



Universidad Virtual
Escuela de Graduados en Educación

**La tecnología como medio de visualización de ciertos temas de
trigonometría y geometría analítica**

**Tesis que para obtener el grado de:
Maestría en Educación con acentuación en enseñanza de las ciencias**

Presenta:

Jorge Enrique García Hurtado

Asesor tutor:

Elvira G. Rincón Flores

Asesor titular:

Dra. Ángeles Domínguez Cuenca

Cuautitlán Izcalli, Estado de México, México.

Noviembre, 2010

Agradecimientos

Principalmente a mis padres, Prof. Ary García Alarcón y Profra. Mireya Victoria Casilda Hurtado Nájera, por su ejemplo, a mis excelentes profesoras Doctora Ángeles Domínguez y Maestra Elvira Rincón por su amabilidad y por su tiempo quienes sin duda son las principales causantes de que este trabajo se finalizara adecuadamente; a mis hermanos: Mireya, Ary, Héctor, Mayra, Nora Sonia y Pedro por su apoyo; a mis sobrinos: Enrique, Fernando, Mireya, Manuel, Ariadna, Ánibal, Miguel, Daniela, Eduardo, Sonia, Ivana y Berenike, Eduardo; a mis cuñados Humberto y Teresa; a la Universidad Nacional Autónoma de México UNAM por la formación que me dio, al Instituto de Estudios Superiores de Monterrey ITESM por la oportunidad de realizar éstos estudios, a mis maestros y a mis alumnos, principalmente a los de La Paz BCS, a mis amigos y finalmente a Blanca Estela y Melissa.

Gracias a todos.

Jorge Enrique García Hurtado

Índice

Resumen	5
Capítulo 1 Planteamiento del problema	7
Introducción	7
1.1 Marco contextual	10
1.2 Planteamiento del problema	15
1.3 Objetivos de la investigación	16
1.4 Hipótesis	16
1.5 Justificación	17
1.6 Limitaciones	18
1.7 Conclusión del capítulo	19
Capítulo 2 Marco teórico	20
Introducción	20
2.1 Antecedentes del problema	21
2.2 Visualización	25
2.2 Síntesis del capítulo	48
Capítulo 3 Metodología	50
Introducción	50
3.1 Método de investigación	50
3.2 Población y muestra	52
3.3 Instrumentos de estudio	52
3.4 Categorías e indicadores	54
3.5 Técnicas de recolección de datos	56
3.6 Aplicación de instrumento	57
3.7 Captura y análisis de datos	61
3.8 Conclusión del capítulo	61
Capítulo 4 Resultados	62
Introducción	62
4.1 Instrumentos de la investigación	62
4.2 Ética de la investigación	62

4.3 Resultados de instrumentos iniciales	63
4.3.1 Resultados de instrumento Cuestionario VARK	64
4.3.2 Resultados del instrumento Percepciones de la tecnología	65
4.3.3 Resultados del Examen de exploración	73
4.4 Desarrollo de las actividades	75
4.5 Resultados de los exámenes que evaluarán las unidades temáticas	78
4.6 Prueba de hipótesis	80
Capítulo 5 Discusión, conclusiones y recomendaciones	87
Introducción	87
5.1 Discusión de resultados	87
5.2 Conclusiones	90
5.3 Recomendaciones	92
Referencias	96
Anexo A Cuestionario sobre la tecnología	102
Anexo B Examen de exploración	104
Anexo C Cuestionario VARK	108
Anexo D Examen de Funciones trigonométricas	113
Anexo E Examen de Geometría Analítica	115
Anexo F Actividad Graficas de las funciones trigonométricas	117
Anexo G Actividad Grafica de la recta	120
Anexo H Actividad Circunferencia	122
Anexo I Actividad Parábola	124

Resumen

El presente estudio investigó el impacto de la visualización a través de las nuevas tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas con objetivo de generar una propuesta que favorezca el aprendizaje en trigonometría y geometría analítica a nivel universitario. La enseñanza de las ciencias presenta un reto importante, en México el problema es grave ya que se han ocupado históricamente los últimos lugares en matemáticas de los países que forman parte de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico OCDE. Cuando un alumno no ha recibido una sólida formación en matemáticas en su educación básica, presenta graves problemas al pretender continuar con sus estudios a nivel superior, esto se ve reflejado en los altos índices de reprobación y en la poca demanda de las carreras que tengan una fuerte carga de materias de matemáticas. En el estudio se revisó lo que se está haciendo a nivel internacional para mejorar la enseñanza de las matemáticas, se exponen algunos estudios que respaldan los beneficios académicos del uso de la visualización a través de la tecnología. La metodología de la investigación tuvo la estructura pretest-posttest con la implementación de las actividades enfocadas a la visualización usando la tecnología entre las dos aplicaciones de los test. Los test que se aplicaron fueron un test de conocimientos y un test estilos de aprendizaje. Los participantes de este estudio se vieron favorecidos en su aprendizaje al ser expuestos a actividades que fomentan la visualización. Por lo que se llegó a la conclusión de que la visualización apoyada con

tecnologías es una herramienta que favorece el aprendizaje de la geometría analítica y la trigonometría.

Capítulo 1

Planteamiento del problema

Introducción.

Actualmente la enseñanza de las matemáticas a nivel de bachillerato ha presentado grandes deficiencias, muchos alumnos egresados de este subsistema no tienen los conocimientos ni habilidades mínimas necesarias en esta materia, las razones de esto son variadas, por ejemplo: los problemas con la cobertura de los sistemas básicos de la enseñanza en el país, las crisis económicas recurrentes que obligan muchos alumnos a abandonar los estudios, retrasarlos o simplemente ocuparse en otras actividades que les generen recursos económicos que necesitan para ellos mismos y sus familias. Esto se ve reflejado muy claramente en la esperanza de vida escolar que presenta el país, de acuerdo con el informe de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico OCDE, ésta organización agrupa a los 30 países más desarrollados del mundo, entre estos 30 estados producen aproximadamente dos tercios de la riqueza del mundo, en su informe anual, en el año 2007 se destaca que México ocupa el último lugar en esperanza de vida escolar con 14.2 años, en comparación con el primer lugar Finlandia que presenta 21 años, aquí se ve una diferencia de 6.8 años. La información completa se muestra en la Figura 1 (OCDE, 2008). En este mismo informe se puede observar que el 67% de la población adulta en México tiene estudios que equivalen a la primaria y secundaria; 18% de educación técnica o preuniversitaria y únicamente el 14 % de educación universitaria o posterior, como se muestra en la Figura 2 (OCDE, 2008), esa es la realidad de problema que enfrenta el país en cuanto a desarrollo educativo.

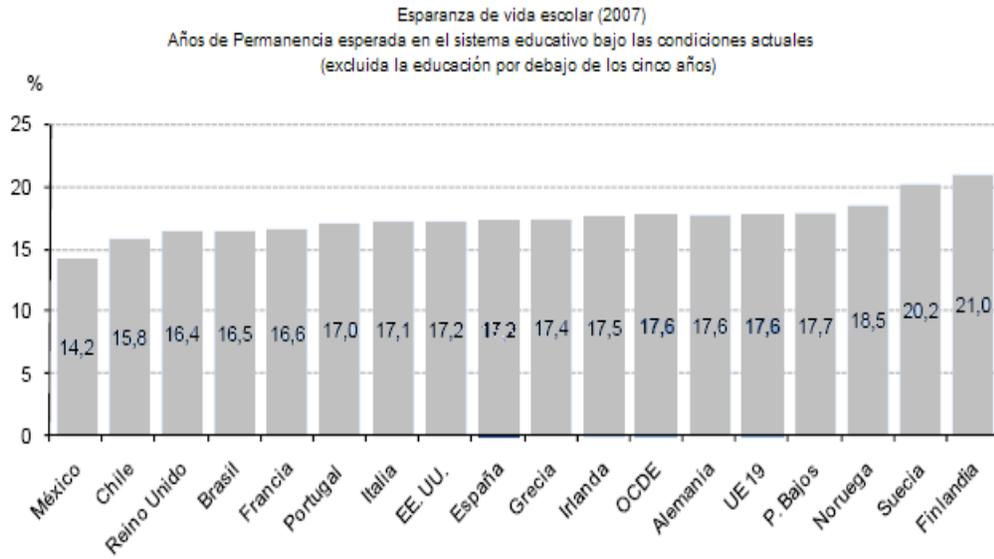


Figura 1. Esperanza de vida escolar 2007 (OCDE, 2007).

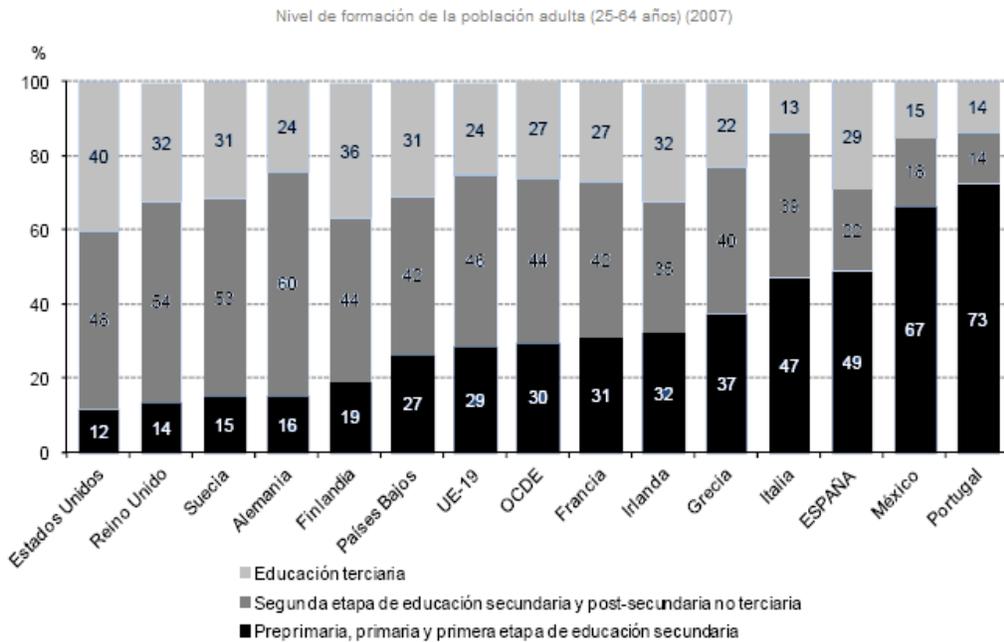


Figura 2. Nivel de formación de la población adulta 2007 (OCDE, 2007).

Por otra parte la crisis económica obliga a muchos maestros a buscar otros trabajos para completar su ingreso familiar, dejándolo con menos tiempo para la preparación de sus clases o para buscar otras formas de mantenerse actualizados.

Existe también un gran rezago en cuanto a la infraestructura y equipamiento de las escuelas, principalmente en las que pertenecen al sistema público, pero también en las de carácter privado, este rezago se acentúa en las regiones rurales de los estados del sur y sureste del país, Guerrero, Oaxaca y Chiapas, principalmente en las zonas indígenas de alta marginación social, en muchas escuelas no existen las condiciones mínimas para poder tener una clase aceptable, por otra parte se observa una mala planeación y poca preparación del profesorado, por lo cual podemos concluir que el desarrollo de las clases es deficiente.

A pesar de lo anterior, existen muchas cosas que se pueden mejorar, se puede procurar una mejor preparación y buscar nuevas formas de dar la clase, buscar cómo motivar a los alumnos para que se interesen en las ciencias, buscar nuevos recursos tecnológicos que pueden ayudar a lograr un mejor entendimiento de los temas que se exponen, es decir, existen muchas cosas que con un poco de imaginación y mucho compromiso se pueden hacer.

En esta investigación se trató de indagar el cómo la visualización puede ayudar para mejorar la comprensión de algunos temas de matemáticas que muchas veces son complicados de exponer en clase solamente con fundamentarlos algebraicamente o exponerlos con recursos tecnológicos limitados.

El uso de las nuevas tecnologías, cada vez más accesibles a la mayoría de la población, es una herramienta poderosa que si es bien utilizada, puede mejorar significativamente el desarrollo conceptual de los alumnos, no únicamente en la materia de matemáticas, sino en todos los temas de las ciencias en el bachillerato o en los primeros cursos de licenciatura.

1.1 Marco Contextual

En la 46ª. Conferencia Internacional sobre educación de la Organización para la Educación, la Ciencia y la Cultura de las Naciones Unidas UNESCO, por sus siglas en inglés, celebrada en Suiza en septiembre del 2001, se señalaban los factores que dificultan el desarrollo de la educación científica por parte de los jóvenes, así como la falta generalizada de profesores de estas disciplinas en todos los niveles de los sistemas educativos.

Cada vez el número de alumnos que opta por estudiar disciplinas científicas es menor, pero ¿Cuál es el caso particular de nuestro país? Actualmente el 2% de los habitantes del país estudian una carrera a nivel licenciatura, la mayor parte de ellos estudian carreras relacionadas con las Ciencias Sociales y Administrativas, según datos de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior ANUIES, la distribución de alumnos que estudian para Técnicos Universitarios, las carreras afines a las ciencias exactas es mínimo como lo muestran la tabla 1 y la Figura 3; el caso de la distribución de alumnos para esas carreras en licenciatura es mayor pero todavía muy poco como lo muestra la tabla 2 y la Figura 4.

Podemos notar que en el caso de licenciatura el 41,684 alumnos de un total de 2,150,146 estudian ciencias naturales y exactas, en el caso de Técnicos Universitarios, sólo 8 alumnos de 80,176 alumnos en total, estudian este tipo de carreras (ANUIES, 2007), lo cual refuerza lo comentado anteriormente.

Técnicos Universitario					
Régimen público y privado	H	M	Total	H	M
CIENCIAS AGROPECUARIAS	507	363	870	58.28%	41.72%
CIENCIAS DE LA SALUD	1,424	1,966	3,390	42.01%	57.99%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS	4	4	8	50.00%	50.00%
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	11,481	18,221	29,702	38.65%	61.35%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	554	900	1,454	38.10%	61.90%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	31,998	12,754	44,752	71.50%	28.50%
TOTAL NACIONAL	45,968	34,208	80,176	57.33%	42.67%
Régimen público					
CIENCIAS AGROPECUARIAS	500	362	862	58.00%	42.00%
CIENCIAS DE LA SALUD	1,196	1,634	2,830	42.26%	57.74%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS			0		
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	10,512	16,670	27,182	38.67%	61.33%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	490	795	1,285	38.13%	61.87%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	31,589	12,121	43,710	72.27%	27.73%
TOTAL NACIONAL	44,287	31,582	75,869	58.37%	41.63%
Régimen privado					
CIENCIAS AGROPECUARIAS	7	1	8	87.50%	12.50%
CIENCIAS DE LA SALUD	228	332	560	40.71%	59.29%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS	4	4	8	50.00%	50.00%
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	969	1,551	2,520	38.45%	61.55%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	64	105	169	37.87%	62.13%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	409	633	1,042	39.25%	60.75%
TOTAL NACIONAL	1,681	2,626	4,307	39.03%	60.97%

Tabla 1. Distribución por carreras que cursan los estudiantes de Técnico Universitario en México.

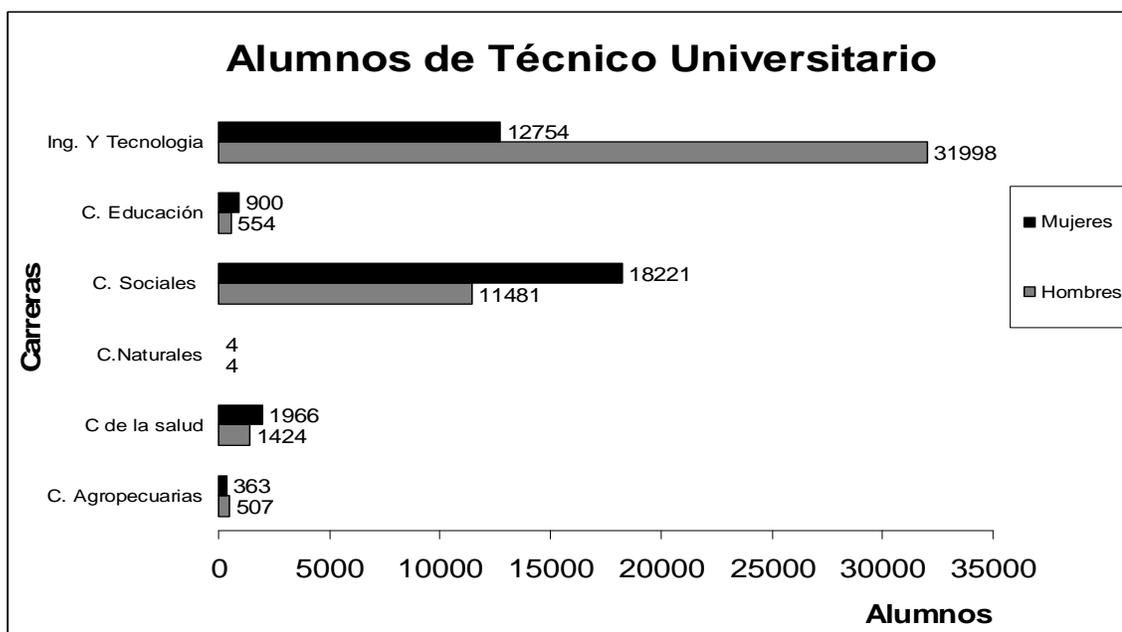


Figura 3. Distribución por sexo de las carreras de Técnico universitario.

Licenciatura					
	H	M	Total	H	M
Régimen público y privado					
CIENCIAS AGROPECUARIAS	32,566	16,416	48,982	66.49%	33.51%
CIENCIAS DE LA SALUD	72,746	130,120	202,866	35.86%	64.14%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS	21,288	20,396	41,684	51.07%	48.93%
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	419,460	589,423	1,008,883	41.58%	58.42%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	41,563	87,500	129,063	32.20%	67.80%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	501,477	217,191	718,668	69.78%	30.22%
TOTAL NACIONAL	1,089,100	1,061,046	2,150,146	50.65%	49.35%
Régimen público					
CIENCIAS AGROPECUARIAS	30,958	15,664	46,622	66.40%	33.60%
CIENCIAS DE LA SALUD	57,695	105,590	163,285	35.33%	64.67%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS	20,216	19,403	39,619	51.03%	48.97%
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	224,404	331,170	555,574	40.39%	59.61%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	30,164	52,906	83,070	36.31%	63.69%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	388,314	161,014	549,328	70.69%	29.31%
TOTAL NACIONAL	751,751	685,747	1,437,498	52.30%	47.70%
Régimen privado					
CIENCIAS AGROPECUARIAS	1,608	752	2,360	68.14%	31.86%
CIENCIAS DE LA SALUD	15,051	24,530	39,581	38.03%	61.97%
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS	1,072	993	2,065	51.91%	48.09%
CIENCIAS SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS	195,056	258,253	453,309	43.03%	56.97%
EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	11,399	34,594	45,993	24.78%	75.22%
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA	113,163	56,177	169,340	66.83%	33.17%
TOTAL NACIONAL	337,349	375,299	712,648	47.34%	52.66%

Tabla 2. Distribución por carreras que cursan los estudiantes de Licenciatura en México.

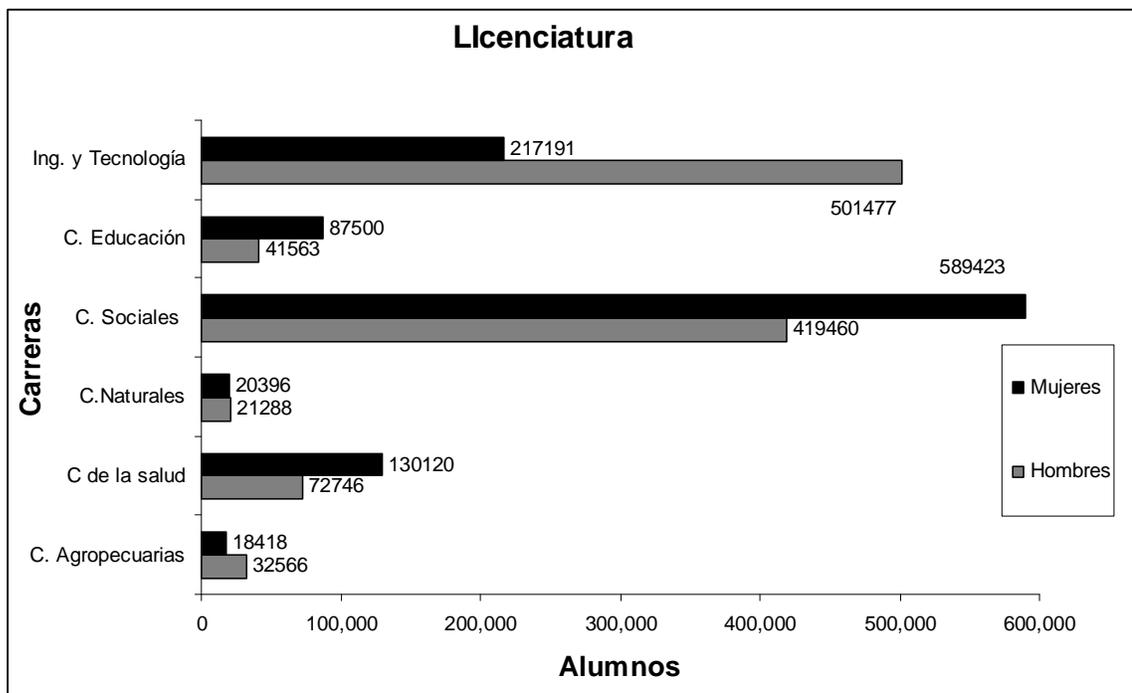


Figura 4. Distribución por sexo de las carreras de Licenciatura.

Las causas de lo anterior son varias, algunas de ellas son propiciadas por sistemas de educación, por la dificultad en este tipo de estudios, por las condiciones económicas y sociales de los estudiantes o por factores relacionados con los docentes, algunos de estos factores son: falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles; existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático carecen de una formación didáctica sólida; el peor de los casos es cuando el profesor de ciencias no tiene un adecuado dominio del contenido que imparte; la improvisación de maestros de otras áreas que se dedican a impartir ciencias sin tener la formación adecuada y sólo respondiendo a una necesidad en el servicio.

Existe una escisión entre conocimiento científico y el conocimiento didáctico, un buen profesor de matemáticas no basta para lograr que todos los estudiantes alcancen los objetivos, de lo anterior podemos preguntarnos si ¿todos los estudiantes están aptos para aprender todos los contenidos de matemáticas? Actualmente se reconoce que la problemática de la enseñanza de las matemáticas concierne a aspectos cognitivos, didácticos y epistemológicos, ya no es suficiente tener el conocimiento matemático y ciertas habilidades pedagógicas para cumplir con la acción de enseñar.

El paradigma tradicional de la enseñanza deja mucho que desear, con elevados índices de reprobación, aprendizaje sin comprensión, actitud negativa. Inclusive existe una dislexia escolar en cálculo ya que los estudiantes logran derivar, integrar, calcular límites elementales pero no son capaces de reconocer cuando un problema requiere de calcular una derivada (Cantoral y Mirón, 2000).

Se ha pensado que quizá una forma de mejorar este proceso se debería lograr una enseñanza mas individualizada, es decir menos colectiva, ya sea a través de una selección de alumnos con características de aprendizaje similares o grupos cada vez menos numerosos, lo cual presenta algunos riesgos, como fomentar el individualismo, en contraposición a valores universales como a solidaridad, la tolerancia, el respeto a las diferencias, la no discriminación, en resumen, el colectivismo, así como las habilidades de trabajar en equipo (Ruiz,2008).

Inclusive se esta proponiendo utilizar la historia de las matemáticas como un enfoque nuevo hacia la enseñanza de las matemáticas, es decir usar la historia como una herramienta para enseñar y aprender matemáticas, se piensa que la historia juega un papel importante en la motivación para aprender matemáticas; La historia como un objetivo, considera el objetivo de mostrar a los estudiantes que las matemáticas existen y evolucionan con el tiempo; por último se proponen los meta-temas en cuestiones de las matemáticas, son argumentos para aprender algo sobre meta-aspectos, más allá de las matemáticas. Jankvist (2009).

Según la UNESCO uno de los cuatro pilares de sobre la educación del siglo XXI debe ser aprender a vivir juntos, aprender a vivir con los demás, lo que significa el desarrollo de la comprensión de los otros en un espíritu de tolerancia, pluralismo, respeto a las diferencias y la paz.

Por el aspecto económico, que es sin duda uno de los factores más determinantes en los países en vías de desarrollo como los nuestros, es decir los países latinoamericanos, resulta muy costoso aumentar el número de profesores, para grupos muy pequeños, no se puede olvidar la falta generalizada de profesores en ciencias, es decir hacen falta profesores pero también hace falta mejorar a los profesores que ya están laborando, lo cual implica capacitación y desarrollo de los mismos, lo cual indudablemente requiere de una inversión económica significativa, sin contar que la labor profesional de los maestros en general ha sido subvaluada, tanto socialmente como en la forma de remuneración económica, muchos maestros en México, tienen que buscar la manera de completar sus ingresos con alguna otra actividad diferente a la docencia o en algunos casos deben buscar en varias escuelas, otros turnos, dispersando su esfuerzo y su atención ya que con el ingreso de un solo trabajo es muy difícil mantener una familia.

1.2 Planteamiento del problema.

Históricamente en las materias del área de la matemáticas es donde se presenta el mayor índice de reprobación, lo cual genera una gran preocupación a las autoridades escolares, además del problema particular que genera al alumno el tener que retrasar sus estudios por la seriación de la materia o simplemente no poder comprender temas que posteriormente serán necesarios en algunas materias que se cursan según el plan de estudios como Cálculo, Estadística o Investigación de Operaciones, etc.

Por lo cual se cuestiona ¿La visualización a través del uso de las nuevas tecnologías favorece el aprendizaje de la trigonometría, la recta, la circunferencia y la parábola por parte de los alumnos de primer semestre de la carrera de ingeniería en informática?

En la Universidad, actualmente, se ha hecho un esfuerzo para dotar de equipos de proyección en todos los salones de la carrera de Ingeniería en Informática, se ha pedido a los docentes que traten de utilizar más los paquetes existentes en el mercado para exponer las clases, en el caso particular de las matemáticas se ha incrementado el uso de paquetes graficadores, como excel, graphmatica, etc.

Es importante saber cómo ha modificado la comprensión de los conceptos de las matemáticas por parte de los alumnos, específicamente en los temas de trigonometría y de geometría analítica que se cursan en primer semestre en la materia de matemáticas y en la de física.

En una escuela con menos de cinco años de haberse fundado, que tiene problemas de espacio ya que está en proceso de construcción, y que los recursos son limitados por ser una escuela pública estatal, el implementar cursos de recursamiento genera problemas diversos, como son problemas de espacio por la falta de salones; económicos por los sueldos para profesores; administrativos como la coordinación de

tiempos, etc. Por lo que se están buscando nuevas formas de lograr un mejor rendimiento académico de los alumnos.

