

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY  
CAMPUS MONTERREY

PROGRAMA DE GRADUADOS EN ELECTRONICA,  
COMPUTACION, INFORMACION Y COMUNICACIONES

TESIS

MAESTRO EN CIENCIAS EN SISTEMAS INTELIGENTES

Integración del Filtro de Kalman a un Sistema de  
Posicionamiento Global (GPS) para Aplicación en  
Vehículos Autónomos

Por:

Michell Méndez Mejía



MONTERREY, N. L.

NOVIEMBRE DE 2003

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE  
MONTERREY  
CAMPUS MONTERREY  
PROGRAMA DE GRADUADOS EN ELECTRÓNICA,  
COMPUTACIÓN, INFORMACIÓN Y COMUNICACIONES

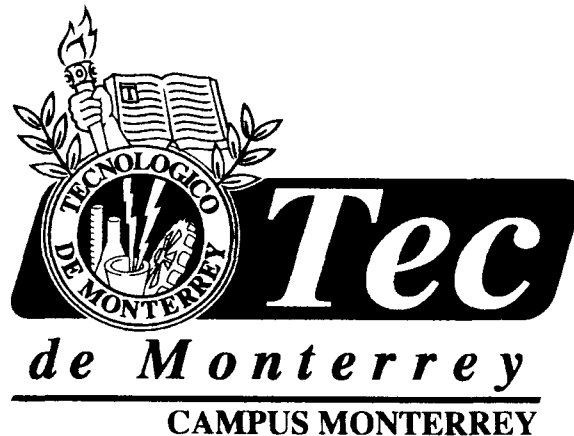
TESIS

MAESTRO EN CIENCIAS  
EN SISTEMAS INTELIGENTES

Integración del Filtro de Kalman a un Sistema de  
Posicionamiento Global (GPS) para Aplicación en  
Vehículos Autónomos

por

Michell Méndez Mejía



Monterrey, N.L., Noviembre de 2003

# **Integración del Filtro de Kalman a un Sistema de Posicionamiento Global (GPS) para Aplicación en Vehículos Autónomos**

por

**Ing. Michell Méndez Mejía**

**Tesis**

Presentada al Programa de Graduados en Electrónica, Computación, Información y  
*Comunicaciones*

como requisito parcial para obtener el grado académico de

**Maestro en Ciencias**

especialidad en

**Sistemas Inteligentes**

**Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey**

**Campus Monterrey**

Noviembre de 2003

# Integración del Filtro de Kalman a un Sistema de Posicionamiento Global (GPS) para Aplicación en Vehículos Autónomos

Michell Méndez Mejía, M.C.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2003

Asesor de la tesis: Dr. Rogelio Soto Rodríguez

Esta tesis describe la simulación del comportamiento de un filtro de Kalman convencional y un filtro de Kalman difuso aplicado en un Sistema de Posicionamiento Global (GPS), a través de la modelación de las ecuaciones que integran la medición de la posición, así como la caracterización del error del sensor GPS.

La simulación se lleva a cabo implementando las ecuaciones del filtro de Kalman para las diferentes etapas del mismo, utilizando valores típicos y valores reales para comparar su comportamiento. Posteriormente se desarrolla un sintonizador difuso para el filtro de Kalman (filtro de Kalman difuso), para comprobar la mejoría de la estimación de la posición con respecto al filtro de Kalman convencional. Las simulaciones se llevaron a cabo en MATLAB por la facilidad de manejo de matrices, así como por las herramientas de lógica difusa que incluye el programa.

Para obtener la caracterización del error del sensor GPS, fue necesario realizar la implementación física de la tarjeta GPS. Se utilizó el programa WinOncore12 de Motorola, con el fin de obtener lecturas reales del GPS y de esta forma trasladar los datos a un formato en el que se pueda analizar la covarianza de las mediciones.

Se comparan gráficas del error obtenido con datos reales y datos típicos, obteniendo una aproximación del comportamiento del filtro de Kalman en un ambiente real. También se hace una comparación del comportamiento del filtro de Kalman difuso contra el convencional.

La tesis establece las bases para el uso del GPS OncoreM12, en el sensado de la posición de un sistema de control de navegación para Vehículos Autónomos.

A Dios, por escucharme, guiarme y protegerme cada día de mi vida  
A mis padres, por ser lo que mas quiero en este mundo y agradecerles por todo lo que soy, además por que sin su ejemplo de empeño, dedicación y sacrificio nada de esto sería posible

A mis hermanos, por que siempre han sido y serán mi apoyo incondicional  
A ella, por su paciencia, entrega y apoyo desde siempre, por ser ese rayo de luz que ilumina mi vida y que nunca dejara de existir en mi corazón

A toda mi familia, por que son parte de mi vida  
A mi pais, por cobijarme en sus raíces y su cultura



# Agradecimientos

Agradezco a mi asesor, el Dr. Rogelio Soto por su constante apoyo a mi educación, así como por creer en mí en los proyectos que emprendimos juntos. A mis sinodales, Dr. Jose Luis Gordillo y Dr. Ricardo Ramírez, por cuestionar de manera acertada mi trabajo. A todos los profesores que hicieron que cambiara mi enfoque de las cosas. Y a cada uno y sin excepción, de mis compañeros y amigos de la maestría.

MICHELL MÉNDEZ MEJÍA

*Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey*  
*Noviembre 2003*





# Contenido

<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>XIX</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>XXI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. El Sistema GPS</b>	<b>7</b>
2.1. Constelación de Satélites GPS . . . . .	7
2.2. Señales GPS . . . . .	8
2.3. Arquitectura del Sistema GPS . . . . .	10
2.3.1. Segmento Espacio . . . . .	10
2.3.2. Segmento Control . . . . .	10
2.3.3. Segmento Usuario . . . . .	12
2.4. Fuentes de Error en los GPS . . . . .	13
2.5. Técnicas de Observación . . . . .	14
2.5.1. GPS Sencillo . . . . .	14
2.5.2. GPS Diferencial (DGPS) . . . . .	14
2.5.3. GPS Diferencial de Área Local (LADGPS) . . . . .	14
2.5.4. GPS Diferencial de Área Amplia (WADGPS) . . . . .	15
2.6. Principios del Funcionamiento . . . . .	15
2.7. Conceptos de Distancia con GPS . . . . .	18
2.8. Ecuación Básica para el Cálculo de la Posición . . . . .	20
<b>3. El Filtro de Kalman y su Integración con el GPS</b>	<b>23</b>
3.1. Las Variables del Filtro de Kalman . . . . .	24
3.2. Funcionamiento del Filtro de Kalman . . . . .	24
3.2.1. Corrección de Estados y Covarianza . . . . .	25
3.2.2. Predicción de Estados y Covarianza . . . . .	25

3.2.3.	Resumen del Filtro . . . . .	26
3.3.	Integración del Filtro de Kalman con el GPS . . . . .	27
3.3.1.	Modelo de los Satélites . . . . .	27
3.3.2.	Modelo de Medición de la Posición . . . . .	28
3.3.3.	Coordenadas . . . . .	28
3.3.4.	Matriz de Sensibilidad de la Medición . . . . .	29
3.3.5.	Valores Típicos para un GPS . . . . .	30
<b>4.</b>	<b>Caracterización del GPS y Simulación del Filtro de Kalman</b>	<b>33</b>
4.1.	GPS Oncore M12 . . . . .	33
4.2.	Implementación del GPS Oncore M12 . . . . .	35
4.3.	Software para GPS Oncore M12 . . . . .	35
4.4.	Experimentos con GPS Oncore M12 . . . . .	38
4.5.	Simulación del filtro de Kalman con caracterización del sensor GPS . . . . .	46
4.5.1.	Longitud . . . . .	46
4.5.2.	Latitud . . . . .	48
4.5.3.	Altitud . . . . .	49
4.5.4.	Clock Bias . . . . .	51
4.5.5.	Clock Drift . . . . .	52
4.6.	Sintonizador Difuso para el Filtro de Kalman (Filtro de Kalman Difuso)	54
4.6.1.	Lógica Difusa . . . . .	54
4.6.2.	Desarrollo del Filtro de Kalman Difuso . . . . .	56
4.7.	Comparación entre el Filtro de Kalman y el Filtro de Kalman Difuso . . . . .	60
4.7.1.	Longitud . . . . .	60
4.7.2.	Latitud . . . . .	61
4.7.3.	Altitud . . . . .	62
4.7.4.	Clock Bias . . . . .	63
4.7.5.	Clock Drift . . . . .	64
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y Trabajo a Futuro</b>	<b>65</b>
5.1.	El sistema GPS . . . . .	65
5.2.	El filtro de Kalman . . . . .	65
5.3.	Integración del filtro de Kalman con el GPS . . . . .	66
5.4.	Caracterización experimental del GPS y simulación del filtro de Kalman	66
5.5.	Conclusiones generales . . . . .	67
5.6.	Trabajos futuros . . . . .	67
<b>A.</b>	<b>Sistema difuso: Clustering</b>	<b>71</b>
A.1.	Modelo matemático del vehículo . . . . .	72
A.2.	Simulación del modelo dinámico del vehículo . . . . .	72

---

A.3. Resultados del Clustering difuso . . . . .	73
<b>B. Control difuso</b>	<b>77</b>
B.1. Controlador difuso . . . . .	77
B.2. Simulaciones . . . . .	78
<b>Referencias</b>	<b>83</b>
<b>Vita</b>	<b>85</b>



# Lista de Tablas

3.1. Satélites Disponibles. . . . .	30
4.1. Características generales del GPS . . . . .	34
4.2. Configuración de puerto de datos del GPS . . . . .	35
4.3. Covarianza de las principales mediciones del GPS . . . . .	44
4.4. Ángulos de la posición de los Satélites . . . . .	45



# Lista de Figuras

1.1. Modelo General de un Sistema de Control con el filtro de Kalman . . . .	4
1.2. Modelo de Navegación de un Vehículo Autónomo con retroalimentación	5
2.1. Órbitas de los satélites GPS . . . . .	8
2.2. Coordenadas Satelitales . . . . .	8
2.3. Pseudorange . . . . .	16
2.4. Determinación del tiempo de vuelo del código, del satélite al receptor .	18
2.5. Posición del usuario en dos dimensiones . . . . .	19
3.1. Operación general del filtro de Kalman . . . . .	27
4.1. GPS Oncore M12 de Motorola . . . . .	34
4.2. Interfaz del GPS con la computadora . . . . .	36
4.3. Software WinOncore 12 . . . . .	37
4.4. Longitud, Medición 1 . . . . .	39
4.5. Longitud, Medición 2 . . . . .	39
4.6. Longitud, Medición 3 . . . . .	40
4.7. Latitud, Medición 1 . . . . .	41
4.8. Latitud, Medición 2 . . . . .	41
4.9. Latitud, Medición 3 . . . . .	42
4.10. Altitud, Medición 1 . . . . .	43
4.11. Altitud, Medición 2 . . . . .	43
4.12. Altitud, Medición 3 . . . . .	44
4.13. Error en el eje X, con valores típicos . . . . .	47
4.14. Error en el eje X, con valores reales . . . . .	47
4.15. Error en el eje Y, con valores típicos . . . . .	48
4.16. Error en el eje Y, con valores reales . . . . .	49
4.17. Error en el eje Z, con valores típicos . . . . .	50
4.18. Error en el eje Z, con valores reales . . . . .	50
4.19. Error en el Clock Bias, con valores típicos . . . . .	51
4.20. Error en el Clock Bias, con valores reales . . . . .	52

4.21. Error en el Clock Drift, con valores típicos . . . . .	53
4.22. Error en el Clock Drift, con valores reales . . . . .	53
4.23. Operación del Filtro de Kalman Difuso . . . . .	57
4.24. Funciones de Membresía de $\mathbf{P}_k(+)$ . . . . .	58
4.25. Funciones de Membresía de $e_{\mathbf{P}_k}$ . . . . .	58
4.26. Funciones de Membresía de $\Delta\mathbf{P}_k(+)$ . . . . .	59
4.27. Conjunto de reglas para el filtro de Kalman Difuso . . . . .	59
4.28. Comparación del error en la Longitud . . . . .	60
4.29. Comparación del error en la Latitud . . . . .	61
4.30. Comparación del error en la Altitud . . . . .	62
4.31. Comparación del error en Clock Bias . . . . .	63
4.32. Comparación del error en Clock Drift . . . . .	64
5.1. Modelo General de un Sistema de Control . . . . .	68
A.1. Simulación del Modelo . . . . .	73
A.2. Comparación entre la gráfica original y la aproximada . . . . .	74
A.3. Aproximación Inferior . . . . .	74
A.4. Aproximación Superior . . . . .	75
B.1. Conjunto de Reglas para el control . . . . .	78
B.2. Modelo Difuso en la Simulación . . . . .	78
B.3. Diagrama del Controlador con el Modelo . . . . .	79
B.4. Velocidad Controlada a 10m/s . . . . .	79
B.5. Fuerza de Salida del Controlador . . . . .	80
B.6. Velocidad Controlada a -20m/s . . . . .	80
B.7. Fuerza de Salida del Controlador . . . . .	81
B.8. Velocidad Controlada a 40m/s . . . . .	81
B.9. Fuerza de Salida del Controlador . . . . .	82



# Capítulo 1

## Introducción

Uno de los campos más prometedores de la robótica móvil es aquél cuyo objetivo es dotar de autonomía a vehículos terrestres, permitiendo la navegación inteligente encaminada a reducir la intervención de operadores humanos en tareas que se ejecutan bajo condiciones adversas. La autonomía conlleva una dotación de sensores para percibir y modelar el entorno del sistema, así como su estado inicial, su estado actual, su medio ambiente y su estado meta, con el fin de tomar decisiones en la planificación de estrategias de movimiento.

Un aspecto clave en el desarrollo de estos sistemas autónomos es el conocimiento en tiempo real de la posición precisa del vehículo. La localización permite optimizar la planificación de las trayectorias ante situaciones imprevistas, garantizando el éxito de una tarea. Ahora bien, la determinación de la posición de un vehículo en ambientes poco estructurados, como lo son los entornos naturales, es un problema complejo por la variedad de situaciones e interacciones imprevisibles que se pueden presentar en el entorno de trabajo, unido a la imprecisión propia de los sensores y del control, así como por los algoritmos de toma de decisiones utilizados.

En los últimos años se han propuesto una gran variedad de técnicas de posicionamiento de robots móviles. Los planteamientos varían considerablemente en función del medio en el cual se mueve el robot, del conocimiento que se posea tanto del entorno como de la tarea a realizar y del conjunto de sensores disponible.

En general, la posición puede determinarse a través de sensores, tanto internos como externos. Los primeros proporcionan de forma continua e inmediata la localización del robot sin conocimiento alguno del entorno. Un ejemplo consiste en el cálculo de la distancia recorrida a través del número de vueltas de las ruedas en cada ciclo de control de movimiento [Palacios 00]. Dentro de este grupo se incluyen tanto los sensores basados en la odometría del vehículo (codificadores de posición situados en los ejes de las ruedas para medir su giro), como algunos sistemas de navegación inercial (acelerómetros). Ahora bien, a pesar de su continuidad y bajo costo, no se utilizan como único sensor en entornos que carecen de referencias fijas, pues las condiciones abruptas del terreno y

la extensión de los recorridos a realizar, hacen que sus estimaciones de posición lleven asociado un error elevado y acumulativo. De todos los errores, sólo aquellos debidos a imperfecciones en el diseño mecánico y sensorial del vehículo se mantienen constantes, pudiendo ser eliminados en el proceso de calibrado [Palacios 00].

En lo que a los sensores externos se refiere, las técnicas de posicionamiento absoluto basan sus medidas en las relaciones del vehículo con elementos externos como son: marcas activas o pasivas, o satélites. Cada una de estas técnicas proporcionan la posición del vehículo respecto a un sistema de referencia global, y pueden ser implementadas utilizando una gran variedad de métodos y sensores, tales como cámaras de video, sonares, láseres, Sistemas de Posicionamiento Global o GPS (Global Positioning System). Las cámaras de video y los sonares son más adecuados para la detección de obstáculos próximos en interiores, activando estrategias de navegación local para evitarlos [Hernandez 02]. El láser permite un reconocimiento de estructuras en exteriores así como la localización del vehículo, siempre que exista un sistema de balizas o marcas para orientación. Finalmente, los Sistemas de Posicionamiento Global son extremadamente útiles en la tarea de localización de vehículos en exteriores, ya que el error de sus estimaciones se encuentra acotado y no depende de la distancia recorrida por el vehículo, ni se ve afectado por cambios durante el tiempo de uso [Kaplan 96]. La localización del vehículo, usando estos sistemas GPS, se calcula mediante técnicas de triangulación empleando como referencias un conjunto de satélites en el espacio.

Sin embargo, debido a que la utilización de los sensores GPS se basa en mediciones de distancias entre el sensor y los satélites, diversos factores de ruido afectan su desempeño, como pueden ser los factores ambientales, la Disponibilidad Selectiva (Inhabilitada en Mayo del 2000), el error en los relojes de navegación, la geografía, la calidad del sensor, entre otros. Algunos de estos efectos pueden ser disminuidos con el uso del modo diferencial del GPS (DGPS); sin embargo, existen situaciones en el cual este modo no puede ser usado o tiene actividad limitada [Nebot 99]. Por esta razón, se realizan esfuerzos significativos para mejorar el desempeño de sensores GPS sin el modo diferencial. En el mercado, existen diversos tipos de sensores GPS dependiendo de la aplicación en la que se vaya a utilizar; las principales características que definen el costo y la calidad del sensor son: precisión del sensor, cantidad máxima de satélites a ser rastreados, técnicas adicionales para posicionamiento, uso de mapas, memoria para grabar rutas, formatos de información de la posición (depende de las unidades métricas a utilizar) y variables a procesar (longitud, latitud, altitud, velocidad, orientación, etc).

Ahora bien, existen algoritmos para disminuir el error en las mediciones de los sensores, algunos de los cuales se basan en la estimación de los estados relacionados con el sensor, como puede ser la posición y la velocidad, un ejemplo de estos algoritmos es el filtro de Kalman. El filtro de Kalman ofrece un algoritmo recursivo lineal, sin sesgo y con un error mínimo de varianza, que estima de manera óptima un estado desconocido de datos, con ruido blanco y tiempo real de un sistema dinámico [Chui 91].

El filtro de Kalman ya ha sido implementado en Sistemas de Posicionamiento Global, y uno de los objetivos de este trabajo es comprobar su funcionamiento y efectividad con base en datos reales.

El objetivo de la tesis consiste, en el diseño y simulación de un filtro de Kalman convencional y un sintonizador difuso para el filtro de Kalman (filtro de Kalman difuso) para un Sistema de Posicionamiento Global, a través de la implementación y caracterización del GPS Motorola OncoreM12.

La metodología de desarrollo consta de tres etapas principales: la implementación del circuito GPS, la caracterización del sensor GPS y la simulación de los filtros de Kalman convencional y difuso para el proceso del GPS. La simulación se hizo con base en los datos obtenidos de la caracterización del sensor, con el objetivo de estimar la posición, reduciendo el error y para su uso posterior en Vehículos Autónomos.

En la etapa de implementación del GPS, se elaboró el circuito de alimentación del sensor y el de comunicación con la computadora, basándose en hojas técnicas proporcionadas por el fabricante, así como en las características de la comunicación serial.

Para la etapa de la caracterización del sensor, se obtuvo un programa para utilizar las funciones del GPS, en el sentido de obtener y recolectar lecturas de los satélites, así como datos de la posición del sensor. Se realizaron lecturas metódicas de la posición, tomando en cuenta que se lleven a cabo a la misma hora, con la misma duración, en el mismo lugar y misma orientación. Estos datos sirvieron para hacer análisis de covarianza del error en las mediciones.

En la última etapa, se alimentó la simulación del filtro de Kalman con los datos obtenidos de la caracterización del sensor, posteriormente se desarrollo un filtro de Kalman difuso al cual se le ingresaron los mismos datos de la caracterización con el fin de compararlo con el desempeño del filtro de Kalman convencional.

Las principales aportaciones que se pretenden cubrir con este trabajo, son:

1. Implementación del circuito de alimentación y comunicación del sensor GPS
2. Caracterización del sensor GPS Motorola OncoreM12
3. Simulación del Filtro de Kalman con datos característicos
4. Desarrollo del Filtro de Kalman Difuso
5. Simulación del Filtro de Kalman Difuso con datos característicos
6. Comparación entre ambos Filtros

Por otra parte, tomando en cuenta que un sistema de control clásico se compone principalmente por el controlador, la planta y la retroalimentación a través de un sensor, se infiere que el filtro de Kalman y el GPS inciden particularmente en el bloque del sensor, como se observa en la Figura 1.1.

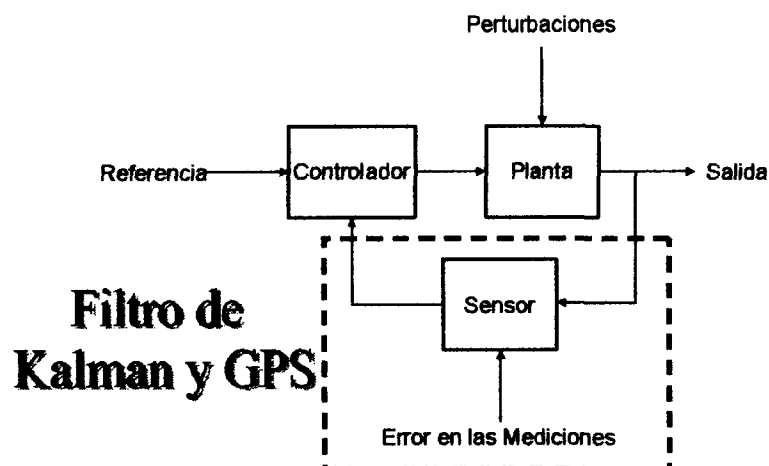


Figura 1.1: Modelo General de un Sistema de Control con el filtro de Kalman

El sistema de navegación de un Vehículo Autónomo es un sistema de control que posee diversas características especiales, ya que cuenta con diferentes bloques para definir de manera precisa el comportamiento real del vehículo en su medio ambiente.

Este sistema de control cuenta con un bloque que describe la dinámica del vehículo, así como la forma en que se ve influenciada por las ecuaciones de la fuerza aerodinámica y gravitacional. El comportamiento cinemático del sistema está representado por otro bloque, con el fin de describir el movimiento del vehículo basado en su dinámica. El sistema guía es un bloque que indica de forma precisa las tareas a realizar y los puntos hacia donde se dirigirá el vehículo. El bloque de control define el comportamiento de las variables a ser manipuladas. Por último, el sistema de navegación cuenta con un bloque de retroalimentación, que se basa principalmente en las lecturas del sensor para alimentar al sistema guía, como se muestra en la Figura 1.2. Es aquí donde el filtro de Kalman y el sensor GPS contribuyen en el sistema de control [Brogan 91].

Para describir la tesis, el Capítulo 2 ofrece un panorama general de un sistema GPS. El Capítulo 3 describe de manera básica el filtro de Kalman y las ecuaciones que lo modelan, así como la integración del filtro con el sensor GPS, lo cual involucra la modelación del comportamiento de los satélites. En el Capítulo 4 se describe la caracterización del GPS Motorola Oncore M12, la implementación, el programa para la utilización del GPS, los experimentos que se realizaron, así como las simulaciones del filtro de Kalman convencional y difuso con los datos obtenidos de la caracterización del GPS. Por último, el Capítulo 5 presenta las conclusiones y trabajo a futuro. Los apéndices A y B proponen un modelador y controlador difusos para ser usados en un Vehículo Autónomo, basando la medición de la posición en un sensor GPS.

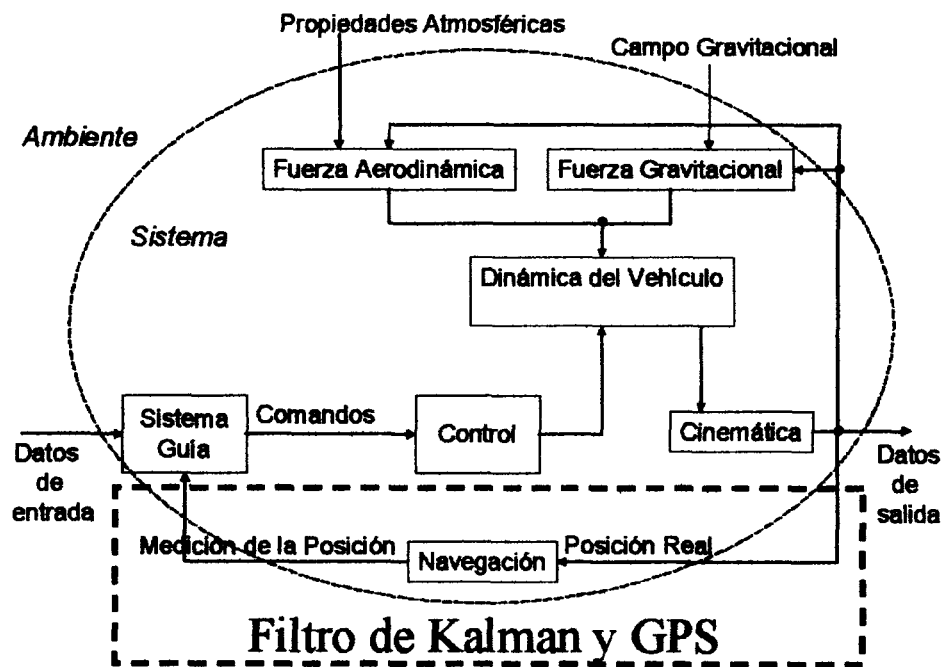


Figura 1.2: Modelo de Navegación de un Vehículo Autónomo con retroalimentación



# Capítulo 2

## El Sistema GPS

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS por sus siglas en inglés) es un sistema satelital basado en señales de radio, emitidas por una constelación de satélites activos en órbita alrededor de la tierra, a una altura de aproximadamente **20,000 km**. El sistema provee información mundial, exacta, continua y tridimensional de la posición y la velocidad del sensor, para ser usada en sistemas de navegación. El sistema GPS fue diseñado, financiado, implementado y operado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, con el objeto de obtener en tiempo real la posición de un punto en cualquier lugar de la tierra. El sistema GPS a demostrado beneficios significativos para la comunidad civil, ya que cada vez mas crece el número de aplicaciones en donde es utilizado.

