la identificación y manipulación de datos, a la simplificación y abstracción de cantidades con miras a la construcción de un modelo que permita resolver un problema matemático.

De esta forma, la modelación matemática no trabaja de manera aislada sino que involucra todos los conocimientos que el alumno posee, además de la investigación, la percepción y la creatividad, puesto que su base es precisamente la intuición y a partir de ella es factible realizar el modelo.

Salett (2004) concibe a la modelación matemática como un proceso que permite al alumno no solamente aprender y aplicar las matemáticas, sino que también a mejorar su capacidad para leer, interpretar y dar respuesta a diversas situaciones problema que de alguna u otra forma tienen relación con sus formas de vida. El propósito de la modelación matemática es la obtención de un modelo que permita resolver un planteamiento entendiendo a éste como un conjunto de símbolos y relaciones de índole matemática que representa de alguna manera, el fenómeno que se encuentre en estudio.

La autora pone de manifiesto que para la creación y seguimiento de un modelo matemático es necesario la utilización de conocimientos tanto matemáticos como no

matemáticos que aunados a la interpretación clara del contexto permiten formular ideas que concluyan en la resolución de una situación problemática real.

Las actividades de modelación pueden motivar los procesos de aprendizaje y desarrollar en los alumnos la iniciativa para construir e interpretar importantes conceptos matemáticos.

Para Bosh (2006) la modelación matemática es simplemente una actividad humana más pero entendida desde dos aspectos el primero tiene que ver con “el saber hacer” en el que se engloba cierto tipo de problemas y/o cuestiones que se estudian, así como las diferentes formas y técnicas que se pueden emplear para resolverlos, es decir, tener la habilidad de poder idear y decidir el proceso a seguir para la resolución del problema. El segundo hace referencia al nivel de logros “el saber” y en él se describen, explican y justifican detalladamente cada una de las técnicas y/o procesos empleados en la obtención de los resultados que dieron respuesta al problema planteado y que dio origen a la modelación, es decir, aquí se fundamenta y da a conocer la teoría resultante.

Blomhøj (2004) conceptualiza a la modelación matemática desde dos campos, uno como teoría y el otro como práctica de enseñanza, el primero tiene sus fundamentos en las definiciones de modelo matemático, modelización y competencia en modelización, el segundo se fundamenta en tres argumentos:

- La modelización matemática une la experiencia de los niños con los contenidos matemáticos, aquí se justifica a la modelización matemática porque motiva al

aprendizaje de la matemática y la coloca como eslabón para entender las situaciones de su vida diaria.

- En las sociedades altamente tecnológicas las competencias para desarrollar y trabajar en modelos son de crucial importancia porque el uso y desarrollo de modelos matemáticos constituyen oportunidades y desafíos educativos.
- Los modelos matemáticos juegan roles muy importantes dentro de la sociedad basada en la tecnología porque contribuyen a su funcionamiento y formateado.

Este autor propone el trabajo de modelación matemática mediante el seguimiento de los puntos que se describen a continuación:

- 1.- Formulación del problema (identificar claramente qué se quiere resolver).
- 2.- Sistematización (localización de los principales aspectos que permitirán encaminar los trabajos de modelación).
- 3.- Traducción (transformar la información del problema en símbolos matemáticos).
- 4.- Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados (idear de qué manera se puede formular un modelo que permita dar respuesta consistente al problema, haciendo uso de sus saberes previos e investigación propia).
- 5.- Interpretación de los resultados y conclusiones (vinculación de los resultados con el problema de modelaje diseñado en un primer momento).
- 6.- Evaluación de la validez del modelo (valoración de la funcionalidad del modelo para la problemática planteada).

Cada uno de los aspectos debe seguirse cuidadosamente para evitar desviaciones y resultados poco relevantes en el tema de estudio.

Katja (2006) plantea que la modelación matemática es moverse entre la realidad y las matemáticas, es decir contextualizar los procesos y objetivos de aprendizaje, este proceso comienza cuando se tiene un problema real, auténtico que despierte en el estudiante el interés por analizarlo y buscar las alternativas de solución, este autor define cinco momentos en que se desarrolla de manera eficiente un modelo matemático: Planteamiento del problema, sistematización, estructuración e idealización del contenido y las posibles formas de su abordaje, la formulación del modelo matemático, la interpretación y evaluación de los resultados y finalmente la validación del modelo.

El autor rescata la importancia de que la modelación sea desarrollada en todos los centros y en todos los niveles educativos, dados los beneficios de aprendizaje que otorga tanto a los estudiantes como a los docentes. A los estudiantes porque les permite encontrar el sentido y aplicación del conocimiento de manera autónoma sin que tengan que acudir de manera constante con el profesor para que les diga qué hacer. A los docentes porque les posibilita la observación de avances y limitantes que posee cada alumno y diseñar de esta manera alternativas que les permitan superar sus deficiencias y acrecentar sus saberes.

Al respecto, Trigueros (2009) considera que la modelación matemática es hacer funcionales las matemáticas, que sean empleadas para describir, comprender y/o analizar el mundo, para desarrollar medios, técnicas y tecnologías que influyen activamente en las vivencias y en la concepción del entorno. En este caso plantea también que la modelación no es individualista, dado que se apoya en diversos aspectos que juntos permiten al estudiante el análisis y aplicación responsable de sus conocimientos, enfatiza

que es una forma en que el alumno desarrolle y ponga en práctica sus habilidades comunicativas, que debate, que investigue, que se forme juicios y aprenda a reconocer tanto sus errores como sus aciertos, que finalmente es la parte de mayor formación educativa.

El modelaje matemático de acuerdo a la perspectiva de Blum y Borromeo (2009), es ayudar a los estudiantes a entender mejor el mundo, a través de aspectos como el trabajo independiente, en ocasiones prácticamente individual, en donde el estudiante aprende de sus errores y crea procedimientos lógicos que le permiten hallar una solución al problema planteado, emplea entre otros, la motivación, la formación del concepto, la comprensión, el respeto, la comunicación y la activación cognitiva y meta-cognitiva de los aprendizajes.

Finalmente Flores (2009) concibe a la modelación como un proceso mediante el cual se logra encontrar y/o formular un modelo matemático que rescate cada uno de los datos obtenidos en el tratamiento de un hecho, fenómeno o situación real, misma que puede ubicarse dentro de cualquier campo de conocimiento. Es decir, la puesta en práctica de las habilidades del pensamiento que de alguna u otra forma interviene en la formación, análisis y aplicación del modelo en un contexto real que propiciará la comprensión de los conceptos matemáticos empleados en el proceso.

A razón de lo anterior, se entiende que la modelación matemática propone la vinculación de las matemáticas con el resto de las asignaturas, dado que es factible realizar un modelo en ciencias naturales pero en base a estrategias matemáticas, y es

aquí en dónde los conocimientos matemáticos estarán siendo útiles, logrando con ello un desarrollo integral de conocimientos.

De esta manera, se observa que cada uno de los autores mencionados rescata aspectos clave dentro de la modelación matemática, Villa-Ochoa (2010) hace énfasis en las relaciones entre la matemática y la realidad asociada a los contextos extraescolares, Salett (2004) involucra a la investigación, la percepción y la creatividad, Bosh (2006) considera a la modelación como una actividad humana, Blomhøj (2004) aborda la modelación desde dos ámbitos como teoría y como práctica de enseñanza, Trigueros (2009) plantea el desarrollo de técnicas y tecnologías, Blum y Borromeo (2009), es ayudar a los estudiantes a entender el mundo y Flores (2009) involucra a cualquier campo del conocimiento.

Sin embargo, bajo diversas perspectivas todos los autores mencionados coinciden en que la modelación matemática es un proceso dinámico que permite a los estudiantes hacer uso de sus conocimientos para crear modelos que les permitan resolver una situación problemática real, extraída de su contexto y que al mismo tiempo favorece en ellos la construcción de nuevos saberes, la habilidad para idear alternativas de solución, la emisión de juicios propios y la evaluación y autoevaluación del trabajo y de los logros de aprendizaje.

A razón de lo anterior, con el propósito de tener una mayor consciencia de lo que involucra la modelación matemática y después de haber realizado un análisis de cada una de las referencias aportadas por los diferentes autores mencionados y valorando las

características del grupo en el que se desarrolla la investigación, en el presente estudio se hace uso de la concepción brindada por Salett (2004), dado que los fundamentos, características y estructura que ella menciona responden a las necesidades del grupo en estudio y al nivel que poseen los estudiantes en cuanto al desarrollo de la habilidad para el trabajo autónomo, puesto que la propuesta constituye un primer acercamiento al trabajo académico a través del seguimiento de un modelo matemático.

En este caso la autora propone que para realizar la modelación matemática en la enseñanza, el profesor debe trabajar en dos aspectos importantes a los que ella denomina abordajes: el primero permite desarrollar el contenido programático a partir de modelos matemáticos aplicados a las más diversas áreas del conocimiento, esto para dar al estudiante un acercamiento al trabajo a partir del seguimiento de un modelo que ha sido empleado y evaluado en otros momentos. El segundo abordaje orienta a los alumnos para que hagan un trabajo de modelaje, es decir que después de que los estudiantes tuvieron un primer acercamiento con modelos ya aplicados y evaluados, les corresponde hacer uso de sus conocimientos y diseñar por sí mismos modelos que les permitan dar solución a las situaciones problema que se les presenten.

Cada uno de los abordajes descritos se explica detalladamente en la siguiente figura:



Abordaje	Etapas	Características
Primer abordaje	Exposición del tema.	Breve explicación sobre el asunto, inducir a los alumnos para que formulen preguntas sobre el tema abordado.
	Delimitación del problema	Selecciona una o más preguntas que le permitan desarrollar el contenido programático.
	Formulación del problema	Plantea el problema, construyendo hipótesis u organizando los datos de manera en que el contenido matemático que lo requiera.
	Desarrollo del contenido programático	Presenta el contenido programático (concepto, definición, propiedad, etc.) y establece una conexión con la pregunta que generó el proceso
	Presentación de ejemplos análogos	Presenta problemas análogos, ampliando el abanico de aplicaciones y evitando, así, que el contenido se restrinja al tema o problema presentado.
	Formulación de un modelo matemático y resolución del problema	Propone a los alumnos que regresen al problema que generó el proceso y lo resuelvan
	Interpretación de la solución y validación del modelo	Evaluar el resultado. Permite al alumno una mejor comprensión
Segundo abordaje	Elección del tema	Se forman equipos, máximo de cuatro alumnos y, cada uno elige un tema/asunto de acuerdo con su interés.
	Familiarización del tema de modelado	El profesor propone que elaboren una serie de preguntas y una síntesis de investigación para ser entregada.
	Delimitación del problema y formulación	Delimitado el problema o las preguntas seleccionadas, se pasa a formularlo a partir de la pregunta que requiere la matemática más elemental.
	Elaboración de un problema matemático	Una vez formulado el problema, se busca elaborar un problema que permita no sólo la solución de la cuestión en particular, sino también encontrar otras soluciones o efectuar previsiones.
	Organización del trabajo escrito y exposición	Divulgación del trabajo. Los equipos deben presentar el trabajo por escrito y oralmente, a los demás alumnos o a quienes les pueda interesar.

*Figura 2.* Abordajes y etapas de la modelación matemática de acuerdo a la propuesta de Salett (2004).

El principal sustento que la autora manifiesta a favor de su propuesta es que al realizarse primeramente el modelo guía, el alumno tiene una mejor comprensión del contenido a tratar, o bien, se le da una idea de lo que se quiere hacer en la propuesta metodológica y puede expresar dudas que lo ayudarán a realizar mucho mejor el modelo

del siguiente abordaje. Así también desarrollar esta actividad previa posibilita al docente para identificar los posibles inconvenientes de la realización del modelo y prevea situaciones que pudieran en determinado momento alterar los resultados del mismo o desviar el interés de los estudiantes al logro de los objetivos propuestos.

Realizar el segundo abordaje hará que el alumno actúe y que no sólo reciba sin comprender el significado de lo que se está haciendo, que actúe de acuerdo a su experiencia con el modelo previo, que investigue con mayor exactitud, que interprete y cree su propio conocimiento y desarrolle a la vez un sentido crítico esencial para la formulación y validación del modelo.

A razón de lo anterior, en el estudio la modelación será entendida como un proceso por medio del cual el estudiante describe, analiza y evalúa determinado fenómeno, en este caso, la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones a través de la creación de un modelo en el que pone en práctica todos sus conocimientos, habilidades y competencias que lo lleven a la obtención de resultados satisfactorios al mismo tiempo que estimulan su propio aprendizaje.

### **2.3 La enseñanza de matemáticas en primaria: lo “tradicional” y lo “actual”**

En la educación tradicional el maestro es el modelo y el guía al cual se debe imitar y obedecer, es el que se encarga de manera directa de organizar el conocimiento, bajo los lineamientos que él mismo le dé, realiza actividades que conducen al logro de objetivos de acuerdo a su método, un método que se aplica de igual forma para todos los

estudiantes sin importar ni valorar sus características y necesidades individuales. La escuela es concebida como un recinto aislado del que el mundo exterior no forma parte.

La pedagogía tradicional dice el autor “persigue un objetivo central, el de ordenar, ajustar y regular la inteligencia de los niños y ayudarlos a disponer de sus capacidades. La obediencia a las normas y reglas es una vía de acceso a los valores” (Salguero, 2009, p, 7). El autor enfatiza que en este tipo de educación es el maestro quien tiene el control del aprendizaje y de los medios para alcanzarlo, que no se respetan las individualidades ni la iniciativa y creatividad del alumno, pero rescata una de sus bondades y es precisamente el trabajo fincado en el respeto a las normas lo que constituye un alto desarrollo del valor moral.

Moreno (2009), plantea que la enseñanza tradicional de las matemáticas ha estado basada en la memorización y la repetición de procesos aritméticos, en este tipo de enseñanza la función del profesor es mostrar el conocimiento ante los estudiantes en una especie de conferencias en las que se pretende que todo el que las escuche obtenga un conocimiento, una cátedra en la que es el docente el que tiene la razón y es el único que conoce del tema, en el caso de las matemáticas el docente realiza los procedimientos, es decir, reproduce lo que él ha aprendido y la manera en cómo lo hizo, después simplemente le pide al alumno que lo vuelva a reproducir.

Este modelo tradicional continúa Moreno proporciona mucha importancia al uso de los signos matemáticos en operaciones matemáticas aisladas inventadas en su momento por el profesor, sin que necesariamente tengan alguna relación directa con el

entorno del alumno, en las que él necesariamente tiene que seguir los procesos que el maestro dijo que siguiera. El alumno desarrolla un aprendizaje pasivo y reproductivo y se pierde la iniciativa y la libertad de que sea el estudiante el que emplee sus propios medios, aplique sus conocimientos previos y modifique y/o acreciente sus saberes por sí mismo.

Al respecto Flores (2009) refiere que el actor principal dentro del proceso tradicional de enseñanza-aprendizaje es el profesor, puesto que es él quien decide qué va a enseñar, cómo lo va a hacer, de qué medios se va a auxiliar y bajo que lineamientos y reglas se desarrollará la didáctica, es decir que determina todo el proceso dejando por un lado las necesidades particulares de los alumnos, los requerimientos de aprendizaje del contexto, las limitantes y posibilidades de la institución. Finalmente es el encargado de decidir en última instancia quien aprendió matemáticas, quien se quedó a medio término y quien no alcanzó a desarrollar el conocimiento.

El papel del alumno dice Flores, consiste en escuchar, tomar notas, memorizar, resolver problemas descontextualizados bajo procedimientos definidos y bajo los mismos criterios de aplicación. Obedecer las indicaciones y procedimientos del maestro y producir lo que él quiere que se produzca.

Se comprende entonces que los saberes que el alumno obtiene a partir de este tipo de enseñanza no tendrán ningún significado para ellos, son aprendizajes que solamente le serán útiles en la escuela y sólo para realizar reproducciones de lo que el docente haga

sobre el tema, no podrá trasladar esos saberes a la realidad porque no los ha comprendido, ni mucho menos puede hacer frente a un problema.

La iniciativa del estudiante se ve limitada al igual que la creatividad y el desarrollo de habilidades y competencias. Dado que se trabaja como si el grupo fuera homogéneo, se pasan por alto las necesidades particulares de cada estudiante, considerando siempre lo que la mayoría de ellos ha logrado como un parámetro de alcances y saberes.

Es bueno mencionar que a pesar de las grandes limitantes que planteaba la pedagogía tradicional, también posee aspectos buenos, dado que la enseñanza era más estricta, basada en la aplicación de valores que propiciaban en los estudiantes un sentido de responsabilidad ante ellos mismos y ante la sociedad, la lectura y escritura era de mayor calidad. La parte noble de la enseñanza tradicional reside en que todo actuar era visto desde una posición cimentada en el reconocimiento y uso adecuado de los valores, aspectos que dignifican al ser humano.

De esta manera para Moreno (2009), “el aprendizaje mecánico no necesariamente es malo ya que el individuo en sus primeras etapas del desarrollo cognitivo lo utiliza”, al momento desde que el niño nace va aprendiendo de manera mecánica mediante repetición, por ejemplo en la formación del vocabulario. Aunque es necesario aclarar que el aprendizaje mecánico no actúa por sí mismo, ni se da en un vacío de conocimiento, sino que requiere necesariamente de un tipo de asociación que indique alguna eficacia con que el conocimiento es adquirido.

A razón de las grandes limitantes que se manifestaron a consecuencia de una educación tradicional y que no respondía a los requerimientos de la sociedad actual, el Gobierno Federal y la Secretaría de Educación Pública en México, han propiciado el desarrollo de planes y programas que valoren la participación del estudiante y lo formen como un ser competente, por lo que la Reforma Educativa plantea una organización de saberes gradual, caracterizada por el seguimiento en cada nivel educativo y orientado al desarrollo de competencias (SEP, 2011).

La enseñanza actual de la matemática que propone la SEP, introduce el término competencias para la vida como eje del proceso de enseñanza-aprendizaje, pretende que mediante las diversas estrategias que coordine el profesor, el estudiante desarrolle las diferentes habilidades que lo lleven a ser competente dentro de una sociedad que exige continuo avance.

En este caso las competencias que se encuentran de manera directa en el área de matemáticas son: Competencias para el aprendizaje permanente (comprensión lectora, del dominio de la cultura escrita y los medios y conocimientos para poder comunicarse en más de una lengua y sobre todo el aprender a aprender), competencias para el manejo de la información (orientadas a desarrollar estrategias que permitan al estudiante identificar, seleccionar, utilizar diferentes tipos de información, apropiarse de ella de manera crítica y utilizarla de acuerdo a sus necesidades y las competencias para el manejo de situaciones enfrentar los cambios, tomar decisiones, asumir consecuencias, actuar con autonomía, etc.).

Dichas competencias matemáticas se encuentran dentro del campo formativo llamado pensamiento matemático y están orientadas a que el estudiante desarrolle:

1.- “Una forma de pensamiento que les permita interpretar y comunicar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales”.

Esto es que el profesor genere un ambiente de aprendizaje en el que el estudiante tenga la posibilidad de reflexionar, formular, validar conjeturas, plantear interrogantes, emplear procedimientos y estrategias propias, a la vez que adquieran los saberes socialmente establecidos.

2.- “Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas”. Se busca entonces que el estudiante se apropie de los conocimientos ya establecidos por la sociedad, que desarrolle otros saberes a partir de los anteriores y que genere alternativas propias para resolver problemas de manera satisfactoria. Aspectos que precisamente corresponden a la concepción dada en este documento a la modelación matemática.