Se puede notar que la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias en general está en crisis, los motivos ya han sido expuestos, por lo cual las diferentes políticas educativas, están buscando nuevas formas de hacer las cosas, nuevas alternativas que sean acordes a los tiempos y a las realidades de cada región o país, las solución a este problema no es única, sino por lo contrario cada sociedad debe afrontar sus retos individuales de una manera particular, sin dejar de ver que en esta sociedad global, las experiencias de los diferentes pueblos pueden ser tomadas, cuando menos parcialmente, para adaptarlas o adecuarlas a las propias, siempre sin perder de vista que todos los esfuerzos que se hagan, deben ser siempre guiados con la idea de lograr una mejor educación.

1.3 Objetivo de la investigación.

Evaluar si el uso de la visualización con las nuevas tecnologías favorece significativamente el aprendizaje de la trigonometría, de la recta, circunferencia y de la parábola.

1.4 Hipótesis

Se plantea la hipótesis en los siguientes términos de la estadística inferencial:

H_0 : El uso de la visualización, a través de la tecnología no favorece en más de 15%, el aprendizaje del comportamiento de las gráficas trigonométricas y en geometría analítica el aprendizaje de la recta, la parábola y la circunferencia.

H_1 : El uso de la visualización, a través de la tecnología favorece el aprendizaje en más de 15% el aprendizaje del comportamiento de las gráficas trigonométricas y en geometría analítica el aprendizaje de la recta, la parábola y la circunferencia.

1.5 Justificación

El tema de la visualización en la enseñanza de las matemáticas ha tenido gran relevancia en los últimos años, no podemos negar que las nuevas tecnologías que van desde las simples calculadoras hasta el uso de computadoras ha provocado que la didáctica tradicional se tenga que modificar, el avance de la tecnología en los últimos años ha sido tan vertiginoso que es indispensable estar al día con las novedades tecnológicas, un ejemplo de lo anterior la gran demanda en el uso de Internet en la vida diaria, hace diez años esta era una herramienta rara, poco común en las escuelas y mucho menos en la vida diaria, el tener acceso a esta herramienta era lento, caro y limitado, para poder conectarse a Internet era necesario contar con una línea telefónica y una serie de equipos que implicaban un gasto que no todas las instituciones podían hacer, en una década las cosas han cambiado radicalmente, la gran mayoría de las escuelas de nivel superior cuentan con esta herramienta, su uso es muy común entre la comunidad estudiantil y entre el profesorado, muchos de las actividades administrativas se pueden hacer a través de esta herramienta que se ha vuelto indispensable en la administración escolar, el aprendizaje y en la investigación.

El aprovechamiento de la tecnología ha impactado indudable mente en la labor educativa, pero ¿en qué medida?, ¿ha sido en realidad significativo este cambio?, la adquisición de esta nueva tecnología por sí misma no resuelve ningún problema, es importante responder el cuál y qué tecnología utilizar, cómo adquirirla y cómo utilizarla para que en realidad sea útil en nuestro beneficio.

La materia de matemáticas es, sin duda alguna, la que tiene mayor índice de reprobación en la Universidad, el promedio de reprobación en este tipo de materias es en muchas ocasiones de más del 50%, la deserción escolar es de cerca del 25% en el primer cuatrimestre. Podemos ver que el problema es grave, por lo cual aprovechando que la escuela cuenta con el equipo tecnológico y con el personal docente que está

implementando formas novedosas de enseñanza, podemos medir si el uso de estas tecnologías en la enseñanza de la trigonometría y de la geometría analítica, favorecen el aprendizaje de los alumnos, al involucrar más a los alumnos en su educación, haciendo más atractivas las clases y fomentando el autoestudio y el trabajo colaborativo.

1.6 Limitaciones

El estudio se limitó a los alumnos de la carrera de Ingeniería en Informática de la Universidad Politécnica del Valle de México, se realizó entre los alumnos de primer cuatrimestre que cursan las materias de Matemáticas, es decir a los alumnos de nuevo ingreso a la Universidad que estaban conociendo el sistema y que apenas se estaban familiarizando con la escuela, sus maestros, los equipos e instalaciones.

En cuanto a algunos obstáculos que se pudieran eventualmente presentar son los problemas con la instalación eléctrica que ocasionalmente han ocurrido en el plantel, los días de mantenimiento del equipo o algunos otros imprevistos que pudieran suceder.

Por otro lado muchos alumnos no cuentan con equipo propio en sus domicilios por lo cual tendrán que establecerse en coordinación con las autoridades escolares algún horario especial, exclusivo para el uso de los laboratorios de cómputo, afortunadamente la Universidad cuenta con un adecuado equipamiento en los salones y laboratorios, los equipos son suficientes y se encuentran en buen estado, el servicio de mantenimiento y reparación es el adecuado, el servicio de Internet inalámbrico en todo el campus funciona razonablemente bien y las asesorías que presta el departamento de cómputo es de muy alta calidad, este servicio lo ofrecen profesores especialistas y un grupo de alumnos de los últimos cuatrimestres de la escuela quienes están realizando su servicio social.

La muestra del estudio se limita a un solo grupo de primer semestre, el cual consta de 36 alumnos. La Universidad se encuentra en el Estado de México en el municipio de Tultitlán en la zona metropolitana de la Ciudad de México. Las características educativas de la población es de alumnos que provienen de escuelas

públicas en su gran mayoría donde su acercamiento a la tecnología ha sido limitado, el medio socioeconómico de la región es medio- bajo y bajo. Muchos alumnos son los primeros y en algunas ocasiones los únicos integrantes de la familia que están realizando estudios universitarios.

1.7 Conclusión del capítulo

En este capítulo se marca el entorno de la educación superior en el país, muestra cómo esta distribuida la población estudiantil a nivel licenciatura en los diferentes tipos de carreras en el sistema educativo nacional, se hará hincapié en como las carreras de tipo científicas son poco demandadas y los motivos de que esto suceda.

Se señalan algunos de los problemas que se presentan en la educación superior y cuáles son las directrices impulsadas por los organismos internacionales para la educación en el mundo.

Se presentan además algunos estudios y acciones que se han hecho o se están haciendo en otros países que tienen algunas similitudes con el nuestro, se muestran el caso de Argentina y de Brasil, o de algunos otros en apariencia muy diferentes al nuestro como el caso de Francia en sus nuevas formas de enfrentar el problema que es común en la educación superior.

Se describe cuál es el entorno de la comunidad en la que se realizará la investigación que es en la Universidad Politécnica del Valle de México, sus características generales tanto de la escuela como de la población que asiste a este centro de estudios ubicado en el municipio de Tultitlán en el Estado de México.

Se establece cuál es el objetivo de este estudio, es decir, se plantea el problema que se estudiará y se establecerá una metodología para analizarlo y se propondrá una hipótesis que se tratará de demostrar o en su caso refutar.

Capítulo 2

Marco Teórico

Introducción

En este capítulo se presenta una síntesis de ideas tomadas de diferentes artículos referentes a la investigación educativa principalmente al concepto de visualización, de su uso en las matemáticas y particularmente en la trigonometría y en la geometría analítica, se revisaron algunos conceptos importantes relacionados y el papel que juega la nueva tecnología de visualización en el proceso del aprendizaje en los jóvenes que cursan bachillerato o que inician sus carreras universitarias.

Se da un vistazo a lo que se está haciendo en algunas Universidades e Institutos dentro y fuera del país en relación con la visualización, tecnología y enseñanza de las matemáticas.

Se dejarán claros algunos términos como semiosis o neoesis, los cuales son poco comunes y otros más para delimitar lo que se investigó en este trabajo.

Se muestran algunos ejemplos de cómo la visualización puede ayudar o aclarar algún problema matemático en específico que por otros métodos, podría ser más complicado, pero también se señala cómo el mal uso de la visualización puede provocar confusiones o puede llevarnos a conclusiones erróneas u inexactas, que provoquen que no se presenten las matemáticas con el rigor científico que las caracteriza.

También se hace referencia a algunas investigaciones interesantes de cómo la visualización puede mejorar el rendimiento escolar, se menciona un estudio realizado en Inglaterra, sobre este hecho y algunas otras de cómo la visualización se ha empleado en las llamadas demostraciones sin palabras.

El uso de la tecnología permite que la ejecución de ciertas rutinas tome menos tiempo y energía de los alumnos y puedan enfocarse en la comprensión de procesos matemáticos y por consecuencia facilitar su comprensión (De Guzmán, 2007), es señalado por diversas investigaciones, acotado en sus alcances y en la forma en que se puede hacer uso de ellas en las aulas.

Por último se plantea cual es el objetivo de esta investigación que es ver cómo ha influido el uso de un tipo de tecnología, específicamente, de paquetes graficadores, en la adquisición de conocimientos, en trigonometría y geometría analítica.

2.1 Antecedentes del problema

La UNESCO ha establecido que en cuanto a el aprendizaje, la ciencia es un factor determinante en el crecimiento económico y de desarrollo social, esto es cada vez más evidente en los países no desarrollados donde muchos gobiernos no han considerado el desarrollo de la ciencia como una prioridad, como en el caso de México donde el presupuesto destinado al fomento de la ciencia y tecnología es del 0.35% del presupuesto federal (e-México, 2008).

La educación científica que se debe brindar es la que logrará la adquisición de competencias científicas que permitirán a los estudiantes comprendan mejor el mundo y que sepan cómo proceder para lograr un crecimiento económico y social permanente. Se necesita adoptar métodos activos que partan de la realidad como fuente de aprendizaje, vinculación entre los programas con el contexto humano y social, favorecer el enfoque interdisciplinario y de contextualización.

En el caso de las matemáticas se debe vincular los contenidos con problemas reales del entorno del estudiante, también se debe fomentar el mayor uso matemático por parte de otras disciplinas fortaleciendo así el vínculo con otras áreas.

Si bien el proceso de enseñanza aprendizaje es parte de un sistema, muchas veces el profesor propicia que las diferentes partes del contenido se vean de manera fragmentaria como si fueran conocimientos ajenos, es decir, no establece la relación que existe entre, por ejemplo, el álgebra y la trigonometría, como si fueran conocimientos totalmente ajenos, cuando sabemos que lo mejor sería poder vincular naturalmente las ramas de la matemática como una generalidad como partes complementarias de un todo que incluye otras áreas de conocimiento como la física, la química, la administración, la música, etc.

En algunos países de nuestro continente se han propuesto algunas modalidades interesantes, se escogieron estos ejemplos ya que son países que tiene fuertes raíces comunes culturales y similitudes sociales con el nuestro, sus experiencias pueden estar más apegadas a nuestra realidad al menos más que otras sociedades, como la norteamericana o las europeas que tiene contextos socioculturales muy diferentes en comparación a las múltiples semejanzas con otros países de Latinoamérica, por lo cual se muestran dos experiencias, las de Brasil y Argentina.

En el primer caso, en Brasil donde se implementó el uso de la modelación matemática como método de enseñanza. La modelación matemática, como metodología de enseñanza, parte de un tema y sobre él se desarrollan cuestiones que quiere comprender, resolver o inferir, estas preguntas deben ser respondidas mediante el uso de herramientas matemáticas e investigación sobre el tema. La idea es que cada alumno pueda elegir su tema de interés, hacer la investigación al respecto, bajo la supervisión del profesor, elaborando un modelo matemático, con o cual el alumno se convierte en corresponsable de su aprendizaje, (Salett, 2004), de forma más placentera y sobretodo en un conocimiento que no le es ajeno y que tiene sentido para él.

Esta idea tiene también varios puntos en contra, como los planes de estudio, los tiempos de clase, la cantidad de alumnos, disponibilidad del profesor para interactuar con todos los alumnos. Aún así, la modelación matemática presenta algunas ventajas: Integra a las matemáticas con otras áreas de conocimiento; logra el interés por las matemáticas

frente a su aplicabilidad; mejora en la comprensión de los conceptos matemáticos; capacita para interpretar, formular y resolver situaciones problema; estimular la creatividad en la solución de problemas; desarrolla la habilidad en el uso de la tecnología; capacita para el trabajo en equipo; orienta hacia la investigación; ejercita la capacidad para la redacción de la investigación.

En la experiencia brasileña, donde se ha implementado en algunas instituciones de nivel primaria hasta la licenciatura (Salett, 2004) desde mediados de la década de los ochentas y se han notado ventajas y desventajas de este método, pero quizá lo importante en este caso es que se están buscando nuevas formas, nuevas rutas para superar el problema de la docencia en matemáticas.

En Argentina, a partir de la reforma del sistema educativo en el año de 1995, se ha puesto un énfasis en la resolución de problemas como método integral de enseñanza de las matemáticas (Vilanova, s.f.), Ahí se indica que la resolución de problemas es un proceso que debe penetrar todo el diseño curricular.

La concepción tradicional de la enseñanza de las matemáticas conduce a una educación que pone énfasis en la manipulación de símbolos cuyo significado pocas veces es comprendido plenamente, es decir se resuelven los ejercicios sin comprender que significan esos resultados, la visión alternativa acerca del significado de la matemática consiste en considerarla como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación a su ambiente social y cultural.

La idea que subyace es que saber matemáticas es hacer matemáticas. La característica de la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. Los factores que intervienen en el proceso de la resolución de problemas matemáticos se engloban en los siguientes aspectos: El conocimiento de base; las estrategias de resolución de problemas; los aspectos meta cognitivos; los aspectos afectivos y el sistema de creencias y la comunidad de práctica.

Enseñar a partir de resoluciones de problemas representa retos para los docentes por al menos las siguientes razones: Los docentes deben percibir las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si son provechosas o no y proponer alternativas; debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes sin impedir que el proceso continúe en las manos de los alumnos y hacerlo para cada alumno o grupo de alumnos; en muchas ocasiones el docente estará en la desafortunada situación de no saber.

Trabajar bien sin conocer todas las respuestas requiere de experiencia, confianza y autoestima (Vilanova, s.f.). La educación matemática debería dotar a los alumnos una concepción de la matemática y del hacer matemático en el nivel de sus posibilidades. Bajo esta perspectiva la enseñanza debería ser encarada más como una comprensión conceptual más que como un mero desarrollo de habilidades. Debería también de dar a los alumnos la posibilidad de resolver y explicar una amplia variedad de problemas. En suma debe preparar a los estudiantes en aprendices independientes y usuarios de la matemática.

Para cumplir con esto, la comunidad de práctica en la cual se aprende matemática debe reflejar y sostener esta forma de pensar. Esto es, las aulas deben ser comunidades en la que la matemática adquiera sentido, lo que deben esperar los docentes de los alumnos, sea realizado.

En otro contexto podemos tomar el el caso de Francia, donde también se han hecho esfuerzos para superar el problema de la enseñanza matemática, en este caso se mencionan las teorías didácticas para afrontar este reto. La investigación reciente en la didáctica de las matemáticas se centra en el sujeto que aprende , rechazando el hecho de verlo como un simple receptor de conocimientos, preocupada más bien en tener en cuenta sus concepciones y el modo en que éstas modelan su aprendizaje, se desarrollaron las siguientes teorías :

1. La teoría de las situaciones didácticas, de Brousseau. El objeto fundamental no es el sujeto que aprende sino la situación en que ese sujeto interactúa con otros y con la matemática.
2. La teoría antropológica iniciada por Y. Chavellard. Para este enfoque, el objeto de base no es el sujeto que aprende ni la situación didáctica, sino la institución en la que están insertos. Los saberes no existen sino como emergentes de las prácticas situadas institucionalmente. Estas instituciones, a través de las prácticas que reconocen y valoran, crean sistemas de valores y normas en relación con los saberes.

La idea no es cambiar un paradigma por otro, la intención es integrar estas diferentes aproximaciones teóricas en una construcción global y coherente (Artigue, 2004). Por otra parte no se puede poner en duda que la labor del docente es el eslabón clave para cualquier evolución en la enseñanza de la matemática, pero esto no es suficiente si este docente no es problematizado como el verdadero actor, es decir, el docente debe ser consciente de cuál es su papel frente al problema, debe comprender sus prácticas y aquello que las determinan, las restricciones a las que está sujeto, sus márgenes de maniobra, los conocimientos disciplinares y otros que hacen una competencia profesional y el modo en que se constituyen.

2.2 Visualización

La visualización es la formación de imágenes visuales, es el mapeo de datos en representaciones que puedan ser percibidas. Los tipos de mapeo pueden ser visuales, auditivos, táctiles, etc. o una combinación de éstos. La visualización no es un fenómeno nuevo, el hombre ha utilizado estas técnicas desde hace miles de años para entender mejor su medio ambiente, un ejemplo de esto son los mapas, o las cartas de navegación antigua. Con el paso del tiempo las nuevas tecnologías principalmente las computacionales y las fotográficas se han integrado a la visualización, actualmente constituyen una herramienta fundamental en ella.

Algunas investigaciones recientes intentan explicar por qué el aprendizaje de las matemáticas ha mostrado lo complejo que puede ser la adquisición de conocimientos, las metodologías para analizar la construcción de conceptos matemáticos nos muestran, en general, que se debe abordar esta problemática desde varios puntos de vista.

Uno tiene que ver con la adquisición de conocimientos y consideraciones teóricas sobre la construcción de conceptos matemáticos, y otro sobre la complejidad intrínseca del concepto matemático en cuestión. Si aceptamos que las matemáticas están compuestas por entes de distinta naturaleza como son los elementos espaciales, kinestésicos, algebraicos, aritméticos, lógicos e intuitivos entre otros, será necesario diferenciar distintos tipos de conocimientos e implantar tareas para cada uno de ellos.

En la práctica actual, gran parte de la enseñanza tiene lugar en un sistema de representación. Se dedica mucho tiempo y esfuerzo a que los estudiantes desarrollen habilidades para operar un lenguaje formal simbólico, y relativamente poco tiempo se dedica al empleo de otras representaciones de la misma idea (Gildenberg. 1995, p. 156).

La comprensión alcanzada mediante procesamiento de información visual y la que se consigue por medio de procedimientos analíticos se complementan, por lo que el aprendizaje debe lograrse integrando ambos tipos de códigos. En los últimos años ha crecido en interés de los investigadores en la percepción espacial como un elemento importante en matemáticas, primordialmente en la solución de problemas (Gutiérrez, 1991).

El papel que juegan las imágenes visuales en los procesos del pensamiento humano, así como el interés en determinar la relación entre las imágenes visuales y el conocimiento matemático han sido objeto de estudio por especialistas e investigadores.

La visualización matemática de un problema tiene que ver con entender el enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión y eso permite realizar una acción que posiblemente resuelva el problema.

El Dr. Santiago López Medrano, responsable del proyecto del laboratorio de Visualización Matemática de la UNAM, señala que la tendencia en las matemáticas es ver las cosas geoméricamente, así mismo el M.C. Guillermo Gómez Alcaraz, responsable del proyecto por parte del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM, comentó que el uso de la computadora ha abierto posibilidades de obtener conclusiones en los estudios matemáticos, al permitir visualizar entes abstractos que antes sólo los especialistas podían imaginar. (Villa, 1997).

De lo anterior, se admite un cambio al dar un lugar destacado a los aspectos visuales de los conceptos matemáticos y el uso de las nuevas tecnologías. Esto tendrá forzosamente una repercusión favorable en la enseñanza de las matemáticas.

En la década de los setentas en México hubo un movimiento de reforma llamado la enseñanza de las matemáticas modernas, en donde se dio prioridad al rigor lógico sobre los aspectos geoméricos e intuitivos, donde los encargados de implementarlas estaban más preocupados por la estructura de la materia que por las posibles dificultades o conflictos que esta implementación pudiera acarrear (Núñez, sf).

La cuestión que aquí se abordará es la visualización en la trigonometría y algunos temas de geometría analítica que son la recta, la circunferencia y la parábola que forman parte de la materia de matemáticas de los estudiantes de los primeros semestres de licenciatura o los últimos del bachillerato general, debemos explicar qué se entiende por visualización matemática, aquí se muestran algunas definiciones:

1. Representar mediante imágenes ópticas fenómenos de otro carácter; formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto (Real Academia, 2009).

2. La visualización matemática tiene que ver con el entendimiento del enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no siempre llevará a la respuesta correcta si profundiza en la situación que se está tratando (Hitt, 2003).
3. Es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual (Cantoral, 2001).
4. Se emplea, con referencia a figuras o representaciones pictóricas ya sean externas o internas, es decir, sobre soporte material o en la mente (Rico, 2000).
5. La actividad que se lleva a cabo a través de los ojos, localizando objetos o patrones, identificando formas y moviendo objetos (Hernández, 2007).
6. El acto por el cual un individuo establece una fuerte conexión entre la construcción interna y algo cuyo acceso es adquirido a través de los sentidos (Zazkis, 1996).
7. La transferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual. Esto incluye también la transferencia de un tipo de representación visual a otra (Torregrosa, 2007).
8. Toda visualización puede entenderse como una operación cognitiva que intenta realizar una decodificación del objeto dado (Doniez, 2000).
9. Es una representación novedosa de los datos, que permite detallar dinámicamente las principales relaciones entre los datos, experimentar con lo no observable para transmitir ideas tanto abstractas como concretas

permitiendo así enseñar, organizar y simular objetos y situaciones (Rapp, 2004).

La visualización es un aspecto que se ha descuidado en la enseñanza, se debe hacer una diferenciación entre ver y visualizar, ver se reduce a una capacidad fisiológica, mientras que visualizar es un proceso cognoscitivo que está vinculado a la cultura del sujeto.

Una actividad visual para expresar conceptos o procesos matemáticos, para derivar conclusiones de los mismos, consiste en hacer una representación de ellos o asignarles un modelo sobre el cual se actúa, mediante las representaciones externas y las operaciones convenidas comunicamos nuestro conocimiento matemático.

Los investigadores sobre el pensamiento matemático se ocupan de entender cómo interpreta la gente el contenido de las matemáticas, es decir, como visualizan. Se interesan por modelar los procesos de comprensión de los conceptos propiamente matemáticos y en este caso se hará en los procesos en la enseñanza de la trigonometría y geometría.

El pensamiento matemático en un sentido moderno incluye por un lado, pensamientos sobre tópicos matemáticos y por otro lado procesos avanzados del pensamiento como la abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis.

Aún cuando los profesores de matemáticas y los alumnos, reconocen los aspectos visuales son básicos para ilustrar una idea, así como los beneficios de la visualización, existe una fuerte creencia que las matemáticas no son visuales, esto quizá por la idea de que las matemáticas son una disciplina deductiva, se piensa que los argumentos deben estar representados en términos de sentencias lógicamente concatenadas, es decir, que las matemáticas tienen una sola forma de escritura y no con dibujos o diagramas.

Sobre la aplicación de la visualización podemos tomar la idea básica de Brosseau (1997, citado en Montiel y Farfán, 2003) de la teoría de las situaciones didácticas, que consiste en suponer que el proceso para adquirir un conocimiento matemático consta de diversas facetas, donde el actor interactúa con el ambiente a distintos niveles; acción, comunicación y prueba. Ver Figura 5.

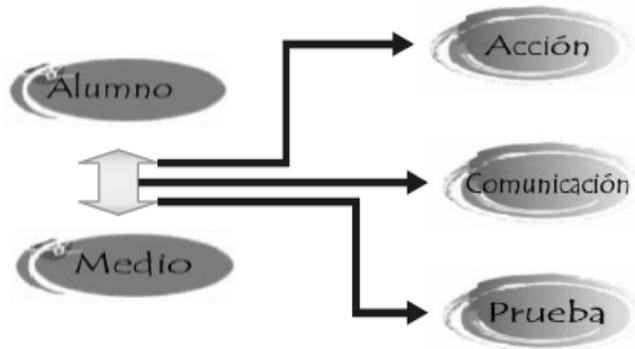


Figura 5. Interacciones del alumno con su medio (Montiel & Farfán, 2003, p. 805)

La interacción de tipo *Acción*, el actor fija un estado del medio o delimita su entorno; la interacción de tipo *Comunicación* consiste en modificar los conocimientos de otro actor por medio de mensajes portadores de información, la interacción de tipo *Prueba* tiende a la justificación o validación de los actos o declaraciones establecidas explícita o implícitamente (Montiel & Farfán, 2003).

Si bien estos conceptos los interpreta Brosseau en la educación en niños, es aplicable en adolescentes, como en este caso y podemos proponer que el uso de la visualización, ayuda al menos en dos de los tres niveles de interacción: *Comunicación* y *Justificación*.

La capacidad para visualizar cualquier concepto matemático, requiere de habilidad para interpretar y entender información figurativa sobre el concepto, manipularla mentalmente y expresarla sobre un soporte material, la visualización no es

un fin en sí misma sino un medio para llegar a la comprensión. La experiencia de la visualización en la educación facilita la construcción de modelos mentales, el reto está en diseñar visualizaciones para propósitos y poblaciones específicas de un ambiente educativo particular (Zimmermann, 1998).

La visualización, trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas, con las relaciones abstractas que se formulan entre las diversas representaciones de un objeto matemático con el fin de operar con ellas y obtener un resultado (Cantoral, 2003), de tal manera que la visualización sea una herramienta que permita al alumno transitar entre lo numérico, lo gráfico y lo algebraico (Duval, 2000).

Con el desarrollo de la tecnología, la visualización en el aula se ha facilitado, creando una ventaja de la visualización asistida por la tecnología, esta ventaja radica en que la enseñanza se puede focalizar en un tema específica “evitando” que el alumno se “distriga” con operaciones matemáticas que en ese momento no son relevantes, es decir, el uso de la tecnología permite que la ejecución de ciertas rutinas tome menos tiempo y energía de los alumnos y puedan enfocarse en la comprensión de procesos matemáticos y por consecuencia facilitar su comprensión. (De Guzmán, 2007).

La definición y caracterización de los procesos de visualización y razonamiento separan la acción cognitiva de las distintas representaciones e imágenes mentales. La visualización no queda relegada a un simple papel ilustrativo de de las afirmaciones geométricas, la visualización no solamente está relacionada con la ilustración, sino que también está reconocida como una componente clave del razonamiento, a la resolución de problemas e incluso a la prueba, por lo cual se pueden ver los procesos de visualización y razonamiento, junto con su coordinación, como elementos esenciales de un modelo conceptual.

Otro término relacionado con la visualización es la semiología que es la ciencia que estudia los sistemas de signos, La noesis se considera como la aprehensión

conceptual de un objeto, por lo cual se puede afirmar que no puede haber noesis sin semiosis, es decir, no puede haber aprensión conceptual de un objeto sin algún representante de éste.

Un ejemplo de lo anterior puede ser algún signo, por ejemplo π , éste es un ente abstracto y lo distinguimos como un número, irracional en este caso, su representación semiótica para referirnos a él, esta representación es interiorizada a través de la noesis, lo cual provoca interiorizar ese signo como el número pi.