Algunas de las ventajas que ofrece el sistema GPS son, la alta precisión que se puede obtener en el posicionamiento llegando a niveles de algunos metros e incluso centímetros, dependiendo directamente de las técnicas de observación; la capacidad de determinar el tiempo y la velocidad del sensor, con base en la posición; la disponibilidad del posicionamiento en cualquier punto de la faz de la tierra y hasta determinada altura; la disponibilidad del posicionamiento las 24 horas, bajo casi cualquier condición ambiental; el relativo bajo costo de los equipos usando un sistema que no requiere cuotas de renta; y por último la información tridimensional que ofrece el sistema.

### 2.1. Constelación de Satélites GPS

La constelación satelital GPS consiste en una constelación de **24 satélites** nominales, o más. Los satélites están posicionados en seis planos orbitales con centro en la Tierra, con cuatro o más satélites en cada plano, como se muestra en la Figura 2.1. Las órbitas son no-geoestacionarias y aproximadamente circulares, con un radio de **26,560 km** y periodos orbitales de medio día sideral (approx **11.967 h**). Las órbitas están inclinadas en un ángulo ( $\alpha$ ) de **55°** relativos al ecuador y separados cada una en múltiplos de **60°** de ascensión derecha ( $\Omega$ ), como se muestra en la Figura 2.2.

Teóricamente, cuatro o mas satélites GPS estarán visibles desde la mayoría de los puntos geográficos, pudiendo ser usados para determinar la posición del observador las **24** horas del día.

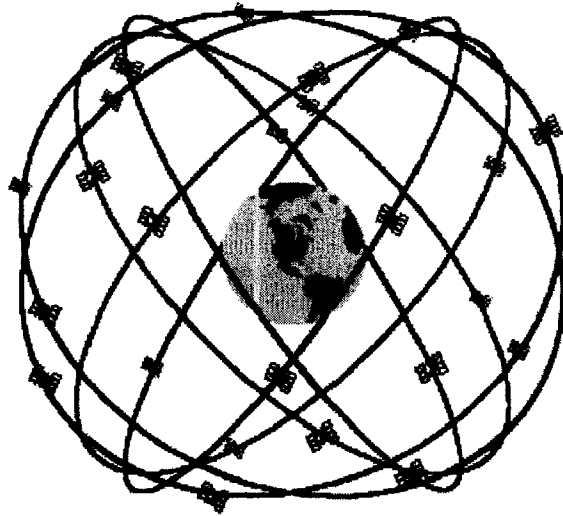


Figura 2.1: Órbitas de los satélites GPS

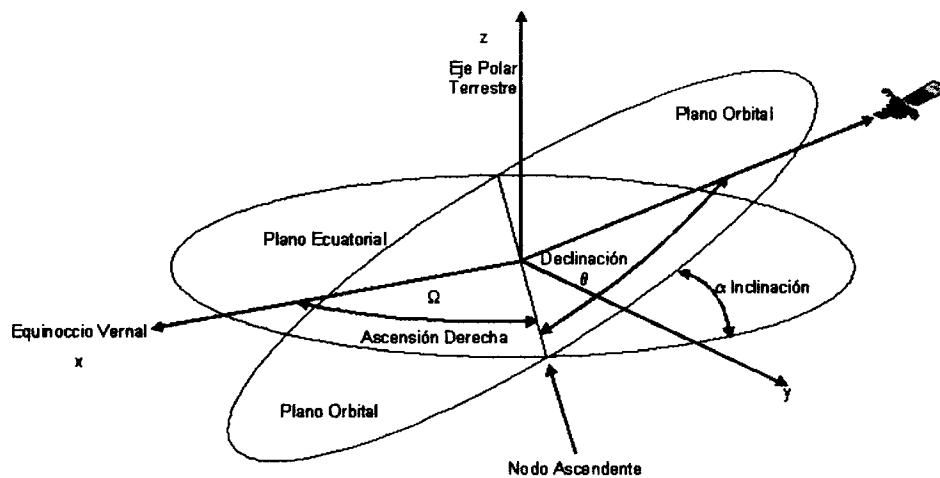


Figura 2.2: Coordenadas Satelitales

## 2.2. Señales GPS

La señales transmitidas por los satélites GPS, son básicamente dos portadoras en la banda L. Estas señales son generadas multiplicando la frecuencia fundamental  $f_0 = 10.23MHz$  por 154 y 120, produciendo dos portadoras de microondas en la banda



$L$ ,  $L1$  y  $L2$  respectivamente. La frecuencia de cada portadora es:  $f_{L1} = f_0 \times 154 = 1575.42 \text{ MHz}$ , y  $f_{L2} = f_0 \times 120 = 1227.6 \text{ MHz}$ . Estas señales son ondas de radiofrecuencia capaces de ser transmitidas a través de la atmósfera y a grandes distancias; sin embargo no pueden penetrar objetos sólidos.

Todos los satélites GPS transmiten a la misma frecuencia de portadoras, en la banda L. Sin embargo, estas portadoras no transmiten información por sí mismas, por lo que tienen que ser moduladas. En el GPS, las portadoras en la banda L son moduladas por dos códigos de rango, el código C/A (clear/access) para uso civil, y el código P (precise) para uso militar y usuarios autorizados.

La portadora  $L1$  fue diseñada para ser modulada con ambos códigos, mientras que la portadora  $L2$  puede ser modulada solamente con el código P.

Los códigos C/A y P proveen el medio por el cual el receptor GPS puede medir distancias en una sola dirección a los satélites, es decir solo envían y no reciben. Estos códigos tienen características de ruido aleatorio, y como son códigos binarios generados por algoritmos matemáticos, estos son llamados códigos de Ruido Pseudoaleatorio (PRN por sus siglas en inglés).

Un código C/A es asignado a cada satélite GPS (el número de código PRN es también usado como identificador del satélite), con una longitud de 1023 chips o incrementos de lapso de tiempo antes de repetirse, generados a una frecuencia de  $1.02 \text{ MHz}$ .

El código P completo tiene una longitud de 259 días, durante la cual cada satélite transmite una porción única del código. La porción del código P, usada por un determinado satélite GPS, tiene una longitud de exactamente 7 días antes de que esta porción de código sea repetida nuevamente. La resolución del código P es 10 veces más grande, que la resolución del código C/A.

El conocimiento de los códigos PRN permite, a los usuarios, acceso independiente a múltiples satélites con la misma frecuencia de portadora. La señal transmitida por un satélite GPS en particular, puede ser seleccionada a través de la generación y empalme de un código PRN para ese satélite. Todos los códigos PRN son conocidos y generados por los receptores GPS.

Las cadenas de "bits" que componen las señales de los satélites GPS, incluyen información de las efemérides y almanaques para cada uno de los satélites, con parámetros que incluyen correcciones aproximadas de retardos por la ionósfera y correcciones por desviación de los relojes.

El almanaque se refiere a la información que transmite cada satélite sobre su posición en su órbita, lo cual permite al usuario calcular la localización aproximada de cada satélite en la constelación GPS en cualquier momento, esto con el fin de determinar cuáles satélites se encuentran visibles desde cierta posición. Los datos del almanaque no son suficientemente precisos para determinar la posición.

Las efemérides, son datos muy similares al almanaque con la diferencia de que tienen mayor precisión en la localización de cada satélite.

## 2.3. Arquitectura del Sistema GPS

El sistema GPS se compone de tres segmentos básicos, los dos primeros de responsabilidad militar [Kaplan 96]:

**Segmento espacio** , formado por 24 satélites GPS con una órbita de **26,560 km** de radio y un periodo de casi **12 h**.

**Segmento control** , que consta de cinco estaciones monitoras encargadas de mantener en órbita los satélites y supervisar su correcto funcionamiento, tres antenas terrestres que envían a los satélites las señales que deben transmitir y una estación experta de supervisión.

**Segmento usuario** , formado por las antenas y receptores pasivos situados en tierra. Los receptores son los encargados de calcular las distancias y proporcionar una estimación de posición y tiempo.

### 2.3.1. Segmento Espacio

El segmento espacio consiste en la constelación de satélites y de las señales que transmiten permitiendo, a los usuarios, determinar su posición, su velocidad y su tiempo de referencia.

Las funciones básicas de los satélites son, recibir y almacenar datos transmitidos por las estaciones del *segmento control*, mantener el tiempo preciso por medio de diversos relojes atómicos, transmitir información a través de las señales en las dos frecuencias de la banda L y proveer una plataforma estable a los transmisores.

Cada satélite GPS transmite sólo una señal de navegación, centrada en las dos portadoras de la banda L, permitiendo la eliminación de los efectos de la ionósfera en la propagación de la señal. A estas frecuencias, las señales son altamente direccionables y fácilmente reflejadas o bloqueadas por objetos sólidos. Las nubes no son obstáculo para las señales; sin embargo, el follaje de los árboles sí lo es. La señal es transmitida con suficiente potencia, para asegurar un mínimo nivel de  $-160$  dB en la superficie terrestre.

### 2.3.2. Segmento Control

El segmento *control* consiste en las instalaciones necesarias para el monitoreo de los satélites, tomando en cuenta el estado, el seguimiento y control de la telemetría, las órbitas, los cálculos con los datos de los relojes y los enlaces disponibles. Actualmente existen cinco estaciones terrestres: Hawaii, Colorado, Isla Ascensión, Diego Garcia, y Kwajalein. Todas son propiedad y operadas por el Departamento de Defensa de los EE.UU.

- Todas las estaciones son de monitoreo, equipadas con receptores GPS para dar seguimiento a los satélites. Los datos resultantes del rastreo, son enviados a una estación central de control.
- La estación central de *control* se encuentra en Colorado Springs, donde los datos son procesados para calcular las efemérides y las correcciones de los relojes de los satélites. También es la estación que inicia todas las operaciones del segmento espacio, como la encriptación de señales.
- Tres de las estaciones son estaciones de carga de datos, permitiendo el enlace de datos con los satélites. Los datos en los enlaces incluyen la corrección de las órbitas y la corrección de los relojes internos, a través de los mensajes de navegación y comandos de telemetría de la estación central de *control*.

Cada una de las estaciones de carga de datos, puede ver a todos los satélites una vez al día. Todos los satélites están en contacto con las estaciones de carga de datos tres veces al día, y cada ocho horas se les puede transmitir un nuevo mensaje de navegación o un comando de telemetría. El cálculo de las órbitas de los satélites o efemérides, y la determinación de los errores de sincronización de los relojes, son las funciones más importantes del segmento *control*. Se requiere el cálculo de las órbitas periódicamente, debido a las funciones de los satélites GPS como estaciones orbitales de *control*; por lo que sus coordenadas deben conocerse con gran precisión. El cálculo de los errores de los relojes es importante para reducir la desviación en las mediciones.

Los satélites GPS viajan a una velocidad aproximada de  $4 \text{ Km/s}$ , con un patrón orbital regular. Las fuerzas que, de manera más significativa, influyen en el movimiento de los satélites son, la atracción gravitacional esférica y no-esférica de la tierra, la atracción gravitacional del sol, luna y planetas, los efectos del arrastre atmosférico, la presión por la radiación solar y la parte variable en el campo gravitacional, debido a la diferencia entre la tierra y los océanos.

Para determinar el movimiento de un satélite con alta precisión, estas fuerzas necesitan ser modeladas. Si estas fuerzas fueran perfectamente conocidas, y la posición y velocidad inicial fueran dadas, entonces la integración de las ecuaciones de movimiento darían la posición y velocidad del satélite en cualquier momento en el tiempo.

Sin embargo, estas fuerzas no son conocidas de manera precisa, es por eso que el proceso del cálculo orbital es realizado por medio de observaciones de los satélites desde las estaciones de rastreo, analizando los datos y produciendo órbitas que mejor se ajusten a las observaciones actuales. Determinar estas órbitas es un procedimiento complejo que, en el caso de los satélites GPS, ocurre continuamente y de forma automática.

Las efemérides transmitidas por los satélites GPS son una combinación de diversas representaciones orbitales. Las efemérides orbitales se expresan en un sistema de referencias apropiado para el posicionamiento, el cual es fijo a la Tierra (Earth Fixed),

como el sistema WGS84 por ejemplo. Por lo tanto, el segmento *control* tiene la función de propagar datos de control a los satélites, para asegurar el envío de información confiable a los usuarios.

El comportamiento de los relojes de abordo de los satélites GPS, es monitoreado y comparado contra relojes atómicos desde la estación central de monitoreo. La desviación y la razón en la desviación ('clock bias' y 'clock drift') de los relojes GPS, relativo al tiempo de la estación central de monitoreo, son explícitamente determinados en el mismo procedimiento que incluye la estimación de las efemérides. El comportamiento de los relojes, a través de estas variables, está disponible a todos los usuarios del sistema GPS, por medio de unos coeficientes de corrección en forma polinomial en el mensaje de navegación. Sin embargo, lo que realmente está disponible, para los usuarios, es una predicción del comportamiento de los relojes, para intervalos futuros de tiempo.

### 2.3.3. Segmento Usuario

El segmento usuario consiste en el equipo utilizado para la recepción de las señales de los satélites, típicamente llamados receptores GPS. Desde su nacimiento a existido una evolución significativa en la tecnología usada para los receptores.

Los principales intereses depositados en este segmento son las posibles aplicaciones que se les puede dar a los dispositivos, el desarrollo de los equipos a utilizar y la tecnología aplicada en ellos, y las estrategias de posicionamiento para lograr mayores niveles de exactitud.

El servicio OnStar, de General Motors, es ejemplo de una aplicación en tierra del GPS; la cual incluye requerimientos de posicionamiento para soporte de emergencia a vehículos, monitoreo de vehículos y mapas para conocer la mejor ruta a un destino marcado. Algunos de los elementos mas importantes en este tipo de aplicaciones son:

**Nivel de Desempeño** : exactitud, confiabilidad, disponibilidad, etc;

**Costo** : capital invertido y costos recurrentes;

**Funcionalidad** : determinación de la posición y velocidad, así como de otras variables;

**Configuración Física** : incluye el tamaño del sensor, el montaje de la antena, el modo de ilustrar la información, voltaje de alimentación, enlaces de comunicación, etc;

**Nivel de Integración** : integración de la navegación autónoma, el diseño de mapas digitales y enlaces de comunicación.

## 2.4. Fuentes de Error en los GPS

A continuación se describen las fuentes de error, que en la actualidad afectan de forma significativa a las mediciones realizadas por el GPS.

**Perturbación de la ionósfera** . La ionósfera está formada por una capa de partículas cargadas eléctricamente, que modifican la velocidad de las señales de radio que la atraviesan.

**Fenómenos meteorológicos** . En la tropósfera, el vapor de agua afecta las señales electromagnéticas, disminuyendo su velocidad. Los errores generados son similares, en magnitud, a los causados por la ionósfera, pero su corrección es prácticamente imposible.

**Imprecisión en los relojes** . Los relojes atómicos de los satélites presentan ligeras desviaciones, a pesar de su cuidadoso ajuste y control; lo mismo sucede con los relojes de los receptores.

**Interferencias eléctricas imprevistas** . Las interferencias eléctricas pueden ocasionar correlaciones erróneas de los códigos pseudoaleatorios o un redondeo inadecuado en el cálculo de una órbita. Si el error es grande, resulta fácil detectarlo, pero no sucede lo mismo cuando las desviaciones son pequeñas, causando errores de hasta 1 metro.

**Error multisenda** . Las señales transmitidas desde los satélites pueden sufrir deflexiones antes de alcanzar al receptor. Los receptores modernos emplean técnicas avanzadas de procesamiento de señales y un diseño especial de antenas para minimizar este error, que resulta muy difícil de modelar, al ser dependiente del entorno en donde se ubique la antena GPS.

**Disponibilidad Selectiva (SA)** . Constituía la mayor fuente de error y era introducida deliberadamente por la milicia de los EE.UU. En Mayo del 2000 fue suspendida. La disponibilidad selectiva es una combinación de métodos para decrementar deliberadamente la exactitud de los GPS, a través de la perturbación del reloj abordo.

**Topología receptor-satélites** . Los receptores deben considerar la geometría entre el receptor y los satélites visibles para el cálculo de distancias, ya que una determinada configuración espacial puede aumentar o disminuir la precisión de las mediciones. Los receptores más avanzados utilizan un factor multiplicativo, que modifica el error de la medición de la distancia (dilución de la precisión geométrica).

Las fuentes de error pueden agruparse según dependan o no de la geometría de los satélites. El error debido a la disponibilidad selectiva y los derivados de la imprecisión de los relojes, son independientes de la geometría de los satélites; mientras que los retrasos ionosféricos, troposféricos y los errores multisenda dependen fuertemente de la topología. Los errores procedentes de las distintas fuentes se acumulan en un valor de incertidumbre que va asociado a cada medición de la posición de un GPS.

## **2.5. Técnicas de Observación**

La selección de la técnica de observación en una inspección con GPS, depende de los requerimientos especiales del proyecto; especialmente, la exactitud deseada juega un rol dominante. Otro aspecto importante, es el tipo de servicio que se tiene en la parte del mundo en donde se trabajará, ya que en países como EE.UU., cuentan con estaciones repetidoras para lograr una técnica de DGPS. El presupuesto destinado al sensor y a su mantenimiento es otro aspecto a tomarse en cuenta.

### **2.5.1. GPS Sencillo**

Este tipo de GPS está compuesto por solamente un receptor; es la configuración menos costosa y la mas sencilla de mantener, por lo que se realizan grandes esfuerzos por mejorar la exactitud de esta técnica.

### **2.5.2. GPS Diferencial (DGPS)**

El GPS en modo Diferencial (DGPS por sus siglas en inglés), es una técnica para reducir el error de la posición en las lecturas de un GPS, a través del uso de información adicional de otro receptor GPS que sirve de referencia, en una posición conocida. La configuración mas común utilizada por esta técnica involucra la determinación de los efectos combinados de los mensajes de navegación, las efemérides y el error de los relojes (incluyendo retardos en la propagación), en una estación de referencia. La estación a su vez, transmite la corrección del pseudorange, en tiempo real, al receptor de un usuario, el cual aplica las correcciones en el proceso para determinar la posición. Con base en este principio, el modo diferencial genera dos formas para el proceso de observación con el GPS.

### **2.5.3. GPS Diferencial de Área Local (LADGPS)**

El GPS en modo Diferencial de Área Local (LADGPS por sus siglas en inglés) es una forma de DGPS, en el cual el receptor GPS obtiene las lecturas del pseudorange

en tiempo real y las correcciones de la portadora desde un receptor de referencia local, generalmente localizado en su línea de vista, que son plantadas o ubicadas por el usuario.

Las correcciones son tomadas en cuenta para analizar los efectos combinados de los mensajes de navegación, las efemérides, los errores en los relojes y los errores por el retardo de la propagación de la señal en la atmósfera, basados en una estación de referencia. Con la suposición de que los errores de la estación de referencia, son exactamente los mismos que los errores obtenidos en las mediciones del receptor GPS, estas correcciones producen coordenadas más exactas.

#### 2.5.4. GPS Diferencial de Área Amplia (WADGPS)

El GPS en modo Diferencial de Área Amplia (WADGPS por sus siglas en inglés) es una forma de DGPS, en el cual el receptor GPS obtiene determinadas correcciones de una red de estaciones de referencia, distribuidas sobre una amplia área geográfica y ubicadas por una empresa que proporciona el servicio.

Las estaciones de referencia obtienen correcciones por separado; usualmente determinan fuentes específicas de error, tal como el error en los relojes, el retardo en la propagación de la señal en la ionósfera y la efemérides. Las correcciones son aplicadas en el receptor o directamente dentro de la computadora que hace los cálculos de posición. Las correcciones son típicamente utilizadas en tiempo real, a través de un satélite de comunicaciones geostacionario o a través de una red de transmisores de radio. Las correcciones también pueden ser utilizadas posteriormente a las mediciones, con el fin de mejorar el posicionamiento en el procesamiento de los datos [Grewal 01].

## 2.6. Principios del Funcionamiento

El sistema GPS tiene por objetivo calcular la posición de un punto cualquiera en un espacio de coordenadas  $(x, y, z)$ , partiendo del cálculo de las distancias del punto origen, a un mínimo de tres satélites cuya localización es conocida. La distancia entre el usuario (receptor GPS) y un satélite GPS, se mide multiplicando el tiempo de vuelo de la señal emitida desde el satélite, por su velocidad de propagación.

Para medir el tiempo de vuelo de la señal de radio, es necesario que los relojes de los satélites y de los receptores estén sincronizados, pues deben generar simultáneamente el mismo código. Ahora bien, mientras los relojes de los satélites son muy precisos, los de los receptores son osciladores de cuarzo de bajo costo, por lo tanto imprecisos. A la distancia calculada con error debido a la sincronización de los relojes, se le denomina 'Pseudorange,  $\rho_r$ ' (pseudorange), cuya interpretación se muestra en la Figura 2.3, donde  $x^1, y^1, z^1$  es el sistema de coordenadas de referencia a nivel local,  $\theta$  es la longitud de referencia a nivel local y  $\phi$  es la latitud geométrica a nivel local.

En otras palabras, el reloj en el receptor generalmente tiene un error de desviación con base al tiempo de los satélites, por lo tanto, la distancia (rango) determinada en el proceso de correlación es llamado 'Pseudorango', ya que contiene la distancia geométrica del satélite al usuario y contiene también un error de corrimiento atribuido a la diferencia entre el tiempo del reloj del sistema y el tiempo del reloj del usuario.

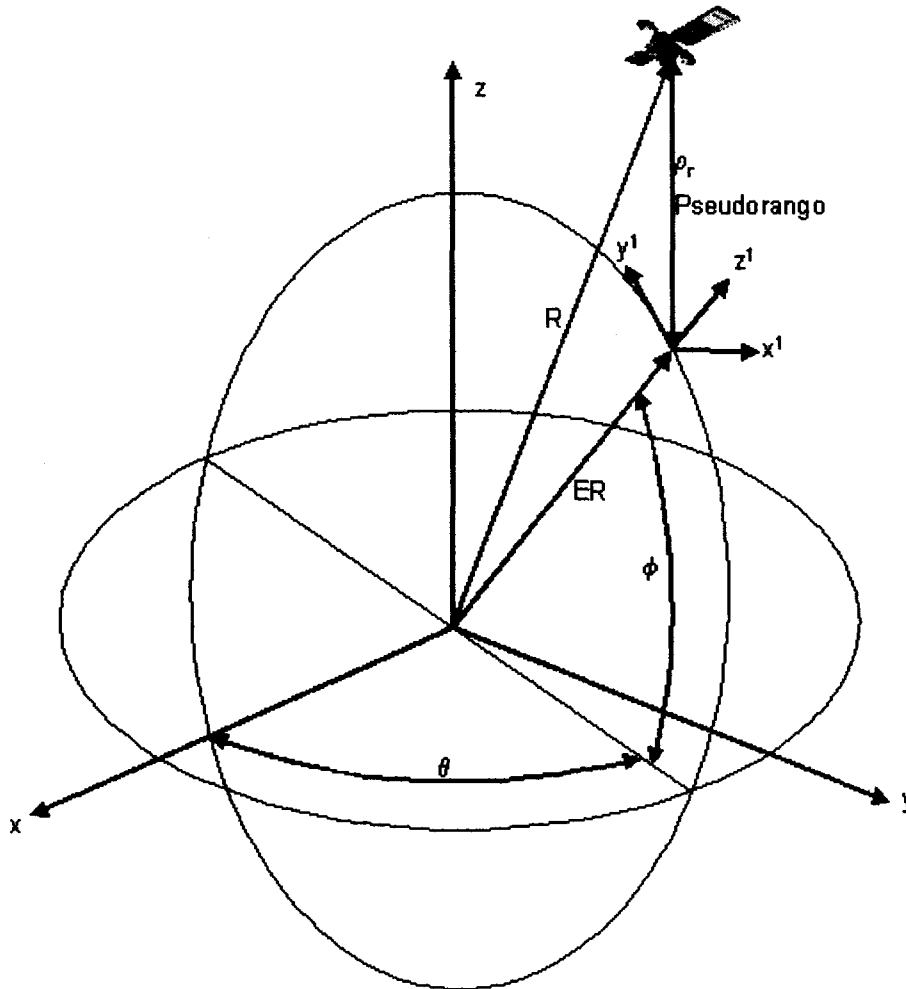


Figura 2.3: Pseudorango

El parámetro  $\Omega$  en la Figura 2.2, es la longitud donde el plano orbital intersecta al plano ecuatorial cuando el satélite cruza desde el hemisferio sur al hemisferio norte. El plano orbital esta definido por los parámetros  $\Omega$  y  $\alpha$ , donde  $\alpha$  es la inclinación del plano orbital con respecto al plano ecuatorial ( $\alpha \approx 55^\circ$ ). El parámetro  $\theta$  representa la localización del satélite dentro de su plano orbital, ya que es el ángulo con respecto al nodo ascendente dentro de su órbita circular.

Para las órbitas de los satélites GPS, el ángulo  $\theta$  cambia a una razón casi constante de  $1.4584 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$  y un periodo de casi 43082 s.



La posición nominal de los satélites GPS, en coordenadas ECEF 'Centradas y Fijas al Centro de la Tierra' (Earth Centered Earth Fixed), esta dada por

$$x = R[\cos \theta \cos \Omega - \sin \theta \sin \Omega \cos \alpha], \quad (2.1)$$

$$y = R[\cos \theta \sin \Omega + \sin \theta \cos \Omega \cos \alpha], \quad (2.2)$$

$$z = R \sin \theta \sin \alpha, \quad (2.3)$$

donde

$$\theta = \theta_0 + (t - t_0) \frac{360}{43082}, \quad (2.4)$$

$$\Omega = \Omega_0 - (t - t_0) \frac{360}{86164}, \quad (2.5)$$

$$R = 26,560,000 \text{ m}, \quad (2.6)$$

donde  $R$  es el radio del satélite al centro de la tierra.