3.- “Una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica los ámbitos social, cultural, etc.”. Dicha actitud consiste en propiciar que se despierte en los alumnos la curiosidad, el interés, al mismo tiempo que consideren a la necesidad como eje de su propio aprendizaje orientado al planteamiento y resolución de problemas.

Las competencias para la convivencia y para la vida en sociedad también se encuentran involucradas en el área de matemáticas puesto que lo que se busca es la integridad del individuo. Se encuentran presentes sólo que de forma intrínseca.

García (2011) argumenta que asumir la enseñanza de las matemáticas para la formación y desarrollo de competencias implica un verdadero compromiso para generar en el alumno un deseo y voluntad de saber a través de la motivación, la cooperación, el trabajo cooperativo, el compromiso y la autoformación, es decir crear las posibilidades necesarias para que el estudiante actúe desde su “saber ser” evidenciando una actitud científica y cultural encaminada al desarrollo de las competencias matemáticas, despertando el deseo, la voluntad y el gusto por hacer uso de ellas.

De igual forma, es comprometerse a generar en el alumno el interés por la observación, la explicación, la descripción, la argumentación y el análisis de las situaciones, aplicando sus conocimientos dentro y fuera de los contenidos escolares, es decir incitarlo a expresar su “saber conocer” Así también desarrollar sus capacidades para habilitar en todo su potencial un “saber hacer” mismo que se manifiesta en la actuación y desempeño, en el uso transversal de conocimientos y el diseño de formas adecuadas para formular y resolver problemas no sólo en el contexto escolar sino en todos los ámbitos de su vida.

Ahora bien, si la enseñanza está orientada al logro de competencias, de la misma manera se debe orientar la evaluación. Por lo que ha surgido la preocupación de cómo hacerla. Al respecto López (2010) presenta un estudio en el que se analiza una secuencia



didáctica de una profesora y 15 alumnos de preescolar que cursan el tercer nivel, se realiza una evaluación de competencias desde una perspectiva socioconstructivista y situada en donde el modelo aplicado estuvo integrado por tres dimensiones: enfoque evaluativo, programa de evaluación y tareas de evaluación.

Los resultados demuestran que evaluar al estudiante a partir del desarrollo de competencias es un aspecto mucho muy difícil, puesto que es necesario estar al pendiente de la aplicación que los alumnos hagan de los conocimientos, dado que cada uno de ellos lo hace en situaciones y momentos diferentes.

El estudio efectuado es interesante y brinda un panorama general acerca de los diversos obstáculos que se enfrentan los docentes al tratar de evaluar de forma diferente a como se ha venido haciendo de forma tradicional, al mismo tiempo motiva al que lo lee a diseñar alternativas que permitan evaluar al alumno y al mismo proceso de enseñanza-aprendizaje bajo parámetros no efectuados en la pedagogía anterior.

**2. 3.1 Las fracciones en el plan y programa actuales (SEP; 2011).** El programa de matemática dentro del plan de estudios de Educación Primaria vigente, se encuentra dividido en 3 ejes, cada eje posee un apartado en donde se especifica el tema a tratar, otro espacio en donde se presenta el subtema, los conocimientos y habilidades que debe desarrollar el alumno, finalmente las orientaciones didácticas para el profesor.

A continuación en la siguiente tabla se presenta la organización de la asignatura:

Eje	Tema	Subtema	Habilidades que debe desarrollar el alumno	Orientaciones didácticas
Sentido numérico y pensamiento algebraico	Significado y uso de las operaciones	Problemas multiplicativos	Resolver problemas que impliquen multiplicar números fraccionarios y decimales por números naturales	Sugerencias para abordar el contenido
Forma espacio y medida	Figuras	Figuras planas	Trazar triángulos y cuadriláteros mediante recursos diversos.	Sugerencias para abordar el contenido
Manejo de información	Representación de la información	Búsqueda de la información	Elaborar, leer e interpretar tablas de frecuencias	Sugerencias para abordar el contenido

*Figura 3. Organización del programa de matemáticas 5° 2011*

Como se puede apreciar en el cuadro de información, el tema que nos ocupa en este estudio y que corresponde a las fracciones, se encuentra dentro del primer eje denominado sentido numérico y pensamiento algebraico.

Al realizar el análisis del Plan y Programas SEP (2011), en el área de matemáticas se encuentra que el tema de las fracciones se aborda desde los primeros grados, el alumno se inicia con nociones de seriación, clasificación, reparto, etc., aspectos que constituyen la base para el desarrollo del conocimiento referido a las fracciones. En este sentido, De León y Fuenlabrada (1996) plantean que “las situaciones de reparto son particularmente importantes porque propician en los niños el desarrollo de las habilidades de subdivisión en partes iguales y de manera exhaustiva”, si desde los primeros grados en la escuela, se desarrollan este tipo de actividades de manera consciente y significativa para el estudiante, mejores serán los logros que se obtengan en la interpretación, identificación y uso de las unidades fraccionarias.

Ríos (2011, p. 12) menciona que “uno de los conceptos matemáticos que ocupa un amplio espacio en los Subsistemas de Primaria y Secundaria es el de las fracciones”. Las fracciones son una estructura de riqueza y complejidad que se pueden aplicar en una gran diversidad de contextos, entre ellos, se encuentran la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. En cada uno de estos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados. Las fracciones pueden ser entendidas desde una perspectiva de reparto equitativo, como una o varias partes del objeto de referencia y/o como operador aritmético, esto dependiendo del medio y desarrollo cognitivo del individuo.

Las fracciones, constituyen un conocimiento esencial para el estudiante por lo que además de tener varias interpretaciones, tiene múltiples relaciones con otros conceptos, como el de proporción y el sistema de numeración decimal, y con otros procedimientos, como la regla de tres y la división. Por ello, es prácticamente obligatorio que todos los alumnos desde el nivel de educación primaria hasta el nivel superior, se apropien del conocimiento.

Razón por la cual, se hace indispensable su tratamiento de manera formal en las instituciones educativas mediante actividades didácticas que estén orientadas al desarrollo de competencias establecidas y esclarecidas en el plan y programas de estudio 2011, que respondan a las necesidades actuales de la sociedad al mismo tiempo que posibiliten al docente una alternativa de evaluación encaminada a caracterizar en cada alumno las competencias que ha desarrollado en un momento y tiempo determinado.

## **2.4 La modelación matemática como método de enseñanza**

La importancia de la educación en nuestros días, hace necesaria la identificación de los elementos que influyen en el logro de los objetivos curriculares. Diversos son los elementos que se encuentran inmersos en el proceso, la función del docente y los medios que emplea para las actividades diarias en el aula. Uno de ellos y de gran importancia es el método.

Por ello, y ante las limitaciones que se han detectado de la funcionalidad de los métodos basados en la actividad del docente y la pasividad del alumno, han surgido diversidad de propuestas y alternativas que tratan de modificar la enseñanza-aprendizaje orientándola a un mejor desarrollo de conocimientos destinados a hacer frente a la sociedad actual.

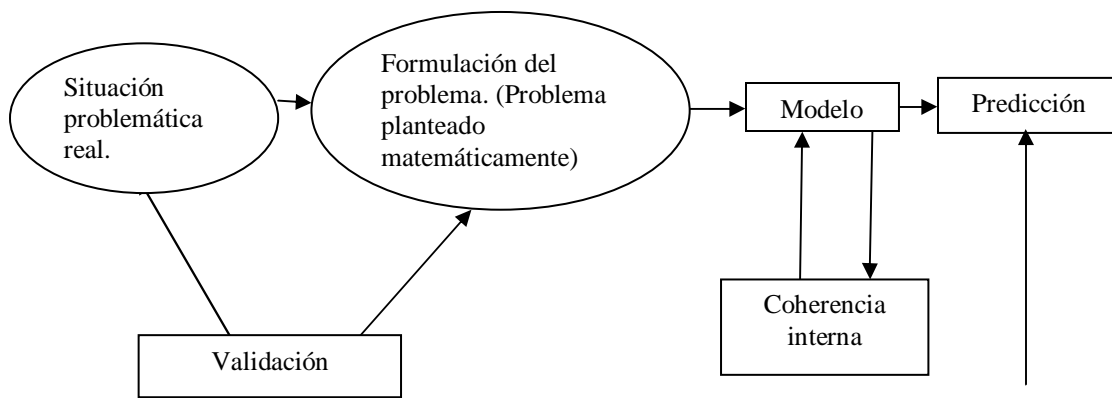
Kaiser (2006) argumenta que la modelación matemática vista como método de enseñanza está dirigida a alcanzar cuatro metas importantes, la primera es llamada meta pedagógica y se refiere al desarrollo de las habilidades del estudiante encaminadas a entender de mejor forma los aspectos centrales que caracterizan al mundo. La segunda es la meta psicológica, la cual dirige sus medios de aprendizaje a motivar y despertar en los estudiantes una actitud activa hacia las matemáticas. La tercera la constituyen las metas relacionadas en tema, es decir, la estructuración, procesamiento e introducción de nuevos conceptos matemáticos, por último se encuentran las metas relacionadas en ciencia las cuales hacen referencia a la valoración de los nuevos conceptos como parte de la teoría de las matemáticas.

Sin embargo el autor expresa que conforme se va avanzando en el conocimiento de las estructuras de modelación matemática tanto las perspectivas de entendimiento como sus metas pueden ir cambiando, dándole mayor sustento a su aplicación dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este interés por modificar para bien las formas de enseñanza y propiciar un conocimiento útil y aplicable a la realidad del alumno Salett (2004, p.118) plantea que “la modelación matemática puede ser utilizada como método para desarrollar el contenido programático (método de enseñanza) o como un método para enseñar a los alumnos a hacer la modelación (método de investigación)”

La autora considera que tanto en la investigación como en la enseñanza, la modelación cumple una función de promoción del conocimiento matemático y propicia que el estudiante desarrolle la habilidad para aplicar esos saberes en otras áreas del conocimiento, en otras palabras, permite al individuo desarrollar de manera eficiente y duradera sus potencialidades, haciendo que su conocimiento sea crítico, significativo e independiente, fincado en sus propios méritos, diseños y logros.

De igual forma Villa, (2009) considera que la modelación matemática puede ser vista desde diferentes perspectivas, si se ve como proceso es considerarla como una serie de pasos, acciones, fases o momentos que se realizan para la construcción, seguimiento o interpretación de un modelo, mismo que no puede ser abordado de manera instantánea en una sola clase, lo cual se detalla en la siguiente figura:



*Figura 4.* Elementos básicos de la construcción de modelos citado por Villa (2009) y presentada en MEN (1998, p. 97)

Con la aplicación de la modelación matemática, se espera que el alumno tenga la posibilidad para crear, organizar y aplicar estrategias que permitan la integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento, es decir que el estudiante desarrolle los aspectos necesarios que le posibiliten aplicar sus conocimientos matemáticos en el diseño de un modelo que le facilita comprender y resolver otras situaciones en asignaturas diferentes y no exclusivamente en matemáticas.

Es necesario hacer ver al estudiante que los contenidos matemáticos son aplicables y útiles en todos los campos del conocimiento, que no necesariamente tiene que estar en una clase de matemáticas para hacer uso de sus conceptos, teorías, procesos, etc., sino que identifique la utilización de las matemáticas en todas las acciones de su vida diaria y la influencia que éstas tienen en su desarrollo tanto personal como profesional y social. Al mismo tiempo que desarrolla la capacidad para leer, interpretar, formular y resolver problemas, haciendo uso de todos los recursos necesarios, incluso de la tecnología, del mismo modo se activa en el estudiante la capacidad para sentirse útil dentro de un grupo,

de valorar cada una de las participaciones de los demás integrantes y de formar sus saberes apoyado en los conocimientos de los demás.

El trabajo a través de la modelación matemática posee múltiples bondades abordadas en espacios anteriores de este estudio y al mismo tiempo rescata el desarrollo de competencias que de acuerdo a lo expresado por Rodríguez 2012, se resumen en:

Competencias para:
<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar su realidad, traducirla y transformarla en una estructura matemática, digna de ser tratada.</li><li>• Interpretar los modelos matemáticos propios y de sus compañeros, expresándolos en la realidad en que se desarrollan.</li><li>• Manipular las expresiones matemáticas del modelo para alcanzar los objetivos planteados desde el inicio del modelo.</li><li>• Crear un modelo real representando e interpretando datos relevantes en el proceso</li></ul>

*Figura 5.* Competencias desarrolladas a través de la modelación matemática, expresadas por Rodríguez (2012)

De igual forma y trasladando esas competencias al ámbito del plan y programas de estudio 2011, la modelación matemática propicia que los estudiantes desarrollen un conocimiento útil en su entorno, coadyuva a que se formen como seres competentes en el manejo de información y situaciones para la convivencia y la vida social, logrando se esta forma un aprendizaje permanente y duradero, útil en la sociedad.

En el caso de la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones a través de la modelación matemática, se espera que el alumno desarrolle las competencias matemáticas referidas al manejo de información y al manejo de

situaciones para enfrentar los cambios, mismas que se encuentran dentro del campo formativo titulado “Pensamiento Matemático” y al mismo tiempo, se inicien en el desarrollo de las competencias propias de la modelación matemática, como son: la identificación de la realidad para traducirla y manifestarla en un modelo, la creación de un modelo real identificando y representando la relevancia de los datos y la manipulación de las expresiones matemáticas del modelo para alcanzar los objetivos.

La modelación matemática como medio de enseñanza ha sido aplicada en diversos temas y niveles educativos, en el nivel superior es posible mencionar a la aplicación realizada por un colectivo de 15 profesores del departamento de Matemáticas, del Tecnológico de Monterrey, Nuevo León., México y presentada por Rodríguez (2012) en tema de ecuaciones diferenciales, en este estudio se presenta como objetivo dar a conocer de que manera las competencias de modelación y uso de tecnología se desarrollan y aplican en el tema de ecuaciones diferenciales.

Los resultados de la investigación demuestran buenos resultados de aprendizaje por parte de los alumnos puesto que se alcanzaron los objetivos que se tenían previstos para la clase, el uso de la tecnología fue un apoyo importante y apto para el desarrollo de competencias tecnológicas y se alcanzó el nivel esperado de desarrollo de competencias de modelación.

En el nivel de Educación Primaria no se encontró ningún estudio o investigación que hiciera alusión específica a la modelación matemática como método de enseñanza. En el Plan y Programa de estudio 2011 se expresa que es necesario modelar con los



estudiantes para facilitar el desarrollo y aplicación de sus conocimientos pero no específica a la modelación matemática como método de enseñanza. Aunque cabe aclarar que dada la libertad que el mismo plan otorga al docente para que por sí mismo busque y/o cree las situaciones de aprendizaje, puede incluirse a la modelación matemática o a otro método dentro de los procesos de enseñanza y tratamiento de los contenidos de aprendizaje.

**2.4.1 Función del alumno y del profesor en la enseñanza y aprendizaje a través de la modelación.** Considerando a la modelación matemática como un método en la enseñanza, es muy importante esclarecer la función específica del profesor, del alumno y de los diversos elementos que coadyuvan al proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo en este estudio solo se tratará del papel que le corresponde realizar al profesor y a los estudiantes, dado que son los elementos indispensables dentro del proceso y son ellos quienes directamente se ven afectados o beneficiados con los resultados de aprendizaje.

En el siguiente esquema se visualiza con mayor claridad el rol tanto del profesor como del alumno dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, haciendo un comparativo entre la enseñanza tradicional y la modelación matemática.

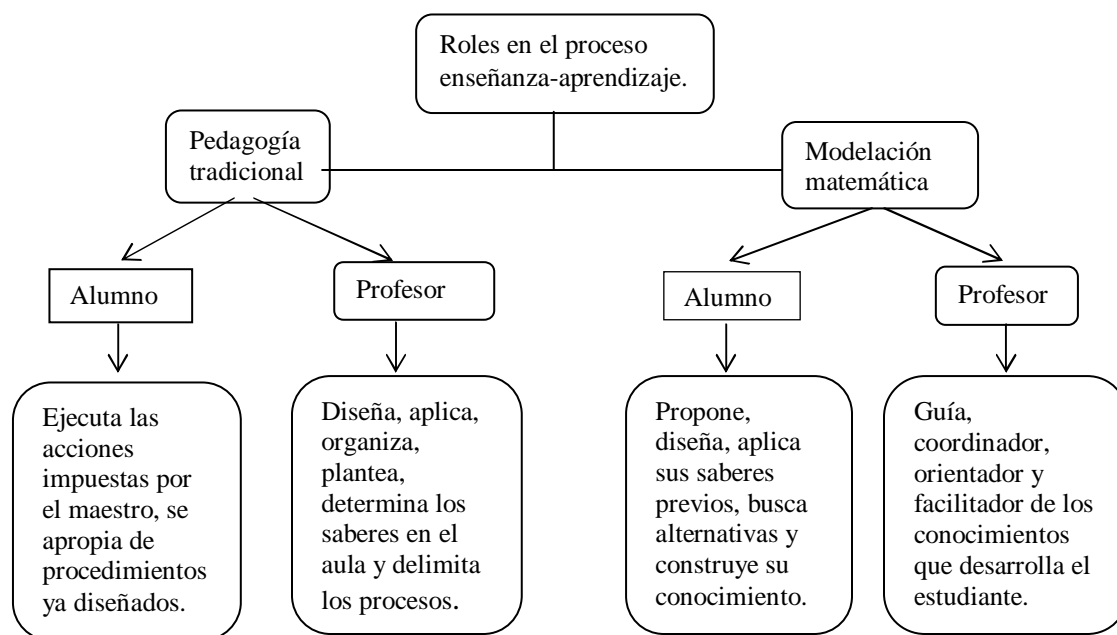


Figura 6. Cuadro comparativo del rol del profesor y del alumno durante la modelación.

**2.4.2 La modelación matemática y la resolución de problemas.** Con la enseñanza basada en problemas se pretende que los estudiantes logren desarrollar las habilidades necesarias que lo harán valorar, comprender y aplicar las matemáticas. Para que un estudiante aprenda a resolver problemas es indispensable que se adquieran formas de pensamiento acordes a la actividad matemática, así también los hábitos de persistencia, es decir, que el estudiante no se limite a cierto número de intentos sino que se interese de manera completa, que no se desanime cuando algún resultado está erróneo, sino por el contrario que un error le sirva de motivación para que intente múltiples veces la búsqueda de resultados.

Sepúlveda (2009) propone la resolución de problemas como una actividad fundamental que los estudiantes deben realizar de manera individual y colectiva. Con la

resolución de problemas, se propicia al medio necesario para efectuar una enseñanza orientada al logro de un conocimiento significativo, en el que intervienen diferentes procesos de pensamiento como la búsqueda de conexiones, el empleo de distintas representaciones, la necesidad de justificar los pasos dados en la resolución de problemas y la comunicación de los resultados obtenidos.

La enseñanza por resolución de problemas que plantea la modelación matemática pone énfasis en los procesos de pensamiento, favorece la autonomía, el entendimiento de resolución y el reconocimiento de múltiples soluciones. Como procedimiento la resolución de problemas tiene la finalidad de trabajar su aprendizaje por medio de la investigación y con los aprendizajes previos, es decir, conectar y aplicar dichos aprendizajes con las matemáticas que se conocen y que se conocerán (Villalobos, 2008).

