

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

PROGRAMA DE GRADUADOS EN MECATRÓNICA
Y TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY®**

CONTROL ADAPTIVO-PREDICTIVO CON MECANISMO DE
ADAPTACIÓN MCR Y SU EXTENSIÓN PARA EL CASO MISO

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
ACADEMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACIÓN

POR:

MARIA JANNETT JIMENEZ ALMARAZ

MONTERREY , N.L.

DICIEMBRE 2008

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

DIVISIÓN DE MECATRÓNICA Y TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN

**PROGRAMA DEGRADUADOS EN MECATRONICA Y TECNOLOGÍAS DE
INFORMACIÓN**

Los miembros del comité de tesis recomendamos que el presente proyecto de tesis de la Ing. María Jannett Jiménez Almaraz, sea aceptado como requisito parcial para obtener el grado académico de:

**MAESTRO EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACIÓN**

Comité de tesis:

Dr. Antonio Ramón Favela Contreras
Asesor

Dr. José de Jesús Rodríguez Ortiz
Sinodal

M.C. Luis Rosas Cobos
Sinodal

Dr. Joaquín Acevedo Mascarúa
Director de Investigación y Posgrado
Escuela de Ingeniería
Diciembre, 2008

CONTROL ADAPTIVO – PREDICTIVO CON MECANISMO DE
ADAPTACIÓN MCR Y SU EXTENSIÓN AL CASO MISO

POR:

MARÍA JANNETT JIMÉNEZ ALMARAZ

TESIS

Presentada al Programa de Graduados en Mecatrónica
y Tecnologías de Información

Este trabajo es requisito parcial para obtener el grado de

Maestro en Ciencias
con especialidad en Automatización

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY

Diciembre, 2008

DEDICATORIAS

A Dios, por permitirme salir adelante a pesar de los obstáculos que se presentaron a lo largo de la realización de este proyecto, por darme paciencia y tranquilidad cuando más lo necesité.

A mis padres, Jaime y María de la Luz. Quienes siempre han confiado en mí y quienes me han apoyado incondicionalmente en los momentos más difíciles, por estar al pendiente de lo que pasaba y por no dejarme caer ni un solo instante. Todo lo que soy ahora se los debo a ustedes. Los quiero.

A mi hermano, Jaime. Por motivarme a estudiar la maestría y por sus palabras de aliento. Aunque estuvimos lejos, formaste parte importante en este proyecto.

A mis familiares, en especial a mis tías Enriqueta y Teresita. Por su apoyo, consejos y motivación.

A Jorge, por pasar a ser una persona muy valiosa para mí a lo largo de mis estudios de maestría, en quien encontré cariño, apoyo y comprensión.

A mis amigos y compañeros de la maestría, en especial a Victor, Manuel, Sergio y Sami, por las reuniones en la oficina, sus consejos y su cariño, por estar ahí cuando necesité de un amigo. Gracias.

AGRADECIMIENTOS

A mi Asesor, el Dr. Antonio Ramón Favela Contreras, por haber aceptado trabajar como mi asesor, por su infinita paciencia, comprensión, interés, dedicación, tiempo y asesoría a lo largo del desarrollo de este trabajo.

A mis Sinodales, el Dr. José de Jesús Rodríguez Ortiz y el M.C. Luis Rosas Cobos por su tiempo y comentarios.

A todas las personas que estuvieron directa o indirectamente involucradas en la realización de esta investigación, gracias.

RESUMEN

Con este trabajo de tesis presentado como requisito parcial para la obtención del grado académico de *Maestro en Ciencias con Especialidad en Automatización*, se busca comparar el desempeño en simulación de las implementaciones del control adaptivo – predictivo (CAP) propuesto originalmente en [1] con el del CAP con mecanismo de adaptación por MCR (mínimos cuadrados recursivos), y extender dicha implementación a casos MISO (multiple input – single output).

En el presente trabajo de investigación, en un primer tiempo se presentan las bases fundamentales que engloban el control adaptivo - predictivo y el algoritmo que se deriva de dichas formulaciones. Se muestran diagramas de flujos y algunos ejemplos gráficos.

Enseguida se aborda el tema del control adaptivo – predictivo propuesto en [9], para el análisis de los sistemas de una entrada y una salida con tiempo de retraso, y la posterior incorporación de un mecanismo de adaptación basado en el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados, el cual fue implementado para realizar un análisis comparativo del desempeño de ambos mecanismos de adaptación ante diferentes escenarios.

El análisis comparativo realizado está basado en la respuesta obtenida ante: cambios en referencia, dinámicas variantes en el tiempo y la introducción del ruido al 10% de la manipulación, tomando como indicadores de desempeño el tiempo de estabilización, tiempo de elevación, existencia de error en estado estable y la presencia de sobretiros.

El trabajo de investigación aquí expuesto finaliza con el desarrollo del algoritmo de CAP para el caso de sistemas MISO, presentándose un desarrollo a detalle de la formulación para el caso particular de dos entradas – una salida.

INDICE DE GENERAL

RESUMEN	6
INDICE DE GENERAL	7
INDICE DE FIGURAS	9
INDICE DE TABLAS	11
CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.....	13
1.1. ANTECEDENTES Y DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	13
1.2. OBJETIVOS.....	15
1.3. METODOLOGÍA	15
1.4. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.....	16
CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO.....	18
2.1. INTRODUCCIÓN	18
2.2. CONTROL PREDICTIVO	18
2.2.1. EL CONCEPTO DEL BLOQUE CONDUCTOR	19
2.2.2. DEFINICIÓN DE LOS PARÁMETROS PARA LA TRAYECTORIA DESEADA.....	20
2.3. ESTRATEGIA BÁSICA DE CONTROL PREDICTIVO.....	20
2.4. ESTRATEGIA EXTENDIDA DE CONTROL PREDICTIVO	24
2.4.1. MODELO PREDICTIVO CONSIDERANDO LA ESTRATEGIA EXTENDIDA.....	25
2.4.2. CRITERIO DE RENDIMIENTO.....	25
2.4.3. MINIMIZACIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO	26
2.4.4. SOLUCIÓN PARTICULAR A LA MINIMIZACIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO.....	28
2.4.5. INTRODUCCIÓN DEL TIEMPO DE RETRASO EN EL MODELO AP.....	29
2.5. CONTROL AP PARA EL CASO SISO CON RETRASO.....	30
2.5.1. VENTAJAS DEL CONTROL PREDICTIVO	34
2.6. CONTROL ADAPTIVO	34
2.7. CONTROL ADAPTIVO – PREDICTIVO (AP)	35
2.7.1. MECANISMO DE ADAPTACIÓN.....	36

CAPITULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CONTROL AP	41
3.1. INTRODUCCIÓN	41
3.2. ALGORITMO DEL CONTROLADOR ADAPTIVO – PREDICTIVO	42
3.2.1. FUNCIÓN: CÁLCULO DE LAS MATRICES RECURSIVAS.....	42
3.2.2. FUNCIÓN: CÁLCULO DE PARÁMETROS DE PRIMER ORDEN.....	43
3.2.3. FUNCIÓN: CÁLCULO DE PARÁMETROS DE SEGUNDO ORDEN	44
3.2.4. FUNCIÓN: ESTRATEGIA DE CAP.....	44
CAPITULO 4. ADAPTACIÓN CON MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	48
4.1. ALGORITMO DE ADAPTACIÓN BASADO EN MCR	48
4.2. ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LOS MECANISMOS DE ADAPTACIÓN DE [1] Y MCR	50
CAPITULO 5. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE CAP Y MCR	53
5.1. INTRODUCCIÓN	53
5.2. SIMULACIÓN DE PROCESOS	53
5.2.1. SIMULACIÓN DEL CAP CON MECANISMO DE ADAPTACIÓN [1]	55
5.2.2. SIMULACIÓN DEL CAP CON MECANISMO DE ADAPTACIÓN POR MCR	59
5.2.3. INDICADORES DE DESEMPEÑO PARA EL CAP CON MECANISMO DE ADAPTACIÓN [1] VS. LA IMPLEMENTACIÓN DE MCR COMO MECANISMO DE ADAPTACIÓN	62
5.2.4. SIMULACIÓN CAP CON ADAPTACIÓN [1] VS. ADAPTACIÓN POR MCR CON PARÁMETROS INICIALES LEJOS DE LOS REALES	64
CAPITULO 6. CONTROL AP PARA EL CASO MISO	71
6.1. INTRODUCCIÓN	71
6.2. DESARROLLO Y ANÁLISIS PARA PROCESOS MISO	71
6.2.1. SIMULACIÓN DE MISO CON CAP CON MECANISMO DE ADAPTACIÓN BASADO EN [1].....	75
CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	80
7.1. CONCLUSIONES.....	80
7.2. TRABAJOS FUTUROS	81

INDICE DE FIGURAS

Capítulo 1:

FIGURA 1. 1 DESCRIPCIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL	13
FIGURA 1. 2 CONTROLADOR PID (PROPORCIONAL MÁS INTEGRAL MÁS DERIVATIVO).....	14

Capítulo 2:

FIGURA 2. 1 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROL PREDICTIVO.....	18
FIGURA 2. 2 RESPUESTA AL ESCALÓN UNITARIO DE UN SISTEMA DE FASE MÍNIMA	22
FIGURA 2. 3 RESPUESTA AL ESCALÓN UNITARIO DE UN SISTEMA DE FASE NO MÍNIMA	24
FIGURA 2. 4 ESQUEMA GENERAL DE UN SISTEMA ADAPTIVO	35
FIGURA 2. 5 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROL ADAPTIVO Y PREDICTIVO.....	36

Capítulo 3:

FIGURA 3. 1 DIAGRAMA DE FLUJO DE LAS MATRICES RECURSIVAS.....	43
FIGURA 3. 2 DIAGRAMA DE FLUJO BÁSICO DEL CAP	45
FIGURA 3. 3 PASOS PARA EL CAP CON ECUACIONES INVOLUCRADAS	46

Capítulo 4:

FIGURA 4. 1 DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO DE ADAPTACIÓN CON EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (MCR).....	49
--	----

Capítulo 5:

FIGURA 5. 1 GRÁFICA DE RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE CAMBIOS EN REFERENCIA CON CAP [1].....	55
FIGURA 5. 2 GRÁFICA DE RESPUESTA DEL SISTEMA CON DINÁMICAS VARIANTES EN EL TIEMPO	57
FIGURA 5. 3 RESPUESTA DEL SISTEMA CON CAMBIOS EN SU DINÁMICA Y RUIDO AL 10% DE LA MANIPULACIÓN.....	58
FIGURA 5. 4 IMPLEMENTACIÓN DE MCR ANTE CAMBIOS EN REFERENCIA	59
FIGURA 5. 5 IMPLEMENTACIÓN DE MCR CON DINÁMICAS VARIANTES EN EL TIEMPO.....	61
FIGURA 5. 6 IMPLEMENTACIÓN MCR CON RUIDO AL 10% DE LA MANIPULACIÓN	61
FIGURA 5. 7 CAP VS. MCR ANTE CAMBIOS EN REFERENCIA	62
FIGURA 5. 8 CAP VS. MCR CON DINÁMICAS VARIANTES	63
FIGURA 5. 9 (A) Y (C) CAP [1] Y MCR RESPECTIVAMENTE CON PARÁMETROS INICIALES LEJOS DE LOS REALES (B) Y (D) MANIPULACIÓN REQUERIDA POR CADA UNO DE ELLOS	64
FIGURA 5. 10 (A) CAP CON P.I CERCA DE LOS REALES, (B) CAP CON P.I. LEJOS DE LOS REALES, (C) MCR CON P.I. CERCA DE LOS REALES, (D) MCR CON P.I. LEJOS DE LOS REALES	66

FIGURA 5. 11 (A) CAP CON P.I. CERCA DE REALES, (B) CAP CON P.I. LEJOS DE REALES, (C) MCR CON P.I. CERCA DE REALES, (D) MCR CON P.I. LEJOS DE REALES, Y DINÁMICAS VARIANTES EN EL TIEMPO.....	67
FIGURA 5. 12 (A) CAP CON P.I. CERCA DE LOS REALES, (B) CAP CON P.I. LEJOS DE LOS REALES, (C) MCR CON P.I. CERCA DE LOS REALES, (D) MCR CON P.I. LEJOS DE LOS REALES, Y LA INTRODUCCIÓN DEL RUIDO AL 10% DE LA MANIPULACIÓN CON DINÁMICAS VARIANTES EN EL TIEMPO.....	69

Capítulo 6:

FIGURA 6. 1 SISTEMA MISO ANTE CAMBIOS EN REFERENCIA.....	76
FIGURA 6. 2 MISO CON DINÁMICAS VARIANTES EN EL TIEMPO.....	77
FIGURA 6. 3 MISO CON RUIDO AL 10% DE LA MANIPULACIÓN.....	78

INDICE DE TABLAS

Capítulo 4:

TABLA 4. 1 TABLA COMPARATIVA ENTRE CAP Y MCR	51
--	----

Capítulo 5:

TABLA 5. 1 PARÁMETROS OBTENIDOS EN SIMULACIÓN	56
TABLA 5. 2 DINÁMICAS VARIANTES APLICADAS	57
TABLA 5. 3 PARÁMETROS ALCANZADOS POR EL SISTEMA AL CAMBIAR LA DINÁMICA DE LA PLANTA.....	58
TABLA 5. 4 CAMBIOS EN DINÁMICAS DEL PROCESO PARA EL MECANISMO DE ADAPTACIÓN POR MCR	60
TABLA 5. 5 TABLA COMPARATIVA DE INDICADORES DE DESEMPEÑO ANTE CAMBIOS EN REFERENCIA.....	62
TABLA 5. 6 SOBRETIRO MÁXIMO PARA CAMBIOS EN LA DINÁMICA DEL PROCESO.....	63
TABLA 5. 7 PARÁMETROS INICIALES PROPUESTOS LEJOS DE LOS REALES	64
TABLA 5. 8 PARÁMETROS ALCANZADOS CON CAP DONDE P.I. SE ENCUENTRAN LEJOS DE LOS REALES	65
TABLA 5. 9 DINÁMICAS VARIANTES IMPLEMENTADAS.....	68
TABLA 5. 10 PARÁMETROS ALCANZADOS POR CAP CON P.I. LEJOS DE LOS REALES.....	68

Capítulo 6:

TABLA 6. 1 PARÁMETROS DE LA PLANTA A SIMULAR PARA MISO	75
TABLA 6. 2 PARÁMETROS ALCANZADOS POR EL MODELO AP ANTE CAMBIOS DE REFERENCIA PARA MISO.....	76
TABLA 6. 3 DINÁMICAS VARIANTES APLICADAS A MISO	77
TABLA 6. 4 PARÁMETROS ALCANZADOS POR EL MODELO AP CON UN SISTEMA MISO	78

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo 1 se presenta un panorama general de la teoría de control con el objetivo de poner al lector en el contexto de la tesis así como los principales objetivos de la tesis

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta una introducción a la problemática que motiva el desarrollo del presente trabajo de investigación, los objetivos, metodología y la organización de tesis.

1.1. Antecedentes y descripción del problema

Se presenta un panorama general de la teoría de control con el objetivo de poner al lector en el contexto de la tesis.

Los sistemas de control son parte integrante de la sociedad moderna y la implementación de éstos juega un papel importante en los procesos de manufactura, industriales, navales, aeroespaciales, robóticos, económicos, biológicos, etc. Éstos son sólo unos de los pocos ejemplos de sistemas controlados automáticamente que se pueden crear. Y de ésta forma uno se puede dar cuenta de que están ligados a diversas ramas de la ingeniería, como la química, eléctrica, mecánica, electrónica, de sistemas, en el área industrial, entre otras. En su forma más sencilla, un sistema de control produce una salida o respuesta para una entrada o estímulo dado, como se puede observar en la figura 1.1.