El sistema de coordenadas de referencia a nivel local  $x^1, y^1, z^1$  en las anteriores ecuaciones, es usado por el observador a nivel de la tierra, como se muestra en la Figura 2.3, donde el plano  $x^1 - y^1$  es tangencial a la superficie terrestre, con  $x^1$  apuntando al este,  $y^1$  apuntando al norte y  $z^1$  normal al plano.

Por otra parte, la desviación en los relojes de los receptores, añade una incógnita más, lo cual hace necesario un mínimo de cuatro satélites para estimar correctamente la posición. En el cálculo de los pseudorangos, hay que tener en cuenta que las señales GPS son muy débiles y se hallan inmersas en el ruido natural, formado por una serie de pulsos aleatorios, lo que motiva la generación de un código pseudoaleatorio artificial que los receptores GPS puedan interpretar, como patrón de fluctuaciones.

En cada instante, un satélite GPS transmite una señal con un determinado patrón pseudoaleatorio, cuyo patrón es reproducido por cualquier receptor GPS. Con base en estos patrones y su sincronización, el receptor calcula la distancia realizando un desplazamiento temporal de su código pseudoaleatorio, hasta lograr la coincidencia con el código recibido; este desplazamiento corresponde al tiempo de vuelo de la señal. Este proceso se realiza de forma automática, continua e instantánea en cada receptor.

En otras palabras, el pseudorango es calculado midiendo el tiempo requerido por el código, generado por el satélite, para viajar del satélite hasta el receptor. El satélite envía una señal con un código específico en un tiempo  $t_1$ , llegando al receptor en un tiempo  $t_2$  como se muestra en la Figura 2.4. El tiempo de propagación es  $\Delta t$ . En el receptor, se genera una señal idéntica, al código recibido, en un tiempo  $t$  con respecto al reloj del receptor. A este código replicado, se le aplica un corrimiento en tiempo hasta que alcanza la correlación con el código generado por el satélite. Si el reloj del satélite y el reloj del receptor estuvieran perfectamente sincronizados, del proceso de correlación, se obtendría un tiempo de propagación real. Multiplicando el tiempo de propagación,

$\Delta t$ , por la velocidad de la luz, es posible determinar la distancia entre del satélite al usuario.

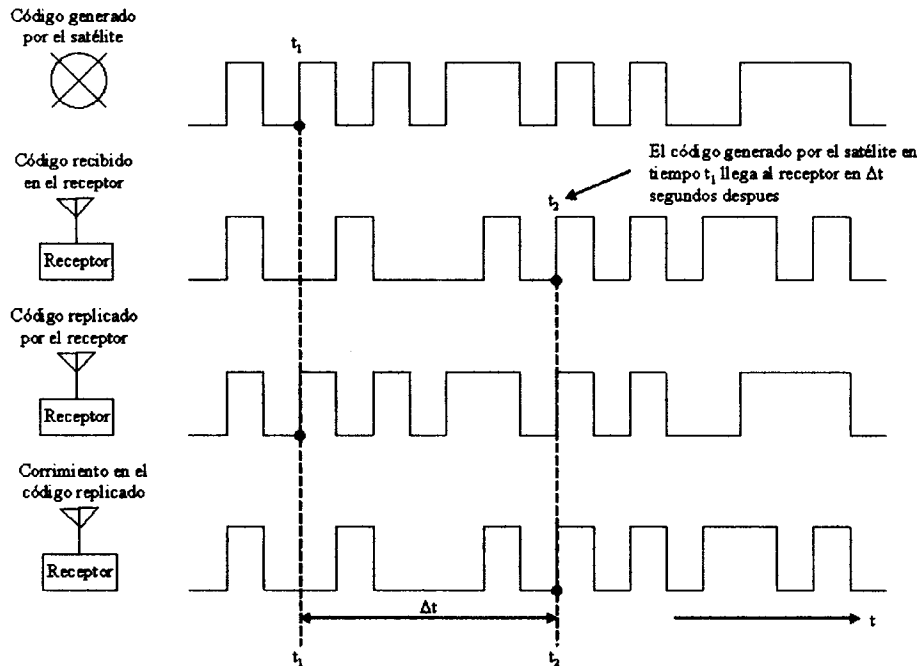


Figura 2.4: Determinación del tiempo de vuelo del código, del satélite al receptor

La utilización de estos códigos pseudoaleatorios permite el control de acceso al sistema de satélites, de forma que, en situaciones de conflicto, se podría cambiar el código, obligando a todos los satélites a utilizar una banda de frecuencia única sin interferencias, pues cada satélite posee un código GPS propio.

Aunque la velocidad de los satélites es elevada (4 Km/s), la posición instantánea de los mismos se estima con un error inferior a varios metros, con base en una predicción sobre las posiciones anteriores en un periodo de 24 a 48 horas. Las estaciones terrestres revisan periódicamente los relojes atómicos de los satélites, dos de cesio y dos de rubidio, enviando las efemérides y las correcciones de los relojes, ya que la precisión de los relojes y la estabilidad de la trayectoria de los satélites son claves en el funcionamiento del sistema GPS.

## 2.7. Conceptos de Distancia con GPS

La posición de cierto punto en el espacio se encuentra, como una función de las distancias medidas de este punto, a ciertas posiciones conocidas en el espacio. Para determinar la posición de un usuario en dos dimensiones, tres satélites y tres distancias son requeridas. La traza de un punto con distancia constante a un punto fijo, es un

círculo en dos dimensiones. Dos satélites y dos distancias ofrecen dos posibles soluciones, ya que dos círculos se intersectan en dos puntos, por lo que la intersección de tres círculos determina de forma única la posición del usuario, como se muestra en la Figura 2.5.

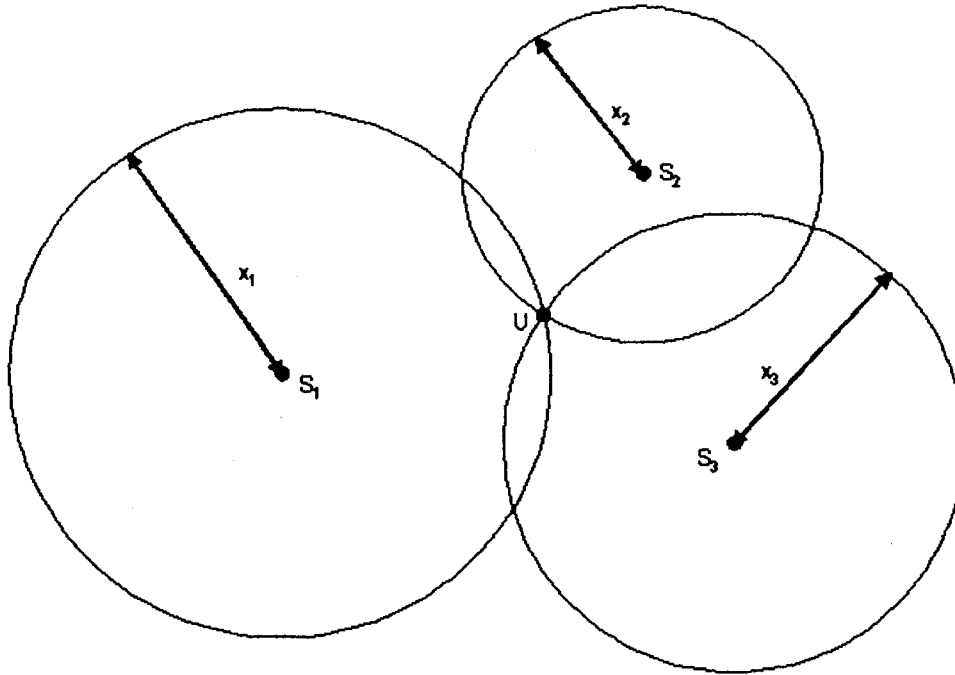


Figura 2.5: Posición del usuario en dos dimensiones

Donde  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  son las posiciones conocidas de los satélites, y  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las distancias conocidas de los satélites hasta la posición  $U$  del receptor.

Por una razón similar, se deduce que en el caso de tres dimensiones se necesitan cuatro satélites y cuatro distancias. En el caso de tres dimensiones, la traza a un punto fijo con distancia constante es una esfera. La intersección de dos esferas forma un círculo. Intersectando este círculo con otra esfera produce dos puntos en el espacio. Para determinar el punto donde se encuentra el usuario, se necesita un satélite más.

En el sistema GPS, como ya se dijo con anterioridad, la posición del satélite es conocida debido a los datos de las efemérides transmitidas por el satélite. A través de la medición de la distancia desde el receptor y los satélites, la posición del receptor puede ser determinada.

En la descripción anterior, la distancia medida del usuario al satélite se supone con gran exactitud y sin error de desviación. Sin embargo, la distancia medida entre el receptor y el satélite posee una gran cantidad de errores, como se mencionó en la sección anterior. Con el fin de resolver estos errores de desviación se requiere otro satélite más. Por lo que, para encontrar la posición de manera precisa, se necesitan cinco satélites.

Si sólo se utilizaran cuatro satélites, la distancia medida con error de desviación proveería dos posibles soluciones, una más cercana a la Tierra y otra en el espacio;

siendo así, se toman las soluciones con valores cercanos a la superficie terrestre. Como regla general, es suficiente determinar la posición con cuatro satélites; sin embargo, la solución posee errores de desviación [Bao 00].

## 2.8. Ecuación Básica para el Cálculo de la Posición

Con la posición de los satélites y el pseudorange conocidos, se obtendrán las ecuaciones del cálculo de la posición del usuario sin mas errores que el provocado por la desviación del reloj ('clock bias').

Para determinar la posición del usuario sin ningún tipo de error, se tiene que,

$$\rho_r = \sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2} \quad (2.7)$$

Donde  $\rho_r$  es el pseudorange conocido,  $x, y, z$  son las coordenadas de la posición de los satélites también conocidas, y  $X, Y, Z$  son las coordenadas de la posición del usuario por conocer. Las coordenadas se encuentran en el sistema de coordenadas ECEF.

La ecuación anterior se eleva al cuadrado en ambos términos, obteniendo,

$$\rho_r^2 = (x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2 \quad (2.8)$$

$$\rho_r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2Xx - 2Yy - 2Zz \quad (2.9)$$

y tomando en cuenta que  $ER^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$ , con  $ER$  como el radio de la tierra, se tiene,

$$\rho_r^2 = ER^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2Xx - 2Yy - 2Zz \quad (2.10)$$

De la ecuación anterior se despejan los términos desconocidos, y se agrega una variable de corrección para determinar el peso del error a corregir, teniendo,

$$\rho_r^2 - (x^2 + y^2 + z^2) - ER^2 = Crr - 2Xx - 2Yy - 2Zz \quad (2.11)$$

donde  $Crr$  es la corrección por el error del reloj.

Las cuatro incógnitas son  $(X, Y, Z, Crr)$ . La posición del satélite  $(x, y, z)$  es calculada de los datos de las efemérides.

De la ecuación anterior se extiende para los cuatro satélites,

$$\begin{aligned} \rho_{r_1}^2 - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - ER^2 &= Crr - 2Xx_1 - 2Yy_1 - 2Zz_1 \\ \rho_{r_2}^2 - (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) - ER^2 &= Crr - 2Xx_2 - 2Yy_2 - 2Zz_2 \\ \rho_{r_3}^2 - (x_3^2 + y_3^2 + z_3^2) - ER^2 &= Crr - 2Xx_3 - 2Yy_3 - 2Zz_3 \\ \rho_{r_4}^2 - (x_4^2 + y_4^2 + z_4^2) - ER^2 &= Crr - 2Xx_4 - 2Yy_4 - 2Zz_4 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Las ecuaciones anteriores se reescriben, obteniendo,

$$\begin{bmatrix} \rho_{r_1}^2 - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - ER^2 \\ \rho_{r_2}^2 - (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) - ER^2 \\ \rho_{r_3}^2 - (x_3^2 + y_3^2 + z_3^2) - ER^2 \\ \rho_{r_4}^2 - (x_4^2 + y_4^2 + z_4^2) - ER^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2Xx_1 & -2Yy_1 & -2Zz_1 & 1 \\ -2Xx_2 & -2Yy_2 & -2Zz_2 & 1 \\ -2Xx_3 & -2Yy_3 & -2Zz_3 & 1 \\ -2Xx_4 & -2Yy_4 & -2Zz_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ Crr \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

o,

$$R = MU_\rho \quad (2.14)$$

Donde  $R$  es un vector  $4 \times 1$  y es conocido,  $M$  es una matriz  $4 \times 4$  y es conocida, y  $U_\rho$  es un vector  $4 \times 1$  y es desconocido.

Si premultiplicamos ambos lados de la ecuación anterior por  $M^{-1}$ , tenemos,

$$U_\rho = M^{-1}R \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ Crr \end{bmatrix} = M^{-1}R \quad (2.16)$$

De esta manera se llegan a conocer las coordenadas del usuario.



## Capítulo 3

# El Filtro de Kalman y su Integración con el GPS

El filtro de Kalman es un proceso óptimo de estimación de estados, aplicado a sistemas dinámicos que involucran perturbaciones estocásticas. De manera más precisa, el filtro de Kalman ofrece un algoritmo recursivo lineal, sin sesgo y con un mínimo error de varianza, que de manera óptima estima los estados de un sistema dinámico, con ruido discreto en tiempo real.

Este ha sido extensamente usado en aplicaciones industriales, civiles y militares, tales como sistemas de rastreo en video y laser, navegación satelital, estimación de trayectorias de misiles balísticos, radares, entre otros. Con el reciente desarrollo de computadoras cada vez mas veloces, el filtro de Kalman a sido utilizado en aplicaciones en tiempo real [Chui 91].

El filtro de Kalman también es visto como un procedimiento efectivo y versátil, para combinar la salida de sensores con ruido, con el fin de estimar estados de un sistema con dinámica incierta.

Los sensores con ruido incluyen receptores GPS, sensores inerciales (acelerómetros y giroscopios), sensores de velocidad, sensores de tiempo, etc. Los estados del sistema incluyen variables como la posición, velocidad, aceleración, altitud, razón de cambio en la altitud, etc., y otro tipo de variables que sirven para modelar fuentes de ruido correlacionado y parámetros variantes en el tiempo, tales como factores de escala, desviaciones en la salida o frecuencias. La dinámica incierta incluye perturbaciones no predecibles, causadas por la operación humana del sistema, o por el medio en el cual se desenvuelve, provocando cambios no predecibles en los parámetros de los sensores.

### 3.1. Las Variables del Filtro de Kalman

El filtro de Kalman trabaja principalmente con dos tipos de variables:

**Vector de Estados Estimados** Los componentes del vector de estados estimados, incluyen las siguientes variables:

1. Variables de interés, tales como la posición, velocidad, aceleración, razón de cambio en la aceleración, entre otras. Estas son las que se requieren o se necesitan.
2. Variables no intrínsecas, aquellas que por las que no se tiene especial interés, sin embargo son necesarias en el proceso de estimación. Este tipo de variables pueden incluir, por ejemplo, los errores por disponibilidad selectiva de los satélites GPS. Generalmente no se necesita conocer sus valores, pero se está obligado a calcularlos para mejorar la estimación del receptor.
3. Variables dinámicas, aquellas definidas para ciertas aplicaciones específicas, como medidas para ciertos sensores. Por ejemplo, en el caso de un acelerómetro o un giroscopio, el filtro puede tener componentes de aceleración y rotación angular.

**Matriz de Covarianza, medición de la incertidumbre en la estimación** . Estas ecuaciones son usadas para propagar el modelo de la matriz de covarianza, y manejar la incertidumbre, tomando en cuenta como el ruido de los sensores y la dinámica incierta, contribuyen en la incertidumbre total para el cálculo de la estimación de los estados del sistema.

El filtro de Kalman combina la información de todos los sensores de manera óptima, en el sentido de que la estimación resultante minimiza cualquier función de error RMS. La ganancia de Kalman  $\bar{K}$  es una matriz de pesos óptima, que se usa para combinar nuevos datos de sensores con la estimación a priori (estimación antes de la medición), para obtener una nueva estimación [Grewal 01].

### 3.2. Funcionamiento del Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un proceso de dos pasos, corrección y predicción. El filtro puede comenzar con cualquiera de los dos pasos, pero empezaremos describiendo el paso de corrección.



### 3.2.1. Corrección de Estados y Covarianza

La etapa de corrección hace correcciones a una estimación, basada en nueva información obtenida de las mediciones de los sensores. La matriz de ganancia Kalman  $\bar{\mathbf{K}}$  es la parte mas importante del filtro de Kalman. Todos los esfuerzos para resolver la ecuación matricial de covarianzas son con el propósito de calcular el valor óptimo de la ganancia de Kalman  $\bar{\mathbf{K}}$ , usada para corregir la estimación de los estados  $\hat{\mathbf{x}}$ ,

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+)=\hat{\mathbf{x}}_k(-)+\bar{\mathbf{K}}_k[\mathbf{z}_k-\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)], \quad (3.1)$$

basado en una ecuación de medición

$$\mathbf{z}_k=\mathbf{H}\mathbf{x}_k+\mathbf{v}_k, \quad (3.2)$$

que es una función lineal del vector de estados estimado  $\mathbf{x}$ , mas ruido blanco con propiedades estadísticas conocidas. Donde  $\hat{\mathbf{x}}_k(+)$ , es el vector de estados estimado ya corregido, o a posteriori, en un tiempo  $k$ ;  $\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ , es el vector de estados estimado antes de la corrección, o a priori;  $\bar{\mathbf{K}}_k$ , es la ganancia de Kalman;  $\mathbf{z}_k$ , es el vector de medición, o vector de observación;  $\mathbf{H}$ , es la matriz de sensibilidad de la medición, y  $\mathbf{v}_k$ , es el ruido en la medición.

La diferencia  $[\mathbf{z}_k-\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)]$  en 3.1 se conoce como vector de residuo, ya que refleja la discrepancia entre la medición actual  $\mathbf{z}_k$  y la predicción de la medición  $\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ . Un residuo de cero significa que las dos están en completo acuerdo, sin ruido.

La matriz de ganancia  $\bar{\mathbf{K}}_k$ , minimiza el error de covarianza. Existen diversas formas para minimizar el error<sup>1</sup>, y una de las mas utilizadas se refleja en la siguiente ecuación:

$$\bar{\mathbf{K}}_k=\mathbf{P}_k(-)\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{P}_k(-)\mathbf{H}^T+\mathbf{R}]^{-1} \quad (3.3)$$

donde  $\mathbf{R}$ , es la matriz de covarianza de ruido en el sensor. La corrección de la matriz de covarianza se obtiene en la siguiente ecuación

$$\mathbf{P}_k(+)=\mathbf{P}_k(-)-\bar{\mathbf{K}}_k\mathbf{P}_k(-) \quad (3.4)$$

### 3.2.2. Predicción de Estados y Covarianza

El resto del filtro de Kalman es el paso de predicción, en el cual la estimación  $\mathbf{x}_k$  y su matriz de covarianza de la estimación incierta  $\mathbf{P}$  son propagados a la siguiente época. Aquí es donde la dinámica de los procesos físicos entran en el filtro. El estado de un proceso dinámico es un vector de variables que especifican de manera completa la

<sup>1</sup>Todas las ecuaciones del filtro de Kalman pueden ser algebraicamente manipuladas en diferentes formas.

propagación de la trayectoria del proceso a través del tiempo, y el procedimiento para propagar la solución en el tiempo es llamado predicción de estados.

Las mediciones de las salidas de los sensores muestreados en tiempo discreto  $\dots < \mathbf{t}_{k-1} < \mathbf{t}_k < \mathbf{t}_{k+1} < \dots$ . El filtro de Kalman utiliza estos valores para estimar el estado de sistemas dinámicos asociados a ese tiempo discreto.

Se tienen los estados  $\dots, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}, \dots$  correspondientes a los valores del vector de estados de un sistema dinámico en tiempo discreto, por lo tanto cada valor esta determinado del valor previo, obteniendo una ecuación de la forma:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (3.5)$$

La matriz  $\Phi_{k-1}$  es llamada la matriz de transición de estado, la cual representa el comportamiento dinámico del sistema el cual es conocido. El vector  $\mathbf{w}_{k-1}$  es el ruido del proceso de tipo blanco con covarianza conocida  $\mathbf{Q}_k$ , la cual representa perturbaciones aleatorias desconocidas.

El valor a priori de la estimación de la covarianza es,

$$\mathbf{P}_k(-) = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}(+) \Phi_k^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3.6)$$

### 3.2.3. Resumen del Filtro

A continuación se muestra el significado de cada término de todas las ecuaciones del filtro de Kalman:

$\mathbf{H}$ , es la matriz de sensibilidad de la medición o matriz de sensibilidad

$\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ , es la predicción de la medición

$\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ , la diferencia entre el vector de medición y la predicción de la medición, es el vector de innovación

$\bar{\mathbf{K}}$ , es la ganancia de Kalman

$\mathbf{P}_k(-)$ , es el valor a priori o predicho de la covarianza del error estimado

$\mathbf{P}_k(+)$ , es el valor a posteriori o corregido de la covarianza del error estimado

$\mathbf{Q}_k$ , es la matriz de covarianza de ruido en la dinámica

$\mathbf{R}$ , es la matriz de covarianza de ruido en el sensor o de la medición con incertidumbre

$\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ , es el valor a priori o predicho del vector de estados estimados

$\hat{\mathbf{x}}_k(+)$ , es el valor a posteriori o corregido del vector de estados estimados

$\mathbf{z}$ , es el vector de mediciones o vector de observación

$\Phi_k$ , es la matriz de transición de estado

En la Figura 3.1 se observa un esquema general de la operación del filtro de Kalman [Welch 02].

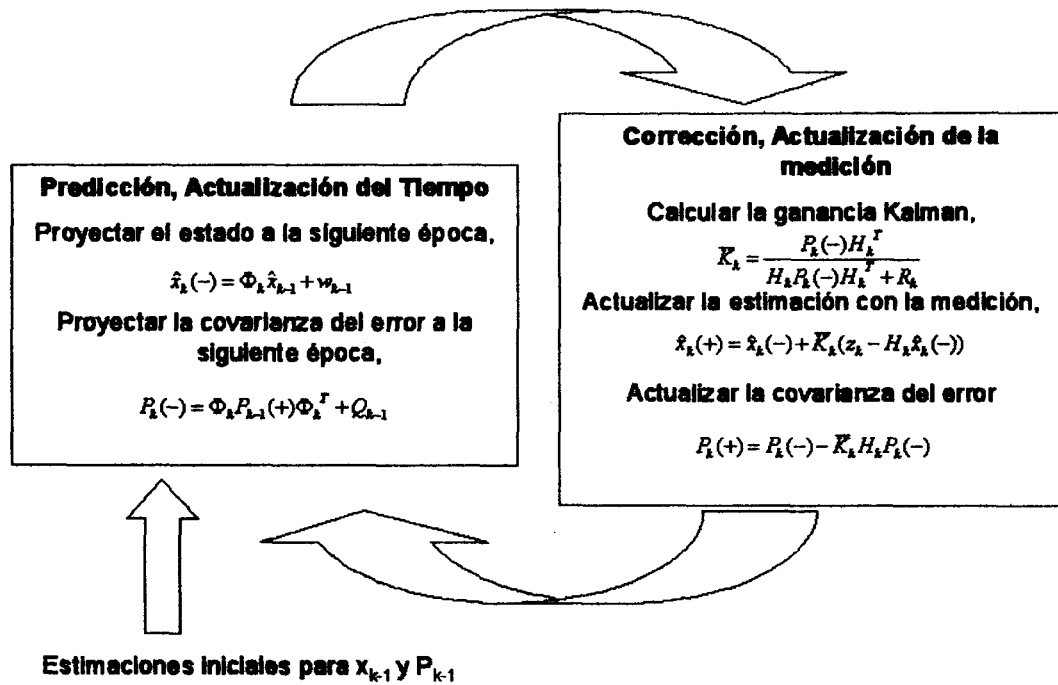


Figura 3.1: Operación general del filtro de Kalman

### 3.3. Integración del Filtro de Kalman con el GPS

En esta sección se describen las principales ecuaciones que modelan al proceso del sensor GPS, así como su integración con el filtro de Kalman. También se definen algunas suposiciones que son necesarias para acotar el problema.

#### 3.3.1. Modelo de los Satélites

Para modelar los satélites GPS, suponemos estos tienen una trayectoria orbital circular, con un ángulo de inclinación de  $55^\circ$  con respecto al plano ecuatorial. El ángulo  $\Omega_0$  es el ángulo de ascensión derecha del satélite, y  $\theta_0$  es la localización angular del satélite en su órbita circular. También se hace la suposición de que los satélites orbitan la tierra en un rango constante  $\theta$ , con un periodo de aproximadamente 43082 s, o sea ligeramente menor que la mitad de un día. Las ecuaciones de movimiento que describen la fase angular de los satélites, están dadas como:

$$\Omega(t) = \Omega_0 - \Omega t, \quad (3.7)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \theta t, \quad (3.8)$$

donde las razones angulares están dadas como

$$\Omega = \frac{2\pi}{86,164}, \quad (3.9)$$

$$\theta = \frac{2\pi}{43,082}, \quad (3.10)$$

donde  $t$  está en segundos.

### 3.3.2. Modelo de Medición de la Posición

En el filtro de Kalman, la ecuación matricial de observación para puntos discretos es

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (3.11)$$

donde  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{v}$  son los vectores y matrices para la observación en el tiempo  $k$ . Esta ecuación es usualmente linealizada cuando se calcula el pseudorango, definiendo  $\mathbf{z} = \rho - \rho_0 = \mathbf{H}^{[1]} \mathbf{x} + \mathbf{v}$ .