De igual forma Penalva (2010, p. 24) manifiesta que “la resolución de problemas tiene su complemento ideal en el planteamiento de problemas, ya que el trabajo de los estudiantes cuando resuelven y plantean problemas de matemáticas proporciona información sobre los procesos de construcción y uso del conocimiento” a partir de lo anterior es posible interpretar que al plantear y resolver un problema el estudiante pone en juego todos sus conocimientos y habilidades, siendo una actividad idónea para verificar el uso que se da el aprendizaje.

En este caso, la modelación será orientada a la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones y que se vincule con la realidad extra-

matemática (“realidad”) y se tendrá como objetivo el visualizar de qué manera ésta influye en el desarrollo de las competencias matemáticas del alumno.

En resumen, la enseñanza de las matemáticas ha ido evolucionando constantemente, a lo largo del tiempo han surgido propuestas de enseñanza orientadas a propiciar un mejor conocimiento y aplicación en la materia. En la presente investigación se hace uso de la modelación matemática entendida como método que posibilita el desarrollo de competencias matemáticas en el tema de la resolución de problemas que implican el uso de la multiplicación de fracciones. Para lo cual y en base a los argumentos expresados en el capítulo se retoma la propuesta de modelación planteada por Salett (2004), dado que la estructura que propone se apega a las características del grupo en estudio y las alternativas de aplicación y evaluación se vinculan al trabajo académico orientado al desarrollo de competencias.

Ya en el siguiente capítulo se desglosan cada uno de los aspectos metodológicos que sustentan el estudio.

## **Capítulo III. Método**

El presente capítulo da al lector un panorama general de la metodología empleada en la investigación, se explica por qué se decidió trabajar bajo un enfoque cualitativo y los fundamentos del corte exploratorio descriptivo. Aquí se detallan los aspectos que integran la secuencia de modelación desarrollada en el estudio y los argumentos del porqué fue elegida respecto a otras propuestas similares. Además se plantean las fases en que se realizó el estudio y las categorías e indicadores del mismo; al mismo tiempo que se realiza la fundamentación para el diseño y aplicación de los instrumentos de recolección de datos, los procedimientos para el análisis de información y se hace énfasis en la triangulación de datos, mismos que serán empleados para el reporte del estudio.

### **3.1 Método de la investigación**

De acuerdo con Mina (2009) la ciencia nació en el momento mismo en que el ser humano sintió curiosidad por entender el mundo que le rodeaba, aspectos como la percepción y el instinto de supervivencia fueron dirigiéndolo hacia la investigación y el conocimiento. Sin embargo la investigación no actúa sola puesto que requiere de diversos elementos que contribuyen al logro de los objetivos propuestos, uno de ellos es el método. Borrego (2009) concibe al método como una secuencia de pasos o acciones fundamentadas y reglamentadas que permiten avanzar hacia el conocimiento.

En la actualidad existen diferentes métodos mismos que son interpretados, seleccionados y utilizados de acuerdo al objetivo y características del tema de investigación. Entre ellos se encuentran el cualitativo, cuantitativo y mixto.

El método cualitativo utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación, el cuantitativo emplea la recolección de datos para comprobar hipótesis generadas por el investigador en un primer momento del planteamiento del problema de estudio, hace uso de la medición numérica y el análisis estadístico para establecer ideas, patrones o comportamiento y probar teorías. El mixto se beneficia de las bondades de ambos métodos para conseguir resultados más significativos en un proceso investigativo, por tanto lejos de estar alejados o ser opuestos, se complementan (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

En el presente estudio el método es considerado como guía y sustento de las acciones planteadas en el proceso de recolección y análisis de datos, orientado en todo momento a dar respuesta satisfactoria a la pregunta de investigación. ¿Qué relación existe entre la implementación de la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas para resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones?

Se eligió realizar un estudio cualitativo con un alcance exploratorio-descriptivo. Cualitativo porque no busca comprobar teorías o hipótesis y la valoración de los resultados no se realiza de forma numérica sino descifrando y dando conclusiones a

partir del somero análisis de los datos obtenidos en el mismo lugar de los hechos.

Exploratorio porque constituye un problema que ha sido poco estudiado y que requiere mayor información de campo para su análisis y descriptivo porque se detallan los procesos que se siguieron para hacerlo.

La investigación fue dirigida bajo este paradigma puesto que una de las características esenciales del método cualitativo es ver las cosas desde la perspectiva de las personas que están siendo estudiadas, que el investigador se desligue de todos sus pensamientos y creencias, que reconozca y adopte las de los sujetos en estudio y que se libre de todo aquello que le obstaculice la comprensión de los seres en observación. Por lo cual, el papel del investigador se convierte en una ardua tarea en donde sus características personales e ideológicas pasan a un segundo término

**3.1.1 Propuesta de modelación diseñada para la investigación.** En base al análisis realizado en el capítulo dos acerca de las diferentes concepciones de modelación se determinó realizar la aplicación de la modelación matemática propuesta por Salett, (2004), misma que como ya se detalló anteriormente se basa en dos abordajes, el primero a manera de muestra e inicio de los alumnos en la metodología de modelación matemática, puesto que permite desarrollar el contenido programático a partir de modelos que ya han sido empleados en otras áreas del conocimiento y el segundo orienta a los alumnos para que a partir de la experiencia y sus conocimientos hagan un trabajo de modelaje. En la siguiente tabla se muestra la secuencia de actividades diseñadas para abordar el contenido, considerando como base la propuesta de Salett (2004).

Abordaje	Etapas	Características
Primer abordaje	Exposición del tema.	Empezar la clase haciendo una breve exposición sobre la cría de vacas lecheras y la producción de queso fresco en la localidad.
	Delimitación del problema	Junto con los alumnos plantear cuestiones sobre el tema y elegir tres interrogantes que permitan llevar el contenido matemático a tratar. En este caso, la multiplicación de fracciones.
	Formulación del problema	Formular el problema, interpretar la información que contiene, buscar relaciones entre los datos, las variables y los requerimientos de las preguntas seleccionadas anteriormente.
	Desarrollo del contenido programático	Presentar a la multiplicación de fracciones como alternativa para resolver el problema. Ejemplificación del procedimiento para realizar la multiplicación de fracciones.
	Presentación de ejemplos análogos	Plantear dos problemas análogos para ejemplificar el campo de acción de la multiplicación de fracciones.
	Formulación de un modelo matemático y resolución del problema	Resolver el problema planteado en un inicio, empleando la multiplicación de fracciones.
	Interpretación de la solución y validación del modelo	Evaluar el resultado. Llevar a los estudiantes con un productor de queso fresco y comparar la información y datos resultantes con la información que proporcione.
Segundo abordaje	Elección del tema	Realizar la integración de equipos de trabajo (cuatro integrantes) considerando las habilidades y competencias observadas en cada uno de los alumnos, tratando de que los equipos tengan igual número de oportunidades. Solicitar a cada equipo elija alguna situación de su interés y se indica que deberán obtener información acerca del tema a través de bibliografía o referencias especializadas.
	Familiarización del tema de modelado	En esta etapa los equipos de trabajo ya deberán contar con la información suficiente para estar familiarizados con el tema de investigación. Es momento entonces de solicitarles una síntesis de la investigación que servirá al profesor para enterarse del tema y seleccionar tres preguntas para cada equipo.
	Delimitación del problema y formulación	En este aspecto ya se encuentra delimitado el problema y las preguntas han sido seleccionadas, lo que corresponde ahora es formularlo a partir de la interrogante apegada al desarrollo del contenido programático rescatando la matemática elemental.
	Elaboración de un problema matemático	Elaborar un modelo matemático que permita la resolución del problema, no sólo bajo un proceso sino plantear varias soluciones.
	Organización del trabajo escrito y exposición oral.	Presentar de forma escrita el trabajo realizado y exponerlo en un primer momento a sus compañeros del grupo y en un momento posterior a los padres de familia.

*Figura 7.* Metodología propuesta por Salett (2004) para el trabajo a través de la modelación matemática orientada a la temática de estudio.



La metodología diseñada está orientada a que el alumno del quinto grado desarrolle competencias tanto matemáticas como de modelación, entre las competencias matemáticas se encuentran: el manejo de información y de situaciones para enfrentar los cambios, mismas que se encuentran dentro del campo formativo titulado “Pensamiento Matemático”. Entre las competencias de modelación es posible mencionar a la identificación de la realidad para traducirla y manifestarla en un modelo, la creación de un modelo real identificando y representando la relevancia de los datos y la manipulación de las expresiones matemáticas del modelo para alcanzar los objetivos.

### **3.2 Participantes en el estudio**

El proceso de investigación con paradigma cualitativo en el que se basa el presente estudio requiere necesariamente de elementos previamente definidos y que son indispensables para la recolección de datos. Uno de ellos es la población, misma que es entendida por Hernández, Fernández y Baptista, (2006) como un grupo de casos en los que existen concordancias en determinadas situaciones o características. En esta investigación la población es entendida como aquellos elementos que de acuerdo a sus caracteres se encuentran identificadas con el problema en estudio y que constituyen la parte indispensable en la que se realiza de manera directa la investigación en el aspecto de recolección de datos.

Considerando la importancia de la población y dado que el presente estudio pretende identificar la relación que existe entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas que impliquen

multiplicación de fracciones en el quinto grado de educación primaria, la población la constituyen todos los estudiantes que cursan el quinto grado de una escuela pública en la ciudad de Oaxaca, misma que es la única a que se tuvo acceso. Sin embargo, Hernández (2006) plantea que es necesario delimitar la población mediante la selección de subgrupos que de acuerdo a sus características y objetivos de la investigación son los participantes idóneos en la obtención de datos. Se pretende entonces que el subgrupo que se integre sea un reflejo fiel del conjunto de la población.

De esta manera surge la necesidad de seleccionar una muestra misma que es de tipo no probabilística, dado que su elección no dependió de medios de probabilidad, sino que fue elegida porque constituyen un grupo de conveniencia, puesto que es el único a que se tuvo acceso para la investigación. De esta forma para la investigación se elige a 10 alumnos que constituyen el 62.5 % del total del grupo.

Dado lo anterior y considerando las características del método cualitativo, la propuesta de modelación planteada por Salett, (2004), así como la interrogante de investigación, se diseñaron y emplearon algunas técnicas cualitativas entre las que se encuentran: el cuestionario a los alumnos y la observación participante y entre los instrumentos se encuentran las notas de campo y la bitácora de análisis.

### **3.3 Instrumentos de recolección de datos**

La recolección de datos es indispensable tanto en investigaciones de corte cualitativo como cuantitativo, lo que cambia es el enfoque de su propósito. El estudio que nos ocupa es de corte cualitativo por lo que el investigador realizó sus registros

informativos desde el lugar mismo en que se desarrollaron los hechos. La problemática se dividió para su estudio en tres temas, mismos que se detallan en las siguientes figuras de información.

<p>Tema 1.- Dificultades que manifiestan los alumnos al resolver problemas matemáticos cuya solución se encuentra en una multiplicación de fracción.</p> <p>Relación con las demás categorías: Esta categoría buscó tener bien identificadas las dificultades a las que principalmente se enfrentan los alumnos del quinto grado al resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, mismas que sirvieron como parámetro para detectar en un segundo momento el nivel de desarrollo de competencias matemáticas.</p>		
Categorías	Indicadores	Posibles aspectos para valorar en las fichas de campo y de observación.
<p>Uso de la multiplicación de fracciones en la resolución de problemas.</p>	<p>Significado que los alumnos dan a la multiplicación de fracciones.</p> <p>Interpretación de los datos y la relación de la interrogante con la información proporcionada en el planteamiento.</p> <p>Procedimientos de resolución que emplean los estudiantes</p>	<p>Concepción que tienen los alumnos de la multiplicación de fracciones.</p> <p>Cómo interpretan los alumnos la información de un problema matemático.</p> <p>De qué manera los alumnos relacionan la pregunta clave del problema con la información que se presenta en ése mismo problema.</p> <p>De qué manera utilizan los estudiantes sus conocimientos previos de multiplicación de fracciones en la resolución de problemas.</p> <p>Habilidades matemáticas que demuestran los estudiantes al resolver el problema.</p> <p>Competencias matemáticas que se observan en los estudiantes.</p>

*Figura 8.* Primer tema, categorías e indicadores de él.

Tema 2.- Identificar las competencias matemáticas que aplican y desarrollan los estudiantes del quinto grado, al resolver problemas de multiplicación de fracciones a través de la modelación matemática.

Relación con las demás categorías: Estas categorías proporcionaron información en un primer momento acerca de las competencias que han desarrollado los estudiantes en la resolución de problemas con multiplicación de fracciones y en un segundo tiempo las competencias que aplicaron al desarrollar el trabajo de resolución de problemas haciendo uso de la modelación matemática.

Categorías	Indicadores	Ejemplo de reactivo en cuestionario
<p>Competencias matemáticas que aplican los estudiantes del quinto grado al resolver problemas matemáticos que hacen uso de la multiplicación de fracciones.</p> <p>Competencias matemáticas que desarrollan los estudiantes del quinto grado al resolver problemas matemáticos a través de la modelación.</p>	<p>Uso de saberes previos de los alumnos al resolver problemas matemáticos que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones.</p> <p>Competencias que ponen en práctica los estudiantes del quinto grado al realizar la multiplicación de fracciones.</p> <p>Competencias matemáticas que desarrollan los estudiantes en la resolución de problemas con multiplicación de fracciones.</p>	<p>¿Qué información de la que se encuentra en el problema matemático resuelto, te dio una idea de cómo resolverlo? (Opciones de acuerdo al problema que se haya elegido)</p> <p>¿Qué parte del problema que se te presentó para resolverlo, fue la más fácil para ti? (misma aclaración anterior)</p> <p>Después de haber resuelto el problema matemático ¿crees que mejoraste tu conocimiento? A) Si B) No C) Un poco D) Bastante</p> <p>Durante el ciclo escolar vas a resolver muchos problemas parecidos al que acabas de resolver ¿crees que lo que realizaste hoy te va a servir para hacerlo?</p> <p>Mismos indicadores anteriores.</p>

Figura 9. Segundo tema, categorías e indicadores de él.

Tema 3.- Detectar las ventajas de la modelación matemática como forma de enseñanza en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones.		
Relación con las demás categorías: en esta parte se efectuó el análisis de los resultados obtenidos en las categorías anteriores y se detectaron las ventajas del uso de la modelación matemática en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones.		
Categorías	Indicador	Ejemplo de reactivos en cuestionario.
La modelación matemática como método de enseñanza en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones.	Comprensión de la multiplicación de fracciones como parte de un problema matemático.	Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a desarrollar mis propias estrategias para encontrar la solución. a) Totalmente de acuerdo. b) De acuerdo. c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo. d) En desacuerdo. e) Totalmente en desacuerdo.
	Grado de aprehensión de los conceptos matemáticos del estudiante.	
	Conocimiento y sentido crítico que manifiesta el alumno en la evaluación de los modelos matemáticos realizados.	Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a comprender la situación del problema y llevarlo a mi realidad. (Mismas opciones de respuesta)
		La modelación matemática contribuye a que pueda interpretar, plantear y resolver problemas reales aplicables en mi contexto. (Mismas opciones de respuesta)
		El trabajo académico mediante el uso de la modelación matemática me apoya a desarrollar la habilidad para buscar, seleccionar, evaluar y organizar información. (Mismas opciones de respuesta)
		Resolver problemas mediante la modelación matemática contribuye a que tenga autonomía en mis decisiones. (Mismas opciones de respuesta)
	El uso de la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje, la colaboración, la democracia, la libertad y el respeto. (Mismas opciones de respuesta)	

Figura 10. Tercer tema, categorías e indicadores de él.

Para que cada uno de los aspectos diseñados en la tabla pudiera ser efectuado necesariamente se requirió de recursos humanos, en este caso se hizo uso de 10 alumnos que integran el quinto grado, de una Escuela Primaria semi-urbana del estado de Oaxaca.

Hernández (2006) plantea que una de las características fundamentales del proceso cualitativo es que el propio investigador es quien mediante diversos métodos o técnicas recoge los datos, no sólo analiza sino que es el medio de obtención de la información. En la figura 14 se detallan las técnicas de recolección de datos empleadas en el estudio.

N/P	Técnicas de recolección de datos	Momento de aplicación
01	El cuestionario a los alumnos	Aplicar también como parte del estudio en dos momentos, puesto que son dos formatos con variantes entre sí, el primer momento es el antes de la aplicación de la modelación matemática como proceso y el segundo al igual que la entrevista focal, después del trabajo con la modelación matemática.
02	Observación participante	Aplicar durante la realización de todo el estudio, procurando realizar las observaciones de acuerdo a las categorías de análisis e indicadores para su análisis.

*Figura 11.* Técnicas y momentos de recolección de datos.

Con el propósito de recabar los mayores datos posibles y poder tener elementos suficientes que permitieran dar respuesta a la pregunta de investigación planteada, se diseñaron algunos instrumentos entre los que se encuentran las notas de campo y la bitácora de análisis. En el siguiente cuadro de información se especifican las características y fundamentos de los instrumentos diseñados.

N/P	Instrumento	Descripción	Justificación
01	Notas de campo	Relatos descriptivos en que se registra objetivamente lo que está sucediendo en el momento de los hechos. Mayan (2001, p. 14) menciona que: “Las notas de campo han de describir las reflexiones del investigador, sentimientos, ideas, momentos de confusión, corazonadas etc., e interpretaciones sobre lo que se observa”	Ayudan al investigador a organizar sus observaciones y a recordar detallada y literalmente los aspectos dados en la investigación. Mayan (2001)
02	Bitácora de análisis	Es un registro de observaciones en cuanto al método, problemas en el proceso, ideas y comentarios del investigador.	Su función es documentar el proceso de análisis y las propias reacciones del investigador.

*Figura 12.* Instrumentos a emplear en la investigación. Hernández (2006), Mayan (2001).

Cada uno de las técnicas e instrumentos descritos en las figuras 13 y 14, se encuentra en el espacio correspondiente a los apéndices.

**3.3.1 Prueba piloto.** Con el propósito de determinar si los instrumentos cumplían o no con el nivel de confiabilidad y credibilidad indispensable en el proyecto de investigación, se aplicó una prueba piloto, misma que es entendida por Hernández (2006) como la aplicación de cada instrumento seleccionado para la obtención de datos en una investigación a sólo algunos elementos del grupo en estudio. Los elementos que integraron la prueba piloto son: Cuestionario a los alumnos, resolución de problemas matemáticos en donde se hace uso de la multiplicación de fracciones y notas de campo para el registro de lo que sucede en el momento de la resolución del problema presentado en el punto anterior.

Para evaluar la confiabilidad de los instrumentos de recolección se empleó la aplicación de los mismos instrumentos a cuatro de los 10 alumnos seleccionados, se observó si en algún momento la información que proporcionaron estaba muy alejada y/o

cercana a lo expresado en un primer momento. En el caso particular de la investigación, cada instrumento fue puesto a prueba cuatro veces, se dio un lapso de 6 días entre una aplicación y otra.

En cuanto a la validez, ésta fue determinada mediante la correlación entre el criterio evaluado y los puntos obtenidos en el análisis de datos de ese criterio. Finalmente, al término de cada aplicación de instrumentos, se entabló una conversación (entrevista) con los participantes en la prueba que fueron 4 alumnos del grupo seleccionado, con el propósito de escuchar y valorar sus opiniones respecto a:

- Ambigüedades encontradas en el documento y que hayan afectado la comprensión del mismo.
- Opciones que no se encontraban en la prueba y que ellos consideraban como su respuesta.
- Términos empleados en los instrumentos que presentaron difícil entendimiento y comprensión.
- Aspectos de la redacción que provocaron en ellos confusión y mala interpretación del planteamiento.