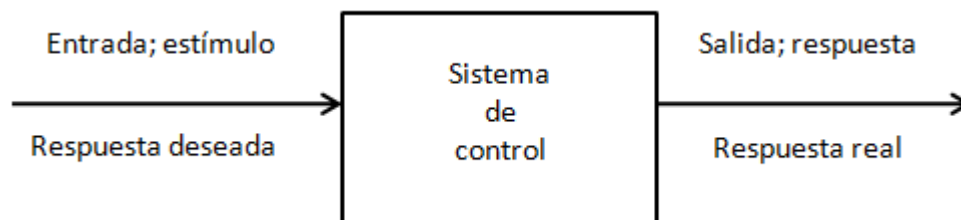


Figura 1. 1 Descripción de un sistema de Control

El PID (controlador proporcional, integral y derivativo) cuyo diagrama a bloques se muestra en la figura 1.2, es, sin lugar a dudas, el controlador más utilizado a nivel industrial. Su éxito se debe principalmente a tres factores: la formulación matemática del controlador no es compleja, la documentación disponible es muy amplia y la sintonización de sus parámetros es relativamente sencilla e intuitiva. Este tipo de controladores son diseñados asumiendo que el proceso a controlar es lineal e invariante en el tiempo, lo que es poco probable ya que si se analizan a fondo los procesos reales, se encontrará que una amplia variedad de procesos son no lineales y variantes en el tiempo. Aún así, una gran

variedad de procesos industriales son diseñados para trabajar dentro de un rango de operación específico, que puede considerarse como lineal, y los cambios dinámicos que presentan con respecto al tiempo son muy lentos por lo que controladores diseñados bajo el supuesto de linealidad e invarianza en el tiempo funcionan correctamente. Cuando estos supuestos dejan de tener validez el desempeño del controlador se ve fuertemente deteriorado y presenta problemas sobre todo en el control de procesos de fase no-mínima.

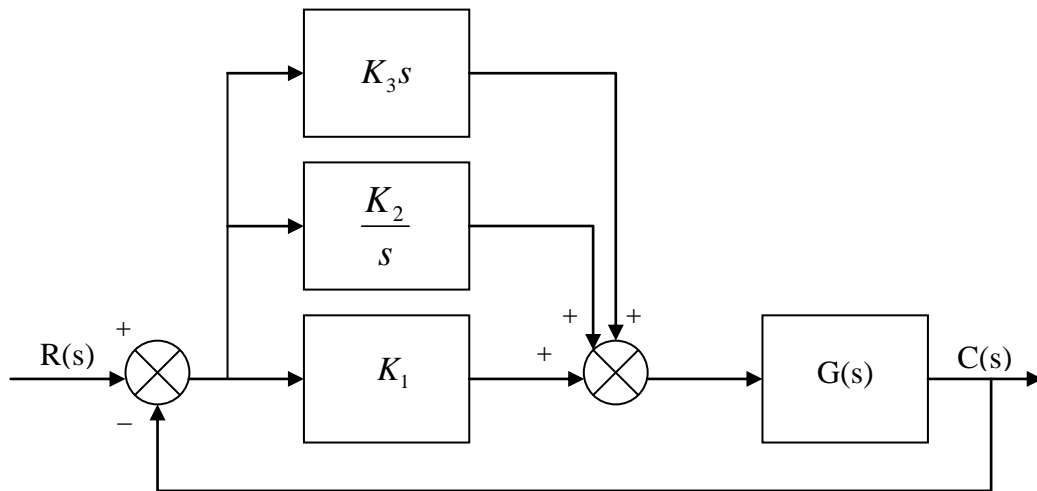


Figura 1. 2 Controlador PID (Proporcional más Integral más Derivativo)

La ventaja ligada a un control adaptivo predictivo es la capacidad de superar los problemas inherentes al PID, principalmente aquellos que tienen que ver con dinámicas variantes en el tiempo y no-linealidades. El diseño del controlador está basado en el uso de un modelo predictivo que intenta ajustarse a las variaciones en las dinámicas de los procesos, lo que a diferencia del PID y otras técnicas de control avanzado, no sufra un deterioro en su desempeño en lazo cerrado ante dichas variaciones. El controlador se deberá auto ajustar en línea mediante un mecanismo de adaptación de tal manera que su desempeño no se vea fuertemente afectado cuando los parámetros que describen la dinámica del proceso a controlar hayan cambiado, o bien, cuando se trabaja fuera del rango de operación identificado inicialmente.

Por tanto, en este trabajo se retoma la investigación de trabajos anteriores sobre el desarrollo de un controlador basado en la teoría de control discreto [9] introduciendo al control adaptivo predictivo el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados con el objeto de mejorar su desempeño.

Del mismo modo se presenta el desarrollo realizado para aplicar dicho control en procesos multivariables, los cuales serán descritos más adelante.

1.2. Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo la implementación del mecanismo de adaptación basado en el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados en comparación con el control adaptivo-predictivo expuesto en [1], esto con la finalidad de observar las mejoras en las dinámicas de diversos procesos. Así también se presenta el análisis e implementación de las técnicas de control adaptivo predictivo y mínimos cuadrados para procesos multivariables MISO (multiple input – single output).

Los objetivos particulares son:

- Implementar el mecanismo de adaptación basado en el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados incorporado al CAP (Control Adaptivo Predictivo)
- Validar la implementación de MCR (Mínimos Cuadrados Recursivos) en el mecanismo de adaptación del control adaptivo predictivo
- Comparar la respuesta del control adaptivo predictivo sugerido en [1] con el CAP con mecanismo de adaptación basado en MCR
- Presentar el desarrollo para sistemas multivariables (MISO)
- Validar el desarrollo del control adaptivo predictivo incorporado a sistemas MISO

1.3. Metodología

Para alcanzar los objetivos presentados anteriormente, se llevaron a cabo las siguientes actividades:

- Investigación bibliográfica del control adaptivo predictivo
- Explicar el marco teórico del control adaptivo predictivo
- Programar el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados haciendo uso del software LabWindows/CVI™ y el esquema de software pre-programado en [9]
- Analizar el comportamiento obtenido empleando el control AP en simulación y comparar su respuesta con la implementación de MCR
- Desarrollar el análisis de los sistemas multivariables (MISO)

- Analizar los resultados y observar el comportamiento del sistema multivariable al aplicársele el CAP (Control Adaptivo Predictivo)
- Presentar las perspectivas de trabajos futuros sobre el Control Adaptivo Predictivo aplicado a procesos multivariados (MIMO)

1.4. Organización de la Tesis

Este documento se encuentra organizado en 7 capítulos:

En el *Capítulo 1* se presenta una introducción a la problemática que motiva la incursión y estudio de la metodología del Control Adaptivo – Predictivo (CAP), así como los principales objetivos de la tesis y la metodología utilizada.

En el *Capítulo 2* se presenta el marco teórico del control predictivo, adaptivo, y adaptivo predictivo así como la introducción de los conceptos básicos que envuelven al CAP.

En el *Capítulo 3* se presenta la implementación del algoritmo de control adaptivo predictivo, diagramas de flujo de programación y fórmulas utilizadas para la adaptación.

En el *Capítulo 4* se introduce la formulación del método de mínimos cuadrados como un mecanismo de adaptación, y las diferencias existentes en las fórmulas entre MCR y CAP.

En el *Capítulo 5* se muestran los resultados obtenidos en simulación de la implementación del CAP y MCR ante cambios en referencia, dinámicas variantes en el tiempo y la incursión del ruido, así como tablas comparativas con indicadores de desempeño para ambos mecanismos de adaptación. Y la comparación de éstos mismos con los resultados obtenidos al utilizar parámetros iniciales para el modelo adaptivo predictivo lejos de los reales.

En el *Capítulo 6* se presenta el desarrollo paso a paso para implementar CAP a procesos MISO (multiple input – single output) y los resultados obtenidos en simulación de un ejemplo propuesto arbitrario ante los tres esquemas planteados en el capítulo 5, cambios en referencia, dinámicas variantes y la entrada del ruido.

Finalmente en el *Capítulo 7* se exponen las conclusiones que se derivan de esta tesis así como los posibles trabajos a futuro relacionados con esta investigación.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta el marco teórico del control adaptivo – predictivo, sus ecuaciones, fórmulas y diagramas de bloques con los cuales se pretende dar una explicación general sobre los temas involucrados en el desarrollo de este trabajo

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. Introducción

En el capítulo 2 se presentan los temas que engloban el control adaptivo – predictivo con lo que se pretende dar una explicación general del enfoque de control adaptivo – predictivo y el desarrollo de las ecuaciones implementadas.

2.2. Control Predictivo

El control predictivo, como su nombre lo dice, es una forma de control la cual incorpora en su formulación, la predicción del comportamiento del sistema. Este estima los valores futuros de una variable basándose en la información existente del proceso [22] y cuanto más representativa sea la información con la que se cuenta, mejor será la exactitud de la predicción. La estimación de las variables puede ser utilizada en el diseño para lograr un buen desempeño en el control, que comúnmente es mantener la salida en el punto de referencia deseado. Así, reciben el nombre de *control predictivo* aquellos métodos de control que incorporan información o pronósticos de los valores futuros de la salida de un sistema. El diagrama a bloques de la figura 2.1 muestra un esquema básico sobre el control predictivo. En este diagrama se sigue observando que la entrada de todo el sistema continúa siendo la referencia.

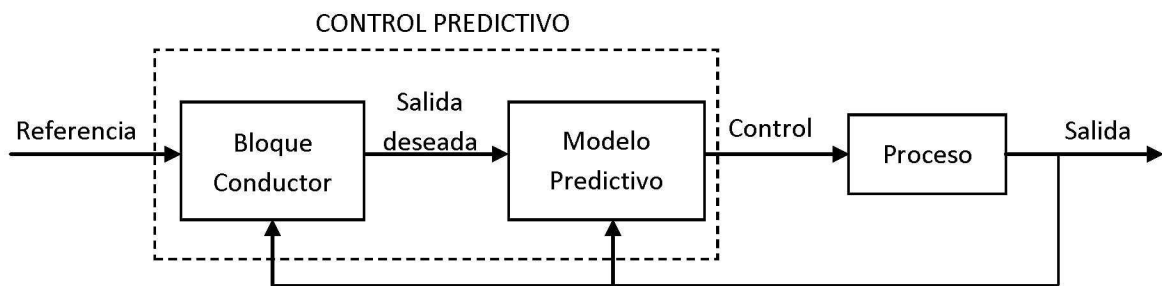


Figura 2. 1 Diagrama de Bloques del control predictivo

No obstante, se puede ver que existe una variable intermedia conocida como la salida deseada, la cual forma parte de la salida del bloque conductor. El control predictivo como se menciona en [1], consiste en calcular la acción de control que hace que la salida predicha del proceso sea igual a una salida deseada.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. Introducción

En el capítulo 2 se presentan los temas que engloban el control adaptivo – predictivo con lo que se pretende dar una explicación general del enfoque de control adaptivo – predictivo y el desarrollo de las ecuaciones implementadas.

2.2. Control Predictivo

El control predictivo, como su nombre lo dice, es una forma de control la cual incorpora en su formulación, la predicción del comportamiento del sistema. Este estima los valores futuros de una variable basándose en la información existente del proceso [22] y cuanto más representativa sea la información con la que se cuenta, mejor será la exactitud de la predicción. La estimación de las variables puede ser utilizada en el diseño para lograr un buen desempeño en el control, que comúnmente es mantener la salida en el punto de referencia deseado. Así, reciben el nombre de *control predictivo* aquellos métodos de control que incorporan información o pronósticos de los valores futuros de la salida de un sistema. El diagrama a bloques de la figura 2.1 muestra un esquema básico sobre el control predictivo. En este diagrama se sigue observando que la entrada de todo el sistema continúa siendo la referencia.

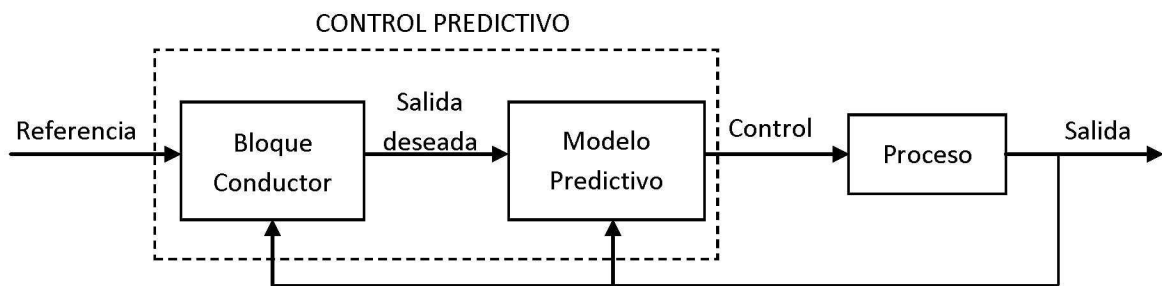


Figura 2. 1 Diagrama de Bloques del control predictivo

No obstante, se puede ver que existe una variable intermedia conocida como la salida deseada, la cual forma parte de la salida del bloque conductor. El control predictivo como se menciona en [1], consiste en calcular la acción de control que hace que la salida predicha del proceso sea igual a una salida deseada.

2.2.1. El concepto del bloque conductor

Con la introducción del bloque conductor lo que se busca es que la respuesta del sistema alcance de forma gradual y sucesiva la referencia deseada. De modo tal que la diferencia fundamental entre el uso del concepto del modelo de referencia en comparación con el del bloque conductor radica en que éste último utiliza la salida real del proceso para producir la salida deseada, mientras que el modelo de referencia genera la salida del sistema independientemente de la salida real del proceso como se menciona en [1].

Tomando como base la información sobre el bloque conductor se requiere que la salida deseada corresponda a una trayectoria, la cual se pretende que alcance la referencia de forma suave, pero rápidamente y sin oscilaciones. La forma de representar la salida deseada $y_d(k+j|k)$ del sistema al instante de muestreo j , se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$y_d(k+j|k) = \sum_{i=1}^p \alpha_i y_d(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^q \beta_i y_{sp}(k+j-i) \quad (2.1)$$
$$j = 1, 2, 3, \dots \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Dicha ecuación, es una ecuación de diferencias de un modelo de referencia [2], donde p y q representan el orden del sistema, es decir, número de α 's y β 's respectivamente, que para fines de diferenciación entre un modelo de referencia y el bloque conductor se debe considerar:

$$y_d(k+j-i|k) = y(k+j-i|k) \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, p \\ j = 1, 2, 3, \dots \end{array} \quad (2.2)$$

Con la ecuación (2.2) lo que se pretende expresar es que los valores anteriores de la variable y_d serán iguales a los valores leídos de la salida del proceso.

Consecuentemente, el bloque conductor utilizará un modelo adaptivo - predictivo (AP) para establecer la relación causa-efecto entre las variables de entrada y salida del proceso. A partir de esta relación se generará el vector de control que hace que las salidas predichas del proceso sean iguales a las salidas deseadas generadas por el bloque conductor [13]. Cuando se aplica control experto, se pretende que este bloque genere una señal de control basada en reglas que imitan el comportamiento del operador humano. Sin embargo la parte experta no será tratada en el presente trabajo.

2.2.2. Definición de los parámetros para la trayectoria deseada

Para obtener el comportamiento de la trayectoria deseada una vez definido el bloque conductor, se debe seguir con la selección de los parámetros involucrados en la ecuación (2.1). Lo esencial es tomar en cuenta que la ecuación sea amortiguada y que la ganancia del bloque conductor sea unitaria, ya que se desea que la variable de proceso, quien debe seguir la trayectoria deseada, no presente sobretiro al dirigirse al valor de referencia.

Para realizar lo anterior se pueden proponer un sistema de segundo orden críticamente amortiguado con ganancia unitaria, o un primer orden de igual manera con ganancia unitaria.

Por lo tanto el parámetro de diseño para un sistema de primer orden de ganancia estática K igual a uno, es la constante de tiempo T_d la cual determina la rapidez con la cual evoluciona la trayectoria deseada. Así, el bloque conductor tendrá una dinámica expresada por el modelo de la ecuación (2.3) siguiente:

$$\frac{y_d(s)}{y_{sp}(s)} = \frac{1}{T_d s + 1} \quad (2.3)$$

Discretizando (2.3), se logra:

$$y_d(k) = \alpha_1 y_d(k-1) + \beta_1 y_{sp}(k-1) \quad (2.4)$$

donde:

$$\alpha_1 = e^{-T_s/T_d} \quad \text{y} \quad \beta_1 = 1 - e^{-T_s/T_d} \quad (2.5)$$

Realizando la extensión al modelo del bloque conductor de la ecuación (2.2) obtenemos la ecuación de primer orden (2.6) siguiente:

$$y_d(k+j|k) = \alpha_1 y_d(k+j-1|k) + \beta_1 y_{sp}(k+j-1|k) \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

2.3. Estrategia Básica de Control Predictivo

El control predictivo, como tal, busca calcular la señal de control que haga que la salida predicha $\hat{y}(k)$ sea igual a una salida deseada preestablecida $y_d(k)$ [1]. La estrategia básica busca que dicho objetivo se cumpla en un paso, como se establece en la ec. (2.7) siguiente:

$$\hat{y}(k+1|k) = y_d(k+1|k) \quad (2.7)$$

2.2.2. Definición de los parámetros para la trayectoria deseada

Para obtener el comportamiento de la trayectoria deseada una vez definido el bloque conductor, se debe seguir con la selección de los parámetros involucrados en la ecuación (2.1). Lo esencial es tomar en cuenta que la ecuación sea amortiguada y que la ganancia del bloque conductor sea unitaria, ya que se desea que la variable de proceso, quien debe seguir la trayectoria deseada, no presente sobretiro al dirigirse al valor de referencia.