El ruido en la medición  $\mathbf{v}$ , supone ser  $\mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$  (distribuida de manera normal con media cero y varianza  $\mathbf{R}$ ). La varianza  $\mathbf{R}$  del error en el receptor, como ya se dijo con anterioridad, se supone es la misma para todas las mediciones, mientras no cambien las condiciones. Definida  $\mathbf{Z}$  como la diferencia en el pseudorango, la matriz de sensibilidad en la medición  $\mathbf{H}$ , puede ser linealizada y aproximada como  $\mathbf{H}^{[1]}$  (aproximación lineal de primer orden), entonces se define como

$$\mathbf{H}^{[1]} = \frac{\partial \rho_r^i}{\partial \mathbf{x}_i}, \quad (3.12)$$

donde  $i$  se refiere a los  $n$  diferentes estados del filtro de Kalman y  $\rho_r$  es el pseudorango de referencia.

### 3.3.3. Coordenadas

Existen diferentes sistemas de coordenadas, sin embargo con algunos sistemas los cálculos se complican. Para simplificar las matemáticas, se utiliza una transformación lineal entre el sistema de coordenadas ECEF (Earth Centered Earth Fixed) y un marco de referencia a nivel local (marco de referencia a nivel del observador). Entonces, la posición de los satélites son:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{z}, \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{x} - \mathbf{R}, \quad (3.13)$$

donde  $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}})$  son las coordenadas a nivel local de las coordenadas originales ECEF  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ . El radio de la tierra es  $\mathbf{R}$ . Esto supone la posición del usuario en  $(0,0,0)$  y hace mas simple los cálculos, por lo que ahora el pseudorango puede ser escrito como

$$\rho_1(t) = \sqrt{(x_1(t) - 0)^2 + (y_1(t) - 0)^2 + (z_1(t) - 0)^2}, \quad (3.14)$$

$$h_x^{[1]}(t) = \frac{-(x_1(t) - 0)}{\rho_1(t)}, \quad (3.15)$$

donde  $h_x^{[1]}$  (componente de la matriz  $H^{[1]}$ ) representa la derivada parcial del pseudo-rango con respecto al eje x. Las constantes orbitales de la tierra están definidas como

$$R = 26,560,000,0 \text{ m} \quad (3.16)$$

$$ERad = 6,380,000,0 \text{ m} \quad (3.17)$$

$$\alpha = 55^\circ \quad (3.18)$$

### 3.3.4. Matriz de Sensibilidad de la Medición

La definición de los diferentes elementos de la matriz  $H^{[1]}$  son

$$x_1(t) = R\{\cos[\theta(t)]\text{sen}[\Omega(t)] + \text{sen}[\theta(t)]\cos[\Omega(t)]\}\cos\alpha, \quad (3.19)$$

$$y_1(t) = R\{\text{sen}[\theta(t)]\}\text{sen}\alpha, \quad (3.20)$$

$$z_1(t) = R\{\cos[\theta(t)]\cos[\Omega(t)] - \text{sen}[\theta(t)]\text{sen}[\Omega(t)]\}\cos\alpha - ERad, \quad (3.21)$$

$$\rho_1(t) = \sqrt{[x_1(t)]^2 + [y_1(t)]^2 + [z_1(t)]^2}, \quad (3.22)$$

$$h_x(t) = \frac{-x_1(t)}{\rho_1(t)}, \quad (3.23)$$

$$h_y(t) = \frac{-y_1(t)}{\rho_1(t)}, \quad (3.24)$$

$$h_z(t) = \frac{-z_1(t)}{\rho_1(t)}, \quad (3.25)$$

y de esta misma forma para los otros cuatro satélites mas.

Entonces, la matriz  $H^{[1]}$  es definida como

$$H^{[1]}(t) = \begin{pmatrix} h_{1x}(t) & h_{1y}(t) & h_{1z}(t) & 1 & 0 \\ h_{2x}(t) & h_{2y}(t) & h_{2z}(t) & 1 & 0 \\ h_{3x}(t) & h_{3y}(t) & h_{3z}(t) & 1 & 0 \\ h_{4x}(t) & h_{4y}(t) & h_{4z}(t) & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

, donde las últimas dos columnas se refieren al error por la desviación del reloj (clock bias) y al error por la razón de desviación del reloj (clock drift).

### 3.3.5. Valores Típicos para un GPS

Con base en el desempeño de un GPS típico en modo sencillo, existen valores que describen el comportamiento de la exactitud del sensor. Estos valores sirven de guía para desarrollar un análisis de error en la posición. A continuación se mencionan los valores que utilizaremos para obtener el análisis.

En la Tabla 3.1 se muestran algunos satélites disponibles y sus respectivas fases iniciales.

Tabla 3.1: Satélites Disponibles.

Satélite No.	$\Omega_0(deg)$	$\theta_0(deg)$
1	326	68
2	26	340
3	146	198
4	86	271
5	206	90

El ruido en la dinámica del sistema  $\mathbf{Q}$  esta dado por

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0833 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.142 \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

donde las unidades de las 4 primeras columnas están dados en metros cuadrados y la última en metros cuadrados por segundo cuadrado.

La matriz de ruido en el receptor  $\mathbf{R}$  es

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 225 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 225 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 225 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 225 \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

donde las dimensiones de las columnas están en metros cuadrados. Esta matriz supone un error inherente del sensor de 15 m, es decir el error que reporta el fabricante en la hoja técnica del sensor.

La matriz de transformación inicial entre el primer y la siguiente medición esta dado por

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

donde  $\Phi$  se obtiene al poner en forma matricial las siguientes ecuaciones, usando el vector de estados  $[xyz\dot{b}\dot{b}]^T$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{y} \\ \mathbf{z} &= \mathbf{z} \\ \mathbf{b} &= \mathbf{b} + \dot{\mathbf{b}} \\ \dot{\mathbf{b}} &= \mathbf{d} = \mathbf{d} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Suponiendo una estimación de error inicial de **100 m**, representada por la matriz  $\mathbf{P}_0(+)$ , que expresa la distancia de las mediciones iniciales con respecto a las mediciones reales

$$\mathbf{P}_0(+) = \begin{pmatrix} 10,000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10,000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 90,000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 900 \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

en la ecuación 3,31 también se hace la suposición de un error por desviación en el reloj de **300 m**, (esta medición se hace en metros, ya que es la desviación en la posición causada por el desfazamiento entre el reloj del satélite y el del receptor) y un error por razón de desviación en el reloj de **30 m/s**, (esta medición se hace en m/s porque es una razón de cambio en el error de la posición causada por el reloj).

Con la información anterior, se establece la ecuación matricial de predicción de la covarianza

$$\mathbf{P}_k(-) = \Phi \mathbf{P}_{k-1}(+) \Phi^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3.32)$$

la ganancia de Kalman,

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^{[1]T} [\mathbf{H}_k^{[1]} \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^{[1]T} + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (3.33)$$

la covarianza a posteriori

$$\mathbf{P}_k(+) = \mathbf{P}_k(-) \{ \mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k^{[1]} \}. \quad (3.34)$$

Con base en los valores típicos de la caracterización del sensor GPS, se pueden graficar los elementos de la diagonal de las matrices de covarianza  $\mathbf{P}_k(-)$  (predicción) y  $\mathbf{P}_k(+)$  (corrección), para estimar la manera en que los errores en los ejes  $x, y, z$  y el error en la sincronización del reloj, convergen como una función del tiempo, tratando que el error sea mínimo.

En un sistema real, las matrices estimadas  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \Phi$  y la ganancia de Kalman están bajo control del diseñador, y se pueden sintonizar individualmente para obtener un error aceptable de covarianza residual.

En el siguiente capítulo se muestra la caracterización del GPS Motorola Oncore M12, así como la simulación del filtro convencional con valores característicos, y su comparación con la versión difusa.



# Capítulo 4

## Caracterización del GPS y Simulación del Filtro de Kalman

Una de las partes más importantes del trabajo de investigación, es desarrollar una caracterización experimental confiable, con el fin de que a su vez sirva de manera eficaz a la simulación del filtro de Kalman. En esta sección se expone de manera general las características del sensor GPS, también se muestra el tipo de experimentos y los resultados que se obtuvieron de los mismos, y por último se muestra un análisis y diseño para el desarrollo del filtro de Kalman, a través de un sintonizador usando lógica difusa.

### 4.1. GPS Oncore M12

El GPS Oncore M12 de Motorola es un sensor especializado para aplicaciones en vehículos, debido a sus características de precisión, dimensiones y datos que maneja. Este modelo fue el utilizado para realizar los experimentos, para los cuales fue necesario hacer la interfaz para comunicación con una computadora, recolectar datos a través del software propio del GPS y por último analizarlos para obtener la caracterización.

La caracterización se refiere a los datos estadísticos de las mediciones hechas por el GPS, ya que estas servirán para alimentar la simulación del filtro de Kalman, esto con el objetivo de obtener una aproximación realista del comportamiento del filtro. Los datos estadísticos principalmente son, la covarianza de la longitud, latitud, altitud, desviación estándar del reloj y razón de desviación estándar del reloj.

De acuerdo a la hoja de datos del GPS, este sensor posee diferentes características que lo hacen especial para aplicaciones en vehículos, tales como el manejo de voltajes de 3 V, la velocidad de adquisición de datos, las dimensiones, entre otras. En la Tabla 4.1 de resumen las características del receptor.

Tabla 4.1: Características generales del GPS

Dimensiones	40 x 60 x 10 mm.
Voltaje de entrada	3 V
Características de desempeño	Velocidad: 500 m/s, Aceleración: 4g
Exactitud en la posición	25 m
Número de satélites	12
Datos	Latitud, longitud, altura, velocidad, dirección, tiempo

En la figura 4.1 se puede apreciar un esquema muy general del GPS, en el cual se observa el conector para la antena J1, el conector de la salida de datos J2, la batería, el microprocesador Oncore, el cristal para la frecuencia del reloj y las dimensiones del receptor.

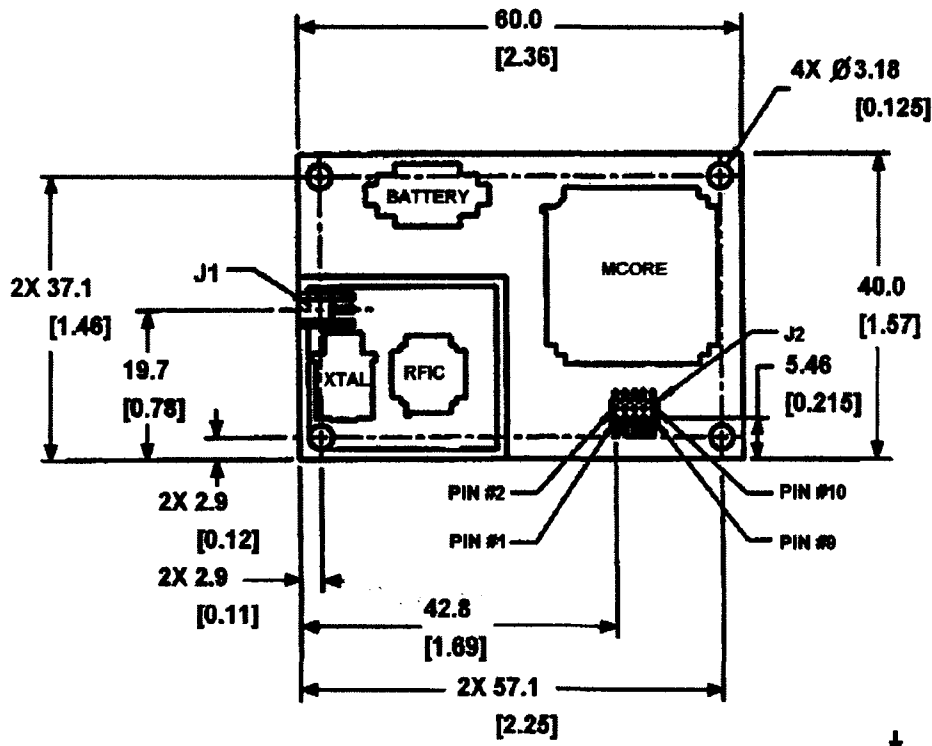


Figura 4.1: GPS Oncore M12 de Motorola

## 4.2. Implementación del GPS Oncore M12

Para la implementación del GPS, se obtuvieron datos sobre la configuración del puerto de salida, de la hoja técnica del fabricante, los cuales se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Configuración de puerto de datos del GPS

1	TTL TXD1	Transmisión 3 V
2	TTL RXD1	Recepción 3 V
3	+3.0 V PWR	Voltaje principal +3 V CD
4	1PPS	Señal de 1 pulso por segundo
5	Tierra	Tierra del receptor
6	Bateria	Bateria externa de respaldo (1.8 a 3.2 V)
8	Entrada RTCM	Entrada RTCM
9	Voltaje de Antena	3 V ó 5 V CD

Teniendo la configuración del puerto de salida, se comenzó por elaborar un conector para el puerto de datos, esto es, se le conectó a cada uno de los pins alambre tipo wirewrap, el cual es mas delgado que el común, esto debido a que el puerto tiene una distancia entre pins de 0,05 pulgada.

A cada uno de los pins se les enrolló alambre muy delgado (wirewrap) de diferente color, después para evitar el contacto entre cada pin, se le colocó un recubrimiento de acetato. Posteriormente para evitar que se salieran los alambres, se recubrió todo el conector con una base de silicón. Se verificó la continuidad.

A partir de ahí, el siguiente paso fue hacer el circuito para comunicar el GPS con la computadora, con lo cual se obtuvo el circuito de la Figura 4.2.

En el circuito se puede observar que se alimenta con 7 volts de DC, los cuales se introducen a dos reguladores uno de 5 volts (7805) y otro variable del cual se obtienen 3 volts. Para poder hacer la conversión de señal TTL a RS-232, se necesitó un MAX233, el cual convierte la señal 5 volts a los 12 volts que necesita la conexión serial. Los 3 volts se utilizaron para alimentar el circuito GPS y para la antena se utilizaron 5 volts. Se construyó un cable serial para poder conectarlo con la computadora.

## 4.3. Software para GPS Oncore M12

WinOncore12 es el nombre del software desarrollado especialmente para ser utilizado por el GPS Motorola Oncore M12, el cual cuenta con diversas características especiales como un despliegue gráfico de los satélites visibles, gráficas sobre el comportamiento de las mediciones de longitud, latitud y altitud, gráficas sobre la potencia de la

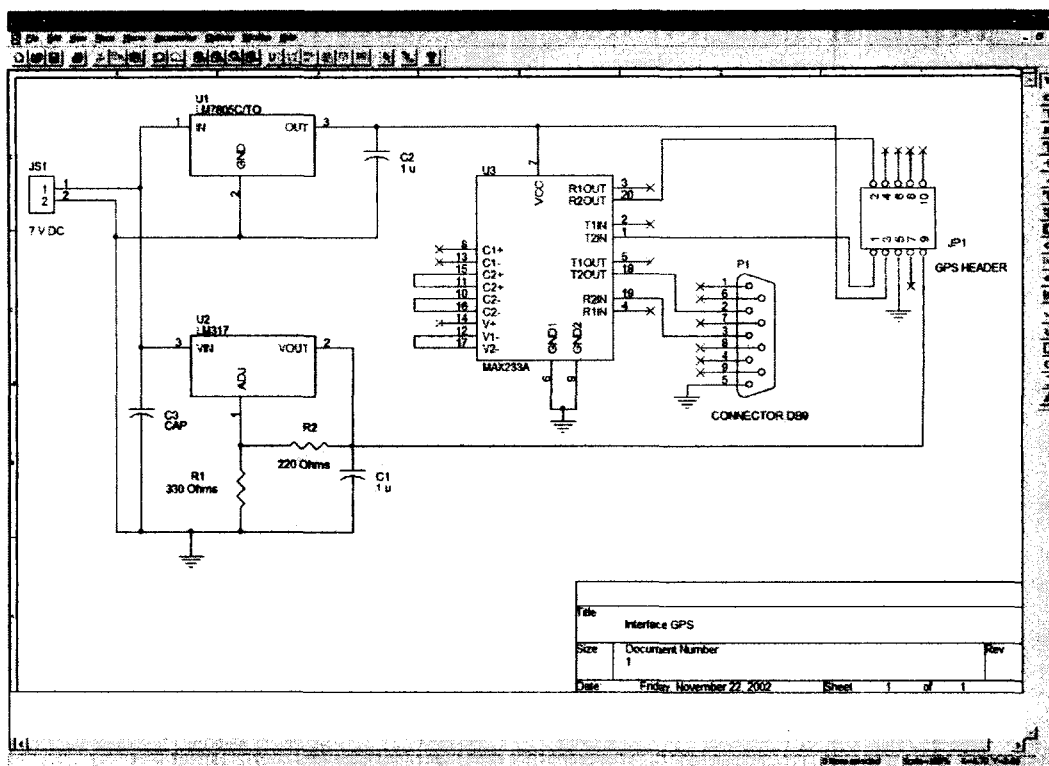


Figura 4.2: Interfaz del GPS con la computadora

señal satelital, y una de las más importantes es el almacenamiento del comportamiento y de las mediciones del GPS. En la Figura 4.3 se observa una pantalla del programa, donde se muestran las principales características.

El programa se encuentra dividido en 7 diferentes módulos, que se comentan a continuación,

- El primer módulo muestra la calidad de la señal, el cual proporciona la potencia de la señal y el estatus de cada uno de los satélites visibles por el GPS, así como su identificación y el modo en el que actualmente se encuentra el satélite. La potencia de la señal se ofrece en valores de (dB – Hz).
- En el módulo de Navegación, se observan los principales datos del sensor, como la posición, altura, velocidad, dirección, número de satélites visibles, fecha, hora y el estado de la antena, este último es muy importante ya que de este dependen todas las demás lecturas.
- En el módulo de inspección, se muestran datos estadísticos del sensor, como la media promedio de los datos recibidos por el sensor, la cantidad de muestreos que se han realizado y la confiabilidad de las lecturas. Además se muestra una

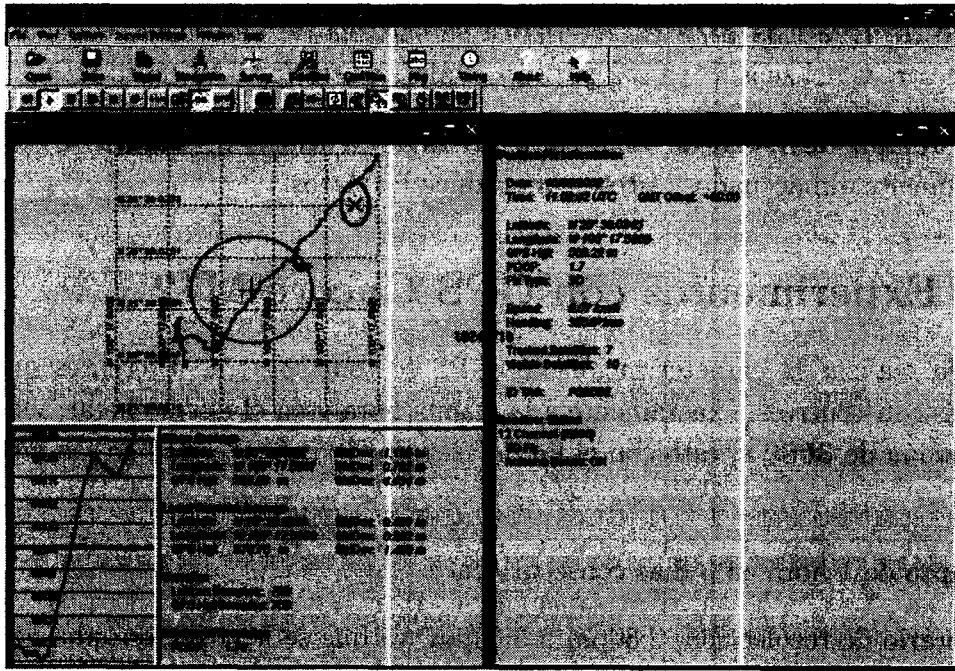


Figura 4.3: Software WinOncore 12

pantalla gráfica sobre el comportamiento actual del sensor, con valores de latitud, longitud y altitud.

- El módulo de los satélites, muestra un mapa en dimensiones de azimuth y elevación con el fin de mostrar la posición actual de todos los satélites vistos por el sensor, este esquema tiene como referencia la posición del sensor. A esta información de los satélites se le conoce como efemérides. Esta misma pantalla muestra los satélites utilizados para obtener la medición, así como la mascara para las mediciones.
- El módulo de comandos, muestra los comandos generados por el software para obtener los datos adecuados del sensor, esto con el fin de verificar la comunicación entre el sensor y la computadora.
- La pantalla de mensajes, muestra los almanaques cargados por el sensor. Este módulo tiene la funcionalidad de escribir comandos específicos, para obtener información del sensor al instante.
- La pantalla del tiempo, muestra el estado del reloj del sensor, así como su comportamiento actual.

El programa, como ya se dijo con anterioridad, tiene la posibilidad de registrar eventos, lo cual se describe a continuación

**Registro de Eventos** Esta característica se encarga de almacenar cada uno de los muestreos del sensor, ya sea para su análisis posterior o su reproducción.

**Reproducción de Eventos** Esta característica se encarga de simular los datos previamente almacenados, esto es, reproduce los datos.

## 4.4. Experimentos con GPS Oncore M12

Para realizar la caracterización del GPS se tomaron tres diferentes mediciones entre días consecutivos, exactamente a la misma hora y en el mismo lugar, y todas con una duración de **3600 s**, esto con el fin de asegurar la confiabilidad en las mediciones. Es decir

- Lapso de 1 hora en 3 días consecutivos.
- Horario de recolección, 2:30pm a 3:30pm, ya que se le considera una ventana de uso de satélites.
- Mismo lugar y posición de antena de receptor, cuidando que no existieran elementos que pudieran perturbar la señal, como árboles, edificios, o diferentes condiciones climatológicas, entre mayor cielo despejado, mejores mediciones se tendrán.
- Misma configuración del programa, es decir, misma máscara para la lectura de satélites (0 grados), misma cantidad de muestreos (1 segundo), mismo sistema de medición (Sistema Métrico Decimal), incluyendo todos los satélites visibles para el cálculo de la posición, mismo umbral de uso de satélite y sin uso de almanaque previamente grabado.
- Uso de 5 minutos antes de la recolección, para inicialización del sensor.

En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 se observa la variabilidad de la Longitud de las mediciones con respecto al Meridiano de Greenwich en los tres días consecutivos. Como cada medición se realizó en el mismo lugar y a la misma hora, son visibles los mismos satélites, y por consiguiente las mediciones son cualitativamente muy similares.

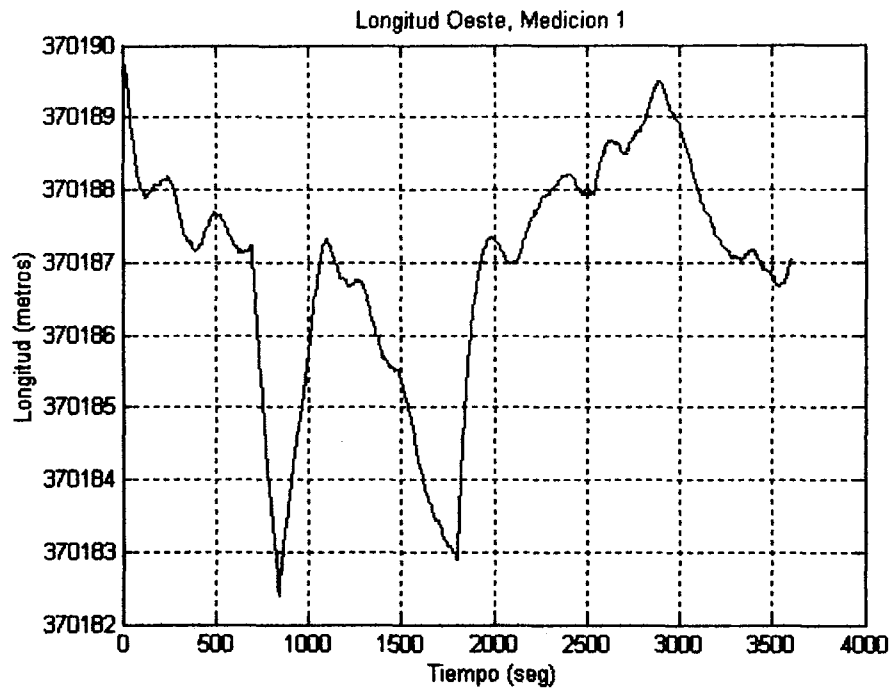


Figura 4.4: Longitud, Medición 1

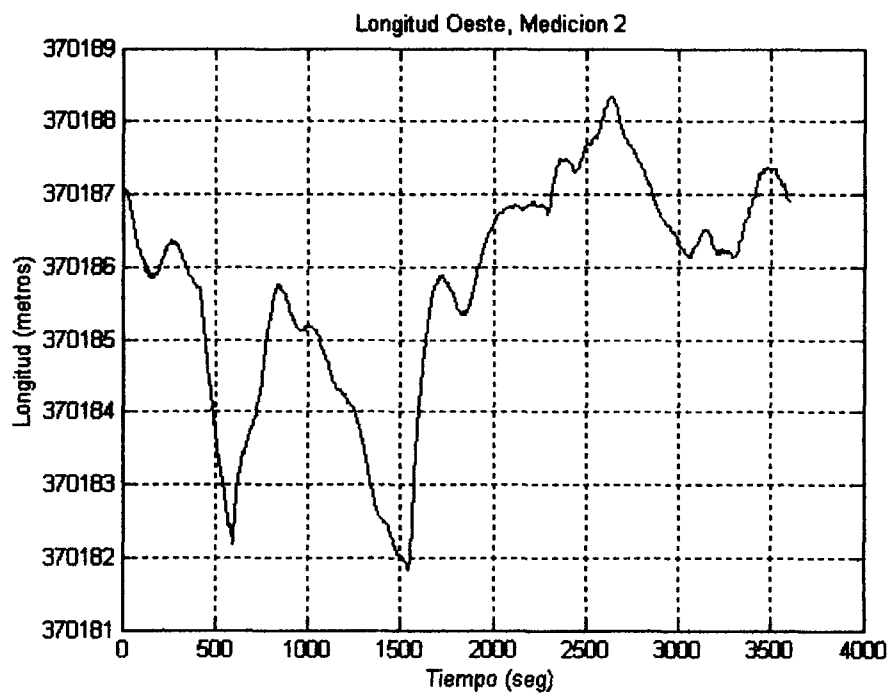


Figura 4.5: Longitud, Medición 2

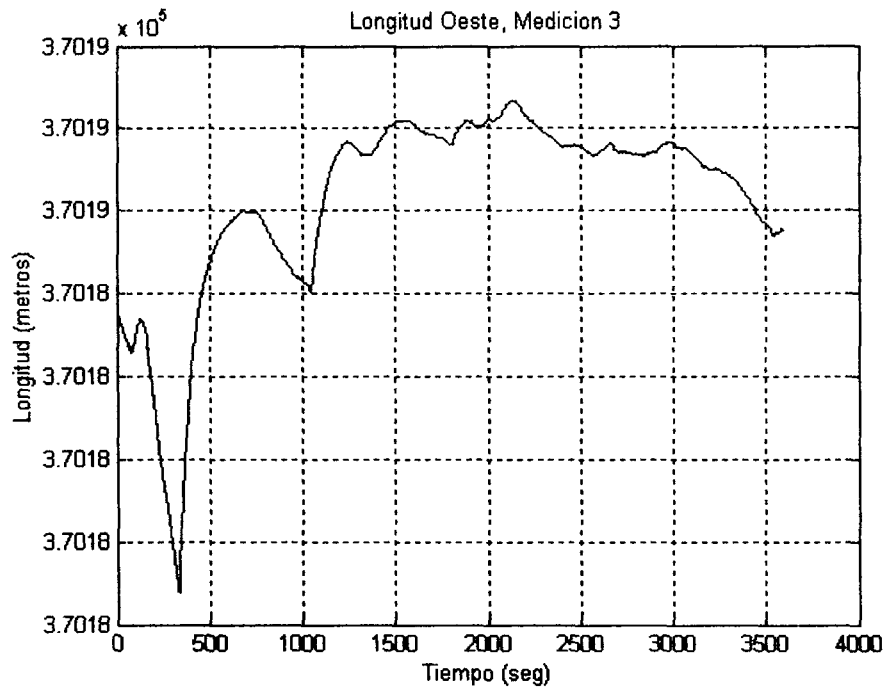


Figura 4.6: Longitud, Medición 3

En las Figuras 4.7, 4.8, 4.9 se observan las mediciones de la Latitud con respecto al Ecuador. También aquí la variabilidad fue similar.



