

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY

PROGRAMA DE GRADUADOS EN ELECTRONICA,
COMPUTACION, INFORMACION Y COMUNICACIONES



Diseño de Sistemas de Control Continuo en tiempo discreto
utilizando Recorrido Simulado

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN SISTEMAS INTELIGENTES

POR

Ing. Martín Antonio Ruiz Cruz

DICIEMBRE DE 2003

Diseño de Sistemas de Control Óptimo en tiempo discreto utilizando Recocido Simulado

por

Ing. Martín Antonio Ruiz Cruz

Tesis

Presentada al Programa de Graduados en Electrónica, Computación, Información y
Comunicaciones

como requisito parcial para obtener el grado académico de

Maestro en Ciencias

especialidad en

Sistemas Inteligentes



Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Diciembre de 2003

Diseño de Sistemas de Control Óptimo en tiempo discreto utilizando Recocido Simulado

por

Ing. Martín Antonio Ruiz Cruz

Tesis

Presentada al Programa de Graduados en Electrónica, Computación, Información y
Comunicaciones

como requisito parcial para obtener el grado académico de

Maestro en Ciencias

especialidad en

Sistemas Inteligentes

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Diciembre de 2003

© Martín Antonio Ruiz Cruz, 2003

A mis padres

Reconocimientos

A mi madre, con todo mi corazón
A mi familia, por apoyarme incondicionalmente
A mis amigos, por toda su ayuda
A mis profesores, por darme conocimiento
Al CONACyT-ITESM, por brindar una oportunidad para realizar estudios de posgrado en este país

MARTÍN ANTONIO RUIZ CRUZ

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Diciembre 2003

Diseño de Sistemas de Control Óptimo en tiempo discreto utilizando Recocido Simulado

Martín Antonio Ruiz Cruz, M.C.
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2003

Asesor de la tesis: Dr. Horacio Martínez Alfaro

En este trabajo se plantea el problema del control óptimo cuadrático (LQ), en donde se propone el algoritmo Recocido Simulado como técnica de optimización para diseñar controladores. El control moderno ofrece métodos de solución para estos sistemas, incluso en algunas aplicaciones computacionales, como Matlab, se pueden modelar con herramientas muy sencillas. En estos métodos se busca resolver la ecuación discreta de Riccati para obtener la matriz de ganancia que minimiza un determinado índice de desempeño.

Similar a la solución de la ecuación de Riccati, el procedimiento propuesto consiste en obtener directamente los valores de la matriz de ganancia que minimiza dicho índice de desempeño. Lo que realiza el algoritmo durante la corrida es generar soluciones, las cuales representan a la matriz de ganancia. Por cada solución generada, el algoritmo efectúa una evaluación de la misma en algún modelo computacional, y de acuerdo al desempeño obtenido en la simulación (se busca minimizar el índice de desempeño), se aceptará o rechazará la solución. El algoritmo continua generando soluciones y aceptándolas o rechazándolas conforme se vaya minimizando el índice de desempeño hasta que se alcanza el criterio de terminación (temperatura final). Aquella solución (matriz de ganancia) que haya producido el mejor desempeño, será la que se tomará para el diseño del controlador.

Para poder determinar que tan bueno es el controlador encontrado por el algoritmo Recocido Simulado, se obtiene el controlador de la misma planta con técnicas de control LQ. Los experimentos se realizaron tanto en sistemas reguladores como de seguimiento, para plantas de primero, segundo y tercer orden de una entrada y una salida (SISO). El estudio también comprende el análisis en sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), y para esto se estudiaron los casos de plantas de segundo y tercer orden. Sin embargo, la parte más importante de este estudio recae sobre el diseño de

controladores para sistemas de seguimiento, SISO y MIMO, bajo índices de desempeño no convencionales.

Contenido

Reconocimientos	VII
Resumen	VIII
Índice de tablas	XV
Índice de figuras	XVII
Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivos	3
1.3. Distribución del documento	3
Capítulo 2. Antecedentes	5
2.1. Espacio de Estado	5
2.1.1. Concepto	5
2.1.2. Ecuaciones en el espacio de estado	5
2.2. Control Óptimo	6
2.2.1. Índice de desempeño	7
2.2.2. Control óptimo cuadrático	7
2.2.3. Índices de desempeño no convencionales	8
2.2.4. Regulación	10
2.2.5. Seguimiento	11
2.3. Recocido Simulado	12
2.3.1. Parámetros del algoritmo RS y el simulador	14
Capítulo 3. Sistemas SISO	17
3.1. Regulación	17
3.1.1. Metodología de diseño	17
3.1.2. Sistema de primer orden	19
3.1.3. Sistema de segundo orden	22
3.1.4. Sistema de tercer orden	24

3.2.	Seguimiento	27
3.2.1.	Metodología de diseño	27
3.2.2.	Sistema de primer orden	28
3.2.3.	Sistema de segundo orden	33
3.2.4.	Sistema de tercer orden	37
3.3.	Índices de desempeño no convencionales	42
3.3.1.	Sistema de tercer orden	43
3.3.2.	Experimento 1	44
3.3.3.	Experimento 2	46
3.3.4.	Experimento 3	49
Capítulo 4. Sistemas MIMO		53
4.1.	Regulación	53
4.1.1.	Metodología de diseño	53
4.1.2.	Sistema de segundo orden	53
4.1.3.	Sistema de tercer orden	56
4.2.	Seguimiento	59
4.2.1.	Metodología de diseño	59
4.2.2.	Sistema de segundo orden	59
4.2.3.	Sistema de tercer orden	64
4.3.	Índices de desempeño no convencionales	68
4.3.1.	Sistema de tercer orden	68
4.3.2.	Experimento 1	70
4.3.3.	Experimento 2	72
4.3.4.	Experimento 3	75
Capítulo 5. Conclusiones		79
5.1.	Sistemas SISO	79
5.1.1.	Regulación	79
5.1.2.	Seguimiento	80
5.1.3.	Seguimiento con índices de desempeño no convencionales	80
5.2.	Sistemas MIMO	80
5.2.1.	Regulación	80
5.2.2.	Seguimiento	81
5.2.3.	Seguimiento con índices de desempeño no convencionales	81
5.3.	Conclusiones generales	81
5.4.	Aportaciones	81
5.5.	Trabajo futuro	82
Bibliografía		83

Índice de tablas

2.1. Medidas de desempeño	8
3.1. Metodología para el diseño de controladores en sistemas reguladores . .	18
3.2. Parámetros del algoritmo RS para la planta de primer orden	19
3.3. Comparación de los controladores	20
3.4. Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden	22
3.5. Comparación de los controladores	22
3.6. Parámetros del algoritmo RS para la planta de tercer orden	24
3.7. Comparación de los controladores	25
3.8. Metodología para el diseño de controladores en sistemas de seguimiento	27
3.9. Parámetros del algoritmo RS para la planta de primer orden	28
3.10. Comparación de los controladores	29
3.11. Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden	33
3.12. Comparación de los diseños	33
3.13. Parámetros del algoritmo RS	38
3.14. Comparación de los controladores	38
3.15. Parámetros del algoritmo RS	42
3.16. Coeficientes de ponderación para el índice de desempeño no convencional	43
3.17. Resultados del experimento 1	44
3.18. Resultados del experimento 2	47
3.19. Resultados del experimento 3	49
4.1. Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden	54
4.2. Comparación de los controladores	54
4.3. Parámetros del algoritmo RS	56
4.4. Comparación de los controladores	57
4.5. Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden	60
4.6. Comparación de los controladores	60
4.7. Parámetros del algoritmo RS para la planta de tercer orden	64
4.8. Comparación de los controladores	65
4.9. Parámetros del algoritmo RS	68
4.10. Coeficientes del índice de desempeño	69

4.11. Resultados del experimento 1	70
4.12. Resultados del experimento 2	72
4.13. Resultados del experimento 3	75

Índice de figuras

2.1. Diagrama de bloques de un sistema de control en tiempo discreto invariante en el tiempo representado en el espacio de estado.	6
2.2. Diagrama a bloques de un regulador.	11
2.3. Diagrama a bloques de un sistema de seguimiento	11
3.1. Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema regulador	19
3.2. Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de primer orden	20
3.3. Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de primer orden	21
3.4. Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de primer orden	21
3.5. Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden	23
3.6. Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de segundo orden	23
3.7. Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de segundo orden	24
3.8. Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden	25
3.9. Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de tercer orden	26
3.10. Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de tercer orden	26
3.11. Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento SISO	28
3.12. Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de primer orden	30
3.13. Seguimiento SISO: Respuesta de ambos controladores en la planta de primer orden	30

3.14. Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de primer orden	31
3.15. Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de primer orden	31
3.16. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de primer orden	32
3.17. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa para la planta de primer orden	32
3.18. Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden	34
3.19. Seguimiento SISO: Respuesta de la planta de segundo orden	35
3.20. Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de la planta de segundo orden	35
3.21. Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de segundo orden	36
3.22. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de segundo orden	36
3.23. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de segundo orden	37
3.24. Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden	39
3.25. Seguimiento SISO: Respuesta de la planta de tercer orden	39
3.26. Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de la planta de tercer orden	40
3.27. Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de tercer orden	40
3.28. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de tercer orden	41
3.29. Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de tercer orden	41
3.30. Modelo implementado en simulink para sistemas con índices de desempeño no convencionales basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento SISO	42
3.31. Experimento 1: Comportamiento del algoritmo	45
3.32. Experimento 1: Respuesta de la planta	45
3.33. Experimento 1: Estados del sistema	46
3.34. Experimento 2: Comportamiento del algoritmo	47
3.35. Experimento 2: Respuesta de la planta	48

3.36. Experimento 2: Estados del sistema	48
3.37. Experimento 3: Comportamiento del algoritmo	50
3.38. Experimento 3: Respuesta de la planta	50
3.39. Experimento 3: Estados del sistema	51
4.1. Regulación MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden	55
4.2. Regulación MIMO: Estados del sistema del controlador obtenido por LQ, y el encontrado por RS	55
4.3. Regulación MIMO: Diferencia entre los vectores de estado de los controladores obtenidos por LQ y RS, en la planta de segundo orden	56
4.4. Regulación MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden	57
4.5. Regulación MIMO: Estados del sistema del controlador obtenido por LQ, y el encontrado por RS	58
4.6. Regulación MIMO: Diferencia entre los vectores de estado de los controladores obtenidos por LQ y RS, en la planta de tercer orden	58
4.7. Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento MIMO de 2 entradas y 2 salidas	59
4.8. Seguimiento MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden	61
4.9. Seguimiento MIMO: Respuesta de ambos controladores en la planta de segundo orden	61
4.10. Seguimiento MIMO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de segundo orden	62
4.11. Seguimiento MIMO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de segundo orden	62
4.12. Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de segundo orden	63
4.13. Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de segundo orden	63
4.14. Seguimiento MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden	65
4.15. Seguimiento MIMO: Respuesta de ambos controladores en la planta de tercer orden	66
4.16. Seguimiento MIMO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de segundo orden	66

4.17. Seguimiento MIMO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de tercer orden	67
4.18. Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de tercer orden	67
4.19. Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de tercer orden	68
4.20. Modelo implementado en simulink para sistemas con índices de desempeño no convencionales basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento MIMO de 2 entradas y 2 salidas	69
4.21. Experimento 1: Comportamiento del algoritmo	71
4.22. Experimento 1: Respuesta de la planta	71
4.23. Experimento 1: Estados del sistema	72
4.24. Experimento 2: Comportamiento del algoritmo	73
4.25. Experimento 2: Respuesta de la planta	74
4.26. Experimento 2: Estados del sistema	74
4.27. Experimento 3: Comportamiento del algoritmo	76
4.28. Experimento 3: Respuesta de la planta	76
4.29. Experimento 3: Estados del sistema	77

Capítulo 1

Introducción

Un sistema de control moderno puede tener muchas entradas y muchas salidas, y éstas pudiendo estar relacionadas de una manera complicada. Los métodos en el espacio de estado para el análisis y la síntesis de sistemas de control son más adecuados para tratar con sistemas de varias entradas y varias salidas que se requiere que sean óptimos en algún sentido [18].

El control óptimo ha sido aplicado a una gran variedad de problemas [3, 5, 6, 7, 15, 16, 21] debido a que ofrece métodos de solución para aquellas aplicaciones que requieren un tiempo de respuesta rápido, con un sobretiro moderado y que estén sujetas a ciertas restricciones [4]. Tales aplicaciones se han realizado tanto en sistemas en tiempo continuo como en tiempo discreto [8].

El control óptimo (es una combinación de la teoría de control automático y la teoría de optimización [14]) representa un problema de optimización, ya que en éstos diseños se maximiza ó minimiza (según sea el caso) el valor de una función seleccionada como el índice de desempeño, el cual, es una función cuyo valor se considera una indicación de que tanto se parece el desempeño del sistema real al desempeño deseado. Se puede establecer que el problema del control óptimo, dada una condición inicial $\mathbf{x}(0)$, consiste en encontrar un vector de control permitido $\mathbf{u}(k)$ que transfiera al estado a la región deseada del espacio de estados y para el cual el índice de desempeño se minimiza [18].

El control LQ (Linear-Quadratic) forma parte del control óptimo y lo que se desea con ésta técnica es determinar una ley para el vector de control $\mathbf{u}(k)$ tal que un índice de desempeño cuadrático se minimice. La característica principal de una ley de control óptimo basada en un índice de desempeño cuadrático es que es una función lineal del vector de estados $\mathbf{x}(k)$, y la ventaja de utilizar el esquema de control óptimo cuadrático es que el sistema diseñado será asintóticamente estable, excepto para algunos casos especiales.

Aunque muchos de los problemas en los que se aplica el control óptimo son de tipo lineal e invariantes en el tiempo, existen algunas investigaciones realizadas en el área que proponen metodologías para afrontar aplicaciones en sistemas no lineales [9].

A pesar de que el control óptimo está sustentado por un trasfondo matemático riguroso, durante mucho tiempo se han tratado de encontrar métodos que mejoren

de alguna forma la manera en que se aplica la metodología de éste, cuyo caso en particular, el control LQ, es materia de estudio del presente trabajo. En tales técnicas se proponen herramientas matemáticas (algunas muy complejas) para encontrar los valores adecuados de las matrices de ponderación del sistema a tratar [20]. Dichas matrices son (en la mayoría de los casos) definidas de acuerdo a la experiencia del ingeniero de control, lo que se traduce en un verdadero problema cuando se trata de aplicar la metodología a otras plantas. Situaciones como la anteriormente mencionada han sido objeto de estudio recientemente por técnicas que no se basan en metodologías matemáticas [12], sino en algoritmos de optimización, como es el caso del empleo de algoritmos genéticos (AG) [13, 19]. Esto demuestra el hecho de que es posible enfocar el problema del control óptimo desde otra perspectiva. El presente trabajo propone una metodología que sigue la tendencia de los algoritmos de optimización para resolver el problema del control óptimo cuadrático, en este caso, se utilizará el algoritmo conocido como Recocido Simulado.

Recocido Simulado (RS), es un algoritmo que simula el proceso de calentar una estructura y enfriarla lentamente para que las moléculas formen una estructura que mejore ciertas características de un material. Este es un algoritmo de optimización muy sencillo en su implementación y que se ha utilizado para resolver problemas de permutación (TSP) y búsqueda. Lo que se pretende entonces es utilizar RS para minimizar el índice de desempeño cuadrático, y como resultado obtener aquellos valores de ganancia que hacen que el sistema sea estable y por lo tanto óptimo o se aproxime al óptimo.

1.1. Planteamiento del problema

Se propone la siguiente metodología para resolver el problema del control óptimo cuadrático (Regulación y Seguimiento) mediante RS:

- Representar la planta a tratar en el espacio de estado, ya que esto facilita el análisis tanto para sistemas SISO como MIMO
- Diseñar el controlador correspondiente mediante técnicas de control LQ
- Sintonizar el algoritmo RS (ajustar parámetros tales como: temperatura inicial, número de cadenas de Markov, vecindad máxima, etc.) con la finalidad de obtener un buen controlador
- Representar la planta en el simulador (simulink), lo cual servirá como función objetivo para determinar el índice de desempeño

- Generar valores de ganancia con RS y evaluarlos en el simulador, el valor de ganancia que produzca un menor costo (índice de desempeño bajo) será elegido para el diseño del controlador
- Una vez diseñado el controlador mediante RS, este es comparado con el obtenido por técnicas de control LQ. De acuerdo a ésta referencia, se puede saber que tan bueno es el controlador obtenido por RS
- En el caso de seguimiento con índices de desempeño no convencionales, el procedimiento es similar al anteriormente descrito, solo que ahora no es posible comparar el controlador obtenido por RS con otro obtenido con LQ

1.2. Objetivos

Los objetivos principales de este trabajo se centran en el desarrollo de sistemas de control en tiempo discreto, y éstos son:

- Diseñar controladores en espacio de estado para sistemas SISO, considerando regulación y seguimiento
- Diseñar y realizar experimentos con sistemas de seguimiento SISO con índices de desempeño no convencionales
- Diseñar controladores en espacio de estado para sistemas MIMO, considerando regulación y seguimiento
- Diseñar y realizar experimentos con sistemas de seguimiento MIMO con índices de desempeño no convencionales

1.3. Distribución del documento

El presente trabajo ha sido dividido en 7 capítulos. Los principales temas sobre Regulación y Seguimiento se estudian en 2 grandes grupos; el de los sistemas SISO (Capítulo 3) y el de los sistemas MIMO (Capítulo 4). A continuación se presenta de manera descriptiva el orden en que se desarrolla el documento:

Capítulo 2: Presenta los fundamentos de las técnicas aplicadas en este trabajo.

Capítulo 3: Se trata el estudio de los sistemas de una entrada y una salida (SISO), en los cuales se analizan plantas de primero, segundo y tercer orden para sistemas reguladores y de seguimiento. También se trata el caso de los sistemas de seguimiento bajo índices de desempeño no convencionales.

Capítulo 4: Se analizan los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Los experimentos se realizaron con plantas de segundo y tercer orden tanto para regulación como para seguimiento (con índices de desempeño convencionales y no convencionales).

Capítulo 5: Se presentan las conclusiones finales de este trabajo, las aportaciones obtenidas al aplicar el algoritmo RS al diseño de controladores óptimos en tiempo discreto (Control LQ), así como un planteamiento a los puntos concernientes a futuros trabajos de investigación con la técnica aquí empleada.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Espacio de Estado

2.1.1. Concepto

Este método se basa en la descripción del sistema en término de n ecuaciones de diferencias o diferenciales de primer orden, que pueden combinarse en una ecuación matricial de diferencias o diferencial de primer orden. La utilización de la notación matricial simplifica en gran medida la representación matemática de los sistemas de ecuaciones. El diseño del sistema mediante el uso del concepto de espacio de estado permite al ingeniero diseñar sistemas de control respecto a índices de desempeño dados. Además, el diseño en el espacio de estado se puede realizar para toda una clase de entradas, en lugar de una función de entrada específica como la función impulso, la función escalón y la función senoidal [18].

2.1.2. Ecuaciones en el espacio de estado

En el análisis en el espacio de estado se tratará con tres tipos de variables que están involucradas en el modelado de sistemas dinámicos: las variables de entrada, las de salida y las de estado. Para sistemas (lineales o no lineales) de tiempo discreto variantes en el tiempo, la ecuación de estado se puede escribir como

$$\mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)] \quad (2.1)$$

y la ecuación de salida como

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)] \quad (2.2)$$

Para los sistemas lineales en tiempo discreto variantes en el tiempo, la ecuación de estado y la ecuación de salida se pueden simplificar a [18]

$$\mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{G}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}(k)\mathbf{u}(k) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{u}(k) \quad (2.4)$$

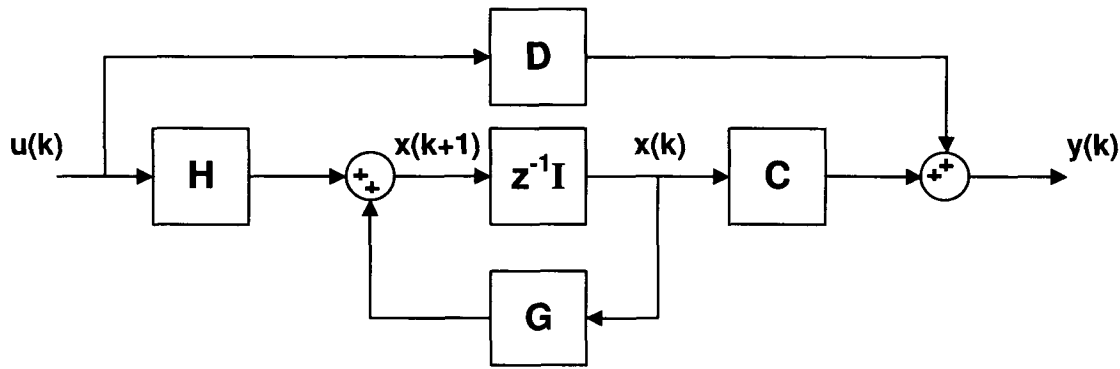


Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema de control en tiempo discreto invariante en el tiempo representado en el espacio de estado.

donde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(k) &= \text{vector } n && (\text{vector de estado}) \\
 \mathbf{y}(k) &= \text{vector } m && (\text{vector de salida}) \\
 \mathbf{u}(k) &= \text{vector } r && (\text{vector de entrada}) \\
 \mathbf{G}(k) &= \text{matriz } n \times n && (\text{matriz de estado}) \\
 \mathbf{H}(k) &= \text{matriz } n \times r && (\text{matriz de entrada}) \\
 \mathbf{C}(k) &= \text{matriz } m \times n && (\text{matriz de salida}) \\
 \mathbf{D}(k) &= \text{matriz } m \times r && (\text{matriz de transmisión directa})
 \end{aligned}$$

Si el sistema es invariante en el tiempo, entonces estas ecuaciones se pueden simplificar a

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k) \quad (2.5)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.6)$$

La figura 2.1 muestra como se representan los sistemas de control lineal en tiempo discreto invariantes en el tiempo.

2.2. Control Óptimo

La teoría moderna de control óptimo ofrece técnicas de diseño que maximizan o minimizan un índice de desempeño, lo que produce un sistema óptimo en algún sentido determinado de antemano [10].

Se ha establecido que el problema del control óptimo, dada una condición inicial $\mathbf{x}(0)$, consiste en encontrar un vector de control permitido $\mathbf{u}(k)$ que transfiera al estado a la región deseada del espacio de estados. El sistema cuyo diseño minimiza el índice de desempeño seleccionado es, por definición, óptimo. Entonces, el índice de desempeño determina la configuración del sistema.

Se debe considerar que un sistema de control óptimo obtenido en forma matemática dé, en la mayoría de los casos, el desempeño más alto posible bajo el índice de desempeño dado y es más una herramienta de medición que un objetivo práctico.

Los problemas de control óptimo que se pueden resolver en forma analítica, dan una buena visión de las estructuras y algoritmos óptimos que se pueden aplicar a casos prácticos [18].

2.2.1. Índice de desempeño

Al diseñar un sistema de control óptimo o un sistema regulador óptimo, se necesita encontrar una regla para determinar la decisión de control presente, sujeta a ciertas restricciones, para minimizar alguna medida de la desviación de un comportamiento ideal. Dicha medida es provista por el índice de desempeño seleccionado que es una función cuyo valor se considera una indicación de qué tanto se parece el desempeño del sistema real al desempeño deseado. La selección de un índice de desempeño apropiado es importante porque determina la naturaleza del sistema de control óptimo resultante. Esto es, que el sistema resultante sea lineal, no lineal, estacionario, o variante en el tiempo, dependerá de la forma del índice de desempeño [18].

El escoger el índice de desempeño más apropiado para un problema dado es muy difícil, especialmente en sistemas complejos. El uso de la teoría de optimización en el diseño de sistemas ha sido problemático debido al conflicto entre la factibilidad analítica y la utilidad práctica al seleccionar el índice de desempeño. En general, la selección de un índice de desempeño implica un compromiso entre una evaluación útil del desempeño del sistema y un problema matemático [18].

Existe un número de metas estándar que el índice de desempeño puede medir. En la tabla 2.1 se listan las medidas de desempeño típicas [11], de las cuales, la utilizada en este trabajo es la de mínima energía.

2.2.2. Control óptimo cuadrático

Dado un sistema de control lineal de tiempo discreto

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad (2.7)$$

donde se supone que es de estado completamente controlable. Se trata entonces de encontrar la secuencia óptima $\mathbf{u}(0), \mathbf{u}(1), \mathbf{u}(2), \dots, \mathbf{u}(N-1)$ que minimiza un índice de desempeño cuadrático [18]. $\mathbf{x}(0)$ representa el valor inicial de los estados. El índice de

Tabla 2.1: Medidas de desempeño

Control terminal o máximo rango	Lleva el estado del sistema tan cerca como sea posible al origen a un valor de tiempo dado t_f
Mínimo tiempo	Lleva el estado al origen en un tiempo mínimo
Mínima energía	Lleva el estado al origen en un tiempo t_f con un mínimo gasto total de esfuerzo de control
Regulador	Lleva el estado a un punto de equilibrio o al origen para que la integración (o suma) de movimientos sea minimizada. El tiempo requerido para lograr esta trayectoria no están especificado
Persecución	Lleva el estado al punto $y(t)$ en un tiempo mínimo

desempeño cuadrático para un tiempo finito ($0 \leq k \leq N$) es el siguiente

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \mathbf{x}'(N) \mathbf{S} \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}'(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}'(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k)] \quad (2.8)$$

donde

- Q** Matriz Hermítica definida positiva o semidefinida positiva de $n \times n$
- R** Matriz Hermítica definida positiva de $r \times r$
- S** Matriz Hermítica definida positiva o semidefinida positiva de $n \times n$

Las matrices **Q**, **R** y **S** se seleccionan para valorar la importancia relativa de la contribución en el desempeño debida al vector de estado $\mathbf{x}(k)$ ($k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$), al vector de control $\mathbf{u}(k)$, y al estado final $\mathbf{x}(N)$, respectivamente.

Los índices de desempeño cuadrático han sido muy utilizados en sistemas de control práctico como una medida de desempeño del sistema [18].

2.2.3. Índices de desempeño no convencionales

Cuando se desea que un sistema de control cumpla con ciertas características a la salida, se puede utilizar una medida de desempeño que pondere algunos parámetros de la planta.

Estas medidas no son muy utilizadas debido a la dificultad que se presenta para realizar el diseño, sin embargo, es mediante este tipo de técnica como se podrían diseñar controladores que cumplan ciertas restricciones. Se trata entonces de proponer un método de solución alternativo para el diseño de controladores que cumplan las especificaciones dadas por el índice de desempeño.