A continuación se presentan algunas ideas de la representación visual de las matemáticas:

1. Los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción, consecuentemente se hace necesario tener representaciones de los mismos (San Martín, 2001).
2. Debe enfatizarse que no debe confundirse al objeto matemático con su representación. Una parábola no es una curva, esa curva es una representación gráfica un lugar geométrico llamado parábola.
3. Debe distinguirse entre imagen mental como preceptos interiorizados; representación semiótica como representación constituida mediante el empleo de signos y representación mental como interiorización de una representación semiótica (San Martín, 2001).
4. El conocimiento matemático se puede representar bajo diferentes formas semióticas.

Cabría aquí preguntarse ¿Por qué debemos desarrollar habilidades de nuestros estudiantes sobre la visualización matemática? En la investigación educativa ha cobrado

importancia cuestionarse si el aprender Matemáticas contempla modos específicos de trabajo cognitivo en comparación con otras áreas del conocimiento. Al respecto se resalta la necesidad de considerar la relación entre el conocimiento matemático y sus representaciones. Los sistemas semióticos de representación de la Matemática, particularmente la representación numérica, algebraica y geométrica de las nociones y procedimientos, no sólo cumplen con una función de comunicación, sino además con una función de procesamiento (Duval, 2000).

Tomemos un ejemplo de un problema algebraico y su posible visualización:

Se pide a los estudiantes que resuelvan la siguiente ecuación: $(x - 1)^2 = (x + 1)^2$.

Generalmente un estudiante trataría de resolverlo algebraicamente de la siguiente forma:

$$(x - 1)^2 = (x + 1)^2$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{(x + 1)^2}$$

$$(x - 1) = (x + 1)$$

$$x - 1 = x + 1$$

$$-1 = 1$$

Pero, ¿ $-1 = 1$? , evidentemente existe un error ya que menos uno no es igual a uno, lo cual provoca invariablemente una confusión en los alumnos, en cambio en una gráfica de ambas ecuaciones en el mismo plano cartesiano como la que se muestra en la Figura 6, se ve claramente que estas dos ecuaciones coinciden únicamente en el punto (0,1), ver acercamiento en la Figura 7 ,es decir, la solución a la ecuación es $x = 0$, de aquí un ejemplo de la importancia de la visualización matemática, que nos puede auxiliar en la comprensión y solución de de problemas.

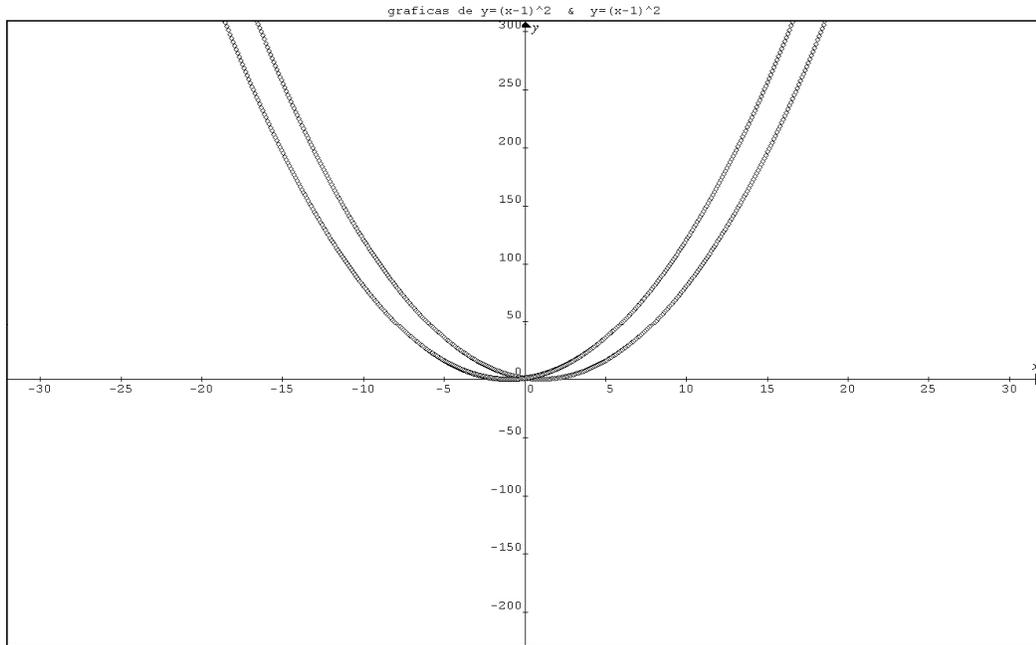


Figura 6. Grafica de las ecuaciones $(x-1)^2$ y $(x+1)^2$.

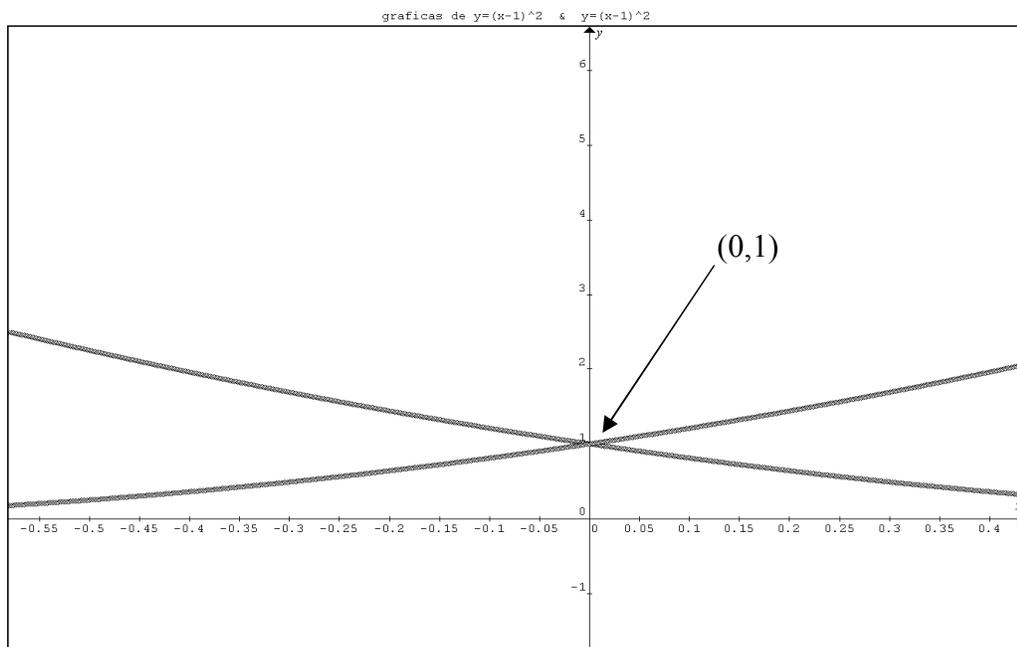


Figura 7. Grafica de las ecuaciones $(x-1)^2$ y $(x+1)^2$ acercamiento.

Como el ejemplo anterior existen muchos otros, por demás interesantes, donde la visualización de los conceptos debe ayudar a la comprensión de los temas.

La capacidad para visualizar cualquier concepto matemático, requiere habilidad para interpretar y entender información figurativa sobre el concepto, manipularla mentalmente y expresarla sobre un soporte material, la visualización no es un fin en sí misma sino un medio para llegar a su comprensión. Se trata de expresar alguna propiedad específica del concepto o alguna relación importante para la resolución de un problema a través de un diagrama, un dibujo o una gráfica. La combinación de visualizaciones orientadas al contenido con los principios del aprendizaje conduce a experiencias educativas efectivas.

El término pensamiento visual se usa para describir aspectos del pensamiento matemático que están basados o que se pueden expresar en términos de imágenes mentales. Es posible educar a los niños y adolescentes para que su capacidad visualizadora se desarrolle o tienda a mejorar. Zimmermann (1998), considera que se puede adquirir habilidad con respecto a la visualización y divide esta habilidad en cinco categorías, las que considera objetivos de aprendizaje. Tales objetivos son:

Objetivos Básicos. Entender el álgebra y la geometría como lenguajes alternativos para expresar las mismas ideas matemáticas. Entender la información matemática implícita en una representación gráfica, extraer información de un diagrama así como utilizar las graficas para representar información matemática.

Objetivos funcionales. Contempla la capacidad para entender qué conceptos están representados en un diagrama, utilizarlos para realizar demostraciones y para resolver problemas.

Objetivos generales. Son los aspectos de la visualización que tiene amplia aplicación en diferentes áreas de las matemáticas; incluye la habilidad para realizar estimaciones y aproximaciones en un contexto geométrico, reconocer y explicar

simetrías, apreciar la periodicidad, captar la similitud, entender y reconocer patrones, entender transformaciones geométricas o conseguir un amplio repertorio de imágenes visuales.

Objetivos relacionados específicamente con el cálculo inyectan la habilidad de entender conceptos como la diferenciación, visualizar elementos infinitesimales en figuras geométricas, visualizar superficies y figuras en tres dimensiones.

Objetivos de alto nivel. Hacen referencia a la habilidad para apreciar la belleza de las matemáticas, interpretar fenómenos y experiencias visuales de la vida real, explora y descubrir visualmente ideas matemáticas.

Nuestra percepción es primordialmente visual y así no es de extrañar en absoluto que el apoyo continuo en lo visual esté tan presente en las tareas de la matematización (Guzmán, 1996). Aún en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible con la vista, los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos y diagramas visuales, que les apoyen en su trabajo, la visualización aparece ahí como algo profundamente natural en la transmisión y comunicación del quehacer matemático.

La computadora provee de infinitas posibilidades de crear ambientes lúdicos, motivantes, multisensoriales y dinámicas (Cemborain, 1990). Se considera que el uso de la tecnología no es la solución total del problema del rendimiento académico de los estudiantes, pero su uso da una buena oportunidad de buscar nuevas formas de exponer los temas, de auxiliar con otros estímulos visuales para lograr los objetivos y veremos en qué medida esto ha sido posible o por el contrario si no es realmente significativo este cambio y habría que buscar otras formas de enfrentar estos problemas.

Pensemos por ejemplo en los fractales Figura 8, que son objetos semi-geométricos que cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas, para poder explicarlos es mucho más fácil verlos que describirlos verbalmente,

por ejemplo, podemos mostrar una fractal de la naturaleza Figura 9, en este caso es un romanescu, que es un híbrido de la coliflor y el brócoli, documentado en Italia. Esta figura que tiene un comportamiento de fractal sería muy complicado describirlo oralmente, sin embargo, al tener un objeto visual es mucho más sencillo adquirir una idea lo que se esta describiendo.

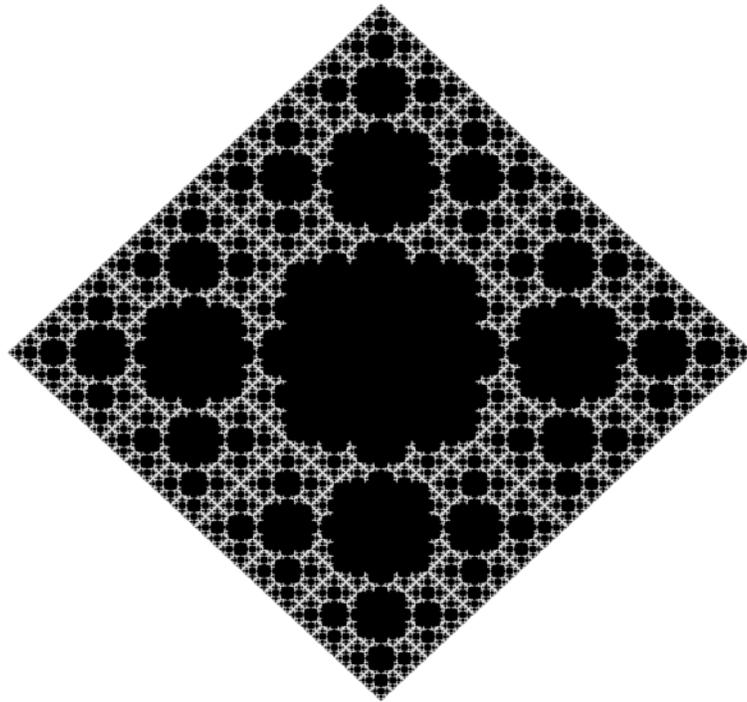


Figura 8. Imagen de un fractal

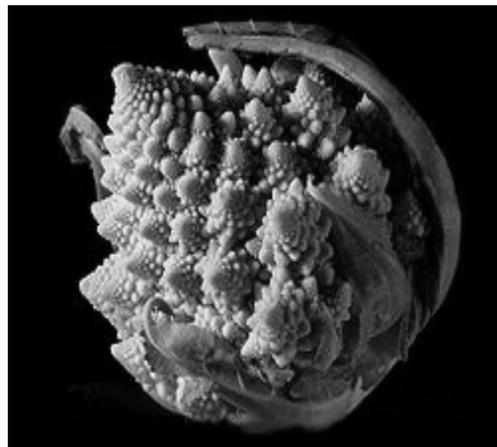


Figura 9. Fractal en la naturaleza, un romanescu.

También existen algunos riesgos con el inadecuado uso de las imágenes, es necesario tener cuidado con la visualización, sobre todo al intentar hacer demostraciones solamente con dibujos ya que muchas veces podemos cometer errores.

Un ejemplo de esto la pseudo demostración en la que se divide un rectángulo en dos trapecios y dos triángulos, Figura 10 en la que se recortan y se unen formando una nueva figura, Figura 11, cuya área es distinta de la del rectángulo original, de alguna forma el área ha aumentado en una unidad cuadrada, ¿Cómo es posible esto?. Este es un ejemplo de lo peligroso que resulta dejarse llevar por lo que se ve.

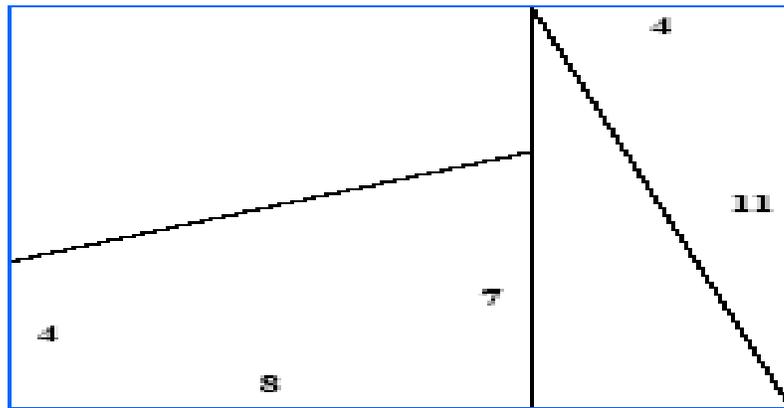


Figura 10. La división del rectángulo de $12 \cdot 11 = 132u^2$.

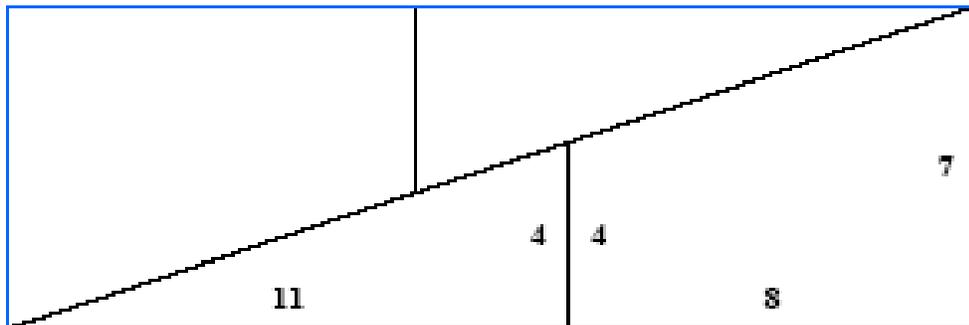


Figura 11. Nuevo rectángulo de $19 \cdot 7 = 133u^2$.

En esta investigación, se pretende responder a la pregunta ¿Cómo influye el uso de la tecnología, en este caso computacional, en el aprendizaje de la trigonometría y geometría de los alumnos de primer semestre de Ingeniería en Informática de la Universidad Politécnica del Valle de México?, se trata de indagar en cómo ha influido la visualización de los conceptos trigonométricos como en el uso de la ley de los senos o la ley de los cosenos, entender cuál es el comportamiento de las gráficas de las funciones trigonométricas, cómo se establece la amplitud y el periodo e inclusive la determinación de dominio e imagen de las funciones trigonométricas y cómo pueden variar si se modifican sus parámetros. En geometría se pretende saber cómo se modifica la gráfica de una recta, parábola o circunferencia al modificar los parámetros de su ecuación, sus elementos importantes como puntos, segmentos rectas y ecuación del lugar geométrico, etc.

Últimamente se ha abogado por una nueva forma de enseñar matemáticas, se propone ahora que la formación de los estudiantes no debe ser una acumulación de hechos y procedimientos; sino que debe centrarse más en ayudar a los estudiantes construir recursos y “herramientas intelectuales” que les permitan dotar de significado a las situaciones problemáticas y establecer estrategias de solución.

La reforma de la enseñanza de las matemáticas se basa en tres premisas fundamentales: Una preparación básica de los profesores en la disciplina que incluya la comprensión de lo que se estudia para una aplicación inmediata y futura; un cambio en la manera, el estilo o los contenidos para evitar la fobia hacia las matemáticas y el aprovechamiento de las herramientas tecnológicas actuales y futuras.

Con base en esta reforma es donde podemos insertar la combinación de tecnología y visualización, para que los estudiantes atribuyan sus propios significados (Araya, 2007). Se puede ver además que en cada uno de las tres premisas el uso de la tecnología y el diseño de programas de visualización serán de mucho provecho para lograr esta reforma.

La tecnología de visualización es una integración de las áreas de graficación, procesamiento de imágenes, visión computacional, modelado geométrico, diseño asistido por computadora, por lo tanto las personas que se encargan de sistemas de visualización deben contar con conocimiento en áreas como diseño gráfico, ciencias, matemáticas, graficación por computadora y animación.

El empleo de distintas representaciones desempeña un papel importante en el entendimiento de las matemáticas y en la resolución de problemas. En esta dirección, es necesario que los estudiantes construyan sistemas de representación que les permitan analizar y entender conceptos matemáticos desde varios ángulos o perspectivas: en particular, el uso de distintas herramientas tecnológicas como hojas de cálculo como excel, calculadoras y software dinámicos que ayuden a que visualicen e identifiquen propiedades y relaciones que son parte de la estructura profunda de los conceptos o problemas (Santos, 2003).

La tecnología ofrece a los estudiantes un medio para favorecer el acceso y desarrollo de recursos matemáticos que les ayuden en la construcción de esos modelos (Devlin, 1997), En particular las representaciones de las relaciones en forma dinámica les permite realizar exploraciones que frecuentemente conducen a la identificación y formulación de conjeturas, en las representaciones dinámicas los estudiantes fácilmente pueden construir y mover elementos para analizar propiedades o relacionar familias de figuras .

En el caso particular de México la Secretaría de Educación Pública SEP, ha incorporado un proyecto en colaboración con el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, publicado en la página de Enseñanza de la Ciencia y las Matemáticas con Tecnología donde se plantea un proyecto denominado: “La enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología” en donde algunos de los objetivos son: Elevar la calidad de la educación de la física y las matemáticas en el nivel medio básico; mejorar la comunicación e interacción Profesor – Estudiante, fomentando el trabajo en grupos el aprendizaje vía resolución de problemas; detectar temas visibles de ser

trabajados vía la tecnología, para posteriormente integrarlos al currículum y propiciar que la tecnología sea parte de la cultura en la comunidad escolar.

Los principios del proyecto en congruencia con el concepto de incorporación tecnológica por valoración razonada de la presencia de la tecnología, de manera específica y con un carácter operativo, se proponen los siguientes principios:

Principio de racionalidad. Los modelos de uso de la tecnología en la escuela de un sistema educativo particular deben considerar las experiencias desarrolladas en otras latitudes, mismas que señalan que después de dos décadas de utilización racional de los medios computacionales en la educación, éstos han demostrado tener una influencia significativa a nivel cognitivo en los estudiantes. Con el enfoque racional, el uso de la tecnología tiende a cambiar la experiencia de aprendizaje a un nivel epistemológico, en contraste con el enfoque de la Instrucción Asistida por Computadora, cuya expectativa es la de facilitar o automatizar un estilo pedagógico particular.

Principio Epistemológico. El principio anterior conduce a optar por una penetración epistemológica, en lugar de por una penetración de mercado. En esta segunda opción, la tecnología per se, se antepone a la racionalidad en su uso, y se valora en sí misma, por encima de su potencialidad como vehículo del cambio en el aprendizaje a un nivel cognitivo y epistemológico.

Principio de especificidad. La especificidad temática y de tratamiento didáctico es fundamental en el uso de los medios informáticos. Por ello, es recomendable diseñar actividades para el aula que involucren el uso de la tecnología, por un lado, sobre la base del currículum vigente y por otro, explotando el medio en temas más allá del currículum no explorados con anterioridad. La posibilidad de penetración epistemológica y de efecto en el aprendizaje a nivel cognitivo del uso de la tecnología ha sido evidenciada por una diversidad de estudios, en los cuales la especificidad del conocimiento objeto del aprendizaje guarda una relación directa con el entorno tecnológico que se utiliza. Así, el aprendizaje de la geometría se ha visto favorecido por los diseños didácticos en ambientes

computacionales de geometría dinámica; los simuladores y sensores ambientales de movimiento, presión y temperatura han sido utilizados exitosamente en la enseñanza de la física; la hoja electrónica de cálculo ha mostrado ser una herramienta útil para ayudar a los estudiantes a realizar el tránsito de la aritmética al álgebra. De modo que un principio de especificidad atenderá a las características propias de una pieza de conocimiento específico y de su aprendizaje y los correspondientes diseños didácticos en un entorno tecnológico particular.

Principio fenomenológico. El tratamiento didáctico de un concepto se hace con base en su fenomenología (Freudenthal, 1983). Este principio pone en cuestionamiento los tratamientos didácticos basados en la contextualización del concepto sin un sustrato de su fenomenología.

Principio cultural e ideológico. La incorporación del uso de la tecnología en la escuela debe ser gradual y debe involucrar a la comunidad escolar en su conjunto. De la valoración de la tecnología por parte de la comunidad como motor de cambio de las prácticas escolares depende, en buena medida, que el modelo puesto en marcha cumpla con su propósito de mejorar la calidad de la educación y de ser expandible a mayor número de comunidades escolares en el país. De ahí que la motivación y principios ideológicos de utilización de los medios informáticos en la educación deben ser compartidos por todos los agentes que intervienen en la puesta en obra del modelo propuesto.

Es probable que en México la masificación del uso de la informática tenga lugar a través de la escuela y no desde el hogar. Esto coloca al sistema educativo mexicano ante la responsabilidad enorme de tomar la decisión de optar por un uso basado en la penetración mercadotécnica que ofrece facilitar y automatizar modelos tradicionales de enseñanza, o por un uso fundamentado en una penetración epistemológica que ofrece posibilidades de acceso y equidad respecto al saber científico.

Principio de generalización. La generalización del modelo propuesto debe garantizar que en cada paso de expansión se garantice el cumplimiento de los cinco principios anteriores, sólo que en este caso, el principio de especificidad tiene que ser ampliado más allá de la especificidad temática y de entorno tecnológico, para que pueda abarcar las especificidades de la comunidad escolar a la cual se intente expandir el modelo de incorporación de tecnología (Rojano, 2004).

Este proyecto esta en una fase piloto pero es importante ver como desde la Secretaría de Educación se están planteando innovaciones con el uso de la tecnología e implícitamente se esta utilizando la visualización en el nivel básico.

Esto es parte de lo que se esta haciendo en México en la educación básica. En la educación superior sabemos que se requiere desarrollar competencias para el planteamiento y la resolución de problemas. Una habilidad que estimula el desarrollo de este tipo de competencias es la imaginación espacial o visualización tridimensional. La habilidad para visualizar en tres dimensiones los problemas de ingeniería es obligatoria no sólo deseable (Arcos, 2009).

Revisando algunas investigaciones sobre la enseñanza de la trigonometría en se pueden clasificar en cinco categorías (Mosquera, 2005): Estudio en la comprensión de conceptos trigonométricos; estudio de las concepciones erróneas y errores; estudio de la integración de la trigonometría con otros tópicos; estudio del efecto del uso de computadoras en el aprendizaje de la trigonometría; estudio comparativo de la enseñanza de la trigonometría.

Un estudio empírico realizado en la Gran Bretaña, comprobó la hipótesis de que el aprendizaje versátil de la trigonometría utilizando gráficos por computadora interactiva, llevaría a una mejoría en el rendimiento, este estudio se realizó entre alumnos de 15 años de edad (Blackett, 1990).

Una aplicación interesante de la visualización matemática se ha empelado en las llamadas “Demostraciones sin Palabras” que consiste en representar casos matemáticos que muchas veces es muy complicado demostrar algebraicamente, sin embargo al ver la imagen se puede racionalmente, demostrar la verdad de este caso.

Un ejemplo de lo anterior es el siguiente: Supongamos que queremos demostrar

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

Hacer lo anterior de forma algebraica puede demorarnos varios minutos y necesariamente se debe tener buen manejo algebraico, pero si se observa como se muestra en la Figura 12, la demostración es inmediata y no necesita palabras, es decir es una demostración sin palabras DSP.

Dado el siguiente semicírculo cuyo diámetro es $a + b$ por lo tanto su radio es

$$\frac{(a+b)}{2}$$

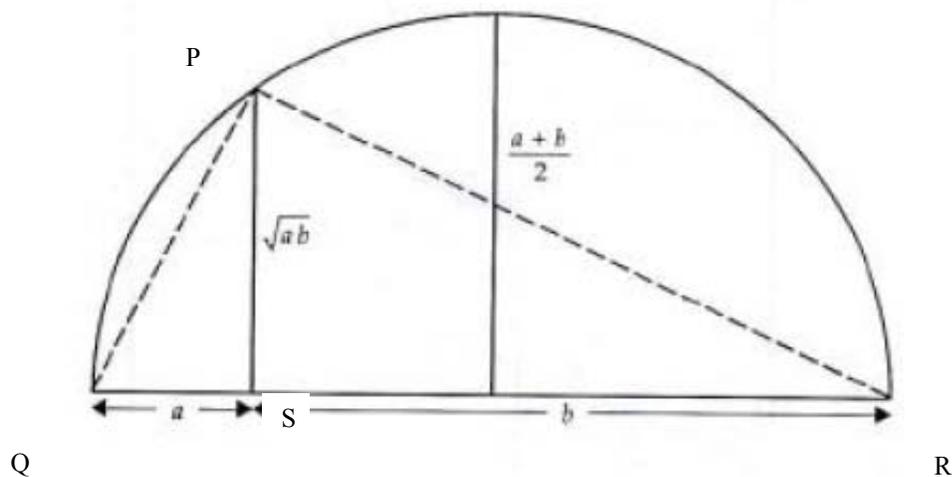


Figura 12. Semicírculo de radio $\frac{(a+b)}{2}$

Es claro notar que la altura del triángulo que se encuentra en el semicírculo cuya base coincide con el diámetro no podrá ser mayor que el radio, en el caso extremo será igual al radio , por lo cual la desigualdad no es estricta \leq .