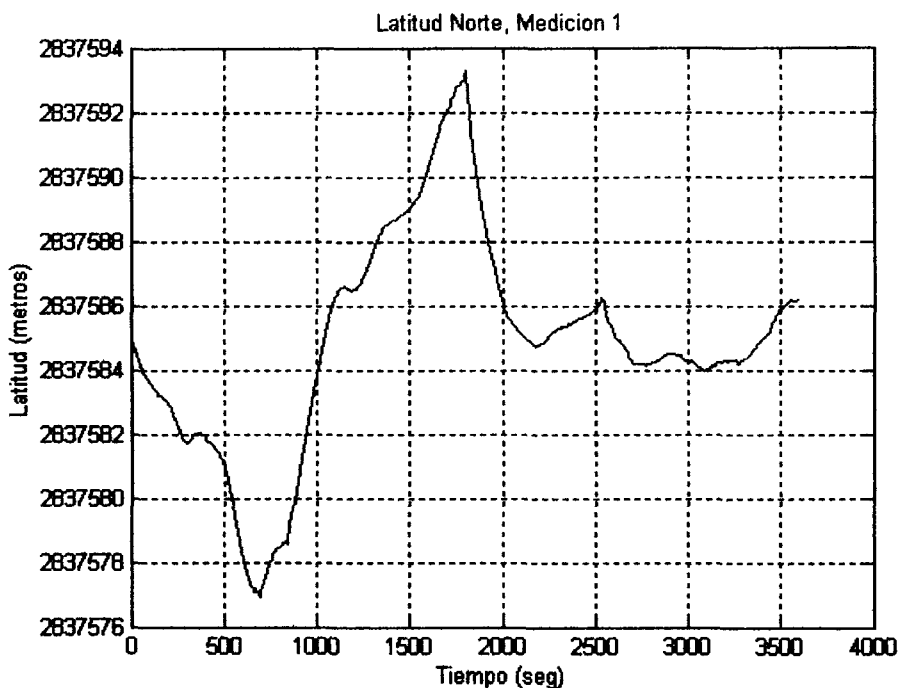


Figura 4.7: Latitud, Medición 1

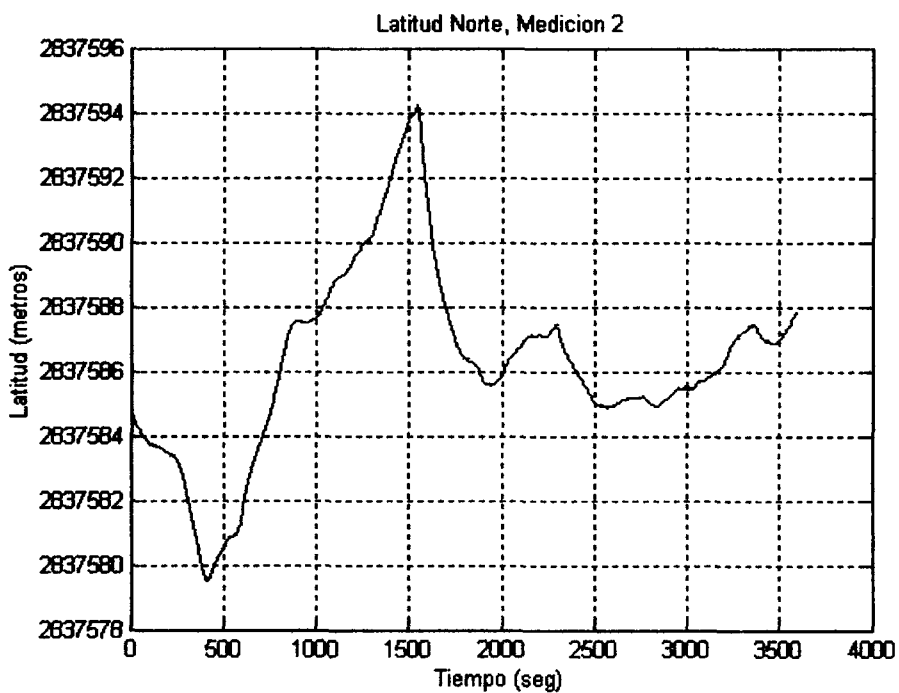


Figura 4.8: Latitud, Medición 2

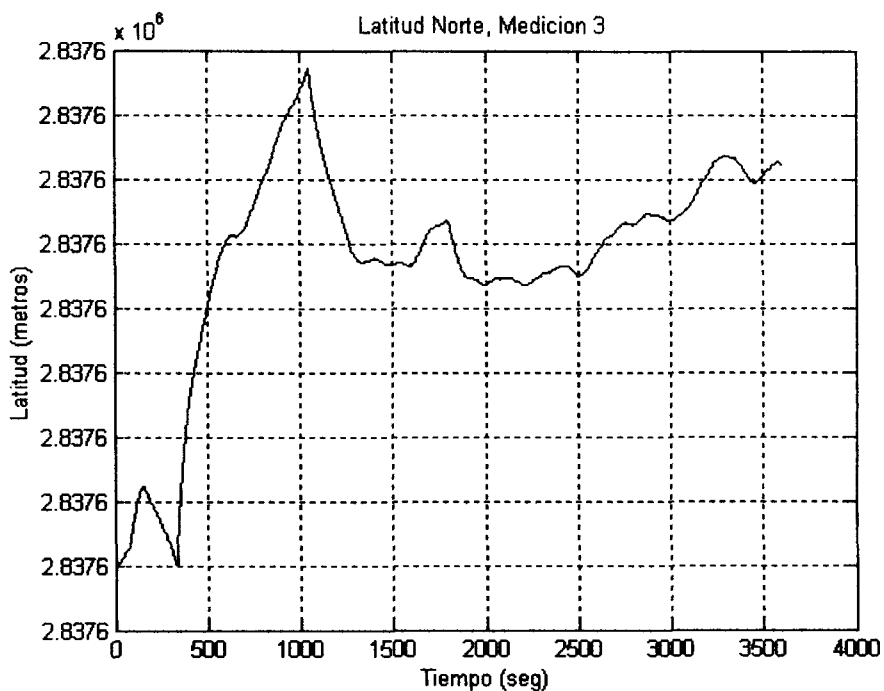


Figura 4.9: Latitud, Medición 3

En las Figuras 4.10, 4.11, 4.12 se observan las mediciones de la Altitud.

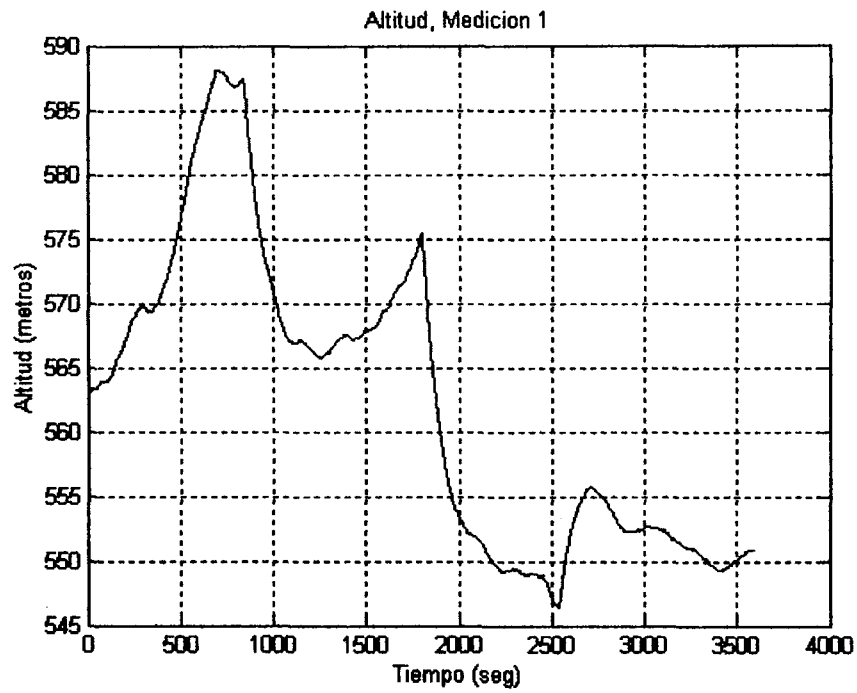


Figura 4.10: Altitud, Medición 1

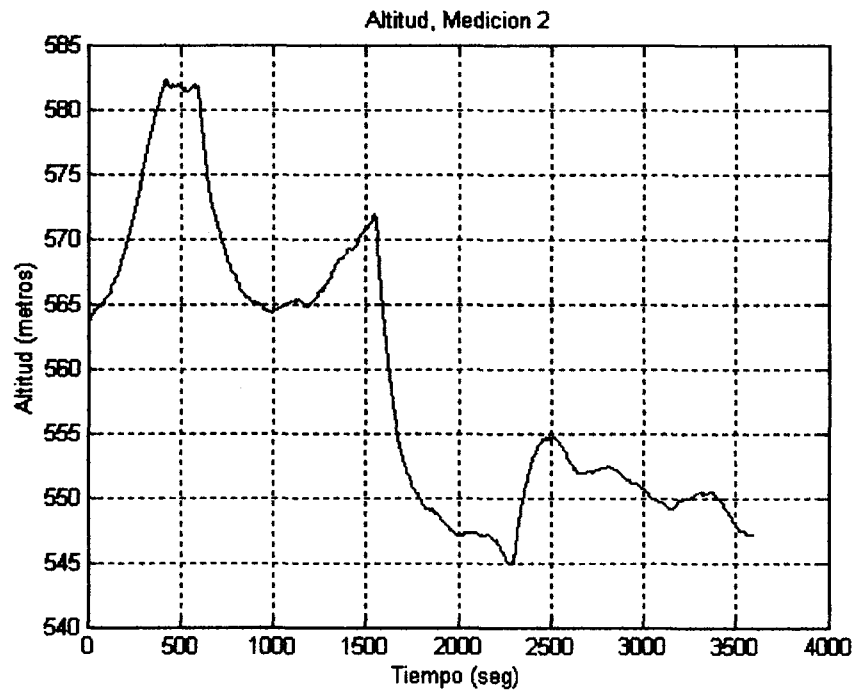


Figura 4.11: Altitud, Medición 2

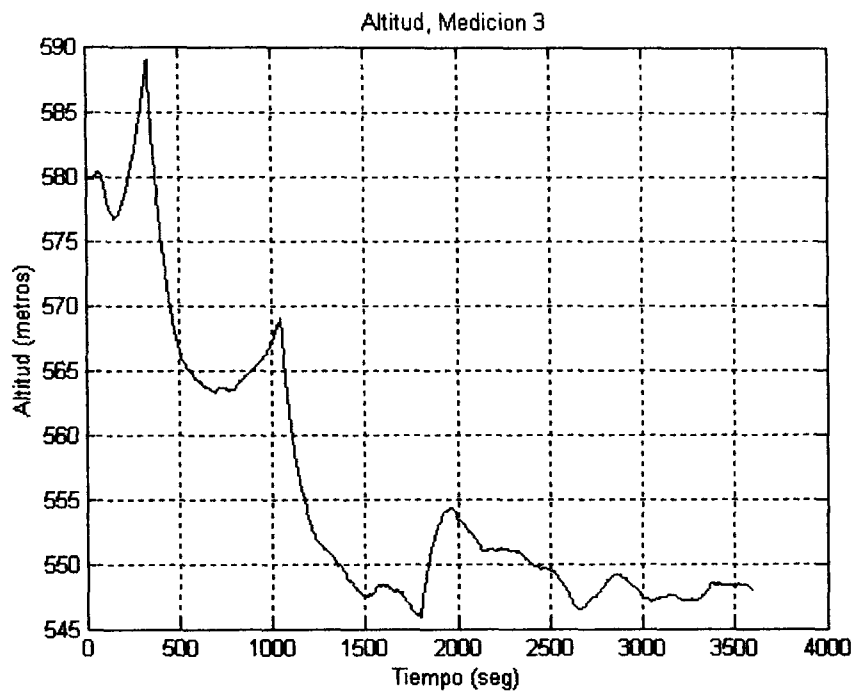


Figura 4.12: Altitud, Medición 3

Para tener una medida cuantitativa de los datos, se obtuvo su covarianza a través del paquete computacional MATLAB en lapsos de un minuto, 10 minutos y una hora, los cuales arrojan los siguientes datos característicos del GPS (Tabla 4.3),

Tabla 4.3: Covarianza de las principales mediciones del GPS

Varianza	Lapso 1	Lapso 2	Lapso 3
Longitud	0.0096	0.2471	1.4661
Latitud	0.0013	0.2194	3.2200
Altitud	0.0209	1.4933	6.6439
Clock Bias	0.1209	0.3682	187.12
Clock Drift	0.0083	0.0097	6.5136

De la Tabla 4.3, se obtiene la matriz de covarianza de ruido en la dinámica del sensor  $\mathbf{Q}$ , donde los valores de la diagonal corresponden a los datos de la columna 2

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0.2471 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2194 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4933 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3682 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0097 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

La matriz  $\mathbf{R}$  se obtiene directamente de la hoja técnica de los datos del sensor, ya que involucra el error inherente del GPS, que en este caso es de 25 metros en todos los ejes coordenados, por lo que la matriz resultante es

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 625 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 625 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 625 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Una parte fundamental en la precisión del sensor GPS, es la posición de los satélites de los cuales se obtienen las lecturas, ya que entre mas espaciados se encuentren los unos de los otros, mejor serán las mediciones. Por ejemplo, las mediciones hechas por cuatro puntos de referencia cercanos, darán resultados similares. El cálculo de la posición involucra una diferencia en las medidas por cada uno de los satélites, por lo que cuando las distancias entre estos son pequeñas, los errores relativos se magnifican.

Con base en la información anterior y los datos recolectados por el programa del GPS, se obtuvieron posiciones reales de los satélites para el desarrollo de la simulación, como se muestra en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Ángulos de la posición de los Satélites

Satélite	$\Omega_0(deg)$	$\theta_0(deg)$
01	10	345
02	90	30
11	105	120
14	86	271
20	321	32
22	172	37
25	14	61
30	42	9

## 4.5. Simulación del filtro de Kalman con caracterización del sensor GPS

Los datos de las matrices de covarianza obtenidos por la caracterización, así como la información de los satélites que el GPS detectó, se introdujeron a la simulación del filtro de Kalman, con el objeto de comparar el comportamiento de los valores típicos y de los valores reales obtenidos de los muestreos. Como se dijo con anterioridad, la simulación se generó en MATLAB, guardando cada uno de los valores de todas las matrices involucradas, con el fin de verificar su comportamiento.

Lo que a continuación se grafica, es cada uno de los valores de la matriz diagonal  $P(+)$ , ya que representa el error en la incertidumbre de la medición, y tenderán a cero porque la posición del receptor se supone en el origen, y dado que es una covarianza, se tendrá que obtener la raíz cuadrada del elemento. Es decir, si tuviera un valor de  $25 \text{ m}^2$ , significa que nuestra medición tiene un error menor a  $5 \text{ m}$ , ya que es un valor RMS del anterior. La nomenclatura que se usa para el primer elemento es  $P(+)_11$ , y para el último elemento de la diagonal es  $P(+)_55$ .

### 4.5.1. Longitud

$P(+)_11$  significa la incertidumbre (error) en la medición de la longitud. La Figura 4.13 representa la simulación con los valores típicos, y la Figura 4.14 representa la simulación con los valores reales. Se observa que con valores reales, el filtro de Kalman en la longitud, se comporta mejor. Este alcanza su mínimo a los **3600 s** aproximadamente, con un valor de **3,9 m**, y a diferencia de la simulación con valores típicos, no se degrada en este periodo de tiempo.

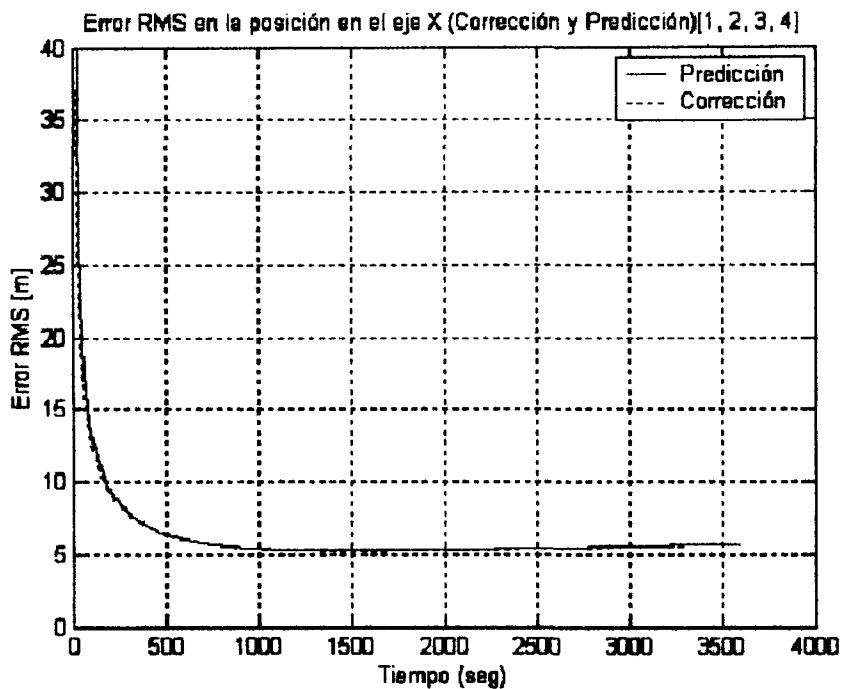


Figura 4.13: Error en el eje X, con valores típicos

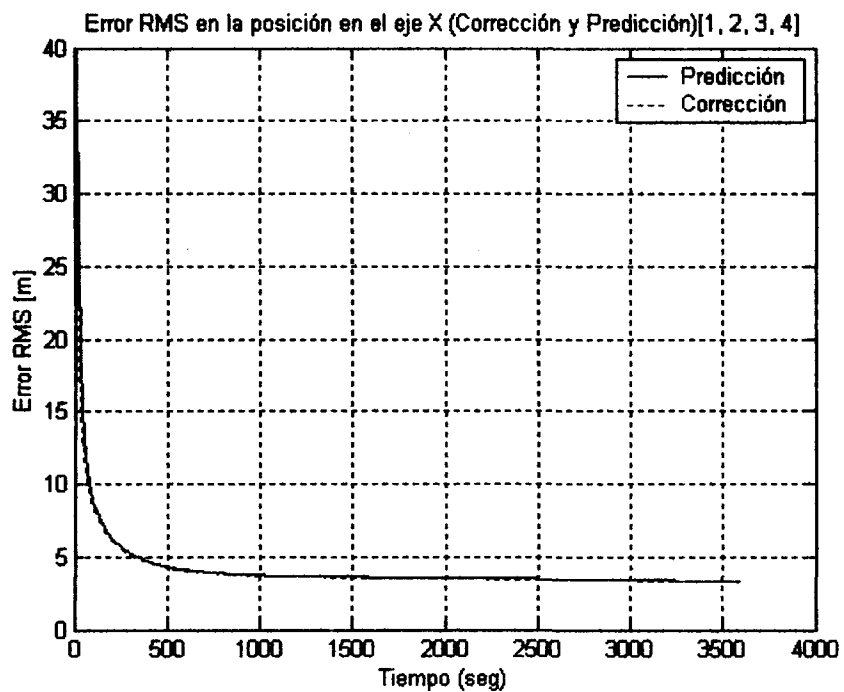


Figura 4.14: Error en el eje X, con valores reales

### 4.5.2. Latitud

Se graficó el valor  $P(+)_22$  para la latitud. La Figura 4.15 representa la simulación con los valores típicos, y la Figura 4.16 representa la simulación con los valores reales. Aquí se observa que para los valores típicos, se encuentra un mínimo de **3,5 m** aproximadamente a un tiempo de **700 s**, en cambio para los valores reales encuentra un mínimo de **4,2 m** en un tiempo de **3600 s**, eso quiere decir que se estabiliza en un tiempo mas largo que el de valores típicos.

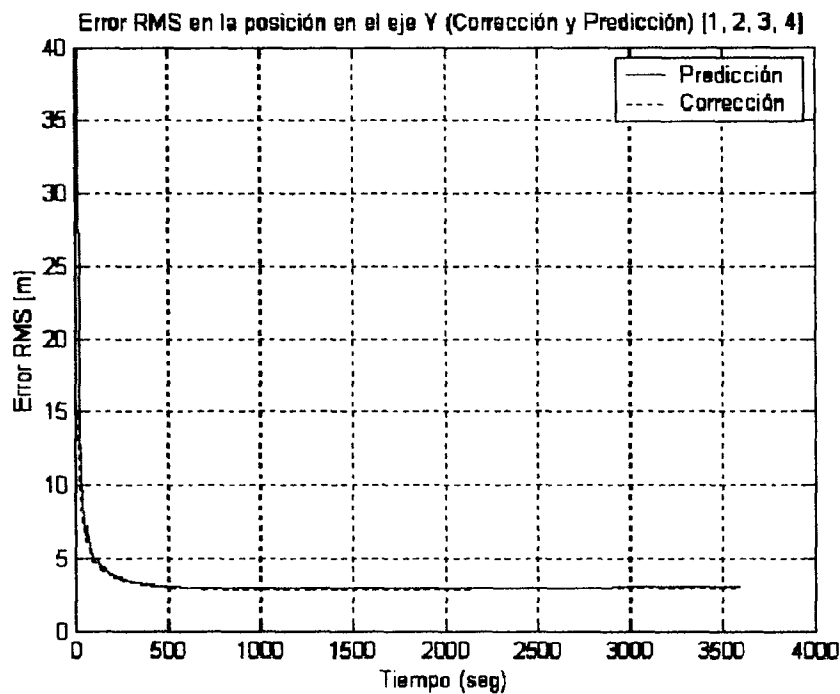


Figura 4.15: Error en el eje Y, con valores típicos



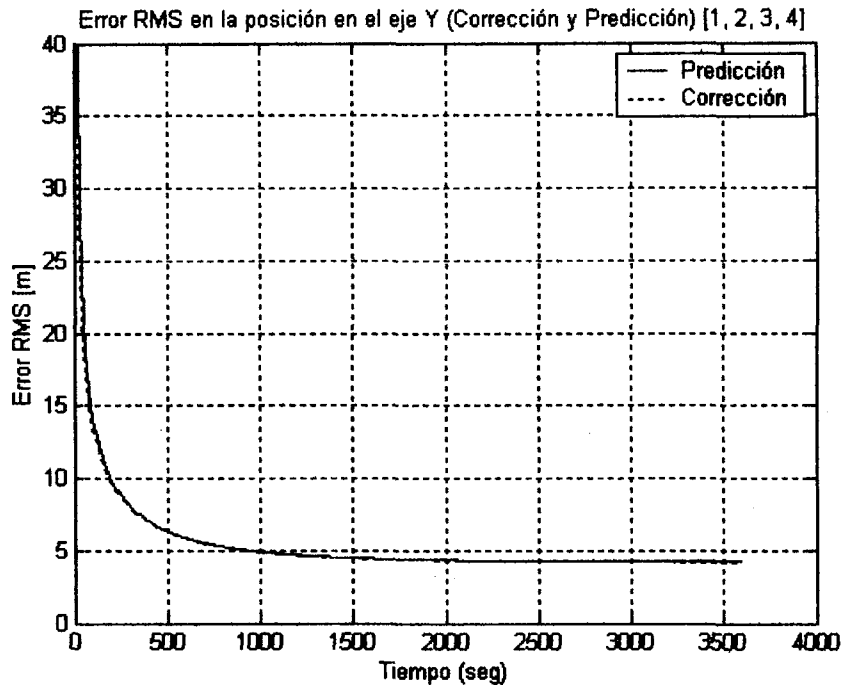


Figura 4.16: Error en el eje Y, con valores reales

### 4.5.3. Altitud

Se gráfico el valor  $P(+)_33$  para la altitud. La Figura 4.17 representa la simulación con los valores típicos, y la Figura 4.18 representa la simulación con los valores reales. Aquí se observa que para los valores típicos, se encuentra un mínimo de 5 m aproximadamente a un tiempo de 1300 s, en cambio para los valores reales encuentra un mínimo de 5,2 m en un tiempo de 1850 s, pero se mantiene mas estable.