Para realizar lo anterior se pueden proponer un sistema de segundo orden críticamente amortiguado con ganancia unitaria, o un primer orden de igual manera con ganancia unitaria.

Por lo tanto el parámetro de diseño para un sistema de primer orden de ganancia estática K igual a uno, es la constante de tiempo T_d la cual determina la rapidez con la cual evoluciona la trayectoria deseada. Así, el bloque conductor tendrá una dinámica expresada por el modelo de la ecuación (2.3) siguiente:

$$\frac{y_d(s)}{y_{sp}(s)} = \frac{1}{T_d s + 1} \quad (2.3)$$

Discretizando (2.3), se logra:

$$y_d(k) = \alpha_1 y_d(k-1) + \beta_1 y_{sp}(k-1) \quad (2.4)$$

donde:

$$\alpha_1 = e^{-T_s/T_d} \quad \text{y} \quad \beta_1 = 1 - e^{-T_s/T_d} \quad (2.5)$$

Realizando la extensión al modelo del bloque conductor de la ecuación (2.2) obtenemos la ecuación de primer orden (2.6) siguiente:

$$y_d(k+j|k) = \alpha_1 y_d(k+j-1|k) + \beta_1 y_{sp}(k+j-1|k) \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

2.3. Estrategia Básica de Control Predictivo

El control predictivo, como tal, busca calcular la señal de control que haga que la salida predicha $\hat{y}(k)$ sea igual a una salida deseada preestablecida $y_d(k)$ [1]. La estrategia básica busca que dicho objetivo se cumpla en un paso, como se establece en la ec. (2.7) siguiente:

$$\hat{y}(k+1|k) = y_d(k+1|k) \quad (2.7)$$

donde $\hat{y}(k+1|k)$ es la salida predicha y $y_d(k+1|k)$ es la salida deseada respectivamente, calculadas en el instante k para el instante $k+1$.

Como se menciono previamente, la trayectoria deseada se produce a través de un bloque conductor cuya finalidad es proporcionar la salida deseada en todo instante, con la finalidad de que la salida de la planta alcance la referencia de forma suave y gradual sin sobretiro.

La estrategia básica del control predictivo se fundamenta en un modelo de predicción de la salida de la planta a cualquier instante k propuesto como un modelo ARX de orden n , como se describe en la ecuación (2.8) siguiente:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i \hat{y}(k-i|k) + \sum_{i=1}^m \hat{b}_i \hat{u}(k-i|k) \quad (2.8)$$

Caso ideal

Considere un sistema de segundo orden representado por:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) \quad (2.9)$$

cuya función de transferencia viene dada por:

$$T(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} \quad (2.10)$$

La función del modelo predictivo es generar la estimación de la salida del proceso en el instante k a partir de una serie de parámetros estimados, \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{b}_1 y \hat{b}_2 . Esto se puede realizar de dos formas distintas, “a priori” con información de los parámetros estimados en un instante de muestreo previo ($k+1$) y “a posteriori” con información de los parámetros estimados en el instante de muestreo actual (k). Así,

A priori:

$$y(k) = \quad (2.11)$$

$$\hat{a}_1(k-1)y(k-1) + \hat{a}_2(k-1)y(k-2) + \hat{b}_1(k-1)u(k-1) + \hat{b}_2(k-1)u(k-2)$$

A posteriori:

$$y(k) = \hat{a}_1(k)y(k-1) + \hat{a}_2(k)y(k-2) + \hat{b}_1(k)u(k-1) + \hat{b}_2(k)u(k-2) \quad (2.12)$$

Aplicando el principio de control predictivo, es decir, considerando el valor predicho $\hat{y}(k+1)$ igual al deseado $y_d(k)$ proveniente del bloque conductor se obtiene la manipulación $u(k)$, tal que:

$$u(k) = \frac{y_d(k+1) - \hat{a}_1(k)y(k) - \hat{a}_2(k)y(k-1) - \hat{b}_2(k)u(k-1)}{\hat{b}_1(k)} \quad (2.13)$$

será la señal de control del modelo predictivo para alcanzar la salida deseada $y_d(k)$. Lo anterior se cumple con el cálculo del valor deseado por el bloque conductor (2.1) para posteriormente utilizar el modelo predictivo para calcular la señal de control (2.13), garantizando que el parámetro de \hat{b}_1 no tenga el valor de cero en ningún instante k . La diferencia entre la salida del proceso y la salida deseada se define como el *error de predicción* o *error de seguimiento* indicado por:

$$\begin{aligned} e(k) &= y(k) - \hat{y}(k) \\ &= y(k) - y_d(k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ejemplos de la estrategia básica del control predictivo

Ejemplo de caso ideal

Sea un sistema de fase mínima representado por:

$$G(s) = \frac{2s + 1}{2s^2 + 4s + 1} \quad (2.15)$$

Discretizando dicha función con un retenedor de orden cero y $T_s = 1$, se tiene:

$$HG(z) = \frac{0.5363z^{-1} - 0.3284z^{-2}}{1 - 0.9275z^{-1} + 0.1353z^{-2}} \quad (2.16)$$

Utilizando MatLab para generar la respuesta a un escalón unitario, se obtiene la respuesta de la Figura 2.2:

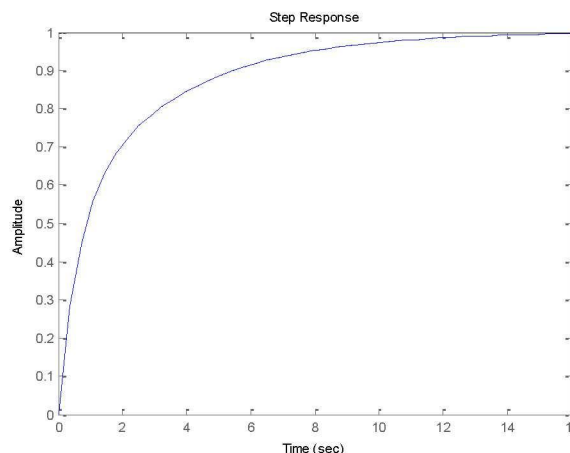


Figura 2. 2 Respuesta al escalón unitario de un sistema de fase mínima

La ecuación de diferencias que describe la dinámica del proceso viene dada por:

$$y(k) = 0.9275y(k-1) - 0.1353y(k-2) + 0.5363u(k-1) - 0.3284u(k-2) \quad (2.17)$$

Considerando que no hay errores de modelación, es decir el modelo predictivo y el del proceso son idénticos se define:

$$\begin{aligned} m &= n = 2 & (2.18) \\ a_1 &= \hat{a}_1 = 0.9275 \\ a_2 &= \hat{a}_2 = -0.1353 \\ b_1 &= \hat{b}_1 = 0.5363 \\ b_2 &= \hat{b}_2 = -0.3284 \end{aligned}$$

En resumen, $\hat{a}_i = a_i$ y $\hat{b}_i = b_i$, en todo instante.

Por lo tanto la ley de control, descrita en (2.13) para este ejemplo es la siguiente:

$$u(k) = \frac{y_d(k) - 0.9275y(k) + 0.1353y(k-1) + 0.3284u(k-2)}{0.5363} \quad (2.19)$$

Con la cual se puede obtener la manipulación necesaria para alcanzar la salida deseada $y_d(k)$ en cada instante k .

La ley de control descrita en (2.13), se basa en un modelo ideal, sin embargo, en procesos reales, hay respuestas en las cuales la estrategia básica de control predictivo tiene resultados poco satisfactorios y en ocasiones producen inestabilidad en el proceso. Dichos procesos pueden representarse por sistemas de fase no mínima cuya principal característica es que, al inicio de la respuesta del sistema, la respuesta evoluciona en dirección opuesta a la entrada.

Ejemplo de caso real

Dada la función de transferencia de un proceso de fase no mínima tal que:

$$G(s) = \frac{-2s + 1}{2s^2 + 4s + 1} \quad (2.20)$$

con un equivalente discreto por retención de orden cero:

$$HG(z) = \frac{-0.2624z^{-1} + 0.4702z^{-2}}{1 - 0.9275z^{-1} + 0.1353z^{-2}} \quad (2.21)$$

con ecuación de diferencias:

$$y(k) = 0.9275y(k-1) - 0.1353y(k-2) - 0.2624u(k-1) + 0.4702u(k-2) \quad (2.22)$$

la respuesta al escalón unitario en lazo abierto de este proceso (Figura 2.3):

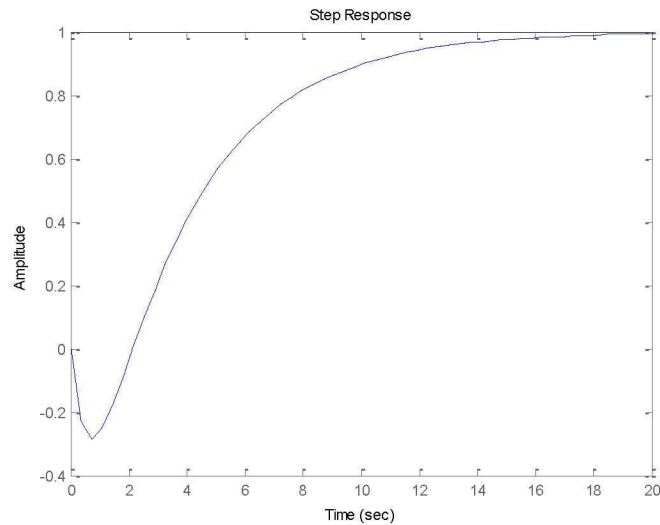


Figura 2. 3 Respuesta al escalón unitario de un sistema de fase NO mínima

Se puede observar que empieza en dirección opuesta al sentido de la entrada. Por lo tanto, si se aplica la estrategia básica del control predictivo, el bloque conductor calculará una salida deseada positiva ante un cambio de referencia positivo, pero debido a que el modelo describe el comportamiento mostrado en la Figura 2.3 y con el fin de obtener una salida positiva en el siguiente instante, el modelo predictivo calculará una salida de control negativa cuando al final lo que se necesita es una salida de control positiva [1, p 96].

En consecuencia, se requiere de una extensión de la estrategia básica en la cual se realice la predicción, no en el siguiente instante de muestreo, sino varias muestras después de tal forma que el modelo realice la predicción hacia la referencia de forma correcta.

2.4. Estrategia Extendida de Control Predictivo

Para hacer la diferencia entre la estrategia extendida y básica del control predictivo, se debe tener en mente que la estrategia básica tomaba en cuenta la salida del sistema en un único instante futuro, ahora bien, la estrategia extendida no solo puede considerar un único instante de muestreo para la salida futura del sistema, sino un horizonte de predicción con un mayor número de muestras. Sin embargo, el hecho de calcular la manipulación actual basada en la predicción de la salida a un horizonte de predicción, continúa satisfaciendo el principio de funcionamiento del control predictivo.

la respuesta al escalón unitario en lazo abierto de este proceso (Figura 2.3):

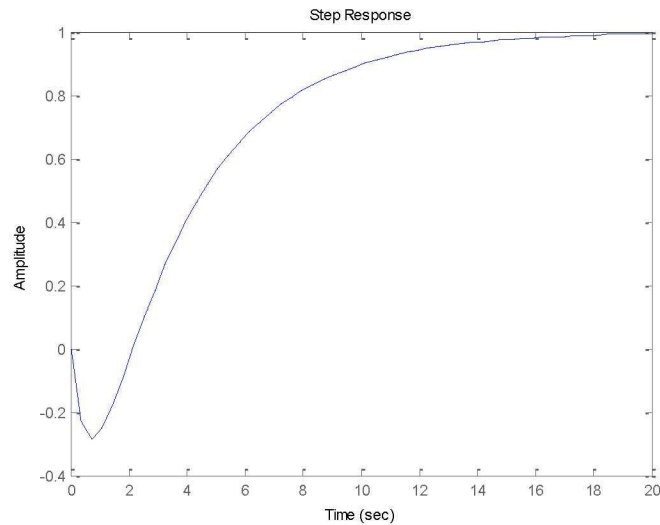


Figura 2. 3 Respuesta al escalón unitario de un sistema de fase NO mínima

Se puede observar que empieza en dirección opuesta al sentido de la entrada. Por lo tanto, si se aplica la estrategia básica del control predictivo, el bloque conductor calculará una salida deseada positiva ante un cambio de referencia positivo, pero debido a que el modelo describe el comportamiento mostrado en la Figura 2.3 y con el fin de obtener una salida positiva en el siguiente instante, el modelo predictivo calculará una salida de control negativa cuando al final lo que se necesita es una salida de control positiva [1, p 96].

En consecuencia, se requiere de una extensión de la estrategia básica en la cual se realice la predicción, no en el siguiente instante de muestreo, sino varias muestras después de tal forma que el modelo realice la predicción hacia la referencia de forma correcta.

2.4. Estrategia Extendida de Control Predictivo

Para hacer la diferencia entre la estrategia extendida y básica del control predictivo, se debe tener en mente que la estrategia básica tomaba en cuenta la salida del sistema en un único instante futuro, ahora bien, la estrategia extendida no solo puede considerar un único instante de muestreo para la salida futura del sistema, sino un horizonte de predicción con un mayor número de muestras. Sin embargo, el hecho de calcular la manipulación actual basada en la predicción de la salida a un horizonte de predicción, continúa satisfaciendo el principio de funcionamiento del control predictivo.

El cálculo a un horizonte de predicción se justifica debido a que cuando se define una trayectoria deseada, ésta se hace considerando algún comportamiento deseado para la salida del sistema, sin tomar en cuenta la forma en que el sistema pueda seguir dicha trayectoria. Dicha información [9] se puede utilizar para predecir el comportamiento en un intervalo de muestras posteriores (futuras), definido por el rango de $[k, k + \lambda]$, donde λ representa el horizonte de predicción el cual forma parte de los parámetros fundamentales a fijar según la aplicación a tratar, y tendrá una influencia importante en el desempeño de este tipo de controladores.

2.4.1. Modelo predictivo considerando la estrategia extendida

Por lo tanto, la definición de un modelo predictivo para el intervalo $[k, k + \lambda]$ corresponde a la ecuación (2.1) donde se aumenta el número de instantes de tiempos futuros hasta un horizonte λ tal que:

$$\hat{y}(k + j|k) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i \hat{y}(k + j - i|k) + \sum_{i=1}^m \hat{b}_i \hat{u}(k + j - i|k) \quad j = 1, 2, \dots, \lambda \quad (2.23)$$

La ecuación (2.23) muestra la predicción extendida, donde el caso particular de $\lambda = 1$, corresponde a la predicción en un único instante de muestreo perteneciente a la estrategia básica del control predictivo.

2.4.2. Criterio de rendimiento

Tomando en cuenta la estrategia extendida y la trayectoria deseada en cada instante k , lo que se necesita ahora es generar las acciones de control que logren que el bloque conductor dirija de forma deseada la salida del proceso hacia la referencia. Siendo la función de coste (2.24) (función objetivo) quien indica el criterio que se pretende optimizar al calcular la señal de control. En el diseño de nuestro control predictivo se pretende minimizar J_k con un criterio de minimización que corresponde a la suma del cuadrado de los errores predichos y del cuadrado de los incrementos de la señal de control futuros a lo largo del horizonte de predicción.

Así,

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda} Q_j [\hat{y}(k + j|k) - y_r(k + j|k)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j \hat{u}(k + j|k)^2 \quad (2.24)$$

en donde $y_r(k+j|k)$ es la trayectoria de referencia que se puede generar a través de un modelo de referencia, y mediante la cual se puede definir la dinámica del proceso, el tiempo de respuesta y el amortiguamiento deseado para dicha trayectoria. Asimismo, los parámetros Q y R son factores de peso o de diseño de la función objetivo.