Solamente podríamos aclarar porque la altura del triángulo será siempre \sqrt{ab} , tomemos:

(1) Triángulo PQS donde $\overline{PQ}^2 = a^2 + \sqrt{ab}^2 = a^2 + ab$ por el teorema de Pitágoras.

(2) Triángulo PSR donde $\overline{PR}^2 = b^2 + \sqrt{ab}^2 = b^2 + ab$ por la misma razón.

(3) Triángulo PQR tenemos que $\overline{QR}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PR}^2$ nuevamente la misma razón; se sabe que:

(4) $\overline{QR} = a + b$ por construcción; sustituyendo en (1), (2) y (4) en (3) tenemos:

$(a + b)^2 = (a^2 + ab) + (b^2 + ab) = a^2 + 2ab + b^2$ Es evidentemente cierto ya que es el desarrollo de un binomio al cuadrado, lo que asegura que la altura del triángulo siempre es \sqrt{ab} .

La mayoría de las demostraciones matemáticas realizadas actualmente en el ámbito de la enseñanza universitaria, podrían ser consideradas desde este punto de vista riguroso, como informales. En este ámbito informal deben incluirse aquellas denominadas demostraciones sin palabras (Doniez, 2000).

Este tema, el de las demostraciones sin palabras son una forma de visualización y algunas características interesantes sobre ellas son:

Los matemáticos que antecedieron a Thales (640 a 550 a.c.) se valían de ejemplos ilustrativos que servían de modelos para entender los casos más generales o de diagramas que hacían el enunciado obvio. Puede decirse entonces que mientras la matemática no desarrolló un lenguaje simbólico adecuado para expresar ideas generales, las demostraciones sin palabras eran las demostraciones.

Las demostraciones sin palabras se estructuran en base a un título significativo, un dibujo o un diagrama y algunas precisiones matemáticas de tipo simbólico que guíen la lectura de los elementos visuales presentados. Lo que intenta cada demostración sin palabras es ayudar al observador a ver por qué un enunciado en particular puede ser verdadero y también a ver cómo podría comenzar a probarlo. Siempre el énfasis está puesto en dar pistas visuales justas como para estimular en el observador su pensamiento matemático.

Para aprehender el contenido matemático de una demostración sin palabras es necesario hacer un trabajo de interpretación de aquello que se presenta a nuestra contemplación. Este trabajo exige un observador activo que pueda reconocer la relaciones internas del objeto visto, así como los antecedentes teóricos que confieren a la demostración sin palabras su fundamento.

Algunos investigadores llaman a la operación intelectual implícita como visualización. Toda demostración sin palabras impulsa a construir un entorno de palabras mínimo que de cuenta inequívoca de su contenido matemático y dote de la demostración sólo insinuada.

Las universidades han puesto en marcha las tecnología de la visualización a la comprensión de conceptos abstractos propios de de las ciencias, ejemplos de ellos son el caso de universidades extranjeras la plataforma VICE, Visualización de Contenidos Interactivos Educativos, destinada apoyar la enseñanza matemática en la educación media elaborado en la Universidad de la Concepción de Chile; el Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas de la Real Sociedad Matemática Española (DivulgaMat, 2010), MITOPENCOURSEWARE del Instituto Tecnológico de Massachussets MIT (OCW, 2010) que es una publicación electrónica gratuita de materiales de los cursos del MIT que refleja casi todas las asignaturas de pre-grado y postgrado enseñados en el MIT, con mas de 120 cursos solo de matemáticas.

En el contexto nacional existe el proyecto de Visualización Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México. En el Instituto de Matemáticas se tienen al menos dos proyectos: Hiperbolía que es parte del proyecto “*Visualizando Las Aventuras Matemáticas*”, donde muestra una geometría en particular, la geometría hiperbólica, en la sala virtual Ixtli de la Dirección General de Servicios de Computo Académico DGSCA de la UNAM y el proyecto PUEMAC que significa: *Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistido por Computadora*. Este proyecto tiene como objetivo principal brindar herramientas interactivas desde un enfoque lúdico, como apoyo para aprender matemáticas y conocer diversos temas que estén relacionados con ellas (UNAM, 2010).

En el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados CINESTAV del Instituto Politécnico Nacional IPN se tienen diferentes líneas de investigación de múltiples proyectos relacionados con la visualización y el uso de la tecnología en temas matemáticos, algunos de ellos son: *Aspectos semióticos y de visualización en el aprendizaje y en la enseñanza de la geometría analítica* de Claudia Margarita Acuña Soto; *Uso de la tecnología en la educación matemática* de Ana Isabel Sacristán Rock; *Epistemología y didáctica del álgebra. Educación matemática en ambientes computacionales*, de María Isabel Riestra Velásquez; *Pensamiento geométrico. Entornos Tecnológicos para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*, de Gonzalo Zubieta Badillo y *Entornos Tecnológicos en matemáticas y enseñanza de cálculo y análisis* de Hugo Rogelio Mejía Velasco (CINESTAV, 2010).

Por parte de Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey se cuenta con un portal llamado TEMOA que es un distribuidor de conocimiento que facilita un catálogo público y multilingüe de colecciones de Recursos Educativos Abiertos RAE que busca apoyar a la comunidad educativa a encontrar aquellos recursos y materiales que satisfagan sus necesidades de enseñanza y aprendizaje, a través de un sistema colaborativo de búsqueda especializado y herramientas sociales, (Temoa, 2010).

Por medio de este portal se tiene acceso a recursos que pueden ayudar en la tarea didáctica en los diferentes niveles educativos.

Podemos ver que inmersos en la sociedad del conocimiento se están creando sitios con Recursos Educativos Abiertos en los cuales constantemente se están creando y divulgando una gran cantidad de materiales de todo tipo donde se está usando la tecnología para la divulgación del conocimiento.

La idea es de motivar tanto alumnos como maestros de la Universidad Politécnica del Valle de México UPVM a integrarse y hacer uso de la tecnología en las ciencias exactas, particularmente en las matemáticas.

Con esta investigación se pretende demostrar que el uso de la visualización es una herramienta poderosa para la mejor comprensión de los conceptos matemáticos que debe ser explotada de mejor manera por los profesores y estudiantes dentro de las escuelas.

El mejoramiento de las condiciones materiales de las escuelas, de los equipos y sobre todo la capacitación que se haga de los profesores serán indispensables para aprovechar el potencial que ofrecen las nuevas técnicas didácticas y de las nuevas tecnologías.

2.2 Síntesis del capítulo

Se presentan ideas de diferentes artículos publicados referentes al concepto de visualización, se exponen diferentes definiciones de visualización, en qué consiste, primero como un concepto general y luego como una aspecto de la visualización matemática.

Se hace mención de las características del trabajo en la enseñanza de las matemáticas, las características de las nuevas tendencias y lo que se espera de los profesores que se dedican a este trabajo.

Se explican diversos conceptos relacionados con la visualización y se ejemplifican algunos casos donde puede ayudar a explicar algunos problemas matemáticos y cómo también su inadecuado uso puede llevar a errores importantes. También se mencionan ejemplos de en donde se puede aprovechar las tecnologías que ayudan a la visualización.

Se hace un recuento de lo que se pretende con la visualización, cuáles son sus alcances y sus límites, cómo el uso de las nuevas tecnologías han logrado incrementar lo que se puede hacer con la visualización y cómo ha logrado que sean más accesibles los conceptos a los estudiantes.

Finalmente se expone lo que están haciendo en el contexto nacional e internacional las Instituciones de Educación Superior tanto del sector público como privado en el desarrollo de proyectos tecnológicos relacionados con la visualización y la tecnología en la enseñanza de las matemáticas.

En un mundo globalizado la adopción de las tecnologías de la comunicación, primordialmente con el uso de Internet han dado un gran impulso a las llamadas Sociedades del Conocimiento, las cuales son generadoras, difusoras, promotoras de conocimiento, cada vez más instituciones se involucran en estas sociedades activamente lo cual se espera fomente mucho más el desarrollo de las sociedades.

Capítulo 3

Metodología

Introducción

Retomando la pregunta ¿La visualización a través del uso de las nuevas tecnologías favorece el aprendizaje de la trigonometría, la recta, la circunferencia y la parábola por parte de los alumnos de primer semestre de la carrera de ingeniería en informática? Se estableció la metodología adecuada para contestarla, se usarán las técnicas estadísticas para cuantificar las variables de esta muestra de 36 alumnos, se establecerá cuál es tipo aprendizaje es el predominante en los alumnos y se diseñaron una serie de instrumentos para establecer indicadores que muestren su nivel académico actual y posteriormente se volverán aplicar los instrumentos para determinar en qué medida se modificó o no la comprensión y los tipos de aprendizaje entre los alumnos en los temas señalados

Se realizó a través de cuestionarios y exámenes que se aplicaron en un primer momento, seguidos de una serie de actividades dirigidas enfocadas a utilizar la visualización haciendo uso de los recursos tecnológicos con los que cuenta la Universidad, para luego volver en un tercer momento a realizar cuestionarios y exámenes para poder medir los cambios que se presentaron.

3.1 Método de investigación

La elección del enfoque de esta investigación depende de cómo se planteó el problema, por lo tanto se retomó el objetivo. Evaluar si el uso de la visualización con las nuevas tecnologías favorece significativamente el aprendizaje de las gráficas; trigonométricas, la recta y cónicas.

El planteamiento fue formulado para realizarse como una investigación bajo el enfoque cuantitativo descriptivo y categórico, para ello se especificaron las

características del mismo. Se busca medir el fenómeno del uso de la visualización con las nuevas tecnologías en los temas de trigonometría, la recta y las cónicas en geometría analítica que forman parte de la materia de Matemáticas. Los partidarios del enfoque cuantitativo creen en realidad que el comportamiento de los seres humanos está determinado, sobre todo, por el sentido que dan en una situación (Giroux, 2002).

El enfoque cuantitativo busca en las ciencias humanas, la manera de abordar el estudio de los fenómenos que hacen hincapié en la medición y el análisis de datos con cifras (Giroux, 2002), y por lo tanto se vuelve un estudio descriptivo, que como ya se dijo, busca conocer el impacto de la visualización en el aprendizaje de los alumnos.

Por otra parte el enfoque cualitativo, en las ciencias humanas, es una manera de abordar el estudio de los fenómenos que hace hincapié en la comprensión (Giroux, 2002), en el estudio se registrará los cambios que se estén dando en el desarrollo de las clases con el uso de la tecnología. Las fases de la investigación se muestran en la tabla 3.

MOMENTO 1	MOMENTO 2	MOMENTO 3
<p>1. En este momento se aplicaría un cuestionario sobre la percepción del alumno acerca de la tecnología.</p> <p>2. Aplicar un examen sobre conocimientos previos para determinar si los grupos están en un nivel homogéneo y en caso necesario tomar las medidas para que esta no sea una variable que afecte el experimento.</p> <p>3. Aplicar un test sobre estilos de aprendizaje para determinar la cantidad de visuales y kinestésicos hay en el grupo.</p> <p>4. Aplicar el examen que evaluará la unidad didáctica pre-test.</p>	<p>1. Aplicación de actividades usando la tecnología en el aula.</p> <p>2. Observaciones en el aula.</p>	<p>1. En este momento se aplicaría un cuestionario sobre la percepción del alumno acerca de la tecnología.</p> <p>2. Volver a aplicar el test de estilos de aprendizaje para determinar si hubo algún cambio en el número de visuales y kinestésicos.</p> <p>3. Aplicar el examen que evaluará la unidad didáctica.</p>

Tabla 3. Desarrollo de las actividades, Tabla diseñada por la profesora Elvira Rincón.

3.2 Población y muestra

De acuerdo a los significados que maneja la Real Academia de la lengua Española, define población de la siguiente forma: “conjunto de los individuos o cosas sometido a una evaluación estadística mediante muestreo”, derivado de lo anterior para esta investigación se tiene una muestra que estará integrada por un grupo de 36 alumnos de nuevo ingreso a la Ingeniería en Informática en la UPMV. Las condiciones de aleatoriedad que tiene la muestra está cumplido ya que el investigador no tubo contacto ni influencia sobre las características de los alumnos que le fueron asignados en el grupo, aunque se sabe que los grupos son creados de la forma más plural posible ya que los únicos criterios para formar los grupos es el examen de admisión que se les aplica antes de su inscripción formal al cuatrimestre.

3.3 Instrumentos de estudio

El tema de investigación fue evaluar si el uso de la visualización con las nuevas tecnologías favorece significativamente el aprendizaje de las funciones trigonométricas, la recta y algunas cónicas.

Los instrumentos que se aplicaron son:

1. Cuestionario sobre la percepción de los alumnos sobre la tecnología en la escuela, Anexo A.

Este instrumento se aplicó al inicio del experimento y nos indicó cuál es el grado de aceptación que tiene la tecnología y cuál es su nivel de conocimiento en este campo para que en caso de que las diferencias entre alumnos hayan sido muy notables establecer algunas actividades para que todos puedan tener los recursos mínimos para el correcto desarrollo de las actividades de aprendizaje, en caso de que los alumnos que no tenían acceso a una computadora, se asignó un tiempo en los laboratorios de la escuela de forma

que ellos pudieran hacer uso de las computadoras en un horario específico, en caso de los alumnos que no sabían navegar en Internet o que no sabían utilizar algunos programas básicos como hojas de cálculo o procesadores de palabra, usar calculadoras o las computadoras, se les proporcionó cursos de nivelación en estos rubros.

2. Cuestionario de conocimientos previos, Anexo B.

Con el test de conocimientos previos se obtuvo información sobre las diferencias académicas en matemáticas que presentaron los alumnos, básicamente en los temas de trigonometría y geometría analítica, los alumnos ya habían cursado estos temas en su paso por el bachillerato, la idea es saber cuál es su dominio de los temas señalados. Se informó a los alumnos que este test no representa ninguna calificación sólo se trata de poder conocer el nivel que ya tiene para poder hacer ajustes, a través cursos o tareas especiales para nivelar a los alumnos que presenten mayores deficiencias y poder homogenizar el grupo.

3. Test VARK. Examen de evaluación temática, Anexo C.

El test VARK es una herramienta que nos ayuda a clasificar las características del tipo de aprendizaje que tiene los alumnos, este test se podía realizar en línea ya que está disponible en Internet, al final del experimento se volvió a contestar para verificar los cambios que presenten los alumnos en sus preferencias del tipo de aprendizaje una vez terminadas las actividades del curso.

4. Examen de evaluación temática, Anexo D.

El examen de evaluación de la unidad temática tenía un valor para la calificación del grupo, esta calificación era temporal por que este mismo examen se volvió a aplicar el momento 3 y modificó la calificación una vez que los alumnos hayan realizado las actividades con el uso de la tecnología.

5. Bitácora de registro de las actividades en clase.

En la bitácora se registraron los cambios que se reflejaron en la clase, como son el trabajo colaborativo, la calidad en entrega de trabajos, uso de la tecnología, etc.

6. Actividades con el uso de la tecnología.

Las actividades usando la tecnología es donde se detallaron las acciones que se llevaron a cabo para los temas de funciones trigonométricas, recta, circunferencia y parábola, en ellas se explicó detalladamente el software a utilizar, ya sea de la paquetería o la página de Internet a la que se debía acceder y en que momento, además de los ejemplos que se usarían, es decir es aquí donde se desarrolló la actividad usando la tecnología.

3.4 Categorías e indicadores

Las categorías que nos permitieron saber si la visualización influye en el aprendizaje son:

- Aceptación de la tecnología:
 - Se conoció el grado de aceptación y uso de la tecnología tanto en las clases que reciben o en la forma en que buscan información o en la que presentan sus trabajos y cuál es su disposición ante estas nuevas formas de trabajo o si prefieren trabajar de una forma “tradicional”.
 - Los indicadores de esta categoría fueron algunas de las preguntas del cuestionario sobre percepción sobre la tecnología.
- Uso de la tecnología
 - Se indagó cuál es su accesibilidad a la tecnología, es decir, si contaban con acceso a equipos de cómputo, calculadora, Internet, etc. principalmente fuera de la escuela, además si contaban con experiencia en el uso de estas tecnologías.
 - Los indicadores fueron nuevamente algunas preguntas del cuestionario sobre percepción sobre la tecnología y el desempeño durante el desarrollo de las actividades en el laboratorio de cómputo.

- Estilo de aprendizaje
 - Se examinará a través de un instrumento llamado test VARK, el cual está diseñado especialmente para medir cuál es el tipo de aprendizaje predominante en el grupo de estudio.
 - Los indicadores fueron los resultados que muestran el tipo de aprendizaje predominante en los alumnos, los cuales podían ser visual, kinestésico, auditivo o de lecto-escritura, es donde se verificó si existió un cambio luego de la realización de las actividades y la aplicación nuevamente del test VARK.
- Actitud en clase
 - Se registraron cuál habían sido las actitudes que presentaron los alumnos ante las actividades.
 - Los indicadores fueron la puntualidad, la participación en clase, el tiempo que dedican a las actividades, las actividades extra-clase que realizaron, la curiosidad, los comentarios y algunos otros que fueron difícilmente cuantificables pero que mostraron una actitud favorable o no ante las actividades.
- Desempeño en clase
 - Se registró cuál había sido el cambio en las calificaciones de los exámenes sobre los temas tratados, además del progreso en la solución de ejercicios de los temas expuestos y el progreso en el manejo del software en la graficación de los temas expuestos.
 - Los indicadores fueron las calificaciones de los exámenes de cada unidad temática, el índice de aprobación, la calidad en la entrega de las tareas y trabajos sobre el tema.
- Asimilación de conceptos
 - En esta categoría se pudo medir si existió una asimilación del conocimiento que se presentó, es decir, si el alumno asimiló los temas señalados.

- El indicador básico de la categoría fué la calificación de la unidad temática la cual se obtuvo con el examen de la unidad en un primer y tercer momento.

3.5 Técnicas de recolección de datos

Tras determinar que un enfoque de la investigación fue cuantitativo y por medio de una encuesta, se procedió a seleccionar como instrumento de recolección de datos, un sondeo bajo el esquema de cuestionario (Giroux, 2004).

La investigación debe tener una ética, como investigadores es indispensable tener principios para no sesgar la investigación a modo que los resultados favorezcan las hipótesis planteadas. Por eso se estableció un planteamiento y objetivos, así como el enfoque de recolección de datos.

Un aspecto que merece ser tratado éticamente y que dio garantías al éxito de esta investigación fue el relativo a los participantes, pues otorgaron información valiosa para la realización de la investigación, en realidad son la fuente primaria de este proyecto. Dentro de esta ética fue ineludible resguardar la información del participante en el proyecto y además se le informó a qué tipo de investigación ofrecieron su participación.

Trull y Phares (2003, p. 107) reafirman las razones ya expuestas argumentando, “Los investigadores informan a los participantes de cualquier riesgo e incomodidades, así como de limitaciones de la confidencialidad”. Además:

Los datos individuales y las respuestas de los participantes deberán ser confidenciales y protegidos del escrutinio público... aunque los resultados de la investigación por lo general están abiertos al público, se presentan de tal forma que nadie puede identificar los datos de un participante específico. (Trull y Phares, 2003, p. 107).

3.6 Aplicación de instrumento

El detalle de las actividades del momento 1 se describe en la tabla 4.

Nombre de la actividad y/o instrumento	Descripción de la actividad o instrumento	Acciones del alumno	Acciones del profesor	Categorías y/o indicadores a observar	Tiempo
Cuestionario sobre la percepción del alumno acerca de la tecnología.	Aplicación del cuestionario de opción múltiple de 13 preguntas. Anexo A	Contestar el cuestionario.	Proporcionar, aplicar y recolectar los datos que arroje el instrumento.	Grado de aceptación y cercanía con la tecnología.	En la primera semana de clases, duración de 20 min. Enero de 2010.
Examen sobre conocimientos previos.	Aplicación de un examen de conocimientos previos sobre matemáticas sin valor en la calificación. Anexo B	Contestar el examen.	Proporcionar, aplicar y calificar el examen.	Conocimiento de los alumnos sobre los temas de matemáticas.	En la primera semana de clases, aplicación 60 min. Enero de 2010.
Test sobre estilos de aprendizaje.	Aplicación del test en el laboratorio de cómputo o en su defecto en el salón de clase. Anexo C	Contestar el test en línea o en su defecto en papel.	Explicar la actividad y dar las instrucciones para contestar el test en línea o en su caso proporcionar el test en papel; Recolectar los datos.	Determinar los estilos de aprendizaje que tiene en este momento los alumnos.	En la segunda semana de clases en el laboratorio de cómputo duración de dos horas Enero del 2010.
Examen de unidad temática Trigonometría	Aplicación del examen de evaluación de la unidad con valor para la calificación, podrá ser modificada posteriormente. Anexo D	Contestar el examen.	Proporcionar y calificar los exámenes.	Conocimientos adquiridos sin el uso de la tecnología.	Cuarta semana de clases duración dos horas Febrero del 2010.
Examen de unidad temática Cónicas.	Aplicación del examen de evaluación de la unidad con valor para la calificación Anexo E	Contestar el examen.	Proporcionar y calificar los exámenes.	Conocimientos adquiridos sin el uso de la tecnología.	Décimo segunda semana de clases duración tres horas. Abril del 2010.

Tabla 4. Detalle de las actividades del Momento 1.

El detalle de las actividades del momento 2 en la Tabla 5

Nombre de la actividad y/o instrumento	Descripción de la actividad o instrumento	Acciones del alumno	Acciones del profesor	Categorías y/o indicadores a observar	Tiempo
Actividad de utilización del programa graphmatica.	Se explicará el uso del programa y la forma de obtener el mismo ya que es de uso público en su versión gratuita. Obtenerlo de Internet.	Conocer el programa y si es posible obtener el programa y cargarlo a sus equipos personales.	Explicar el uso de programa, su acceso, su obtención y sus limitantes.	Participación, interés, asistencia y destreza en el uso de la tecnología.	En la tercera semana duración dos horas Enero del 2010.
Actividad de funciones trigonométricas.	Utilizando el programa Graphmatica se manipularán las funciones trigonométricas básicas para la comprensión del dominio, contradominio, amplitud y periodo de las funciones trigonométricas. Anexo F	Utilizando el programa se manipularán funciones trigonométricas para conocer su comportamiento.	Dirigir la actividad y exponer las funciones a manipular, aclarar dudas sobre el uso del programa y el comportamiento de las gráficas.	Interés, facilidad para seguir instrucciones, destreza en el uso de la tecnología, creatividad.	En la tercera semana dos secciones de dos horas Enero del 2010.
Actividad de graficación de la recta.	Utilizando el paquete graphmatica se expondrá el tema de la grafica la de la recta. Anexo G	Manipular los parámetros de la ecuación de la recta como son la pendiente, ordenada al origen, inclinación, etc. para conocer el comportamiento de la gráfica de la recta.	Explicar la ecuación de la recta en sus diferentes representaciones y auxiliar en el uso del programa.	Trabajo colaborativo, uso de la tecnología y asimilación de las características de la recta.	Durante la décimo primer semana duración dos horas Mayo del 2010.
Actividad de graficación de la circunferencia.	Utilizando el paquete graphmatica se expondrá el tema de la grafica de la circunferencia. Anexo H	Manipular los parámetros de la ecuación de la circunferencia como son el centro ubicado en el origen o fuera de él y el radio para conocer el comportamiento de la gráfica de la circunferencia	Explicar la ecuación de la circunferencia en sus diferentes representaciones y auxiliar en el uso del programa.	Trabajo colaborativo, uso de la tecnología y asimilación de las características de la recta.	Durante la décimo primer semana duración dos horas Abril del 2010.

		inclusive determinar el caso de una circunferencia imaginaria.			
Actividad de graficación de la parábola.	Utilizando el paquete graphmatica se expondrá el tema de la grafica de la parábola. Anexo I	Manipular los parámetros de la parábola como el vértice ubicado en el origen o fuera de él, foco, lado recto, parámetro, etc. para conocer el comportamiento de la gráfica de la recta.	Explicar la ecuación de la parábola en sus diferentes representaciones y auxiliar en el uso del programa.	Trabajo colaborativo, uso de la tecnología y asimilación de las características de la recta.	Durante la décimo primer semana duración dos horas Mayo del 2010.
Actividad de graficación de la elipse e hipérbola.	Utilizando el paquete graphmatica se expondrá el tema de la grafica la elipse y de la hipérbola. Anexo J	Manipular los parámetros de la elipse y de la hipérbola como los vértices, los focos, la excentricidad, etc. para conocer el comportamiento de la gráfica de la elipse y de la hipérbola.	Explicar las ecuaciones de la elipse y de la hipérbola en sus diferentes representaciones y auxiliar en el uso del programa.	Trabajo colaborativo, uso de la tecnología y asimilación de las características de la recta.	Durante la décimo primer semana duración dos horas Abril del 2010.

Tabla 5. Detalle de las actividades del momento 2.

El detalle de las actividades del momento 3 en la tabla 6.

Nombre de la actividad y/o instrumento	Descripción de la actividad o instrumento	Acciones del alumno	Acciones del profesor	Categorías y/o indicadores a observar	Tiempo
Cuestionario sobre la percepción del alumno acerca de la tecnología.	Aplicación del mismo cuestionario de opción múltiple de 13 preguntas. Anexo A	Contestar el cuestionario.	Proporcionar, aplicar y recolectar los datos que arroje el instrumento.	Grado de aceptación, cercanía con la tecnología y comparar los resultados con los registrados a principio del curso.	En la última semana de clases, la aplicación dura alrededor de 20 min. Abril de 2010.
Test sobre estilos de aprendizaje.	Aplicación del test en el laboratorio de cómputo. Anexo C	Contestar el test en línea.	Explicar la actividad y dar las instrucciones para contestar el test en línea o en su caso proporcionar el test en papel; Recolectar los datos.	Determinar los estilos de aprendizaje que tiene en este momento los alumnos y comparar los resultados con los registrados a principio del curso.	En la última semana de clases en el laboratorio de cómputo Abril de 2010.
Examen de unidad temáticas Trigonometría.	Aplicación del examen de evaluación de la unidad con valor para la calificación, en caso de ser mejor podrá ser modificar la anterior. Anexo D	Contestar el examen.	Aplicar y calificar los exámenes. En su caso modificar la calificación.	Conocimientos adquiridos sin el uso de la tecnología.	Sexta semana de clases duración dos horas Febrero del 2010.
Examen de unidad temáticas Cónicas.	Aplicación del examen de evaluación de la unidad con valor para la calificación, en caso de ser mejor podrá ser modificar la anterior. Anexo E	Contestar el examen.	Aplicar y calificar los exámenes. En su caso modificar la calificación.	Conocimientos adquiridos sin el uso de la tecnología.	Décimo segunda semana de clases duración dos horas Abril del 2010.