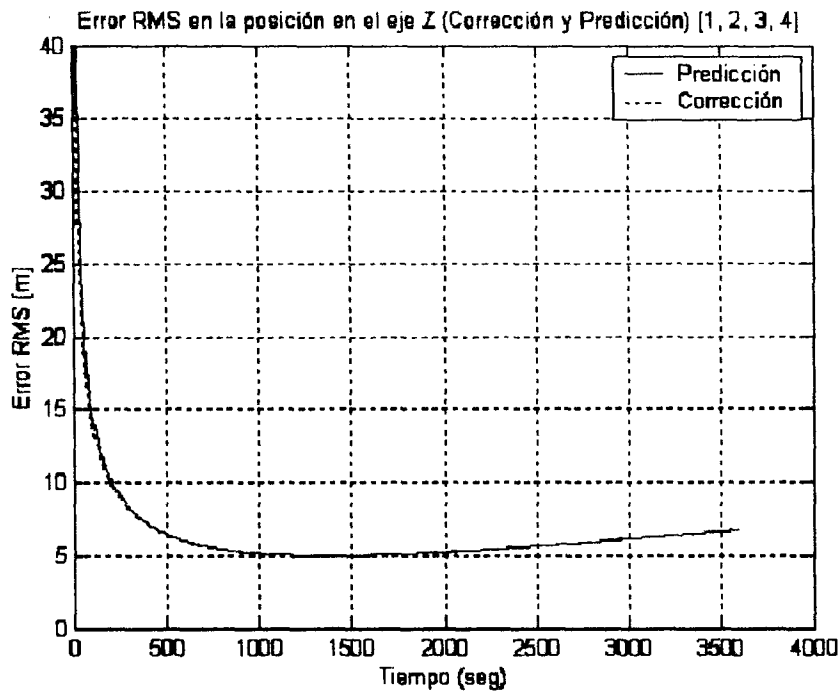


Figura 4.17: Error en el eje Z, con valores típicos

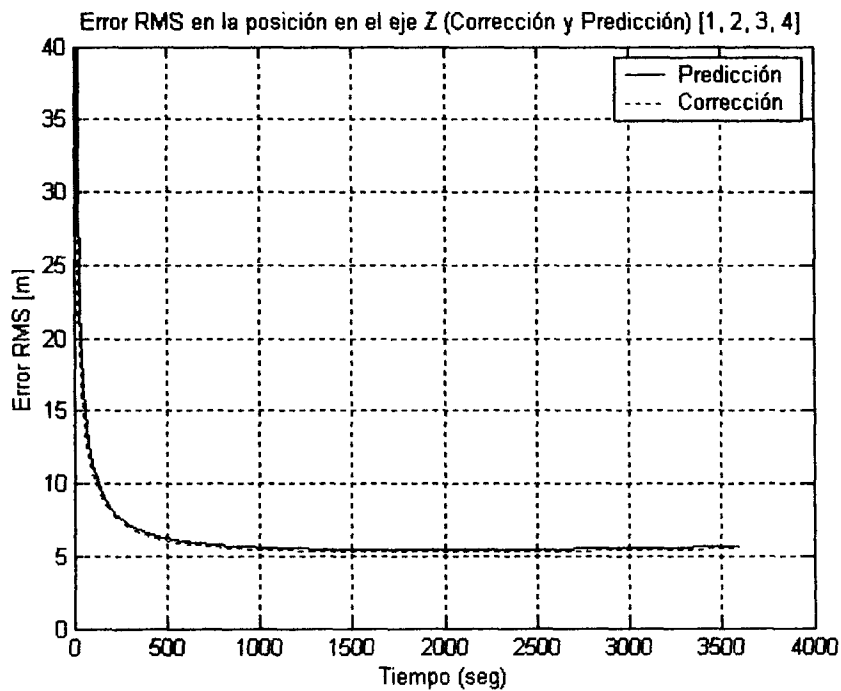


Figura 4.18: Error en el eje Z, con valores reales

#### 4.5.4. Clock Bias

Se graficó el valor  $P(+)_44$  para el error en la desviación del reloj. La Figura 4.19 representa la simulación con los valores típicos, y la Figura 4.20 representa la simulación con los valores reales. Aquí se observa que para los valores típicos, se encuentra un mínimo de 5 m aproximadamente a un tiempo de 1000 s, en cambio para los valores reales encuentra un mínimo de 4,8 m en un tiempo de 990 s, y con una estabilización mayor.

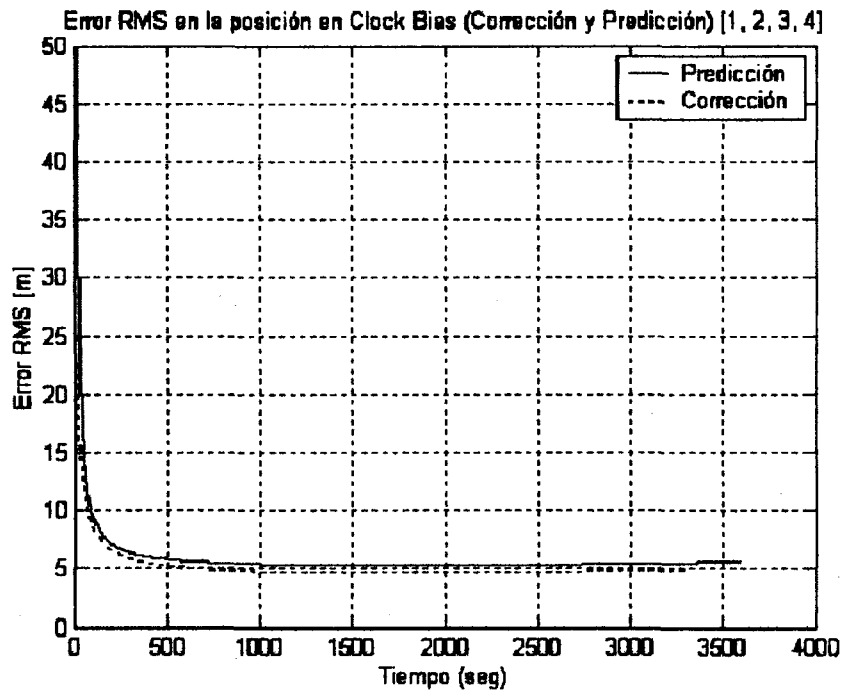


Figura 4.19: Error en el Clock Bias, con valores típicos

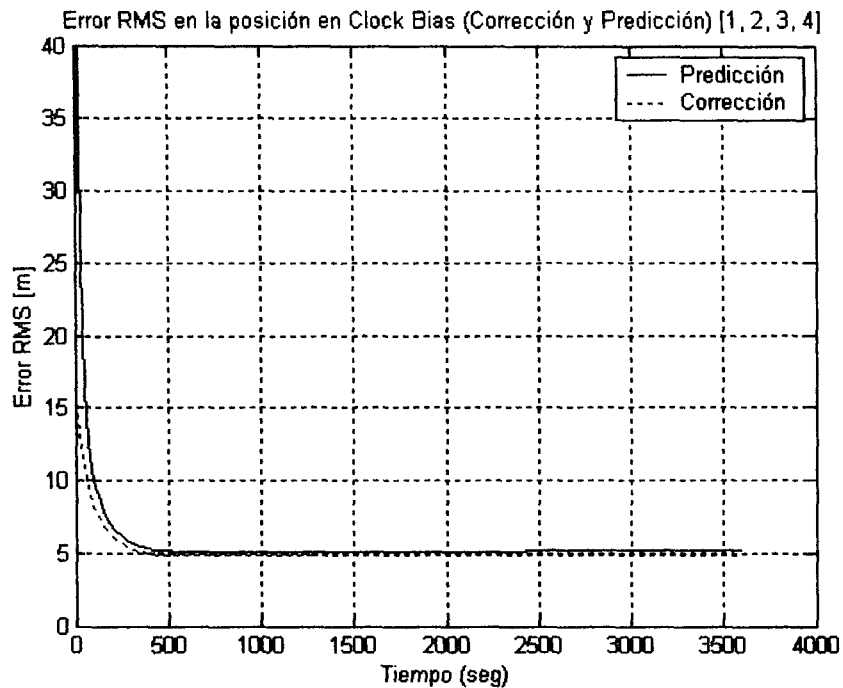


Figura 4.20: Error en el Clock Bias, con valores reales

#### 4.5.5. Clock Drift

Se graficó el valor  $P(+)_55$  para el error en la razón de la desviación del reloj. La Figura 4.21 representa la simulación con los valores típicos, y la Figura 4.22 representa la simulación con los valores reales. Aquí se observa que para los valores típicos, se encuentra un mínimo de  $1 \text{ m/s}$  aproximadamente a un tiempo de  $250 \text{ s}$ , en cambio para los valores reales encuentra un mínimo de  $0,4147 \text{ m/s}$  en un tiempo de  $790 \text{ s}$ , en ambos casos el valor se mantiene constante.

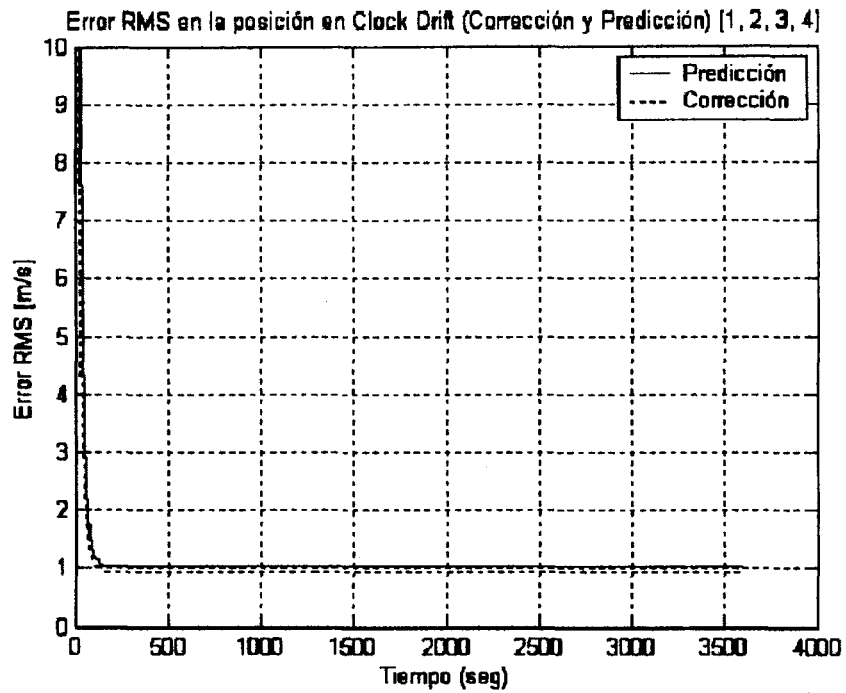


Figura 4.21: Error en el Clock Drift, con valores típicos

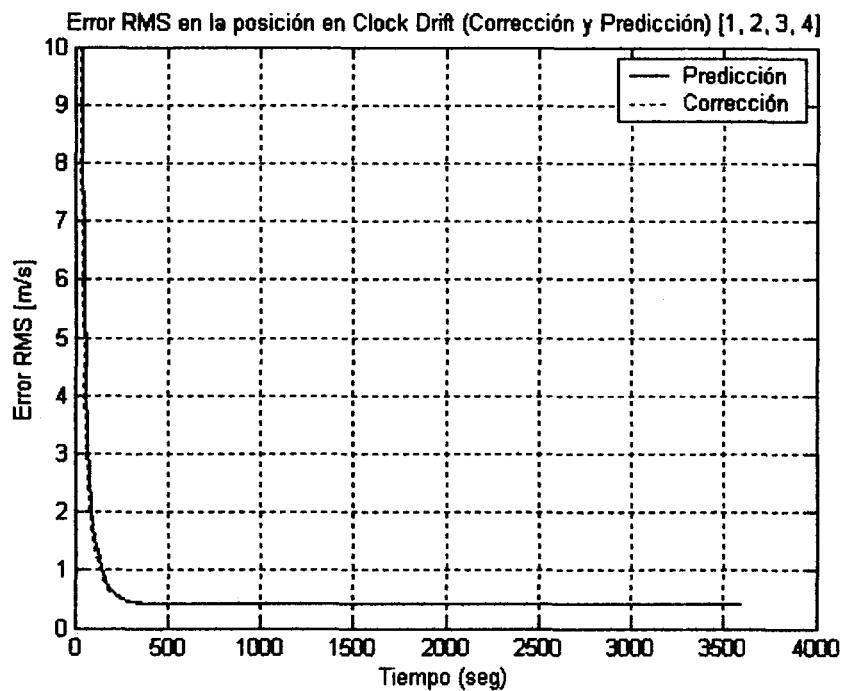


Figura 4.22: Error en el Clock Drift, con valores reales

## 4.6. Sintonizador Difuso para el Filtro de Kalman (Filtro de Kalman Difuso)

El filtro de Kalman no es el único método para el mejoramiento de las mediciones del sensor GPS y obtener mejores lecturas de la posición, existen otros que se basan directamente en este como lo es el filtro de Kalman difuso [Sasiadek 01], o el Sistema de Navegación Inercial (INS), el cual hace una integración de diversos tipos de sensores de posición, para mejorar las lecturas de forma global [Sasiadek 00]; por otra parte existen otros métodos que se basan en la utilización de dos GPS o de un GPS y una base de radiofrecuencia, con el fin de dar al sistema un modo diferencial [Kaplan 96]. Por último, también existe un método llamado Filtro de Partículas, el cual se basa en métodos secuenciales de MonteCarlo [Gustafsson 02].

En esta tesis se decidió desarrollar un sintonizador difuso para el filtro de Kalman, con el fin de mejorar la estimación de la posición y compararlo con el filtro de Kalman convencional.

### 4.6.1. Lógica Difusa

La lógica difusa puede ser definida como:

- Matemáticas que generalizan la lógica de dos valores (0,1) para razonamiento bajo incertidumbre.
- Teorías y tecnologías que emplean conjuntos difusos, los cuales son conjuntos con fronteras basados en un grado de membresía [Yen 99].

El primer objetivo de la lógica difusa es aliviar dificultades en el desarrollo y análisis de sistemas complejos, que para las herramientas matemáticas convencionales lo son. También está motivado bajo el supuesto de que el razonamiento humano no siempre tiene fronteras bien establecidas.

La lógica difusa puede ser usada para modelar y controlar sistemas complejos y no lineales, o sistemas que no estén bien definidos para el uso de técnicas de modelación y control convencionales. La lógica difusa es una tecnología para el desarrollo de control inteligente y sistemas de información, ya que ofrece una forma práctica para el diseño de sistemas de control no lineales. Este alcanza la no linealidad a través de una aproximación lineal de los elementos del sistema. El bloque de construcción básico para sistemas de control difuso es el conjunto de reglas si-entonces, el cual realiza un mapeo funcional.

Las técnicas de lógica difusa se basan en cuatro conceptos básicos:

1. Conjuntos difusos: conjuntos con límites suaves.

2. Variables lingüísticas: variables cuyo valor son cualitativos y cuantitativos descritos por un conjunto difuso.
3. Distribución de Posibilidades: restricción en el valor de una variable lingüística impuesta a través de la asignación de un conjunto difuso.
4. Reglas difusas si-entonces: un esquema de representación del conocimiento para describir un mapeo funcional o una fórmula lógica que generaliza una implicación en dos valores lógicos.

### **Conjuntos Difusos**

Los Conjuntos Difusos permiten eliminar las limitaciones fijas y exactas con el uso de la membresía de un conjunto a través de su grado de pertenencia.

El grado de pertenencia en un conjunto esta expresado por un número entre cero y uno, donde cero significa completamente fuera del conjunto, uno significa completamente en el conjunto, y un número entre cero y uno significa parcialmente dentro del conjunto. De esta forma se puede describir una transición gradual y suave desde fuera del conjunto hacia dentro.

Entonces un conjunto difuso esta definido por una función que mapea objetos en un dominio concerniente a su valor de pertenencia en el conjunto. Es importante recordar que un conjunto difuso siempre esta definido en un contexto, aunque este no sea explícito.

### **Variables Lingüísticas**

Las variables lingüísticas permite que su valor sea descrito en forma cualitativa (término lingüístico) y cuantitativa (correspondiente a un valor de pertenencia). El término lingüística es usado para expresar los conceptos y conocimientos en comunicación humana, mientras que la función de pertenencia es útil para el procesamiento de datos de entrada. Una variable lingüística es una composición de una variable simbólica y una variable numérica.

### **Distribuciones de Posibilidad**

Para situaciones en donde existe una frontera muy definida entre lo que posible y lo imposible, la lógica difusa ofrece una alternativa, en la cual generaliza la distinción entre lo posible y lo imposible a través de un grado de posibilidad.

### **Reglas Difusas**

Las reglas difusas si-entonces han sido aplicadas a muchas disciplinas como sistemas de control, tomas de decisión, reconocimiento de patrones y modelado de sistemas.

Estas reglas conceptualmente son la generalización de una inferencia lógica llamada Modus Ponens, en la cual las conclusiones inferidas son modificadas por un grado de pertenencia en el cual el antecedente es satisfecho.

Matemáticamente se puede ver como un esquema de interpolación, porque permite la fusión de múltiples reglas difusas cuando todas sus condiciones son satisfechas en determinado grado [Yen 99].

#### 4.6.2. Desarrollo del Filtro de Kalman Difuso

Con base en el filtro de Kalman presentado en el capítulo 3, se diseñó un sistema difuso para supervisar la matriz de covarianza ya que afectan directamente el desempeño del filtro.

Las principales ecuaciones que modelan a un filtro de Kalman son

$$\mathbf{P}_k(-) = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}(+) \Phi_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (4.3)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \frac{\mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}^T}{\mathbf{H} \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}^T + \mathbf{R}}, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{P}_k(+) = \mathbf{P}_k(-) - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{P}_k(-), \quad (4.5)$$

de las cuales se puede observar que entre las variables  $\mathbf{P}_k(-)$ , valor a priori de la covarianza del error estimado, y  $\mathbf{P}_k(+)$ , valor a posteriori de la covarianza del error estimado, existe una diferencia que se usa como una de las entradas del sistema difuso, como se propone en [Sasiadek 01]. El otro valor de entrada al sistema es  $\mathbf{P}_k(+)$ , el cual sirve para conocer la covarianza del error del vector de estados después de la corrección, y supervisar de que forma se aproxima a cero.

La salida del sistema difuso es el valor del decremento/incremento que se le hace a ese mismo valor de  $\mathbf{P}_k(+)$ . Esto obliga a que dependiendo de la posición de la covarianza y del error que exista entre los dos valores de covarianza (a priori y a posteriori), guíen al sistema a que se aproxime a un error de covarianza igual a cero de una forma más rápida. En la Figura 4.23, se observa un diagrama general del funcionamiento del filtro.



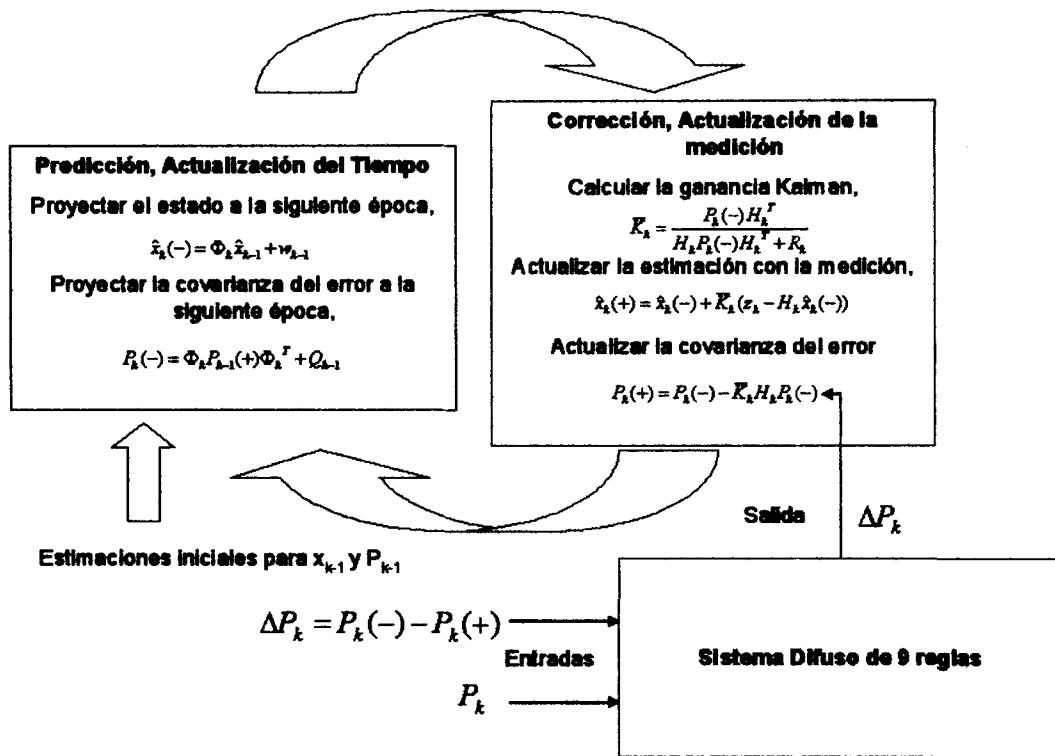
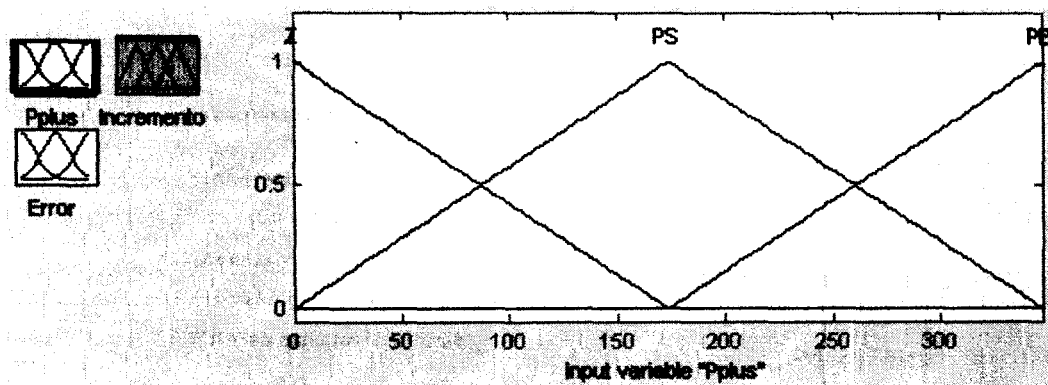
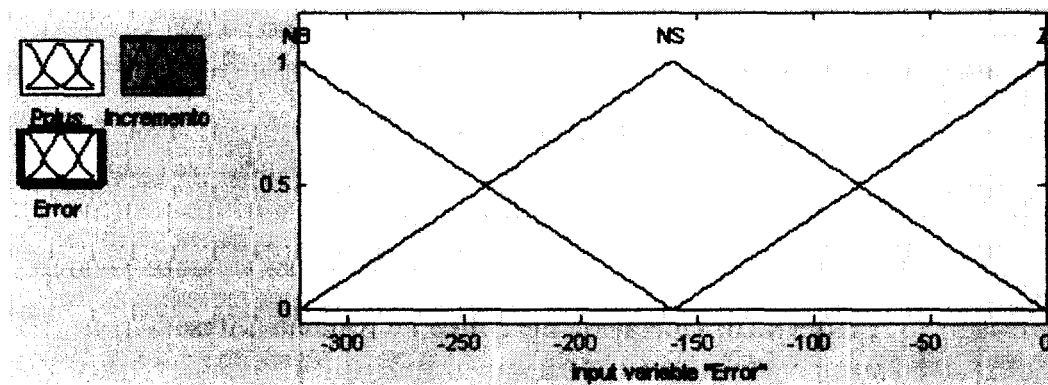


Figura 4.23: Operación del Filtro de Kalman Difuso

Se diseñó un sistema con 9 reglas difusas, debido a que la entrada  $P_k(+)$  tiene los valores de  $\{Z, PS, PB\}$  (Cero, Positivo Pequeño y Positivo Grande), la entrada  $e_{P_k}$  tiene los valores de  $\{NB, NS, Z\}$  (Negativo Grande, Negativo Pequeño y Cero), y la salida  $\Delta P_k(+)$  puede tomar los valores de  $\{NB, NS, Z\}$  (Negativo Grande, Negativo Pequeño y Cero). En las Figuras 4.24, 4.25 y 4.26 se observan las funciones de membresía utilizadas por el sistema difuso.

Figura 4.24: Funciones de Membresía de  $P_k(+)$ Figura 4.25: Funciones de Membresía de  $e_{P_k}$ 

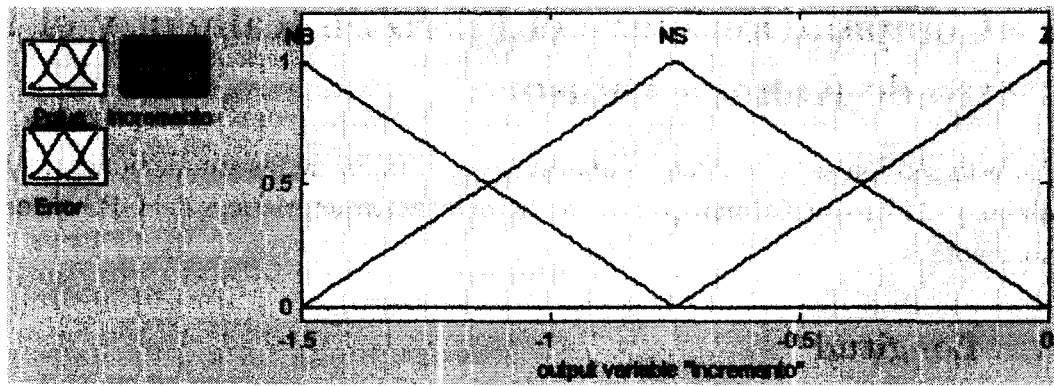
El conjunto total de reglas se observa en la Figura 4.27.