El índice de desempeño utilizado tiene la siguiente forma (ver figura 2.3) [19]

$$\mathbf{J} = C_1 \zeta + C_2 \vartheta + C_3 \varphi + \sum_{k=0}^N [C_4 \xi'(k) \hat{\mathbf{Q}} \xi(k) + C_5 \mathbf{w}'(k) \mathbf{R} \mathbf{w}(k) + C_6 \varepsilon(k)] \quad (2.9)$$

donde

- ζ es el índice de suavidad en la manipulación definido como el máximo valor de $|\mathbf{u}(k+1) - \mathbf{u}(k)|$
- ϑ es el sobretiro máximo definido por el máximo valor de $\mathbf{y}(k) - r(k)$
- φ es el índice de suavidad en la salida $|\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}(k)|$
- $\varepsilon(k)$ es el error definido por $|r(k) - \mathbf{y}(k)|$
- $\xi(k)$ es el vector de estados aumentado para el sistema de seguimiento
- $\mathbf{w}(k)$ representa el vector sujeto a la ley de control
- $\hat{\mathbf{Q}}$ y \mathbf{R} son las matrices de ponderación
- $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ son constantes que ponderan la importancia que cada uno de los parámetros tiene sobre el índice de desempeño. Para el caso de C_4 y C_5 , estas constantes toman los valores de 0 ó 1, ya que su función es incluir o no al error cuadrático.
- $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{y}(k)$, y $r(k)$ representan el vector de entrada, el vector de salida, y la señal de entrada respectivamente.

Sin embargo, esta definición solo sirve para sistemas SISO. Para sistemas MIMO, los cambios son los siguientes considerando que el sistema tiene n entradas y salidas.

La medida de desempeño usada en este trabajo pudiera inclusive tener más o menos términos, los aquí empleados son tomados de estudios realizados usando una técnica similar a la propuesta en éste trabajo [13, 19].

- Índice de suavidad en la manipulación

$$\zeta = \max [\max(|\mathbf{u}_1(k+1) - \mathbf{u}_1(k)|), \max(|\mathbf{u}_2(k+1) - \mathbf{u}_2(k)|), \dots, \max(|\mathbf{u}_n(k+1) - \mathbf{u}_n(k)|)]$$

- Sobretiro máximo

$$\vartheta = \max [\max(\mathbf{y}_1(k) - r_1(k)), \max(\mathbf{y}_2(k) - r_2(k)), \dots, \max(\mathbf{y}_n(k) - r_n(k))]$$

- Índice de suavidad en la salida

$$\varphi = \max [\max(|\mathbf{y}_1(k+1) - \mathbf{y}_1(k)|), \max(|\mathbf{y}_2(k+1) - \mathbf{y}_2(k)|), \dots, \max(|\mathbf{y}_n(k+1) - \mathbf{y}_n(k)|)]$$

- Error

$$\varepsilon(k) = \max [\max(|r_1(k) - \mathbf{y}_1(k)|), \max(|r_2(k) - \mathbf{y}_2(k)|), \dots, \max(|r_n(k) - \mathbf{y}_n(k)|)]$$

2.2.4. Regulación

El problema del regulador lineal puede plantearse de la siguiente manera. Dada la ecuación de la planta

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad (2.10)$$

para $N = \infty$, el índice de desempeño es

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}'(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}'(k)\mathbf{R}\mathbf{u}(k)] \quad (2.11)$$

ya que el término $\frac{1}{2}\mathbf{x}'(N)\mathbf{S}\mathbf{x}(N)$, que aparece en la ecuación 2.8, se hace cero, debido a que si el sistema regulador óptimo es estable, el valor de \mathbf{J} converge a una constante, y $\mathbf{x}(\infty) = 0$.

$\mathbf{x}(0)$ define el estado inicial del sistema cuyo valor es arbitrario. El modelo del regulador óptimo se muestra en la figura 2.2.

Al implementar el controlador óptimo en estado estacionario (o invariante en el tiempo), se requiere la solución en estado estacionario de la ecuación de Riccati. Una forma de resolver esta ecuación en estado estacionario es

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q} + \mathbf{G}'\mathbf{P}\mathbf{G} - \mathbf{G}'\mathbf{P}\mathbf{H}(\mathbf{R} + \mathbf{H}'\mathbf{P}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{P}\mathbf{G} \quad (2.12)$$

El índice de desempeño \mathbf{J} asociado a la ley de control óptimo en estado estacionario se puede definir como [18]

$$\mathbf{J}_{min} = \frac{1}{2}\mathbf{x}'(0)\mathbf{P}\mathbf{x}(0) \quad (2.13)$$

Mediante MATLAB se puede resolver el problema del control óptimo cuadrático. El comando utilizado para este fin es `dlqr`, cuyos parámetros de entrada son la matrices: $\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{Q}$ y \mathbf{R} ; de tal forma que la función regresa como resultado el valor de \mathbf{K} que minimiza \mathbf{J} , los eigenvalores del sistema, y la solución a la ecuación discreta de Riccati (\mathbf{P}). Para obtener el valor del índice de desempeño, se aplica la ecuación 2.13, utilizando el valor inicial dado de los estados $\mathbf{x}(0)$, y el valor \mathbf{P} que devuelve la función de MATLAB.

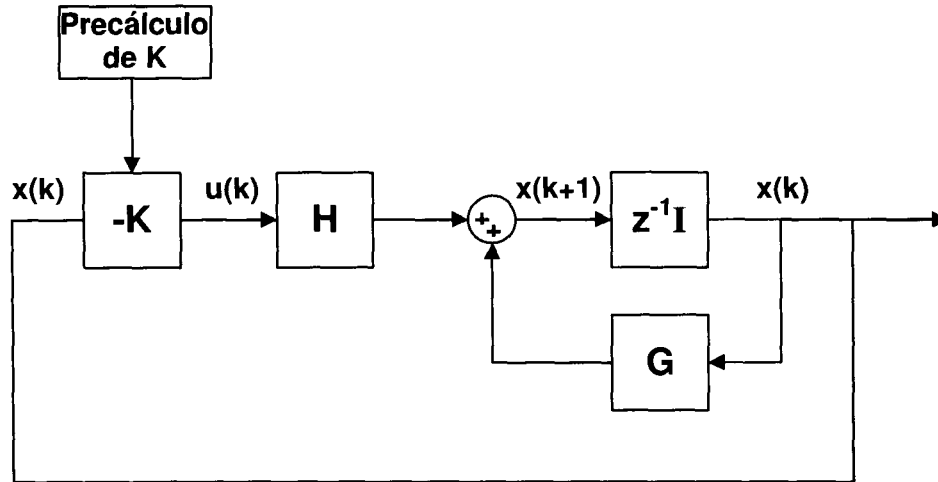


Figura 2.2: Diagrama a bloques de un regulador.

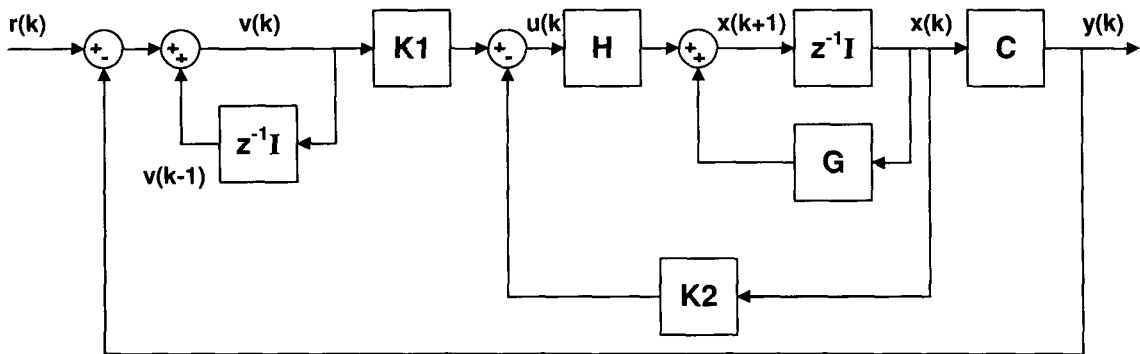


Figura 2.3: Diagrama a bloques de un sistema de seguimiento

2.2.5. Seguimiento

Los sistemas de seguimiento serán analizados como si fueran sistemas reguladores, sólo que ahora éstos sistemas tratan de llevar los estados a un equilibrio que depende de una entrada distinta de cero. Los sistemas se modelan con una señal de entrada escalón unitario.

Un sistema de seguimiento, como el que se muestra en la figura 2.3, se puede plantear en una representación de espacio de estado de la siguiente manera [17]

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k) \quad (2.14)$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_1\mathbf{v}(k) - \mathbf{K}_2\mathbf{x}(k) \quad (2.15)$$

$$y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (2.16)$$

$$v(k) = r(k) - y(k) + v(k-1) \quad (2.17)$$

Se asume que el estado inicial $\mathbf{x}(0) = 0$. Existen varias técnicas para modelar este tipo de sistemas, a continuación se la que se usará en este trabajo.

El arreglo matricial para la representación del sistema (como un sistema regulador) ahora estará dado por [17]

$$\xi(k+1) = \hat{\mathbf{G}}\xi(k) + \hat{\mathbf{H}}\mathbf{w}(k) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{w}(k) = -\hat{\mathbf{K}}\xi(k) \quad (2.19)$$

donde

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ \mathbf{u}_e(k) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\hat{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{H} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = (\mathbf{R} + \hat{\mathbf{H}}'\hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{H}})^{-1}\hat{\mathbf{H}}'\hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{G}} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} K_2 : K_1 \end{bmatrix} = (\hat{\mathbf{K}} + [0:\mathbf{I}_m]) \begin{bmatrix} \mathbf{G} - \mathbf{I}_n & \mathbf{H} \\ \mathbf{C}\mathbf{G} & \mathbf{C}\mathbf{H} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.24)$$

y los estados están definidos como

$$\mathbf{x}_e(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(\infty) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{u}_e(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(\infty) \quad (2.26)$$

El índice de desempeño se calcula como sigue

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\xi'(k)\hat{\mathbf{Q}}\xi(k) + \mathbf{w}'(k)\mathbf{R}\mathbf{w}(k)] \quad (2.27)$$

donde

$$\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Estos cálculos también los realiza Matlab con el comando dlqr; sólo hay que proporcionar los valores $\hat{\mathbf{G}}$, $\hat{\mathbf{H}}$, $\hat{\mathbf{Q}}$ y \mathbf{R} . Sin embargo, el índice de desempeño no se puede calcular como en el caso del regulador; ya que el modelo es diferente, por lo que el índice de desempeño se debe obtener del modelo de simulación, de acuerdo a la ecuación 2.27, y hacer la transformación correspondiente de la matriz de retroalimentación, ecuación 2.24.

2.3. Recocido Simulado

El algoritmo RS está basado en la analogía que existe entre la simulación de recocido de sólidos y la solución de problemas combinatorios a gran escala.

La implementación del algoritmo consiste en que dada una función costo $C(z)$, y una estado inicial z_0 , el algoritmo realiza una búsqueda para mejorar la solución actual mediante una perturbación aleatoria en z_0 . Se utiliza el algoritmo Metropolis para la aceptación ó rechazo del nuevo estado a una temperatura T dada. Los pasos en el procedimiento se pueden resumir como siguen [2]

1. Perturbar aleatoriamente z y calcular el correspondiente cambio en costo ΔC .
2. Si $\Delta C < 0$, se acepta el estado
3. Si $\Delta C > 0$, se acepta el estado con probabilidad

$$P(\Delta C) = \exp\left(\frac{-\Delta C}{T}\right) \quad (2.29)$$

Esto representa la parte del ciclo interno del algoritmo RS. El criterio de aceptación se implementa utilizando números aleatorios $R \in [0, 1]$ y comparándolos con $P(\Delta C)$. Si $R < P(\Delta C)$, entonces el nuevo estado es aceptado.

El ciclo externo del algoritmo se refiere a la calendarización del enfriamiento. El algoritmo termina cuando la función costo queda casi sin cambio, para un número de iteraciones determinado por la variable N_{out} .

Cualquier implementación de RS generalmente requiere de cuatro componentes [2]

1. Una configuración del problema
2. Una definición de vecindario
3. Una función costo
4. Una calendarización para el enfriamiento

Para reducir el tamaño permitido por las perturbaciones con temperatura, y asegurar mas perturbaciones locales a bajas temperaturas, se utiliza la siguiente función de delimitación

$$\epsilon = \epsilon_{max} \left(\frac{\log(T - T_f)}{\log(T_0 - T_f)} \right) \quad (2.30)$$

donde ϵ_{max} es un parámetro de entrada (o un porcentaje de la distancia lineal entre la curva de puntos inicial y final), y T, T_0, T_f representan la temperatura actual, temperatura inicial, y temperatura final respectivamente.

Uno de los aspectos mas importantes del algoritmo RS es el proceso de enfriamiento. Las siguientes dos clasificaciones importantes concernientes a esta característica son [1]

Clase A: Aquellos con un número de iteraciones variables en el ciclo interno (longitud de la cadena de Markov) y decremento de temperatura fija.

Clase B: Aquellos con un número de iteraciones fijo en el ciclo interno y decremento de temperatura variable.

El ciclo externo se comporta como un factor de decremento constante

$$T_{i+1} = \alpha T_i \quad (2.31)$$

donde $\alpha = 0.90$. Se permite a la temperatura variar proporcionalmente a través del ciclo interno con el valor óptimo actual del costo de la función. Denotando al ciclo interno como j , la temperatura se modifica cuando un estado es aceptado, esto es

$$T_j = \frac{C_j}{C_{last}} T_{last} \quad (2.32)$$

donde C_{last} y T_{last} son el costo y la temperatura con el último estado aceptado [2].

Existe una función empírica que sirve para incrementar gradualmente el número de estados en el ciclo interno por cada valor de temperatura. La función es la siguiente

$$N_{in} = N_{dof} \left[2 + 8 \left(1 - \frac{\log(T - T_f)}{\log(T_0 - T_f)} \right) \right] \quad (2.33)$$

donde N_{dof} es el número de grados de libertad en el sistema. El criterio de terminación consiste en fijar un valor de temperatura final o un límite superior sobre el número de iteraciones del ciclo externo, N_{out} . El valor de temperatura final T_f es

$$T_f = \alpha^{N_{out}} T_0 \quad (2.34)$$

Finalmente, el desempeño del algoritmo RS dependerá de la robustez del generador de números aleatorios [1].

2.3.1. Parámetros del algoritmo RS y el simulador

Los parámetros más importantes del algoritmo RS son:

- Tamaño de vecindad (e_{max})
- Solución inicial (z_0)
- Temperatura inicial (T_0)
- Número de cadenas de Markov
- Porcentaje de aceptación

En este trabajo, sólo se variaron los parámetros e_{max} , T_0 , y el número de cadenas de Markov para obtener un buen diseño. Para la solución inicial z_0 ($K_{inicial}$), en la mayoría de los casos se asignó un valor de 0. El parámetro que define al porcentaje de aceptación se propuso para un 80 % [2].

El parámetro que define los grados de libertad con que cuenta el sistema es N_{dof} (ver ecuación 2.33), de acuerdo a la solución buscada, cada elemento del vector de ganancia (\mathbf{K}), puede tomar valores positivos o negativos, entonces, el número de grados de libertad será directamente proporcional al número de elementos del vector de ganancia, multiplicado por un factor 2.

simulink es una interface de simulación que facilita la implementación de modelos, en este caso, el de los sistemas de control. Al simulador solo se le indicó el número de muestras (N) para efectuar las simulaciones.

Capítulo 3

Sistemas SISO

En este capítulo se analizan los sistemas de una entrada y una salida (SISO), para sistemas de control en tiempo discreto invariantes en el tiempo. Los diseños estarán sujetos a la medida de desempeño definida como mínima energía. Se usará MATLAB (versión 6.0) con su interface de simulación SIMULINK para el diseño de los sistemas. Los temas a tratar en éste capítulo son: Regulador óptimo, seguimiento óptimo, y seguimiento óptimo bajo índices de desempeño no convencionales.

3.1. Regulación

Una de las técnicas de diseño que, en general, ha encontrado aplicaciones prácticas es el diseño del regulador lineal. El problema del regulador se define con respecto a un sistema sin entradas de referencia, y donde el objetivo de diseño es llevar los estados o las salidas hacia la vecindad del estado de equilibrio. La condición de no entradas no constituye una limitación severa para el diseño, ya que el diseño del regulador lineal (tiempo infinito) asegura que el sistema resultante sea estable y con ciertas características de amortiguamiento, de modo que el desempeño del sistema sea satisfactorio en la práctica, incluso si las entradas son distintas de cero [10].

3.1.1. Metodología de diseño

El diseño de estos sistemas consiste en que dado un sistema de control representado en espacio de estado, se debe obtener el controlador con la técnica del control LQ (comando `dlqr` de MATLAB); y otro controlador utilizando el algoritmo RS, lo cual se logra mediante el uso de un modelo de simulación (figura 3.1) basado en el diagrama de bloques que aparece en la figura 2.2.

Los pasos a seguir para el diseño se presentan en la tabla 3.1, en donde las matrices \mathbf{G} , \mathbf{H} , \mathbf{Q} y \mathbf{R} están dadas, así como las condiciones iniciales definidas como $\mathbf{x}(0)$.

Las simulaciones se efectuaron para 100 muestras ($N = 100$).

A continuación se presentan los experimentos realizados con diferentes tipos de plantas.

Tabla 3.1: Metodología para el diseño de controladores en sistemas reguladores

Control LQ	Recocido Simulado
<ol style="list-style-type: none"> 1. Obtener el modelo usando el comando dlqr de MATLAB ($[\mathbf{K}, \mathbf{P}, e] = \text{dlqr}(\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$) 2. Calcular el índice de desempeño según la ecuación 2.13 3. Efectuar la simulación en el modelo del regulador lineal representado en simulink (figura 3.1) 4. Graficar resultados 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Proponer una solución inicial para la matriz de retroalimentación \mathbf{K} 2. Asignar valores a los parámetros del algoritmo RS (vecindad máxima, Cadenas de Markov, Porcentaje de aceptación, etc.) 3. Correr el algoritmo RS con los parámetros asignados usando el modelo del regulador lineal representado en simulink (figura 3.1) como evaluador 4. El índice de desempeño se calcula de acuerdo a la ecuación 2.11 5. Obtener el controlador que mejor se acerque al óptimo (hacer variar los parámetros del algoritmo RS que produzcan un índice de desempeño mínimo) 6. Graficar resultados

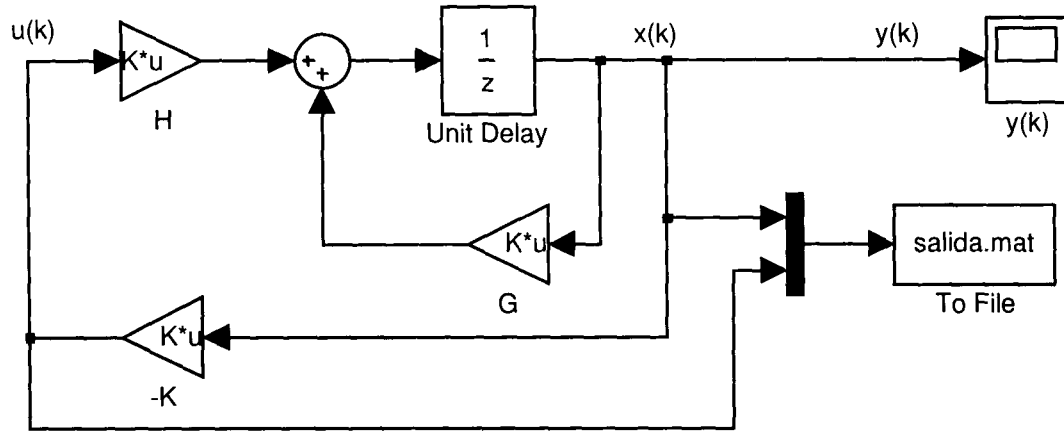


Figura 3.1: Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema regulador

3.1.2. Sistema de primer orden

Dado el siguiente sistema regulador, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.11

$$\mathbf{x}(k+1) = 0.3679\mathbf{x}(k) + 0.6321\mathbf{u}(k) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Q} = 1, \quad \mathbf{R} = 1, \quad \mathbf{x}(0) = 1$$

Para obtener el controlador del sistema, se escoge una solución inicial para la ganancia \mathbf{K} (para los sistemas reguladores analizados, se escogerá 0 en cada uno de los elementos del vector de ganancia). Una perturbación máxima de 1 (como heurística, se escoge un valor de acuerdo al rango de los elementos de la matriz de ganancia \mathbf{K} estimados según el resultado obtenido mediante LQ). La temperatura inicial se tomó de 100 grados y un número de cadenas de Markov igual a 100. El porcentaje de aceptación se ajustó a un 80 %, según [2]. Estos parámetros se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2: Parámetros del algoritmo RS para la planta de primer orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	1	100	100	0.8

Una vez efectuados los cálculos para el controlador LQ y la corrida del algoritmo RS, los controladores quedan como se muestran en la tabla 3.3.

Al observar el resultado de ambos controladores, se aprecia como el algoritmo RS encuentra un controlador muy parecido al del control LQ, ya que aunque el índice de desempeño es igual, los valores de ganancia son ligeramente diferentes.

La figura 3.2 representa el comportamiento que el algoritmo RS desempeña para encontrar los valores de \mathbf{K} que producen una solución adecuada. La primera gráfica

Tabla 3.3: Comparación de los controladores

	Ganancia \mathbf{K}	Índice de desempeño \mathbf{J}
Control LQ	$[-0.178114]$	0.551834
Recocido Simulado	$[-0.177896]$	0.551834

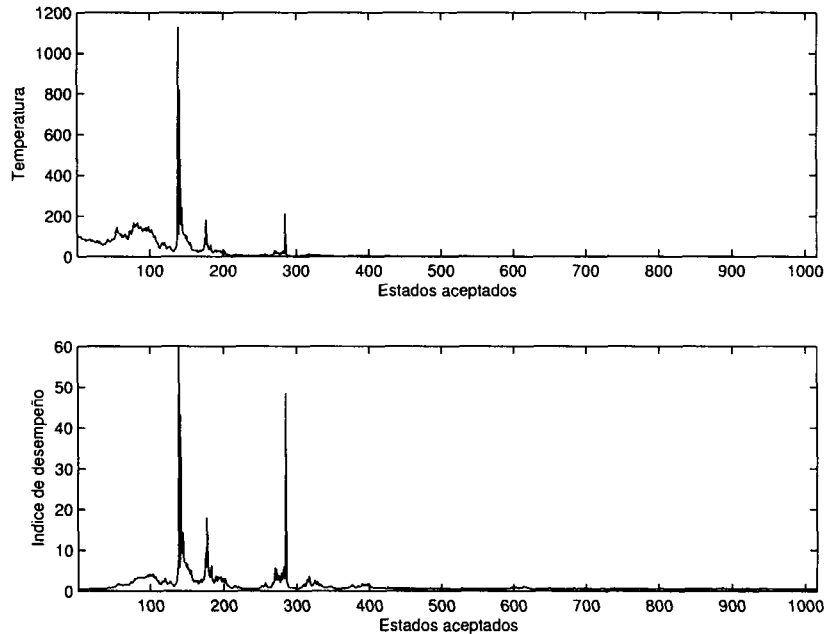


Figura 3.2: Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de primer orden

corresponde a la relación que existe entre la temperatura y el número de estados aceptados. La segunda gráfica, presenta la variación que existe entre el costo (índice de desempeño) y el número de estados aceptados.

En la figura 3.3 se muestran los estados del sistema para poder comparar el comportamiento de ambos controladores. Esta gráfica es muy importante ya que aquí se ve que el controlador encontrado por RS tiene un desempeño casi idéntico al de LQ, lo cual indica que el resultado obtenido es muy bueno. Para tener una idea de que tan parecidos son los estados, la figura 3.4 representa la diferencia absoluta que existe entre los estados de ambos controladores, la cual resulta ser muy pequeña, presentándose la diferencia más alta en el segundo instante de muestreo.

Esta planta (3.1) es un caso muy sencillo para demostrar el desempeño del algoritmo, sin embargo, sirve como primer paso para probar la eficiencia del mismo en plantas más complicadas.

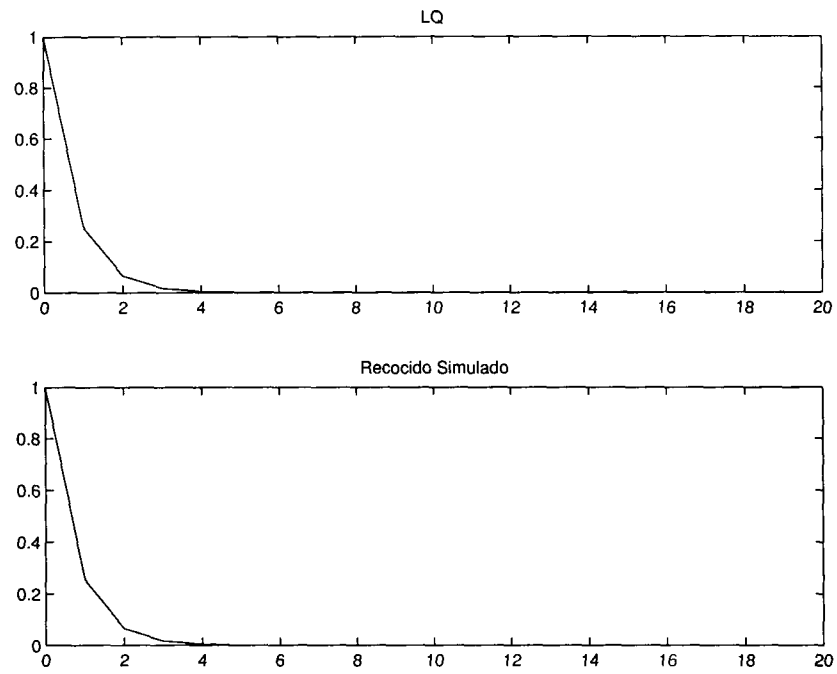


Figura 3.3: Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de primer orden

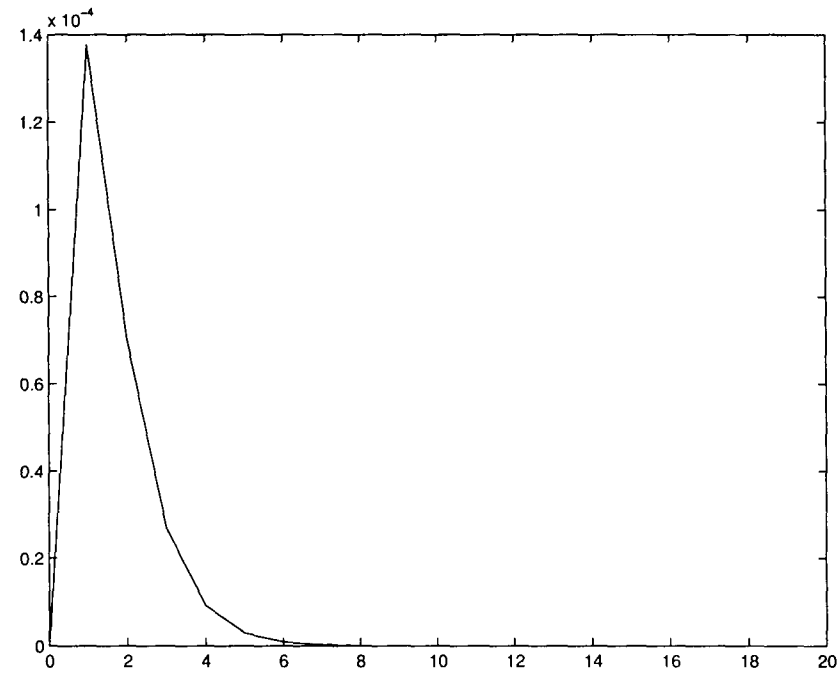


Figura 3.4: Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de primer orden

3.1.3. Sistema de segundo orden

Dado el siguiente sistema regulador, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.11

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 1, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Los parámetros del algoritmo RS para efectuar la simulación se muestran en la tabla 3.4. Estos parámetros son muy parecidos a los que se probaron con la planta de 1er. orden con las modificaciones necesarias para obtener un resultado adecuado.