2.4.3. Minimización de la función objetivo

Para obtener las manipulaciones necesarias, es decir, la ley de control que produzca la señal de control $u(k)$, será necesario determinar todas las manipulaciones correspondientes al horizonte de predicción.

En [1] se propone que utilizando fórmulas recursivas en el manejo de los parámetros, la ecuación de diferencias de la salida de la ecuación (2.23) para un horizonte de predicción λ , del modelo predictivo se puede reescribir de la forma:

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^n \hat{e}_i^{(j)} y(k+1-i) + \sum_{i=1}^m \hat{g}_i^{(j)} u(k+1-i) + \sum_{i=0}^{j-1} \hat{g}_1^{(j-i)} u(k+i|k) \quad (2.25)$$

$$j = 1, 2, \dots, \lambda$$

Donde el autor de [1] define $\hat{e}_i^{(j)}$ y $\hat{g}_i^{(j)}$ como los coeficientes que pueden ser obtenidos a partir de los parámetros \hat{a}_i y \hat{b}_i del modelo predictivo mediante:

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(j)} &= \hat{e}_1^{(j-1)} \hat{a}_i + \hat{e}_{i+1}^{(j-1)}; & i &= 1, \dots, n; & j &= 2, \dots, \lambda \\ \hat{g}_i^{(j)} &= \hat{e}_1^{(j-1)} \hat{b}_i + \hat{g}_{i+1}^{(j-1)}; & i &= 1, \dots, m; & j &= 2, \dots, \lambda \end{aligned}$$

Con

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(1)} &= \hat{a}_i; & i &= 1, \dots, n; \\ \hat{g}_i^{(1)} &= \hat{b}_i; & i &= 1, \dots, m; \\ \hat{e}_{n+1}^{(j-1)} &= 0; & j &= 2, \dots, \lambda; \\ \hat{g}_{m+1}^{(j-1)} &= 0; & j &= 2, \dots, \lambda; \end{aligned}$$

En la sección 2.4 se presenta un desarrollo aplicado sobre un sistema SISO con retraso para entender mejor el planteamiento de las fórmulas recursivas.

Si se observa la notación de la ecuación (2.25), la estimación de \hat{y} , proporciona la salida predicha para cada instante $k + j$ dependiendo de las entradas y salidas del proceso en el instante k , y del mismo modo hacen su aparición las manipulaciones desconocidas $\hat{u}(k|k), \dots, \hat{u}(k + j - 1|k)$.

La ecuación (2.25) puede representarse en forma matricial [1] de la forma:

$$\hat{Y} = EY_k + GU_k + G_0\hat{U} \quad (2.26)$$

donde \hat{Y} y \hat{U} son vectores de dimensión λ

$$\hat{Y} = [\hat{y}(k+1|k), \hat{y}(k+2|k), \dots, \hat{y}(k+\lambda|k)]^T,$$

$$\hat{U} = [\hat{u}(k|k), \hat{u}(k+1|k), \dots, \hat{u}(k+\lambda-1|k)]^T,$$

y de igual forma se tiene que Y_k y U_k son vectores de dimensiones n y $(m-1)$ respectivamente, representada en:

$$Y_k = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-\hat{n}+1)]^T,$$

$$U_k = [u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-\hat{m}+1)]^T,$$

E, G y G_0 son las matrices con dimensiones $\lambda \times n$, $\lambda \times (m-1)$ y $\lambda \times \lambda$, definidas como:

$$E = \begin{pmatrix} \hat{e}_1^{(1)} & \hat{e}_2^{(1)} & \dots & \hat{e}_{\hat{n}}^{(1)} \\ \hat{e}_1^{(2)} & \hat{e}_2^{(2)} & \dots & \hat{e}_{\hat{n}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{e}_1^{(\lambda)} & \hat{e}_2^{(\lambda)} & \dots & \hat{e}_{\hat{n}}^{(\lambda)} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$G = \begin{pmatrix} \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_3^{(1)} & \dots & \hat{g}_{\hat{m}}^{(1)} \\ \hat{g}_2^{(2)} & \hat{g}_3^{(2)} & \dots & \hat{g}_{\hat{m}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_2^{(\lambda)} & \hat{g}_3^{(\lambda)} & \dots & \hat{g}_{\hat{m}}^{(\lambda)} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$G_0 = \begin{pmatrix} \hat{g}_2^{(1)} & 0 & 0 & \dots & \hat{g}_{\hat{m}}^{(1)} \\ \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_1^{(1)} & 0 & \dots & \hat{g}_{\hat{m}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_1^{(\lambda)} & \hat{g}_1^{(\lambda-1)} & \hat{g}_1^{(\lambda-2)} & \dots & \hat{g}_1^{(1)} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

De esta forma sustituyendo la ecuación matricial en la función objetivo y derivando para obtener el mínimo [1], se obtiene la solución:

$$\hat{U} = -[G_0^T Q G_0 + R]^{-1} G_0^T Q [E Y_k + G U_k - Y_r] \quad (2.30)$$

La complejidad de la solución anterior aumenta el uso de recursos para el cálculo de la señal de control, esto se debe al número de incógnitas dependientes del horizonte de predicción (λ), además del entorpecimiento que se puede presentar en el desarrollo al involucrar el cálculo de la inversión de matrices dentro de la ecuación (2.30).

El vector U de la ecuación (2.30), contiene las manipulaciones ficticias que satisfacen la minimización de la función objetivo, aún y cuando solo se aplique la manipulación en el instante de muestreo actual.

Para facilitar el cálculo y cómputo de la manipulación actual, se debe reducir el número de incógnitas de λ a solo 1, la cual es la única incógnita que concierne al sistema de control, $u(k)$.

A continuación se presenta el desarrollo a detalle de la solución particular implementada en este trabajo.

2.4.4. Solución Particular a la minimización de la función objetivo

Como se menciona en la sección anterior, el propósito de una solución particular es reducir el número de incógnitas al mantener constante la manipulación a lo largo del horizonte de predicción.

Considerando los factores de peso de la función objetivo (2.24) como:

$$\begin{aligned} Q_j &= 0; & (j = 1, \dots, \lambda - 1), & & Q_\lambda &= 1, \\ R_j &= 0; & (j = 0, 1, \dots, \lambda - 1) \end{aligned}$$

De este modo la función objetivo se reduce a:

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{y}(k + \lambda|k) - y_r(k + \lambda|k)]^2 \quad (2.31)$$

Manteniendo constante la señal de control $u(k)$ a lo largo del horizonte de predicción, tal que:

$$\hat{u}(k|k) = \hat{u}(k + 1|k) = \dots = \hat{u}(k + \lambda - 1|k) \quad (2.32)$$

Introduciendo la condición de (2.32) en la ecuación (2.25) se obtiene entonces la ecuación que describe el comportamiento de la salida predicha tal que:

$$\hat{y}(k + \lambda|k) = \sum_{i=1}^n \hat{e}_i^{(\lambda)} y(k+1-i) + \sum_{i=2}^m \hat{g}_i^{(\lambda)} u(k+1-i) + \hat{h}^{(\lambda)} \hat{u}(k|k) \quad (2.33)$$

donde

$$\hat{h}^{(\lambda)} = \hat{g}_1^{(\lambda)} + \hat{g}_1^{(\lambda-1)} + \dots + \hat{g}_1^{(1)} \quad (2.34)$$

De (2.33) se puede calcular $u(k)$, sustituyendo la ecuación (2.33) en (2.31) e igualando $J_k = 0$, esto es, minimizando la función objetivo, se obtiene:

$$u(k) = \frac{y_d(k + \lambda|k) - \sum_{i=1}^n \hat{e}_i^{(\lambda)} y(k+1-i) - \sum_{i=2}^m \hat{g}_i^{(\lambda)} u(k+1-i)}{\hat{h}^{(\lambda)}} \quad (2.35)$$

Donde y_d representa la salida deseada y se observa que el cálculo de la señal de control es más sencillo que la propuesta en la ecuación (2.30).

2.4.5. Introducción del tiempo de retraso en el modelo AP

En [1] no se trata la introducción del retraso para realizar el cálculo de la señal de control, no obstante, algunos sistemas al ser representados con un modelo ARX, requieren del retraso para una mejor y más simple modelación.

De acuerdo a los desarrollos realizados en [1, 9] se presenta como primera solución, el aumento del número de b's del modelo AP y considerar que los primeros coeficientes son cero. Esto resulta poco eficiente y se hace una mala utilización de los recursos disponibles, ya que implica aumentar el cálculo de coeficientes g's.

En la siguiente sección se presenta un desarrollo a detalle de la introducción del tiempo de retraso en el cálculo de la señal de control y de forma más general en el modelo AP para sistemas SISO.

2.5. Control AP para el caso SISO con retraso

Considerando las ecuaciones del modelo AP previamente mencionadas, se logra ver que éstas no cuentan explícitamente con el parámetro de retraso en la señal de entrada “ u ” del sistema, por lo tanto, se puede realizar un análisis que involucre el parámetro “ d ” como el número entero de muestras que tardará la señal de salida en reaccionar ante un cambio en la entrada del sistema.

Con la manipulación de las siguientes ecuaciones de diferencias se pretende mostrar el desarrollo de la obtención de la ley de control para un sistema SISO con un retraso “ d ” muestras.

$$y(k+1) = a_1 y_k + a_2 y_{k-1} + a_3 y_{k-2} + b_1 u_{k-d} + b_2 u_{k-1-d} + b_3 u_{k-2-d} \quad (2.36)$$

$$y(k+2) = a_1 y_{k+1} + a_2 y_k + a_3 y_{k-1} + b_1 u_{k+1-d} + b_2 u_{k-d} + b_3 u_{k-1-d} \quad (2.37)$$

$$y(k+3) = a_1 y_{k+2} + a_2 y_{k+1} + a_3 y_k + b_1 u_{k+2-d} + b_2 u_{k+1-d} + b_3 u_{k-d} \quad (2.38)$$

Reemplazando las a 's y b 's de la ecuación (2.36) por las letras e 's y g 's, se tiene:

$$y(k+1) = e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + e_3^1 y_{k-2} + g_1^1 u_{k-d} + g_2^1 u_{k-1-d} + g_3^1 u_{k-2-d} \quad (2.39)$$

Sustituyendo la ecuación (2.36) en (2.37) y agrupando términos:

$$\begin{aligned} y(k+2) &= a_1 y_{k+1} + a_2 y_k + a_3 y_{k-1} + b_1 u_{k+1-d} + b_2 u_{k-d} + b_3 u_{k-1-d} \\ &= e_1^1 [e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + e_3^1 y_{k-2} + g_1^1 u_{k-d} + g_2^1 u_{k-1-d} + g_3^1 u_{k-2-d}] \\ &\quad + a_2 y_k + a_3 y_{k-1} + b_1 u_{k+1-d} + b_2 u_{k-d} + b_3 u_{k-1-d} \quad (2.40) \\ &= \underbrace{[e_1^1 e_1^1 + a_2]}_{e_1^2} y_k + \underbrace{[e_1^1 e_2^1 + a_3]}_{e_2^2} y_{k-1} + \underbrace{[e_1^1 e_3^1]}_{e_3^2} y_{k-2} + \underbrace{[b_1]}_{g_1^1} u_{k+1-d} + \underbrace{[e_1^1 g_1^1 + b_2]}_{g_1^2} u_{k-d} \\ &\quad + \underbrace{[e_1^1 g_2^1 + b_3]}_{g_2^2} u_{k-1-d} + \underbrace{[e_1^1 g_3^1]}_{g_3^2} u_{k-2-d} \end{aligned}$$

Lo mismo sucede con la ecuación (2.38):

$$\begin{aligned}
y(k+3) &= a_1 y_{k+2} + a_2 y_{k+1} + a_3 y_k + b_1 u_{k+2-d} + b_2 u_{k+1-d} + b_3 u_{k-d} & (2.41) \\
&= e_1^1 \left[(e_1^1 a_1 + a_2) y_k + (e_1^1 a_2 + a_3) y_{k-1} + (e_1^1 a_3) y_{k-2} + (b_1) u_{k+1-d} + \right. \\
&\quad \left. + (e_1^1 b_1 + b_2) u_{k-d} + (e_1^1 b_2 + b_3) u_{k-1-d} + (e_1^1 g_3^1) u_{k-2-d} \right] + \\
&\quad + a_2 \left[e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + e_3^1 y_{k-2} + g_1^1 u_{k-d} + g_2^1 u_{k-1-d} + \right. \\
&\quad \left. + g_3^1 u_{k-2-d} \right] + a_3 y_k + b_1 u_{k+2-d} + b_2 u_{k+1-d} + b_3 u_{k-d} \\
&= \underbrace{\left[e_1^1 e_1^1 a_1 + e_1^1 a_2 + e_1^1 a_2 + a_3 \right]}_{e_1^3} y_k + \underbrace{\left[e_1^1 (e_1^1 a_2 + a_3) + e_2^1 a_2 \right]}_{e_2^3} y_{k-1} + \\
&\quad + \underbrace{\left[e_1^1 e_1^1 a_3 + e_3^1 a_2 \right]}_{e_3^3} y_{k-2} + \underbrace{\left[b_1 \right]}_{g_1^1} u_{k+2-d} + \underbrace{\left[e_1^1 b_1 + b_2 \right]}_{g_2^1} u_{k+1-d} + \\
&\quad + \underbrace{\left[e_1^1 (e_1^1 b_1 + b_2) + g_1^1 a_2 + b_3 \right]}_{g_1^3} u_{k-d} + \underbrace{\left[e_1^1 (e_1^1 b_2 + b_3) + g_2^1 a_2 \right]}_{g_2^3} u_{k-1-d} \\
&\quad + \underbrace{\left[e_1^1 e_1^1 g_3^1 + g_3^1 a_2 \right]}_{g_3^3} u_{k-2-d}
\end{aligned}$$

Analizando el agrupamiento de términos, se obtienen las fórmulas recursivas tal que:

$$\begin{aligned}
\text{Para } j = 1 \quad & e_1^1 = a_1 & e_2^1 = a_2 & e_3^1 = a_3 \\
& g_1^1 = b_1 & g_2^1 = b_2 & g_3^1 = b_3 & (2.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Para } j = 2 \quad & e_1^2 = e_1^1 a_1 + e_2^1 & e_2^2 = e_1^1 a_2 + e_3^1 & e_3^2 = e_1^1 a_3 \\
& g_1^2 = e_1^1 b_1 + g_2^1 & g_2^2 = e_1^1 b_2 + g_3^1 & g_3^2 = e_1^1 b_3 & (2.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Para } j = 3 \quad & e_1^3 = e_1^2 a_1 + e_2^2 & e_2^3 = e_1^2 a_2 + e_3^2 & e_3^3 = e_1^2 a_3 \\
& g_1^3 = e_1^2 b_1 + g_2^2 & g_2^3 = e_1^2 b_2 + g_3^2 & g_3^3 = e_1^2 b_3 & (2.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Para } j = 4 \quad & e_1^4 = e_1^3 a_1 + e_2^3 & e_2^4 = e_1^3 a_2 + e_3^3 & e_3^4 = e_1^3 a_3 \\
& g_1^4 = e_1^3 b_1 + g_2^3 & g_2^4 = e_1^3 b_2 + g_3^3 & g_3^4 = e_1^3 b_3 & (2.45)
\end{aligned}$$

Para $j = 1, 2, 3, \dots, \lambda$ y para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ siendo “ n ” el orden del sistema.