Tabla 6. Detalle de las actividades del momento 3.

3.7 Captura y análisis de datos

Los datos se recopilaron en una base de datos de Excel, para su análisis y para su presentación a través de la elaboración de los gráficos, el tipo de gráficas que se elaboraron fueron de sectores y de columnas, dentro del análisis se calcularon las medidas de tendencia central: media aritmética, moda y mediana; las medidas de dispersión: los rangos, varianzas y desviaciones estándar con estos datos se pudo diseñar la prueba de hipótesis y se pudo sustentar las conclusiones.

3.8 Conclusión del capítulo

En este capítulo se han descrito a la muestra y se estableció cuál fue la metodología adecuada, es decir, se han descrito los instrumentos que se aplicaron para determinar si existió un cambio en la asimilación de los conocimientos al utilizar la visualización con el uso de la tecnología, algunos instrumentos descritos sirvieron para determinar las características del grupo, desde su percepción del uso de la tecnología, sus habilidades y acercamiento a la misma, el nivel de conocimientos matemáticos, sus modos de aprendizaje y finalmente se describen cuáles fueron los instrumentos para evaluar el conocimiento de los alumnos y los cambios que se encontraron.

Capítulo 4

Resultados

Introducción

En este capítulo se exponen los resultados de los instrumentos que se describieron en el capítulo anterior, se mostraron cuáles son las características generales del grupo, sus formas de aprendizaje en un primer momento y si existió alguna variación con al momento final de las actividades, además se estableció si existieron modificaciones a la asimilación de los conocimientos en los temas específicos una vez realizadas las actividades y en que medida, también se registraron los posibles cambios de actitud por parte de los alumnos ante estas formas diferentes de enfrentar los temas matemáticos.

4.1 Instrumentos de investigación

Tras determinar que el enfoque de la investigación debía ser cuantitativo y se aplicaron una serie de instrumentos descritos en el capítulo 3.

Considerando los objetivos de investigación, se buscó un análisis al menos descriptivo, es decir, se obtuvieron una serie de datos numéricos que permitieran dar respuesta al planteamiento del problema.

4.2 Ética de la investigación

La investigación debe tener una ética, como investigador es indispensable tener principios para no sesgar o direccionar la investigación a modo que los resultados favorezcan las hipótesis planteadas. Por eso se establece un planteamiento y objetivos, así como el enfoque de recolección de datos.

Un aspecto que mereció ser tratado éticamente y que garantizaría el éxito de la investigación es el relativo a los participantes, pues están otorgando información valiosa para la realización de la investigación, en realidad son la fuente primaria de este proyecto.

Dentro de esta ética es ineludible resguardar la información del participante en el proyecto y además informarle a qué tipo de investigación está ofreciendo su participación.

Entonces, primero se le dio un documento de consentimiento, en dónde se informo al el participante estaba participando en una trabajo de investigación e informándole el tipo de cuestionario que contestaría. Trull y Phares dicen “La buena práctica ética, al igual que los requisitos legales, demanda que los participantes den su consentimiento informado formal, por lo general por escrito, antes de participar en una investigación”. (2003, p. 107).

Trull y Phares (2003, p. 107) reafirman las razones ya expuestas argumentando, “Los investigadores informan a los participantes de cualquier riesgo e incomodidades, así como de limitaciones de la confidencialidad”.

4.3 Resultados de instrumentos iniciales

El presente apartado da cuenta de la información obtenida en los instrumentos aplicados en la investigación.

El análisis inicia con una descripción general de la muestra, estos datos se concentran en la Tabla 7. La distribución entre sexos de los alumnos en la Figura 13.

Total de alumnos:	36
Media de la Edad :	20.1 años
Desviación Estándar:	1.25
Rango:	5 años

Tabla 7. Datos generales de la muestra.



Figura 13. Clasificación por sexo de los alumnos del grupo de estudio.

4.3.1. Resultados del instrumento Cuestionario VARK

El cuestionario VARK tiene como propósito el conocer acerca de las preferencias para trabajar con información. Este instrumento fue diseñado por Neil D. Fleming, profesor de la Universidad Lincon de Nueva Zelanda, (VARK, 2009) la versión electrónica de este instrumento se encuentra en la dirección: <http://www.vark-learn.com/english/index.asp>. Los resultados de dicho cuestionario se presentan en la Figura 14.

Este instrumento fue aplicado a 36 estudiantes, quienes podían seleccionar más de una opción en sus respuestas, observamos que el aprendizaje kinestético es el predominante, estos resultados se contrastan con el segundo gráfico de la Figura 13 que muestra los resultados del mismo cuestionario aplicado al final del estudio. Se muestra que el aprendizaje visual aumentó un 11%; los auditivo y lecto-escritura se mantuvieron casi sin variación y la notable disminución del aprendizaje kinestético en 10 puntos porcentuales, existe una modificación importante en este punto, con el aumento del aprendizaje visual, es de esperar que si se realizan más actividades apoyadas en la visualización en otros temas no forzosamente matemáticos este cambio sea aun mayor.

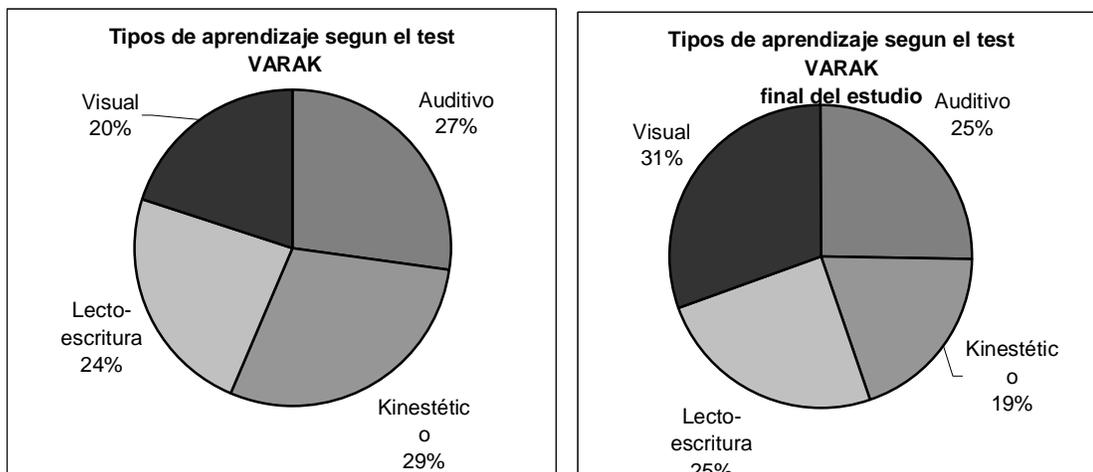


Figura 14. Tipos de aprendizaje obtenidas por el cuestionario VARK al inicio y al final del estudio.

4.3.2. Resultados del instrumento Percepciones de la tecnología.

Se aplicó un cuestionario a cerca de la percepción sobre la tecnología que tenían los alumnos, los resultados de las respuestas se presentan en las figuras 15 a 26, los indicadores fueron:

1. Totalmente de acuerdo.
2. Parcialmente de acuerdo.
3. Indiferente.
4. Parcialmente en desacuerdo.
5. Totalmente en desacuerdo.

Se presentan a continuación los resultados en los dos distintos momentos de aplicación del cuestionario, al inicio y al final del estudio a través de gráficas de sectores, con la idea de contrastar los resultados y concluir en qué forma se modificó la percepción que tenían los alumnos sobre la tecnología, en los casos en que no se seleccionó alguna de las opciones de respuesta se eliminó de la gráfica para hacerla más comprensible. En cada caso se presenta la gráfica del primer momento a la izquierda y del momento final a la derecha.

Pregunta 1. “*Estoy familiarizado con el uso de la computadora*” Inicialmente se observa que la mayoría de los estudiantes están muy o parcialmente familiarizados con el uso de la computadora, lo cual era esperado ya que cursan la carrera de Informática. Al final se manifiesta que ya nadie permanece indiferente al uso de la computadora. Es un hecho que el uso de las computadoras se ha extendido en la población estudiantil, se le considera una herramienta indispensable ya sea por su facilidad para realizar trabajos o por ser un excelente medio para obtener información y de comunicación, por lo cual los alumnos están en cierta forma obligados a su utilización.

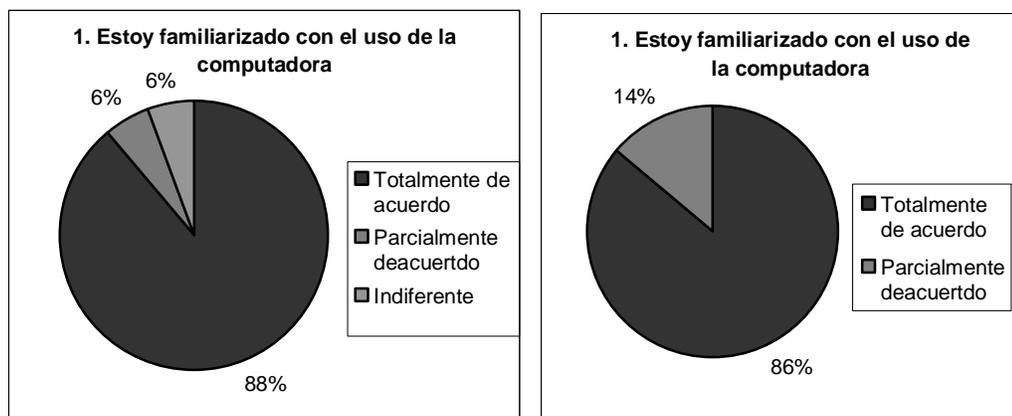


Figura 15. *Estoy familiarizado con el uso de la computadora.*

Pregunta 2. “*Tengo un buen manejo de la hoja de cálculo, por ejemplo excel*” Inicialmente una tercera parte dice tener un buen manejo de hojas de cálculo y poco más de la mitad lo maneja parcialmente bien, una parte pequeña de los alumnos no lo maneja. Al final poco menos de la mitad alumnos tienen un buen manejo de la hoja de cálculo pero también creció la indiferencia de algunos alumnos. Los alumnos han comprobado las bondades de las hojas de cálculo, su facilidad de uso, el que sea muy popular hace que los alumnos que no lo conocían o que no lo usaban, se estén interesando en ellas al menos básicamente en el uso de fórmulas; en los formatos para la presentación de informes o al usar sus aplicaciones más elaboradas como son el diseño de macros, graficación, bases de datos, tablas dinámicas, etc.

Aunque la indiferencia de algunos alumnos se debe a que están más interesados por otro tipo de aplicaciones como es la programación o la simulación y consideran que las hojas de cálculo están enfocadas primordialmente a lo administrativo.

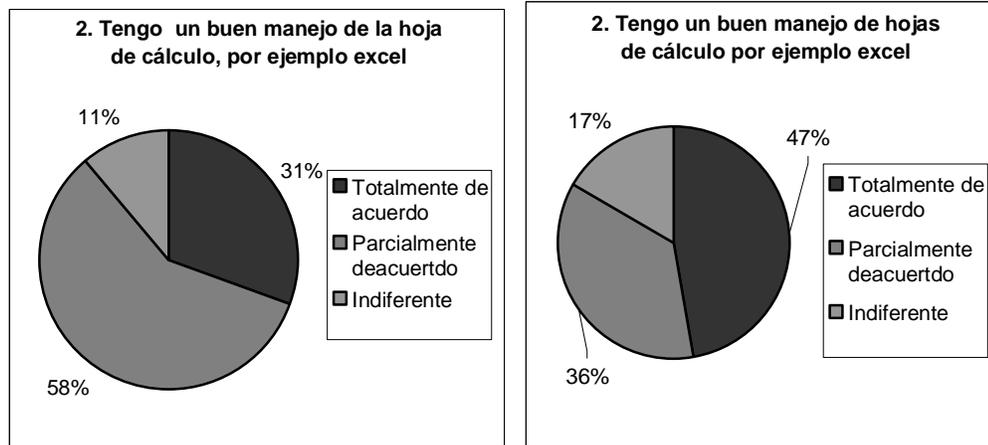


Figura 16. Tengo un buen manejo de la hoja de cálculo, por ejemplo excel.

Pregunta 3. “Tengo un buen manejo en la construcción de presentaciones, por ejemplo power point” La mitad de los alumno manejan bien las presentaciones, al final del experimento verificamos que prácticamente más del 97% lo maneja bien o parcialmente bien.

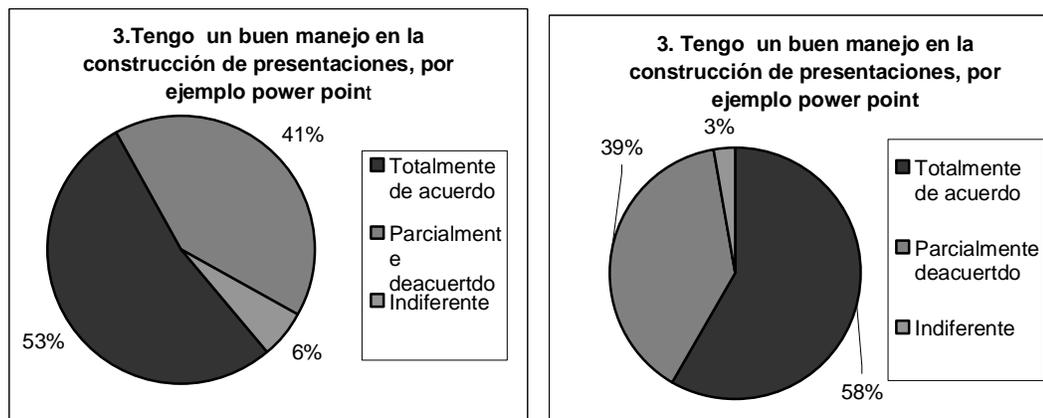


Figura 17. Tengo un buen manejo en la construcción de presentaciones, por ejemplo power point.

Pregunta 4. “Tengo acceso a una computadora fuera de la escuela” Casi todos los alumnos tienen acceso a computadoras fuera de la escuela y esto se mantiene igual al fin

de la investigación, es pertinente mencionar que todos los alumnos cuentan con este servicio dentro de la Universidad, por lo cual concluimos que el acceso a la tecnología no es un problema en este grupo.

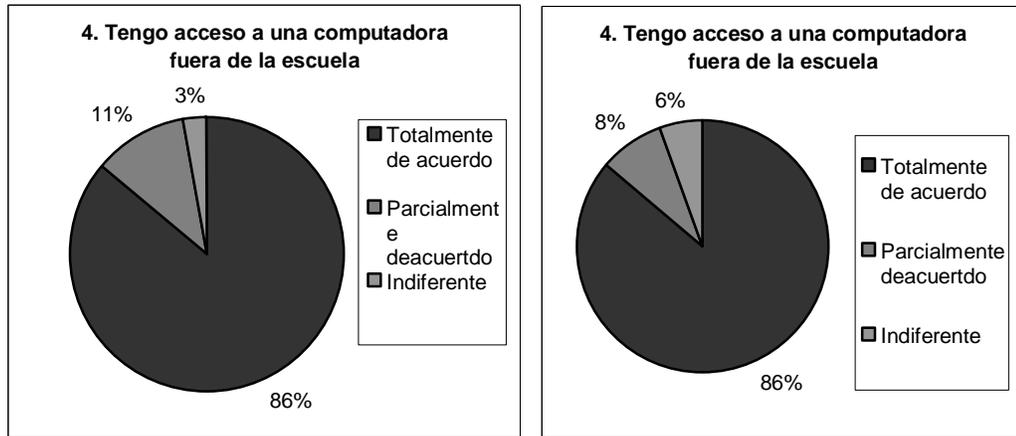


Figura 18. Tengo acceso a una computadora fuera de la escuela.

Pregunta 5. “Tengo acceso a Internet fuera de la escuela” La gran mayoría tiene acceso al servicio de Internet fuera de la escuela, aunque este servicio lo otorga la Universidad en cualquier zona del campus. Para indagar más en esta pregunta se les preguntó a los alumnos por qué dejaron de tener acceso al Internet fuera de la escuela y su respuesta fue que cancelaron el servicio ya que no podían seguir pagándolo.

Esto es una muestra de que la situación económica de los alumnos de esta comunidad se ha visto afectada recientemente, como se ha mencionado el nivel económico de la población es media baja y baja, el servicio de Internet en sus domicilios implica una erogación económica importante que no siempre ha podido ser solventada por los padres de familia ya que se ha presentado un fenómeno de desempleo o de subempleo en la zona, el servicios de Internet no es visto como prioritario ya que sólo es utilizado por los estudiantes de la familia pero el resto de los integrantes, principalmente los de mayor edad, no lo utilizan.

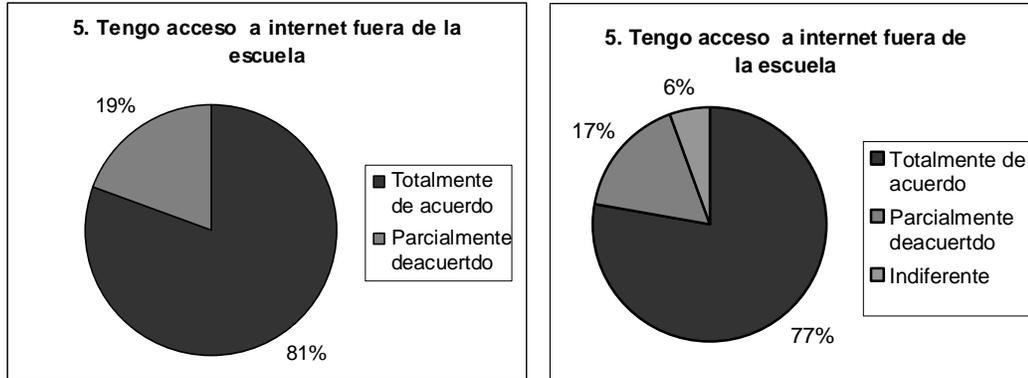


Figura 19. Tengo acceso a Internet fuera de la escuela.

Pregunta 6. “Uso el correo electrónico” Todos los alumnos usan el correo electrónico normalmente. Aunque a través del ciclo escolar algunos dejaron de hacerlo por ya no tener acceso tan fácil a Internet.

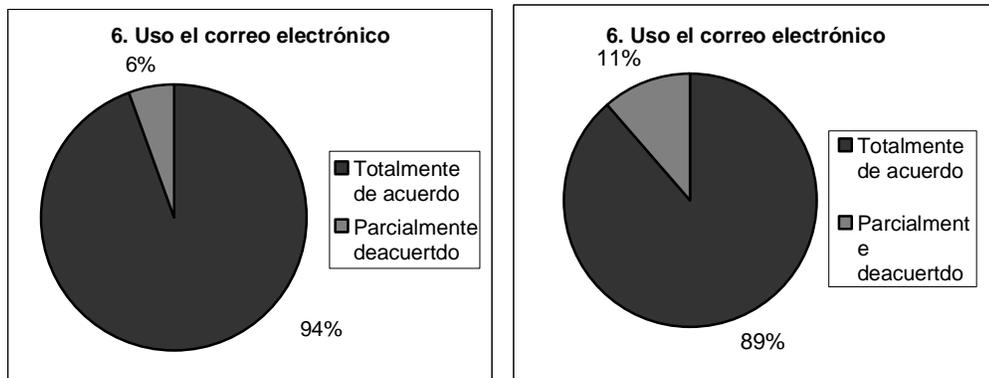


Figura 20. Uso el correo electrónico.

Pregunta 7. “Uso páginas de chat (msn) o páginas personales como facebook” El uso de páginas personales es muy común entre los alumnos inicialmente, en el segundo gráfico se observa que el uso de páginas personales se incrementó significativamente.

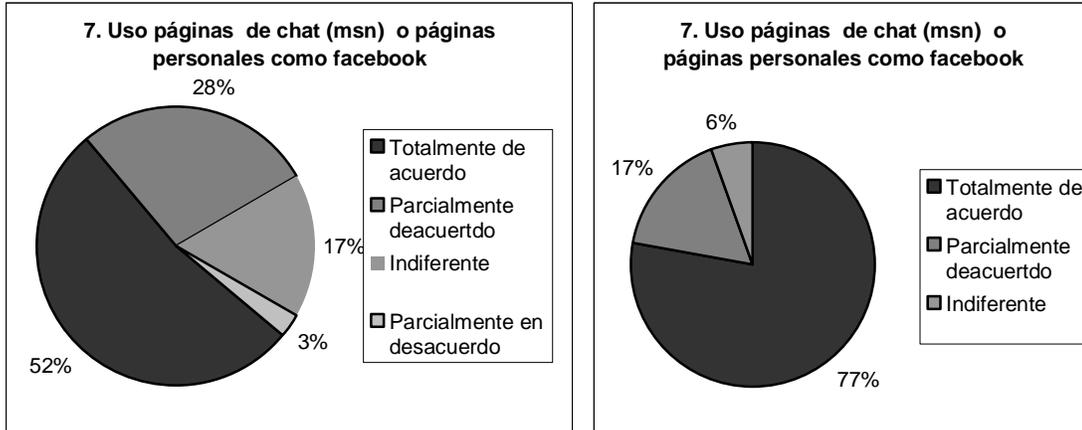


Figura 21. Uso páginas de chat (msn) o páginas personales como facebook.

Pregunta 8. “La gran mayoría de los trabajos y/o tareas los hago en la computadora” Cerca del 88% de los alumnos utiliza comúnmente la computadora en la realización de sus tareas, esto se mantiene a través del periodo.

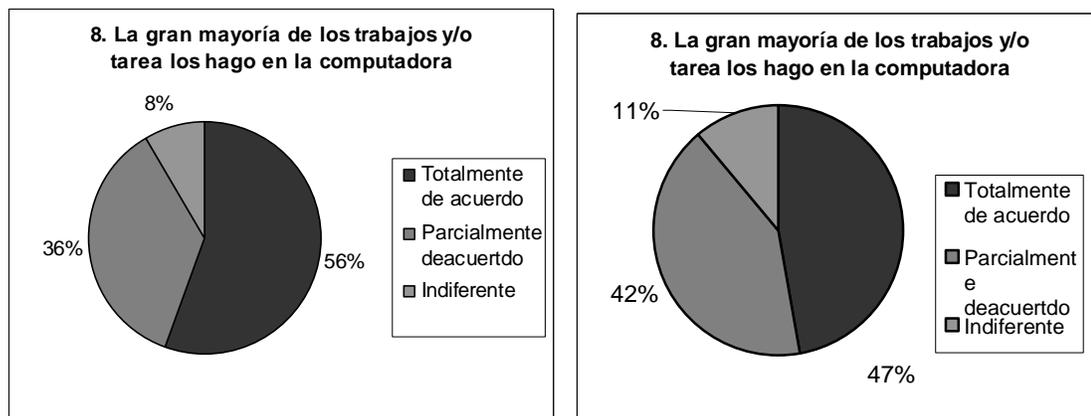


Figura 22. La gran mayoría de los trabajos y/o tareas los hago en la computadora.

Pregunta 9. “Uso regularmente la calculadora científica en mis clases de matemáticas”. Nuevamente la mayoría de los alumnos usa la calculadora en las clases de matemáticas y esto se mantiene constante durante el periodo de estudio.

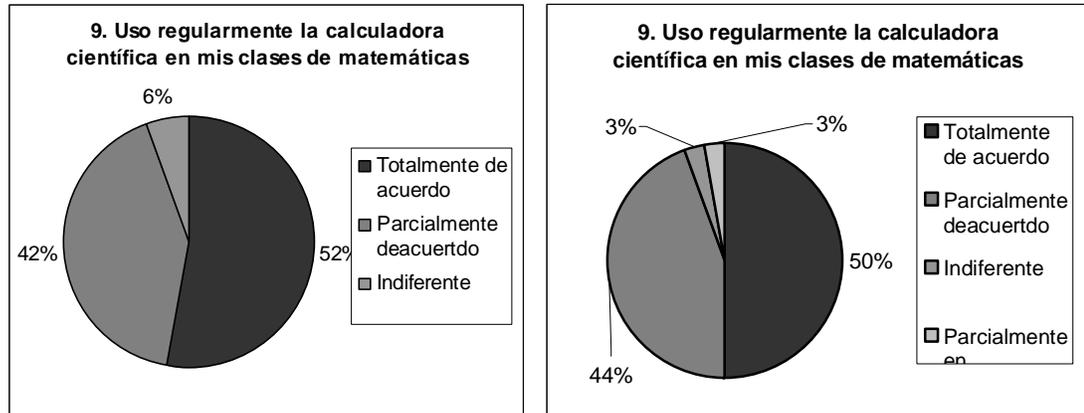


Figura 23. Uso regularmente la calculadora científica en mis clases de matemáticas.

Pregunta 10. “Mis profesores anteriores usaban la computadora para enseñar algún tema de matemáticas” Aquí observamos que menos de la mitad de los profesores anteriores usaban la computadora comúnmente para la exposición de sus clases el 39% lo hacían, prácticamente la totalidad de los alumnos provienen de escuelas públicas y pocas son las que cuentan con los recursos tecnológicos o humanos para exponer clases utilizando la computadora por lo cual esta forma de presentar algunas clases es una novedad para muchos alumnos.

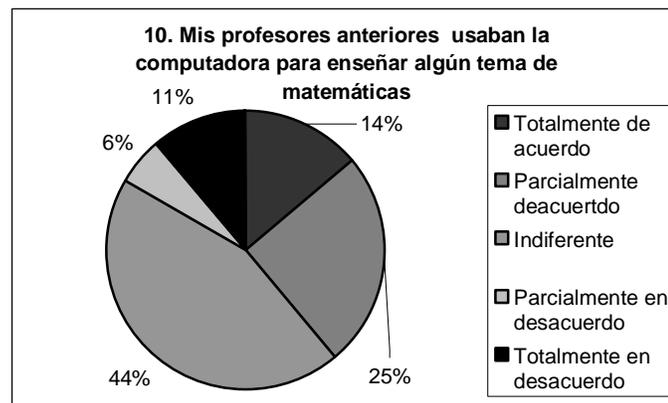


Figura 24. Mis profesores anteriores usaban la computadora para enseñar algún tema de matemáticas.

Pregunta 11. “Creo que el uso de la tecnología puede ayudarme a comprender de mejor manera los temas de matemáticas” La mayoría de los alumnos piensa que el uso de la tecnología puede ayudarlos a comprender los temas de matemáticas, lo cual representa una gran oportunidad pues es una motivación especial, al presentar de formas alternativas

los temas, esto crea un espíritu de innovación, de novedad lo cual se debe ser aprovechado para alcanzar los objetivos educativos.