Tabla 3.4: Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	ϵ_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
$[0]$	0.01	100	100	0.8

La tabla 3.5 presenta los valores de ganancia correspondiente a los controladores obtenidos mediante LQ y RS. Este resultado nos permite saber que ambos controladores tienen un comportamiento similar, lo cual queda demostrado en la figura 3.6 al observar que los estados en cada uno de los controladores presentan casi el mismo comportamiento. Sin embargo, la figura 3.7 muestra que la diferencia entre los estados no es tan pequeña como en el caso de la planta 1, aunque ésta diferencia sigue siendo pequeña.

El esfuerzo que el algoritmo dedicó para encontrar la ganancia adecuada se representa en la gráfica 3.5, en donde se observa que para esta planta el algoritmo efectuó varios cambios en la temperatura, los cuales dependen de la variada cantidad de soluciones que se fueron encontrando durante la corrida.

Tabla 3.5: Comparación de los controladores

	Ganancia \mathbf{K}		Índice de desempeño \mathbf{J}
Control LQ	-0.220696	0.441391	4.132782
Recocido Simulado	-0.221167	0.441576	4.132783

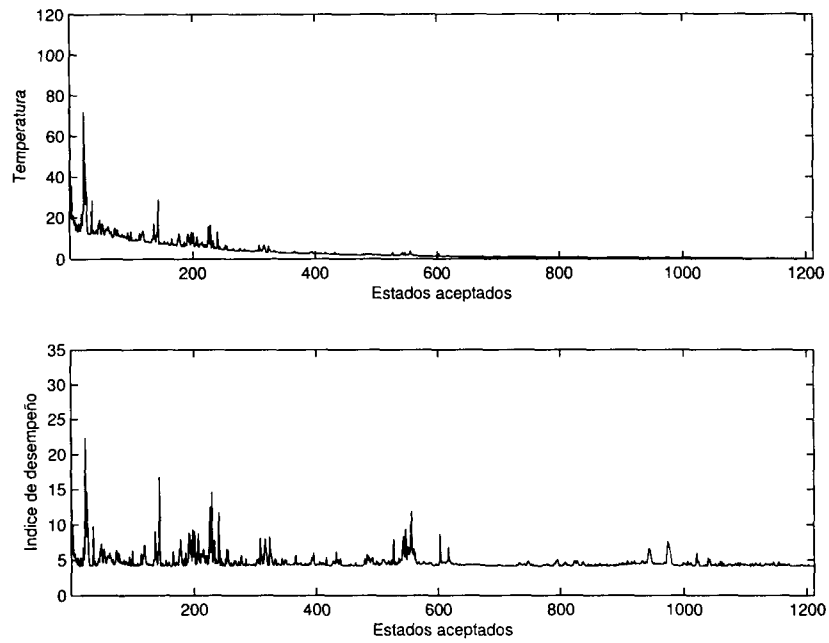


Figura 3.5: Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden

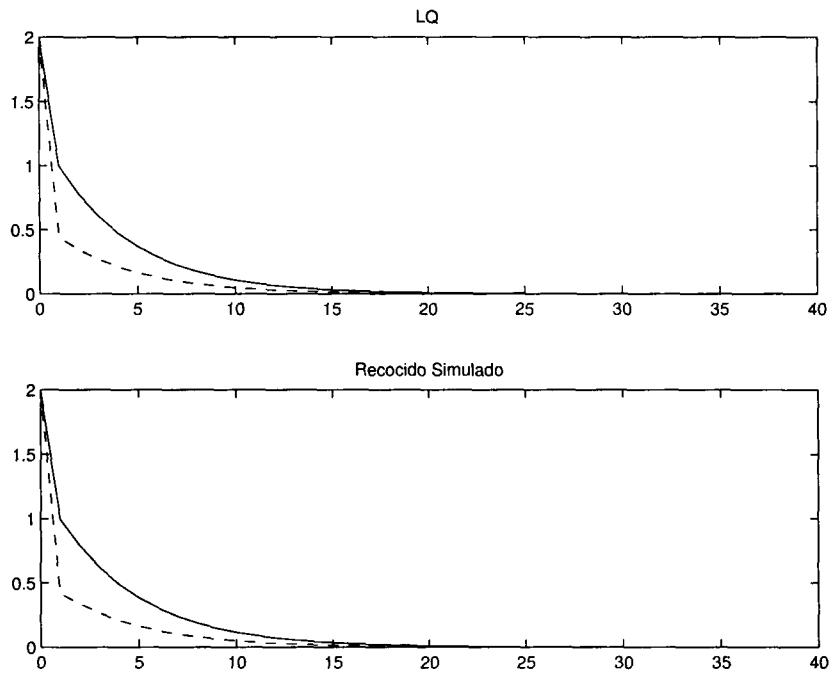


Figura 3.6: Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de segundo orden

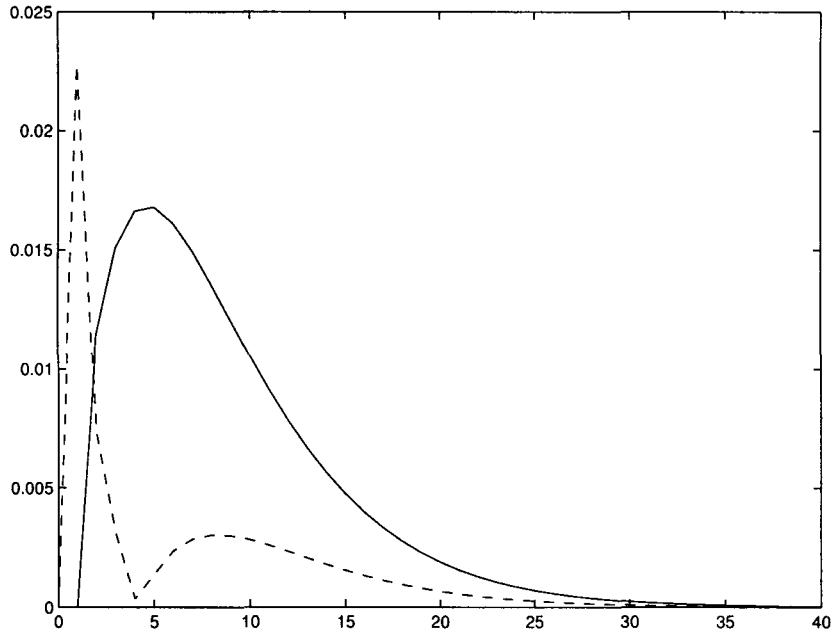


Figura 3.7: Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de segundo orden

3.1.4. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema regulador, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.11

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.25 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 1, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} -5 \\ 4.3 \\ -6.8 \end{bmatrix}$$

Los parámetros del algoritmo RS para efectuar las simulaciones se muestran en la tabla 3.6.

Tabla 3.6: Parámetros del algoritmo RS para la planta de tercer orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
$[0]$	1	100	100	0.8

Los resultados obtenidos con los controladores se muestran en la tabla 3.7. En éstos resultados se prueba que el algoritmo puede encontrar una solución un poco diferente (valores de ganancia) a la de LQ, pero con un índice de desempeño similar; pero esto

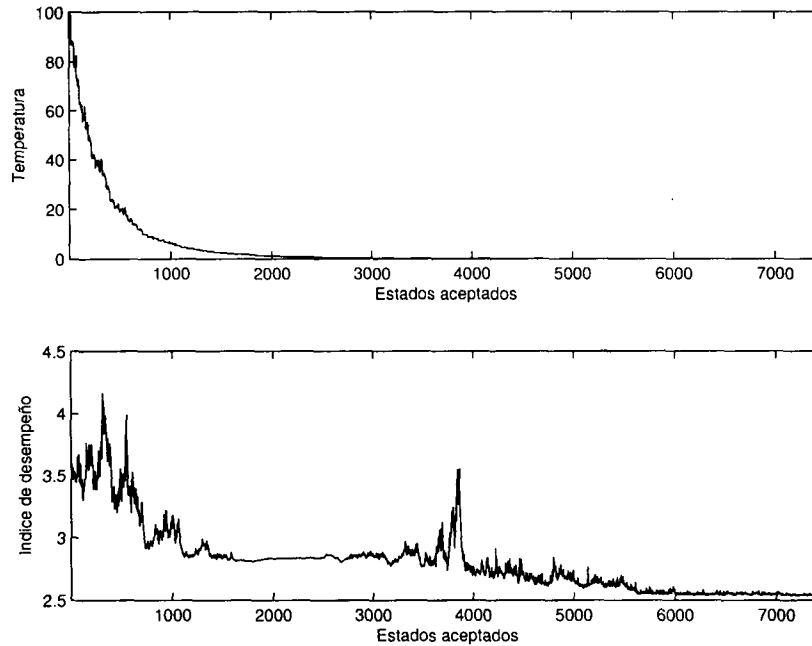


Figura 3.8: Regulación SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden

no quiere decir que la minimización sea mejor con RS que con LQ. La gráfica de los estados del sistema (figura 3.9) de ambos controladores presentan un comportamiento muy parecido, sin embargo, existe muy poca diferencia, según la figura 3.10, en donde los primeros 10 instantes de muestreo presentan la diferencia de mayor magnitud.

Tabla 3.7: Comparación de los controladores

	Ganancia K			Índice de desempeño J
Control LQ	-0.177028	-0.298681	-0.017610	68.367889
Recocido Simulado	-0.193591	-0.312924	-0.014769	68.383218

Para este sistema, el algoritmo realiza un mayor esfuerzo de búsqueda que en los casos anteriores (figura 3.8). Estas variaciones se deben a que el algoritmo acepta estados que no son buenos con cierta probabilidad, lo cual hace que la temperatura se eleve proporcionalmente con respecto a la magnitud de cambio del estado aceptado.

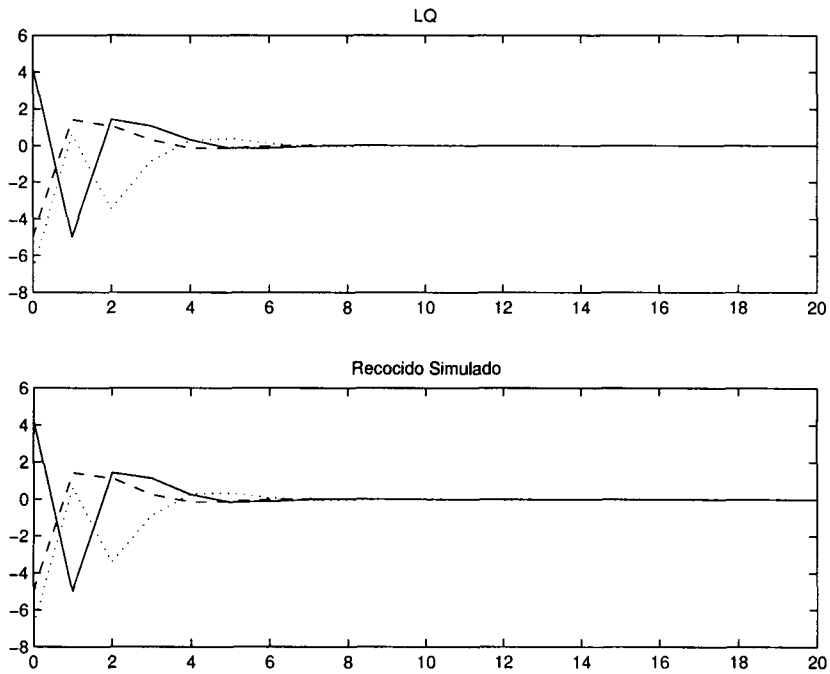


Figura 3.9: Regulación SISO: Comportamiento de los estados de ambos controladores en la planta de tercer orden

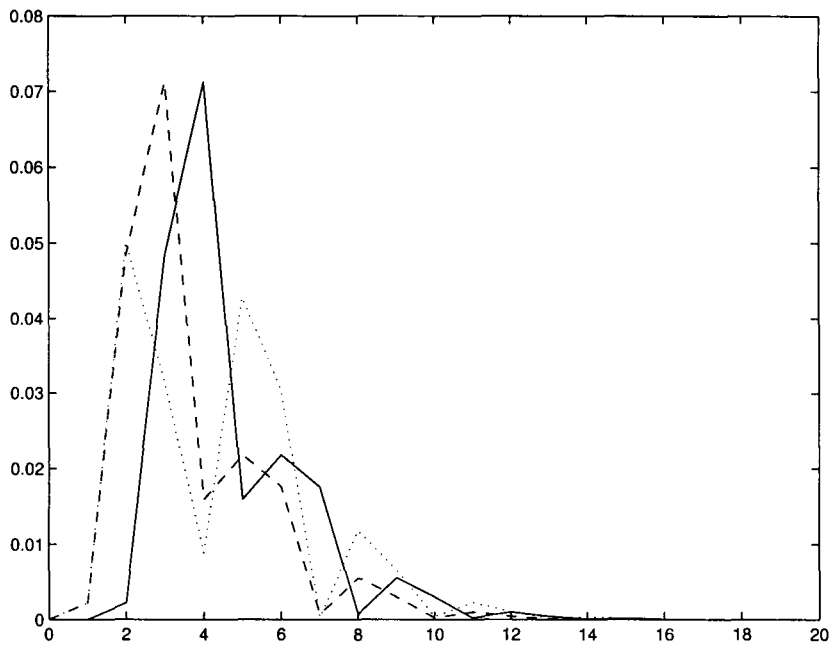


Figura 3.10: Regulación SISO: Diferencia entre los estados del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de tercer orden

Tabla 3.8: Metodología para el diseño de controladores en sistemas de seguimiento

Control LQ	Recocido Simulado
1. Representar el sistema como un regulador (sección 2.2.5)	1. Proponer una solución inicial para la matriz de retroalimentación $\hat{\mathbf{K}}$
2. Obtener el controlador usando el comando dlqr de MATLAB ($[\hat{\mathbf{K}}, \hat{\mathbf{P}}, e] = \text{dlqr}(\hat{\mathbf{G}}, \hat{\mathbf{H}}, \hat{\mathbf{Q}}, \mathbf{R})$)	2. Asignar valores a los parámetros del algoritmo RS (vecindad máxima, Cadenas de Markov, Porcentaje de aceptación, etc.)
3. Transformar la matriz de retroalimentación obtenida $\hat{\mathbf{K}}$ según la ecuación 2.24	3. Correr el algoritmo RS con los parámetros asignados usando el modelo (figura 3.11) como evaluador
4. Efectuar la simulación en el modelo (figura 3.11)	4. El índice de desempeño se calcula de acuerdo a la ecuación 2.27, solo que se debe transformar la matriz $\hat{\mathbf{K}}$ según la ecuación 2.24
5. Calcular el índice de desempeño según la ecuación 2.27	5. Obtener el controlador que mejor se acerque al óptimo (hacer variar los parámetros del algoritmo RS que produzcan un índice de desempeño mínimo)
6. Graficar resultados	6. Graficar resultados

3.2. Seguimiento

Un sistema de seguimiento trata de seguir, como lo indica su nombre, una señal de referencia, y esto se logra llevando los estados del sistema a un punto de equilibrio, según la señal de entrada a la planta. Los sistemas de seguimiento que se analizaron contienen un controlador integral para poder efectuar el seguimiento (ver figura 3.11).

3.2.1. Metodología de diseño

Los sistemas de seguimiento se modelarán de manera similar a los sistemas de regulación, por lo que es necesaria la transformación descrita en la sección 2.2.5. Los pasos a seguir se presentan en la tabla 3.8.

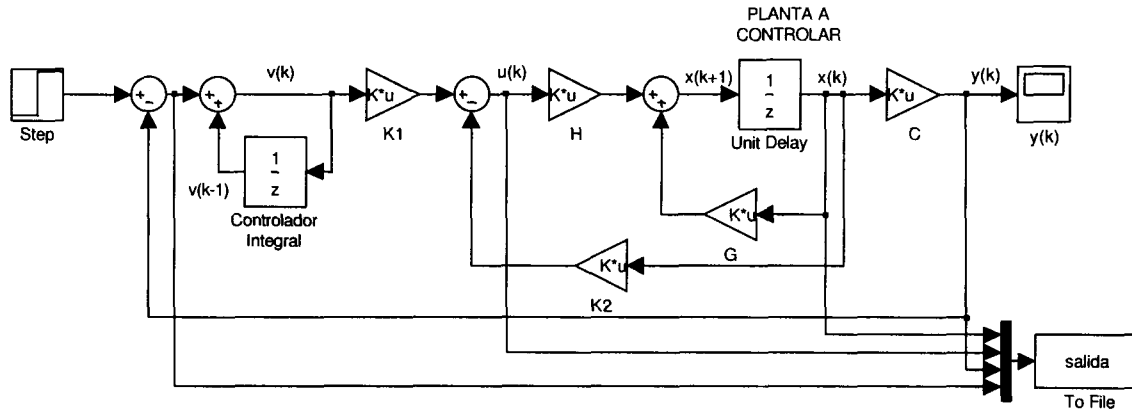


Figura 3.11: Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento SISO

Las plantas se simularon para 100 muestras ($N = 100$). Los controladores obtenidos por el algoritmo RS se probaron con entradas tipo cuadrada y rampa. El modelo utilizado para realizar la simulación se muestra en la figura 3.11.

3.2.2. Sistema de primer orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.27

$$\mathbf{x}(k+1) = 0.5\mathbf{x}(k) + 2\mathbf{u}(k) \quad (3.4)$$

$$y(k) = \mathbf{x}(k) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{Q} = 1, \quad \mathbf{R} = 1$$

El sistema se modifica para tomar la forma de regulador como se describe en la sección 2.2.5 (ecuaciones 2.18, 2.19, 2.23), como se muestra a continuación

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \quad (3.6)$$

cuya matriz de ponderación (ver ecuación 2.28) será $\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

El algoritmo RS se ajusta como se muestra en la tabla 3.9.

Tabla 3.9: Parámetros del algoritmo RS para la planta de primer orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.1	100	100	0.8

Los resultados obtenidos por los controladores aparecen en la tabla 3.10, en ella se observa que el algoritmo RS encuentra una vez más un índice de desempeño similar al de LQ, ya que los valores de ganancia son muy parecidos, lo que indica que el comportamiento del sistema con ambos controladores tiene un desempeño similar.

Tabla 3.10: Comparación de los controladores

	Ganancia		Índice de desempeño J
	K1	K2	
Control LQ	0.451941	0.250000	1.025243
Recocido Simulado	0.450255	0.252178	1.025262

La figura 3.13 reafirma los resultados numéricos anteriormente mencionados, ya que ambas señales de salida presentan una respuesta también muy parecida. Los estados del sistema (composición de los vectores de estado $\mathbf{x}(k)$ y de entrada $\mathbf{u}(k)$) de ambos controladores, figura 3.14, se comportan casi igual, sin embargo, la figura 3.15 muestra que la principal diferencia se encuentra en los primeros 5 instantes de muestreo, pero ésta no es de una magnitud considerable.

De acuerdo a la figura 3.12, la gráfica Estados Aceptados contra Índice de desempeño muestra que las soluciones aceptadas presentaron un rango de variación muy pequeño, siendo el pico máximo de 8, cuando el valor óptimo se encontraba cercano a la unidad en éste ejercicio. También se puede observar que en la mayor parte de los estados aceptados las soluciones producían un índice de desempeño bajo, siendo éstos cada vez menores conforme el algoritmo convergía a una temperatura de enfriamiento.

Para comprobar que el controlador obtenido por el algoritmo RS efectúa el seguimiento de la entrada, éste fue probado con entradas cuadrada (figura 3.16) y rampa (figura 3.17).

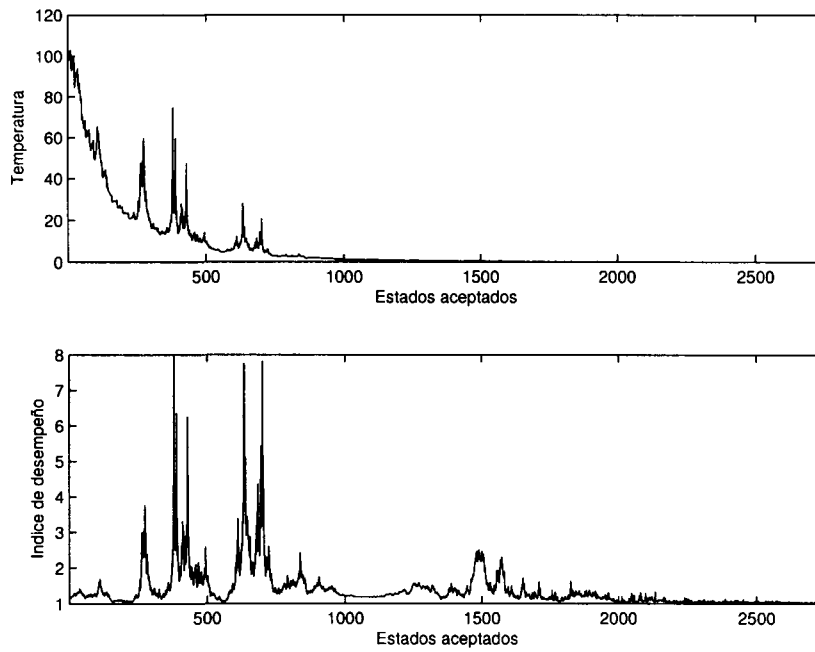


Figura 3.12: Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de primer orden

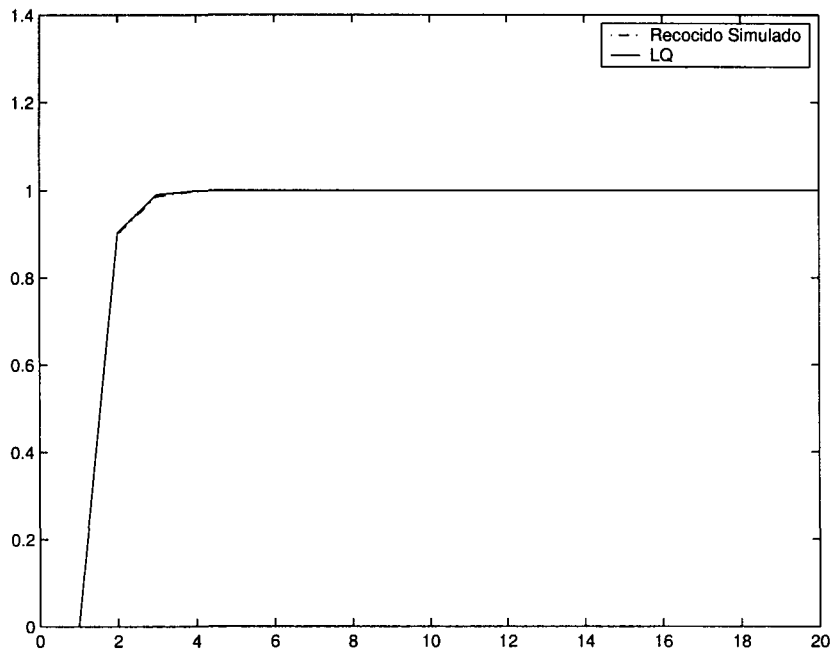


Figura 3.13: Seguimiento SISO: Respuesta de ambos controladores en la planta de primer orden

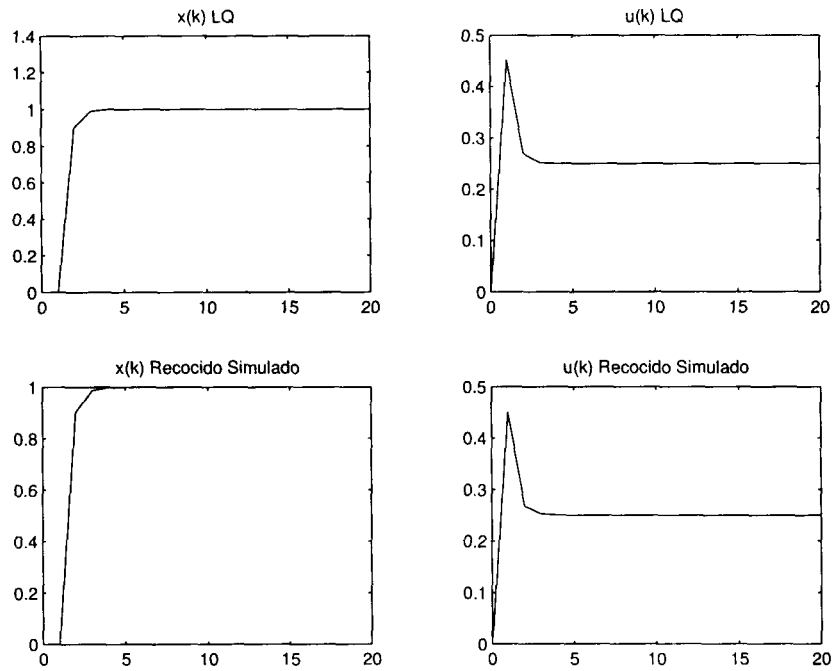


Figura 3.14: Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de primer orden

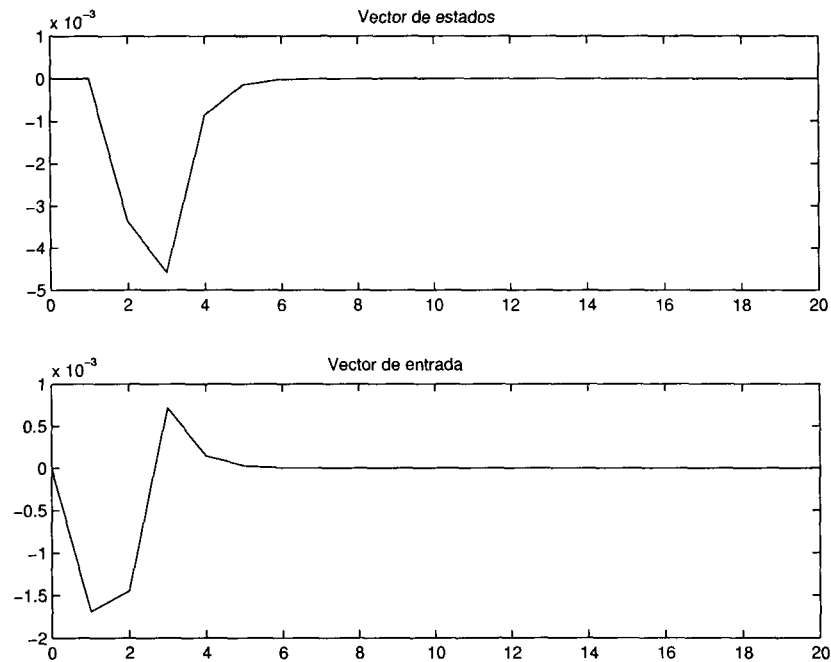


Figura 3.15: Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS, en la planta de primer orden