Se tiene que para cualquier j

$$\begin{aligned} e_i^j &= e_1^{j-1} a_i + e_{i+1}^{j-1} \\ g_i^j &= e_1^{j-1} b_i + g_{i+1}^{j-1} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Analizando las ecuaciones obtenidas en (2.39), (2.40) y (2.41), resumidas a continuación en (2.47) se observa que hay términos con valores desconocidos de la manipulación “ u ”:

$$\begin{aligned} y(k+1) &= e_1^1 y(k) + e_2^1 y(k-1) + e_3^1 y(k-2) + g_1^1 u(k-d) + g_2^1 u(k-1-d) + \\ &\quad + g_3^1 u(k-2-d) \\ y(k+2) &= e_1^2 y(k) + e_2^2 y(k-1) + e_3^2 y(k-2) + g_1^2 u(k+1-d) + g_2^2 u(k-d) + \\ &\quad + g_3^2 u(k-1-d) + g_3^2 u(k-2-d) \\ y(k+3) &= e_1^3 y(k) + e_2^3 y(k-1) + e_3^3 y(k-2) + g_1^3 u(k+2-d) + g_2^3 u(k+1-d) + \\ &\quad + g_3^3 u(k-d) + g_3^3 u(k-1-d) + g_3^3 u(k-2-d) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Lo anterior se puede resumir en la fórmula de la ecuación recursiva para el modelo AP tal que:

$$y(k+j|k) = \sum_{i=1}^n e_i^j y(k+1-i) + \underbrace{\sum_{i=0}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d)} + \sum_{i=2}^m g_i^j u(k+1-i-d) \quad (2.48)$$

Entonces suponiendo entrada constante a lo largo del horizonte de predicción se sustituye la sumatoria $\sum_{i=0}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d)$ por: $h^{(\lambda)} = g_1^\lambda + \dots + g_1^1$

Y se obtiene: (2.49)

$$y(k+j|k) = \sum_{i=1}^n e_i^j y(k+1-i) + \sum_{i=2}^m g_i^j u(k+1-i-d) + h^\lambda u(k-d)$$

Despejando para “ $u(k-d)$ ” se tiene una solución como en (2.35) con un tiempo de retraso:

$$u(k-d) = \frac{y(k+\lambda|k) - \sum_{i=1}^n e_i^\lambda y(k+1-i) - \sum_{i=2}^m g_i^\lambda u(k+1-i-d)}{h^\lambda} \quad (2.50)$$

El conflicto comienza en este punto, ya que se está despejando $u(k-d)$, es decir, la manipulación que se necesita pero “ d ” muestras antes del periodo actual, lo cual es irrealizable, puesto que ese muestreo ya pasó y no se puede seguir manipulando si no es el momento actual.

Se podría pensar en adelantar la predicción, aumentando λ , sin embargo la ecuación (2.49) ya es una expresión para cualquier λ e independientemente de su valor siempre se presentará el término $u(k-d)$ a despejar, como se muestra en la ecuación (2.50).

A pesar de lo anterior se puede desarrollar el término subrayado en la ecuación (2.48) es decir la sumatoria $\sum_{i=0}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d)$, asignando valores arbitrarios de “ λ ” y “ d ” se tiene:

$$\lambda = 5 \quad d = 2 \quad (2.51)$$

$$\sum_{i=0}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) = g_1^5 u(k-2) + g_1^4 u(k-1) + \underline{g_1^3 u(k) + g_1^2 u(k+1) + g_1^1 u(k+2)}$$

Para lograr $u(k)$ se requiere que $\lambda > d$ de esta forma se obtiene un término de la sumatoria donde $u(k+i-d) = u(k)$ y esto es en $i = d$, entonces:

$$\sum_{i=0}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) \neq \sum_{i=0}^{d-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) + \sum_{i=r}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) \quad (2.52)$$

Finalmente se puede reescribir la ecuación de salida como:

$$y(k + \lambda|k) = \sum_{i=1}^n e_i^\lambda y(k+1-i) + \sum_{i=2}^m g_i^\lambda u(k+1-i-d) + \sum_{i=0}^{d-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) + \sum_{i=d}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) \quad (2.53)$$

Despejando el término que produce el parámetro $u(k)$:

$$\sum_{i=r}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) = y(k + \lambda|k) - \sum_{i=1}^n e_i^\lambda y(k+1-i) - \sum_{i=2}^m g_i^\lambda u(k+1-i-d) - \sum_{i=0}^{d-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d) \quad (2.54)$$

La sumatoria del lado derecho de la ecuación produce los términos que contiene “ u ”, suponiendo nuevamente entradas constantes a lo largo del horizonte de predicción se llega a la ecuación (2.55) que representa la manipulación en el instante k :

$$u(k) = \frac{y_d(k + \lambda|k) - \sum_{i=1}^n e_i^\lambda y(k+1-i) - \sum_{i=2}^m g_i^\lambda u(k+1-i-d) - \sum_{i=0}^{d-1} g_1^{\lambda-i} u(k+i-d)}{h_m^\lambda} \quad (2.55)$$

$$\text{con: } h_m^\lambda = g_1^{\lambda-d} + g_1^{\lambda-d-1} + \dots + g_1^1 \quad \text{donde: } h_m = \sum_{i=d}^{\lambda-1} g_1^{\lambda-i}$$

Donde $u(k)$ depende ahora únicamente de la trayectoria deseada representada por $y_d(k+\lambda|k)$ y de valores conocidos.

2.5.1. Ventajas del Control Predictivo

Algunas de las ventajas del control predictivo se enlistan a continuación:

- Puede ser usado para controlar una gran variedad de procesos de fase no – mínima o inestables.
- Permite tratar con facilidad el caso multivariable
- Posee intrínsecamente compensación del retardo
- Permite utilizar una trayectoria de referencia
- Trabaja de forma óptima (busca reducir cierta función objetivo: varianza, integral del error cuadrático, integral de la magnitud absoluta del error)

2.6. Control Adaptivo

El control adaptivo es un esquema de control en el cual los parámetros del controlador se ajustan ante cambios de parámetros de la planta, de manera que el comportamiento en lazo cerrado conserva las características deseadas de diseño. El control adaptivo es inherentemente no lineal y se aplica a sistemas con parámetros que varían en el tiempo.

La idea básica de un sistema de control adaptivo es la construcción de un algoritmo de control que cambie en forma automática sus parámetros, para siempre cumplir los requerimientos de diseño establecidos [19]. Lo anterior se lleva a cabo mediante un mecanismo de adaptación el cual monitorea el proceso y ajusta los coeficientes del controlador para mantener el desempeño deseado.

Los esquemas de control adaptable están divididos en dos áreas [19]: tradicionales y predictivos generalizados. Dentro de los tradicionales se pueden mencionar dos principales esquemas: Asignación de Polos y Mínima Varianza. En la Figura 2.4 se muestra el esquema general de un controlador adaptivo.

Donde $u(k)$ depende ahora únicamente de la trayectoria deseada representada por $y_d(k+\lambda|k)$ y de valores conocidos.

2.5.1. Ventajas del Control Predictivo

Algunas de las ventajas del control predictivo se enlistan a continuación:

- Puede ser usado para controlar una gran variedad de procesos de fase no – mínima o inestables.
- Permite tratar con facilidad el caso multivariable
- Posee intrínsecamente compensación del retardo
- Permite utilizar una trayectoria de referencia
- Trabaja de forma óptima (busca reducir cierta función objetivo: varianza, integral del error cuadrático, integral de la magnitud absoluta del error)

2.6. Control Adaptivo

El control adaptivo es un esquema de control en el cual los parámetros del controlador se ajustan ante cambios de parámetros de la planta, de manera que el comportamiento en lazo cerrado conserva las características deseadas de diseño. El control adaptivo es inherentemente no lineal y se aplica a sistemas con parámetros que varían en el tiempo.

La idea básica de un sistema de control adaptivo es la construcción de un algoritmo de control que cambie en forma automática sus parámetros, para siempre cumplir los requerimientos de diseño establecidos [19]. Lo anterior se lleva a cabo mediante un mecanismo de adaptación el cual monitorea el proceso y ajusta los coeficientes del controlador para mantener el desempeño deseado.

Los esquemas de control adaptable están divididos en dos áreas [19]: tradicionales y predictivos generalizados. Dentro de los tradicionales se pueden mencionar dos principales esquemas: Asignación de Polos y Mínima Varianza. En la Figura 2.4 se muestra el esquema general de un controlador adaptivo.

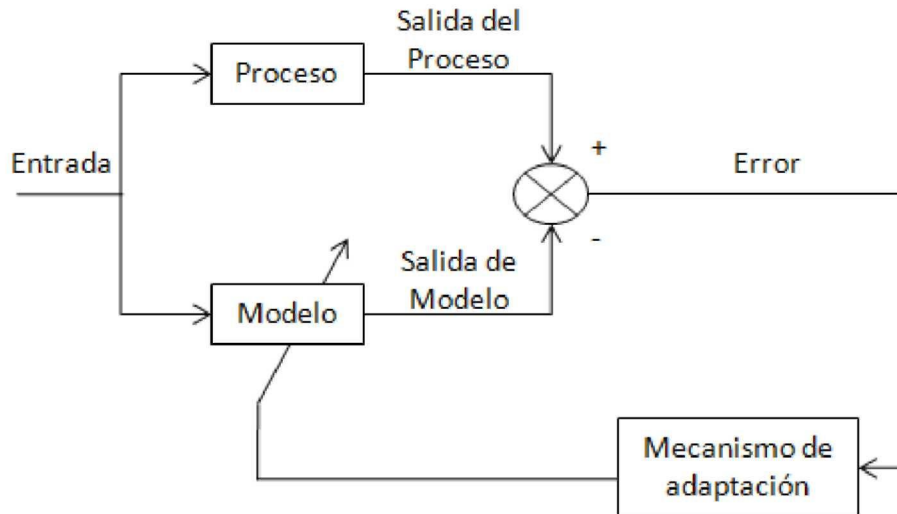


Figura 2. 4 Esquema general de un sistema adaptivo

El objetivo de los métodos de control predictivo, es obtener un control óptimo mediante la minimización de la función objetivo. Este tipo de controladores, además de hacer los cálculos de un controlador adaptivo, predicen la respuesta del sistema a acciones de control logrando la reducción de dicha función objetivo [19].

Cuando un controlador tiene un desempeño pobre se debe a un deterioro en el sistema, provocado por variaciones en los parámetros del mismo, a las no linealidades y/o perturbaciones. El ajuste de los parámetros de control se logra con un mecanismo de adaptación el cual trabaja mediante la comparación de la salida del proceso y la de un modelo matemático que intenta predecir el valor de dicha salida. El objetivo de este mecanismo es hacer que el error entre el comportamiento del proceso y del modelo predictivo sea lo más pequeño posible. Cuando esto se logra, se puede decir que el modelo de predicción es muy parecido al proceso real. Es importante destacar que el mecanismo de adaptación busca absorber los cambios de la dinámica en todo momento.

2.7. Control Adaptivo – Predictivo (AP)

Se han descrito los conceptos básicos de un control adaptivo y un controlador predictivo por separado, la intención es juntar ambas y explicar cómo funciona el controlador predictivo bajo un esquema adaptivo. Como se ha ido mencionando a lo largo de la secciones anteriores, se sabe que el control predictivo hace sus predicciones en base a un modelo matemático, describiendo la dinámica del proceso a controlar, es por esto que los

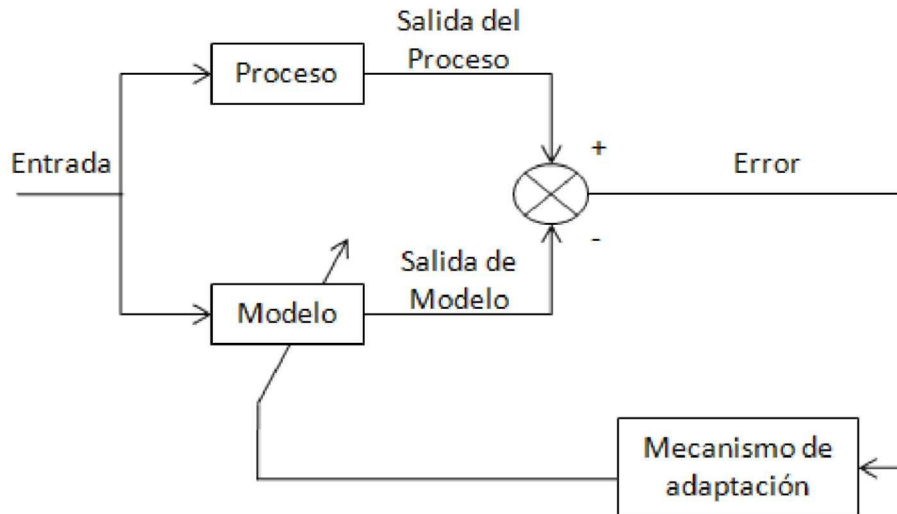


Figura 2. 4 Esquema general de un sistema adaptivo

El objetivo de los métodos de control predictivo, es obtener un control óptimo mediante la minimización de la función objetivo. Este tipo de controladores, además de hacer los cálculos de un controlador adaptivo, predicen la respuesta del sistema a acciones de control logrando la reducción de dicha función objetivo [19].

Cuando un controlador tiene un desempeño pobre se debe a un deterioro en el sistema, provocado por variaciones en los parámetros del mismo, a las no linealidades y/o perturbaciones. El ajuste de los parámetros de control se logra con un mecanismo de adaptación el cual trabaja mediante la comparación de la salida del proceso y la de un modelo matemático que intenta predecir el valor de dicha salida. El objetivo de este mecanismo es hacer que el error entre el comportamiento del proceso y del modelo predictivo sea lo más pequeño posible. Cuando esto se logra, se puede decir que el modelo de predicción es muy parecido al proceso real. Es importante destacar que el mecanismo de adaptación busca absorber los cambios de la dinámica en todo momento.

2.7. Control Adaptivo – Predictivo (AP)

Se han descrito los conceptos básicos de un control adaptivo y un controlador predictivo por separado, la intención es juntar ambas y explicar cómo funciona el controlador predictivo bajo un esquema adaptivo. Como se ha ido mencionando a lo largo de la secciones anteriores, se sabe que el control predictivo hace sus predicciones en base a un modelo matemático, describiendo la dinámica del proceso a controlar, es por esto que los

parámetros de dicho modelo deben ser muy cercanos a los reales, solo así se obtendrán predicciones acertadas. El control predictivo tiene numerosas ventajas sobre el PID, sin embargo, estas no se ven reflejadas si el modelo matemático que se utiliza para calcular la señal de control es erróneo.

Al integrar un sistema adaptivo al control predictivo se pretende que los parámetros del modelo de predicción del controlador se ajusten a los reales mediante el mecanismo de adaptación. Cuando la diferencia entre el modelo de predicción y el proceso real es cero, los parámetros del controlador predictivo son iguales a los de un modelo que describe de forma exacta el proceso y como consecuencia se tendrá un control óptimo.

El diagrama de bloques que presenta la modalidad del control Adaptivo-Predictivo se muestra a continuación:

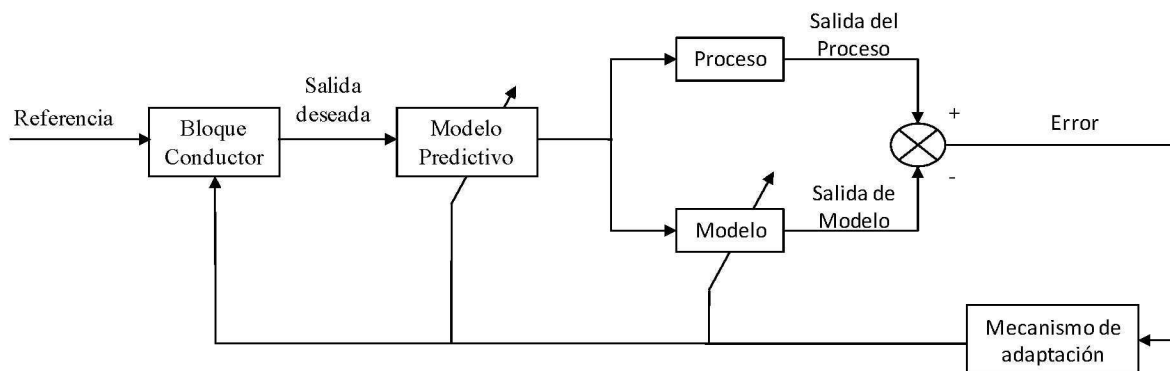


Figura 2. 5 Diagrama de bloques del Control Adaptivo y Predictivo

2.7.1. Mecanismo de Adaptación

El mecanismo de adaptación utiliza las mediciones de las variables de entrada – salida del proceso para dos cosas primordialmente:

- Adaptar los parámetros del modelo AP con el fin de minimizar el error de predicción para cada variable de salida del proceso y,
- Permitir al bloque conductor rediseñar las trayectorias deseadas de salida, tomando en cuenta la evolución de las variables de entrada – salida del proceso.

Es necesario definir el tipo de modelo a trabajar para poder introducir el mecanismo de adaptación para el proceso como para la salida predicha.