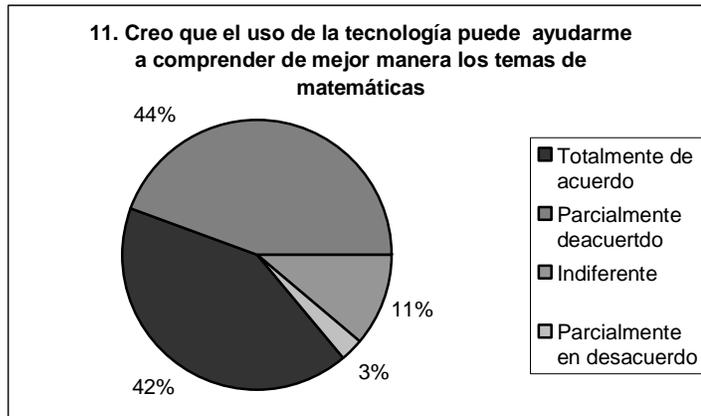


Figura 25. Creo que el uso de la tecnología puede ayudarme a comprender de mejor manera los temas de matemáticas.

Pregunta 12. “He utilizado algún paquete graficador matemático” Esta es la pregunta que presentó la mayor variedad en cuanto a sus respuestas donde se nota que una mínima parte de ellos ha usado paquetes graficadores matemáticos, al final esto se incrementó pero aún así no todos lo han hecho a pesar de las actividades sugeridas, esto corresponde a que no todos los alumnos han sido constante en el curso y no han participado en todas las actividades programadas.

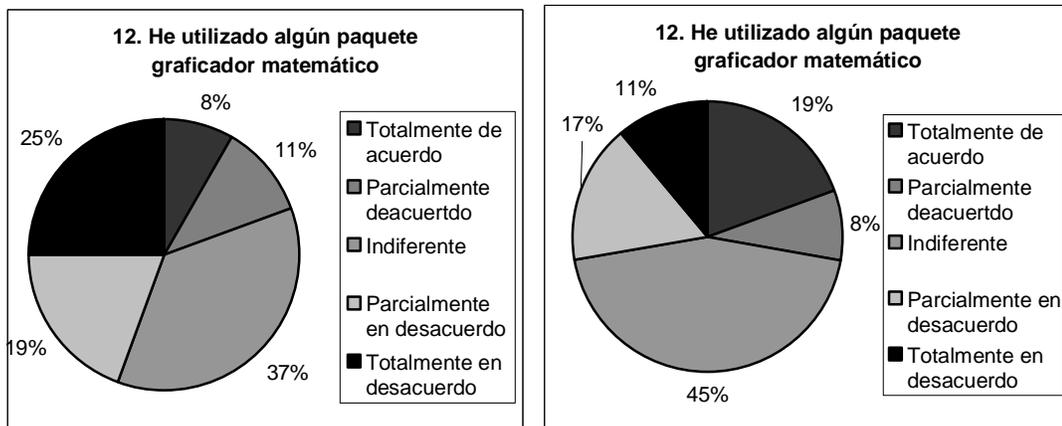


Figura 26. He utilizado algún paquete graficador matemático.

Pregunta 13. En esta pregunta consiste en saber *¿Cuántas horas usas la computadora de lunes a viernes y los fines de semana?* El promedio de horas diarias de lunes a viernes paso de 1.5 hrs. a 2.33; los fines de semana de 2 hrs. a 2.17 hrs. con lo cual se nota un incremento en el uso de la computadora, de este tiempo en la computadora el 55% es para realizar trabajos de la escuela, el resto del tiempo se utiliza en comunicarse con sus contactos, intercambiar archivos o en entretenimientos como videos o juegos en línea.

En general podemos concluir que no existe problema en cuanto al acceso a la tecnología, que se tiene un aceptable conocimiento en cuanto a los programas más populares como son las hojas de cálculo, procesadores de texto o presentaciones, pero los programas especializados, al menos en matemáticas, específicamente los paquetes graficadores no son tan comunes.

Es importante mencionar que a pesar de que algunos alumnos cancelaron sus conexiones a Internet por no poder seguirlos pagando, el tiempo de uso de la computadora se incrementó en más de una hora diaria. Es claro que existe una actitud favorable por parte de los alumnos, las condiciones para trabajar con la visualización si bien no son las óptimas, presentan un nivel aceptable para el desarrollo de estas actividades, es decir existen las condiciones materiales, por lo cual se debe hacer un uso adecuado de la tecnología, planificando y desarrollando actividades con objetivos claros para provocar una mejor asimilación de los conocimientos matemáticos.

En la educación nivel superior se están haciendo propuestas interesantes en estos rubros, hay que asimilarlas y desarrollar las propias según las condiciones particulares de cada región.

4.3.3. Resultados del Examen de exploración

Se aplicó un examen de exploración de los temas de trigonometría y geometría analítica, este examen no forma parte de la calificación, su objetivo era conocer el nivel general del grupo para establecer algún tipo de asesorías individuales para lograr una

estandarización del grupo, se aplicó a 36 alumnos, como lo muestra la Tabla 7, la calificación mínima fue cero en ambos casos, la calificación máxima en el caso de geometría fue de 8.0; en el caso de trigonometría fue 9.0, la calificación mínima aprobatoria en la escuela es de 7.0, los promedios fueron de 4.83 y 3.39 en trigonometría y geometría respectivamente, podemos ver que el nivel del grupo no era satisfactorio, por lo cual se concluyó que sería necesario implementar las asesorías.

Los resultados del examen se presentan en la Tabla 7 y en la figura 27. Fue notorio que en el caso de trigonometría existe gran confusión en el uso de las funciones recíprocas, cotangente, secante y cosecante, un inadecuado uso de las leyes de los senos y cosenos, pocos alumnos pudieron expresar correctamente el dominio de las funciones trigonométricas aunque en las funciones trigonométricas básicas en el triángulo rectángulos se presentó un conocimiento aceptable, en el caso de los temas de geometría en general lo que se refiere a la recta incluyendo paralelismo y perpendicularidad fue aceptable, pero lo que se refiere a las cónicas existieron muchas deficiencias, por ejemplo no logran distinguir entre la ecuación de la hipérbola con la de la elipse, no se identifica qué tipo de cónica se trata cuando se presenta una ecuación general de segundo grado ni cómo afecta el cambio de parámetros a la gráfica de la circunferencia o parábola.

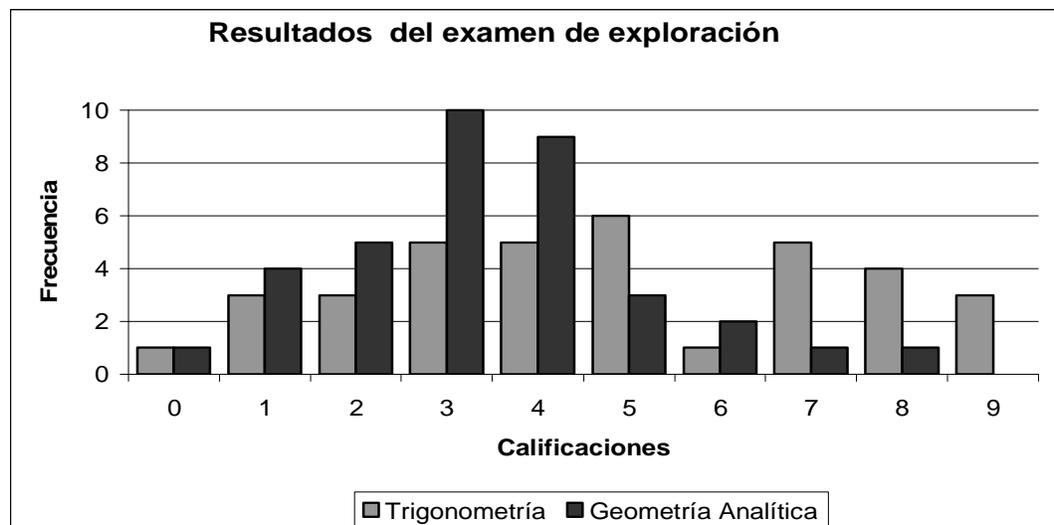


Figura 27. Resultados del examen de exploración.

Estadístico	Trigonometría	Geometría Analítica	Total
Media	4.83	3.39	4.11
Mediana	5.00	3.00	4.00
Moda	5.00	3.00	3.00
Desviación estándar	2.52	1.70	2.27
Valor máximo	9	8	9
Valor mínimo	0	0	0
Rango	9	8	9

Tabla 7. Concentrado de los resultados del examen de exploración de trigonometría y geometría analítica.

4.4 Desarrollo de las actividades.

El desarrollo de la actividad: Gráficas de las funciones trigonométricas, Anexo F, se presentó sin mayor contratiempo, se siguieron las actividades conforme a lo previsto, se presentaron algunas dificultades fácilmente subsanadas en el momento de ingresar a los programas o en el momento de ingresar los datos. Existió una gran expectativa y se aprovechó la motivación que existe al presentar un tema de forma diferente, el simple hecho de cambiar físicamente del salón de clase y pasar al laboratorio crea un ambiente de novedad. El trabajo colaborativo se presentó entre los alumnos que tienen mejor manejo de las computadoras y los que no lo tienen. Se destaca que después de interactuar con los paquetes, el determinar el comportamiento de una gráfica trigonométrica fue correcto, los alumnos ya podían anticipar lo que sucedería en una gráfica al modificar los parámetros, de esta forma podían comprender fácilmente las características primordiales de dichas funciones. Los conceptos como periodo y amplitud fueron comprendidos al poder ver cómo se modifican en la pantalla al momento de cambiar los parámetros de la función; el rango también fue mejor entendido al poder ver entre cuáles

valor fluctúan y se estableció la necesidad de limitar el dominio, los alumnos comprendieron que las funciones trigonométricas, con excepción de seno y coseno, no son funciones continuas, que se presentan “saltos” periódicamente como por ejemplo en el caso de la tangente cada $\pm 2\pi$ a partir de $\frac{\pi}{2}$.

Los alumnos señalaron que este fenómeno se presenta en las otras funciones. Aquí destacamos que la comprensión alcanzada mediante procesamiento de información visual y la que se consigue por medio de procedimientos analíticos se complementan, por lo que el aprendizaje debe lograrse integrando ambos tipos de códigos, en esta actividad fue precisamente lo que se realizó.

Es importante señalar que el ahorro de tiempo al ver una gráfica en la pantalla en contra de trazar una gráfica en el papel hace que se puedan analizar una gran cantidad de variantes, inclusive se hace posible graficar una curva sobre otra en corto tiempo y con diferentes colores, de tal suerte que los alumnos pueden llegar a conclusiones firmes y concretas sobre el comportamiento de dichas gráficas. Como se había establecido anteriormente la capacidad para visualizar cualquier concepto matemático, requiere habilidad para interpretar y entender información figurativa sobre el concepto, manipularla mentalmente y expresarla sobre un soporte material, esto se logra en forma inmediata con el uso de los paquetes de graficación.

Podemos ver que la visualización en la educación facilita la construcción de modelos mentales, el reto es diseñar visualizaciones para propósitos y poblaciones específicas para el uso en el ambiente educativo, ya que la combinación de visualizaciones orientadas al contenido con los principios del aprendizaje conduce a experiencias educacionales efectivas, que es precisamente lo que pretendía hacer.

Los programas y páginas propuestas en la actividad son un software libre, por lo tanto se invitó a los alumnos a obtenerlos del Internet para que pudieran experimentar con más gráficas en casa y los que no tiene esa ventaja saben que pueden utilizar el

software en las instalaciones de la escuela. Las páginas de Internet a las que se acceso presentaron un pequeño inconveniente para algunos alumnos por el hecho de estar escritas en inglés aunque reconocieron que son una gran ayuda.

Otro ejemplo fue el caso de la página que está en la dirección: <http://www.ies.co.jp/math/java/trig/ABCsinX/ABCsinX.html> la cual traza la gráfica de la función seno, tiene una opción de una animación, automáticamente se puede observar el movimiento de la gráfica, esta página es muy sencilla pues al cambiamos los parámetros a , b , c de la función $y = a \sin b(x - c)$ se grafica al instante y se puede observar la transformación de la gráfica de la función. Las otras páginas de Internet son muy similares, en la actividad correspondiente se indicó cuál página usar para cada función, lo destacado aquí es que esto provocó que algunos alumnos se dieran a la tarea de investigar otras páginas que hicieran cosas similares, es decir, se logró despertar la curiosidad en algunos alumnos, nuevamente existe una motivación.

Con el uso de las páginas fue posible que el trabajo se realizara en cualquier lugar donde ellos tuvieran el acceso a Internet incluso en el salón normal de clase se presentó una proyección de la página fuera del laboratorio de cómputo y se realizó la manipulación de los parámetros.

El desarrollo de las actividades: Gráfica de la recta, circunferencia y parábola, Anexos G, H, I, se desarrollaron en un total de 8 sesiones de 2 horas cada una. Con el antecedente de la actividad de las gráficas trigonométricas la implementación de estas actividades fue más sencillo, como estos temas se han visto en el salón de clase los alumnos sólo tuvieron que seguir al pie de la letra las actividades que se les proporcionaron y ellos mismos las fueron desarrollando, siempre con la supervisión y apoyo del docente, en algunos casos, como en las circunferencias de radio imaginario se explicó cuál es la razón de que no se puedan graficar.

Por otro lado, al combinar rectas con circunferencias se explicó cuáles son las condiciones para determinar si una recta es ajena, tangente o secante a una circunferencia

de forma algebraica, al poder modificar fácilmente los parámetros de las ecuaciones en la pantalla la explicación resultó sencilla, ayudando al alumno a transitar de lo algebraico a lo gráfico y viceversa.

La visualización facilita la construcción de modelos mentales y podemos confirmar que la habilidad de visualizar que estableció Zimmermann (1998) en sus cinco categorías que considera objetivos de aprendizaje se logran.

A pesar de que los alumnos están trabajando adecuadamente con el graficador y las actividades diseñadas para este experimento, algunos se han dado de baja o simplemente ya no se han presentado al salón, la falta de asistencia de algunos alumnos provoca un problema importante ya que pierden la continuidad del trabajo que se está realizando y retrasan al resto de la clase al intentar ponerse al corriente.

4.5 Resultados de los exámenes que evaluaron las unidades temáticas.

Los exámenes que evaluaron las unidades temáticas se aplicaron antes y después de realizar las actividades, se aplicó a 36 alumnos, las calificaciones del primer examen forma parte de su evaluación, pero estas fueron modificadas con el segundo examen. Las calificaciones de los exámenes, Anexos D y E, se presentan en la Figura 28, es notable el cambio en el promedio de calificaciones del grupo, en el caso de trigonometría se logró un incremento de 1.78 puntos; en el caso de geometría el incremento fue de 2.84 puntos. Haciendo un comparativo individualizado tenemos que: En el caso de trigonometría 28 alumnos mejoraron su calificación, 1 mantuvo la misma y 14 la empeoraron. En el caso de Geometría analítica 33 alumnos mejoraron, 2 se mantuvieron y solo 8 empeoraron su calificación, esto se muestra en la Figura 29.

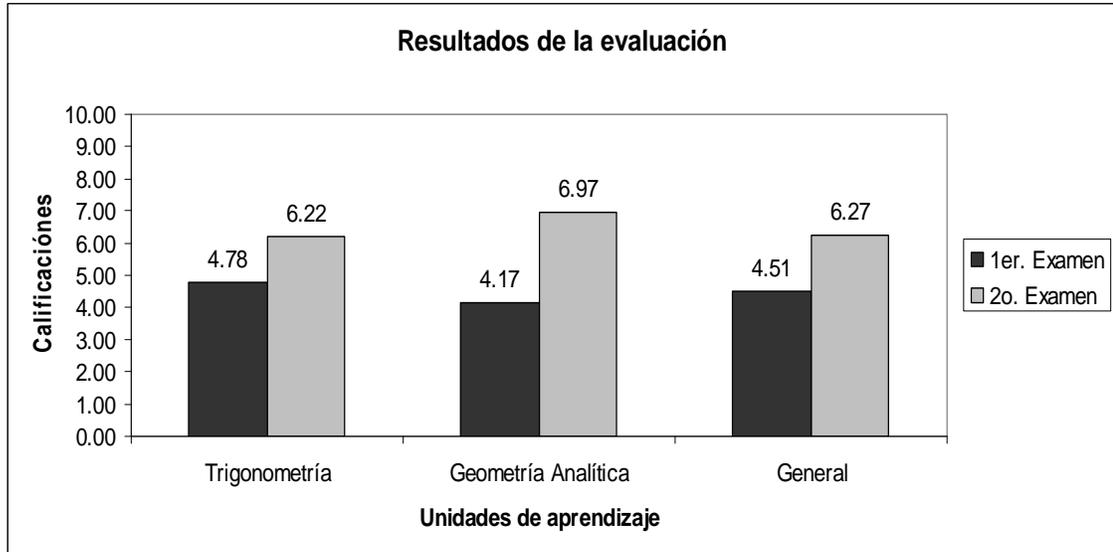


Figura 28. Resultados de los exámenes de evaluación de las unidades de aprendizaje del grupo de estudio.

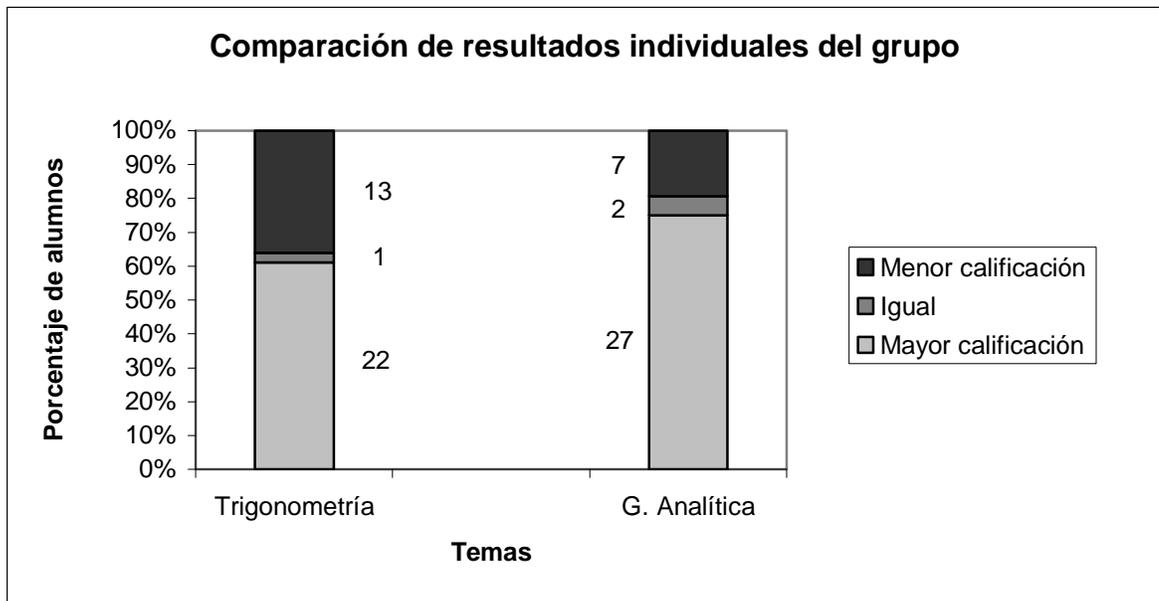


Figura 29. Comparación de los resultados de los exámenes del grupo de estudio.

Esta mejoría en los resultados generales e individuales es significativa, el examen que se aplicó antes y después de las actividades con el uso de la computadora fue básicamente el mismo únicamente se modificó el orden de las preguntas pero se mantuvo la complejidad, lo cual puede explicar en cierta medida la mejoría de las calificaciones, pero también se pudo notar mayor seguridad en el segundo examen, ya que ningún

alumno dejó el examen sin contestar y lo contestaron en menor tiempo que el primer examen. Este grupo afortunadamente ha presentado algunas características favorables como el haber presentado mayor promedio general, un alto porcentaje de asistencia, el menor porcentaje reprobación entre los alumnos en comparación con el resto de los grupos del mismo nivel, por lo que es notable que el uso de estas herramientas tecnológicas favoreciera el aprendizaje de los alumnos.

Ahora bien, ¿La visualización a través del uso de las nuevas tecnologías favorece el aprendizaje de la trigonometría, la recta, la circunferencia y la parábola por parte de los alumnos de primer semestre de la carrera de ingeniería en informática?, según lo presentado parece ser que la respuesta debe ser afirmativa ya que no sólo se trabajó en la visualización sino que además se trabajó en el desarrollo teórico de los temas, por lo que el aprendizaje, como lo hemos argumentado debe lograrse integrando ambos tipos de códigos y en esta caso fue así, lo comprobamos con la mejora en las calificaciones pero además podemos notar otras señales no cuantificables.

4.6 Prueba de hipótesis

En términos de la estadística inferencial y retomando la hipótesis planteada, podemos dividir los resultados en tres partes, la primera sobre los resultados en trigonometría, la segunda en geometría analítica y la tercera en general. La media \bar{X}_2 se refiere al pos-test y \bar{X}_1 al pre-test, de forma similar la desviación estándar s_2 se refiere al post-test y s_1 se refiere al pre-test. En la tabla 8 se muestran estos valores.

Prueba	Media		Desv. Estándar		Muestra	Valor z
Trigonometría	$\bar{X}_2 = 6.22$	$\bar{X}_1 = 4.78$	$s_2 = 3.15$	$s_1 = 3.12$	$n = 36$	$z = 1.752$
Geometría Analítica	$\bar{X}_2 = 6.97$	$\bar{X}_1 = 4.17$	$s_2 = 3.02$	$s_1 = 2.93$	$n = 36$	$z = 3.786$
General	$\bar{X}_2 = 6.27$	$\bar{X}_1 = 4.51$	$s_2 = 3.11$	$s_1 = 3.07$	$n = 36$	$z = 2.208$

Tabla 8. Concentrado de los datos para la prueba de hipótesis.

En todos los casos y por el tipo de datos que se tiene se utilizó la fórmula:

$$z = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - d_0}{\sqrt{\frac{s_2^2}{n_2} + \frac{s_1^2}{n_1}}} \text{ para datos distribuidos normalmente para muestras grandes}$$

$n > 30$ con 95% de confianza. En este caso siempre $d_0 = 0.15$ ya que se toma como límite el 15% y la regiones de aceptación o rechazo están limitadas por $z_{95\%} = 1.645$

En el caso de trigonometría

H_0 = El uso de las nuevas tecnologías no provocó un aumento en al menos 15% en las calificaciones del grupo $H_0 - H_1 < 15\%$

H_1 = El uso de las nuevas tecnologías provocó un aumento de al menos 15% en las calificaciones del grupo. $H_0 - H_1 \geq 15\%$. La gráfica correspondiente se muestra en la Figura 30.

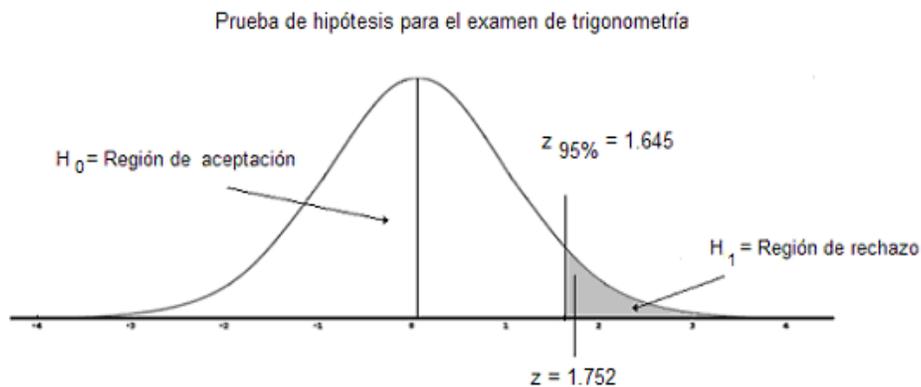


Figura 30. Prueba de hipótesis para el examen de trigonometría.

En el caso de geometría analítica

H_0 = El uso de las nuevas tecnologías no provocó un aumento en al menos 15% en las calificaciones del grupo $H_0 - H_1 < 15\%$

H_1 = El uso de las nuevas tecnologías provocó un aumento de al menos 15% en las calificaciones del grupo. $H_0 - H_1 \geq 15\%$. La gráfica correspondiente se muestra en la Figura 31.

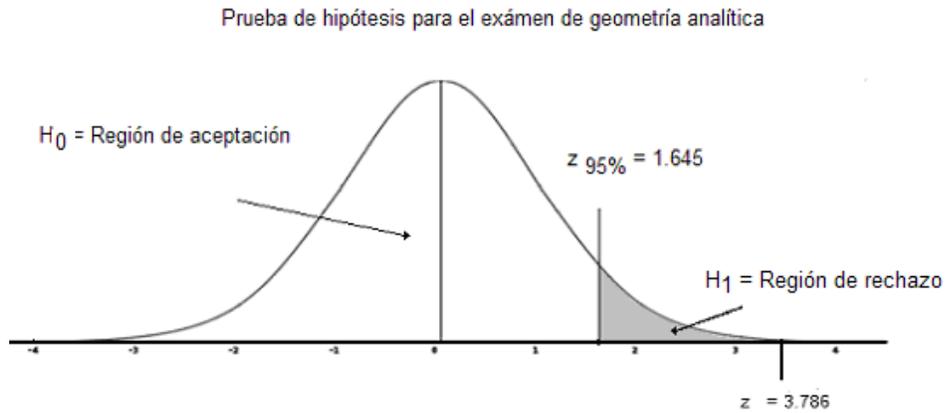


Figura 31. Prueba de hipótesis para el examen de geometría analítica.

En el caso de los resultados en general

H_0 = El uso de las nuevas tecnologías no provocó un aumento en al menos 15% en las calificaciones del grupo $H_0 - H_1 < 15\%$

H_1 = El uso de las nuevas tecnologías provocó un aumento de al menos 15% en las calificaciones del grupo. $H_0 - H_1 \geq 15\%$. La gráfica correspondiente se muestra en la Figura 32.

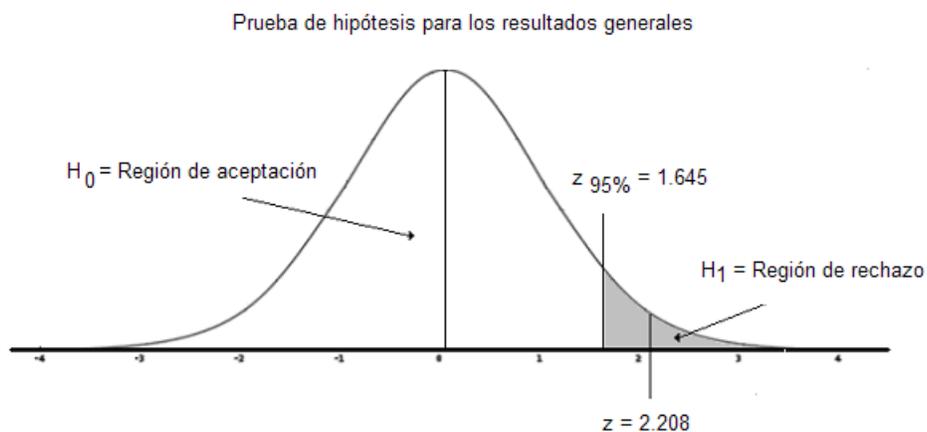


Figura 32. Prueba de hipótesis para los resultados generales.