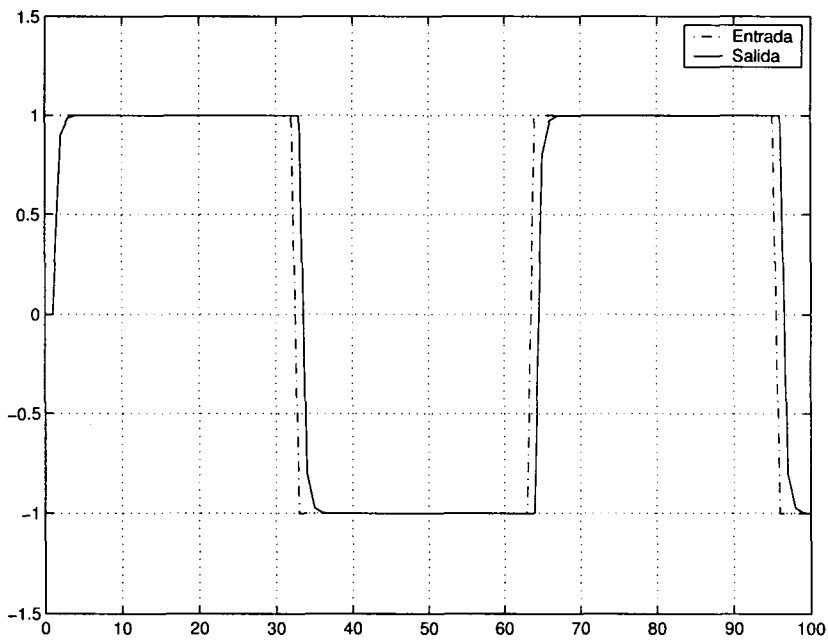


Figura 3.16: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de primer orden

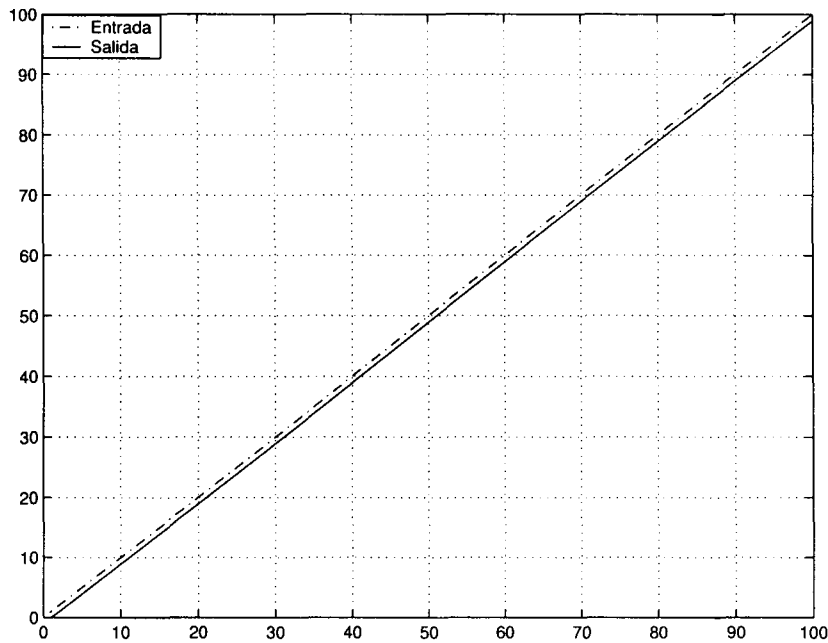


Figura 3.17: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa para la planta de primer orden

3.2.3. Sistema de segundo orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.27

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3.7)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (3.8)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 1$$

Transformando el sistema como regulador se tiene

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 1 \\ 0 & 0.4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(k) \quad (3.9)$$

cuya matriz de ponderación será $\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Los parámetros del algoritmo RS se muestran en tabla 3.11.

Tabla 3.11: Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.1	100	100	0.8

Los resultados se presentan en la tabla 3.12. RS encuentra una vez más valores muy cercanos a los obtenidos mediante LQ, con un índice de desempeño también casi idéntico, sin embargo, no menor al de LQ.

Tabla 3.12: Comparación de los diseños

	Ganancia		Índice de desempeño \mathbf{J}
	K1	K2	
Control LQ	0.993947	0.228832 -0.057663	1.940644
Recocido Simulado	0.994322	0.255732 -0.077332	1.940733

El comportamiento del algoritmo (gráfica Índice de desempeño contra Estados aceptados, figura 3.18) muestra que las soluciones aceptadas no tuvieron mucha variación con respecto al valor óptimo, ya que el valor máximo alcanzado fue 5, cuando el óptimo está cercano a 2 (columna Índice de desempeño, tabla 3.12).

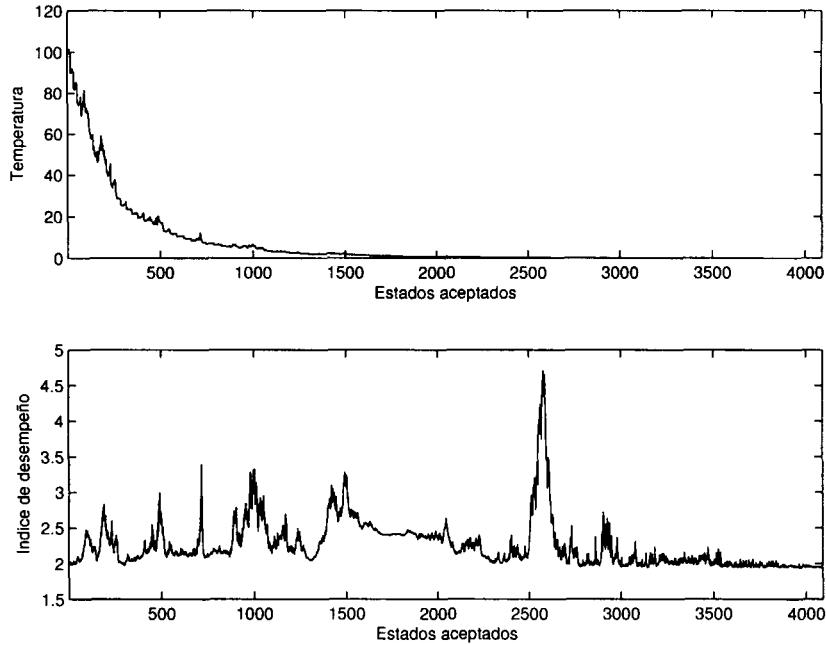


Figura 3.18: Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden

Al analizar las gráficas de la respuesta de la planta (figura 3.19) con ambos controladores, se observa que éstos producen un resultado casi idéntico, debido todo esto a los valores de ganancia tan similares en los controladores.

Los estados y el vector de entrada también son muy parecidos (figura 3.20) ya que la diferencia entre ellos es también muy pequeña, de acuerdo a la figura 3.21.

El controlador obtenido por RS se probó ante una entrada cuadrada, figura 3.22, y ante una entrada rampa, figura 3.23, para verificar que la planta puede realizar el seguimiento.

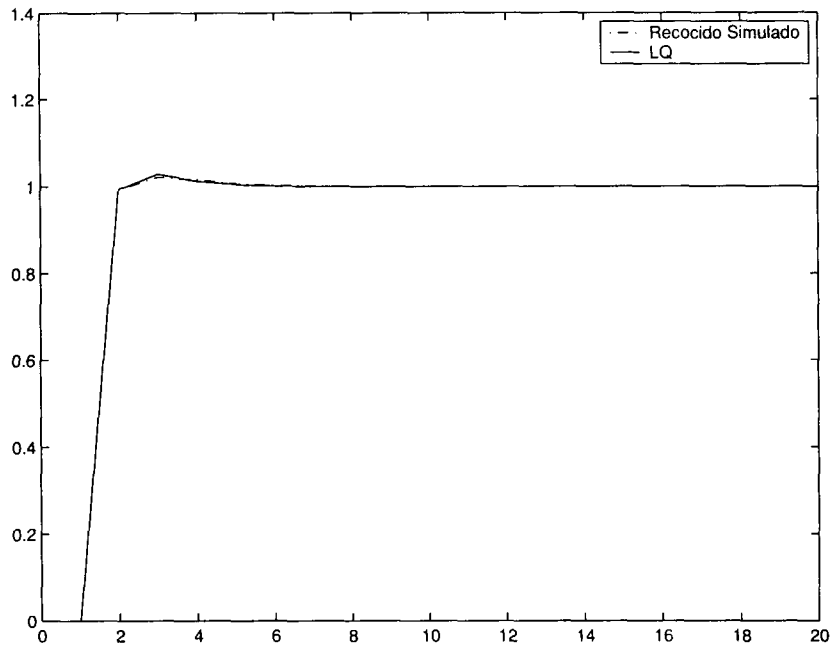


Figura 3.19: Seguimiento SISO: Respuesta de la planta de segundo orden

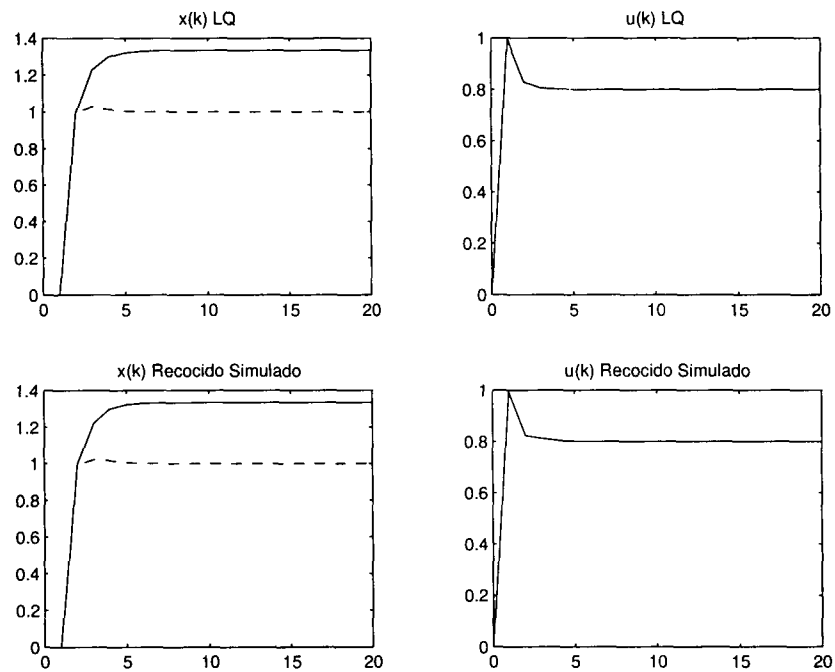


Figura 3.20: Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de la planta de segundo orden

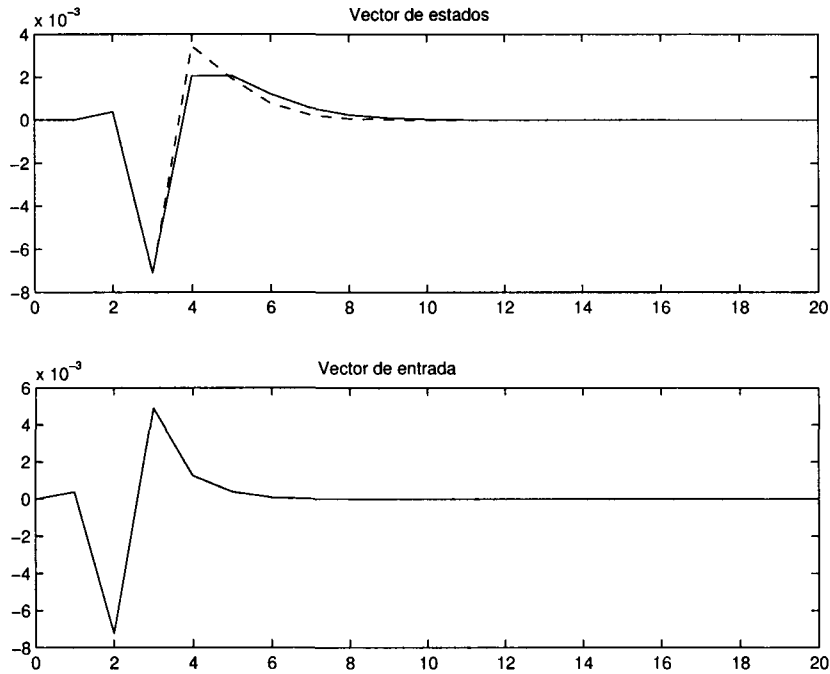


Figura 3.21: Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de segundo orden

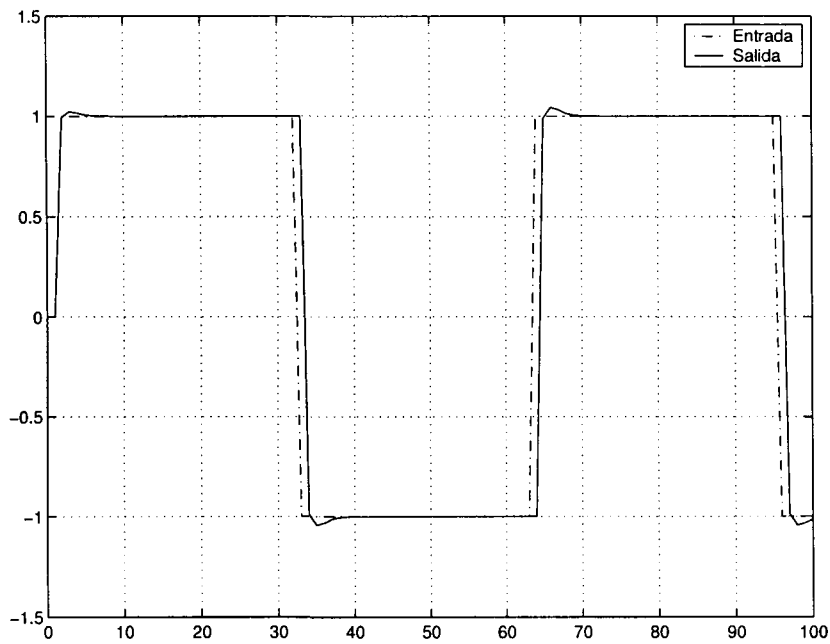


Figura 3.22: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de segundo orden

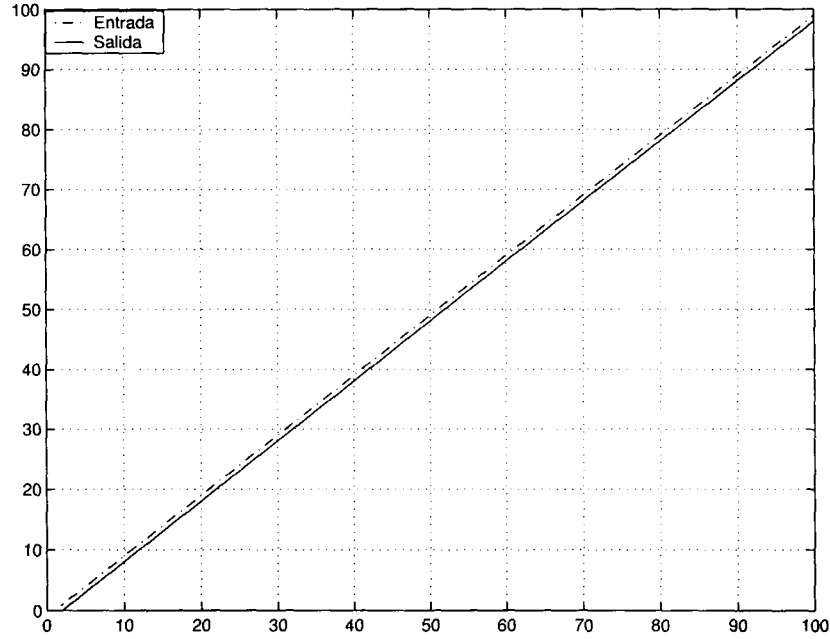


Figura 3.23: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de segundo orden

3.2.4. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.27

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.12 & -0.01 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3.10)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 10$$

Transformando el sistema como regulador se tiene

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.12 & -0.01 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \quad (3.12)$$

cuya matriz de ponderación será $\hat{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Parámetros del algoritmo RS, tabla 3.13.

Tabla 3.13: Parámetros del algoritmo RS

$K_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.01	100	100	0.8

Los valores de ganancia e índice de desempeño de ambos controladores aparecen en la tabla 3.14. En este ejercicio, el algoritmo encontró una solución un poco diferente, sin embargo, el índice de desempeño es casi igual.

Tabla 3.14: Comparación de los controladores

	Ganancia				Índice de desempeño J
	K1	K2			
Control LQ	0.290169	-0.120000	0.063347	1.385170	2.537522
Recocido Simulado	0.294318	-0.107662	0.052728	1.402107	2.537810

RS encontró soluciones que producían un índice de desempeño muy cercano al valor óptimo, en comparación a los ejercicios anteriores, el rango en el que variaron las soluciones estuvo entre 4 y 4.5 como máximo, siendo el óptimo de 2.537522, lo que indica que para este ejercicio fue más sencillo encontrar una solución aceptable, ver figura 3.24. Al observar la salida del sistema (ver figura 3.25), ambas señales presentan un desempeño muy parecido, casi sin diferencia. El mismo comportamiento se observa en la figura 3.26, donde la diferencia en los estados del sistema y vector de entrada con ambos controladores muestra que dicha diferencia es pequeña, ver figura 3.27.

El controlador obtenido mediante RS se probó con señales de tipo cuadrada (figura 3.28) y rampa (figura 3.29) para comprobar que el sistema realiza el seguimiento de manera adecuada.

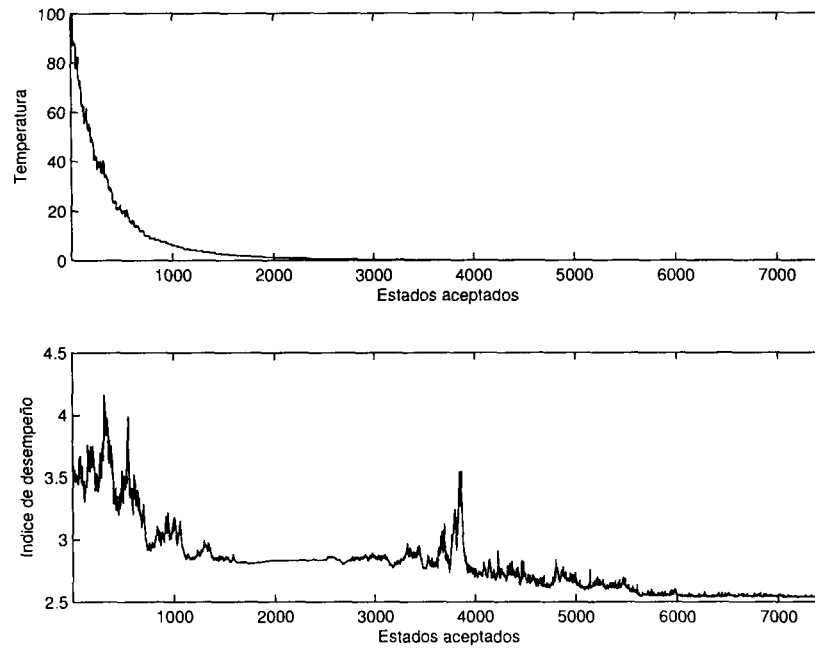


Figura 3.24: Seguimiento SISO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden

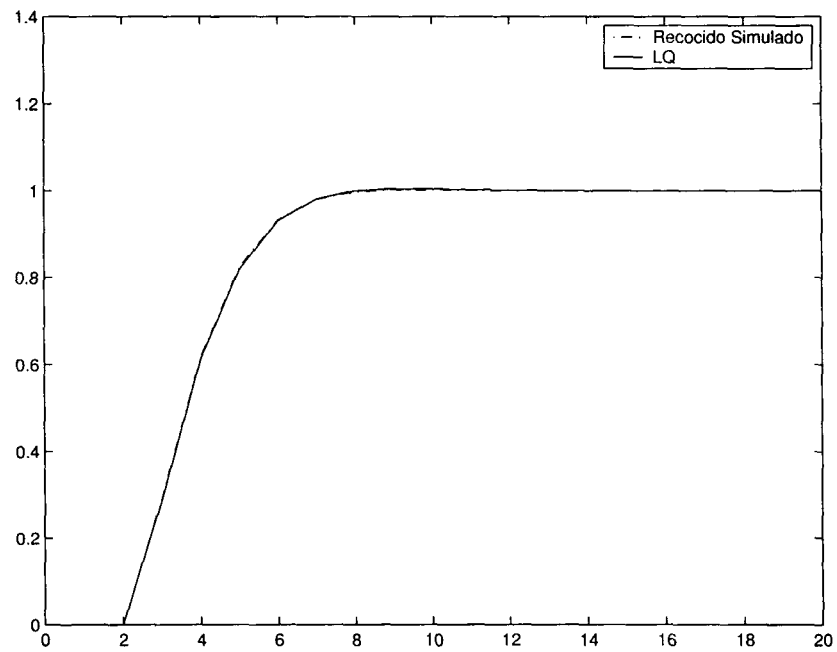


Figura 3.25: Seguimiento SISO: Respuesta de la planta de tercer orden

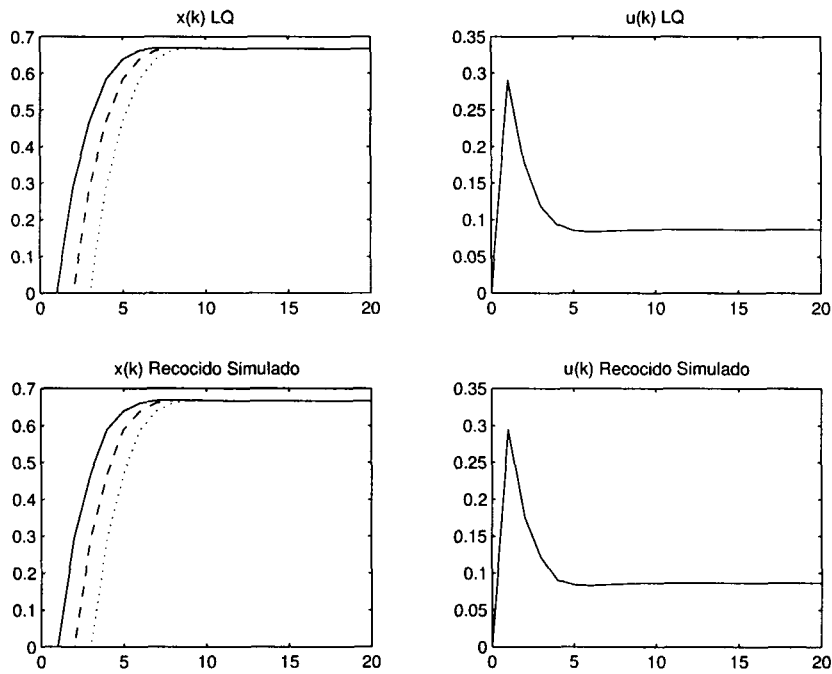


Figura 3.26: Seguimiento SISO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de la planta de tercer orden

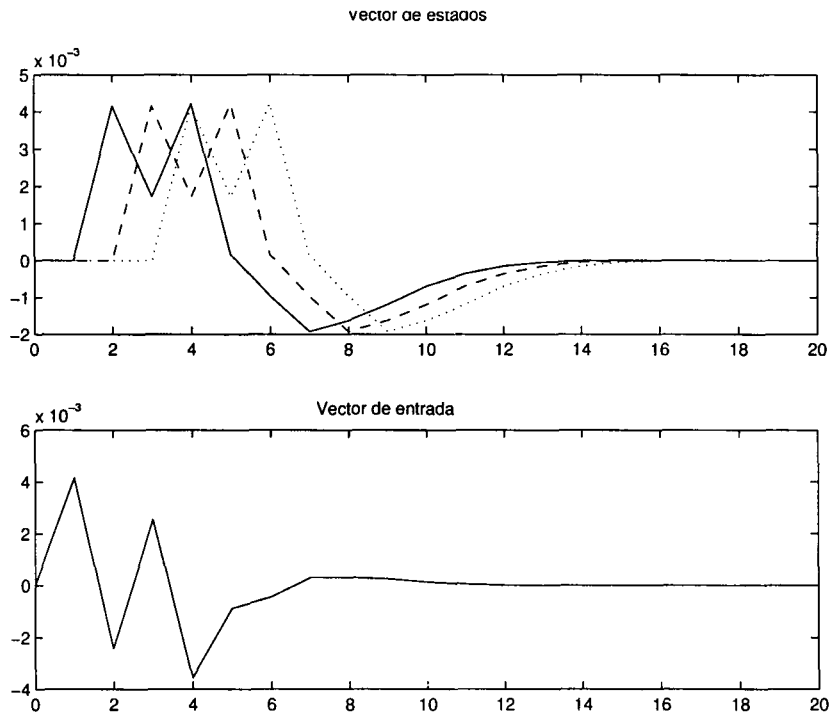


Figura 3.27: Seguimiento SISO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de tercer orden