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}^T \varphi(k - d) \quad (2.56)$$

donde

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_{\hat{n}}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_{\hat{m}}] \quad (2.57)$$

$$\varphi(k-d)^T = [y(k-1), \dots, y(k-\hat{n}), u(k-1-d), \dots, u(k-1-d-\hat{m})]$$

En el caso ideal se puede decir que el proceso puede describirse como:

$$y(k) = \theta^T \varphi(k-d) \quad (2.58)$$

y

$$\theta^T = [a_1, a_2, \dots, a_{\hat{n}}, b_1, b_2, \dots, b_{\hat{m}}] \quad (2.59)$$

La diferencia entre los parámetros reales del proceso indicados en la ecuación (2.59) y los del modelo (2.57) se representa por:

$$\tilde{\theta}(k) = \theta - \hat{\theta}(k) \quad (2.60)$$

Con lo anterior se está definiendo el error de estimación a posteriori $e(k|k)$ el cual se representa por:

$$e(k|k) = y(k) - \hat{y}(k|k) \quad (2.61)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.56) y (2.58) en (2.61) se obtiene que el error está expresado como:

$$e(k|k) = [\theta - \hat{\theta}(k)]^T \varphi(k-d) \quad (2.62)$$

Para fines prácticos la ecuación (2.61) puede reescribirse de acuerdo a [1] en su forma recursiva como:

$$\hat{\theta}(k) = e(k|k)B\varphi(k-d) + \hat{\theta}(k-1) \quad (2.63)$$

Donde el parámetro “B” es una matriz definida positiva [1]. A pesar de que la formulación (2.63) aparenta estar completa existe una inconsistencia que radica en el error de predicción, donde $e(k|k)$ depende de la estimación del modelo AP junto con el vector de θ , que a su vez es reajustado por el mismo error, dicho de otra manera, el resultado de (2.63) depende de sí misma.

Por lo tanto se utiliza la relación existente entre el error a priori definido a continuación y el error a posteriori con el cual se ha estado trabajando:

$$e(k|k-1) = [\theta - \hat{\theta}(k-1)]^T \varphi(k-d) \quad (2.64)$$

Analizando ambos errores, y restando (2.64) a (2.62) se tiene:

$$e(k|k) - e(k|k-1) = [\hat{\theta}(k-1) - \hat{\theta}(k)]^T \varphi(k-d) \quad (2.65)$$

Por lo tanto a partir de la ecuación anterior (2.65) y (2.63) se puede escribir que:

$$e(k|k) - e(k|k-1) = -e(k|k)\varphi(k-d)^T B\varphi(k-d) \quad (2.66)$$

$$(2.67)$$

$$e(k|k) = \frac{e(k|k-1)}{1 + \varphi(k-d)^T B\varphi(k-d)}$$

En (2.67) se muestra la relación entre los errores a priori y a posteriori permitiendo escribir la ecuación (2.63) como:

$$(2.68)$$

$$\hat{\theta}(k) = \frac{e(k|k-1)B\varphi(k-d)}{1 + \varphi(k-d)^T B\varphi(k-d)} + \hat{\theta}(k-1)$$

El mecanismo de adaptación es representado por:

$$\hat{\theta}(k) = G(k)[y(k) - \hat{\theta}(k-1)^T \varphi(k-d)] + \hat{\theta}(k-1) \quad (2.69)$$

Donde de acuerdo a [1] $G(k)$ se le conoce como el vector de ganancia variable, definido por:

$$(2.70)$$

$$G(k) = \frac{B\varphi(k-d)}{1 + \varphi(k-d)^T B\varphi(k-d)}$$

Lo anterior es el mecanismo de adaptación utilizado a lo largo de este trabajo, con la definición de “B” como una matriz identidad, y la comparación de ésta, con la implementación del algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados como mecanismo de adaptación, donde la ganancia de adaptación se actualiza en cada instante. El objetivo de dicho mecanismo de adaptación es igualar la dinámica del proceso, para asegurar que siempre se llegue al valor de referencia.

Hasta este punto se han descrito las ecuaciones que están involucradas en el uso del control adaptivo-predictivo, en el capítulo siguiente se mencionan brevemente los pasos que se deben seguir para encontrar un modelo AP que siga la trayectoria deseada y de igual forma buscar la manipulación $u(k)$ necesaria para que el sistema responda alcanzando el punto de referencia.

CAPITULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CONTROL AP

En este capítulo se explican brevemente las funciones utilizadas en la programación del algoritmo de control adaptivo - predictivo

CAPITULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CONTROL AP

3.1. Introducción

La experimentación, pruebas y simulaciones fueron realizadas en el software computacional de LabWindows/CVITM, en el cual se han venido realizando trabajos previos concernientes al control AP. La interfaz de base que se ha utilizado para este fin fue la desarrollada en [9], sobre la cual se fueron realizando modificaciones a lo largo del desarrollo de este trabajo.

En las secciones siguientes se describen las implementaciones realizadas e incluidas en dicha plataforma. En resumen se puede decir que para llevar a cabo la programación del control adaptivo predictivo se tomaron en cuenta los siguientes puntos [9]:

- ✓ La implementación de un bloque de proceso que simule el comportamiento de diferentes plantas
- ✓ La implementación de un bloque conductor, basado en una ecuación de diferencias con orden máximo de 5
- ✓ La introducción de un horizonte de predicción de máximo 50 muestras
- ✓ La posibilidad de asignar de forma manual los parámetros de α y β del bloque conductor
- ✓ La implementación de un modelo AP basado en ecuaciones de diferencias de un modelo ARX con un máximo de $n = m = 5$ y un tiempo de retraso, $d = 20$ muestras como máximo
- ✓ La implementación de la ley de control obtenida en los desarrollos presentados en secciones anteriores, ecuación (2.55)
- ✓ La implementación del mecanismo de adaptación de la ecuación (2.69) con la opción de deshabilitarse

Seguidamente se resume la forma en que se realiza el control AP paso a paso y las fórmulas involucradas en su implementación.

3.2. Algoritmo del controlador Adaptivo – Predictivo

El algoritmo a seguir relacionado con el control AP, cuenta básicamente con 4 funciones que son:

1. Cálculo de las matrices recursivas
2. Cálculo de los parámetros de primer orden
3. Cálculo de los parámetros de segundo orden
4. Implementación de la Estrategia del CAP

El software [9] en el cual se implementó el control de adaptación basado en mínimos cuadrados recursivos, se modificó acorde con los nuevos requerimientos que exigía la implementación del mismo, por lo tanto se realizaron cambios esencialmente en los puntos 1 y 4 anteriores con fines comparativos y de estudio.

3.2.1. Función: Cálculo de las matrices recursivas

Como se mencionó en el Capítulo 2, la estrategia extendida del control predictivo requiere del cálculo de las matrices E(2.27), G(2.28) y Go(2.29) para la minimización de la función objetivo. Otro de los usos de estas matrices, es utilizar dicha información para hacer los cálculos de la señal de control (2.35).

El algoritmo implementado para el cálculo de dichas matrices se muestra en la Figura 3.1, la cual presenta una breve descripción de los cálculos que se realizan en cada paso.

La forma en que se manda llamar la función dentro de la programación [9] es:

```
CalcularMatricesRecursivas(int na, int mb, double AS[N_MAX], double BS[M_MAX],  
double E[LAMDA_MAX][N_MAX], double G[LAMDA_MAX][M_MAX], double  
Go[LAMDA_MAX][LAMDA_MAX])
```

Los dos primeros parámetros representan los valores enteros de a 's y b 's del sistema del cual se desee obtener las matrices recursivas, ya sea el del bloque conductor o del modelo AP, los dos siguientes son los valores numéricos que se utilizarán para la construcción de las tres matrices posteriores E, G y Go. Como se puede observar en el llamado de la función, las matrices tienen dimensiones de acuerdo al número de a 's, b 's y el horizonte de predicción λ .

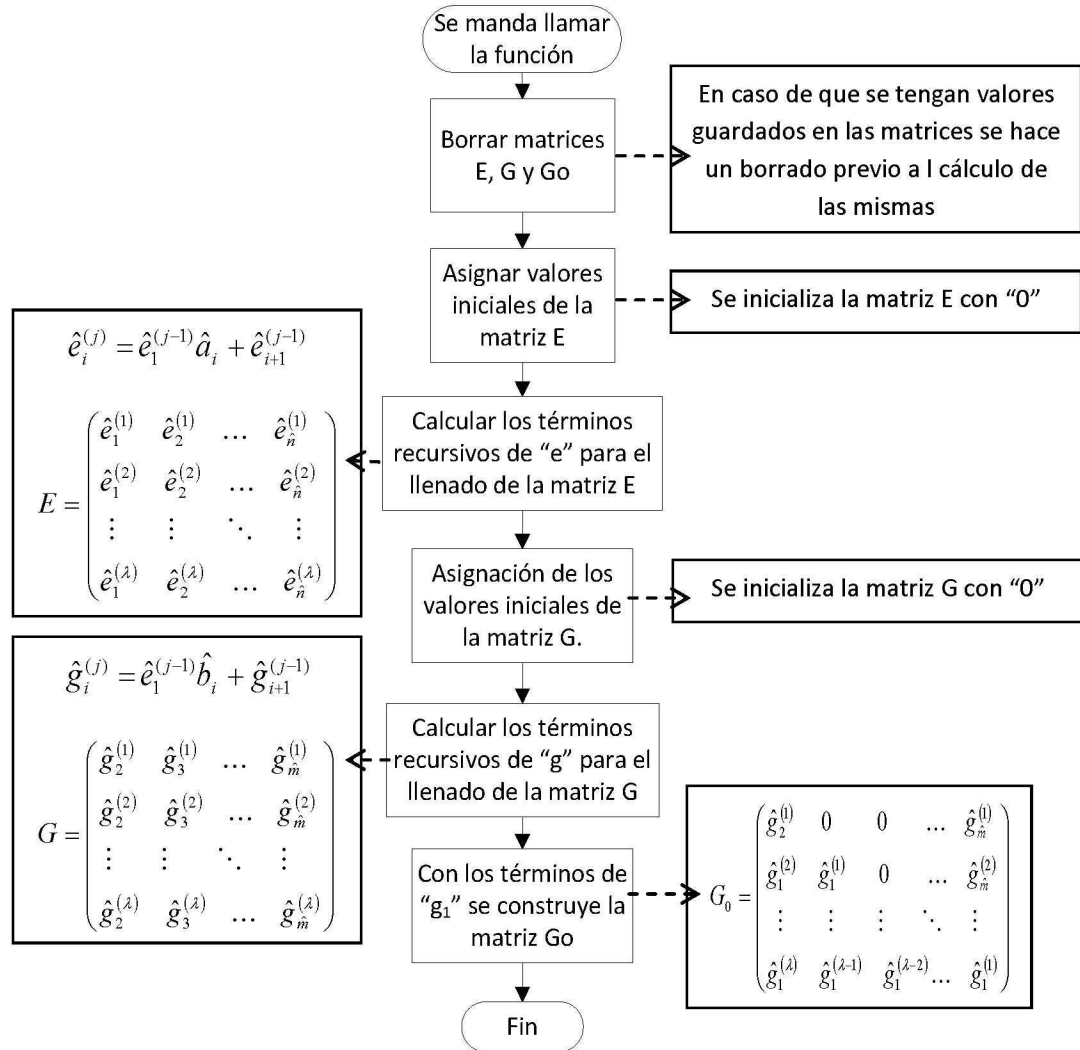


Figura 3. 1 Diagrama de flujo de las matrices recursivas

3.2.2. Función: Cálculo de parámetros de primer orden

Ésta función está implementada en el cuerpo del programa principal, se utiliza para generar los parámetros de una ecuación de diferencias de un modelo de primer orden [9]. El funcionamiento del cálculo de los parámetros de primer orden, recibe de entrada la constante de tiempo T_p de la ecuación (2.3) y genera α_1 y β_1 de la ecuación (2.6)

3.2.3. Función: Cálculo de parámetros de segundo orden

La función para calcular los parámetros de segundo orden realiza básicamente lo mismo que la función anterior, genera los coeficientes de una ecuación de diferencias de un modelo de segundo orden críticamente amortiguado [9].

3.2.4. Función: Estrategia de CAP

La función de la estrategia del control adaptivo – predictivo, es la función principal programada en el software [9], su objetivo es la generación de la señal de control $u(k)$, teniendo como entrada $y(k)$ y la referencia. Para la definición de una ley de control apropiada se encuentran los siguientes pasos de ejecución:

- Se capturan todos los datos introducidos en la interfaz gráfica para llevar a cabo la ley de control. Como son:
 - En simulación:
 - Los parámetros del proceso
 - Parámetros de la primera iteración del modelo AP
 - Parámetros de la trayectoria deseada
 - Horizonte de predicción
- El cálculo del valor actual de la variable de salida $y(k)$
- Cálculo de las matrices recursivas para el modelo del bloque conductor
- En base a la información de las matrices, se obtiene $y_d(k + \lambda)$
- Cálculo de las matrices recursivas para el modelo del bloque conductor
- Con la información de las matrices anteriores y $y_d(k + \lambda)$, se determina el valor actual de la manipulación $u(k)$
- Obtención del error de estimación
- Si la adaptación de los parámetros del modelo AP se encuentra habilitada, se ajustan los parámetros del vector $\hat{\theta}$ mediante el mecanismo de adaptación y al mismo tiempo se obtiene el vector de ganancia variable $G(k)$
- Se realiza el corrimiento de datos y se repiten los cálculos para el nuevo instante k

A continuación se muestra el diagrama de flujo de los puntos anteriores y posteriormente un resumen de las ecuaciones involucradas para realizar los cálculos necesarios.