Después de lo anterior se procedió a la evaluación de cada uno de los escritos de los participantes para detectar y comparar los resultados obtenidos, en la primera, la segunda y tercer aplicación. De esta forma y con base en las observaciones registradas, la valoración de hechos al momento de la aplicación y los resultados obtenidos, se plantea que los instrumentos realizados para la recolección y organización de datos que



darán respuesta a la interrogante planteada en la investigación, cumplen con los requerimientos por lo que se llegó a la aplicación final.

### **3.4 Aplicación de instrumentos**

Las fuentes de información en el caso que nos ocupa son primarias dado que hacen referencia a aquellos datos que se obtienen por el investigador directamente del campo de los hechos y la constituyen los datos proporcionados por los alumnos del quinto grado de la institución educativa del grupo en estudio.

De manera general se aplicaron cuatro recolectores de información, mismos que fueron divididos en dos ámbitos, dos como técnicas y dos como instrumentos. En un primer momento y antes de iniciar con la aplicación, se solicitó la anuencia de cada participante y siendo que los 10 alumnos seleccionados no poseen la mayoría de edad se solicitó el permiso respectivo de sus padres a través de una carta de consentimiento, aclarando que en el momento en que se decidiera dejar de participar en la investigación podían hacerlo sin ningún problema. Así también, se notificó al director de la Escuela Primaria y al comité de la Asociación de Padres de familia, para que validaran la aplicación. Finalmente se inició con la aplicación de técnicas e instrumentos de recolección de datos:

El cuestionario a los alumnos fue planeado con el propósito de identificar el sentir de los alumnos respecto a la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, las modalidades de enseñanza-aprendizaje que han desarrollado en el tema y las principales dificultades que ellos encuentran en su uso, fue

desarrollada en dos momentos, antes de aplicar la modelación matemática como método de enseñanza en el tema referido y después de haberlo hecho. Se efectuó en el aula que ocupa el quinto grado con los diez alumnos participantes en el estudio.

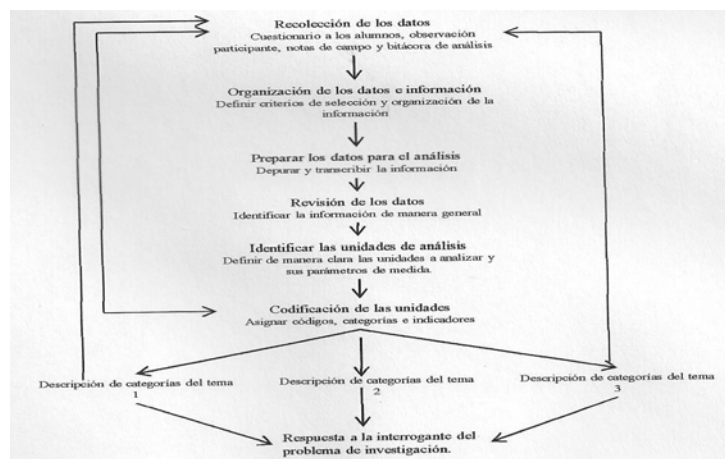
El cuestionario a los alumnos de igual forma se realizó en dos momentos antes y después de la aplicación de la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje. En un primer momento para identificar las principales dificultades a que el alumno se enfrenta al momento de realizar multiplicación de fracciones así como identificar las competencias matemáticas que ha logrado desarrollar hasta el momento y la segunda aplicación con un contenido diferente fue para verificar si los resultados del primer momento fueron los mismos y detectar la influencia o no de la modelación matemática.

La observación participante se registró durante la realización de todo el estudio, procurando realizar las observaciones de acuerdo a las categorías e indicadores de análisis.

En cuanto a los instrumentos (notas de campo y bitácora de análisis), al igual que la observación participante fueron aplicados durante todo el proceso de investigación, puesto que al ser un estudio de carácter cualitativo, las anotaciones realizadas constituyen la esencia de la información recabada al momento de los hechos.

### **3.5 Organización de datos y procesos de análisis**

Al término de la aplicación de instrumentos se procedió a realizar un análisis general de los datos encontrados, este proceso se efectuó siguiendo la propuesta de Hernández (2006), misma que se especifica en la siguiente figura.



*Figura 13.* Proceso de análisis de datos propuesto por Hernández (2006)  
Adaptado por el investigador

En el primer aspecto se recuperaron todos los formatos y escritos efectuados por el investigador así como los instrumentos empleados para obtener información directa de los estudiantes. Se separaron en un primer momento por técnicas e instrumentos y se eliminaron aquellos que por alguna razón no fueron contestados o que presentaban características de mal uso del contenido. Acto seguido se abordó el segundo aspecto dirigido a organizar los datos.

Al realizar un primer análisis de la información se acudió a las tablas 10, 11 y 12 presentadas en este capítulo para considerar cada uno de los criterios ahí establecidos y fundamentados. Definido lo anterior se procedió a depurar y transcribir cada una de las anotaciones efectuadas por el investigador, así como también se detectaron aquellas

notas que poseían mayor información y las cosas curiosas pero de interés para la investigación.

Se realizó una nueva revisión para verificar si los temas, categorías e indicadores de análisis planteadas al inicio eran adecuadas o no y se inició con la interpretación de los datos recabados.

Para su estudio la problemática planteada en este documento se dividió en tres temas:

1. Dificultades detectadas en los alumnos al realizar problemas con multiplicación de fracciones.
2. Competencias matemáticas que aplican y desarrollan los alumnos al emplear la modelación matemática para resolver problemas de multiplicación de fracciones.
3. Detectar las ventajas de la modelación matemática como forma de enseñanza en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones

En el primer tema se expresó una categoría de análisis, misma que fue orientada a identificar las principales dificultades que manifiestan los alumnos al resolver problemas que implican el uso de la multiplicación de fracciones. En el segundo tema se establecieron dos categorías, la primera para detectar las competencias matemáticas que aplican los estudiantes al resolver problemas con multiplicación de fracciones y la segunda para identificar las competencias matemáticas que se desarrollan al resolver

problemas a través de la modelación matemática, finalmente en el tercer tema la categoría de análisis estuvo encaminada a valorar los logros obtenidos mediante el uso de la modelación matemática como método de enseñanza en el tema en estudio.

### **3.6 Estrategias para el análisis de datos.**

Después de haber realizado la recopilación de toda la información posible y considerando que la investigación es de corte cualitativo, se inició con la organización de los datos.

Los cuestionarios aplicados a los alumnos fueron revisados, se eliminó la información que no era de relevancia para la investigación y se realizó la captura de toda la información obtenida, después se agruparon los datos en una tabla donde se consideraron dos aspectos: el primero presentó a cada una de las interrogantes de la encuesta o entrevista según sea el caso, el segundo fue conformado por las respuestas dadas por los elementos de la muestra y en una gráfica de barras se conjuntaron las respuestas de acuerdo a las coincidencias, con el propósito de observar, analizar e interpretar la información lo más concreto posible de manera que se pudiera tener sustento para dar respuesta a la interrogante de investigación.

La información obtenida a través de las notas de campo, fue seleccionada, organizada y concentrada en un cuadro de registro, en dónde se especificaron cada una de las unidades de análisis y la información recolectada e integrada en ese aspecto. Al respecto, Hernández menciona que “En el proceso cualitativo la recolección y el análisis ocurren prácticamente en paralelo” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 623).

Razón por la cual es de vital importancia que el investigador realice la ubicación correcta de cada una de las observaciones realizadas.

Dado que la investigación fue de carácter cualitativo fue necesario integrar todo el trabajo de campo y realizar una valoración y comparación entre ellos mismo que se desarrolló bajo los lineamientos de la siguiente figura:

Categorías del análisis de la información		
Categorías	Información relevante encontrada	Interpretación general de resultados
Uso de la multiplicación de fracciones al resolver problemas		
Competencias matemáticas que aplican los estudiantes al resolver problemas con multiplicación de fracciones mediante la modelación matemática.		
Competencias matemáticas que desarrollan los alumnos al hacer uso de la modelación matemática en el desarrollo del tema en estudio.		
La modelación matemática como método para el tratamiento de la resolución de problemas con multiplicación de fracciones		

*Figura 14.* Integración y análisis de los datos obtenidos en la investigación. Datos clave.

En resumen, el presente estudio fue desarrollado dentro de los parámetros del método cualitativo con alcance exploratorio descriptivo, se aplicó la secuencia de modelación propuesta por Salett (2004) en el tema de resolución de problemas con

multiplicación de fracciones en el quinto grado de Educación Primaria. El mapa conceptual que a continuación se presenta muestra claramente los procesos de investigación desarrollados.

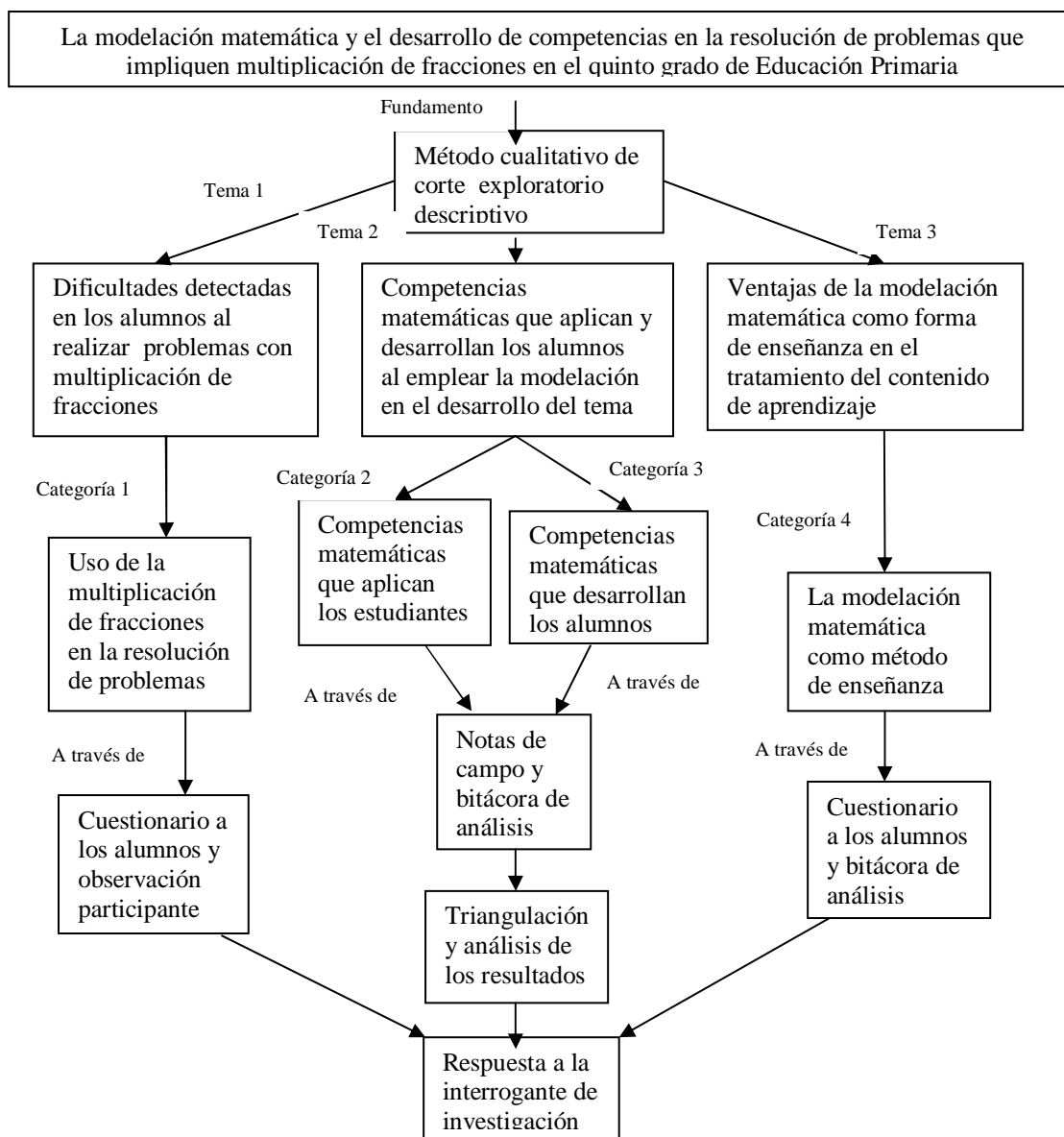


Figura 15. Proceso de investigación desarrollado en el estudio.

En el siguiente capítulo se plantean de manera clara y precisa cada uno de los resultados obtenidos en la aplicación de los instrumentos de recolección de datos y se describen las situaciones que permitieron dar respuesta a la interrogante origen de la investigación.



## **Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados**

El capítulo que a continuación se presenta, tiene por objetivo dar a conocer de manera detallada cada uno de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos, mismos que fueron diseñados y aplicados de acuerdo a las descripciones efectuadas en el capítulo anterior y complementados por las anotaciones efectuadas en el proceso denominado observación participante.

Se describen de manera puntual todos los aspectos que de alguna u otra forma tienen relación con la problemática en estudio desglosados mediante la utilización de los tres temas y categorías de análisis presentado en el capítulo tercero de este documento.

El estudio se realizó en base a los lineamientos que rigen al método cualitativo de corte exploratorio-descriptivo, por lo que los resultados obtenidos son de carácter cualitativo y son presentados tanto de forma descriptiva como con la ayuda de tablas y diagramas que permitan una mejor comprensión de la información dada y definir finalmente de qué manera la Modelación Matemática influye en el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones en los alumnos del quinto grado de una escuela Primaria del estado de Oaxaca.

### **4.1 Resultados y análisis de la categoría uno. Uso de la multiplicación de fracciones en la resolución de problemas**

Esta primera categoría correspondiente al primer tema de análisis tuvo como objetivo identificar las principales dificultades a que se enfrentan los alumnos al resolver

problemas matemáticos cuya solución se encuentra en una multiplicación de fracciones. Para su estudio se diseñaron tres indicadores mismos que fueron valorados en base a los datos obtenidos a partir del cuestionario a los alumnos y observación participante. En este primer apartado se desglosan e interpretan cada uno de los resultados obtenidos respecto al tema.

**4.1.1 Resultados del cuestionario a los alumnos (primera parte).** La primera técnica de recolección de datos fue el cuestionario a los alumnos del quinto grado, mismo que estuvo integrado por 10 interrogantes de las cuales 1 – 4 fueron dirigidas a identificar un aspecto muy importante para la problemática en estudio, que es el sentir de los estudiantes respecto a la utilidad de las matemáticas en su contexto y las seis restantes 5 – 10 se orientaron a identificar el nivel de conocimiento que ellos poseen acerca de la multiplicación de fracciones y la aplicación que hacen del tema en sus actividades cotidianas. Después de organizar, interpretar y conjuntar las respuestas dadas por los estudiantes se organizaron los siguientes gráficos.

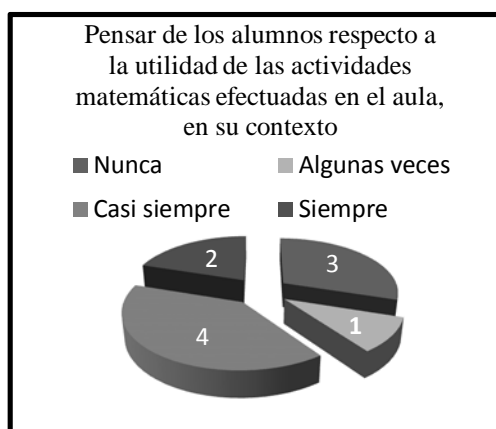


Figura 16. Utilidad de las matemáticas en el contexto.

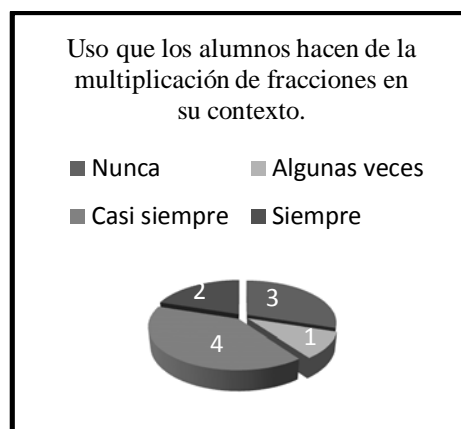


Figura 17. Uso de la multiplicación de fracciones en el contexto.

Se observa de manera clara que para 4 de los 10 estudiantes a los que les fue aplicado el cuestionario las actividades que se desarrollan en la clase de matemáticas son funcionales en el contexto, sin embargo es preocupante darse cuenta que otros 4 de 10 concibe a las matemáticas como algo que se realiza en la escuela y nada más, no le encuentran relación con su vida diaria por lo que los saberes que poseen pocas veces los contextualizan de forma intencionada, es decir, que si aplican sus conocimientos pero de forma instintiva, lo que no les permite relacionar sus vivencias con las actividades escolares, sobre todo en la asignatura de matemáticas.

Estos datos proporcionan un panorama preocupante para el investigador puesto que se visualiza un gran abismo entre lo que se trabaja en la escuela y las necesidades sociales del alumno y su entorno. Aspecto que deja mucho que pensar acerca de las estrategias de enseñanza-aprendizaje que se realizan en el tratamiento de los contenidos escolares.

En lo referente al uso de la multiplicación de fracciones los resultados son muy semejantes, sólo 2 de los 10 alumnos cuestionados poseen el conocimiento necesario para desarrollar dicha operación, el inconveniente se presenta cuando se trata de resolver un problema matemático puesto que les es difícil interpretar la información e identificar los datos relevantes en el planteamiento, mismos que les dan la pauta para determinar el proceso de solución del mismo.

**4.1.2 Resultados de la observación participante.** Las fichas de observación se requisitaron desde el primer momento en inició la recolección de información, dentro de

la primera categoría las unidades de análisis estuvieron encaminadas a identificar el significado que los estudiantes dan a la multiplicación de fracciones, valorar la interpretación que hacen de los datos y la interrogante en un problema matemático que implique su uso, así como el procedimiento y competencias matemáticas que emplean en su resolución.

Para que pudiera llevarse a cabo la observación se proporcionó a cada uno de los alumnos del grupo en estudio una fotocopia en la que se encontraban expresados tres problemas matemáticos con diferente formato y planteamiento, se les indicó que los resolvieran empleando sus conocimientos y estrategias particulares.

Durante el tiempo en que los estudiantes trabajaron en los problemas matemáticos planteados el investigador estuvo muy pendiente de los detalles, comentarios de los alumnos, dudas expresadas, gestos y reacción de los alumnos al leer y tratar de resolver los problemas matemáticos, se tomó nota de aquellos aspectos relevantes para el trabajo de investigación y se participó muy de cerca en la aplicación.

Al interpretar la información recolectada bajo este procedimiento se obtuvieron los siguientes datos: sólo 6 de los 10 alumnos observados se han apropiado del concepto de fracción pero de manera aislada, es decir que sí conocen las características de las fracciones y saben lo que representan, pero al momento de realizar una multiplicación de fracciones sólo 2 de ellos lograron realizarla sin ningún problema, a pesar de que sus procedimientos fueron diferentes. Los 4 alumnos restantes tienen problemas aún para

representar las fracciones pero sobre todo en lo que cada una de ellas significa en relación con la unidad.

Un aspecto que llamó mucho la atención del investigador es cuando la alumna A dijo: “maestra, ¿para qué vamos a multiplicar fracciones? Mejor sumamos todo y nos sale el resultado”. Se observa que la alumna buscó su propia estrategia de solución sin necesidad de realizar una multiplicación de fracciones a pesar de que para hacerlo implicó para ella una suma con una gran cantidad de números ordenados. Es claro también que la estudiante tiene bien definido el proceso de sumar y su estrecha relación con el concepto de multiplicar y/o agregar.