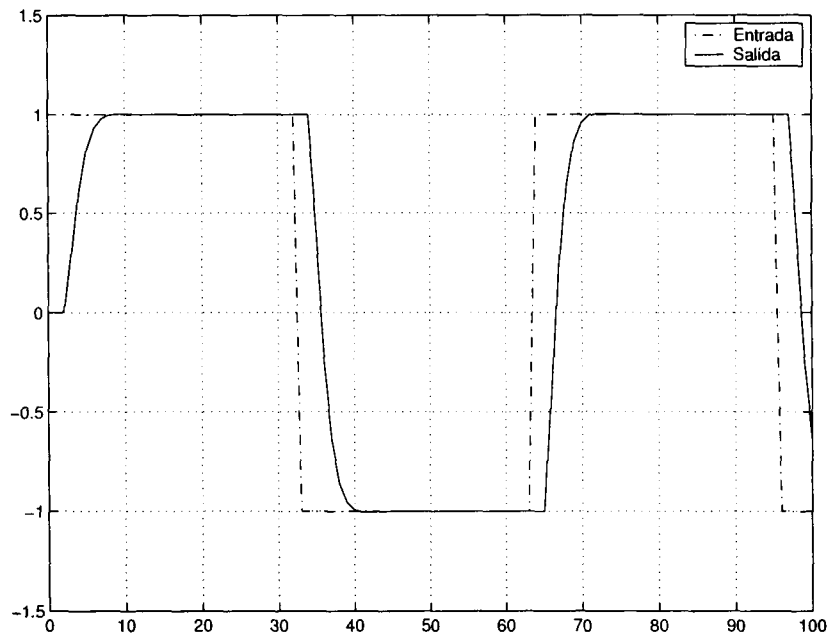


Figura 3.28: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de tercer orden

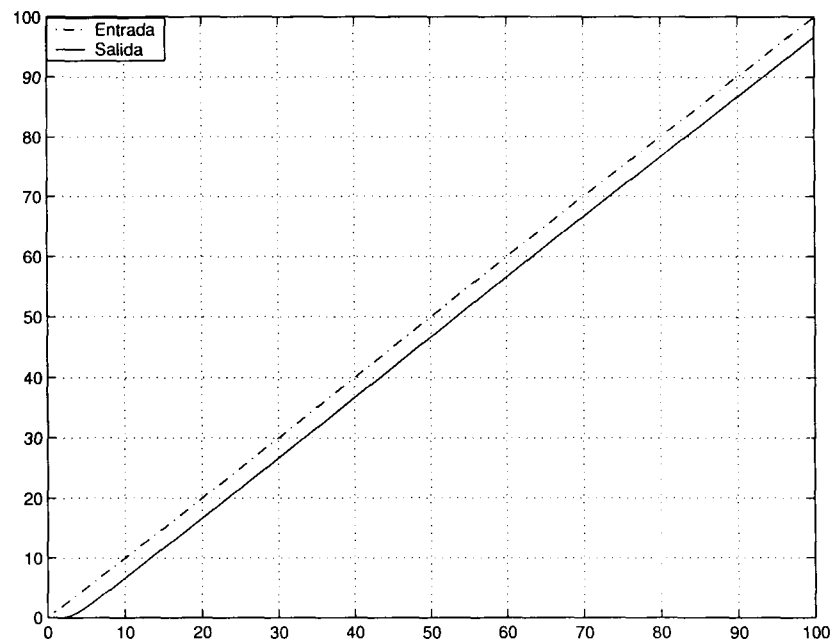


Figura 3.29: Seguimiento SISO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de tercer orden

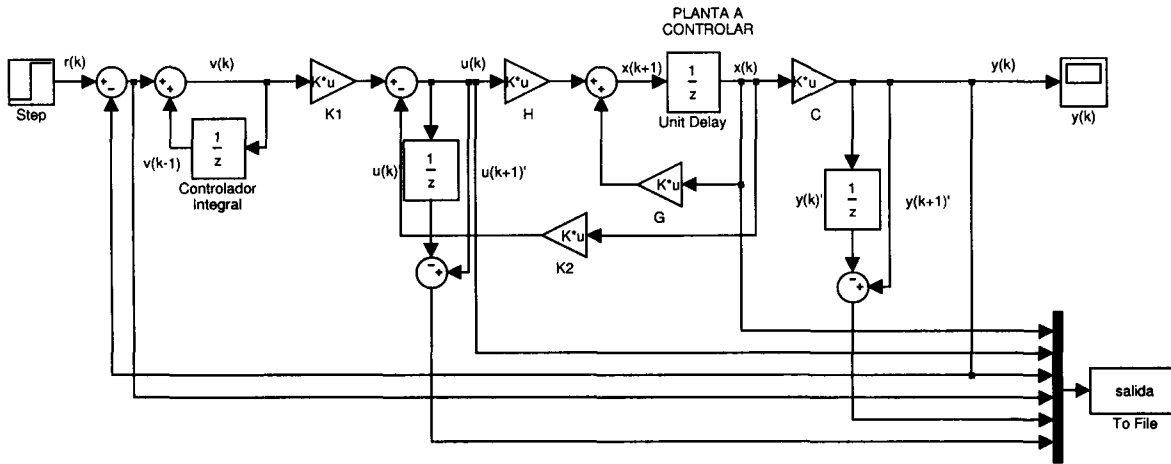


Figura 3.30: Modelo implementado en simulink para sistemas con índices de desempeño no convencionales basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento SISO

3.3. Índices de desempeño no convencionales

A continuación se presentan los experimentos que se realizaron con una planta de tercer orden bajo medidas de desempeño no convencionales (ecuación 2.9). Los valores propuestos a las constantes de ponderación se escogieron de manera arbitraria, ya que el objetivo de estos experimentos no está enfocado en la interpretación real que dichos valores tengan en la planta, sino en el hecho de proponer una medida de desempeño y ver cómo el algoritmo obtiene una solución razonable, según se describe en la sección 2.2.3.

El diseño de éstos controladores se realiza como en los sistemas de seguimiento, donde se trata a la planta como un sistema regulador. El modelo implementado en simulink se muestra en la figura 3.30. Las simulaciones se realizaron sometiendo a la planta a una entrada escalón unitario.

Para los experimentos, los parámetros del algoritmo RS se establecieron con los valores que se muestran en la tabla 3.15.

Tabla 3.15: Parámetros del algoritmo RS

$K_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	1	100	100	0.8

3.3.1. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.12 & -0.01 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3.13)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 10$$

encontrar un controlador que cumpla con las restricciones dadas en la tabla 3.16.

Tabla 3.16: Coeficientes de ponderación para el índice de desempeño no convencional

Experimento	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	10	10	20	1	1	10
2	20	40	0	1	0	100
3	30	20	50	1	1	30

3.3.2. Experimento 1

Los resultados se muestran en la tabla 3.17. En ella se presentan los valores de ganancia obtenidos por el algoritmo y el valor del índice de desempeño correspondiente a la solución.

En la figura 3.31, se observa que el algoritmo encontró soluciones diversas, que produjeron que la gráfica Estados aceptados contra Índice de desempeño tuviera un rango de variación bastante amplio, de acuerdo a la solución propuesta como mejor encontrado. Éstas variaciones, como se ha mencionado en los temas anteriores, producen cambios en la temperatura del algoritmo, lo que repercute en cambios significativos para el criterio de terminación del mismo.

La salida del sistema (ver figura 3.32) alcanza el valor de referencia en aproximadamente 7 instantes de muestreo. Posteriormente, el sistema alcanza el valor de estado estable. Se observa un pequeño sobretiro entre el instante 6 y 7 aunque éste es muy pequeño, disminución que se espera se deba a la ponderación aplicada al elemento correspondiente en la ecuación de índice de desempeño (para éste caso se propuso penalizar el sobretiro máximo con un valor de 10).

En la figura 3.33 se presentan los estados del sistema y el vector de entrada, los cuales, al igual que la respuesta del sistema, se estabilizan después del instante 7.

Tabla 3.17: Resultados del experimento 1

Ganancia			Índice de desempeño J
K1	K2		
0.383241	-0.108121	0.189388 1.424966	46.100502

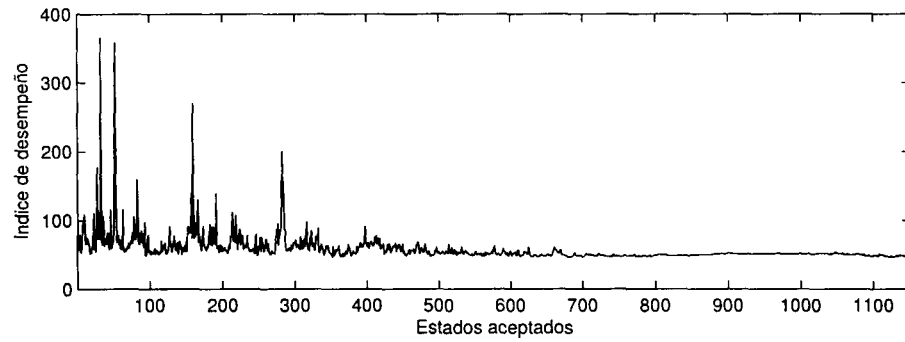
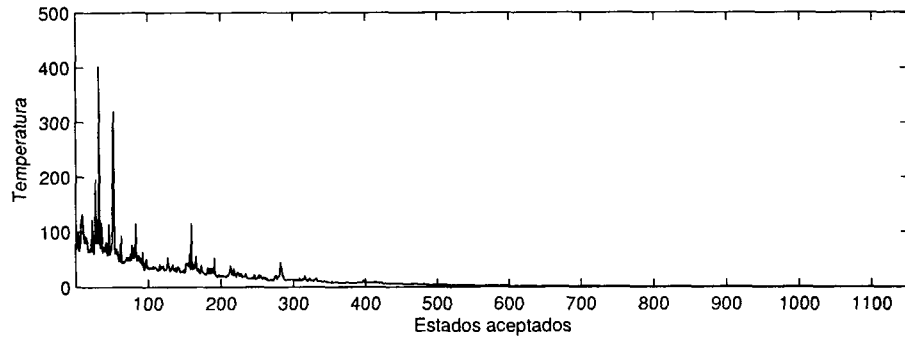


Figura 3.31: Experimento 1: Comportamiento del algoritmo

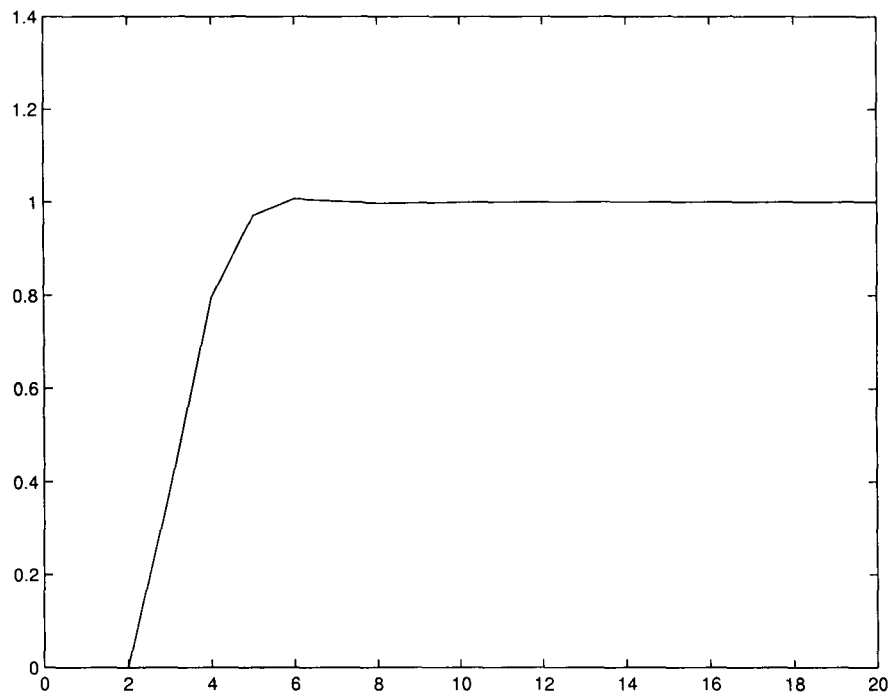


Figura 3.32: Experimento 1: Respuesta de la planta

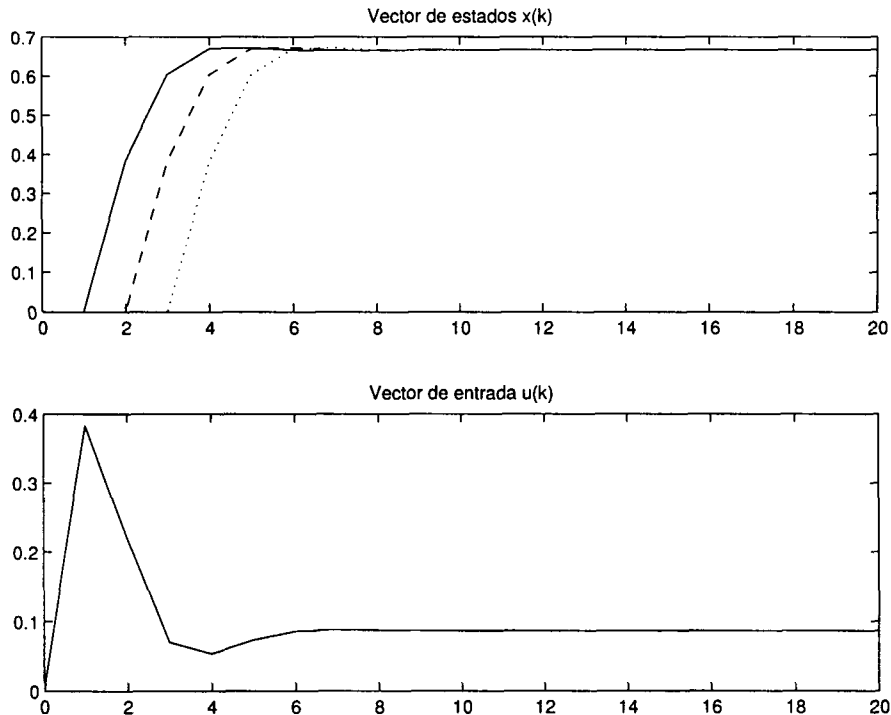


Figura 3.33: Experimento 1: Estados del sistema

3.3.3. Experimento 2

La tabla 3.18 contiene los resultados de este experimento. A diferencia del primer experimento, los valores de ganancia cambiaron significativamente, y el índice de desempeño se incrementó. Sin embargo, esto no hizo que la respuesta de la planta se volviera inestable. Los términos que no contribuyeron al índice de desempeño son: la matriz \mathbf{R} , y el índice de suavidad en la salida. Lo que indica que éstos términos pueden afectar en la magnitud del índice de desempeño, sin embargo, es posible encontrar una solución factible, como lo demuestra figura 3.35; en ella se presenta una respuesta bastante rápida por parte de la planta, con un sobretiro prácticamente nulo, alcanzando el nivel de referencia en casi 3 instantes de muestreo, y posteriormente estabilizarse. Este comportamiento se puede deber a la gran penalización aplicada al coeficiente del error, que establece la diferencia entre la entrada y la salida. Sin embargo, los estados del sistema y el vector de entrada se muestran estables a partir del instante 10 (ver figura 3.36). El comportamiento del algoritmo muestra las grandes variaciones presentadas en la búsqueda de una solución aceptable, figura 3.34, sin embargo, ésta gráfica también muestra que se obtuvieron muy pocos estados aceptados, a diferencia del experimento anterior; esto quiere decir que las restricciones demandadas por el índice de desempeño (de acuerdo a los valores de los coeficientes) resultaron muy exigentes para ésta planta. Es importante recalcar que la respuesta obtenida en éste experimento resulta un poco

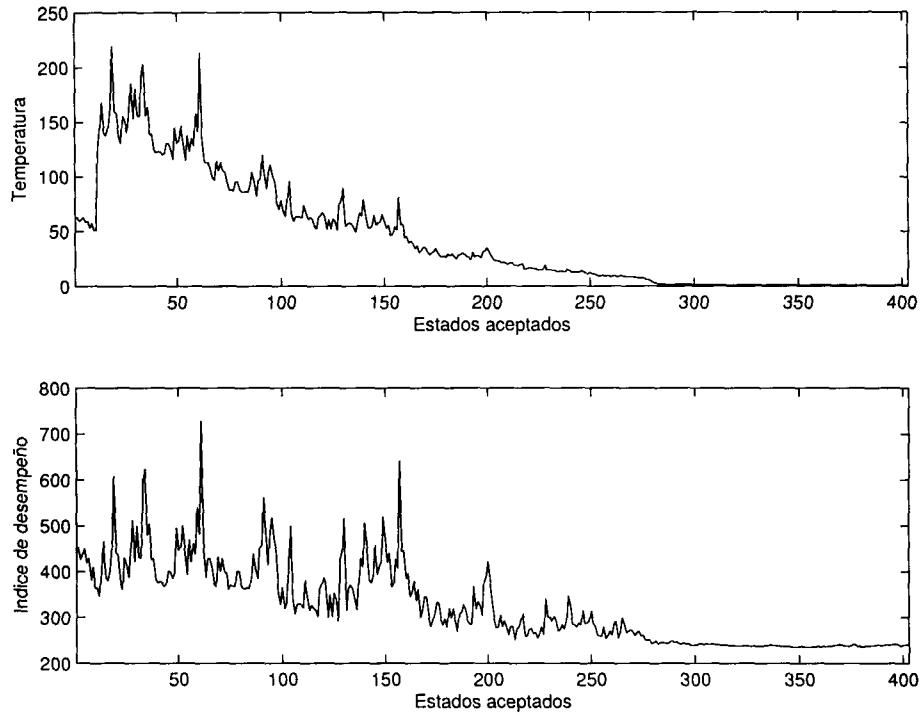


Figura 3.34: Experimento 2: Comportamiento del algoritmo

mejor que la del experimento anterior, ya que la respuesta es un poco más rápida, y el sobretiro casi nulo.

Tabla 3.18: Resultados del experimento 2

Ganancia			Índice de desempeño J	
K1	K2			
0.997047	-0.120580	0.487758	2.495207	234.943142

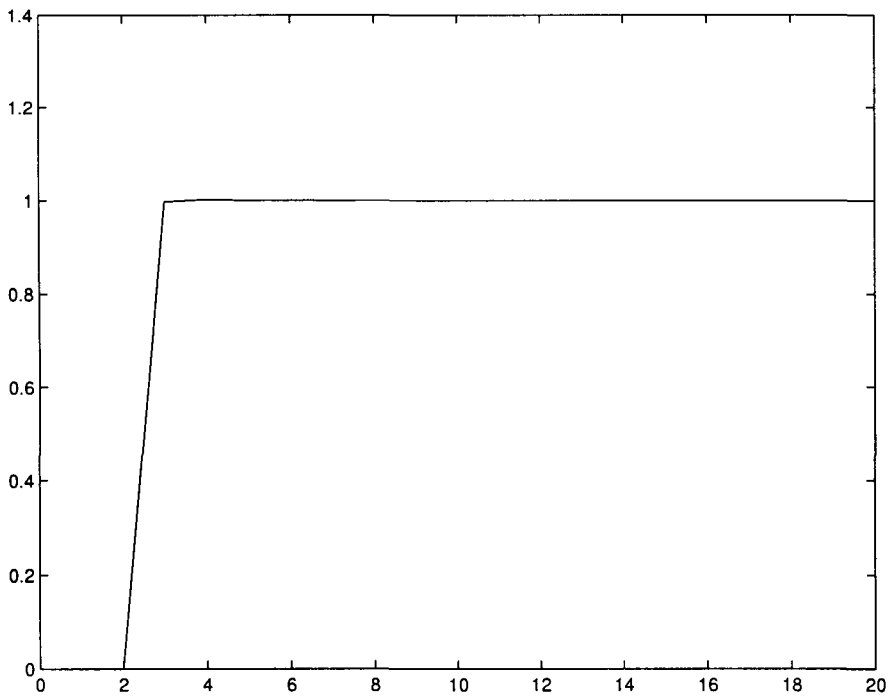


Figura 3.35: Experimento 2: Respuesta de la planta

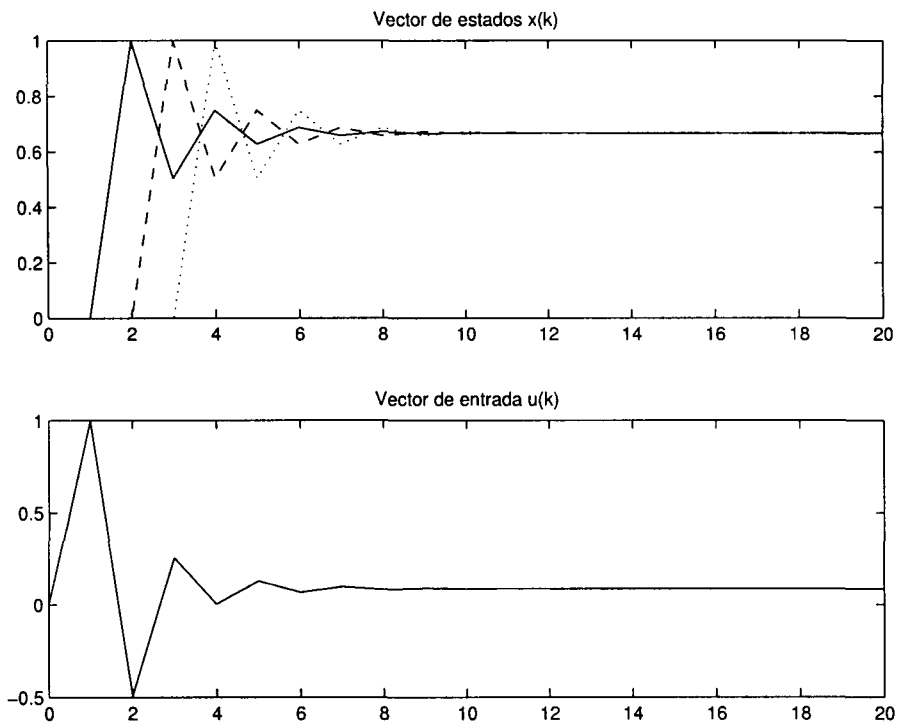


Figura 3.36: Experimento 2: Estados del sistema

3.3.4. Experimento 3

En la tabla 3.19 se presentan los resultados obtenidos en este experimento. Una vez más, los valores de ganancia son diferentes, los que hace que el índice de desempeño también lo sea. Para este experimento se ha agregado el coeficiente que incluye a la matriz \mathbf{R} , esto probablemente afecta en el hecho de que el índice de desempeño no tenga una magnitud tan grande, como en el caso del experimento 2, donde éste término no se incluye.

Al igual que los demás experimentos, el algoritmo realiza una búsqueda muy variada (ver figura 3.37), esto significa que busca un número mayor de soluciones. La respuesta de la planta, figura 3.38, presenta un comportamiento estable a partir del instante 10, pero tiene cierta variación entre los instantes 4 y 8, siendo éstos de magnitud inferior al nivel de referencia. Sin embargo, la respuesta crece igual que en los experimentos anteriores, lo que hace que el tiempo de respuesta sea muy parecido en los 3 experimentos. Cabe agregar que el sobretiro es casi imperceptible. Los estados y vector de entrada aparecen en la figura 3.39.

Tabla 3.19: Resultados del experimento 3

Ganancia			Índice de desempeño \mathbf{J}
K1	K2		
0.440643	-0.163734	0.347370 1.460922	123.339933

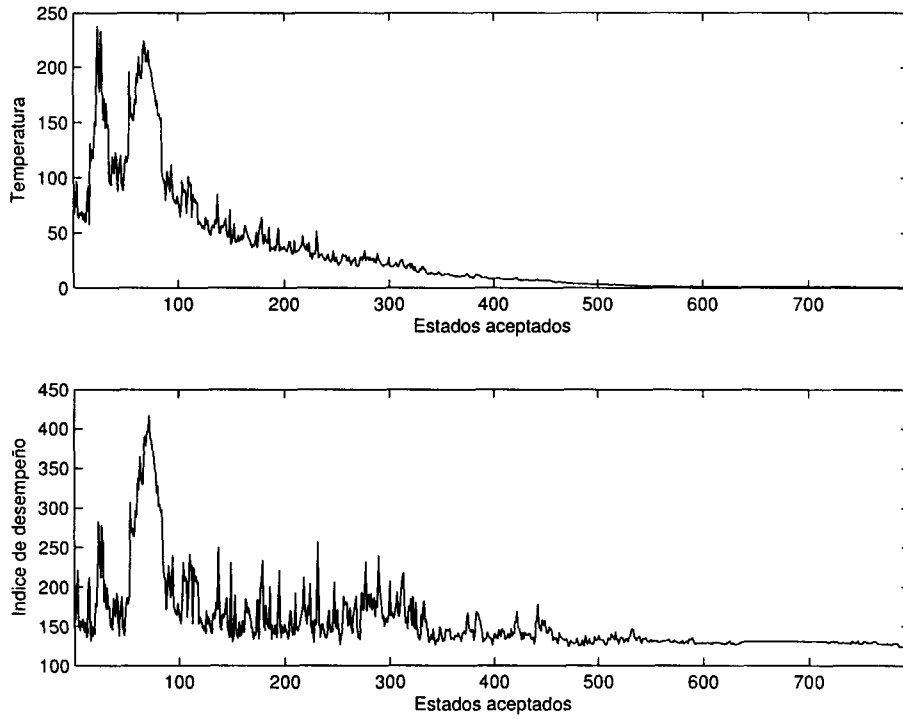


Figura 3.37: Experimento 3: Comportamiento del algoritmo

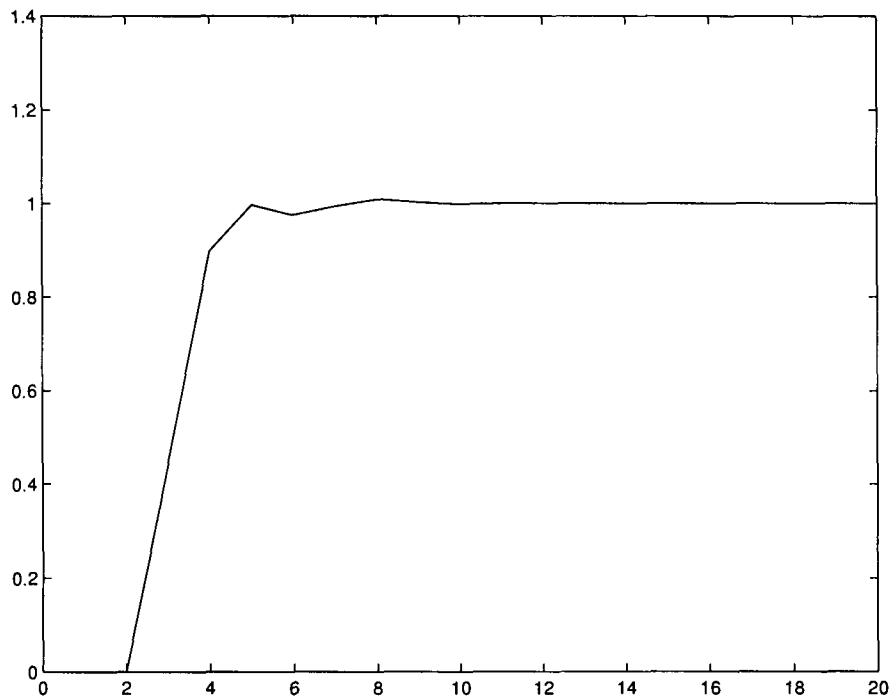


Figura 3.38: Experimento 3: Respuesta de la planta

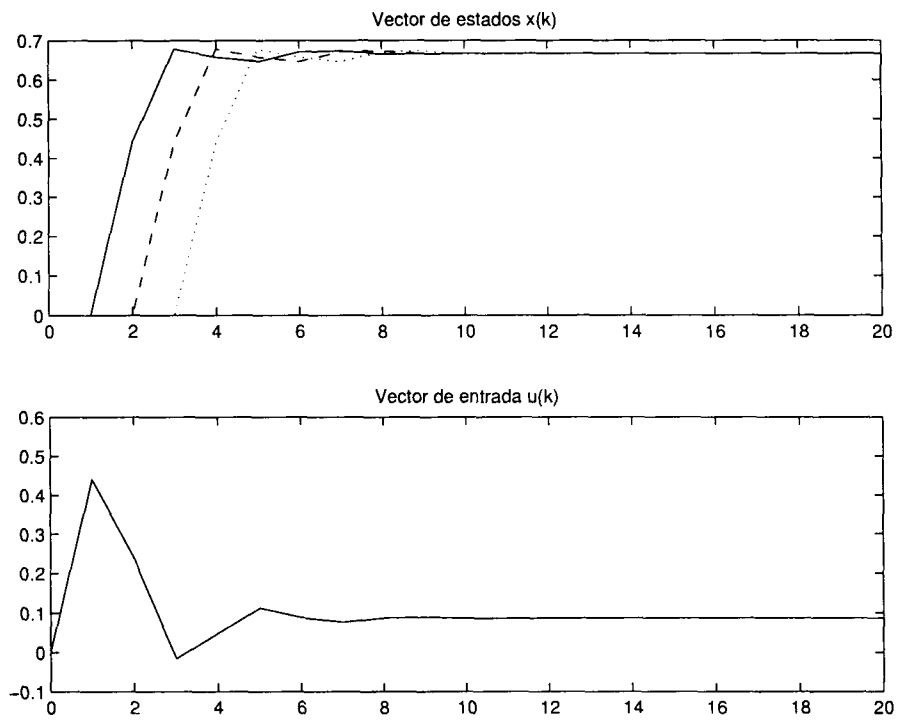


Figura 3.39: Experimento 3: Estados del sistema

Capítulo 4

Sistemas MIMO

En este capítulo se estudian los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Las plantas que se analizan son de segundo y tercer orden de 2 entradas y 2 salidas. Se utilizó MATLAB para implementar el algoritmo RS y SIMULINK como interface de simulación. Los temas a tratar son: Raguador óptimo, seguimiento óptimo, y seguimiento óptimo usando índices de desempeño no convencionales.