Con lo anterior se comprueba que efectivamente el uso de la tecnología en las actividades provocó un efectivo aumento en las calificaciones de al menos 15%.

Otro aspecto destacable es que este experimento ha provocado una serie de comentarios favorables entre los alumnos y entre los directivos de la carrera ya que ha provocado que se están realizando actualmente de forma colegiada, por parte de la academia de matemáticas, actividades similares a las presentadas en este estudio en las diferentes materias que son aparte de matemáticas: Cálculo, Física, Probabilidad y Estadística e Investigación de Operaciones.

Para aprovechar la infraestructura con la que se cuenta, también se están evaluando diferentes opciones de software para adquirirlos y se han aceptado invitaciones como la del V Congreso Latinoamericano Cabri que se realizó el en septiembre del 2010 en la Universidad Autónoma de Querétaro donde se espera conocer lo mas reciente en software educativos principalmente en las materias relacionadas con las matemáticas, es decir, ha incentivado a que los alumnos y maestros busquen nueva información de los trabajos que se están haciendo en algunas universidades en el uso de programas de este tipo, se ha despertado la curiosidad , este es un resultado favorable extra.

Se ha entendido que la visualización no es una simple ilustración sino que ayuda a reforzar la comprensión de las relaciones matemáticas pero no hay que dejar de reforzar el rigor formal de las matemáticas, se tiene por lo tanto que no dejar de lado el aspectos abstractos de las matemáticas, ya que si bien podemos representar visualmente muchos objetos, sabemos que existen limitantes, podemos visualizar qué significa geoméricamente, un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, incluso podemos graficarlo con tres variables, pero ya no es posible hacerlo con cuatro o más variables, es decir, existen límites en la visualización, hay que entender a la visualización como un medio y no como un fin para comprender aspectos importantes, en esta caso en temas del álgebra lineal.

La visualización y la manipulación rápida de parte de las matemáticas es una buena ayuda pero se debe recordar que mucho de la dificultad con este tipo de materias no es sólo resolver la parte meramente matemática de los problemas, en ocasiones se ha

visto que el verdadero reto es interpretar en un lenguaje matemático los problemas reales, es decir, resolver un problema proveniente de un contexto real por medio de un modelo matemático. Se puede ver el caso presentado de lo que se está haciendo en otros países como el caso específico de Brasil (Salett, 2004). El plantear el problema en términos de relaciones matemáticas es complicado y es aquí donde también hay que prestar más atención.

Se ha comentado a los alumnos que uno de los muchos retos que enfrentarán en el mundo laboral es que los problemas que tendrán que resolver no serán expuestos forzosamente por expertos en un tema en particular, sino por personas comunes a las cuales no les ayuda mucho que se les explique una solución en términos absolutamente técnicos, sino que comúnmente tendrán que establecer soluciones y expresarlas en un lenguaje común a aquellas personas que tengan la autoridad para decidir, por lo tanto el problema de la correcta comunicación es algo con lo que se debe trabajar.

En conclusión, la realidad de nuestro país nos muestra que desafortunadamente no todas las escuelas tanto públicas como privadas cuentan con la tecnología más reciente, algunas ni siquiera cuentan con lo básico, sobretodo en las escuelas de nivel básico o medio, este problema es menor en las escuelas de nivel superior pero aún así existe, si consideramos que la tecnología avanza prácticamente día con día el gasto en actualización y renovación de equipos así como mantenimiento y creación de espacios físicos adecuados para instalar dichos equipos es algo que muchas escuelas no pueden solventar dado lo limitado de sus recursos.

Ahora bien, considerando que el aprovechamiento de los recursos tecnológicos no es suficiente para la enseñanza de las matemáticas ya que éstos solo son auxiliares poderosos para facilitar su comprensión, pero recordando que uno de los principales fines a que sirven las matemáticas, es despertar en el estudiante la creencia en la razón, su confianza en la verdad de lo que se ha demostrado y en el valor de la demostración (Rusell, s/f).

El desempeño óptimo de los alumnos se presenta gracias a la suma de varios factores donde el uso de la tecnología es uno de ellos, pero el conocimiento matemático debe estar sustentado primordialmente en una sólida base teórica aunada a otras aptitudes deseables para considerar que un alumno está siendo formado correctamente por lo cual en el caso de las ciencias no podemos dejar de lado la parte abstracta de las matemáticas, esto es lo que llamamos “matemáticas puras” en contraposición a las llamadas “matemáticas aplicadas” donde las primeras dan sustento a las segundas, por lo cual se deben implementar distintos tipos de conocimientos y aprendizajes según el perfil del alumno y por lo tanto se deben diseñar actividades específicas en cuanto a los objetivos claros de los conocimientos y habilidades que se quiere que adquieran los alumnos, el diseño de actividades y la puesta en marcha de las mismas puede ser la pieza clave de para lograr mejores resultados, como se ha establecido en anteriores estudios y se ha confirmado en éste, la visualización facilita la construcción de modelos mentales, parte del reto ahora es individualizar las actividades para cada población específica en el ambiente educativo particular.

La reforma de la enseñanza de las matemáticas se basa en tres premisas fundamentales (Araya, 2007):

a) *La preparación básica de los profesores.* Es aquí donde notamos comúnmente poca disposición de muchos profesores a innovar o de mantenerse al día en cuanto a la tecnología; la gran cantidad de alumnos que hay en los grupos principalmente en los de nuevo ingreso donde se presentan algunos de más de 60 alumnos, hace que el trabajo del profesor no pueda ser tan individualizado como en ocasiones se necesita, las instalaciones están diseñadas para grupos no tan numerosos.

b) *Un cambio en la manera, el estilo o los contenidos para evitar la fobia hacia las matemáticas.* Vemos ahora que esta nueva forma de enseñar matemáticas provoca curiosidad y hace en cierta forma más “amigables” las matemáticas.

c) *El aprovechamiento de las herramientas tecnológicas actuales y futuras.*

Evidentemente eso es lo que se está haciendo, un poco obligado por las necesidades de este tipo de cambios tecnológicos vertiginosos pero también convencido de las bondades que esto presenta para el logro de los objetivos.

Actualmente la Universidad está incrementando la matrícula de alumnos de las diferentes carreras y está en proceso la construcción de nuevos edificios, aulas, laboratorios y cubículos para profesores, por lo cual se espera que en poco tiempo se logrará superar los problemas de espacio y equipo, si bien seguramente surgirán otros, pero nada de eso puede ser un pretexto para que los profesores dejen de hacer su trabajo siempre pensando en el mayor beneficio de los alumnos, que a final de cuentas será la forma más segura de lograr un cambio significativo en nuestra sociedad enfocada a lograr un entorno mejor para todos.

Capítulo 5

Discusión, conclusiones y recomendaciones

Introducción

En este capítulo se presentan las conclusiones de los resultados de la investigación para determinar si la visualización a través del uso de las nuevas tecnologías favorece el aprendizaje de la trigonometría, la recta, la circunferencia y la parábola por parte de los alumnos de primer semestre de la carrera de ingeniería en las cuales se obtuvieron a partir de la aplicación de una serie de instrumentos para verificar si existe un cambio favorable en estos temas específicos, también se hacen una serie de recomendaciones para promover un mejor aprovechamiento de las nuevas tecnologías.

5.1 Discusión de resultados

Como se ha establecido en esta investigación, el estudio de las ciencias en las universidades en México afronta una grave crisis, esto lo vemos reflejado por los estudios de la OCDE donde señala que nuestro país ocupa el último lugar en esperanza de vida escolar y que de la población adulta sólo el 14% presenta estudios universitarios o posteriores (OCDE, 2008).

Según la 46ª. Conferencia Internacional sobre educación de la UNESCO existe una falta generalizada de profesores de ciencias; si además consideramos el alto índice de reprobación y deserción escolar que se presenta en los cursos de matemáticas el problema es mayor. Para tratar de afrontar este problema se han desarrollado diferentes técnicas didácticas, como la enseñanza de las matemáticas a través de la modelación o por medio del aprendizaje basado en problemas.

Algunas estrategias están basadas en el aprovechamiento de las nuevas tecnologías, en particular de la computación, aunque en ocasiones se ha incrementado la

adquisición de equipos para al hacerla más accesible a los alumnos pero no se han desarrollado métodos para su implementación en las clases de tal forma que se optimice su uso y se favorezca el aprendizaje así como el desarrollo de habilidades y actitudes necesarias para el mundo laboral y para la vida misma. En vista de lo anterior se propuso determinar de qué manera la visualización a través del uso de la tecnología, favorece el aprendizaje en dos temas concretos, la trigonometría y en el estudio de la recta, circunferencia y parábola.

La investigación nos ha dado bases para poder afirmar que si bien los alumnos de este nivel presentan graves deficiencias en sus conocimientos en matemáticas, el aprendizaje de las mismas se puede mejorar significativamente utilizando visualización, a través de una serie de actividades planeadas y programadas adecuadamente según el contexto de cada escuela, aprovechando los recursos que ofrecen las nuevas tecnologías incluyendo el uso de Internet, de forma que no solamente se mejore el rendimiento escolar, sino que además se fomentan otras habilidades y valores que son necesarios para el desarrollo del estudiante, algunas de estas habilidades y valores como optimizar el uso de las tecnologías, en particular de la computadora; la realización de la búsqueda de información en Internet sobre los temas planteados; el poder discriminar entre la información valiosa y la que no lo es de la que se presenta en la Internet.

La revisión y adecuación de los programas educativos acorde a las necesidades actuales y a los nuevos tiempos; fomentar el desarrollo del trabajo colectivo en una atmósfera de tolerancia, respeto y solidaridad; el fomentar además una favorable curiosidad que motiva el trabajo individual y que provoca una sana discusión en la presentación de sus hallazgos en las investigaciones. Todo lo anterior podrá ser un detonante para lograr menor rechazo a las materias de ciencias, en particular a las matemáticas, da más herramientas a los alumnos para que asimilen de formas diferentes y novedosas los temas que serán básicos para sus estudios posteriores o su vida profesional.

La aceptación del las nuevas tecnologías es algo generalizado entre los estudiantes, si bien existe un problema en el sentido de que algunos alumnos no tienen la

capacidad económica para contar con un equipo propio, la facilidad de contar con estos equipos en la Universidad es de gran ayuda para ellos, la novedad para muchos alumnos de desarrollar una clase enteramente a través del uso de la computadora y poder repetir muchas veces en poco tiempo los ejercicios planteados ha ayudado a comprender mejor los temas, lo cual fue evidente al mejorar significativamente sus calificaciones.

En el estudio se muestra claramente cómo ha aumentado el promedio general y cómo después de realizar las actividades programadas el interés y la mejora del rendimiento personal se presentó en gran medida, aunque si bien esto no sucedió en todos los alumnos ya que se puede notar que aquellos alumnos que presentaron poco o nulo avance, la razón principal fue que no fueron constantes en el trabajo ya que no participaron en todas las actividades por lo cual perdieron la continuidad en el trabajo.

La opción de realizar las actividades en casa además de la escuela, provoca entre los alumnos que se desarrolle un espíritu de curiosidad lo que motiva a querer saber más cosas y a esforzarse por comprenderlas mejor, así lo que han aprendido a, lo pueden ejemplificar a través de una visualización fácil y rápidamente, por lo tanto la asimilación del conocimiento es más sólido, los resultados de esta investigación así lo demuestran. Por otra parte se pudo medir que el aprendizaje visual se incrementó en relación con otros tipo de aprendizajes, en este caso el aprendizaje visual aumentó en casi la misma proporción que el aprendizaje kinestésico decreció, las otras preferencias de aprendizaje casi no sufrieron modificación alguna.

Se debe considerar que este estudio es limitado ya que el objeto de estudio fue una muestra de 36 individuos, las condiciones materiales con las que cuenta la escuela son favorables pero no todas las escuelas de la región tiene las ventajas que aquí se presentan, la población de la Universidad pertenece a una zona geográfica bien comunicada con grandes problemas de inseguridad, el nivel socioeconómico de los estudiantes es medio-bajo y bajo. Por lo cual será necesario que se realicen estudios similares en otras regiones de país para comparar resultados y complementar las actividades a partir de las nuevas experiencias, de forma que se pueda establecer un marco referencial en el desarrollo de

metodologías didácticas generales que se puedan aplicar en todo el país con la posibilidad de hacer las adecuaciones necesarias según se presenten las características propias de cada región.

5.2 Conclusiones

La visualización de las matemáticas es algo que ha desarrollado el hombre desde que enseña matemáticas, el primer gran desarrollo de la visualización en las matemáticas debe ser gracias a los trabajos del matemático francés Rene Descartes quien formalizó el uso del plano cartesiano para la representación de las relaciones matemáticas, desde entonces hasta la actualidad muchas de las matemáticas se enseñaron utilizando la tecnología del gis y pizarrón, haciendo que esta actividad se convierta en poco atractiva e implique mucho tiempo.

Al enseñar matemáticas en el momento de las demostraciones el filósofo Bertrand Rurrell recomienda: “Cuando los teoremas son difíciles, debería enseñarse primero como ejercicios de dibujo geométrico, hasta que la figura se haya hecho enteramente familiar” (Russell, s/f, p. 78), es decir podemos ayudarnos de la visualización haciendo uso adecuado de las nuevas tecnologías.

El apoyarse en la visualización en la enseñanza de las matemáticas, ha demostrado ser una buena opción para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, el uso adecuado de las nuevas tecnologías de comunicación y en particular de las computadoras es ya parte común del desarrollo de la educación universitaria, pero el tener acceso a la tecnología únicamente no es garantía de nada, para el adecuado uso de la tecnología en las escuelas es necesario conjuntar varios factores, se debe tener computadoras en buenas condiciones y razonablemente actualizadas, contar con conexión a Internet, considerar que los laboratorios de cómputo deben ser espacios diseñados específicamente para ello, sin olvidar que los maestros deben estar actualizados en el uso de la tecnología y su indispensable preparación continua de la materia en la que son especialistas.

Es claro concluir como lo demostraron los resultados de esta investigación que el uso de la computadora como medio de visualización de temas sobre matemáticas ayuda a la mejor comprensión de los temas explicados, la facilidad de manipular los parámetros de las ecuaciones y su representación gráfica inmediata, ahorra tiempo valioso para hacer conclusiones más sólidas, ahora bien este trabajo no debe ser improvisado, es necesaria una planeación de las actividades y de los tiempos en que se llevarán a cabo, prever los posibles problemas que sucederán al desarrollar las actividades y diseñarlas de tal forma que surjan problemas para explicar porque suceden, es decir, cuál es la explicación de el problema, por ejemplo, al pedir que elaboren la gráfica de la función tangente no se especificará el dominio de la función al construirla, de tal forma que surja un error al tratar de graficar la tangente de 90° , este debe ser un error planeado para poder explicar en qué consiste y por qué no lo grafica la máquina, este error debe ayudar para comprender mejor un tema y no debe ser un simple accidente que tenemos que evitar, por lo tanto la parte más importante del uso adecuado de las tecnologías es la adecuada planeación de las actividades.

Los profesores deben ser especialistas en la materia, pero además deben emplear un tiempo para planear y realizar ellos mismo las actividades previamente para que al momento de implementarlas en la clase se puedan establecer adecuadamente tiempos y problemas.

El aprovechamiento de software como son los paquetes graficadores puede ser un problema por su costo ya que debemos tratar de desterrar la práctica común de utilizar paquetería no original, las razones para utilizar estos programas no originales son de índole generalmente económica, el precio de un programa no original es de hasta 20 o más veces más barato que el original, recordemos que el nivel económico de la población de esta región es media-baja y baja, esta zona es de un alto índice de desempleo o subempleo, lo cual explica, mas no justifica, el fenómeno de uso de piratería.

La opción de paquetería libre de Internet o la búsqueda de acuerdos con las empresas dedicadas al diseño de software podrían ser opciones para mejorar esta

situación, actualmente la UPVM está en negociaciones con empresas desarrolladoras de software para comprar masivamente las licencias de sus productos a un precio más accesible para los alumnos.

El uso adecuado de la tecnología computacional en el caso de las matemáticas ha demostrado ser una excelente herramienta para la mejora en la comprensión de temas, pero el uso de la tecnología es todavía poco común. Los maestros están realizando actualizaciones en el uso de las nuevas tecnologías para adaptarlas a sus materias, esta actualización debe ser continua.

En el caso de los alumnos podemos ver que el uso de la tecnología es algo natural para ellos, el no usar la tecnología les parece una deficiencia importante de los maestros, su acercamiento a la tecnología es en ocasiones mayor que el de algunos maestros, por lo cual es necesario que se aproveche este acercamiento que tienen con la tecnología.

5.3 Recomendaciones

Con lo anterior es pertinente hacer una serie de recomendaciones o sugerencias:

- a) Deben aprovecharse los recursos tecnológicos con los que dispongan las universidades y buscar la manera de equipar los laboratorios de cómputo, esto implica además de la adquisición de los equipos, una adecuada instalación de los mismos en el espacio, preferentemente diseñado para ello o en su defecto hacer las adecuaciones a los espacios de forma que hagan funcional el laboratorio, tener un programa de mantenimiento y seguridad para los laboratorios, actualizar continuamente el equipo y los programas, hacer un esfuerzo importante por evitar el uso de paquetería ilegal haciendo hincapié en lo importante que es respetar los derechos de autor.
- b) Las actividades a desarrollar con los grupos deben estar planeadas de acuerdo al nivel de estudios y diseñadas considerando un examen diagnóstico de sus conocimientos previos en matemáticas y sus habilidades en el uso del equipo de cómputo.

- c) En el caso de alumnos que muestren grandes deficiencias en cuanto a sus conocimientos previos de matemáticas se deberán programar sesiones, probablemente fuera del horario normal de clase, para nivelar al menos básicamente lo necesario para la comprensión de los temas.
- d) No se debe asumir que todos los alumnos son expertos en el uso de la tecnología, sabemos por experiencia que algunos alumnos no han tenido mucho acercamiento a la computación por lo cual será necesario realizar algunas sesiones donde se explique el uso de los equipos y las reglas de conducta en el laboratorio. Esto debe incluir un tiempo para explicar el uso de las calculadoras, que si bien son de uso común en muchas ocasiones son subutilizadas o mal utilizadas, recordemos que según la marca y modelo de la calculadora, las operaciones se deben hacer de forma diferente y es recomendable explicarlo o en su defecto auxiliarse del manual de cada modelo para hacer el uso correcto de estas herramientas.
- e) El trabajo en clase no debe ser improvisado, se debe tener una planeación de las actividades y de lo que se espera al fin de la misma, por lo cual se deben revisar que todo lo necesario para el buen desarrollo de la clase esté listo, se debe revisar desde el número de equipos y mobiliario adecuado hasta las actividades impresas, etc. Es importante sugerir que los grupos estén cómodos en su área de trabajo por lo cual se sugieren grupos no muy numerosos, pero como esto es algo que no está en las manos del docente, se sugiere también la colaboración de profesores adjuntos o aprovechar a algunos alumnos que tengan algunas características especiales para asistir al profesor con el grupo, es decir, se puede formar un grupo con el profesor y algunos alumnos destacados que trabajen directamente con el resto de los alumnos auxiliándolos en el desarrollo sus actividades, para lo que tal vez sea necesario que el profesor se reúna con su equipo previo a la actividad para hacer los comentarios necesarios.
- f) Es importante no olvidar la parte formal de las matemáticas, las computadoras nos pueden ayudar en cuanto a la visualización, en la rapidez para la graficación, etc. las calculadoras no dan una inmediatez en cuanto a los resultados de algunas operaciones, pero la parte abstracta de las matemáticas no debe dejarse a lado. El rigor matemático es fundamental, las demostraciones formales, el uso adecuado

del raciocinio para comprender y utilizar conceptos matemáticos es indispensable, la parte formal de las matemáticas es lo que da base al desarrollo de las llamadas matemáticas aplicadas, sin su rigor las teorías no tendrían una base sólida y el desarrollo matemático no tendría bases firmes en las cuales apoyarse.

- g) Se deben aprovechar muchas de las facilidades que da la Internet como el publicar en alguna página o por medio de los correos electrónicos de los alumnos las actividades para que sean revisadas o para que los alumnos que no asistan las puedan hacer en algún otro lado o en otro horario, se pueden crear foros de discusión entre los alumnos y el profesor inclusive en el mismo laboratorio o fuera de la escuela a través de la computadora para aclarar dudas o para proponer mejoras. Es decir, se puede preparar a los alumnos para que puedan hacer uso posteriormente de las bondades que ofrece la educación a distancia.
- h) Lo que se estaría haciendo en la materia de matemáticas puede extenderse a otras materias, es decir, se puede implementar esta forma de trabajo en otras materias y se puede sugerir que el diseño de las actividades sea uno de los trabajos de los grupos colegiados de las universidades, para enriquecer las experiencias y mejorar las actividades.

Hay mucho trabajo todavía por hacer, el reto es grande, los recursos no siempre son los necesarios, el maestro debe recuperar su lugar destacado que ocupó antiguamente en la sociedad y que con el paso de los años se ha deteriorado, desgraciadamente con cierta razón, el maestro es un profesional indispensable y se debe revalorar su trabajo, pero esa revaloración no es gratuita, no cualquier persona puede ni debe ser maestro, para ser maestro se deben tener una serie de no pocas cualidades de diferentes tipos no solamente de índole intelectual, la principal cualidad del maestro es su amor por sus alumnos, entendiéndose como el compromiso que se tiene con su futuro, con lograr la transformación de una sociedad en algo mejor, debemos demostrar que se tiene una fuerte base moral para presentarse y hacerse cargo de la educación de un grupo de personas que tienen una expectativa grande en su maestro, la cual no se puede por ninguna causa defraudar, el trabajo que exige un compromiso con los alumnos, si se han de exigir justamente mejores condiciones de trabajo, éstas deben estar justificadas con una labor

acorde con nuestras exigencias, el trabajo debe mostrar resultados que se reflejarán en una mejor sociedad, en un mundo más justo donde la mano de maestro sea siempre causa y efecto de este cambio social, para bien a la que todos aspiramos.

Referencias

- Araya A., Monge A., Morales C., (2007), Comprensión de las razones trigonométricas: Niveles de comprensión, indicadores y tareas para su análisis, *Actualidades investigativas en educación*, 7, (02), 1 – 31.
- Arcos, J. (2009), Imaginación espacial para desarrollar competencias para el planteamiento y desarrollo de problemas en estudiantes de ingeniería en ciencias de la tierra, recuperado el 17 de septiembre de: http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia_10.pdf
- Artigue, M. (2004), Problemas y desafíos en la educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica en la matemática para afrontarlos?, *Educación matemática*, 16 (004), 5 – 28.
- ANUIES, (2008) Dónde y qué estudian los jóvenes mexicanos ,*Desde la red*, recuperado de: http://www.desdelared.com.mx/notas-vida-universitaria/past-vida-universitaria/08.dic.19-donde_estudian_jovenes-mexicanos.html
- Blackett N., Tall D.,(1990) Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software, *mathematics Education Research Centre*, University of Warwick, United Kingdom.
- Cantoral, R., Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y pensamiento matemático*. México, D.: Prentice Hall.
- Cantoral, R. y Mirón H. (2000). Sobre el estatus de la noción de la derivada: de la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3, 265-292.

Cemborain, M. (1999), Constructivismo aplicado a la enseñanza de un programa CADD: del aprendizaje algorítmico, al Heurístico, Primera conferencia venezolana sobre aplicación de computadoras a la arquitectura, Presentado en la Universidad Simón Bolívar, Caracas Venezuela.

CINVESTAV (2010). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Recuperado el 15 de Noviembre del 2010 de:
<http://www.cinvestav.mx/Investigación/Líneasdeinvestigación.aspx>

De Guzmán. (2007). Enseñanza de las Ciencias y Matemática[*Versión electrónica*] *Revista Iberoamericana de Educación*. (43), 19-58.

Devlin, K. (1997), La estructura lógica asistida por la computadora, *The American Mathematical Monthly*, 105, (7), 632-646.

Diccionario de la Lengua Española. Recuperado el 5 de septiembre de 2009 de:
http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=visualización.

DivulgaMat, (2010), Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, Real Sociedad Matemática española, Recuperado el 15 de noviembre del 2010 de:
<http://www.divulgamat.net/>

Doniez R. (10 de enero del 2000), El secreto ruido de las demostraciones sin palabras, Presentado en la “V reunión de Didáctica Matemática en el Cono Sur”, Universidad de Santiago de Chile.

Duval, R. (2000). *Basic Issues for Research in Mathematics Education*. (ERIC Document Reproduction Service No. 452031).

e-méxico, (2006), Presupuesto federal para ciencia y tecnología 2006 y pro forma para 2007 y 2008, recuperado en:
http://www.emexico.gob.mx/wb2/eMex/eMex_Presupuesto_Federal_de_Ciencia_y_Tecnologia_2

Farfán R., Montiel G. (2003), El contrato didáctico en el escenario virtual, Posgrado en línea de matemática educativa, recuperado de [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Farfan-Montiel2003\)-ALME16-.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Farfan-Montiel2003)-ALME16-.pdf)

Giroux, S. y Tremblay, G. (2004). Metodología de las Ciencias Humanas. Distrito Federal, México: Fondo de Cultura Económica.

Gutiérrez, A., (1991), Proceso y habilidad en visualización espacial, presentado En el Tercer Congreso Internacional sobre Investigación en educación Matemática, Valencia España.

Guzmán. M. (1996), *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en el análisis matemático*, Madrid, España: Pirámide.

Goldenberg, P. (1995), “Multiple representations: a vehicle for understanding” En software goes to school. Teaching for understanding with new technologies, Oxford, Oxford University Press, pp 155-171

Hernández, E. (2007), Tratamiento instrumental de la Percepción espacial, en tareas de predicción, presentado en el V Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora, del 5 al 7 de diciembre del 2007, ITRC, San José de Costa Rica.

Hitt, F. (2003) Una reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2), 213-223.

Jankvist, Uffe. (2009), A categorización of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education, *Educación de Estudios en Matemáticas*, 235-261.