De igual forma se visualiza que el 7 de los 10 estudiantes que constituyen el grupo en estudio presenta inconvenientes para identificar la información relevante de una situación problemática, es común en ellos que después de haber leído se paren a preguntar tanto a sus compañeros como al maestro, qué van a hacer. El resto, es decir los otros 3 alumnos del grupo no tiene problemas al respecto.

Los procedimientos que emplearon los niños para dar solución a los problemas planteados fueron diversos, sólo 2 de 10 siguieron un modelo que les permitió llegar a la respuesta correcta, los otros 8 no alcanzaron a hacerlo pero se detecta un gran avance en cuanto a la interpretación del problema, puesto que la totalidad de los estudiantes emplearon el signo multiplicativo, lo cual quiere decir que de alguna manera saben lo que se debe de hacer, lo que no han logrado desarrollar es la competencia necesaria para diseñar procedimientos adecuados a cada planteamiento.

A continuación se copian algunos procesos de solución empleados por los estudiantes, dos que obtuvieron la respuesta correcta y dos que no lograron hallarla.

2.- Ramiro va a realizar la fiesta de cumpleaños de su hijo Iván y necesita calcular la cantidad exacta de productos que tiene que comprar, ayúdale a completar la siguiente tabla.

Producto	Cantidad para una persona	Número de personas	Compra total
Helado	5/7 de kg.	43	$30\frac{1}{8}$ kg
Pizza	3/8 de pieza	43	$16\frac{1}{2}$
Pastel	2/5 por pieza	43	$16\frac{1}{2}$

Handwritten notes:  $\frac{5}{7} \times 43 = \frac{215}{7} = 30\frac{5}{7}$ ,  $\frac{3}{8} \times 43 = \frac{129}{8} = 16\frac{1}{8}$ ,  $\frac{2}{5} \times 43 = \frac{86}{5} = 17\frac{1}{5}$ . Total:  $30\frac{5}{7} + 16\frac{1}{8} + 17\frac{1}{5} = 64\frac{11}{140}$ .

Figura 18. Procedimiento que siguió la alumna B (correcto)

3.- La señora Luisa produce quesos y cuatro días a la semana los lleva al mercado en su camioneta, ella necesita sacar el gasto que hace en gasolina para poder determinar en realidad cuál es su ganancia, observa los datos y completa la siguiente tabla.

Día	Cantidad de gasolina	Kilómetros recorridos	Total
Martes	$4\frac{1}{2}$ l.	4	18 l.
Miércoles	"	22	99 l.
Viernes	"	15	
Domingo	"	35	

Handwritten notes:  $4 \times 22 = 88$ ,  $\frac{1}{2} \times 22 = 11$ ,  $88 + 11 = 99$ ,  $4 \times 4 = 16$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ,  $16 + 2 = 18$ .

Figura 19. Procedimiento que siguió el alumno C (correcto)

2.- Ramiro va a realizar la fiesta de cumpleaños de su hijo Iván y necesita calcular la cantidad exacta de productos que tiene que comprar, ayúdale a completar la siguiente tabla.

Producto	Cantidad para una persona	Número de personas	Compra total
Helado	5/7 de kg.	43	0.6 kg
Pizza	3/8 de pieza	43	21.9
Pastel	2/5 por pieza	43	16.4

Handwritten notes:  $\frac{5}{7} \times 43 = 30\frac{1}{7}$ ,  $\frac{3}{8} \times 43 = 16\frac{1}{8}$ ,  $\frac{2}{5} \times 43 = 17\frac{1}{5}$ ,  $30\frac{1}{7} + 16\frac{1}{8} + 17\frac{1}{5} = 64\frac{11}{140}$ .

Figura 20. Procedimiento que siguió la alumna G (incorrecto)

Día	Cantidad de gasolina	Kilómetros recorridos	Total
Martes	$4\frac{1}{2}$	4	16.8
Miércoles	"	22	92.4
Viernes	"	15	63.0
Domingo	"	35	147

Handwritten calculations:  $4.2 \times 4 = 16.8$ ,  $4.2 \times 22 = 92.4$ ,  $4.2 \times 15 = 63.0$ ,  $4.2 \times 35 = 147.0$ .

Figura 21. Procedimiento que siguió el alumno H (incorrecto)

De esta forma es posible interpretar que el 4 de los 10 estudiantes observados aún se encuentran en proceso de apropiación del concepto de fracción, presentan carencias en la comprensión lectora y por ende en la identificación de datos de un problema matemático, sin embargo se encuentra que los estudiantes si han logrado desarrollar las competencias matemáticas pero bajo los siguientes parámetros:

Campo formativo: Pensamiento matemático	Aplicación de competencias matemáticas
Competencias para el aprendizaje permanente	
Comprensión lectora	3 de 10 puntos
Dominio de la cultura escrita	7 de 10 puntos
Medios para poder comunicarse	7 de 10 puntos
Aprender a aprender	2.5 de 10 puntos
Competencias para el manejo de información	
Estrategias para identificar y seleccionar diferentes tipos de información	7 de 10 puntos
Apropiarse de la información de manera crítica y utilizarla de acuerdo a sus necesidades.	2 de 10 puntos
Competencias para el manejo de situaciones	
Enfrentar cambios	4 de 10 puntos
Tomar decisiones	3 de 10 puntos
Actuar con autonomía	3 de 10 puntos

*Figura 22.* Parámetros de logros en la aplicación de competencias matemáticas detectados en los alumnos que conforman el grupo de estudio.

Los estudiantes que lograron resolver algunos de los problemas matemáticos que se indicaron en la fotocopia demuestran ya un gran avance en cuanto a dominio del significado y representación de las fracciones a pesar de que de manera directa no realizaron un procedimiento específico para la multiplicación de fracciones.

#### **4.2 Resultados y análisis de la segunda y tercera categoría. Competencias matemáticas que aplican y desarrollan los estudiantes al resolver problemas de multiplicación de fracciones mediante la modelación matemática**

Estas categorías expresadas en el tema dos, fueron organizadas para la valoración de los resultados del estudio que nos ocupa, tuvieron como propósito principal identificar las competencias matemáticas que aplican y desarrollan los estudiantes del quinto grado al resolver problemas de multiplicación de fracciones a través de la

modelación matemática. El análisis se realizó a través de los datos encontrados en las notas de campo y en la bitácora de análisis.

**4.2.1 Resultados de las notas de campo.** Las notas de campo fueron empleadas desde el momento en que el investigador dio inicio con la aplicación de la propuesta de Salett (2004). Al efectuar el primer abordaje las notas arrojaron los siguientes datos:

Se observa que el 4 de los 10 alumnos participantes en el estudio si poseen conocimiento previo acerca de la resolución de problemas empleando la multiplicación de fracciones pero no logran relacionarlos con el problema planteado, se muestran inseguros y titubeantes, tienen la idea pero no encuentran las palabras o los recursos adecuados para expresarlo.

De los 10 niños observados 7 presentan dificultades al tratar de identificar la información relevante en el problema a resolver, lo conciben como algo complicado porque consideran que todo lo escrito se tiene que utilizar para realizar el proceso de solución y cuando por fin encuentran la información relevante 2 de ellos ya no saben qué hacer con ella o bien la utilizan de manera incorrecta.

Un ejemplo al respecto y que se transformó en una observación de seguimiento directo fue cuando el alumno J, alzó la mano pidiendo la palabra y dijo: “maestra, si para encontrar la respuesta del problema que usted tiene en el pizarrón solamente se van ocupar los números ¿para qué se escriben tantas cosas del problema? Mejor nos hubiera dicho que cuenta hacemos y ya” La respuesta que la maestra dio en ese momento fue que para que una operación matemática sea cual fuera (suma, resta, división o



multiplicación, tenga un sentido y un significado aplicable a la realidad, necesariamente debe partir de una situación problemática, que para el desarrollo de conocimientos y habilidades matemáticas no resta únicamente realizar operaciones, sino que hay que leer, organizar, interpretar información y a través de ella dar una respuesta.

Por lo anterior se priorizó la observación en el punto a que se hace referencia, se trató de identificar si en realidad los estudiantes estaban comprendiendo la importancia de la información dentro de un problema matemático.

Otro aspecto relevante que al investigador le motivó a revisar nuevamente todas las anotaciones realizadas a lo largo de la investigación es cuando encuentra que el 9 de los 10 alumnos participantes en la investigación no tienen noción alguna de la modelación matemática, porque cuando se les comentó acerca de un modelo para la resolución del problema planteado, entendieron y así lo expresaron, que la maestra iba a dar un procedimiento que tenían que realizar de la misma manera en otro problema parecido al que se está tratando de resolver. Un alumno no entendió siquiera el concepto.

Durante este primer abordaje se trató en todo momento de darle libertad a los estudiantes para expresar sus procedimientos y resultados de diferente forma, sin embargo se encontró que un 8 de 10 de ellos, no hacen el intento de resolver el planteamiento por sí mismos, están esperando que sea el maestro el que diga lo que hay que hacer y cuando se dice que traten de idear algún medio, procedimiento o estrategias para hacerlo, simplemente pierden el interés por la actividad. Continuamente la maestra

tenía que estar motivando a los alumnos para que trataran de encontrar la solución al planteamiento.

En el momento en que los estudiantes efectuaron la resolución del problema a partir de un modelo diseñado por ellos mismos, se observó que sólo el 4 de 10 de ellos tuvieron disposición de trabajar bajo un esquema nuevo al menos para los participantes, por lo cual no se lograron identificar de manera precisa las competencias matemáticas que estaban aplicando, sin embargo los pocos alumnos que desarrollaron la actividad como estaba planeada y después de analizar las anotaciones realizadas en las fichas de observación, se encontró que sí pusieron en práctica las competencias sólo que en un nivel por debajo de la media. En la siguiente figura se muestra los porcentajes alcanzados de acuerdo a la aplicación que el estudiante hace de su conocimiento.

Campo formativo: Pensamiento matemático	Aplicación de competencias matemáticas
Competencias para el aprendizaje permanente	
Comprensión lectora	4 de 10 puntos
Dominio de la cultura escrita	5 de 10 puntos
Medios para poder comunicarse	5 de 10 puntos
Aprender a aprender	2 de 10 puntos
Competencias para el manejo de información	
Estrategias para identificar y seleccionar diferentes tipos de información	5 de 10 puntos
Apropiarse de la información de manera crítica y utilizarla de acuerdo a sus necesidades.	2 de 10 puntos
Competencias para el manejo de situaciones	
Enfrentar cambios	2 de 10 puntos
Tomar decisiones	2 de 10 puntos
Actuar con autonomía	1 de 10 puntos

*Figura 23.* Aplicación de competencias matemáticas detectados en las notas de campo en el desarrollo del primer abordaje de la propuesta de modelación de Salett (2004).

De manera general se concluye que en este primer abordaje para el tratamiento de problemas matemáticos a través de la modelación matemática significó para los estudiantes un tema nuevo y que les presentó someras complicaciones, dado que no están habituados al trabajo bajo esta metodología, sólo 2 de los 10 estudiantes recibieron con agrado e interés la metodología de trabajo.

**4.2.2 Resultados en la bitácora de análisis.** Considerando que la bitácora tiene como función principal, documentar el procedimiento empleado en el análisis tanto de las reacciones del investigador como del método, ajustes, conceptos y credibilidad de la información se constituye como un documento con validez y credibilidad objetiva y bajo este concepto es empleado como instrumento en este tema de investigación.

A fin de identificar las competencias matemáticas que los estudiantes aplican y desarrollan en el trabajo a partir de la modelación matemática, se realizó el registro de información a partir de la integración en la llamada bitácora de análisis. La bitácora se integró con todas las anotaciones realizadas a lo largo del proceso de investigación, por ello en este instrumento se encuentra la esencia de todo lo vivido en el lapso temporal mencionado.

El segundo abordaje propuesto por Salett (2004) adaptado y orientado por el investigador para identificar las ventajas de la modelación matemática en la resolución de problemas se llevó a cabo de acuerdo a la planeación realizada. Anteriormente ya se mencionó que con el primer abordaje de la propuesta metodológica los alumnos se sintieron extrañados y un tanto renuentes a desarrollar este tipo de actividades en la que

son precisamente ellos los actores principales en el desarrollo de su conocimiento. En esta segunda parte son los alumnos los que primeramente construyen la situación problémica mediante la información recabada en el primer abordaje, diseñado por el investigador, durante el desarrollo de las acciones programadas, se tomó nota de cada uno de los detalles relevantes del momento.

Al interpretar la información expresada en la bitácora se encuentra que de los 10 participantes en la investigación sólo 4 demostraron mayor interés en la resolución de problemas a través de la modelación matemática, 6 de los alumnos se sintieron presionados a activar sus conocimientos previos y hacer uso de ellos, la totalidad de los estudiantes se sintió motivado en cuanto al trabajo en equipo, en todos los equipos surgió un líder cuya principal función fue moderar y coordinar las participaciones y actividades del equipo. Un 8 de 10 alumnos propusieron alternativas para idear un modelo para la resolución del problema diseñado en grupo.

#### **4.3 Resultados y análisis de la categoría cuatro. La modelación matemática como método de enseñanza en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones.**

Esta categoría, constituye una correlación entre el tema uno, el tema dos y las categorías e indicadores de cada uno de ellos, su objetivo central es detectar las ventajas de la modelación matemática en la resolución de problemas que hagan uso de la multiplicación de fracciones para su resolución.

La categoría está orientada a identificar a la modelación matemática como método de enseñanza en el tema en estudio. El primer indicador fue diseñado para identificar el grado de comprensión y aplicación que los estudiantes hacen de la multiplicación de fracciones como parte de un problema matemático. El segundo pretende detectar el grado de aprehensión de los conceptos matemáticos del estudiante y el tercer indicador fue diseñado para registrar el conocimiento y valoración que los discentes hacen del modelo matemático.

**4.3.1 Resultados del cuestionario a los alumnos (segunda parte).** El propósito general de este cuestionario fue detectar si la modelación matemática empleada como método de enseñanza influye o no en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas de los niños del quinto grado de Educación Primaria.

Desglosando los planteamientos contenidos en el instrumento, se especifica que las interrogantes 1 - 3 fueron orientadas a descubrir el sentir del alumno acerca de los beneficios de la modelación matemática como método de enseñanza en el tema de la multiplicación de fracciones. El 5 de los 10 estudiantes inmersos en la problemática consideran que la enseñanza a través de la modelación matemática les ayuda desarrollar sus estrategias y procedimientos de resolución de problemas, además así como dijeron ellos “como que aprenden más”, “aunque es muy difícil”. Solamente un elemento de los cuestionados cree que esa forma metodológica les permite comprender la situación del problema y la contextualización del mismo.

Un aspecto que llamó someramente la atención del investigador y que se encuentra anotado en diferentes fichas de observación es que un alumno, caracterizado como participante E, reiteró al investigador que: “yo entiendo, (dijo el niño), que cuando la maestra nos enseña algo, lo que sea, primero es ella la que conoce que actividades se van a hacer, entonces, ¿porque todos los maestros no nos ponen de esas actividades de modelación, desde que somos chiquitos? a lo mejor así si vamos a poder hacer bien el procedimiento necesario para encontrar la solución a un problema”. La maestra del grupo mencionó que ésa precisamente era una de las necesidades que presenta el sistema educativo, puesto que cada quien es libre de elegir la metodología de enseñanza que más responda a los intereses de carácter personal y social.

El cuestionario a los alumnos también fue analizado en cuanto al desarrollo de habilidades y competencias, los resultados arrojaron que un 2 de los 10 niños que integran el grupo de estudio, piensan que el desarrollar el trabajo académico a través de la modelación, hace posible que se apliquen diversos conocimientos que ya se han trabajado con anterioridad, a la vez que desarrollan sus habilidades en el tratamiento de temas relacionados con el que se consideró esencia del presente estudio.

Finalmente, se encuentra que 2 de 10 discentes plantea que trabajar en base a la modelación matemática propicia una mejor interpretación de lo que hay que resolver.

Considerando lo anterior se puede argumentar que para los estudiantes la modelación matemática fue algo nuevo y difícil de desarrollar porque implica mucho

trabajo individual y de equipo. Sin embargo el grado de aceptación de la metodología corresponde a 6 de 10 de la población total del estudio.

Por otro lado, las interrogantes enumeradas del 4 al 6 buscaron identificar de que manera la modelación matemática influyó o no en las características conductuales del alumno frente al conocimiento, aspecto que proporcionó los siguientes resultados.

Los alumnos que afirmaron estar totalmente de acuerdo en que la modelación matemática posibilita la autonomía en la toma de decisiones fueron 4 de 10. Los que solamente mencionan estar de acuerdo 2 de 10, un alumno no pudo definir su postura ni en contra ni a favor, en desacuerdo 2 de 10 y totalmente en desacuerdo el 1.

Así también, se visualiza que el sentir de los estudiantes respecto al desarrollo y aplicación de valores y eficiencia en el manejo de información a través de la modelación, es paralela a las respuestas anteriores, 5 de 10 afirman estar totalmente de acuerdo, el 2 de 10 de acuerdo, los que no han tomado una decisión o que requieren mayor tiempo de trabajo en el tratamiento de las matemáticas a partir de la modelación solamente es 1 de 10 y los alumnos que no identificaron aspectos positivos en la metodología fueron 2 de 10.

Para concluir con el análisis de datos obtenidos a partir del cuestionario resuelto por los estudiantes y creado por el investigador, se realiza una síntesis de las respuestas dadas a las interrogantes 7 y 8 mismas que fueron dirigidas a valorar la funcionalidad de la modelación como medio para resolver problemas. En este aspecto los resultados se agruparon en dos líneas, la primera corresponde a las ideas a favor y al segunda a ideas

en contra. A favor se ubicaron a 6 de las 10 respuestas valoradas y las otras cuatro se manifestaron en contra. Se piensa que tal vez por el escaso tiempo en que se desarrolló la aplicación.

**4.3.2 Resultados de la bitácora de análisis.** El análisis de la bitácora en esta categoría se realizó considerando cada uno de los requerimientos tanto del objetivo del mismo como de los indicadores seleccionados y dirigidos a dar respuesta a la interrogante de investigación, misma que pretende esclarecer cuál es la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias.

El seguimiento de la bitácora proporcionó elementos claves dentro de la investigación por ello se valoró tanto el proceso de modelación desarrollado como las concepciones que los alumnos hicieron de ella.

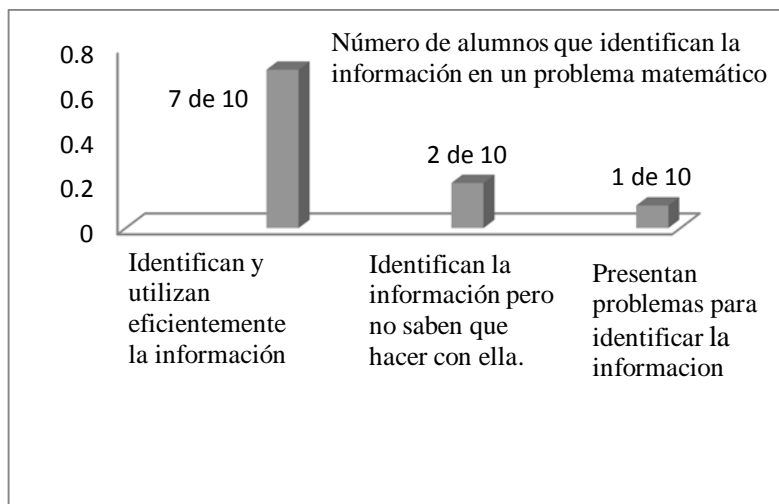
Retomando nuevamente el significado que los alumnos dan a la multiplicación de fracciones expresadas en la primera categoría de este análisis y después de haber realizado las actividades de modelación, se encuentra que:

- El 8 de 10 de los estudiantes que conforman la muestra de estudio, relacionan el concepto de multiplicar con el de sumar y/o agregar.
- Sólo 2 de 10 alumnos tratan de seguir el procedimiento pero no logran centrarse en lo que se desea, por lo tanto no tienen claro lo que significa una multiplicación de fracciones.