4.1. Regulación

Los sistemas reguladores se tratan de manera similar a los de los sistemas SISO, con la respectiva adecuación para el número de entradas y salidas. Se utilizará el modelo descrito en la figura 3.1.

4.1.1. Metodología de diseño

El método utilizado para realizar el diseño es el mismo que se describió para los sistemas SISO (ver tabla 3.1). Las simulaciones se realizaron para 20 muestras ($N=20$).

4.1.2. Sistema de segundo orden

Dado el siguiente sistema regulador, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.11

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -0.3333 & 0.3333 \\ 0.1667 & -0.2917 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.1)$$
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Los parámetros del algoritmo RS para efectuar la simulación se muestran en la tabla 4.1.

Los resultados se muestran en la tabla 4.2, en donde se aprecia que el valor de ganancia encontrado por RS es diferente al del control LQ. A pesar de ello, el índice de

Tabla 4.1: Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	ϵ_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.1	100	100	0.8

desempeño del controlador encontrado por RS es muy similar al del obtenido por LQ, por lo que se puede interpretar que ésta es una solución muy cercana a la óptima.

Estos resultados son muy interesantes, ya que RS encontró una solución diferente a la de LQ, y que produce una respuesta satisfactoria, como se muestra en la figura 4.2 al observar el desempeño de los estados del sistema. La diferencia existente entre ambos controladores se puede determinar al restar las señales de los estados, como se indica en la figura 4.3. La diferencia es pequeña, y solo alcanza valores máximos en los instantes 1 y 3, para después ser cada vez más pequeña hasta quedar nula.

El esfuerzo realizado por el algoritmo RS se presenta en la figura 4.1, en donde la gráfica Estados aceptados contra Índice de desempeño presenta un rango de variación en magnitud no muy grande, esto significa que las soluciones que el algoritmo encontró en este ejercicio producían un costo cercano al óptimo, esto en parte se debe al tamaño de vecindad escogido, ya que este parámetro hace que el algoritmo realice mayor o menor búsqueda, dependiendo también de la naturaleza de la planta.

Tabla 4.2: Comparación de los controladores

	Ganancia \mathbf{K}		Índice de desempeño \mathbf{J}
Control LQ	0.180063	-0.185051	11.831225
	-0.080358	0.135628	
Recocido Simulado	0.173419	-0.166282	11.841699
	0.021617	0.324484	

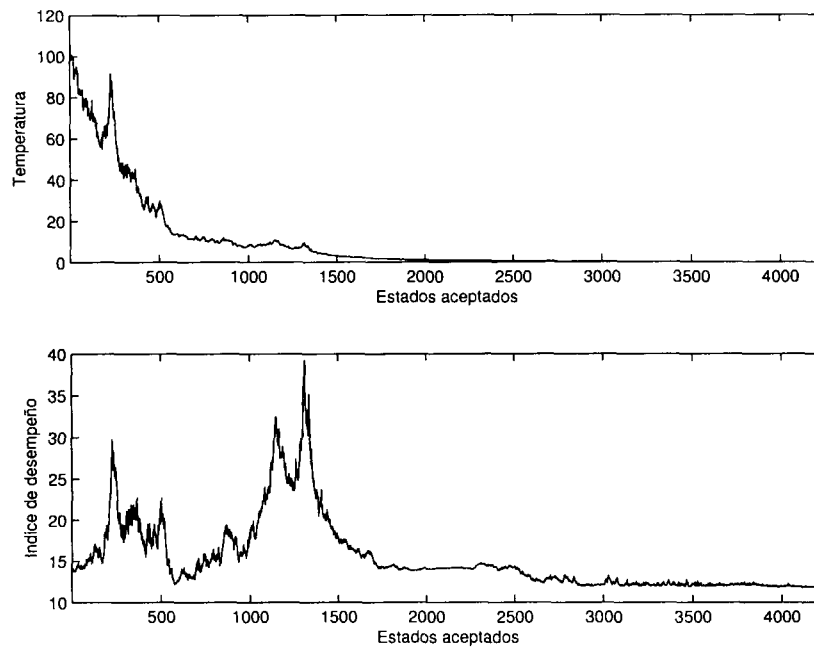


Figura 4.1: Regulación MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden

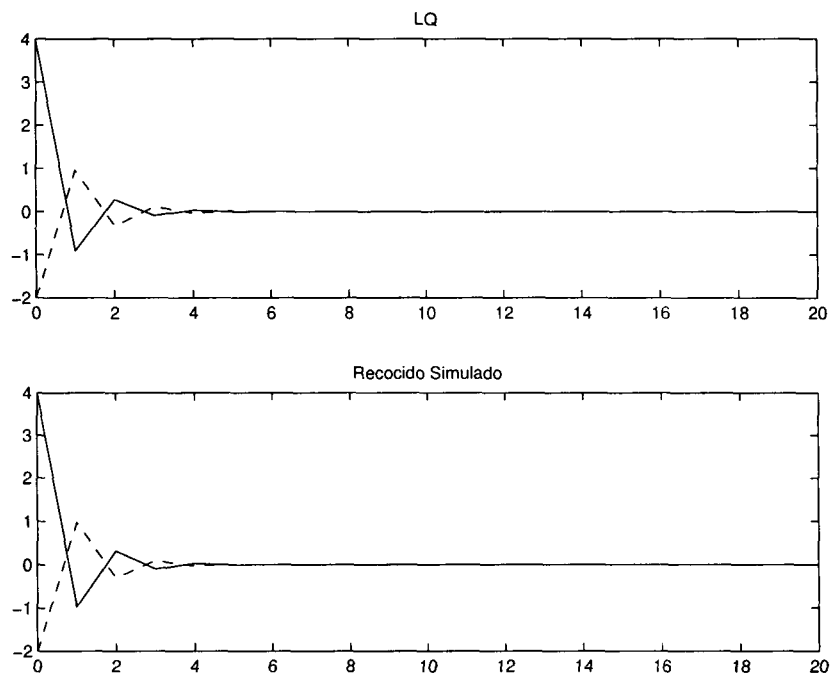


Figura 4.2: Regulación MIMO: Estados del sistema del controlador obtenido por LQ, y el encontrado por RS

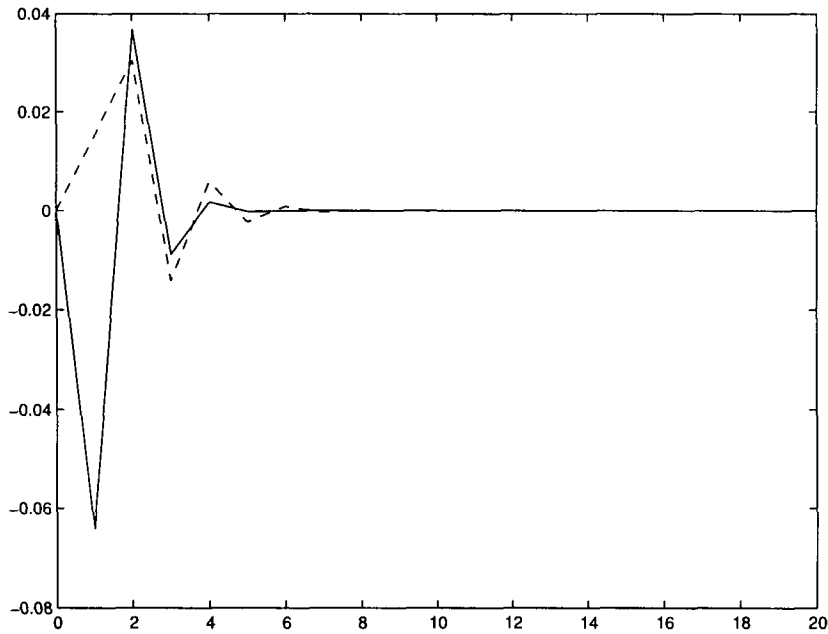


Figura 4.3: Regulación MIMO: Diferencia entre los vectores de estado de los controladores obtenidos por LQ y RS, en la planta de segundo orden

4.1.3. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema regulador, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.11

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 3.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & 2.5 & 0 \\ 1.5 & -1 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Los parámetros del algoritmo RS para efectuar las simulaciones se muestran en la tabla 4.3.

Tabla 4.3: Parámetros del algoritmo RS

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
$\mathbf{0}$	5	100	100	0.8

Los resultados se muestran en la tabla 4.4, una vez mas el valor de ganancia encontrado es diferente, sin embargo, el índice de desempeño está muy cercano al óptimo. El algoritmo presentó variaciones muy grandes en magnitud al evaluar las soluciones;

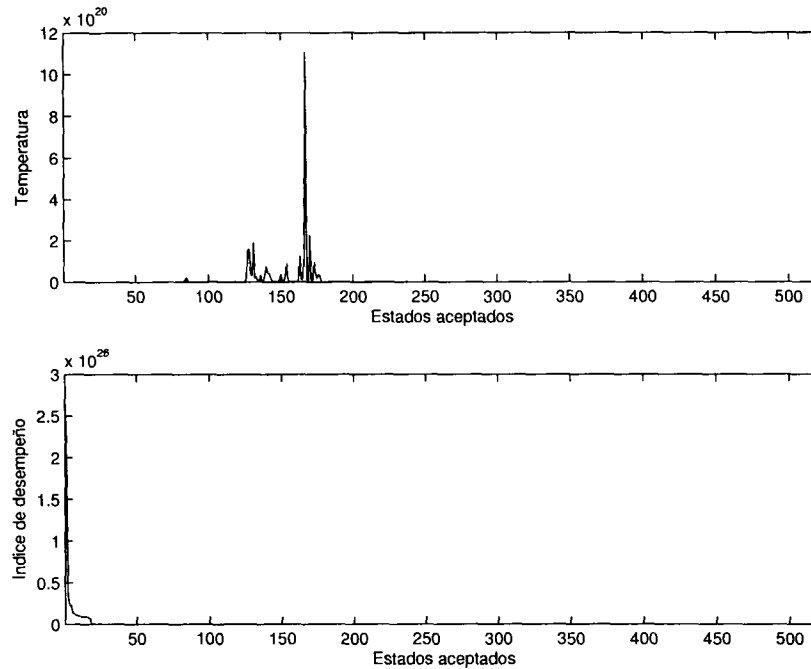


Figura 4.4: Regulación MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden

alguna de ellas, alcanzó un valor demasiado grande con respecto al resto de las soluciones. Esto hace que en la figura 4.4, la gráfica Estados aceptados contra Índice de desempeño no presente las magnitudes del resto de las soluciones. Esto se debe a que en el primer instante de muestreo, al evaluar la primera solución producida por el algoritmo, ésta alcanzó una muy alta evaluación, sin embargo, con respecto a la solución inicial propuesta, el costo fue menor, por lo que el estado se aceptó.

Al igual que en el experimento anterior, RS encontró una solución muy diferente a la de LQ, al observar la figura 4.5, se puede comprobar que ambos controladores se desempeñan de manera similar, ya que las gráficas de los estados responden en magnitud y tiempo iguales. La figura 4.6 presenta la diferencia que existe entre ambos controladores, donde se observa que la diferencia llega a ser significativa en los primeros instantes de la simulación, pero después logra estabilizarse.

Tabla 4.4: Comparación de los controladores

	Ganancia K			Índice de desempeño J
Control LQ	-7.003256	4.584949	-7.732320	732.375702
	-3.181215	-7.015180	4.104169	
Recocido Simulado	-8.596587	10.869365	-12.428246	733.428460
	-4.289677	-2.644473	0.845227	

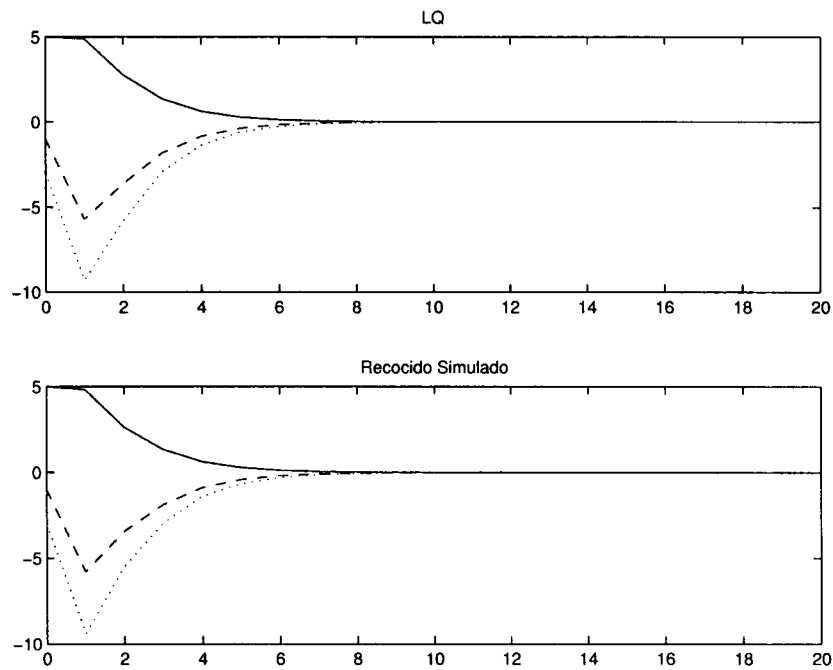


Figura 4.5: Regulación MIMO: Estados del sistema del controlador obtenido por LQ, y el encontrado por RS

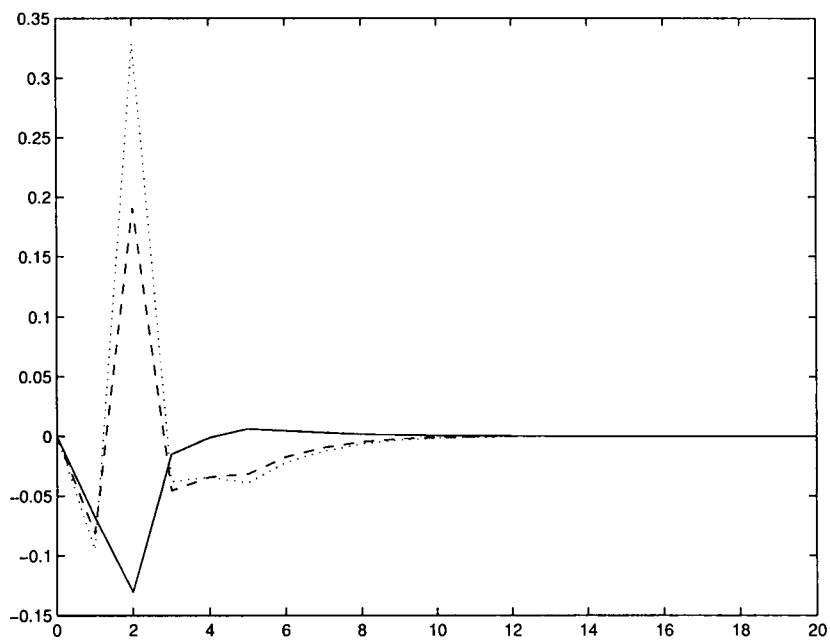


Figura 4.6: Regulación MIMO: Diferencia entre los vectores de estado de los controladores obtenidos por LQ y RS, en la planta de tercer orden

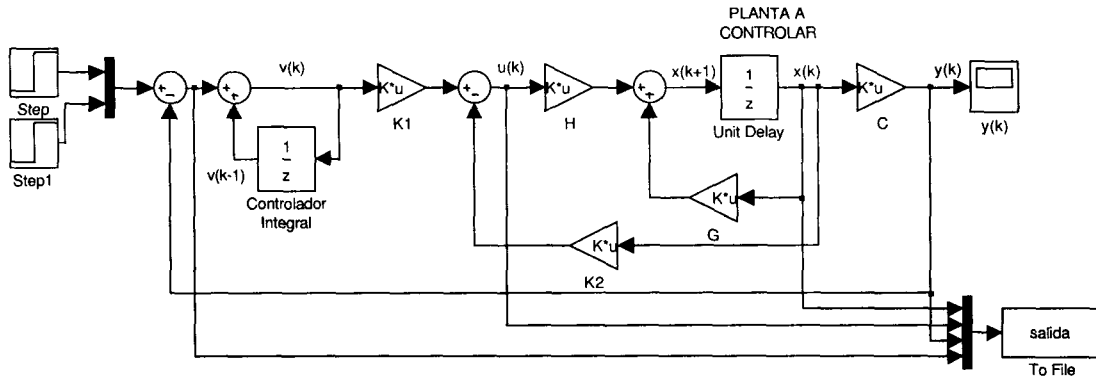


Figura 4.7: Modelo implementado en simulink basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento MIMO de 2 entradas y 2 salidas

4.2. Seguimiento

Con los sistemas de seguimiento MIMO sucederá lo mismo que los sistemas de regulación MIMO, serán tratados siguiendo las mismas técnicas que su equivalente en SISO. El modelo de simulación es el que aparece en la figura ???. Las simulaciones se realizaron para 100 muestras ($N=100$), cuyas entradas fueron de tipo escalón unitario.

4.2.1. Metodología de diseño

Los pasos para realizar el diseño de controladores en sistemas de seguimiento MIMO son similares a los establecidos para el seguimiento en SISO, como se muestra en la tabla 3.8.

4.2.2. Sistema de segundo orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.27

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.3)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformando el sistema como regulador se tiene

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \quad (4.5)$$

cuya matriz de ponderación será $\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Los parámetros del algoritmo RS se muestran en tabla 4.5.

Tabla 4.5: Parámetros del algoritmo RS para la planta de segundo orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
$\mathbf{0}$	0.1	100	100	0.8

El resultado de la modelación aparece en la tabla 4.6. Aunque el índice de desempeño es muy parecido al de LQ, el algoritmo encontró valores de ganancia ligeramente diferentes.

Tabla 4.6: Comparación de los controladores

	Ganancia				Índice de desempeño J
	K1		K2		
LQ	1.171573	-0.000000	-1.000000	0.000000	24.891439
	0.000000	1.045549	0.000000	-1.000000	
RS	1.131942	0.060098	-1.090362	0.097050	24.903556
	-0.640569	1.712730	0.128824	-1.079803	

La figura 4.8 muestra que el rango de variación en la magnitud de las evaluaciones estuvo muy alto, alcanzando algunas un valor superior a 1000, cuando el óptimo está cercano a 25. Sin embargo, un alto porcentaje de las saluciones presentó evaluaciones cercanas al óptimo.

La figura 4.9 presenta la respuesta de la planta con ambos controladores, según la salida correspondiente. Ésta gráfica muestra que las salidas son muy parecidas. Los estados del sistema, figura 4.10, también presentan un comportamiento muy similar, y en la figura 4.11, se observa que la diferencia entre los vectores de estado y de entrada no es muy significativa.

El controlador obtenido por el algoritmo RS se probó ante entradas cuadradas y rampas, como se indica en las figuras 4.12 y 4.13 respectivamente, en donde se comprueba que la planta realiza efectivamente el seguimiento.

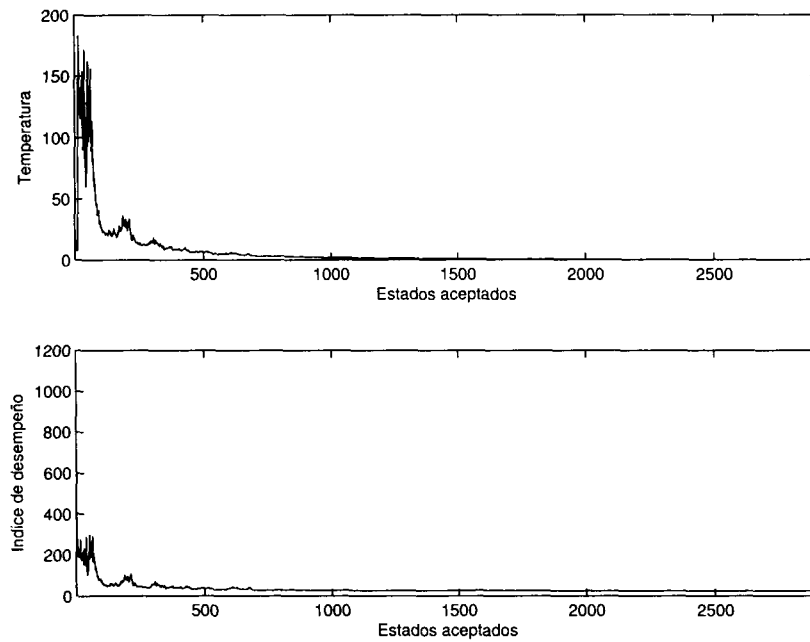


Figura 4.8: Seguimiento MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de segundo orden

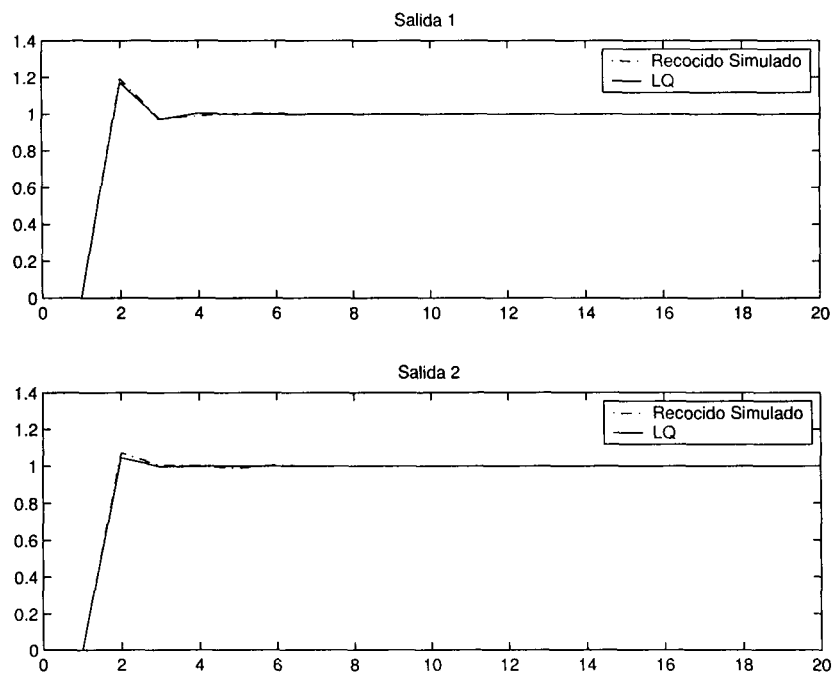


Figura 4.9: Seguimiento MIMO: Respuesta de ambos controladores en la planta de segundo orden

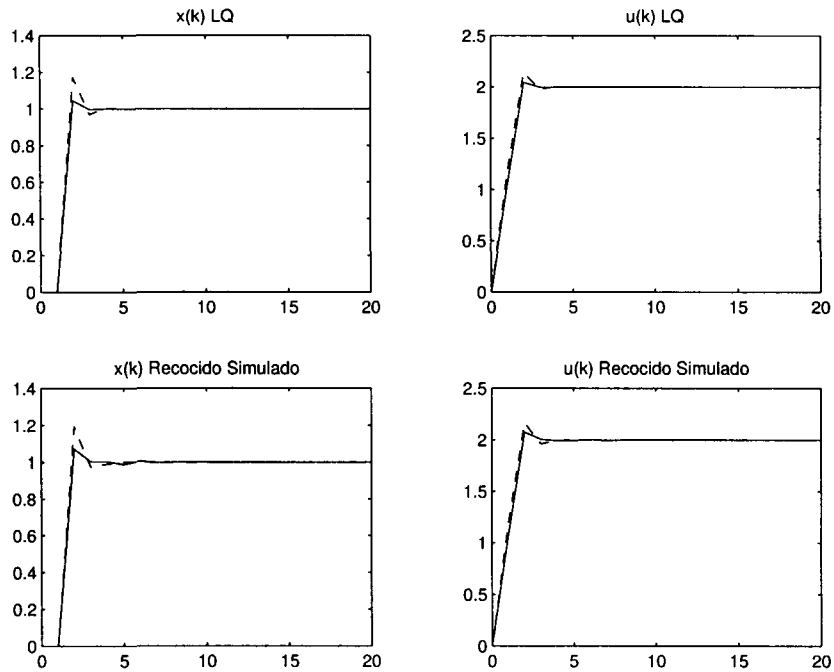


Figura 4.10: Seguimiento MIMO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de segundo orden

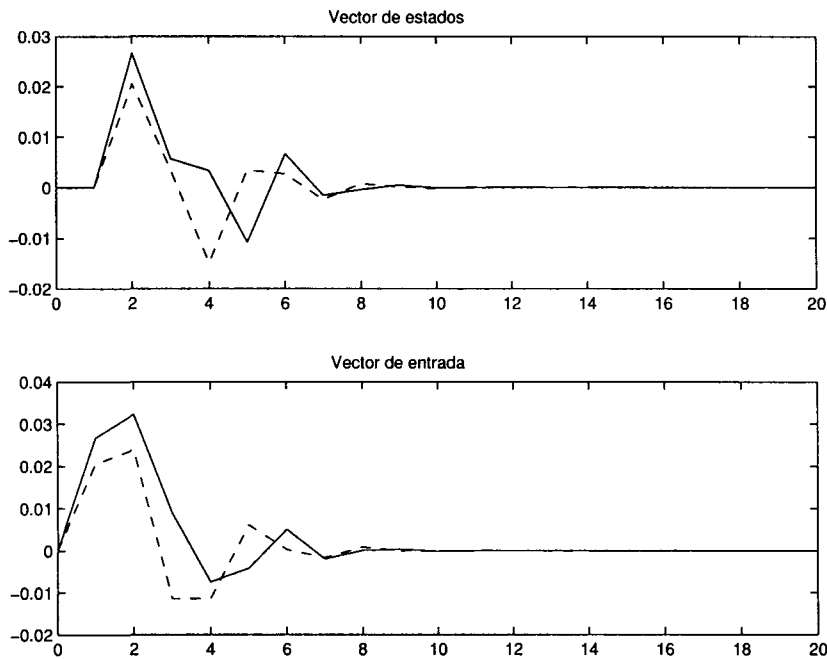


Figura 4.11: Seguimiento MIMO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de segundo orden