- Montiel, G. & Farfán, R. (2003). El contrato didáctico en el escenario virtual. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(2), 803-809. Recuperado de http://www.clame.org.mx/documentos/alme_16_2.pdf
- Mosquera J. (2005), Didáctica del álgebra y la trigonometría, *Vicerrectorado Académico, Universidad Nacional Abierta*, Caracas Venezuela.
- Núñez J. (s.f.) Visualización y matemáticas, Recuperado el 17 de septiembre del 2009 de: <http://www.sectormatematica.cl/educmatem/visymat.htm>
- OCDE (2007), Panorama de la educación, Indicadores de la OCDE 2009, Ministerio de educación, Secretaría de Estado de Educación y Formación Profesional, Madrid España.
- OCW (2010), MITOPENCOURSE del Instituto Tecnológico de Massachussets, Recuperado el 16 de Noviembre del 2010 de: <http://ocw.mit.edu/index.htm>
- Proclave (2009), Proclave.com, Recuperado el 28 de octubre del 2009 de: <http://www.proclave.com/index.asp>
- Rapp, D. (2004) Aprendiendo a partir de las visualizaciones: principios de la ciencia del aprendizaje, Universidad de Minnesota, Recuperado el 17 de septiembre del 2009 en: <http://mandre05.blogia.com/2007/052101-aprendiendo-a-partir-de-las-visualizaciones-principios-de-la-ciencia-del-aprendi.php>
- Russell, B. (s/f) *Misticismo y lógica*, Buenos Aires, Argentina, Paidós.
- Rico L., Castro E., Coriat M., Marín A., Puig L., Sierra M. Socas M., (2000) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, (2ª edición), Barcelona, España: Harsori.

- Ruiz, J. (2008), Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática, *Revista Iberoamericana de de educación*, 47,1-8.
- Rojano, T. y Perrusquía E. (2004) Incorporación de los Entornos Tecnológicos de Aprendizaje en la Cultura Escolar, Proyecto de de innovación educativa en matemáticas y ciencias en las escuelas secundarias públicas en México. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33, 36-47.
- Salett M, Hein, N. (2004), Modelación matemática y los desafíos de enseñar matemática, *Educación matemática*, 16, 105-125.
- San Martín, O. (1998), Construcción y clasificación de identidades trigonométricas utilizando recursos y criterios de tipo geométrico, Presentado en la XII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Santa Fe de Bogotá, Colombia.
- Santos, M. Benítez D. Herramientas tecnológicas en el desarrollo de los sistemas de representación para la resolución de problemas, *Perfiles educativos* 25, (100), 23-41.
- SEP, (2009) Coordinación General de Universidades Tecnológicas, Recuperado el 20 de noviembre de 2009 de: <http://cgut.sep.gob.mx/cgut/TECSUPE.HTM>
- Temoa, (2010), Portal de Recursos Abiertos, Tecnológico de Monterrey. Recuperado el 16 de Noviembre de 2010 de: <http://www.temoa.info/>
- Torregrosa G., Quesada H. (2007), Coordinación de procesos cognitivos en geometría, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10, (2), 275 – 300.
- Trull, T. y Phares, J. (2003). *Psicología Clínica*. Madrid, España: Cengage Learning.

Tultitlán, (2010) Ayuntamiento Constitucional 2010 -2012. Recuperado el 15 de noviembre del 2010, de: <http://www.tultitlan.gob.mx/?mod=inicio>

UNAM, (2010), Universidad Nacional Autónoma de México, Recuperado el 17 de Noviembre del 2010 de: <http://www.unam.mx/>

Vilanova S., Medina P., Valdez G., Oliver M., Vecino S., Álvarez E., Astriz M., Rocerau M. (s.f), El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje, *La educación matemática*, Departamento de Matemática, Facultad de ciencias exactas y naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.

Villa J. (1997, 7, septiembre), Ver las cosas geoméricamente, tendencia de las matemáticas. *La Jornada*, México, D.F. p. 30

VARK, (2009) Una guía para los estudios de aprendizaje, Recuperado el 21 de Noviembre del 2009, de: <http://www.vark-learn.com/english/index.asp>

Zazkis, R. Dubinsky, E. Dautermann, J. (1996). Coordinating visual and analitic strategies: a student's understanding of the group. *Jornal for Research in Mathematic Education*, 27 (4), pp. 435 – 457.

Zimmermann D. (1998) *Observación y comunicación no verbal en la escuela infantil*, Madrid, España, Morata.

Anexo A

Cuestionario sobre percepción sobre la tecnología

Alumno: _____

Nos interesa conocer su opinión sobre tu percepción de la tecnología, le pedimos que lea cuidadosamente cada una de las cuestiones y al final emita su respuesta de acuerdo a los criterios establecidos.

Instrucciones: Conteste de acuerdo a la siguiente tabla de valores, escribiendo una X en la casilla de la opción seleccionada:

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Indiferente	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo.
1. ¿Estás familiarizado con el uso de la computadora?					
2. ¿Consideras tener un buen manejo de hoja de cálculo por ejemplo excel u otro similar?					
3. ¿Consideras tener un buen manejo de presentaciones por ejemplo power point u otro?					
4. ¿Tienes acceso a una computadora fuera de la escuela?					
5. ¿Tienes acceso a internet fuera de la escuela?					
6. ¿Tienes alguna cuenta de correo electrónico?					
7. ¿Utilizas comúnmente páginas de chat o páginas personales como facebook?					

8. ¿Puedes decir que la gran mayoría de tus trabajos y/o tarea los haces en la computadora?					
9. ¿Usas regularmente la calculadora científica en tus clases de matemáticas?					
10. Anteriormente, ¿alguno de tus profesores ha usado la tecnología (computadora) para enseñar algún tema de matemáticas?					
11. ¿Crees que el uso de la tecnología pueda ayudarte a comprender de mejor manera los temas de matemáticas?					
12. ¿Has utilizado algún paquete graficador matemático?					

13. ¿Cuántas horas al día usas Internet? _____

14.- De ese tiempo ¿Cuánto tiempo lo usas para hacer los trabajos de escuela? _____

Anexo B

Examen de exploración

Alumno: _____

Nota: Este examen será exclusivamente para conocer cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos en estos temas, por lo cual no influirá de ninguna manera en la evaluación, por lo cual te pedimos lo contestes con calma y sin acciones fraudulentas (copias).

Gracias por tu participación.

Instrucciones: Selecciona la opción correcta de las que se ofrecen colocando la clave que corresponda entre el paréntesis de la izquierda.

Trigonometría

- () 1. La clasificación de los triángulos por la medida de sus lados es:
- a) Rectángulos, acutángulos, y obtusángulos b) Equiláteros, isósceles y escalenos
c) Paralelogramos, cuadriláteros y polígonos d) Grandes, medianos y pequeños
- () 2. La clasificación de los triángulos por la medida de sus ángulos es:
- a) Rectángulos, acutángulos, y obtusángulos b) Equiláteros, isósceles y escalenos
c) Paralelogramos, cuadriláteros y polígonos d) Grandes, medianos y pequeños
- () 3. En un triángulo el lado de mayor longitud se llama hipotenusa
- a) Solo en triángulos rectángulos b) En cualquier triángulo
c) En triángulos equiláteros d) En triángulos obtusángulos
- () 4. En un triángulo rectángulo la función seno está definida como:
- a) cateto opuesto / cateto adyacente b) cateto opuesto / hipotenusa
c) cateto adyacente / hipotenusa d) cateto adyacente /cateto opuesto
- () 5. En un triángulo rectángulo la función coseno está definida como:

a) $x^2 + y^2 = r^2$

b) $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

c) $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

d) $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

() 15. La ecuación de la parábola es:

a) $x^2 + y^2 = r^2$

b) $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

c) $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

d) $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

() 16. La ecuación de la hipérbola es:

a) $x^2 + y^2 = r^2$

b) $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

c) $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

d) $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

() 17. La ecuación de la elipse es:

a) $x^2 + y^2 = r^2$

b) $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

c) $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

d) $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

() 18. La gráfica de la ecuación $5x^2 + 5y^2 - 10x + 20y - 25 = 0$ es una:

a) Recta

b) Parábola

c) Circunferencia

d) Hipérbola

() 19. La gráfica de la ecuación $x^2 = 4y$ es una parábola con origen en el origen y “abre” hacia:

a) Arriba

b) Abajo

c) Derecha

d) Izquierda

() 20. En la ecuación $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ tenemos que $a = b$ entonces es de qué

tipo de lugar geométrico se trata.

a) Hipérbola simétrica

b) Parábola

c) Circunferencia

c) Cualquier Hipérbola

Anexo C

Cuestionario VARK (VARK, 2009)

Con este cuestionario se tiene el propósito de saber acerca de sus preferencias para trabajar con información. Seguramente tiene un estilo de aprendizaje preferido y una parte de ese Estilo de Aprendizaje es su preferencia para capturar, procesar y entregar ideas e información. (VARK, 2009)

Elija las respuestas que mejor expliquen su preferencia y encierre con un círculo la letra de su elección. Puede seleccionar más de una respuesta a una pregunta si una sola no encaja con su percepción. Deje en blanco toda pregunta que no se aplique a sus preferencias.

1. Está ayudando a una persona que desea ir al aeropuerto, al centro de la ciudad o a la estación del ferrocarril. Ud.:
a. iría con ella. b. le diría cómo llegar. c. le daría las indicaciones por escrito (sin un mapa). d. le daría un mapa.
2. No está seguro si una palabra se escribe como “trascendente” o “tracendente”, Ud.:
a. vería las palabras en su mente y elegiría la que mejor luce. b. pensaría en cómo suena cada palabra y elegiría una. c. las buscaría en un diccionario. d. escribiría ambas palabras y elegiría una.
3. Está planeando unas vacaciones para un grupo de personas y desearía la retroalimentación de ellos sobre el plan. Ud.:
a. describiría algunos de los atractivos del viaje. b. utilizaría un mapa o un sitio web para mostrar los lugares. c. les daría una copia del itinerario impreso. d. les llamaría por teléfono, les escribiría o les enviaría un e-mail.

4. Va a cocinar algún platillo especial para su familia. Ud.:
<ul style="list-style-type: none"> a. cocinaría algo que conoce sin la necesidad de instrucciones. b. pediría sugerencias a sus amigos. c. hojearía un libro de cocina para tomar ideas de las fotografías. d. utilizaría un libro de cocina donde sabe que hay una buena receta.
5. Un grupo de turistas desea aprender sobre los parques o las reservas de vida salvaje en su área, Ud.:
<ul style="list-style-type: none"> a. les daría una plática acerca de parques o reservas de vida salvaje. b. les mostraría figuras de Internet, fotografías o libros con imágenes. c. los llevaría a un parque o reserva y daría una caminata con ellos. d. les daría libros o folletos sobre parques o reservas de vida salvaje.
6. Está a punto de comprar una cámara digital o un teléfono móvil. ¿Además del precio, qué más influye en su decisión?
<ul style="list-style-type: none"> a. lo utiliza o lo prueba. b. la lectura de los detalles acerca de las características del aparato. c. el diseño del aparato es moderno y parece bueno. d. los comentarios del vendedor acerca de las características del aparato.
7. Recuerde la vez cuando aprendió cómo hacer algo nuevo. Evite elegir una destreza física, como montar bicicleta. ¿Cómo aprendió mejor?:
<ul style="list-style-type: none"> a. viendo una demostración. b. escuchando la explicación de alguien y haciendo preguntas. c. siguiendo pistas visuales en diagramas y gráficas. d. siguiendo instrucciones escritas en un manual o libro de texto.
8. Tiene un problema con su rodilla. Preferiría que el doctor:
<ul style="list-style-type: none"> a. le diera una dirección web o algo para leer sobre el asunto. b. utilizara el modelo plástico de una rodilla para mostrarle qué está mal. c. le describiera qué está mal. d. le mostrara con un diagrama qué es lo que está mal.
9. Desea aprender un nuevo programa, habilidad o juego de computadora. Ud. debe:

<ul style="list-style-type: none"> a. leer las instrucciones escritas que vienen con el programa. b. platicar con personas que conocen el programa. c. utilizar los controles o el teclado. d. seguir los diagramas del libro que vienen con el programa.
10. Le gustan los sitios web que tienen:
<ul style="list-style-type: none"> a. cosas que se pueden picar, mover o probar. b. un diseño interesante y características visuales. c. descripciones escritas interesantes, características y explicaciones. d. canales de audio para oír música, programas o entrevistas.
11. Además del precio, ¿qué influiría más en su decisión de comprar un nuevo libro de no ficción?
<ul style="list-style-type: none"> a. la apariencia le resulta atractiva. b. una lectura rápida de algunas partes del libro. c. un amigo le habla del libro y se lo recomienda. d. tiene historias, experiencias y ejemplos de la vida real.
12. Está utilizando un libro, CD o sitio web para aprender cómo tomar fotografías con su nueva cámara digital. Le gustaría tener:
<ul style="list-style-type: none"> a. la oportunidad de hacer preguntas y que le hablen sobre la cámara y sus características. b. crear instrucciones escritas con claridad, con características y puntos sobre qué hacer. c. diagramas que muestren la cámara y qué hace cada una de sus partes. d. muchos ejemplos de fotografías buenas y malas y cómo mejorar éstas.
13. Prefiere a un profesor o un expositor que utiliza:
<ul style="list-style-type: none"> a. demostraciones, modelos o sesiones prácticas. b. preguntas y respuestas, charlas, grupos de discusión u oradores invitados. c. folletos, libros o lecturas. d. diagramas, esquemas o gráficas.
14. Ha acabado una competencia o una prueba y quisiera una retroalimentación. Quisiera tener la retroalimentación:
<ul style="list-style-type: none"> a. utilizando ejemplos de lo que ha hecho. b. utilizando una descripción escrita de sus resultados. c. escuchando a alguien haciendo una revisión detallada de su desempeño.

d. utilizando gráficas que muestren lo que ha conseguido.
15. Va a elegir sus alimentos en un restaurante o café. Ud.:
a. elegiría algo que ya ha probado en ese lugar. b. escucharía al mesero o pediría recomendaciones a sus amigos. c. elegiría a partir de las descripciones del menú. d. observaría lo que otros están comiendo o las fotografías de cada platillo.
16. Tiene que hacer un discurso importante para una conferencia o una ocasión especial. Ud.:
a. elaboraría diagramas o conseguiría gráficos que le ayuden a explicar las ideas. b. escribiría algunas palabras clave y práctica su discurso repetidamente. c. escribiría su discurso y se lo aprendería leyéndolo varias veces. d. conseguiría muchos ejemplos e historias para hacer la charla real y práctica.

Encierra en un círculo la respuesta de cada pregunta según el inciso que arriba ya seleccionaste para conocer tu estilo de aprendizaje.

	a	b	c	d
1	K	A	R	V
2	V	A	R	K
3	K	V	R	A
4	K	A	V	R
5	A	V	K	R
6	K	R	V	A
7	K	A	V	R
8	R	K	A	V
9	R	A	K	V
10	K	V	R	A
11	V	R	A	K
12	A	R	V	K
13	K	A	R	V
14	K	R	A	V
15	K	A	R	V
16	V	A	R	K

Cuenta cuántas letras V, A, R, y K, tienes seleccionadas en la tabla anterior coloca la respuesta sobre la línea

Total de V = _____

Total de A = _____

Total de R = _____

Total de K = _____

Anexo D

UNIVERSIDAD POLITECNICA DEL VALLE DE MEXICO

Examen de matemáticas

Unidad Temática: Funciones trigonométricas

ALUMNO: _____

I.- Determina el dominio, contradominio, amplitud y periodo de las siguientes funciones trigonométricas, escribiendo con la notación adecuada en la celda que corresponda.

función	Dominio	Contradominio	Amplitud	periodo
$y = \text{sen}x$				
$y = -3 \cos x$				
$y = 2 \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$				
$y = \text{tng}x$				
$y = -\text{tng} \frac{x}{3}$				
$y = \frac{1}{2} \text{csc} x$				

II.- Contesta las siguientes preguntas sobre el espacio señalado

1. La función tangente tiene asíntotas verticales ¿Cuál es la ecuación de dichas asíntotas?
2. si en la función $y = a \text{sen}(bx)$ si duplicamos el valor de a ¿Qué pasa con la amplitud?
3. si en la función $y = a \cos(bx)$ si duplicamos el valor de b ¿Qué pasa con la amplitud?
4. En base a sus gráficas ¿es correcto decir que $\text{sen}x = \cos(\pi + x)$?

5. ¿Cuál es el contradominio de la función $y = \sec x$?

III.- Esboza la grafica de las siguientes funciones:

1. $y = \frac{1}{2} \text{sen}x$

2. $y = \cos(2x)$

Anexo E

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DEL VALLE DE MÉXICO

Examen de matemáticas

Unidad Temática: Geometría analítica

ALUMNO: _____

La recta

Instrucciones generales: Cada ejercicio debe graficarse

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

1. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3,-2)$ y tiene pendiente

$$m = \frac{2}{5}. \text{ Exprésela en sus formas general y reducida}$$

2. Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2,-4)$ y $(5,3)$.

Exprésala en sus formas general y reducida

3. Determina la ecuación de la recta que pasa por el origen y tiene una inclinación de $\theta = 135^\circ$. Exprésala en sus formas general y reducida

Determina si las rectas $3x - 2y = 5$ y $-x + 6y - 1 = 0$ son paralelas y en caso de no serlo determina el punto donde se cortan.

La circunferencia

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

1. Determina la ecuación de la circunferencia que tiene centro en el origen y su radio es de $4u$. Exprésela en forma general y forma reducida.

2. Determina la ecuación de la circunferencia que tiene centro en $(-3,5)$ y su radio es de $6u$. Exprésela en forma general y forma reducida

3. Determina si la recta $y = 3x - 1$ es tangente, secante o ajena a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$. En caso de no ser ajena determine su punto o puntos de corte con la circunferencia.
4. Determina el centro y el radio de la circunferencia $3x^2 + 3y^2 - 9x + 6y - 15 = 0$

La parábola

Todos los elementos de la parábola son: punto H, vértice, foco, directriz, eje de simetría, lado recto, puntos E y E', parámetro p y ecuación.

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

5. Determina todos los elementos (incluyendo la ecuación) de la parábola con vértice en el origen y foco en (0,4)
6. Determina todos los (incluyendo la ecuación) los elementos de la parábola con vértice en (1,-2) y directriz $y = 1$
7. Dada la ecuación $y^2 - 4y - 8x + 28 = 0$ Determine todos sus elementos.
8. Determine si la recta $y = -\frac{1}{2}x + 1$ toca a la parábola que tiene vértice en (2,-2) y directriz $x = -2$. En caso de hacerlo determine en que punto o puntos esto sucede.

ANEXO F

Actividad Graficas de las funciones trigonométricas

Materiales:

- 45 computadoras que tengan instalado el programa graphmatica.
- Proyector conectado a la computadora del profesor.
- Pizarrón y marcadores.
- Dispositivos de almacenamiento portátil (Memoria USB) por cada alumno.
- Verificación de la conexión a Internet sea adecuada

Antecedentes

- El tema de las funciones trigonométricas ya se ha expuesto en el salón de clase, conceptos como función, gráfica, dominio, contradominio, amplitud y periodo ya son conocidos por los alumnos.
- Los alumnos ya se han familiarizado con el uso del programa con una capacitación previa.

Desarrollo

- Una vez ubicados los alumnos cada uno con su computadora se procede a acceder al programa graphmatica.
- Se pide que introduzcan la funciones $y = \sin x$ y $Y = \cos x$
- Se pide utilizar las opciones de papel gráfico a la opción trigonométrico y detalle de la cuadrícula a líneas. (estos podrán ser modificados posteriormente)
- Se modifica el rango de la cuadrícula de $[-8,8]$ en el eje de las abscisas y de $[-2,2]$ el eje de las ordenadas.
- Se destacan las características de estas graficas (senoide y cosenoide).
- Se escribe la expresión $y = a \sin(bx)$ y la expresión $y = a \cos(bx)$, se pide a los alumnos que modifiquen los valores de los parámetros a y b e identifiquen los cambios que se presentan con respecto a las funciones originales.

- De da tiempo para que los alumnos modifiquen los parámetros y hagan sus conclusiones.
- Se pide que ingresen a la página <http://www.ies.co.jp/math/java/trig/graphSinX/graphSinX.html> y observen el comportamiento de la función $y = \text{sen}x$
- Se pide que ingresen a la página <http://www.ies.co.jp/math/java/trig/ABCsinX/ABCsinX.html> y se modifiquen los parámetros a, b, c de la función $y = a \text{sen}(x + c)$ y observen como se modifica la grafica de la función
- Se pide que ingresen a la página <http://www.ies.co.jp/math/java/trig/graphCosX/graphCosX.html> y observen el comportamiento de la función $y = \cos x$
- Por último se pide que ingresen a la página http://www.walter-fendt.de/m14e/sincostan_e.htm y se verifique el comportamiento de las gráficas de las funciones $y = \text{sen}x$; $y = \cos x$; $y = \text{tng}x$
- Llega a una conclusión general.
- El profesor propone funciones y se pide a los alumnos que determinen su dominio, contradominio, amplitud, periodo y se predice como será la grafica correspondiente. Se registra la respuesta.
- Se comprueba que la predicción sea correcta o no.
- Re hacen nuevas conclusiones reafirmando las anteriores o modificándolas.
- Se vuelve a proponer la misma idea pero ahora con el resto de las funciones trigonométricas haciendo mención de la presentación de las asíntotas.
- Se llega a conclusiones generales.
- Se proponen varios tipos funciones
- Se otorga tiempo a los alumnos para que introduzcan la información pero previendo el resultado.

- Se hace una recapitulación de lo aprendido.
- Se establecen conclusiones.
- Se propone funciones para analizar fuera de clase.

Tiempo

- Toda la actividad tarda una sesión de dos horas.

Fin de la actividad

ANEXO G

Actividad: Grafica de la recta

Materiales:

- 45 computadoras que tengan instalado el programa graphmatica.
- Proyector conectado a la computadora del profesor.
- Pizarrón y marcadores.
- Dispositivos de almacenamiento portátil (Memoria USB) por cada alumno.

Antecedentes

- El tema de la recta fue visto en su parte teórica en clase, conceptos como pendiente, ordenada al origen, abscisa al origen, las diferentes forma de la ecuación de la recta ya han sido estudiadas, así como el paralelismo y perpendicularidad entre rectas.
- Los alumnos ya se han familiarizado con el uso del programa con una capacitación previa.

Desarrollo

- Una vez ubicados los alumnos cada uno con su computadora se procede a acceder al programa graphmatica.
- Se propone una recta de la forma $Ax + By + C = 0$ se predice su grafica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se modifican las opciones del programa para hacer más clara la gráfica, (tipo de papel, retícula, modificación de rango, etc.).
- Se propone una ecuación de la forma $y = mx + b$ se predice su grafica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se propone una ecuación de la forma $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ se predice su grafica.

- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se proponen ecuaciones de rectas y se determina su punto de intersección o las condiciones para determinar que no existe.
- Se proponen ejercicios para determinar la ecuación de la recta
 - Dado un punto y la pendiente
 - Dada la inclinación y un punto
 - Dados dos puntos
 - Dado un punto y una recta paralela o perpendicular a ella
 - Dado la pendiente y obteniendo el punto de intersección de dos rectas no paralelas.
- Se establecen conclusiones.

Tiempo

- Toda la actividad tarda una sesión de dos horas.

Fin de la actividad

ANEXO H

Actividad: Circunferencia

Materiales:

- 45 computadoras que tengan instalado el programa graphmatica.
- Proyector conectado a la computadora del profesor.
- Pizarrón y marcadores.
- Dispositivos de almacenamiento portátil (Memoria USB) por cada alumno.

Antecedentes

- El tema de la circunferencia fue visto en su parte teórica en clase, conceptos como centro, radio y las diferentes formas de representación de la ecuación de la circunferencia ya han sido estudiadas, incluyendo los casos de la circunferencia imaginario y la “circunferencia” con radio igual a cero en este caso se trata de un punto.
- Los alumnos ya se han familiarizado con el uso del programa con una capacitación previa.

Desarrollo

- Una vez ubicados los alumnos cada uno con su computadora se procede a acceder al programa graphmatica.
- Se propone una recta de la forma $Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$ se predice su grafica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se modifican las opciones del programa para hacer más evidente a gráfica, tipo de papel, retícula, modificación de rango, etc.
- Se propone una ecuación de la forma $x^2 + y^2 = r^2$. Circunferencia con centro en el origen, se predice su grafica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.

- Se propone una ecuación de la forma $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Circunferencia con centro en (h, k) se predice su grafica preferentemente con $h \neq 0$ o $k \neq 0$.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Dada la ecuación $Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$ se modifican los parámetros para obtener una circunferencia real, luego una imaginaria y por último un punto.
- Por último se proponen tres puntos no colineales y se espera que el alumno prediga cuales son aproximadamente las coordenadas del centro y el valor del radio, posteriormente determine la ecuación correspondiente y verifique su predicción.
- Se da tiempo para resolver problemas de intersección entre circunferencias, o la intersección entre rectas y circunferencias; rectas secantes, tangentes o ajenas con respecto a una circunferencia.
- Se establecen conclusiones.

Tiempo

- Toda la actividad tarda una sesión de dos horas.

Fin de la actividad

ANEXO I

Actividad: Parábola

Materiales:

- 45 computadoras que tengan instalado el programa graphmatica.
- Proyector conectado a la computadora del profesor.
- Pizarrón y marcadores.
- Dispositivos de almacenamiento portátil, Memoria USB, por cada alumno.
- Verificar el correcto funcionamiento de la conexión a Internet y hacer la adecuaciones pertinentes para que corra el programa que utilizara de Internet (Editor Descartesweb2.0)

Antecedentes

- El tema de la parábola fue visto en su parte teórica en clase, conceptos como vértice, foco, lado recto, directriz, eje de simetría, parámetro y las diferentes formas de representación de la ecuación de la parábola ya han sido estudiadas, incluyendo los casos de la parábola con vértice en el origen o fuera de él, con eje de simetría paralelo al eje de las abscisas o al de las ordenadas.
- Los alumnos ya se han familiarizado con el uso del programa con una capacitación previa.

Desarrollo

- Una vez ubicados los alumnos cada uno con su computadora se procede a acceder al programa graphmatica.
- Se propone una recta de la forma $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$ o $Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$ se predice su gráfica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.

- Se modifican las opciones del programa para hacer más evidente a gráfica, (tipo de papel, retícula, modificación de rango, etc.).
- Se propone una ecuación de la parábola con vértice en el origen.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se propone una ecuación de la parábola con vértice fuera del origen y predice su grafica.
- Se introduce dicha ecuación al programa graphmatica y se confirma o rechaza la predicción.
- Se ingresa a la página
http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Conicas_dandelin_d3/index.html
 donde se selecciona la opción parábola y siguiendo las instrucciones que indican a través de 11 pasos la demostración de la ecuación de la parábola.
- Se da tiempo para resolver problemas de intersección entre parábolas, o la intersección entre rectas y parábolas (rectas secantes, tangentes o ajenas con respecto a la parábola).
- Se establecen conclusiones

Tiempo

- Toda la actividad tarda una sesión de dos horas.

Fin de la actividad