Algo referente al significado de las fracciones que vale la pena comentar, es una anotación remarcada en una nota de campo: para 8 de 10 niños que constituyen la población de estudio, la multiplicación de fracciones está relacionada con “juntar todos los pedacitos y con ellos formar enteros (alumno D). Esta observación fue utilizada por la profesora del grupo para realizar varios ejemplos en dónde la teoría del alumno D, quedó comprobada, aspecto que permitió que los estudiantes que no habían comprendido eficientemente el término fracción, pudieran tener un elemento más para poder hacerlo.

Las observaciones escritas en las notas de campo permitieron identificar al investigador, el grado de comprensión que los estudiantes han desarrollado respecto a la multiplicación de fracciones como parte del proceso de solución a una situación problémica presentada. En la figura 24 se visualiza claramente el porcentaje de logros que los alumnos han desarrollado respecto a la identificación de la información contenida en un problema matemático y la utilización que ellos otorgan a esa información.



*Figura 24.* Ubicación de alumnos por indicador en cuanto a la selección de información en un problema matemático.

En las primeras observaciones realizadas en el grupo de estudio se detectó que cerca 7 de 10 niños no lograban identificar la información de un problema o bien si la detectaban no comprendían bien qué se iba a hacer con ella, es decir, no se tenía el dominio de esa información. Después de haber aplicado a la modelación matemática como método de enseñanza en el tema de la multiplicación de fracciones a través de la resolución de problemas se observa un gran avance en el desarrollo de la competencia relacionada a la comprensión lectora, aspecto que no sólo tiene relevancia en la asignatura de matemáticas, sino que se encuentra presente en todas las materias y contenidos expresados en el plan y programas de estudio 2011 correspondiente a la Educación Primaria.

#### **4.4 Ideas globales del estudio de las categorías de análisis**

Con el propósito de que los temas, categorías e indicadores seleccionados para efectuar el análisis de la información en el tratamiento del estudio: la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias matemáticas en alumnos del quinto grado de Educación Primaria, se analizan en este apartado las coincidencias y relaciones entre los resultados presentados por cada uno de los instrumentos y técnicas empleados por el investigador en la recolección de datos. Para finalmente llegar a la triangulación, misma que fue el detonante para realizar la interpretación final de la información y el fundamento de la respuesta a la interrogante origen de la presente investigación.

A fin de brindar una mejor organización de la información y proporcionar al lector una mayor comprensión de la misma, se retoma el formato propuesto en la figura 13, página 77 del presente documento y se expresan los aspectos de mayor relevancia dentro de la investigación, esclareciendo la relación entre las categorías de análisis y la interrogante origen del estudio.

Categorías del análisis de la información		
Categorías	Información relevante encontrada	Interpretación general de resultados
Uso de la multiplicación de fracciones al resolver problemas	-Sólo 6 de los 10 alumnos observados se han apropiado del concepto de fracción. -2 de 6 estudiantes conocen y saber realizar una multiplicación de fracciones. -4 de cada 10 alumnos tiene problemas para representar las fracciones sobre todo en su relación con la unidad.	Los alumnos no al logrado desarrollar en su totalidad el concepto de fracción, lo cual se piensa es la causa de no poder realizar una multiplicación de fracciones y el poco interés que demuestran al resolver problemas que hagan uso de ella.
Competencias matemáticas que aplican los estudiantes al resolver problemas con multiplicación de fracciones mediante la modelación matemática.	-4 de los 10 alumnos participantes en el estudio si poseen conocimiento de la resolución de problemas empleando la multiplicación de fracciones. -7 de 10 participantes en el estudio presentan dificultades al tratar de identificar la información relevante en el problema a resolver -8 de 10 alumnos no hacen el intento de resolver el planteamiento matemático por sí mismos. -4 de 10 de ellos tuvieron disposición de trabajar bajo un esquema nuevo	Más de la mitad de los estudiantes valorados no ha desarrollado la competencia lectora, por lo que les es difícil interpretar la información de un problema matemático. De igual forma es preocupante darse cuenta que más de la mitad del grupo está habituado a que se le indique lo que tiene que hacer y no están habituados al trabajo autónomo. Así también existe cierta resistencia al cambio de metodología.
Competencias matemáticas que desarrollan los alumnos al hacer uso de la modelación matemática en el desarrollo del tema en estudio.	-4 de 10 alumnos observados demostraron mayor interés en la resolución de problemas a través de la modelación matemática -8 de 10 alumnos propusieron alternativas para idear un modelo para la resolución del problema diseñado en grupo -2 de cada 10 participantes en el estudio se resisten a crear por sí mismos.	El interés de los alumnos mejoró, pero aún requiere atención directa. Se observa que más de la mitad de los alumnos se involucran en el trabajo de modelación y hay menos resistencia al cambio de metodología.
La modelación matemática como método para el tratamiento de la resolución de problemas con multiplicación de fracciones	-5 de los 10 estudiantes inmersos en la problemática consideran que la enseñanza a través de la modelación matemática les ayuda desarrollar sus estrategias y procedimientos de resolución de problemas. -El grado de aceptación de la metodología corresponde a 6 de 10 de la población total del estudio. -5 de 10 alumnos dice estar de acuerdo en la eficiencia en el manejo de información a través de la modelación. -8 de 10 alumnos relacionan la información con el modelo de resolución del problema matemático presentado.	La mitad de los estudiantes participantes en la investigación han mejorado su percepción acerca de la modelación matemática y mejora el grado de aceptación. La mitad de los alumnos valorados están en proceso de desarrollo de habilidades que les permitan comprender mejor la información contenida en un problema matemático puesto que han logrado relacionar la información con el posible proceso de resolución del planteamiento.

Figura 25. Elementos clave de las categorías de análisis.

De esta forma y al haberse expresado detalladamente toda la información obtenida en el proceso de recolección de datos se llegó a la triangulación final misma que se encuentra expresada en el siguiente esquema:

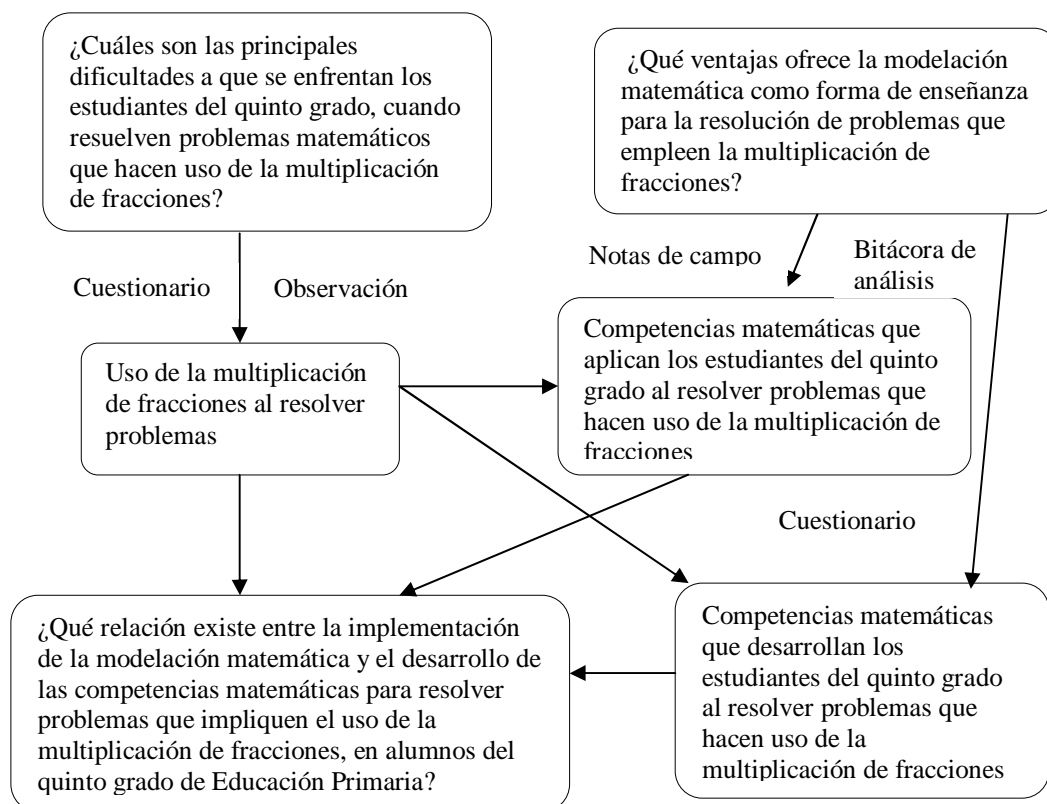
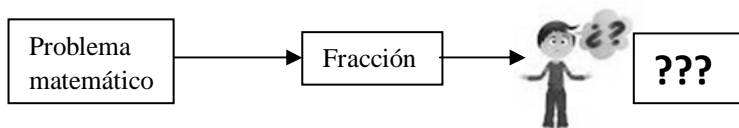


Figura 26. Proceso de triangulación de datos efectuado en la investigación.

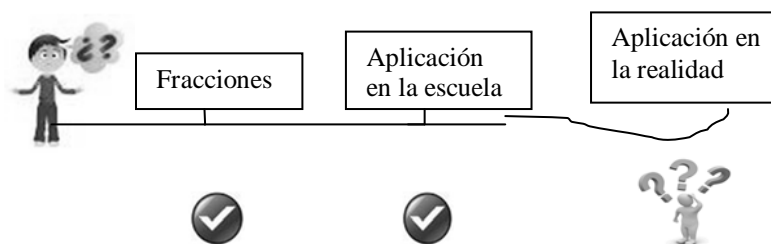
El esquema muestra en sus aspectos más generales la forma en que la interrogante central de investigación fue vinculada con las preguntas secundarias que dieron apoyo a la misma a través de las categorías diseñadas para tal fin y la participación determinante de los instrumentos y técnicas de recolección de datos.

**4.4.1 Dificultades que de los alumnos al resolver problemas que impliquen multiplicación de fracciones.** Las fracciones parecen ser un tema sencillo para quien ya se ha apropiado del concepto, sin embargo para quienes no lo han hecho, constituyen un tema complicado y sin aparente funcionalidad en su contexto. Las principales dificultades que se detectaron en los alumnos del grupo en estudio, respecto al uso de la multiplicación de fracciones se resumen en:

- 4 de 10 estudiantes observados no han logrado apropiarse completamente del concepto y representación de una fracción.



- 6 de 10 estudiantes valorados en la investigación ya se apropió del concepto, pero aún no logran identificar de qué manera pueden contextualizar esos conocimientos a beneficio de su contexto.

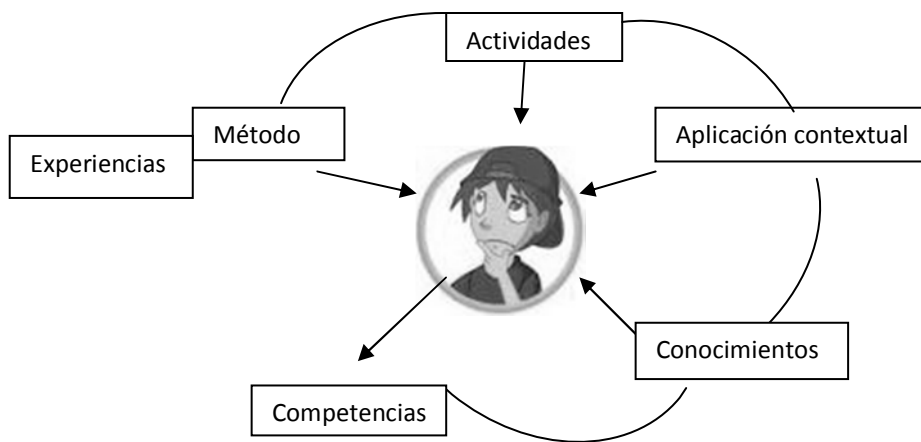


- 7 de 10 estudiantes presenta problemas en la identificación de la información relevante y su función dentro de la resolución de la situación problémica.
- 8 de los 10 alumnos participantes en el estudio no se han apropiado de la forma de realizar la multiplicación de fracciones.

Cada uno de los puntos anteriores rescata la importancia de que el alumno pase de un nivel de conocimiento a otro más elevado, es necesario que sus bases cognitivas se encuentren bien sustentadas y que los conocimientos previos del niño sean estimulados y aplicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Haber identificado cada uno de los aspectos principales a que se enfrenta un estudiante al tratar de hacer uso de sus conocimientos de manera más productiva y aplicable al contexto, permite darse cuenta porqué en diversas ocasiones se piensa que el estudiante no sabe, que no aprende, pero no se valora lo que hay detrás de sus saberes y procedimientos.

**4.4.2 Ventajas de la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas.** Desde el inicio de este documento se ha hecho constante énfasis en la importancia de desarrollar en los estudiantes de Educación Primaria las competencias que los conformarán como seres útiles a una sociedad en constante cambio. Los métodos y actividades que se lleven a cabo en el aula son determinantes para el buen desarrollo cognitivo del ser humano. Cuando un joven, un niño, una persona mayor, realiza alguna actividades, está aplicando conocimientos, actitudes y competencias.

Después de haber analizado los resultados de cada uno de los instrumentos aplicados en la investigación es posible esclarecer que es el método y las actividades escolares lo que determina el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y en nuestro caso, las competencias matemáticas en los estudiantes de cualquier nivel educativo. El siguiente diagrama trata de explicar de qué manera el alumno va avanzando en sus saberes hasta llegar a una conformación íntegra en todo el sentido de la palabra.



*Figura 27.* Imagen que muestra a entender del investigador, acerca del desarrollo de competencias.

Como se observa el desarrollo de competencias no es tarea fácil puesto que ello implica una organización metódica coherente a las secuencias didácticas desarrolladas en el aula, acciones que permitan no sólo obtener conocimientos aplicables a la realidad, sino que se fomente en el estudiante ése saber hacer en el contexto, aspecto que la mayoría de las veces es pasado por alto.

En resumen, la temática de investigación para su estudio fue dividida en tres grandes temas, mismos que son fundamentados en base a los planteamientos de las preguntas secundarias de la problemática, de éstos temas surgieron las categorías y unidades de análisis a través de las cuales se organizó, depuró y analizó la información obtenida a través de las dos técnicas y los instrumentos de recolección de datos diseñados para tal fin.

Resta ahora encausar de manera directa la información y dar respuesta a las interrogantes presentadas al inicio de la investigación así como expresar si los objetivos



tanto generales como particulares fueron alcanzados o cuales fueron las limitantes que obstaculizaron el logro de ellos. Así como también considerar elementos que de alguna u otra manera pueden afectar o beneficiar significativamente estos resultados. Cada uno de estos aspectos se desglosan en el capítulo siguiente.

## **Capítulo V. Conclusiones**

El presente capítulo destaca los elementos esenciales de cada tema de análisis detallado y fundamentado en el capítulo cuatro. Se expresan de manera puntual los hallazgos encontrados a lo largo de la investigación indicando de forma concreta si se alcanzaron o no los objetivos planteados en el capítulo uno.

De igual forma se da respuesta concreta a las interrogantes general y subordinadas de la investigación expresando las limitantes o puntos débiles que posee, al mismo tiempo que se brinda al lector una serie de sugerencias y recomendaciones que pueden ser tomadas en cuenta cuando se realice una investigación similar a la realizada.

### **5.1 Discusión de los resultados**

El presente estudio se realizó con el propósito de identificar la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en alumnos del quinto grado de Educación Primaria, estuvo basado en el método cualitativo dado que se incursionó de manera directa en el campo de los hechos. Posee un corte de alcance exploratorio-descriptivo porque es un tema poco estudiado y se expresa detallando los procesos que se siguieron para hacerlo. La investigación se sustentó bajo la perspectiva de los alumnos dado que fueron ellos los actores principales en el proceso, puesto que se registraron todos los aspectos en donde ellos hacían uso de sus conocimientos.

El proceso de recolección de datos se realizó a través del cuestionario a los alumnos, la observación participante, las notas de campo y la bitácora de análisis. Para su análisis la información fue seleccionada a partir de tres temas, el primero destinado a

identificar las principales dificultades a que se enfrentan los alumnos cuando requieren resolver un problema matemático que implique multiplicación de fracciones. El tema dos estuvo dirigido a detectar las competencias matemáticas que se aplican y desarrollan a través de la modelación matemática y finalmente el tema tres buscó identificar las ventajas de la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje.

**5.1.1. Interrogantes secundarias y alcances de los objetivos particulares de investigación.** El primer objetivo específico fue destinado a identificar las dificultades que manifiestan los alumnos al resolver problemas cuya solución se encuentra en una multiplicación de fracciones, la información obtenida al respecto permite mencionar que básicamente son tres las principales problemáticas:

- 1.- Los estudiantes no se han apropiado aún del concepto de fracción por lo que no saben de qué manera relacionarlo con las actividades de aprendizaje.
- 2.- Los alumnos no saben cómo aplicar el concepto en la resolución de problemas.
- 3.- Los niños tienen serias dificultades para interpretar la información contenida en un problema matemático.

Con lo anterior se demuestra el logro del objetivo y se da respuesta clara y precisa a la primera interrogante subordinada: ¿Cuáles son las principales dificultades a que se enfrentan los estudiantes del quinto grado, cuando resuelven problemas matemáticos que hacen uso de la multiplicación de fracciones?

El segundo objetivo específico fue dirigido a identificar las ventajas de la modelación matemática como forma de enseñanza en la resolución de problemas que

impliquen multiplicación de fracciones. Las ventajas que se encontraron a partir de la información obtenida es que se mejora el nivel de desarrollo de competencias en el campo formativo pensamiento matemático, específicamente en las competencias referidas al aprendizaje permanente, en el rubro medios para poder comunicarse. De igual forma se mejora en las competencias para el manejo de información, es los rubros correspondientes a estrategias para identificar y seleccionar diferentes tipos de información y en apropiarse de la información de manera crítica y utilizarla de acuerdo a sus necesidades.

En la siguiente figura se muestran los alcances de manera numérica.

Campo formativo: Pensamiento matemático	Competencias identificadas en el alumno al inicio del estudio	Competencias identificadas en el alumno al final del estudio
Competencias para el aprendizaje permanente		
Comprensión lectora	3 de 10 puntos	3 de 10 puntos
Dominio de la cultura escrita	7 de 10 puntos	7 de 10 puntos
Medios para poder comunicarse	7 de 10 puntos	8 de 10 puntos
Aprender a aprender	3 de 10 puntos	3 de 10 puntos
Competencias para el manejo de información		
Estrategias para identificar y seleccionar diferentes tipos de información	7 de 10 puntos	8 de 10 puntos
Apropiarse de la información de manera crítica y utilizarla de acuerdo a sus necesidades.	2 de 10 puntos	3 de 10 puntos
Competencias para el manejo de situaciones		
Enfrentar cambios	2 de 10 puntos	2 de 10 puntos
Tomar decisiones	3 de 10 puntos	3 de 10 puntos
Actuar con autonomía	3 de 10 puntos	3 de 10 puntos

*Figura 28.* Puntaje de aplicación y desarrollo de competencias en el alumno antes y después de la investigación.