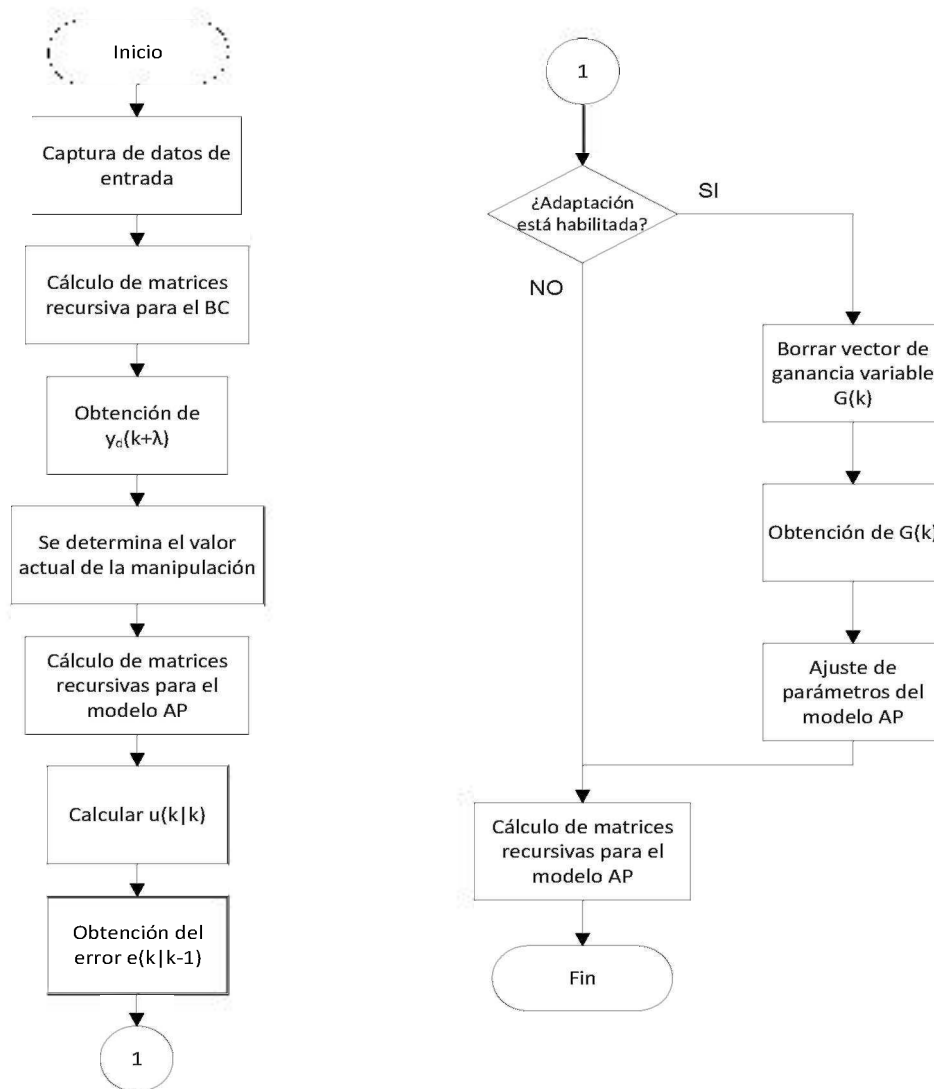


Figura 3. 2 Diagrama de flujo básico del CAP

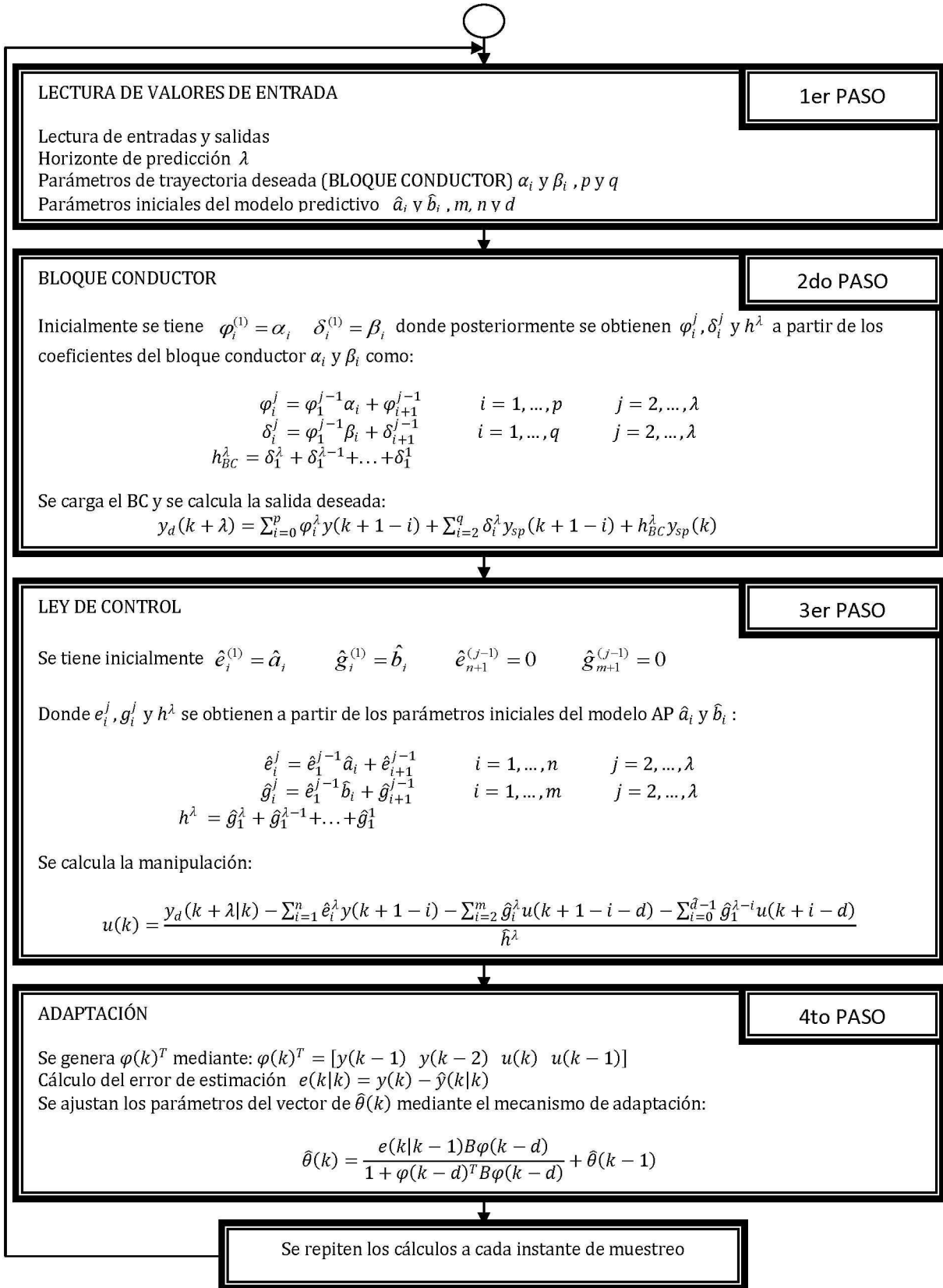


Figura 3. 3 Pasos para el CAP con ecuaciones involucradas

CAPITULO 4. ADAPTACIÓN CON MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

En este capítulo se presenta la implementación del mecanismo de adaptación por mínimos cuadrados recursivos y el análisis comparativo entre el CAP basado en [1] y la adaptación por MCR

CAPITULO 4. ADAPTACIÓN CON MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

4.1. Algoritmo de adaptación basado en MCR

El algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR), permite estimar los parámetros de un determinado sistema. Esta variante del algoritmo de Mínimos Cuadrados está sujeta a las mismas restricciones que su homólogo iterativo [24], es decir, del conocimiento a priori de la estructura de la función de transferencia del modelo y de su retardo.

El método de MCR se puede resumir matemáticamente en las siguientes fórmulas:

$$e_k = y_k - \psi_k^T \theta_{k-1} \quad (4.1)$$

$$\theta_k = \theta_{k-1} + L_k (y_k - \psi_k^T \theta_{k-1}) \quad (4.2)$$

$$L_k = \frac{1}{\gamma c} P_{k-1} \psi_k \quad (4.3)$$

$$c = \left(\frac{1}{a} + \psi_k^T \frac{P_{k-1}}{\gamma} \psi_k \right) \quad (4.4)$$

$$P_k = (I - L_k \psi_k^T) \frac{P_{k-1}}{\gamma} \quad (4.5)$$

donde:

θ_k	Denota el vector de parámetros estimados en un instante
θ_{k-1}	Denota el vector de parámetros estimados en el instante anterior
e_k	Error de estimación
L_k	Representa una matriz de ganancias
ψ_k	Es el vector con los nuevos valores de y_k y u_k
P_k	Denota la matriz de covarianzas
γ	Representa el factor de olvido

De acuerdo a las fórmulas expuestas, los pasos a seguir para la utilización de este algoritmo son:

1. Se selecciona a , y γ (para fines prácticos se tomaron como $a = \gamma = 1$)
2. Definir los valores iniciales del vector θ y la matriz P
3. Se leen las secuencias de entradas y salidas
4. Inicialización de k ($k = N+1$)
5. Obtención de la nueva ψ_k
6. Calcular la matriz de ganancias L_k
7. Calcular el error de predicción e_k
8. Calcular los parámetros de estimación
9. Actualización de la matriz P para el instante siguiente
10. Iterar al número 5

A continuación se presenta el diagrama de flujo de los pasos anteriores:

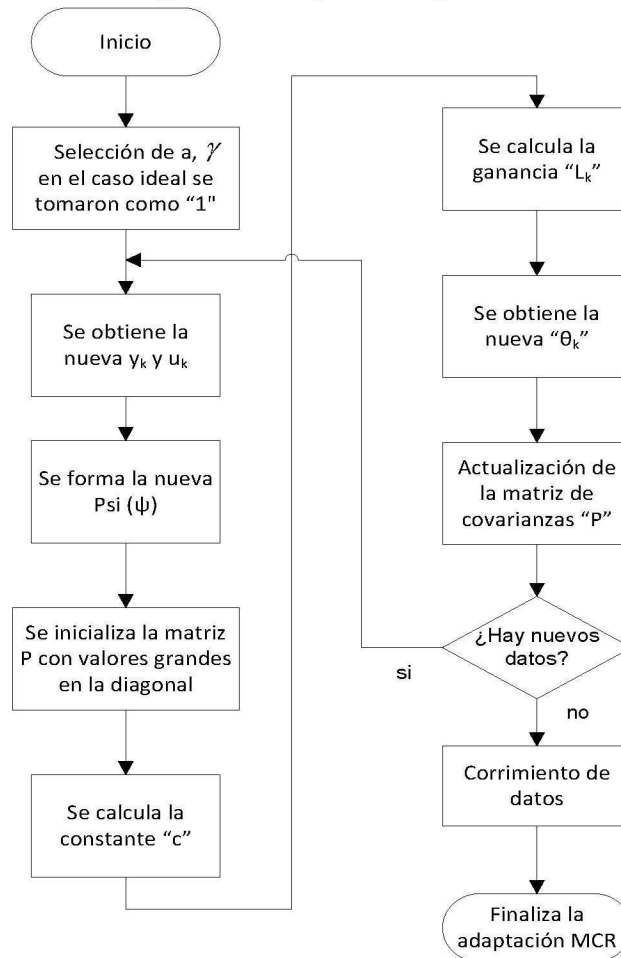


Figura 4. 1 Diagrama de flujo del algoritmo de adaptación con el método de mínimos cuadrados recursivos (MCR)

Como se puede observar en la Figura 4.1 se necesita dar un valor inicial a la matriz P y al vector de parámetros estimados. En el caso de estudio realizado se inicializa P con valores grandes en la diagonal, y θ con “ceros” si no se tiene ningún tipo de conocimiento acerca de esos parámetros.

Sin embargo, existe un problema con éste algoritmo, se debe a que a lo largo del tiempo debido a que la traza de la matriz P se hace muy pequeña, puede presentar problemas para detectar cambios en los parámetros [24]. Esto se soluciona empleando el algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivo con Factor de Olvido. Se introduce un factor de olvido, γ , de forma que se pondera más a las muestras más recientes, permitiendo así detectar un posible cambio de parámetros cuando el algoritmo lleva un tiempo considerable funcionando y la traza de la matriz P es muy pequeña.

Dependiendo del valor de γ , $0 < \gamma < 1$, se obtienen los siguientes comportamientos:

- γ pequeño: se descartan los datos pasados demasiado pronto, los elementos de las matrices P y L se hacen grandes, lo cual supone la posibilidad de detección de posibles cambios en parámetros.
- γ grande: (cerca a la unidad) se pueden presentar problemas a la hora de detectar cambios de parámetros.

Normalmente se elige γ entre 0.9 y 0.98 pero la elección depende de los valores asociados a los parámetros del sistema.

4.2. Análisis comparativo entre los mecanismos de adaptación de [1] y MCR

Se realizaron diversas pruebas y análisis para observar el comportamiento de un sistema bajo las situaciones en donde se manejaba un control adaptivo – predictivo como se presenta en [1] y un CAP con mecanismo de adaptación MCR.

Algunas de las observaciones más sobresalientes se basan en la formulación de ambos tipos de adaptación, las semejanzas y diferencias se hacen presentes en la Tabla 4.1

Mecanismos de adaptación:

Fórmulas implementadas en [1]	Fórmulas implementadas en MCR
$e(k k) = y(k) - \hat{y}(k k)$	$e_k = y_k - \psi_k^T \theta_{k-1}$
$\hat{\theta}(k) = G(k)[y(k) - \hat{\theta}(k-1)^T \varphi(k-d)] \hat{\theta}(k-1)$	$\theta_k = \theta_{k-1} + L_k(y_k - \psi_k^T \theta_{k-1})$
$G(k) = \frac{B\varphi(k-d)}{1 + \varphi(k-d)^T B\varphi(k-d)}$	$L_k = \frac{1}{\gamma c} P_{k-1} \psi_k$
Constante utilizada en MCR:	
$c = \left(\frac{1}{a} + \psi_k^T \frac{P_{k-1}}{\gamma} \psi_k \right)$	
Actualización de la matriz P en MCR, en CAP no existe dicha actualización	
$P_k = (I - L_k \psi_k^T) \frac{P_{k-1}}{\gamma}$	

Tabla 4. 1 Tabla comparativa entre CAP y MCR

El propósito de la comparación de las fórmulas involucradas en la adaptación es hacer énfasis en la diferencia fundamental entre el mecanismo de adaptación original [1] y la implementación de MCR como mecanismo de adaptación, dicha diferencia es la actualización en cada instante de la matriz P_k . Para observar los resultados más a detalle, el capítulo siguiente presenta las respuestas gráficas en simulación obtenidas con cada tipo de adaptación, y la comparación entre ellos con respecto a algunos indicadores de desempeño.

CAPITULO 5. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE CAP YMCR

En este capítulo se presentan los resultados en simulación de la implementación del CAP en [1] y la implementación del mecanismo de adaptación por MCR

CAPITULO 5. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE CAP Y MCR

5.1. Introducción

En éste capítulo se presentan los resultados obtenidos del comportamiento de un sistema implementando originalmente CAP presentado en [1] y el mecanismo de adaptación basado en MCR. Con las pruebas realizadas se lograron los siguientes objetivos:

1. Analizar la influencia de la trayectoria deseada proporcionada por el bloque conductor, en la respuesta del sistema.
2. Comparar el desempeño de la respuesta del sistema entre el CAP original [1] y la implementación de MCR en el mecanismo de adaptación ante tres escenarios:
 - Variaciones dinámicas en los parámetros del proceso a controlar
 - Introducción de ruido
 - Cambios de referencia

5.2. Simulación de procesos

Los parámetros de la prueba siguiente se obtuvieron de [8], como se mencionó anteriormente, se pretende realizar un análisis entre ambos mecanismos de adaptación para finalmente obtener las conclusiones en base a lo observado.

Se tiene un primer ejemplo con un proceso definido por:

$$G(s) = \frac{1}{4s^2 + 5s + 1} \quad (5.1)$$

donde se discretiza con $T_s = 1$ seg. y retenedor de orden cero obteniendo como resultado:

$$HG(z) = \frac{0.08423z + 0.0556}{z^2 - 1.147z + 0.2865} \quad (5.2)$$

de (5.2) se deduce una ecuación de diferencias que describe el proceso en la forma:

$$y(k) = 1.147y(k - 1) - 0.2865y(k - 2) + 0.08423u(k - 1) + 0.05556u(k - 2) \quad (5.3)$$

con lo anterior se tienen los datos de:

$$\begin{aligned} m &= 2 \\ n &= 2 \\ a_1 &= 1.147 \\ a_2 &= -0.2865 \\ b_1 &= 0.08423 \\ b_2 &= 0.05556 \end{aligned} \quad (5.4)$$

La trayectoria de referencia, es decir el comportamiento de la trayectoria deseada está definida por:

$$G_d(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (5.5)$$

de la misma forma, se discretiza dicha función de transferencia con un retenedor de orden cero y un $T_s=1$ seg:

$$HG_d(z) = \frac{0.2642z + 0.1353}{z^2 - 0.7358z + 0.1353} \quad (5.6)$$

en donde se tienen los parámetros de α 's y β 's:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.7358 \\ \alpha_2 &= -0.1353 \\ \beta_1 &= 0.2642 \\ \beta_2 &= 0.1353 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Los parámetros para la primera iteración del modelo adaptivo se definen a continuación:

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= 1 \\ \hat{a}_2 &= -0.2 \\ \hat{b}_1 &= 0.1 \\ \hat{b}_2 &= 0.1 \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.2.1. Simulación del CAP con mecanismo de adaptación [1]

Los resultados obtenidos con el CAP fueron analizados tomando como base las siguientes tres pruebas:

1. Serie de cambios de referencia
2. Cambios en la dinámica de la planta
3. Introducción del ruido al 10% de la manipulación

Prueba 1:

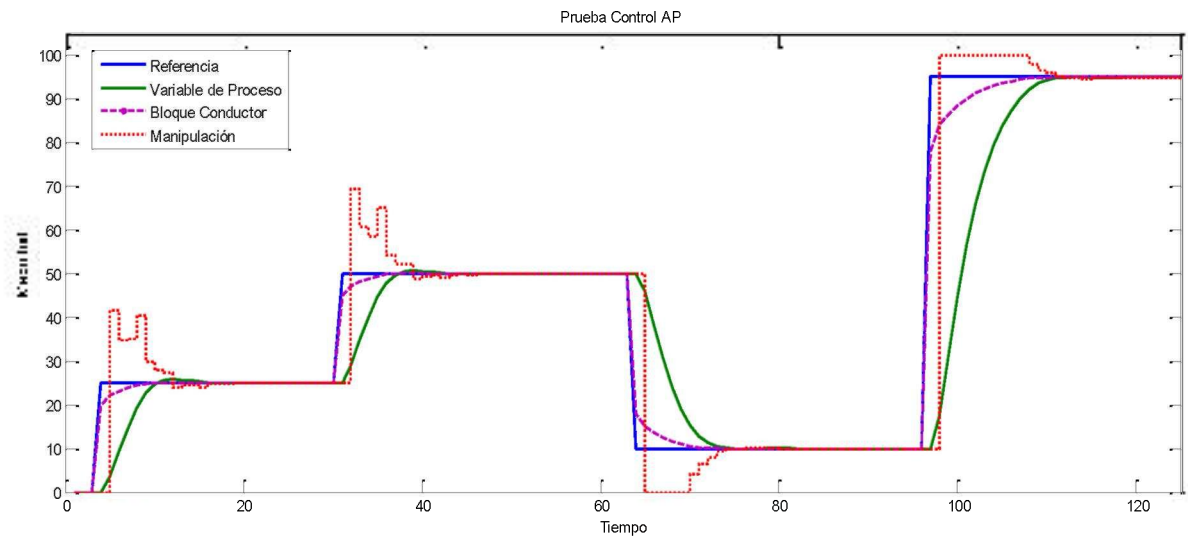


Figura 5. 1 Gráfica de respuesta del sistema ante cambios en referencia con CAP [1]

En la Figura 5.1 se observa que el controlador AP tiene buena respuesta ante cambios en referencia de cualquier magnitud y su desempeño va de acuerdo a la trayectoria deseada que le es impuesta por el bloque conductor. En la Tabla 5.1 se presentan los resultados de los parámetros logrados por el modelo AP con el mecanismo de adaptación presentando en [1], la ganancia real y las alcanzadas en cada cambio de referencia.