Algunas de las reglas que se utilizaron son:

**Regla 1** SI  $P_k(+)$  ES Z Y  $e_{P_k}$  ES NB, ENTONCES  $\Delta P_k(+)$  ES Z

**Regla 9** SI  $P_k(+)$  ES PB Y  $e_{P_k}$  ESZ, ENTONCES  $\Delta P_k(+)$  ES NB

interpretándose de la siguiente forma, si  $P_k(+)$  es un valor cercano a cero, y el valor de  $e_{P_k}$  es negativo grande, esto quiere decir que la diferencia entre  $P_k(-)$  y  $P_k(+)$  es grande, se puede deducir que  $P_k(+)$  es un valor cercano a cero y se acerca de forma rápida, por lo que no se le necesita sumar ni restar ningún valor. Para la segunda regla, si  $P_k(+)$  es un valor grande, esto es, que se encuentra todavía muy alejado del cero, y el valor de  $e_{P_k}$  es cero, es decir, no intenta acercarse a cero, entonces se le resta un valor grande a  $P_k(+)$ , para que intente acercarse a cero de una forma mas rápida.

Figura 4.26: Funciones de Membresía de  $\Delta P_k(+)$ 

		$e_{Pk}$		
		NB	NS	Z
$P_k(+)$	Z	Z Regla 1	Z Regla 2	Z Regla 3
	PS	Z Regla 4	Z Regla 5	NS Regla 6
	PB	Z Regla 7	NS Regla 8	NB Regla 9

Figura 4.27: Conjunto de reglas para el filtro de Kalman Difuso

Con base en las reglas anteriores, se decidió agregar una parte difusa a la simulación que ya se contaba, por lo que se utilizó la caja de herramientas de Lógica Difusa de **MATLAB**, con las siguientes características:

- Fuzificación: Singleton
- Norma T: Mínimo
- Implicación: Mamdani Mínimo
- Defuzificación: Centroide

En la siguiente sección se muestran los resultados de la comparación entre el filtro de Kalman convencional y el difuso.

## 4.7. Comparación entre el Filtro de Kalman y el Filtro de Kalman Difuso

En esta sección se pretenden comparar los resultados de las simulaciones del filtro de Kalman y el filtro de Kalman Difuso con los valores característicos del GPS obtenidos anteriormente.

### 4.7.1. Longitud

En la Figura 4.28 se observa la comparación entre las dos simulaciones, en donde se nota que el error de la longitud en el filtro de Kalman Difuso se aproxima a un valor mas cercano a cero, que el filtro de Kalman convencional. El valor del error en un tiempo de 3600 s es de 0,3122 m. Esto equivale a reducirse un 90 % con respecto al filtro de Kalman convencional.

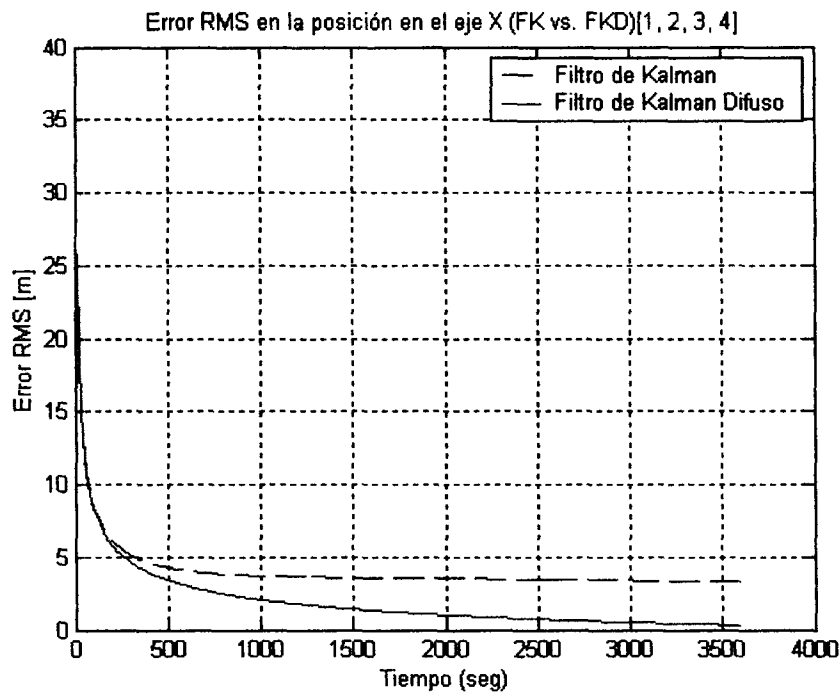


Figura 4.28: Comparación del error en la Longitud

### 4.7.2. Latitud

En la Figura 4.29 se observa nuevamente el mejor comportamiento del filtro con el esquema difuso, llegando la latitud a un valor mínimo de 1,6113 m en un tiempo de 3600 s. Esto equivale a una reducción del 60 %.

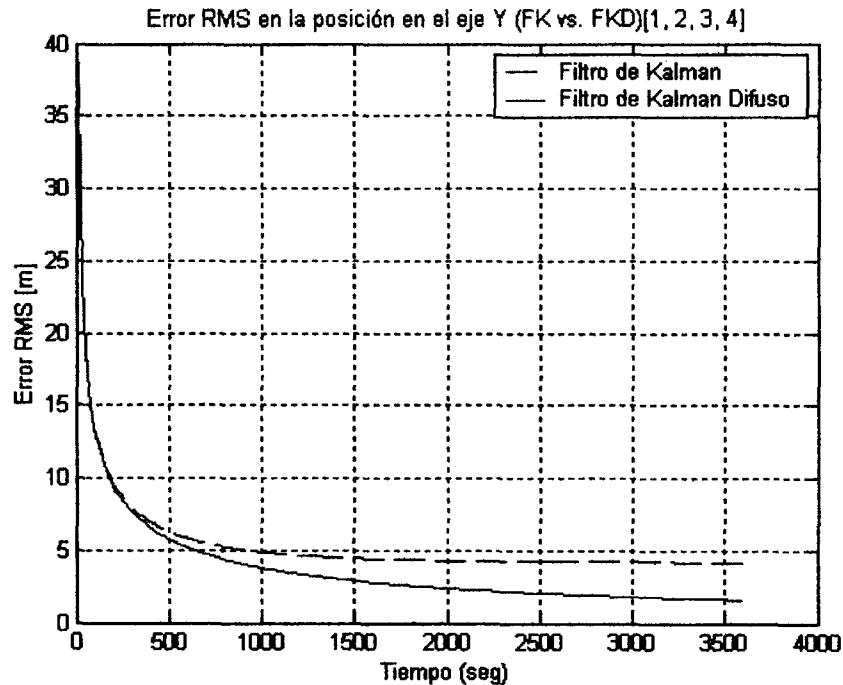


Figura 4.29: Comparación del error en la Latitud

### 4.7.3. Altitud

En la Figura 4.30 se observa que el comportamiento de la altitud se aproxima considerablemente a cero, resultando en un valor mínimo de **3,1787 m** en un tiempo de **2490 s**, además de que no se degrada como el filtro de Kalman normal. Esto equivale a una reducción del **40 %**.

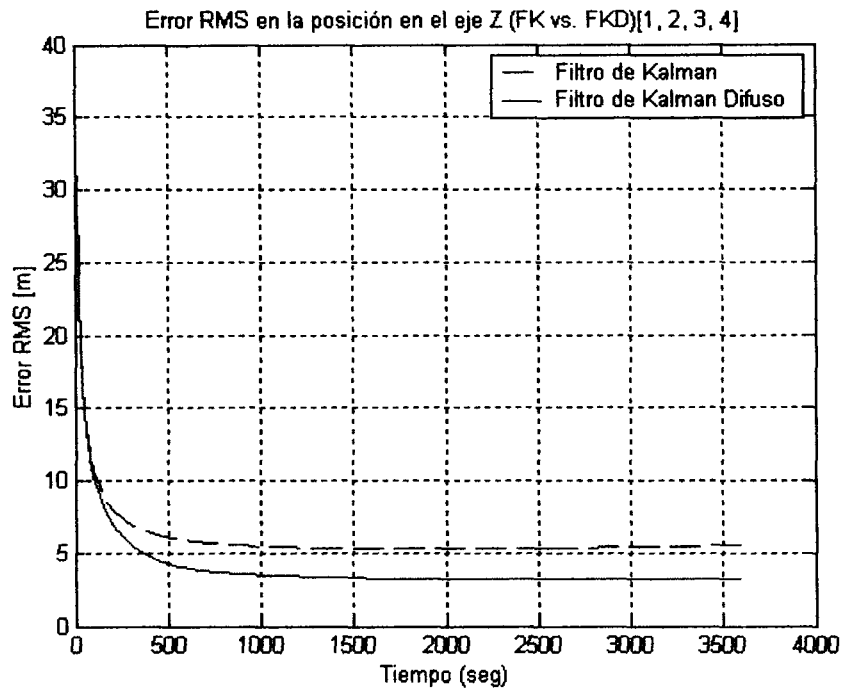


Figura 4.30: Comparación del error en la Altitud

#### 4.7.4. Clock Bias

En la Figura 4.31 se observa que el filtro de Kalman Difuso llega a un valor de **3,84 m** en un tiempo de **3600 s**. Esto equivale a una reducción del **20 %**.

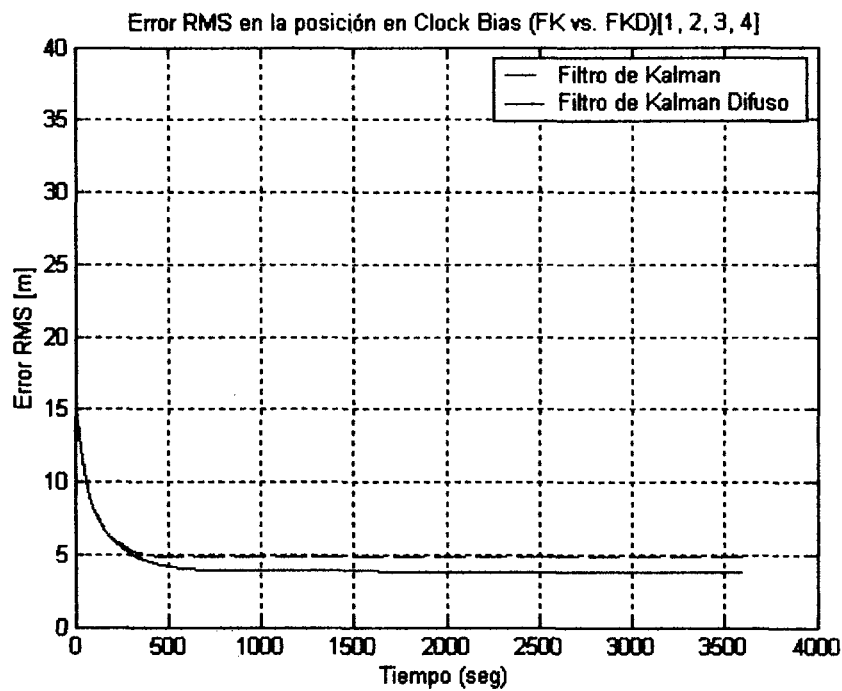


Figura 4.31: Comparación del error en Clock Bias

### 4.7.5. Clock Drift

Por último en la Figura 4.32 se observa un valor mínimo de **0,2088 m/s** del filtro de Kalman difuso en un periodo de **710 s**. Esto equivale a una reducción del **50 %**.

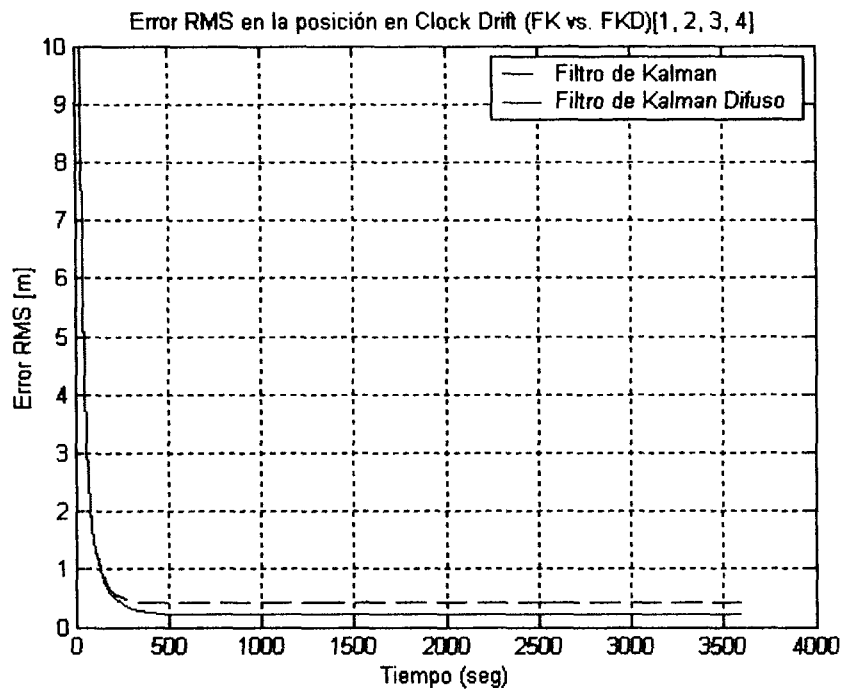


Figura 4.32: Comparación del error en Clock Drift



# Capítulo 5

## Conclusiones y Trabajo a Futuro

Esta tesis propone el uso del filtro de Kalman en un sensor GPS, con el fin de proporcionar mayor precisión y a su vez ser integrado como parte de los sensores de posición y velocidad en un vehículo autónomo.

Este trabajo se dividió en 4 partes importantes tales como, el sistema GPS, el filtro de Kalman, la integración de ambos, sistema GPS y Filtro de Kalman, y la simulación con la caracterización del sensor, tomando en cuenta que en esta ultima parte se hace una comparación con el comportamiento de un filtro de Kalman Difuso.

### 5.1. El sistema GPS

El sistema GPS como se pudo observar, es utilizado frecuentemente en sistemas donde se necesita conocer la posición absoluta o relativa de un elemento en el espacio terrestre, ya sea en la faz de la tierra o el aire, ya que el GPS puede trabajar desde el nivel del mar hasta altitudes de 18,000 metros aproximadamente, pero no dentro de una mina, ya que las señales de los satélites no pueden atravesar estructuras sólidas; por eso los edificios cercanos o las copas de los árboles perjudican las mediciones. Por otra parte, los sensores GPS están afectados por un sinnúmero de señales de ruido, debido a las diferentes condiciones atmosféricas, técnicas utilizadas para la medición, desfazamiento en los relojes internos involucrados, entre otros. Conociendo estas señales, se atacan los ruidos mas significativos y que de alguna forma podemos controlar, como el ruido inherente del sensor y el ruido en las mediciones provocadas por los relojes abordo. Esos ruidos característicos son utilizados por el filtro de Kalman.

### 5.2. El filtro de Kalman

Para eliminar el ruido en los sensores es necesario utilizar alguna técnica de predicción de estados, como cadenas de Markov o filtros de Kalman, o alguna técnica basada

en el procesamiento de señales como el método de Monte Carlo recursivo, también conocido como filtro de partículas [Gustafsson 02], la ventaja de este es que puede manejar otro tipo de ruido como el coloreado, no solamente ruido blanco. En esta tesis se utilizó el filtro de Kalman, por la novedad del tema en el Centro de Sistemas Inteligentes, por la facilidad en la simulación, por la cantidad de literatura existente sobre el tema, y por ultimo, por la posibilidad de integrar alguna técnica de lógica difusa al método.

### 5.3. Integración del filtro de Kalman con el GPS

Para la integración del filtro con el GPS fue necesario entender el comportamiento de la dinámica de los satélites, además de las ecuaciones que mapean esa dinámica con las coordenadas XYZ en el espacio, desde la perspectiva del receptor. Esta sección se dividió en tres partes principales, la simulación, el modelo de los satélites, y los valores típicos. El modelo para la simulación se obtuvo de la literatura, así como los valores típicos, los cuales son aquellos que sirven para alimentar a la simulación de acuerdo a datos generales de un GPS común, con el fin de predecir el comportamiento aproximado del filtro. Posteriormente los datos típicos fueron substituidos por valores reales obtenidos de la caracterización del sensor. Se observó que con datos típicos, el GPS se comporta de manera óptima, al lograr obtener un ruido menor a 6 metros en los 3 ejes, XYZ.

### 5.4. Caracterización experimental del GPS y simulación del filtro de Kalman

Para la caracterización del sensor fue primero necesario hacer la implementación física de la tarjeta GPS, para lo cual se realizó la interfase con la computadora siguiendo la configuración de terminales que marca el manual, sin embargo no sugería ningún circuito ya que ese modulo (interfaz / kit de desarrollo) se adquiere aparte. Se desarrollo un tipo de conector especial para la comunicación con la computadora. El siguiente paso fue conseguir el software propio del GPS elaborado por Motorola, se realizaron varias pruebas ya con el sensor instalado, se configuró y se comenzó la recolección de datos y el análisis de los mismos. Se necesitaron tres pruebas para asegurar que las mediciones y el análisis eran correctos. Las lecturas se llevaron a cabo de manera metódica, en días consecutivos a la misma hora.

La comparación en la simulación usando valores típicos y valores reales ofrece diferencias significativas, ya que la primera son valores ideales del comportamiento del GPS, logrando errores de menos de 6 metros en el caso de las posiciones en X, Y, Z y del clock bias, para el caso del clock drift se obtuvieron errores menores de 1m/s. Por otra

parte, para el caso de los valores reales en las mediciones, se obtuvieron valores mejores en algunos casos, esto debido a que la combinación de los satélites vistos desde el GPS, combinado con la caracterización del GPS, se modela de mejor forma el comportamiento real. Cabe señalar que se observó que diferentes satélites fomentan mejores mediciones en  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , ya que dependiendo de la posición de estos benefician un tipo de medición que otro. Para afirmar esto se realizaron pruebas con diferentes conjuntos de satélites de inicio, y se verificó que algunas combinaciones benefician el mejor comportamiento del filtro, ya que de acuerdo a la posición de los satélites se tiene una mejor línea de vista y una mejor cobertura de la posición.

La comparación en la simulación entre el filtro de Kalman y el filtro de Kalman difuso, muestra diferencias considerables logrando obtener, en algunos casos, valores de centímetros, y en otros casos valores menores a los dos metros, y en general se obtuvieron resultados favorables. Cabe señalar que la sintonización del sistema difuso fue considerablemente laborioso debido a los rangos posibles que pueden tener las variables.

## 5.5. Conclusiones generales

En general, con la estimación de la posición en las mediciones del GPS se logran valores de confiabilidad altos, bajando de un error del sensor de 25 metros, a obtener valores de menos de 5 metros y en algunos casos menores de un metro. Estas variaciones dependen mucho de la forma adecuada en que se lleven las mediciones de la posición, para modelar el ruido al que se expone.

Una de las ventajas del filtro de Kalman, así como de otros algoritmos predictores y supresores de ruido, es evitar la adquisición de sensores muy precisos, ya que si se consideraran sensores con relojes mas exactos y con técnicas mas avanzadas de la medición de la posición, los gastos se elevarían considerablemente.

Por último, es contundente el beneficio que resulta de la utilización de técnicas relacionadas con Lógica Difusa en el diseño del sintonizador difuso, puesto que reduce el error en estimación de la posición.

## 5.6. Trabajos futuros

La utilización del filtro de Kalman y filtro de Kalman difuso para el GPS, demostraron ser una buena opción para reducir el error en el sensor, sin embargo existen técnicas mas útiles como el filtro de Partículas, que maneja de manera eficaz ruido altamente no Gausiano y modelos altamente no lineales [Gustafsson 02], especialmente en aplicaciones donde el costo computacional es barato y la razón de muestreos sea moderado, es por eso que por esta línea de investigación se pueden obtener aportaciones importantes.

Por otra parte como trabajo a futuro también se propone que el GPS sea implementado para ser utilizado en los vehículos con los que actualmente se trabajan en la línea de Robótica y Automatización del Centro de Sistemas Inteligentes (CSI), a través de una interfaz con un microcontrolador para obtener los datos del mismo y a su vez procesarlos con el algoritmo del filtro, logrando darle al GPS un error de medición aceptable para ser utilizado en el vehículo a escala.

Para la retroalimentación real de posición y velocidad en un sistema de control de un vehículo autónomo, la fusión de sensores es una técnica muy utilizada en la actualidad, es por eso que sobre esta línea se pueden generar trabajos a futuro, con el fin de obtener mejores lecturas reales y provocar una mejor retroalimentación en los sistemas de control. La fusión de sensores radica en la utilización de diferentes tipos de elementos como odómetros, acelerómetros y giroscopios, para medir la misma variable, esto con el fin de reducir la incertidumbre de la medición, y hacer mas confiables los valores obtenidos.

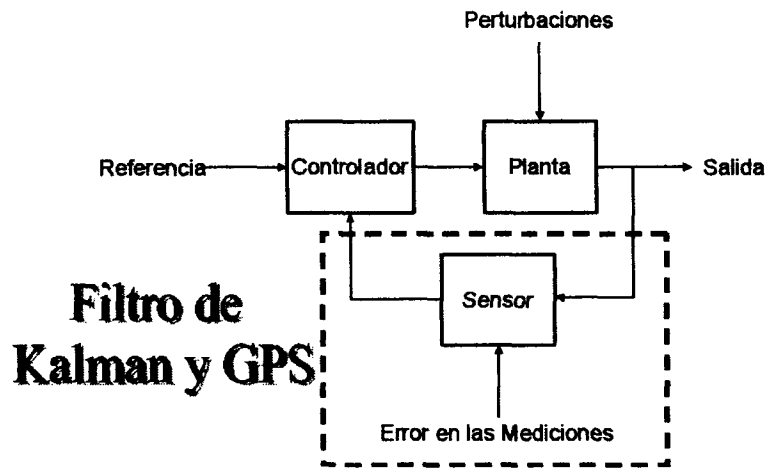


Figura 5.1: Modelo General de un Sistema de Control

En la figura 5.1 se pueden observar los principales bloques de un sistema de control, los cuales son el controlador, la planta y la retroalimentación. También se observa que el GPS y el filtro de Kalman se enfocan principalmente en la retroalimentación de la posición del vehículo. Como parte de trabajos a futuro, el bloque del controlador puede ser substituido por uno de tipo difuso para controlar a los sistemas de navegación del vehículo. En la parte de la planta, se puede utilizar una modelación difusa para reproducir el comportamiento real del sistema. Es por eso que en los apéndices se muestran dos técnicas para la modelación y control con sistemas difusos, esto con el objeto de analizar las diferentes etapas de un sistema de control en un vehículo autónomo, en las cuales se pueden usar técnicas basadas en lógica difusa.

El primer apéndice sugiere la utilización de Clustering Difuso para aproximar el comportamiento no lineal de un vehículo, esto se realiza cuando no se tienen las

---

ecuaciones del modelo en variables de estado y solamente se cuenta con los pares de mediciones de entrada y salida.

La segunda técnica es una forma de control no lineal llamada Control Difuso. En esa simulación del apéndice B se muestra un control longitudinal para el modelo de un vehículo.



# Capítulo A

## Sistema difuso: Clustering

Los sistemas difusos son usados para formular y representar conocimiento humano. Este conocimiento regularmente no es fácil de interpretar y menos de representar, es por eso que en los sistemas difusos, regularmente no se conoce la función que se quiere representar o aproximar. Una manera importante para la aproximación de funciones desconocidas es procesar la mayor cantidad de entradas y salidas, con el objetivo de aplicarle algún método de aproximación, con el fin de poder evaluar datos nuevos en tal función y de esa forma aproximar el comportamiento del sistema.

El método de Clustering es un algoritmo que agrupa los pares de entrada y salida dentro de Clusters (Agrupamiento), y usar una regla para cada cluster, esto quiere decir que el número de reglas es igual al número de clusters.

Lo primero que se realiza para elaborar el clustering es construir el sistema difuso con la máxima exactitud posible, esto es, el sistema óptimo, este sistema difuso es útil si el número de entradas y salidas es pequeño. Después se determina los clusters de los pares de entrada y salida usando el algoritmo del clustering del vecino más cercano. El algoritmo lo que realiza es una comparación entre cada nuevo par de entrada, con el fin de determinar si puede pertenecer a un cluster ya definido o si es necesario crear un nuevo cluster. En cada iteración se calculan algunos parámetros para la función de aproximación Gaussiana, con el fin de que al final del entrenamiento reproduzca a los pares de entrada y salida. A continuación se muestra el algoritmo de Clustering usando el Vecino más Cercano [Wang 97].