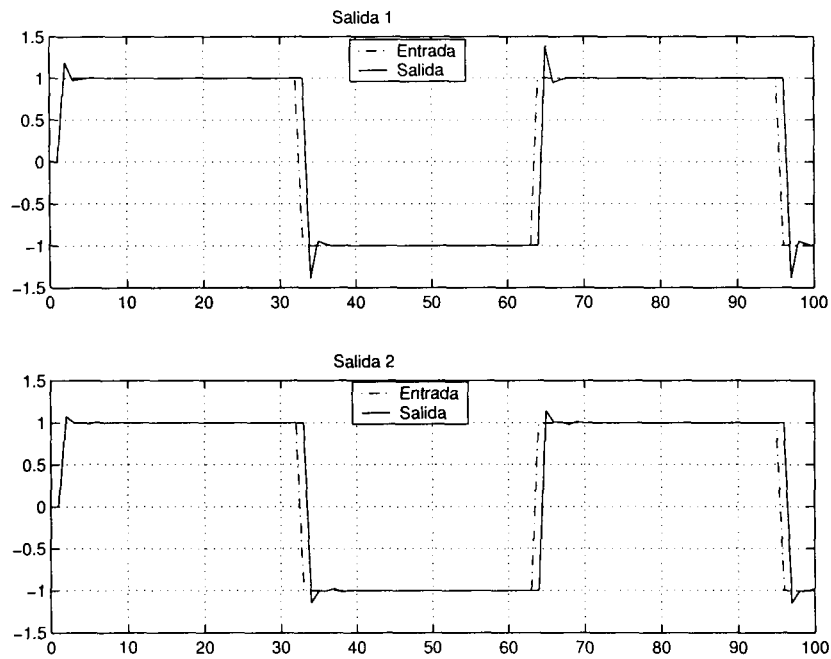


Figura 4.12: Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de segundo orden

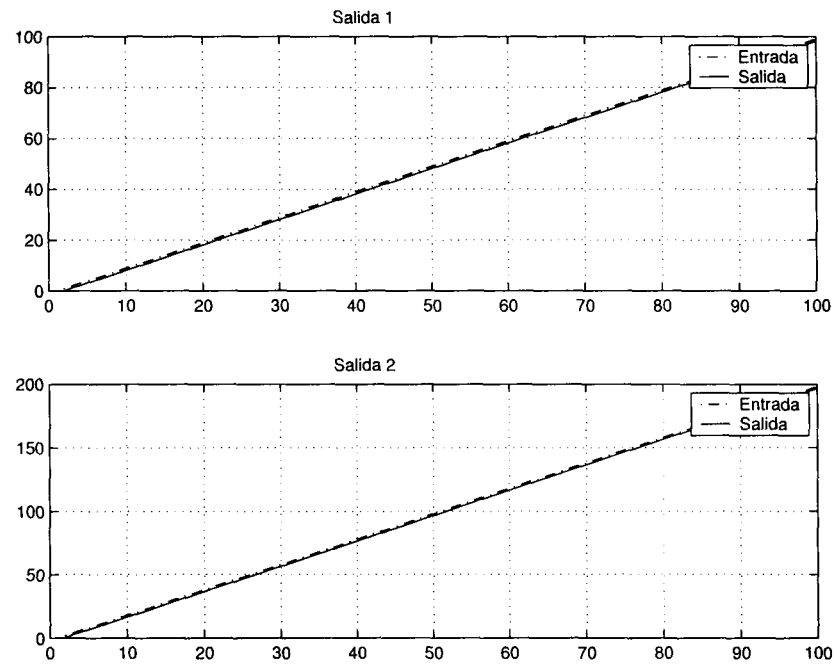


Figura 4.13: Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de segundo orden

4.2.3. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento, encontrar la ganancia \mathbf{K} que minimiza el índice de desempeño definido en la ecuación 2.27

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.6)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (4.7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformando el sistema como regulador se tiene

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \quad (4.8)$$

cuya matriz de ponderación será $\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Los parámetros del algoritmo RS se muestran en tabla 4.7.

Tabla 4.7: Parámetros del algoritmo RS para la planta de tercer orden

$\mathbf{K}_{inicial}$	ϵ_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.02	100	100	0.8

El resultado de la modelación aparece en la tabla 4.8, en ella se muestra que los valores de ganancia encontrados por RS son muy parecidos a los de LQ, esto produce como consecuencia un valor muy parecido al óptimo en el índice de desempeño.

El comportamiento del algoritmo (ver figura 4.14) muestra que las soluciones aceptadas por éste, tuvieron una evaluación muy cercana al óptimo. La figura 4.15 presenta la respuesta de la planta con ambos controladores, en donde solo la gráfica alusiva a

Tabla 4.8: Comparación de los controladores

	Ganancia						J
	K1			K2			
LQ	-0.068060	-1.250437		-0.255376	-0.266129	-1.149193	6.132915
	0.147550	0.986890		0.082931	0.248794	0.873191	
RS	-0.069668	-1.248137		-0.280847	-0.283071	-1.146501	6.134467
	0.202456	0.941304		0.074756	0.259054	0.813366	

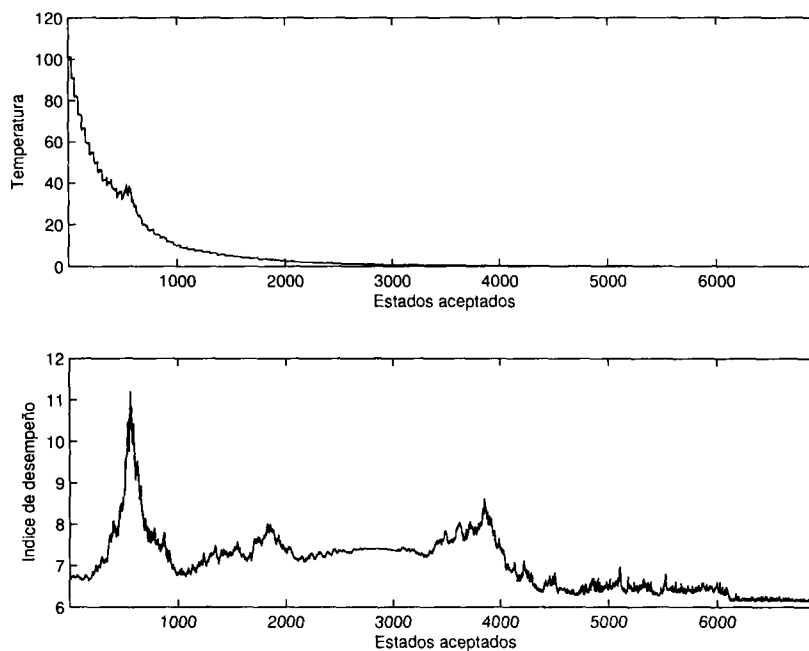


Figura 4.14: Seguimiento MIMO: Comportamiento del algoritmo RS en la planta de tercer orden

la salida 1 presenta una ligera diferencia, ya que la señal de respuesta producida por el controlador encontrado mediante RS tiene un sobretiro ligeramente mayor al de su correspondiente con LQ.

Los estados y vector de entrada, según la figura 4.16, se desempeñan casi de igual forma; al obtener la diferencia entre éstos vectores, se observa que ésta es muy pequeña, casi insignificante, figura 4.17.

La respuesta del sistema ante entradas cuadradas y rampa se presenta en las figuras 4.18 y 4.19 respectivamente.

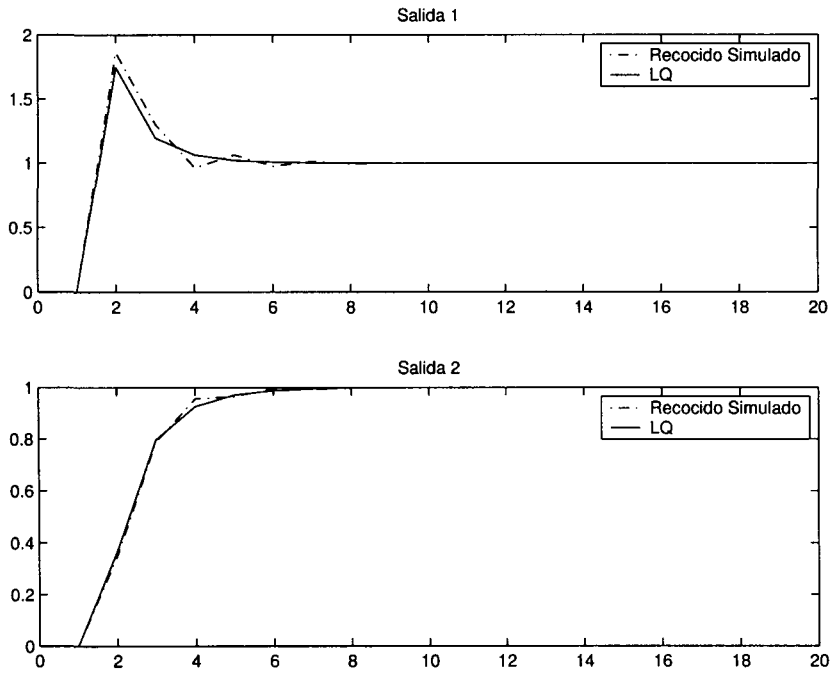


Figura 4.15: Seguimiento MIMO: Respuesta de ambos controladores en la planta de tercer orden

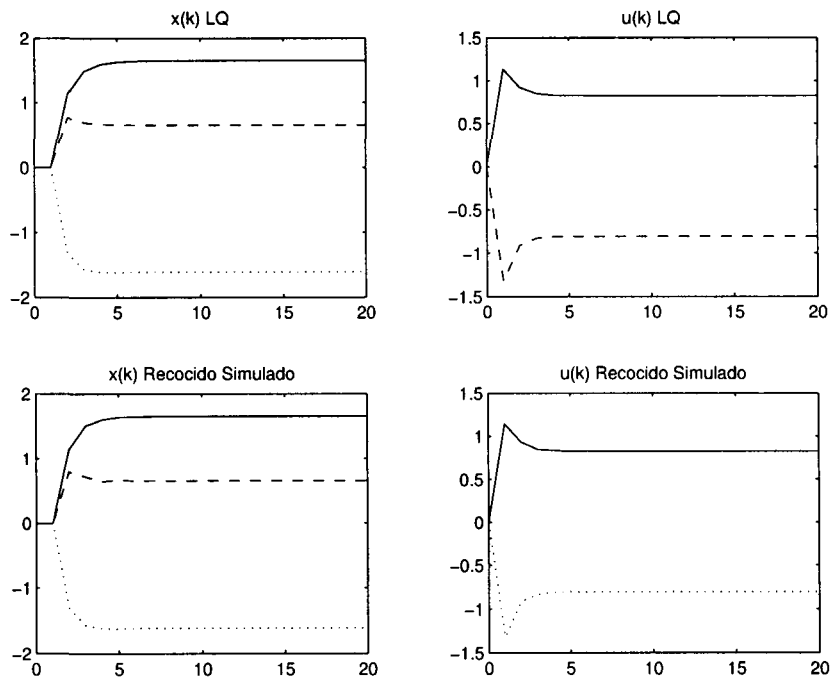


Figura 4.16: Seguimiento MIMO: Comparación entre los vectores de estado y de entrada de ambos controladores en la planta de segundo orden

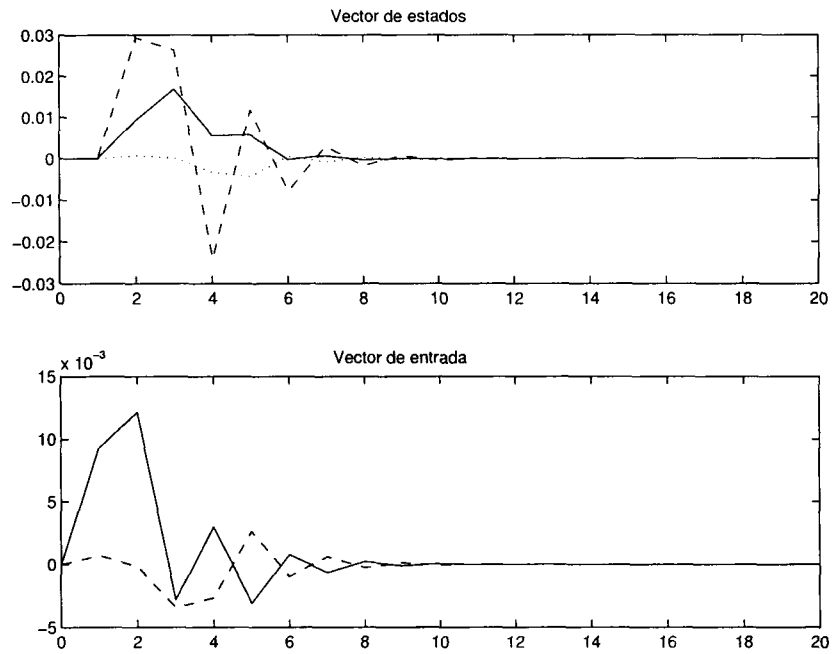


Figura 4.17: Seguimiento MIMO: Diferencia entre los vectores de estado y de entrada del controlador obtenido por LQ y el obtenido por RS en la planta de tercer orden

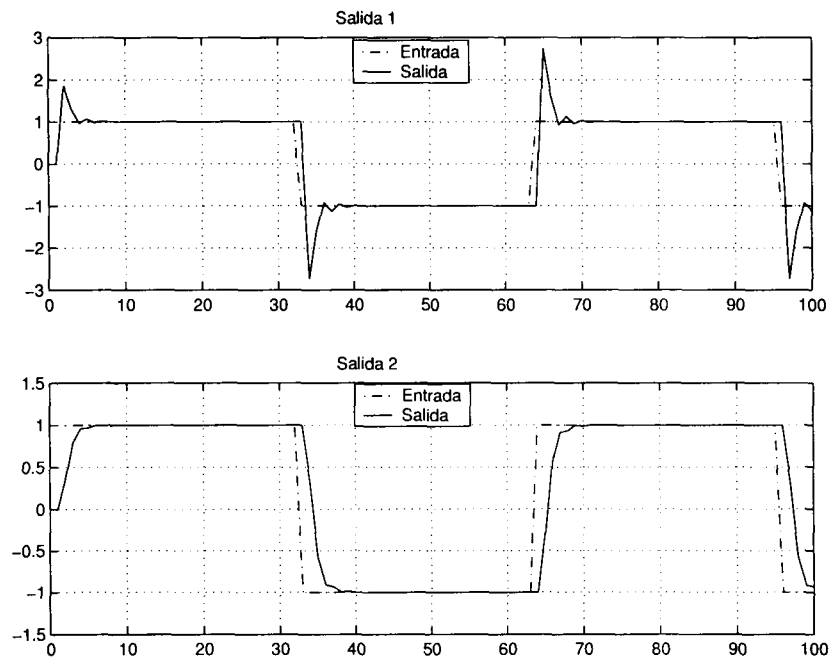


Figura 4.18: Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada cuadrada en la planta de tercer orden

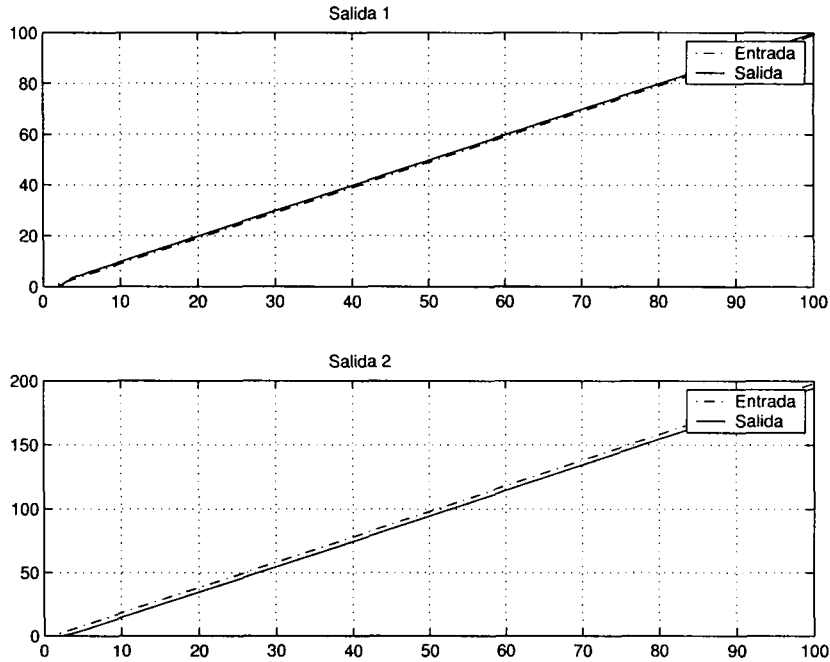


Figura 4.19: Seguimiento MIMO: Respuesta ante una entrada rampa en la planta de tercer orden

4.3. Índices de desempeño no convencionales

A continuación se presentan experimentos realizados con índices de desempeño no convencionales en sistemas MIMO. El índice de desempeño utilizado es el mismo que se describió para los sistemas SISO (ecuación 2.9), con las modificaciones adecuadas para el número de entradas y salidas. Los experimentos se realizaron para una planta de tercer orden, misma que se utilizó en la sección 4.2.3. El sistema se modeló con entradas tipo escalón unitario.

El modelo implementado en simulink se muestra en la figura 4.20. Los parámetros de simulación se ajustaron para 100 muestras ($N=100$).

Para los experimentos, los parámetros del algoritmo RS se establecieron con los valores que se muestran en la tabla 4.9.

Tabla 4.9: Parámetros del algoritmo RS

$K_{inicial}$	e_{max}	T_0	Cadenas de Markov	Aceptación
[0]	0.1	100	100	0.8

4.3.1. Sistema de tercer orden

Dado el siguiente sistema de seguimiento

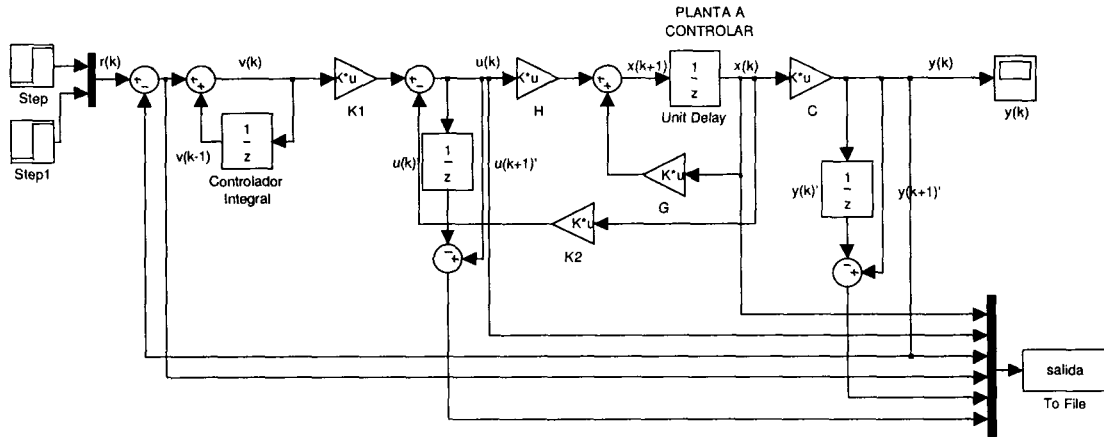


Figura 4.20: Modelo implementado en simulink para sistemas con índices de desempeño no convencionales basado en el diagrama de bloques de un sistema de seguimiento MIMO de 2 entradas y 2 salidas

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

encontrar un controlador que cumpla con las restricciones dadas en la tabla 4.10.

Tabla 4.10: Coeficientes del índice de desempeño

Experimento	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	10	10	20	1	1	10
2	20	40	0	1	0	100
3	30	20	50	1	1	30

4.3.2. Experimento 1

Los resultados se muestran en la tabla 4.11. La figura 4.21 muestra la variedad de soluciones aceptadas durante la corrida del algoritmo, alcanzando éstas evaluaciones un poco grandes en magnitud, sin embargo, se observa una tendencia de convergencia conforme finaliza el algoritmo. La solución obtenida puede o no mejorarse, dependiendo de la magnitud de la vecindad, el número de cadenas de Markov, pero sobre todo, de la naturaleza de la planta.

Tabla 4.11: Resultados del experimento 1

Ganancia					
K1			K2		
0.005153	-1.099838		-0.318126	-0.440597	-1.076001
0.145150	0.715015		-0.056417	0.332557	0.830857
Índice de desempeño J					
52.127363					

Al observar la respuesta de la planta (ver figura 4.22), ésta presenta un comportamiento similar en cada una de las salidas, logrando alcanzar el valor de entrada en casi 10 instantes de muestreo. Ésta respuesta se puede considerar aceptable si se quisiera que la planta tuviera una respuesta subcompensada; pero el hecho de que la respuesta no presente sobretiro hace pensar que la respuesta es aceptable. La figura 4.23 muestra el comportamiento de los vectores de estado y de entrada, los cuales se estabilizan a partir del instante 6.

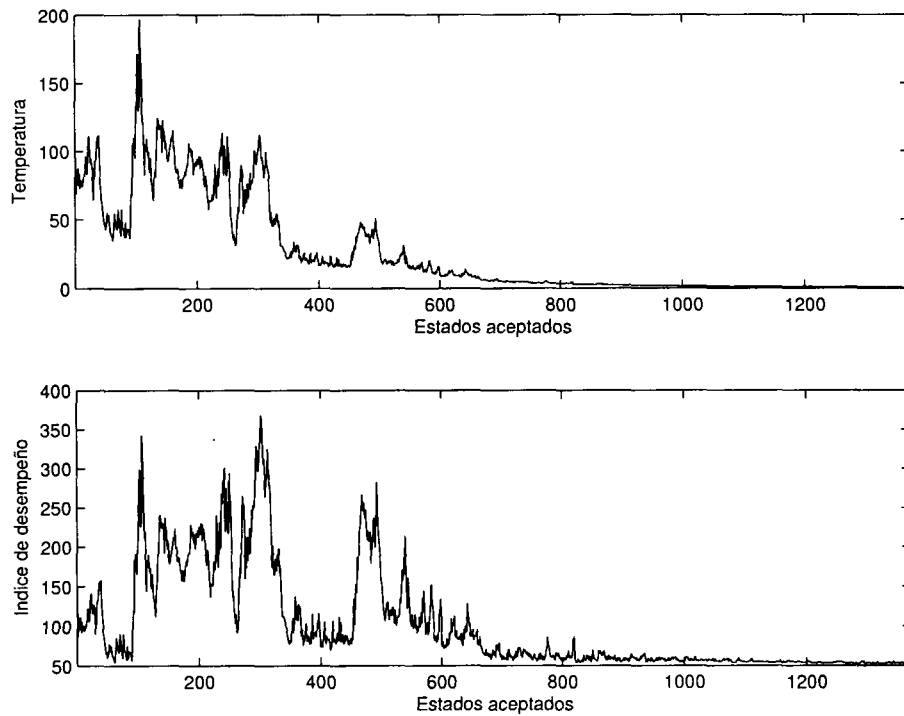


Figura 4.21: Experimento 1: Comportamiento del algoritmo

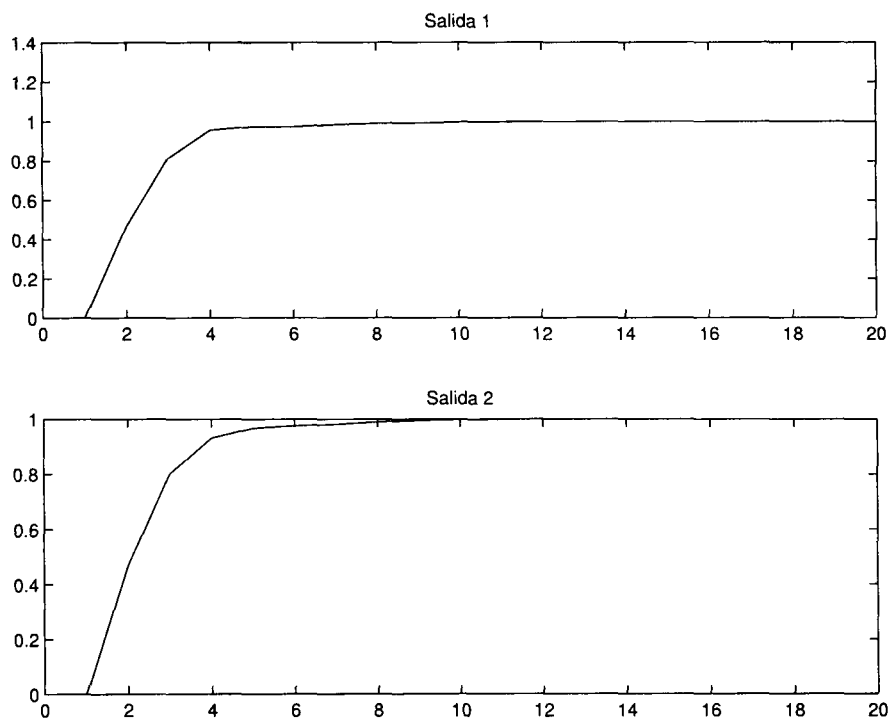


Figura 4.22: Experimento 1: Respuesta de la planta

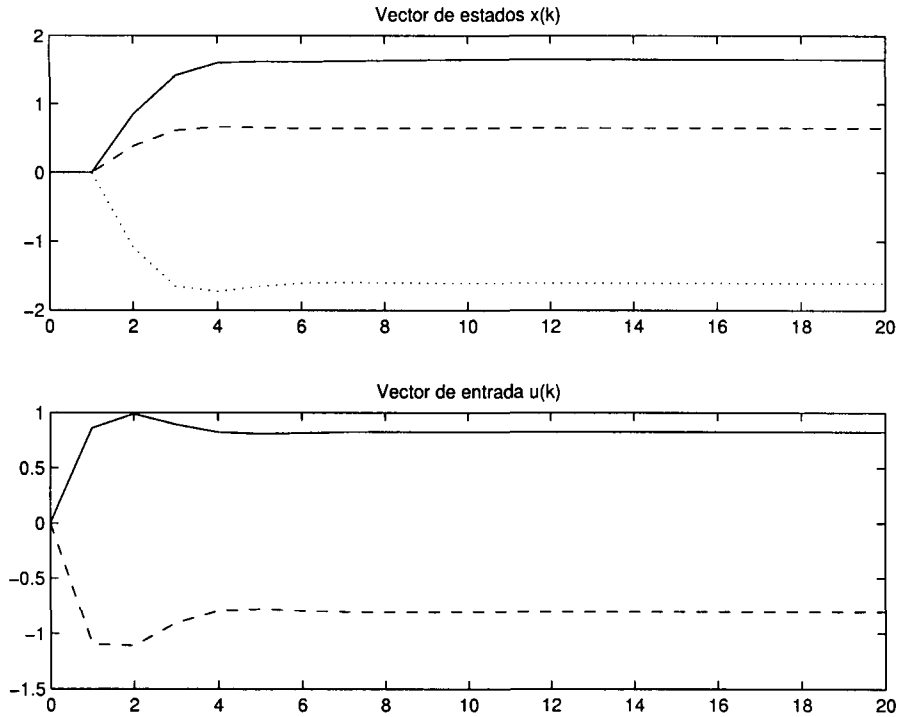


Figura 4.23: Experimento 1: Estados del sistema

4.3.3. Experimento 2

Los resultados se muestran en la tabla 4.12. Las magnitudes de los valores de ganancia de éste controlador son muy parecidos a las del controlador anterior, con algunos cambios en signo. Sin embargo, la magnitud del índice de desempeño es muy grande. Es posible que suceda algo muy similar a lo descrito en la sección 3.3.3.