De esta forma, la información presentada en el logro del objetivo detallado contesta la segunda interrogante subordinada: ¿Qué ventajas ofrece la modelación

matemática como forma de enseñanza para la resolución de problemas que empleen la multiplicación de fracciones?

Cabe mencionar que el tiempo en que se aplicó la modelación matemática como método de enseñanza en el tema de estudio fue muy corto, por lo que no se observan grandes diferencias entre los resultados de dominio de competencias antes y después de la aplicación de la metodología. Aspectos que se observan en la siguiente figura de información.

El tercer objetivo específico fue planteado para diseñar, implementar y analizar una secuencia didáctica basada en la modelación matemática que brinde a los estudiantes la oportunidad de aplicar sus conocimientos al mismo tiempo que desarrollen la habilidad para razonar, proponer, emitir juicios y tomar decisiones frente a la resolución de problemas. Desafortunadamente el tiempo que se dispuso para la realización de la investigación fue muy corto y no permitió que se llevaran a cabo las acciones destinadas a alcanzar este objetivo, así como también no se pudo dar respuesta a la interrogante: ¿Qué tipo de actividades didácticas apoyan a la modelación matemática en el desarrollo y construcción de saberes que permitan a los estudiantes del quinto grado, razonar, proponer, emitir juicios y tomar decisiones frente a la resolución de problemas?

**5.1.2 Alcances del Objetivo general y respuesta a la interrogante principal del estudio.** Mediante las respuestas dadas a las interrogantes subordinadas, el alcance de los objetivos y la triangulación y validación de los datos obtenidos a través de los

diversos medios de recolección, se hizo posible el logro del objetivo general de la investigación. Mismo que estuvo destinado a determinar de qué manera la modelación influye en el desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas con multiplicación de fracciones en los estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Por lo que se puede afirmar que en este estudio la modelación matemática aplicada a la resolución de problemas que empleen la multiplicación de fracciones para su resolución, propicia que los estudiantes de manera paulatina desarrollen sus habilidades y las competencias referidas al ámbito del pensamiento formativo de manera directa e indirectamente en los demás ámbitos del desarrollo social, dado que cuando el niño se adentra a buscar sus propias alternativas de solución tiende a recordar sus experiencias y conocimientos, los aplica, los comprueba y los perfecciona haciendo que sus saberes tengan significado, les sean útiles y transformen esos nuevos aprendizajes en un andamio que será su sustento para un conocimiento competente cada vez mayor.

Lo anterior también hace posible que la interrogante general de la investigación tenga que ser respondida. ¿Qué relación existe entre la implementación de la modelación matemática y el desarrollo de las competencias matemáticas para resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, en alumnos del quinto grado de Educación Primaria?

La modelación matemática aplicada como método en el tratamiento del tema la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones, posee una relación estrecha con el desarrollo de competencias matemáticas, dado que se

motiva al estudiante a dejar de lado las prácticas tradicionales de escuchar y reproducir y se pasa al dinamismo en el que el alumno es capaz a través de sus saberes previos de formular sus propios modelos de solución a una problemática y no sólo de carácter matemático, sino también de otras ciencias del conocimiento.

La apropiación del concepto de fracción y su aplicabilidad en la resolución de problemas adquiere significado para los alumnos y se posibilita su aplicación contextual.

**5.1.3 Supuestos de investigación.** Al inicio de la investigación se plantearon los siguientes tres supuestos de investigación:

- 1) La modelación matemática como método de enseñanza posibilita el desarrollo de competencias matemáticas de comprensión, de análisis, de selección y de argumentación porque plantea el conocimiento a través del desarrollo de modelos que hacen que el estudiante aplique y de funcionalidad a sus saberes.
- 2) Implementar en el aula secuencias didácticas que planteen la aplicación del conocimiento matemático en el contexto, permite a los alumnos desarrollar las habilidades necesarias para desempeñarse de manera competente en la sociedad.
- 3) Las principales dificultades a que se enfrentan los estudiantes del quinto grado de Educación Primaria al resolver problemas con multiplicación de fracciones, es que no tienen dominio del concepto de fracción y no conocen el procedimiento para realizar una multiplicación de fracciones.

De ellos solo es posible darle validez a los dos primeros mismos que fueron comprobados en los resultados de la investigación, en tercer supuesto no puede ser

aceptado como verídico puesto que las actividades destinadas a comprobarlo no se realizaron a causa del corto tiempo en que se efectuó el estudio.

## **5.2 Validez interna y externa**

Con el fin de validar el grado de confiabilidad de la información recabada a través de los instrumentos diseñados para tal fin se aplicaron de manera paralela las fichas de observación y las notas de campo, se requisitaron los dos instrumentos, cuidando siempre que la redacción y comentario no fueran los mismos por lo cual no existió ningún problema de confusión o desconfianza y se pudieron interpretar y comparar los datos. En el caso de la bitácora de análisis el procedimiento fue diferente porque las anotaciones realizadas fueron detalladas hasta con los más ínfimos detalles, evitando que las creencias, valores y hábitos personales del investigador tuvieran influencia en los resultados.

De igual forma y dando credibilidad a la investigación se cuidó de que cada tema de análisis fuera valorado por dos instrumentos diferentes, haciendo una comparación entre ellos y delimitando aspectos confusos, Cisterna (2005) le llama a este proceso *pertinencia* y lo expresa como una acción en la que sólo se toman en cuenta los datos que se relacionan estrechamente con el tema de investigación. Finalmente se llegó a la triangulación de datos.

## **5.3 Alcances y limitaciones**

Las limitantes encontradas en el estudio fueron las siguientes: Los elementos que integran el grupo de estudio son pocos como para poder presentar un panorama general



de los logros que se pudieran obtener en todos los grupos que integran el quinto grado de Educación Primaria a nivel nacional, sin embargo son ellos a los que se tuvo acceso directo en la investigación. El tiempo para la recolección de datos fue muy corto y las actividades se vieron afectadas por suspensiones laborales de carácter político, específicamente las acciones implementadas por la sección XXII del estado de Oaxaca y la costumbre metodológica de los estudiantes para el desarrollo de actividades de aprendizaje y toma de decisiones.

Los alcances se demuestran en la triangulación y confrontación de datos que permitieron dar respuesta a la pregunta de investigación. La persistencia del investigador ayudó en todo momento a la realización de las actividades y motivó a los alumnos. Los alumnos conocieron una modalidad de enseñanza-aprendizaje en la que ellos son los principales actores del proceso. El investigador pudo evaluar su práctica educativa y percibir los principales problemas que aquejan al grupo observado.

#### **5.4 Sugerencias para estudios futuros**

A pesar de los resultados obtenidos, valorados y analizados en la investigación, se puede decir que el trabajo no está concluido, puesto que todo estudio exige necesariamente una continuidad en su aplicación, así como delimitar los aspectos que no tienen porqué estar en el estudio, es decir mejorar lo ya aplicado y descrito. Por lo que aún existen diversos temas que surgen en la investigación y que pueden ser tratados a futuro.

- Identificar de qué manera la modelación matemática propicia el trabajo autónomo.

- Analizar de qué manera los factores contextuales influyen en los logros de aprendizaje a través de la modelación matemática.
- Cómo propiciar que los docentes conciban a la modelación matemática como método alternativo que permite el desarrollo de saberes significativos.

## 5.5 Conclusiones

Como se ha venido leyendo a lo largo del capítulo que los requerimientos y limitantes en el aprendizaje de los estudiantes son expresados de diferentes formas, sin embargo es necesario valorar a qué se deben esas limitantes, ¿por qué los alumnos presentan esas características conductuales frente al conocimiento, ¿por qué a pesar de que estamos en el siglo XXI se siguen dando esas prácticas pedagógicas en la que el estudiante únicamente cumple el papel de receptor?, en fin múltiples interrogantes que requieren necesariamente de un somero análisis y participación de todos los actores educativos.

Los resultados revelan la falta de creatividad pedagógica y el aprendizaje poco significativo que han desarrollado los estudiantes en el tema de las fracciones, a pesar de estar en el quinto grado, un año antes de culminar la Educación Primaria. Al respecto Cortina, J. L., Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012) afirman que en México, muchos niños culminan la primaria con una comprensión muy limitada del concepto de fracción, algunos de ellos sin siquiera de la notación más común de ellas.

Aspecto que puede deberse a muchos factores entre los que se pueden contar, el diseño de los programas del nivel, el enfoque que sustentan y el que le proporciona el

docente, la amplitud de esos programas puesto que lo que le interesa al docente no es la calidad sino la cantidad de contenidos que debe de alcanzar en el bimestre, mes y año lectivo.

Vista desde una perspectiva a fondo la modelación matemática es una alternativa que aunada a la creatividad e interés del docente y el alumno, puede facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje a la vez que se cumple con los requerimientos del programa de estudios en el que se expresa que los estudiantes deben desarrollar competencias que los hagan útiles en una sociedad en constante cambio. La modelación tiene aplicabilidad en todas las asignaturas por lo que se puede trabajar de manera correlacionada y aprovechar el tiempo al máximo.

El desarrollo de competencias mediante la modelación matemática parece ser una estrategia adecuada que bien aplicada puede llevar a los alumnos a un mejor nivel de apropiación y uso tanto de las fracciones como de todo tipo de saberes.

Para finalizar, nada va a cambiar si no cambia antes la perspectiva del docente y de todos los actores educativos en cuanto a la importancia de la educación en México. Programas van y programas vienen, sin embargo ellos no van a actuar por sí mismos, sino que requieren aplicabilidad funcional y esto no va a estar detallado en ninguno de ellos. Este sólo fue un estudio de corta duración en el que tal vez no se tomaron en cuenta todas las problemáticas educativas, pero constituye un ejemplo de lo que está pasando en el Sistema Educativo mexicano.

## Referencias

- Alles, M. (2009). *Desarrollo del talento humano: basado en competencia*. Argentina: Granica,
- Block, D. (2001). Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo. *Educación Matemática*. 13(2), 5-30.
- Blomhøj, M. (2004). *Mathematical modelling - A theory for practice*. *International Perspectives on Learning*. National Center for Mathematics Education. Suecia.
- Blum, W. y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*. 1(1), 45-58.
- Borrego, M. (2009). *Dossier de metodología de la investigación*. Argentina: El Cid Editor.
- Bosch, M., Javier, F., Gascón, J. y Ruíz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación matemática*. 18(002), 37-74.
- Cameiro, A. María. (2009). *El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de profesores*. Pontificia Universidad Javeriana.
- Cantoral, R. y Farfan, R. M. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Educación y Pedagogía*. XV(35), 203-214.
- Cardoso, E. O., Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*. 47(5), 1-11.
- Castañeda G. y Álvarez M. (2006) La reprobación en matemáticas: dos experiencias. *Tiempo de educar*. 5(009), 141-172.
- Cisterna, F. (2005) Categorización y triangulación como proceso de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*. 14(001), 61-67.
- Cortina, J. L., Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), 70-85.

- Cubillo, C. y Ortega, T. (2003). Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones. *Educación matemática*. 15(002), 55-75.
- De León, H. y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de soluciones de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. 1(2), 268-282.
- Flores, A. H., Gómez, A. (2009). Aprender matemática, haciendo matemática; la evaluación en el aula. *Educación Matemática*. 21(2), 117-142.
- Frizz, C. M., Sanhueza, s. y Sánchez, A. M. (2009). Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones. *Horizontes Educativos*. 13(2), 87-97.
- García, B., Coronado, A., y Montealegre, L. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas; una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Revista educación y Pedagogía*. 23(59)
- González, M. I. (2009). *Alcances y límites de un currículo basado en competencias*. Colombia: Universidad de la Sabana, Facultad de Educación.
- Hernández S., Fernández C. y Baptista, P. (2006) *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill. 4ª Ed.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global opinion poll of international. The perspectives in modeling inside. *The education of mathematics*. 38(3), 302.
- Katja M. (2006). What are modeling qualifications? *University of Education*. 38(2), 113.
- López, E., y Martínez, M. (2010). Las prácticas de evaluación de competencias en la educación preescolar mexicana a partir de la reforma curricular: análisis desde un modelo socioconstructivista y situado. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. 15(47), 1025-1050.
- Luelmo M. (2006). *Concepciones matemáticas de los docentes de primar en relación con la fracción como razón y como operador multiplicativo*. México: Trillas.
- Mayan, M. (2001). *Una introducción a los métodos cualitativos: un módulo de entrenamiento para estudiantes y profesionales*. Universidad Autónoma Metropolitan-Iztapalapa, México.
- Mina, A. (2009). *Guía práctica de investigación*. Argentina: El Cid Editor.

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Mora, A. (2005). Una experiencia pedagógica en la enseñanza de la matemática, sustentada en el enfoque constructivista. *Acción Pedagógica*. 14(1), 112-117.
- Moreno, F. (2009). *Aprendizaje significativo como técnica para el desarrollo de estructuras cognitivas en los estudiantes de educación básica*. Argentina: El Cid Editor.
- Múnera, J. J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*. 23(59), 179-193.
- Penalva, C. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: contextos para el aprendizaje de la probabilidad. *Educación matemática*. 22(3), 23-54. S
- Ríos, J. (2009). Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones. *Telos*. 11(3), 310-331.
- Rodríguez, R. (2012). Competencias de modelación y uso de tecnología en ecuaciones diferenciales. Baja California, México.
- Salett M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación matemática*. 16(002), 105-125.
- Sepúlveda, A., Medina, C. y Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*. 21(2), 79-115.
- Secretaría de Educación Pública (2009). *Plan de Estudios. Educación básica*. México, D. F.: Centro Gráfico Industrial. S.A. de C. V.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Plan de Estudios. Educación básica*. México, D. F.: Centro Gráfico Industrial. S.A. de C. V.
- Tejada, A. (2007). Desarrollo y formación de competencias: un acercamiento desde la complejidad. *Acción Pedagógica*. 16(1), 40-47.
- Terán, M. y Pachano, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*. 13(44), 159-167.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*. 9(46), 75-87.

- Vidal, R. (2009). *Enlace, Exani, Excale o PISA*. Centro Nacional de Evaluación para la Educación superior A. C. México. D.F.
- Villa, J. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. 27, 1-21.
- Villa, J. A., Rojas, C. y Cuartas, C. M. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: reflexiones acerca de la realidad en modelación en educación matemática. *Revista virtual Universidad católica del norte*. (29), 1-17.
- Villalobos, X. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. *REICE. Revista Electrónica Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en la educación*. 6(003), 36-58.

## **Apéndice 1. Definición de términos**

Matemáticas.- Ciencia dirigida a que los estudiantes consigan elaborar técnicas generales para actuar ante situaciones de problema, así como desarrollar estrategias mentales de tipo lógico que les permitan aproximarse a campos amplios del conocimiento y de la vida (Santillana, 2000).

Resolución de problemas.- Resolver problemas implica poner en juego competencias cognitivas de orden superior, de aprendizaje lento, interconectadas de forma compleja entre ellas, características que las hace difícilmente observables o medibles (Schoenfeld, 1992).

Fracción.- División de algo en partes. Cada una de las partes separadas de un todo o consideradas como separadas (Diccionario de la lengua española. Vigésima segunda edición, 2001).

Multiplicación.- Acción y efecto de multiplicar. Hallar el producto de dos factores, tomando uno de ellos, llamado multiplicando, tantas veces por sumando como unidades contiene el otro, llamado multiplicador (Diccionario de la lengua española. Vigésima segunda edición, 2001).

Modelación matemática.- Es el proceso, mediante el cual es posible encontrar un modelo matemático, que reproduzca lo mejor posible los datos obtenidos en el estudio de un fenómeno o una situación; tal fenómeno o situación pueden venir de cualquier campo del conocimiento (Flores, 2009).



Metodología.- Es el estudio de las razones que nos permiten comprender por qué un método es lo que es y no otra cosa. Estudia la definición, construcción y validación de los métodos (Santillana, 2000).

Desarrollo de competencias.- Conocimiento y Desarrollo de Procedimientos Matemáticos, que incluye comprender y manejar la extensión de los conceptos matemáticos y la argumentación matemática (SEP, 2009).

## Apéndice 2. Carta consentimiento

### Carta de consentimiento

#### La modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones

Por medio de la presente quiero invitarte a participar en un estudio que estoy realizando sobre la influencia de la modelación matemática en el desarrollo de competencias para la resolución de problemas que hagan uso de la multiplicación de fracciones, en los alumnos del quinto grado de Educación Primaria. Yo soy alumna de la Maestría en Educación del Instituto de Estudios Superiores del Tecnológico de Monterrey (ITESM). Este estudio está siendo realizado por mí como parte de mi tesis de maestría, con el respaldo de las autoridades del ITESM y la asesoría de dos profesores de la Institución. Se espera que en este estudio participe una muestra de 10 alumnos que cursen el quinto grado de Educación Primaria.

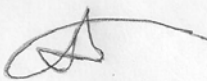
Si tú decides aceptar esta invitación, tu participación consistirá básicamente en: 1) Resolver dos cuestionarios en los que se te pregunta acerca de la utilidad de las matemáticas en la vida real y la funcionalidad que observes en cuanto a la aplicación de la modelación matemática como forma de enseñanza. Dichos cuestionarios están distribuidos en dos momentos estratégicos para el estudio, al iniciar la investigación y al término de ella, 2) Trabajarás en base a la propuesta metodológica de modelación en el tema de la multiplicación de fracciones, aspecto que no te perjudicará puesto que es un tema del programa de quinto grado, 3) Permitirás que yo como investigador realice anotaciones de tu conducta frente al conocimiento, así como las dificultades y aciertos que tengas durante el proceso de las actividades.

Toda información contenida en este estudio será estrictamente confidencial. Ni los profesores ni las autoridades del ITESM tendrán acceso a la información que cada uno de ustedes proporcione, sus cuestionarios serán llevados a mi domicilio y resguardados bajo llave, sus nombres serán codificados con absoluto recelo. Si en dado caso el estudio fuera publicado se hará en base a códigos y en términos de grupo participante.

Tu participación es voluntaria y de ninguna forma afectará en tu entorno laboral. Tienes la libertad de dejar de participar en el estudio en el momento en que así lo prefieras sin represión alguna. Si así lo decides se te puede dar una copia de este documento y para cualquier duda puedes hacerlo de manera personal o a mi número telefónico, para lo cual te pido copies mis datos: Carmen Quevedo Domínguez. No. Telefónico: 951 1 23 93 92. Correo electrónico: [carmenpreparacion55@hotmail.com](mailto:carmenpreparacion55@hotmail.com).

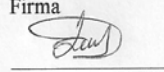
Si tu decisión es participar en este estudio, por favor anota tu nombre, firma y fecha en la parte inferior de esta carta, como una forma de manifestar tu aceptación y consentimiento a lo aquí estipulado. No olvides que no estás obligado a continuar con el estudio si en algún momento lo decides dejar, no habrá ningún problema, aún a pesar de hacer firmado este documento.

Miguel Velasco Ramírez  
Nombre del participante

  
Firma

19-Septiembre-2012  
Fecha

Meliton Velasco  
Nombre del padre, madre o tutor.