- Paso 1. Empezando con el primer par de entrada y salida  $(x_0^1; y_0^1)$ , estableciendo el centro del primer cluster  $x_c^1$  en  $x_0^1$ , y establece  $A^1(1) = y_0^1$ ,  $B^1(1) = 1$ . Selecciona un radio  $r$ .
- Paso 2. Suponga que consideramos el par  $k$  de entrada y salida  $(x_0^k; y_0^k)$ , con  $k = 2, 3, \dots$ , existiendo  $M$  clusters con centros en  $x_c^1, x_c^2, \dots, x_c^M$ . Calcula las distancias de  $x_0^k$  a estos  $M$  centros de clusters,  $|x_0^k - x_c^l|$ ,  $l = 1, 2, \dots, M$ , y dada la mínima distancia  $|x_0^k - x_c^{l^*}|$ , esto es, el cluster más cercano a  $x_0^k$  es  $x_c^{l^*}$ . Entonces:

- a) Si  $|\mathbf{x}_0^k - \mathbf{x}_c^k| > r$ , entonces establece  $\mathbf{x}_0^k$  como un nuevo centro de cluster  $\mathbf{x}_c^{M+1} = \mathbf{x}_0^k$ , establece  $\mathbf{A}^{M+1}(\mathbf{k}) = \mathbf{y}_0^k$ ,  $\mathbf{B}^{M+1}(\mathbf{k}) = \mathbf{1}$ , y mantén  $\mathbf{A}^l(\mathbf{k}) = \mathbf{A}^l(\mathbf{k} - 1)$ ,  $\mathbf{B}^l(\mathbf{k}) = \mathbf{B}^l(\mathbf{k} - 1)$  para  $l = 1, 2, \dots, M$ .
- b) Si  $|\mathbf{x}_0^k - \mathbf{x}_c^k| \leq r$ , entonces:  $\mathbf{A}^{l_k}(\mathbf{k}) = \mathbf{A}^{l_k}(\mathbf{k} - 1) + \mathbf{y}_0^k$ ,  $\mathbf{B}^{l_k}(\mathbf{k}) = \mathbf{B}^{l_k}(\mathbf{k} - 1) + \mathbf{1}$  y establece  $\mathbf{A}^l(\mathbf{k}) = \mathbf{A}^l(\mathbf{k} - 1)$ ,  $\mathbf{B}^l(\mathbf{k}) = \mathbf{B}^l(\mathbf{k} - 1)$  para  $l = 1, 2, \dots, M$  con  $l \neq l_k$ .
- Paso 3. Si  $\mathbf{x}_0^k$  no establece un nuevo cluster, entonces el sistema difuso diseñado basado en el  $\mathbf{k}$  par de entrada-salida  $(\mathbf{x}_0^j; \mathbf{y}_0^j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ , es

$$\mathbf{f}_k(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \mathbf{A}^l(\mathbf{k}) \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_c^l|^2}{\sigma}\right)}{\sum_{l=1}^M \mathbf{B}^l(\mathbf{k}) \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_c^l|^2}{\sigma}\right)} \quad (\text{A.1})$$

Si  $\mathbf{x}_0^k$  establece un nuevo cluster, entonces el sistema difuso diseñado es

$$\mathbf{f}_k(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M+1} \mathbf{A}^l(\mathbf{k}) \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_c^l|^2}{\sigma}\right)}{\sum_{l=1}^{M+1} \mathbf{B}^l(\mathbf{k}) \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_c^l|^2}{\sigma}\right)} \quad (\text{A.2})$$

- Paso 4. Repite con  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$  a partir del paso 2.

## A.1. Modelo matemático del vehículo

El modelo que se utilizó para nuestro sistema, es un modelo de la dinámica longitudinal de un vehículo [Huang 99], el cual se define por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{1}{m}(\mathbf{F} - \mathbf{K}_d \mathbf{v}^2 - \mathbf{d}_m) \quad (\text{A.4})$$

donde  $\mathbf{x}$  es la posición longitudinal del vehículo,  $\mathbf{v}$  es la velocidad del vehículo,  $m$  es la masa del vehículo (inercia efectiva del vehículo),  $\mathbf{K}_d \mathbf{v}^2$  especifica la fuerza debida a la resistencia del aire, donde  $\mathbf{K}_d$  es el coeficiente de arrastre aerodinámico efectivo,  $\mathbf{d}_m$  es la fuerza mecánica de arrastre (fricción de resistencia al rodamiento) y  $\mathbf{F}$  es la fuerza de tracción del motor (esfuerzo de control), la cual se asume que es usada para el control del vehículo. Las constantes  $\mathbf{K}_d = 0,44\text{kg/m}$ ,  $m = 916\text{kg}$  y  $\mathbf{d}_m = 352\text{kgm/s}^2$

## A.2. Simulación del modelo dinámico del vehículo

Para poder obtener los pares de entrada y salida, necesarios para alimentar el sistema difuso, del sistema dinámico es necesario simularlo, aplicandole una entrada rampa, y de esa forma ver su comportamiento. Para la entrada rampa se utilizo de



–3000 a 3000, con el fin de observar la salida desde valores negativos hasta valores positivos. La simulación se realizó en MATLAB, obteniendo el diagrama a bloques como se muestra en la siguiente figura,

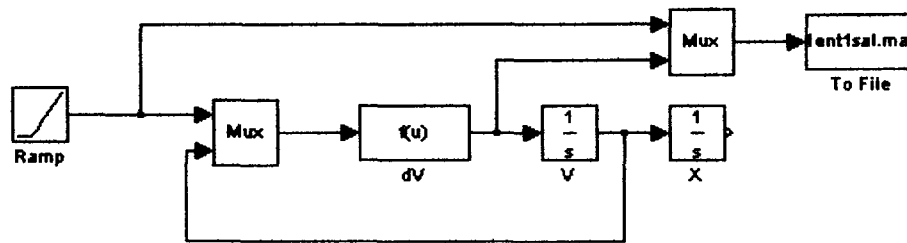


Figura A.1: Simulación del Modelo

De la simulación se obtiene la **Matriz1**, la cual contiene **3** renglones, el primero para el tiempo, el segundo para las entradas y el tercero para las salidas. El número de columnas depende de la cantidad de mediciones que se hacen a la salida, por lo que en este caso se obtuvieron **100**.

### A.3. Resultados del Clustering difuso

Después de la implementación del Algoritmo, se le alimentó con los pares de entrada y salida de la simulación del modelo, con lo que se obtuvo una aproximación de la curva original.

En la (figura A.2) se observa la comparación de las dos curvas, como se puede ver, las dos gráficas son casi idénticas, aunque la obtenida por el clustering, en ciertos segmentos se aproxima por la parte inferior, (figura A.3), y en otros por la parte superior, (figura A.4).

La cantidad de Clusters generados fueron **30**.

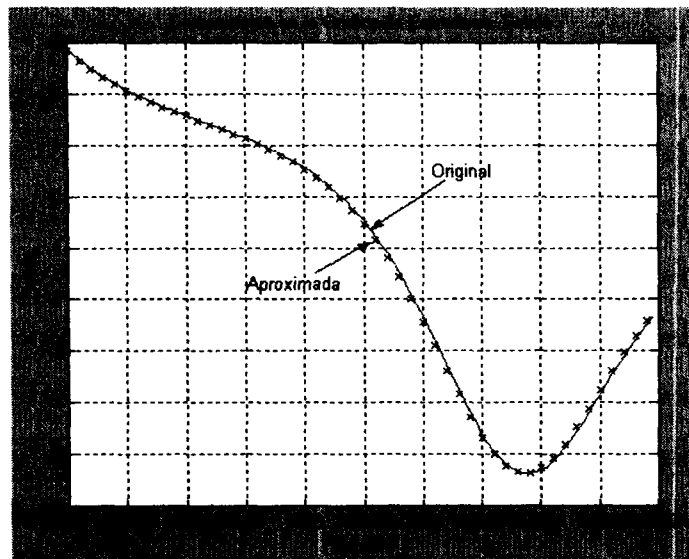


Figura A.2: Comparación entre la gráfica original y la aproximada

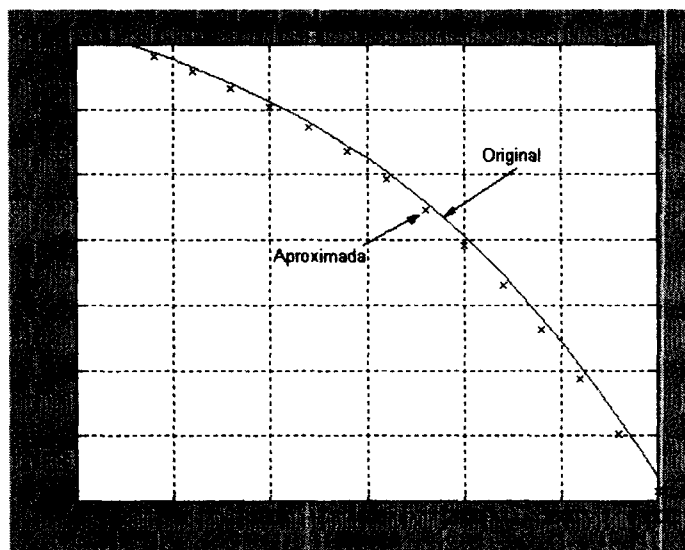


Figura A.3: Aproximación Inferior

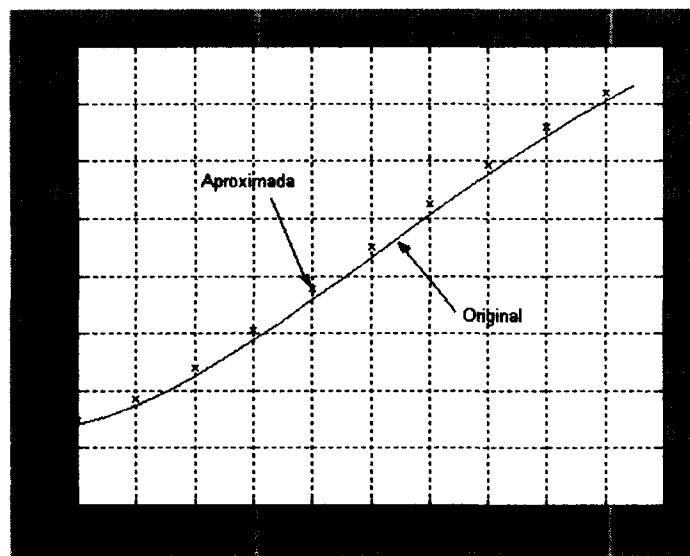


Figura A.4: Aproximación Superior



# Capítulo B

## Control difuso

Cuando los sistemas difusos son usados como controladores, se llaman controladores difusos. Los controladores difusos son controladores no lineales con una estructura especial. El control difuso a representado una de las aplicaciones mas exitosas de teoría de control a problemas prácticos.

### B.1. Controlador difuso

Como se puede observar en las ecuaciones dinámicas del vehículo (A.3) y (A.4) las entradas a nuestro sistema son  $F$  y  $v$ , esta última se retroalimenta directamente de la entrada, entonces la idea es elaborar un sistema difuso (controlador difuso), el cual permita controlar con la Fuerza de Tracción del Motor  $F$ , con base en el error y la derivada del error provocado por la diferencia entre la velocidad actual y el set point de velocidad, esto es,

$$e(k) = v_{sp} - v(k) \quad (B.1)$$

$$\Delta e(k) = v(k-1) - v(k) \quad (B.2)$$

con base en las ecuaciones anteriores, y el enfoque de prueba y error se generaron 25 reglas difusas, producto de la combinación de las dos variables de entrada para el controlador  $e$  y  $\Delta e$ , las cuales pueden tener los siguientes valores  $e = \{NB, NS, Z, PS, PB\}$  y  $\Delta e = \{NB, NS, Z, PS, PB\}$ , la salida del controlador es  $F$ , la cual puede tener los valores de  $\{NB, NS, Z, PS, PB\}$ . El rango de valores reales en los que trabajaran las variables son  $-30 < e < 30$ ,  $-30 < \Delta e < 30$  y  $-6000 < F < 6000$ , estos valores se obtuvieron a prueba y error, ya que no se tenían simulaciones similares del modelo, ni rangos de trabajo.

Las reglas difusas que se generaron fueron del tipo **IF**  $e$  is **NB** and  $\Delta e$  is **NB** **THEN**  $F$  is **PB**, la cual nos dice que si el error es Negativo Grande y la derivada del error es Negativa Grande, entonces la Fuerza que se aplicara es Positiva Grande. Con base en el análisis anterior, las reglas completas se observan en la (figura B.1).

		$\Delta e$				
		NB	NS	Z	PS	PB
e	NB	PB	PB	PB	PS	Z
	NS	PB	PB	PS	Z	NS
	Z	PB	PS	Z	NS	NB
	PS	PS	Z	NS	NB	NB
	PB	Z	NS	NB	NB	NB

Figura B.1: Conjunto de Reglas para el control

## B.2. Simulaciones

El Controlador Difuso se simuló en MATLAB, con algunas propiedades para el sistema como: Norma T mínimo, Implicación mínimo, Fusificador Singleton y Defusificador Centroide.

En la (figura B.2) se observa el sistema difuso con sus dos entradas y una salida, con las características que arriba se mencionan.

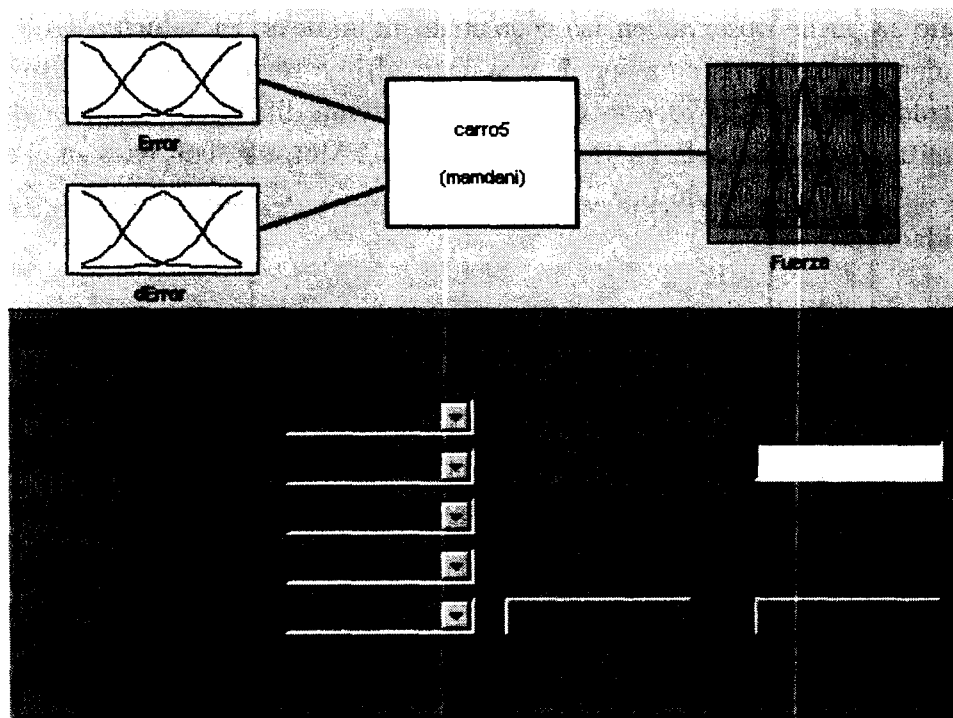


Figura B.2: Modelo Difuso en la Simulación

Para integrar el Controlador Difuso con la parte del Modelo del vehículo, se anexo el controlador al modelo que anteriormente ya se tenía, como se muestra en el diagrama

de la (figura B.3), en el cual se puede observar que el tipo de Máquina de Inferencia es Mamdani Mínimo.

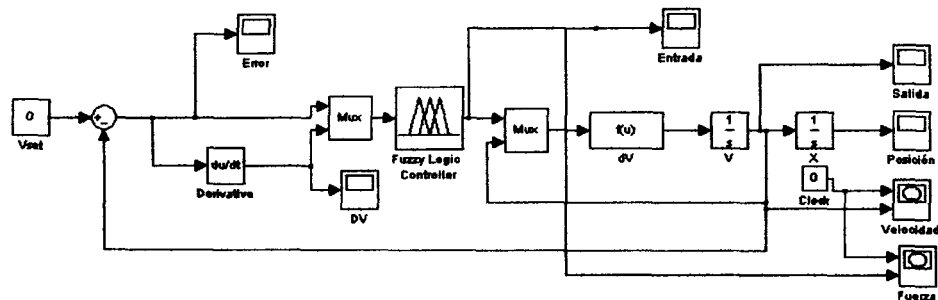


Figura B.3: Diagrama del Controlador con el Modelo

Las simulaciones que se realizaron fueron con diferentes valores para el set point de la entrada (Velocidad) para comprobar que efectivamente el control tratara de llevar la Velocidad de Salida a valor de la Velocidad en el Set Point.

La primera simulación que se realizó fue con una  $v_{sp} = 10$ , con lo que se obtuvo la respuesta de la  $v_{salida}$  (figura B.4) y la  $F$  (figura B.5).

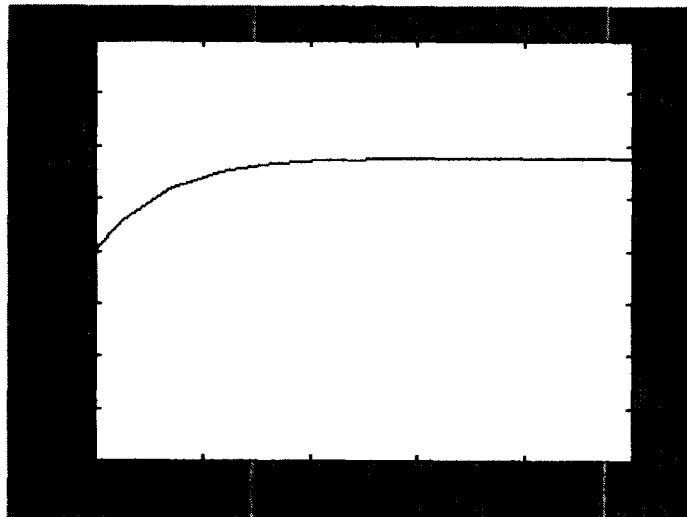


Figura B.4: Velocidad Controlada a 10m/s

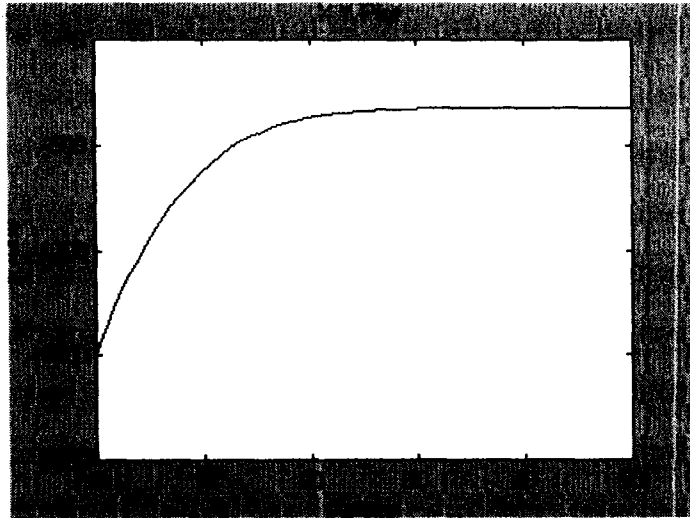


Figura B.5: Fuerza de Salida del Controlador

La siguiente simulación se realizaron con una  $v_{sp} = -20$ , obteniendo (figura B.6) y (figura B.7).

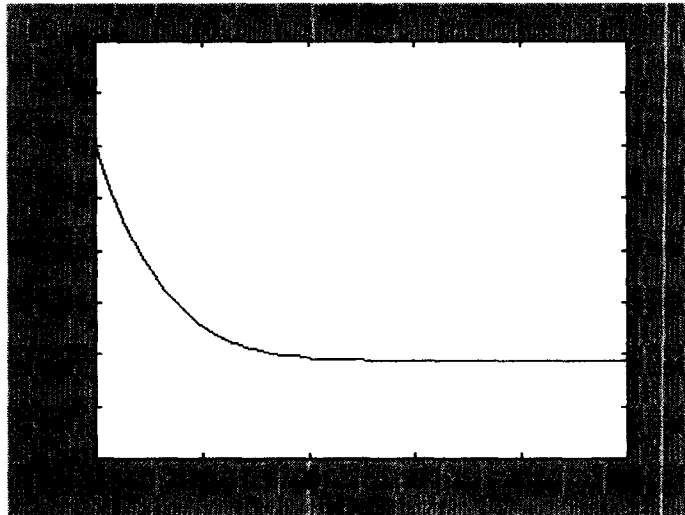


Figura B.6: Velocidad Controlada a -20m/s



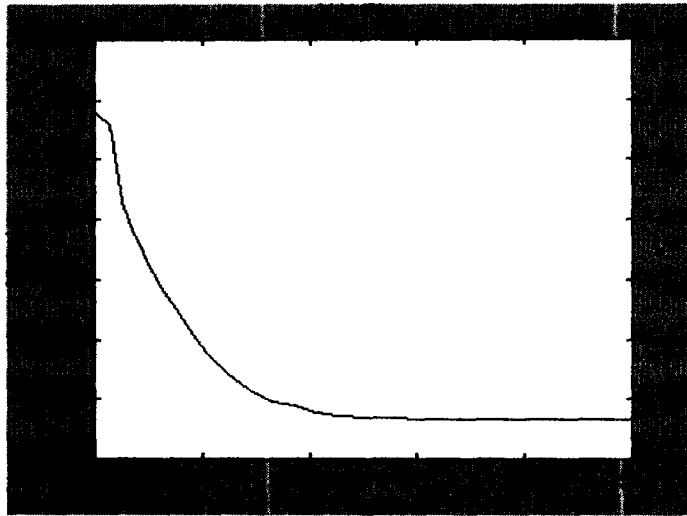


Figura B.7: Fuerza de Salida del Controlador

La última simulación se realizó con el fin de ver si el controlador era robusto, con una  $v_{sp} = 40$ , obteniendo (figura B.8) y (figura B.9).

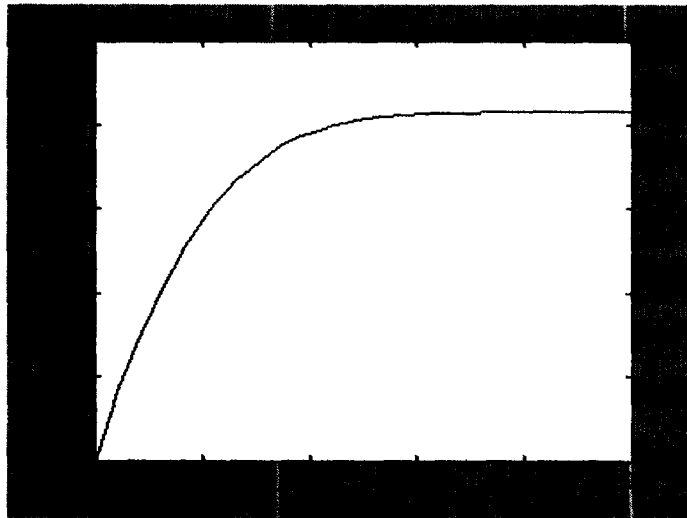


Figura B.8: Velocidad Controlada a 40m/s

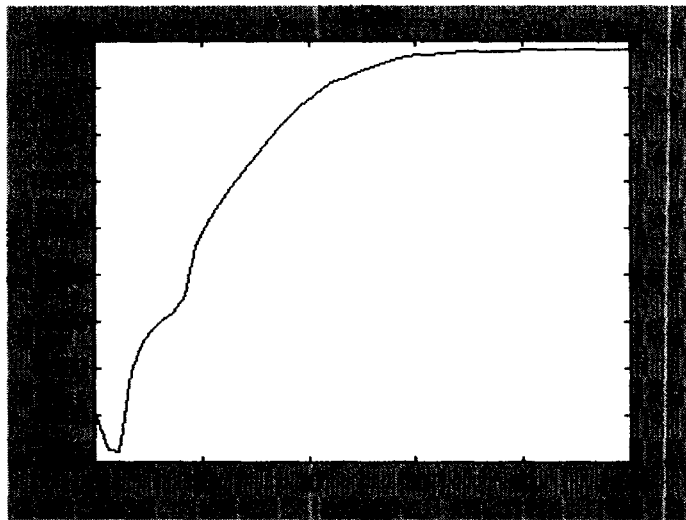


Figura B.9: Fuerza de Salida del Controlador

# Referencias

- [Bao 00] J. Bao y Y. Tsui. *Fundamentals of global positioning system receivers: A software approach*. Wiley Inter-Science, 2000.
- [Brogan 91] W. L. Brogan. *Modern control theory*. Prentice Hall, 1991.
- [Chui 91] C. Chui y G. Chen. *Kalman filtering with real-time applications*. Springer-Verlag, 1991.
- [Grewal 01] M. S. Grewal, L. R. Weill y A. P. Andrews. *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. Wiley Interscience, 2001.
- [Gustafsson 02] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson y P. Nordlund. *Particle Filters for Positioning, Navigation, and Tracking*. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, Vol. 50, No. 2, p. 13, Febrero 2002.
- [Hernandez 02] L. Hernandez. *Inclusión de respuestas reflejas en el seguimiento de una trayectoria por un vehículo autónomo*. Master's thesis, ITESM Campus Monterrey, 2002.
- [Huang 99] S. Huang y W. Ren. *Use of Neural Fuzzy Networks with Mixed Genetic/Gradient Algorithm in Automated Vehicle Control*. In IEEE Transactions on Industrial Electronic, 1999.
- [Kaplan 96] E. D. Kaplan. *Understanding gps: Principles and applications*. Artech House Publishers, 1996.
- [Nebot 99] E. Nebot y H. Durrant. *High integrity navigation architecture for outdoor autonomous vehicles*. Robotics and Autonomous Systems, 1999.
- [Palacios 00] G. Palacios. *Control de dirección de un vehículo autónomo*. Master's thesis, ITESM Campus Monterrey, 2000.
- [Sasiadek 00] J.Z. Sasiadek, Q. Wang y M.B. Zeremba. *Fuzzy Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS Data Fusion*. In 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2000.

- 
- [Sasiadek 01] J.Z. Sasiadek y J. Khe. *Sensor Fusion based on Fuzzy Kalman Filter*. Second Workshop on Robot Motion and Control, 2001.
- [Wang 97] L. X. Wang. *A course in fuzzy systems and control*. Prentice Hall, 1997.
- [Welch 02] G. Welch y G. Bishop. *An Introduction to the Kalman Filter*. 2002.
- [Yen 99] J. Yen y R. Langari. *Fuzzy logic: Intelligence, control, and information*. Prentice Hall, 1999.