Tabla 4.12: Resultados del experimento 2

Ganancia					
K1		K2			
-0.015600	-1.293051	-0.395305	-0.380322	-0.858686	
0.163196	0.865304	-0.016390	0.295401	0.683927	
Índice de desempeño J					
203.126639					

El algoritmo aceptó un número de estados igual a la mitad con respecto al experimento anterior, figura 4.24.

En la figura 4.25 se observa que ambas salidas presentan un pequeño sobreimpulso, debido tal vez a la ponderación que las constantes aportan al cálculo del índice de desempeño. A pesar de esto, ambas señales alcanzan el valor de referencia en casi 3 instantes de muestreo, logrando estabilizarse a partir del instante 10. Los vectores de

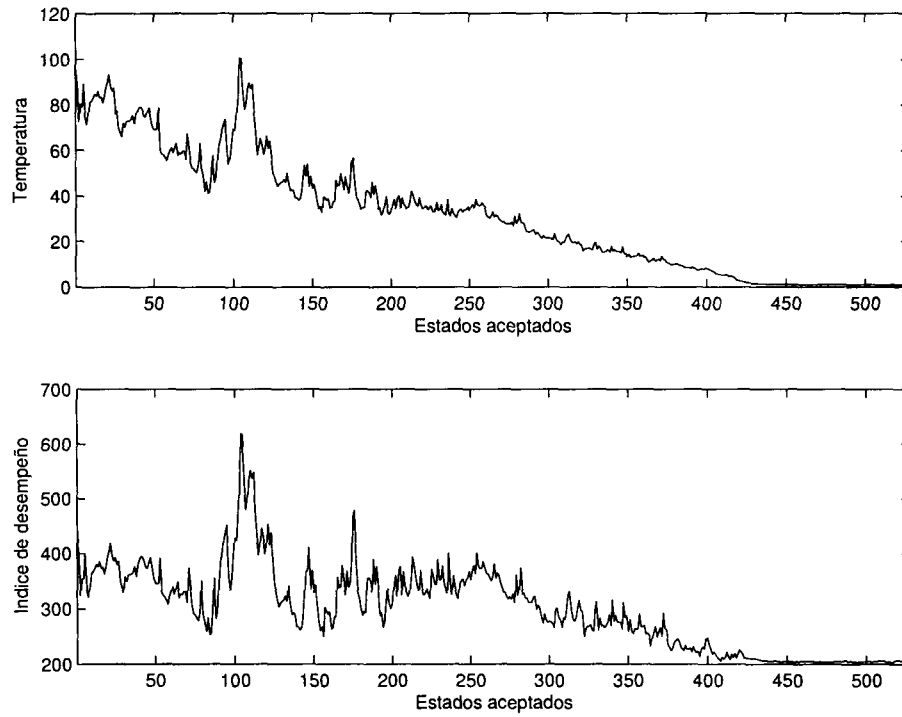


Figura 4.24: Experimento 2: Comportamiento del algoritmo

estado y entrada del sistema corroboran éste comportamiento, ya que también a partir del instante 10 se mantienen estables, figura 4.26.

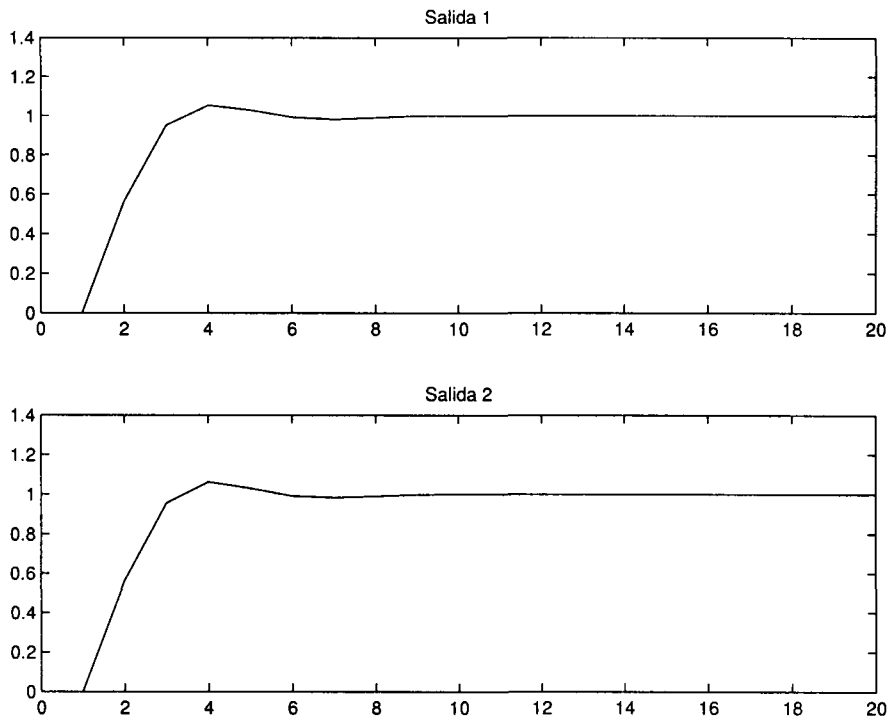


Figura 4.25: Experimento 2: Respuesta de la planta

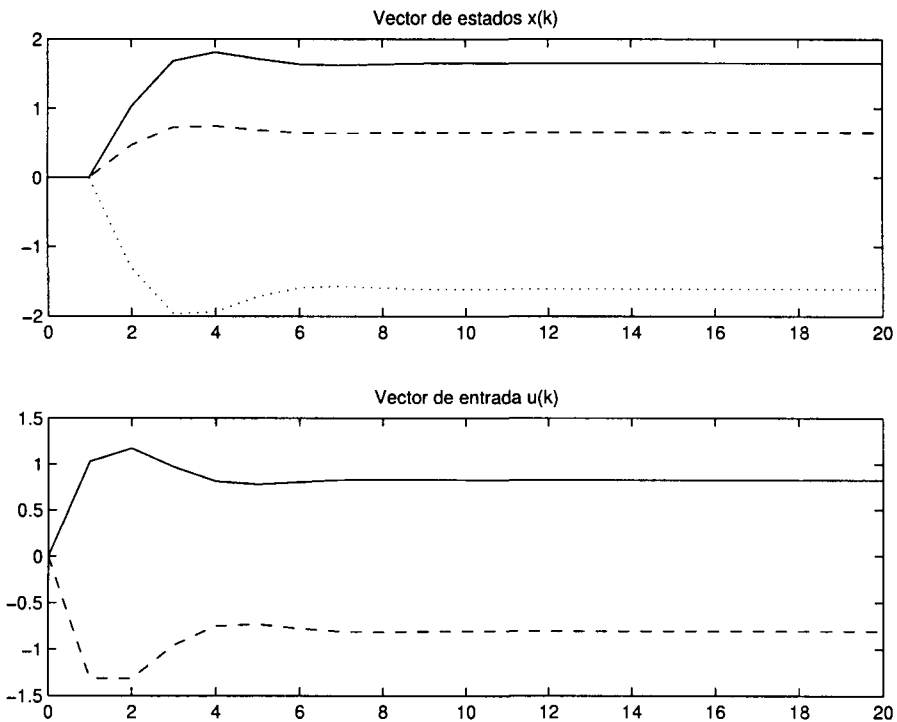


Figura 4.26: Experimento 2: Estados del sistema

4.3.4. Experimento 3

Los resultados se muestran en la tabla 4.13. Se observa que los valores de ganancia son diferentes a los de los experimentos anteriores, y que la magnitud del índice de desempeño en este caso es menor a la del experimento 2 y mayor a la del experimento 1. Esto se puede deber a los valores de las constantes de ponderación.

Tabla 4.13: Resultados del experimento 3

Ganancia					
K1			K2		
-0.029799	-0.874366		-0.279253	0.165710	-0.398472
0.152552	0.560652		-0.007700	-0.132882	0.272621
Índice de desempeño J					
128.589993					

La respuesta de la planta con el controlador encontrado por RS en éste experimento, es muy parecida a la obtenida en el experimento 1. Ambas señales lograron alcanzar el valor de referencia aproximadamente en los primeros 6 instantes. Esto implica que la planta en este experimento tarda un poco más en responder, lo que sugiere que el sistema está subcompensado. Sin embargo, en ambas gráficas (figura 4.28) no se aprecia sobretiro. La figura 4.29 muestra el comportamiento de los estados del sistema.

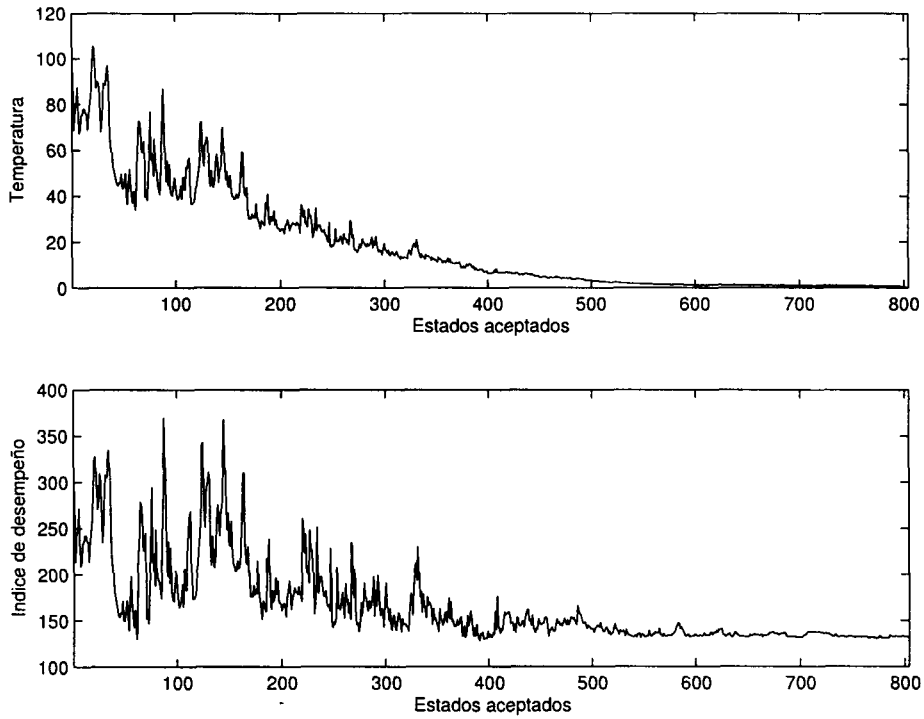


Figura 4.27: Experimento 3: Comportamiento del algoritmo

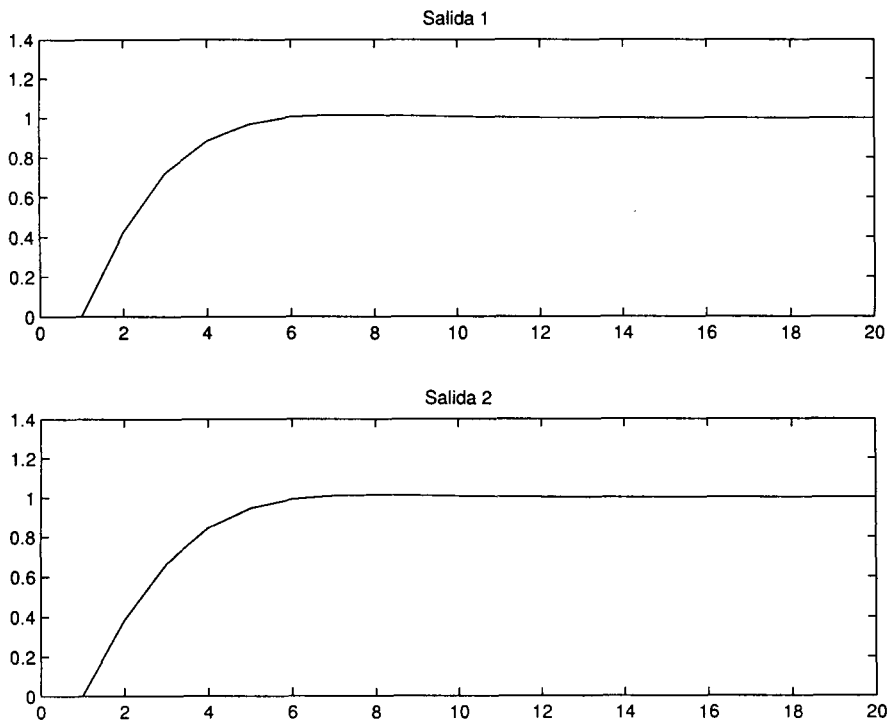


Figura 4.28: Experimento 3: Respuesta de la planta

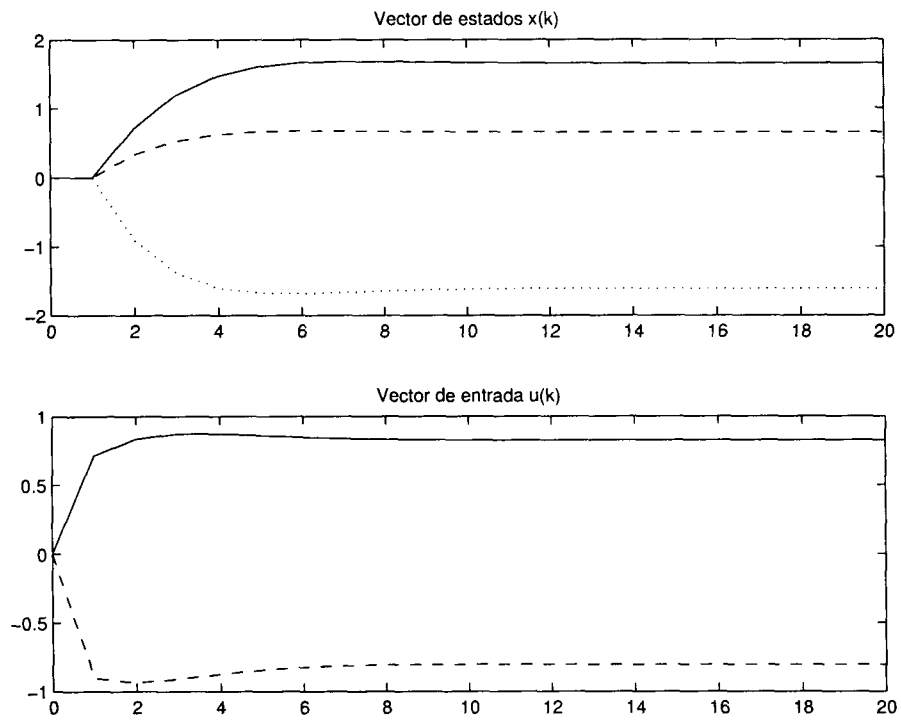


Figura 4.29: Experimento 3: Estados del sistema

Capítulo 5

Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones correspondientes a cada uno de los temas tratados.

5.1. Sistemas SISO

La primera parte de este estudio consistió en el análisis de los sistemas de una entrada y una salida (SISO por sus siglas en inglés). Se demostró que es posible realizar el diseño de estos controladores basándose en el hecho de buscar directamente los valores de ganancia que minimizan un determinado índice de desempeño.

5.1.1. Regulación

Los controladores obtenidos con Recocido Simulado, al ser comparados con los obtenidos mediante LQ, resultaron ser en algunos casos muy parecido al óptimo. Esto produce en consecuencia un índice de desempeño muy similar en ambos controladores. Para el caso de la planta de segundo orden, Recocido Simulado encontró valores de ganancia tan parecidos al control LQ, que el índice de desempeño es casi igual. En el caso de la planta de tercer orden, los valores de ganancia encontrados por el algoritmo son ligeramente diferentes a los de LQ, lo que produce una variación en el índice de desempeño de 0.00022421 % mayor con respecto al control LQ, pero esto representa una cantidad poco significativa. En general, Recocido Simulado encontró soluciones muy adecuadas para las plantas estudiadas, y ello consistió en elegir vecindades cercanas al rango de los valores de ganancia de los controladores obtenidos con LQ (a manera de heurística). En ocasiones escoger una vecindad pequeña afectaba en el hecho de encontrar soluciones cuyo comportamiento se acercara al óptimo, sin embargo, esto no pasaba con todas las plantas, ya que a veces se tenía que hacer un poco más grande la vecindad o dejarla en el valor heurístico, de lo contrario, se podría caer mínimos locales.

5.1.2. Seguimiento

Para estos sistemas se obtuvieron controladores cuyos valores de ganancia fueron muy parecidos, por lo que el índice de desempeño correspondiente a cada controlador resultó casi igual. En general, se puede decir entonces que Recocido Simulado encontró soluciones aceptables, sin embargo, cuando se hacía variar la vecindad para obtener un mejor controlador, el algoritmo RS caía en mínimos locales, es decir, proponía valores de ganancia cuyos índices de desempeño estaban cercanos a cero, pero con una respuesta muy mala, ya que esta nunca alcanzaba el nivel de referencia a la entrada, se quedaba en cero.

5.1.3. Seguimiento con índices de desempeño no convencionales

En el caso del diseño de controladores que estuvieron sujetos a índices de desempeño no convencionales, el algoritmo encontró soluciones aceptables desde el punto de vista de la forma de la respuesta, ya que no se obtuvo un modelo equivalente en LQ que sirviera de referencia para saber que tan lejos se encontraba el desempeño del controlador encontrado del óptimo. Ya que la planta utilizada para éstos experimentos es la planta de tercer orden de la sección de seguimiento 3.2.4, se usó el mismo valor de vecindad en el algoritmo para el diseño de los controladores. Estos experimentos representan una parte muy importante en este trabajo ya que es aquí en donde control LQ no está definido, y lo que se espera es que los experimentos realizados sirvan de referencia para estudios más profundos.

5.2. Sistemas MIMO

El diseño de estos sistemas se complicó ya que en algunas plantas la función costo proporcionaba valores muy grandes, por lo que el tiempo de simulación se tuvo que acortar para que la medición del índice de desempeño no tuviera una alta evaluación.

5.2.1. Regulación

En estos sistemas se encontraron valores de ganancia diferentes en ambos controladores, pero el índice de desempeño del controlador obtenido por RS fue muy cercano al óptimo. Con estos experimentos es muy importante ajustar el tamaño de la vecindad, de lo contrario, se obtendrán valores de ganancia que producen evaluaciones del índice de desempeño muy altas.

5.2.2. Seguimiento

Los resultados obtenidos con los controladores encontrados por RS fueron muy buenos ya que estuvieron cercanos al óptimo, con un error muy pequeño, según las gráficas obtenidas de los estados de la planta.

5.2.3. Seguimiento con índices de desempeño no convencionales

Los controladores obtenidos mediante RS, desde el punto de vista de las gráficas de respuesta, se comportaron muy bien. La planta que se tomó para estos experimentos es la misma que se usó en seguimiento MIMO, y se observa que el sistema responde mejor cuando se realiza el diseño bajo medidas de desempeño no convencionales. Esto complementa los comentarios hechos para la contraparte en SISO, ya que una vez más es importante recalcar la importancia de este tipo de experimentos.

5.3. Conclusiones generales

El trabajo realizado demuestra que el algoritmo Recocido Simulado puede servir como herramienta de diseño para los sistemas de control aquí estudiados. Sin embargo, la aplicación de esta técnica se pudiera extender a otros tipos de sistemas de control. Trabajos similares a éste ([13, 19]) han demostrado que el uso de algoritmos inspirados en la naturaleza resultan ser funcionales para el diseño de sistemas de control en tiempo discreto, lo que sugiere que estos métodos podrían resultar atractivos para atacar problemas en los cuales no hay procedimientos matemáticos bien definidos para resolverlos, y lo que se espera es que éstas técnicas le sean atractivas al ingeniero en control al momento de enfrentar problemas similares a los aquí presentados.

5.4. Aportaciones

Uno de los objetivos principales de éste trabajo de investigación es el de demostrar que el algoritmo Recocido Simulado puede ser aplicado para resolver problemas como los aquí formulados. Así que al demostrar que las soluciones encontradas por el algoritmo se desempeñan aproximadamente igual a la solución obtenida mediante control LQ, tanto en sistemas de regulación como de seguimiento, se demuestra que el algoritmo es confiable para obtener soluciones muy cercanas al óptimo. Esto comprueba que el uso del algoritmo es factible, y que entonces éste se puede aplicar al diseño de controladores en los que LQ no está definido, como el caso de los sistemas de seguimiento óptimo con índices de desempeño no convencionales. Sin embargo, una aportación que resulta muy interesante, es la manera en la que se le plantea al algoritmo el problema del control óptimo, ya que esto se hace de tal forma como si todo el sistema se tratase

de una caja negra, a la cual hay que encontrarle los parámetros adecuados para su correcto funcionamiento, todo ello, sin recurrir a análisis complicados, solo tratando de encontrar aquéllos valores de ganancia que hacen que el sistema sea estable y con un desempeño óptimo.

5.5. Trabajo futuro

En este trabajo solo se contempló el estudio de los sistemas de control óptimo en tiempo discreto, de los cuales, las plantas a estudiar eran lineales e invariantes en el tiempo. Dicho esto, una extensión del presente trabajo estaría encaminada en realizar una investigación similar a ésta pero enfocada ahora en las plantas no lineales, inclusive, variantes en el tiempo. Posteriormente se podría pensar en complementar la investigación de los sistemas de control, al adentrarse en el análisis de las áreas mencionadas anteriormente en tiempo discreto, pero ahora para tiempo continuo.

Bibliografía

- [1] Horacio Martínez Alfaro. Apuntes de la clase tópicos selectos de ia: Recocido simulado. Technical report, ITESM, Campus Monterrey, 2002.
- [2] Horacio Martínez Alfaro and Donal R. Flugrad. Optimal collision-free path planning of an object using b-splines and simulates annealing. Technical report, Mechanical Engineering Department, Iowa State University.
- [3] Jr. Cassidy, J., M. Athans, and Wing-Hong Lee. On the design of electronic automotive engine controls using linear quadratic control theory. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 25:901–912, Octubre 1980.
- [4] P. Chevrel, L. Sicot, and S. Siala. Switched lq controllers for dc motor speed and current control: a comparison with cascade control. *Power Electronics Specialists Conference, 1996. PESC '96 Record., 27th Annual IEEE*, 1:906–912, Junio 1996.
- [5] B. de Haas, V. Werbrouck, G. Bastin, and V. Wertz. Cement mill optimization: design parameters selection of the lqg controller. *Control Applications, 1995., Proceedings of the 4th IEEE Conference on*, pages 862–867, Septiembre 1995.
- [6] T. Ekelund. Speed control of wind turbines in the stall region. *Control Applications, 1994., Proceedings of the Third IEEE Conference on*, 1:227–232, Agosto 1994.
- [7] D. Famularo, C.T. Abdallah, A. Jadbabale, P. Dorato, and W.M. Haddad. Robust non-fragile lq controllers: the static state feedback case. *American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998*, 2:1109–1113, Junio 1998.
- [8] H.N. Iordanou and B.W. Surgenor. Experimental evaluation of the robustness of discrete sliding mode control versus linear quadratic control. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 5:254–260, Marzo 1997.
- [9] N. Karlsson, M. Ricci, D. Hrovat, and M. Dahleh. A suboptimal nonlinear active suspension. *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, 6:4036–4040, Junio 2000.

- [10] Benjamin C. Kuo. *Sistemas de Control Digital*. CECSA, Primera Edición en Español, Segunda edición en inglés, 2000.
- [11] Rein Luus Leon Lapidus. *Optimal Control of Engineering Processes*. Blaisdell Publishing Company, 1967.
- [12] Zhang Lingbo and Mao Jianqin. An approach for selecting the weighting matrices of lq optimal controller design based on genetic algorithms. *TENCON '02. Proceedings. 2002 IEEE Region 10 Conference on Computers, Communications, Control and Power Engineering*, 3:1331–1334, Octubre 2002.
- [13] Juan Cisneros Luna. Diseño de sistemas de control óptimo en espacio de estados para múltiples entradas y múltiples salidas utilizando algoritmos genéticos. Master's thesis, ITESM, Campus Monterrey, 2002.
- [14] Ian McCausland. *Introduction to Optimal Control*. John Wiley and Sons, Inc., 1969.
- [15] T.Ñorlander and P.M. Makila. Sampled-data design of fixed structure lq controllers. *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, 1:837–840, Diciembre 1998.
- [16] T.Ñorlander, B.Ñilsson, D. Ring, and U. Johansson. A study on active flutter detection and control. *National Aerospace and Electronics Conference, 2000. NAECON 2000. Proceedings of the IEEE 2000*, pages 172–179, Octubre 2000.
- [17] Katsuhiko Ogata. *Discrete-time Control Systems*. Prentice-Hall, 1st. Edition, 1987.
- [18] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Pearson Educación, Segunda Edición, 1995.
- [19] Jaime Alberto Steffanoni Palacios. Diseño de sistemas de control óptimo en espacio de estados utilizando algoritmos genéticos. Master's thesis, ITESM, Campus Monterrey, 1998.
- [20] D.A. Pierre and D.J. Trudnowski. Two formulations of exponentially weighted enhanced lq controllers. *Decision and Control, 1991., Proceedings of the 30th IEEE Conference*, 3:2313–2316, Diciembre 1991.
- [21] E Vidal, K.G. Hansen, R.S. Andersen, K.B. Poulsen, J. Stoustrup, P. Andersen, and T.S. Pedersen. Linear quadratic controller with fault detection in compact disk players. *Control Applications, 2001. (CCA '01). Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on*, pages 77–81, Septiembre 2001.