  
Firma

19-Septiembre-2012  
Fecha

Carmen Quevedo Domínguez  
Nombre del investigador

  
Firma

19-Septiembre-2012  
Fecha

### Apéndice 3. Instrumentos de recolección de datos

#### Fichas de observación

La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones, en el quinto grado de Educación Primaria”

Observación sobre el significado que otorgan los alumnos al concepto de fracción y a la multiplicación de fracciones. (De uso sólo para el investigador)	
Instrumento de investigación que pretende captar el conocimiento que poseen los alumnos respecto a la identificación de fracciones y su uso en una multiplicación.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar.	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. Concepto que tienen los alumnos de las fracciones y la multiplicación de fracciones.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados.	

Observación sobre la interpretación y selección que los alumnos hacen de la información contenida en un problema matemático. (De uso sólo para el investigador)	
Mediante este instrumento de investigación se pretende identificar las estrategias que emplean los estudiantes para interpretar la información de un problema matemático.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar:	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. Cómo interpretan los alumnos la información de un problema matemático.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados	

Observación acerca de la forma en que los alumnos utilizan sus conocimientos previos en la resolución de problemas que impliquen multiplicación de fracciones. (De uso sólo para el investigador)	
Mediante este instrumento de investigación se pretende captar de qué manera los estudiantes aplican sus conocimientos previos.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar.	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. De qué manera utilizan los estudiantes sus conocimientos previos de multiplicación de fracciones en la resolución de problemas.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados	

Observación acerca de las habilidades matemáticas que poseen y aplican los alumnos en la resolución de problemas. (De uso sólo para el investigador)	
Mediante este instrumento de investigación se pretende identificar las habilidades matemáticas que ponen en práctica los alumnos al resolver problemas matemáticos.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar.	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. Habilidades matemáticas que demuestran los estudiantes al resolver el problema.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados	

Observación acerca de las competencias matemáticas que se observan en los estudiantes al resolver problemas. (De uso sólo para el investigador)	
Mediante este instrumento de investigación se pretende identificar las competencias matemáticas que los alumnos poseen para la resolución de problemas.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar.	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. Competencias matemáticas que se observan en los estudiantes.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados	

Observación acerca de las competencias de modelación que se observan en los estudiantes al resolver problemas. (De uso sólo para el investigador)	
Mediante este instrumento de investigación se pretende identificar las competencias de modelación que han desarrollado y aplican los estudiantes.	
Situación:	
Fecha:	
Hora:	
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar.	Aula del 5° de la Esc. Primaria “Unión y Progreso”
1. Tema. Competencias de modelación que se observan en los estudiantes.	
2. A qué se debe esa conceptualización.	
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados	



## Nota de campo

Formato diseñado por el investigador

Nombre del proyecto: “La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria”

Episodio: \_\_\_\_\_

Participantes: \_\_\_\_\_

¿Qué es lo que sucede?

Día: \_\_\_\_\_ Mes: \_\_\_\_\_ Año: \_\_\_\_\_ Hora: \_\_\_\_\_

Lugar: \_\_\_\_\_

## Cuestionario a los alumnos

(Previo a la aplicación de las actividades de modelación)

Aplicador: \_\_\_\_\_

Cuestionado: \_\_\_\_\_

Apreciable alumno:

Con el propósito de conocer tus impresiones respecto a la forma de enseñanza de la multiplicación de fracciones y reunir información para sustentar el proyecto cuyo título es: “La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria” se elaboró este cuestionario, el cual será utilizado de manera confidencial y con respeto a tu integridad. Te pido lo contestes de manera tranquila y sin presión alguna, recordándote que si en algún momento decides no continuar, puedes hacerlo sin causar ningún problema.

Indicaciones: Lee detenidamente cada planteamiento y contesta a continuación en el espacio en blanco, si requieres mayor espacio puedes continuar en la parte de atrás de la hoja, simplemente coloca el número de la pregunta a la cual estás dando respuesta.

Muchas gracias.

Encierra la opción que consideres, de acuerdo a la interrogante planteada,

1.- Las matemáticas constituyen una asignatura básica en la educación, ¿crees que las actividades que realizas en el aula, tienen alguna relación con la realidad en que vives?

A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

2.- ¿Los problemas matemáticos que tu profesor te presenta, tienen relación con la realidad de tu pueblo, ciudad, país?

A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

3.- ¿Crees que te sirve de algo contestar esos problemas matemáticos?

A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

4.- ¿Te agrada el tema de la multiplicación de fracciones?

- A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

5.- ¿Dominas el contenido, es decir saber hacer una multiplicación de fracciones?

- A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

6.- ¿Utilizas tus conocimientos previos para resolver por ti mismo un problema, o esperas a que el maestro te diga lo que tienes que hacer?

- A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

7.- En tu contexto, ¿alguna vez has visto que se emplea la multiplicación de fracciones, como medio para resolver problemas reales? (La producción y venta de queso, por ejemplo?)

- A) Siempre      B) Casi siempre      C) Algunas veces      D) Nunca

Te agradezco haber participado en este cuestionario, te recuerdo que la información que otorgaste será empleada de manera confidencias y con respeto a tu persona.

Gracias.

## Cuestionario a los alumnos

(Al concluir las actividades de modelación)

Aplicador: \_\_\_\_\_

Cuestionado: \_\_\_\_\_

Apreciable alumno:

Con el propósito de conocer tus impresiones acerca de las actividades de modelación matemática desarrolladas en el aula y reunir información para sustentar el proyecto cuyo título es: “La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria” se elaboró este cuestionario, el cual será utilizado de manera confidencial y con respeto a tu integridad. Te pido lo contestes de manera tranquila y sin presión alguna, recordándote que si en algún momento decides no continuar, puedes hacerlo sin causar ningún problema.

Indicaciones: Lee detenidamente cada planteamiento y contesta a continuación en el espacio en blanco, si requieres mayor espacio puedes continuar en la parte de atrás de la hoja, simplemente coloca el número de la pregunta a la cual estás dando respuesta.

Muchas gracias.

1.- Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a desarrollar mis propias estrategias para encontrar la solución.

- f) Totalmente de acuerdo.
- g) De acuerdo.
- h) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- i) En desacuerdo.
- j) Totalmente en desacuerdo.

2.- Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a comprender la situación del problema y llevarlo a mi realidad.

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- d) En desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

3.- La modelación matemática contribuye a que pueda interpretar, plantear y resolver problemas reales aplicables en mi contexto.

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- d) En desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

4.- El trabajo académico mediante el uso de la modelación matemática me apoya a desarrollar la habilidad para buscar, seleccionar, evaluar y organizar información.

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- d) En desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

5.- Resolver problemas mediante la modelación matemática contribuye a que tenga autonomía en mis decisiones.

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- d) En desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

6.- El uso de la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje, propicia la colaboración, la democracia, la libertad y el respeto.

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- d) En desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

7.- Considerando las actividades que se realizaron en el aula, ¿puedo resolver eficientemente problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones?

- a) No, aún no le entiendo
- b) No.
- c) Sí, ahora es más fácil
- d) Sí, pero me falta práctica.

8.- ¿Qué aspecto es más difícil para ti cuando resuelvas problemas matemáticos?

- a) La comprensión del problema
- b) Buscar la información del problema
- c) Los procedimientos para resolverlos
- d) Las tablas de multiplicar.

Te agradezco haber participado en este cuestionario, te recuerdo que la información que otorgaste será empleada de manera confidencias y con respeto a tu persona.

**Problemas para que el estudiante los resuelva y se pueda observar selección que los alumnos hacen de la información contenida en un problema matemático**

**Estimado alumno:**

Te agradezco tu participación en el proyecto de investigación denominado “La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria”, espero que las actividades que se desarrollan para la obtención de datos que permitan dar solución a la problemática, sean de apoyo para mejorar tus conocimientos en el tema.

Objetivo: Identificar las competencias que los estudiantes del quinto grado ponen en práctica al resolver problemas matemáticos que impliquen multiplicación de fracciones.

Indicaciones:

Lee y detenidamente y resuelve cada uno de los siguientes problemas (Puedes utilizar el reverso de la hoja para realizar tus procedimientos correspondientes).

1.- Ramiro vende quesos en el mercado de Abasto de la ciudad de Oaxaca, el día lunes vendió 17 bolsas de queso y cada una pesaba  $13 \frac{1}{4}$  kilos. ¿Cuántos kilogramos de queso vendió en total?

2.- Ramiro va a realizar la fiesta de cumpleaños de su hijo Iván y necesita calcular la cantidad exacta de productos que tiene que comprar, ayúdele a completar la siguiente tabla.

Producto	Cantidad para una persona	Número de personas	Compra total
Helado	$\frac{5}{7}$ de kg.	43	
Pizza	$\frac{3}{8}$ de pieza	43	
Pastel	$\frac{2}{5}$ por pieza	43	

3.- La señora Luisa produce quesos y cuatro días a la semana los lleva al mercado en su camioneta, ella necesita sacar el gasto que hace en gasolina para poder determinar en realidad cuál es su ganancia, observa los datos y completa la siguiente tabla.

Día	Cantidad de gasolina	Kilómetros recorridos	Total
Martes	4 1/2	4	
Miércoles		22	
Viernes		15	
Domingo		35	

Nota: Gracias por tu participación.



## Apéndice 4. Transcripción de los cuestionarios aplicados a los alumnos

### Cuestionario a los alumnos acerca de la concepción del concepto de fracción y la utilidad de las matemáticas en su contexto.

Cuestionario a los alumnos (Previo a la aplicación de las actividades de modelación)

Aplicador: Carmen Quevedo Domínguez  
Cuestionado: Jorge Shored Cruz Hernández

Apreciable alumno:

Con el propósito de conocer tus impresiones respecto a la forma de enseñanza de la multiplicación de fracciones y reunir información para sustentar el proyecto cuyo título es: "La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria" se elaboró este cuestionario, el cual será utilizado de manera confidencial y con respeto a tu integridad. Te pido lo contestes de manera tranquila y sin presión alguna, recordándote que si en algún momento decides no continuar, puedes hacerlo sin causar ningún problema.

Indicaciones: Lee detenidamente cada planteamiento y contesta a continuación en el espacio en blanco, si requieres mayor espacio puedes continuar en la parte de atrás de la hoja, simplemente coloca el número de la pregunta a la cual estás dando respuesta.

Muchas gracias.

Encierra la opción que consideres, de acuerdo a la interrogante planteada,

- Las matemáticas constituyen una asignatura básica en la educación, ¿crees que las actividades que realizas en el aula, tienen alguna relación con la realidad en que vives?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 A) Siempre
- ¿Los problemas matemáticos que tu profesor te presenta, tienen relación con la realidad de tu pueblo, ciudad, país?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 B) Casi siempre
- ¿Crees que te sirve de algo contestar esos problemas matemáticos?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 C) Algunas veces
- ¿Te agrada el tema de la multiplicación de fracciones?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 C) Algunas veces
- ¿Dominas el contenido, es decir saber hacer una multiplicación de fracciones?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 A) Siempre
- ¿Utilizas tus conocimientos previos para resolver por ti mismo un problema, o esperas a que el maestro te diga lo que tienes que hacer?  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 B) Casi siempre
- En tu contexto, ¿alguna vez has visto que se emplea la multiplicación de fracciones, como medio para resolver problemas reales? (La producción y venta de queso, por ejemplo)  
A) Siempre B) Casi siempre C) Algunas veces D) Nunca  
 C) Algunas veces

Te agradezco haber participado en este cuestionario, te recuerdo que la información que otorgaste será empleada de manera confidencias y con respeto a tu persona.

Gracias.

## Cuestionario a los alumnos acerca de la concepción del aprendizaje y el desarrollo de competencias a través de la modelación matemática

Cuestionario a los alumnos (Al concluir las actividades de modelación)

Aplicador: Carmen Quevedo Domínguez  
Cuestionado: Braani Noemi Cruz Carrasco

Apreciable alumno: Con el propósito de conocer tus impresiones acerca de las actividades de modelación matemática desarrolladas en el aula y reunir información para sustentar el proyecto cuyo título es: "La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria" se elaboró este cuestionario, el cual será utilizado de manera confidencial y con respeto a tu integridad. Te pido lo contestes de manera tranquila y sin presión alguna, recordándote que si en algún momento decides no continuar, puedes hacerlo sin causar ningún problema.

**Indicaciones:** Lee detenidamente cada planteamiento y contesta a continuación en el espacio en blanco, si requieres mayor espacio puedes continuar en la parte de atrás de la hoja, simplemente coloca el número de la pregunta a la cual estás dando respuesta.

1.- Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a desarrollar mis propias estrategias para encontrar la solución.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

2.- Resolver problemas empleando la modelación matemática, me ayuda a comprender la situación del problema y llevarlo a mi realidad.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

3.- La modelación matemática contribuye a que pueda interpretar, plantear y resolver problemas reales aplicables en mi contexto.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

4.- El trabajo académico mediante el uso de la modelación matemática me ayuda a desarrollar la habilidad para buscar, seleccionar, evaluar y organizar información.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

5.- Resolver problemas mediante la modelación matemática contribuye a que tenga autonomía en mis decisiones.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

6.- El uso de la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje, propicia la colaboración, la democracia, la libertad y el respeto.

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

7.- Considerando las actividades que se realizaron en el aula, ¿puedo resolver eficientemente problemas que impliquen el uso de la multiplicación de fracciones?

- a)  Totalmente de acuerdo  
b)  De acuerdo  
c)  Ni de acuerdo ni en desacuerdo  
d)  En desacuerdo  
e)  Totalmente en desacuerdo

## Transcripción de las fichas de campo y de observación aplicadas a los alumnos.

### Lado 1

*Observación participante*

Observación sobre el significado que otorgan los alumnos al concepto de fracción y a la multiplicación de fracciones. (De uso sólo para el investigador)	
Instrumento de investigación que pretende captar el conocimiento que poseen los alumnos respecto a la identificación de fracciones y su uso en una multiplicación.	
Situación:	Los alumnos se encuentran organizados en equipos de cuatro elementos cada uno. El investigador hace entrega de un juego de tarjetas a cada equipo. Las tarjetas consisten en rectángulos de papel de aproximadamente 8x14 cm. en cada una está dibujado (representado) un entero y coloreada algunas partes de él $\frac{1}{5}$ - 5. Continúa atrás.
Fecha:	11 de febrero de 2013.
Hora:	8:45 a.m.
Participantes:	Alumnos y maestro.
Lugar:	Aula del 5° de la Esc. Primaria "Unión y Progreso"
1. Tema, Concepto que tienen los alumnos de las fracciones y la multiplicación de fracciones.	Se observa que en el grupo son varios los alumnos que aun no se han apropiado del concepto de fracción. De los 20 que se encontraban presentes más de 10 no supieron relacionar la representación de la fracción en dibujo con la expresión en número.
2. A qué se debe esa conceptualización.	Puede ser por varias razones. 1.- Porque los alumnos no comprendieron o no relacionaron la actividad con su aprendizaje, simplemente repartieron y ya. 2.- El proceso de enseñanza-aprendizaje que desarrolló el prof. en el tema de fracciones no fue significativo. 3.- No conocen o no recuerdan el tema de las fracciones y su representación.
3. Conclusiones sobre los hallazgos encontrados.	Es necesario realizar nuevas observaciones, puesto que tal vez en este momento los alumnos no se encuentran en condiciones óptimas de aplicar o rescatar sus conocimientos. Con otras obs. será posible identificar si el patrón de resultados se repite o no.

### Lado 2 Observación participante. 11-febrero-2013

1.-S. Los alumnos observan y comentan ¿esto para qué? Jesús quien es un chico distraído, pero ahora mira atentamente cada tarjeta, algo llamó su atención, finalmente Miguel, le quita bruscamente las tarjetas y le dice que las preste por que no son para él, Jesús solo se pone a platicar con otro compañero sin prestarle importancia a Miguel. El investigador entrega a los equipos otro paquete de tarjetas, pero ahora no hay dibujos, simplemente las mismas tarjetas de  $8 \times 14$  cm con números fraccionarios ( $\frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}$ ) etc. nuevamente los niños preguntan ¿Qué vamos a hacer? ("ruido" "voces" - "preguntas" "comentarios acerca de las tarjetas y lo bonitas que se ven :). El profesor explica la actividad.

\* Cada grupo tiene 2 paquetes de tarjetas.

\* Son diferentes entre sí, alcanzan para que a cada quien les toque de 6 tarjetas.

\* Platiquen en equipo y decidan una forma por medio de la cual las van a repartir - (niños, nooo, profe, mejor usted diganos cómo le hacemos).

\* Bien los que van a decidir la forma de repartir, el profe nuevamente explica, "ustedes

\* Cuando terminen de repartir nos explicarán como le hicieron. (Ya profe, ya terminamos,

\* niños, el profesor espera a que todos los equipos terminen.

\* Explicación de los equipos.

E.1. - Compañeros y profr. nosotros organizamos la entrega de tarjetas mediante los colores, si la tarjeta del dibujo estaba pintada de rosa, buscamos en los números los que eran rosas y así, hasta que terminamos y no nos sobró ninguna.

E.2. - Buenos días compañeros, inicio Juan. Este Jorge dijo que repartiríamos las tarjetas de acuerdo al número de partes que están pintadas en los dibujos, si estaban pintadas 3 buscamos entre las tarjetas, la que tenía el número de arriba 3, y así pero nos sobraron 2 tarjetas.

E.3. - Compañeros y profr. dijo Biaani, nosotros repartimos las tarjetas buscando su equivalente, ~~las tarjetas~~ - o sea, si en una estaban pintadas  $\frac{5}{6}$ , buscamos la tarjeta que tuviera el  $\frac{5}{6}$ , y no ~~nos sobraron~~ nos sobró nada.

E.4. - A nosotros no nos sobraron tarjetas tampoco ~~profe~~ profe, pero no lo hicimos igual al equipo de Biaani, si no que Anthuan agarraba una tarjeta, la enseñaba y cuando la mostraba teníamos que buscar su pareja y quien la encontrara primero se quedaba con ella.

## Nota de campo

### Nota de campo

Formato diseñado por el investigador

Nombre del proyecto: "La relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones en alumnos del quinto grado de educación primaria"

Episodio: Realizar un modelo para resolver el problema matemático presentado.

Participantes: Alumnos de 5.º grado y Profesor.

¿Qué es lo que sucede?

Los alumnos se encuentran organizados en equipos, son 4 niños en cada uno, la integración se llevó a cabo por medio de las características personales y cognitivas de cada uno de ellos. Todos los equipos están equilibrados. Se observan y comentan. La indicación fue clara y bien niños, ahora sí, después de haber realizado diversos trabajos mediante la modelación matemática, se han dado cuenta de la metodología que ésta sigue para encontrar la respuesta a un problema, en este caso en relación a la multiplicación de fracciones.

Tienen todos los elementos para resolver el problema matemático que les fue presentado, realicen el modelo, comenten, elijan líder, distribuyan actividades, no se, organicéncense y éxito para todos.

Los niños no lo pueden aceptar "van a trabajar solos" algo que en las primeras observaciones era mucho más difícil de lograr.

Día: V Mes: 03 Año: 2013 Hora: 8:15 a.m  
Viernes Marzo

Lugar: Aula del 5.º grado de la Esc. Prim.  
"Unión y Progreso" Matadamas, Etla,  
Oaxaca.

Obs. Carlos Manuel, el niño más inquieto del salón se resiste y como que no quiere opinar, pero su equipo le explica y le dan una tarea sencilla para que se vaya integrando al trabajo. Ahora él es el responsable de organizar al equipo.



## Apéndice 5. Evidencias fotográficas.



Alumnos en la resolución del cuestionario y de problemas matemáticos.