Cambios en Referencia	Parámetros alcanzados				Ganancia
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	K
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
Parámetros Iniciales	1	-0.2	0.1	0.1	1
Ref = 25	1.0069	-0.1944	0.0878	0.1002	1.00267
Ref = 50	1.0083	-0.1932	0.0866	0.0988	1.00270
Ref = 10	1.0113	-0.1918	0.0835	0.0975	1.00277
Ref = 95	1.0138	-0.1897	0.0815	0.0949	1.00284

Tabla 5. 1 Parámetros obtenidos en simulación

Si se observa cuidadosamente, los parámetros obtenidos no alcanzaron exactamente los valores reales, sin embargo, las ganancias logradas en cada cambio se acercaron mucho más a la ganancia real con un error de aproximadamente ± 0.0005

Prueba 2:

La segunda prueba consta de la introducción de variaciones en los parámetros de la planta simulada, es decir, el sistema se volvió cambiante en el tiempo, con lo que se pretende observar que tan bueno es el CAP con el mecanismo de adaptación [1] ante cambios en la dinámica de un proceso.

Las variaciones en los parámetros fueron aumentando, comenzando con cambios muy pequeños alrededor de ± 0.05 y ± 0.01 , y en el tercer cambio la variación aumentó incluso cambiando el signo de uno de los parámetros reales.

La respuesta ante dichas variantes se presenta en la gráfica de la Figura 5.2 siguiente:

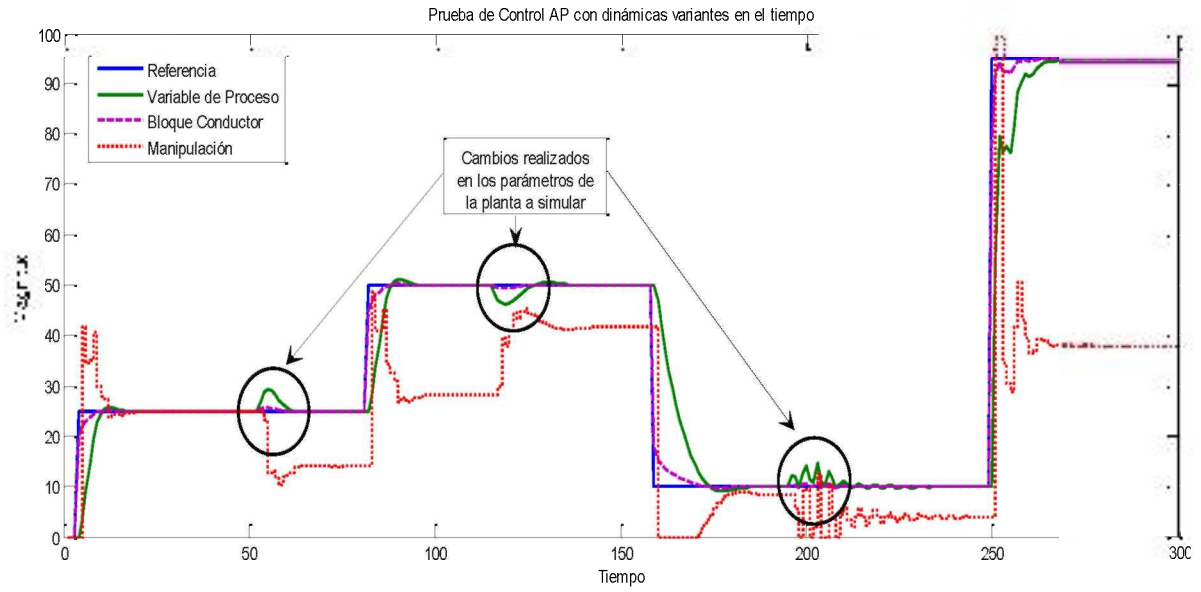


Figura 5. 2 Gráfica de respuesta del sistema con dinámicas variantes en el tiempo

La Tabla 5.2 presenta las variaciones que se realizaron a lo largo del tiempo y las ganancias correspondientes a cada cambio. La tabla 5.3 muestra los valores alcanzados y desplegados como modelo AP. Se puede observar nuevamente que las ganancias son muy parecidas, aún y cuando los parámetros reales y los del modelo son un poco más diferentes que los mostrados en la Prueba 1, el sistema logra estabilizarse en la referencia deseada.

	Dinámicas variantes en el tiempo				Ganancia
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	K
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
Variación 1	1.2	-0.29	0.095	0.065	1.77778
Variación 2	1	-0.1	0.07	0.05	1.2
Variación 3	0.5	0.3	0.45	0.05	2.5

Tabla 5. 2 Dinámicas variantes aplicadas

	Parámetros alcanzados con las dinámicas anteriores				Ganancia
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	K
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
En el 1er cambio	1.0346	-0.1675	0.1111	0.1253	1.77878
En el 2do cambio	1.0166	-0.1864	0.0927	0.1109	1.19906
En el 3er cambio	1.0011	-0.0534	0.2971	-0.1614	2.59465

Tabla 5. 3 Parámetros alcanzados por el sistema al cambiar la dinámica de la planta

Prueba 3:

Por último se encuentra la prueba de la introducción del ruido al 10% de la manipulación con dinámicas variantes en el tiempo, los resultados se presentan en la gráfica de la Figura 5.3.

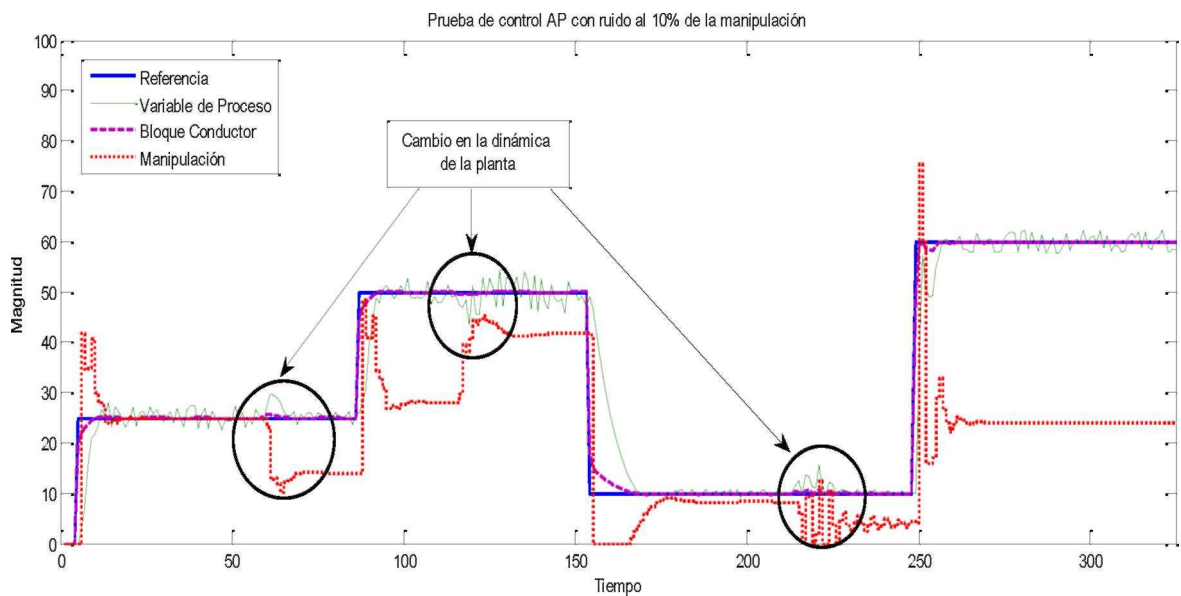


Figura 5. 3 Respuesta del sistema con cambios en su dinámica y ruido al 10% de la manipulación

En ésta última prueba del CAP con el mecanismo de adaptación mostrado en [1] los parámetros no se logran estabilizar en un valor debido al ruido presente, sin embargo el control aplicado permite que la variable de proceso no se pierda o se aleja tanto de la referencia como se logra apreciar en la Figura 5.3.

5.2.2. Simulación del CAP con mecanismo de adaptación por MCR

Para poder comparar el desempeño del CAP con adaptación [1] se realizó la misma serie de pruebas al mecanismo de adaptación basado en MCR. Los resultados obtenidos muestran mejoría en la respuesta del sistema y se presentan más adelante.

Prueba 1:

Sea el proceso mencionado en (5.4) donde:

$$\begin{aligned} m &= 2 & (5.9) \\ n &= 2 \\ a_1 &= 1.147 \\ a_2 &= -0.2865 \\ b_1 &= 0.08423 \\ b_2 &= 0.0556 \end{aligned}$$

Ante cambios en referencia, sin variación alguna en la dinámica del proceso y sin aplicación de ruido el sistema responde suavemente hasta alcanzar el valor deseado, sin sobretiros y sin oscilaciones (Figura 5.4):

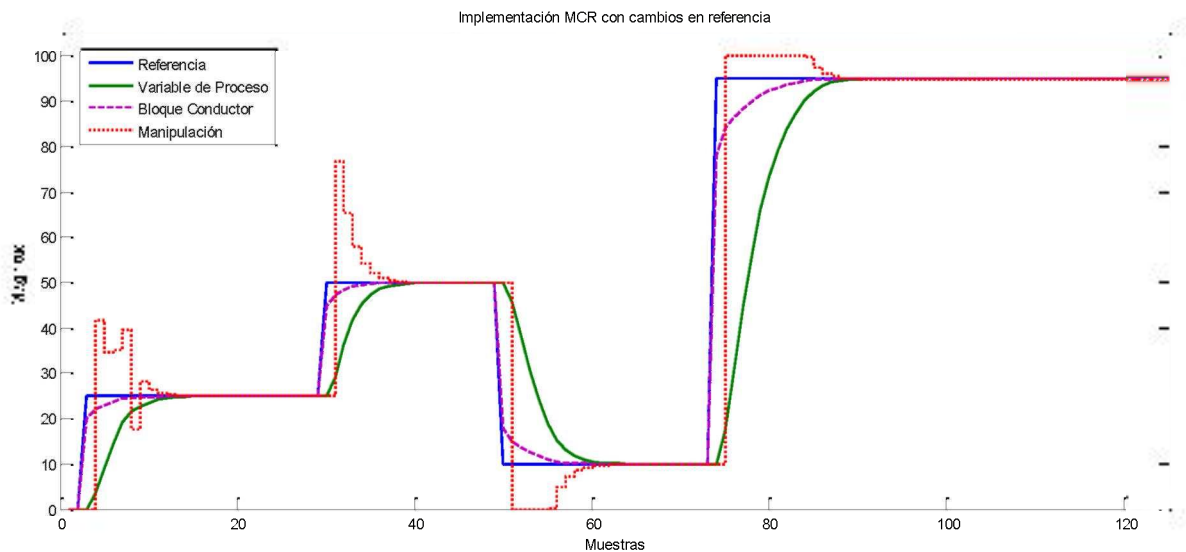


Figura 5. 4 Implementación de MCR ante cambios en referencia

Sin embargo la respuesta del sistema es un poco más lento a la que se produjo con la aplicación del CAP con un mecanismo de adaptación [1]. En este punto los parámetros introducidos del a planta a simular fueron alcanzados exactamente por el modelo AP, más adelante se observarán unas tablas comparativas con los indicadores de desempeño entre ambos mecanismos de adaptación.

Prueba 2:

Ante cambios en los parámetros del proceso continúa estando al frente la implementación de MCR como mecanismo de adaptación ya que presenta una mejoría notoria en la respuesta en comparación con la aplicación de CAP con el mecanismo de adaptación presentado en [1], las variaciones aplicadas se presentan en la Tabla 5.4 y su respuesta en la Figura 5.5:

	Dinámicas variantes en el tiempo				Ganancia	Parámetros alcanzados por el Modelo AP
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	K	
P. Iniciales	1	-0.2	0.1	0.1	1	
Planta original	1.147	-0.2865	0.0842	0.0556	1.00237	Iguales
Variación 1	1.2	-0.29	0.095	0.065	1.77778	Iguales
Variación 2	1	-0.1	0.07	0.05	1.2	Iguales
Variación 3	0.5	0.3	0.45	0.05	2.5	Iguales

Tabla 5. 4 Cambios en dinámicas del proceso para el mecanismo de adaptación por MCR

Las variaciones realizadas en los parámetros de la planta para la implementación del mecanismo de adaptación basado en MCR fueron las mismas que para CAP con adaptación [1], sin embargo el resultado obtenido por cada uno de los mecanismos de adaptación fue diferente, la respuesta se ve más limpia y la variable de proceso alcanza la referencia gradualmente sin sobretiros, que es básicamente el objetivo de un control adaptivo predictivo, el modelo AP alcanzó los valores reales del proceso, por lo tanto el error de estimación es muy pequeño o casi nulo.

La gráfica que presenta el desempeño del CAP con mecanismo de adaptación por MCR para dinámicas variantes en el tiempo es la Figura 5.5

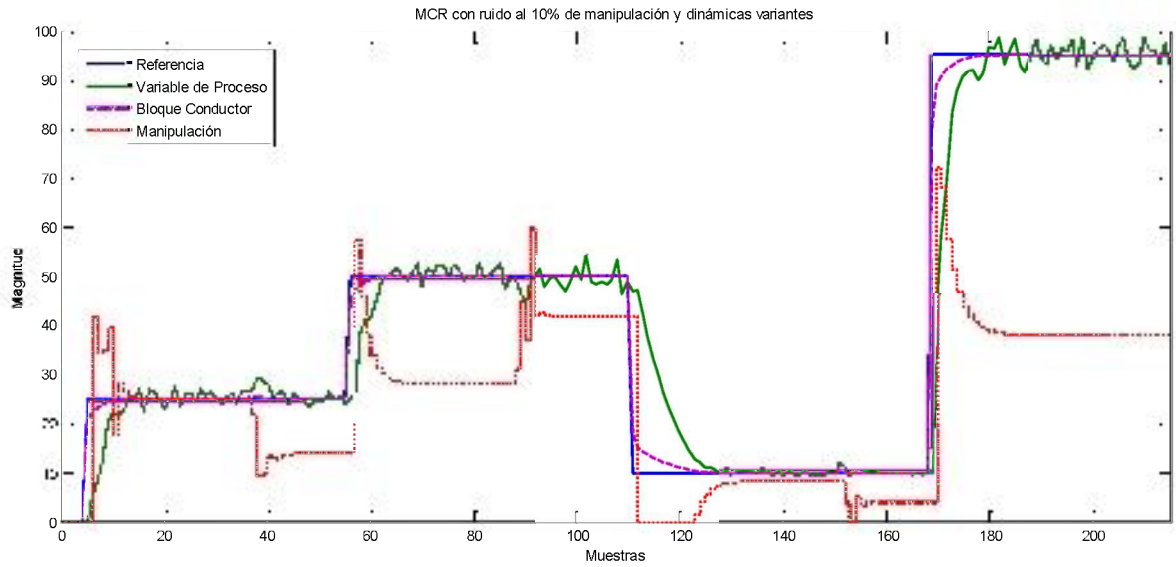


Figura 5. 5 Implementación de MCR con dinámicas variantes en el tiempo

Prueba 3:

Para completar la comparación respectiva entre el CAP con ambos mecanismos de adaptación, se analizó el resultado obtenido ante la introducción del ruido a un 10% de la manipulación:

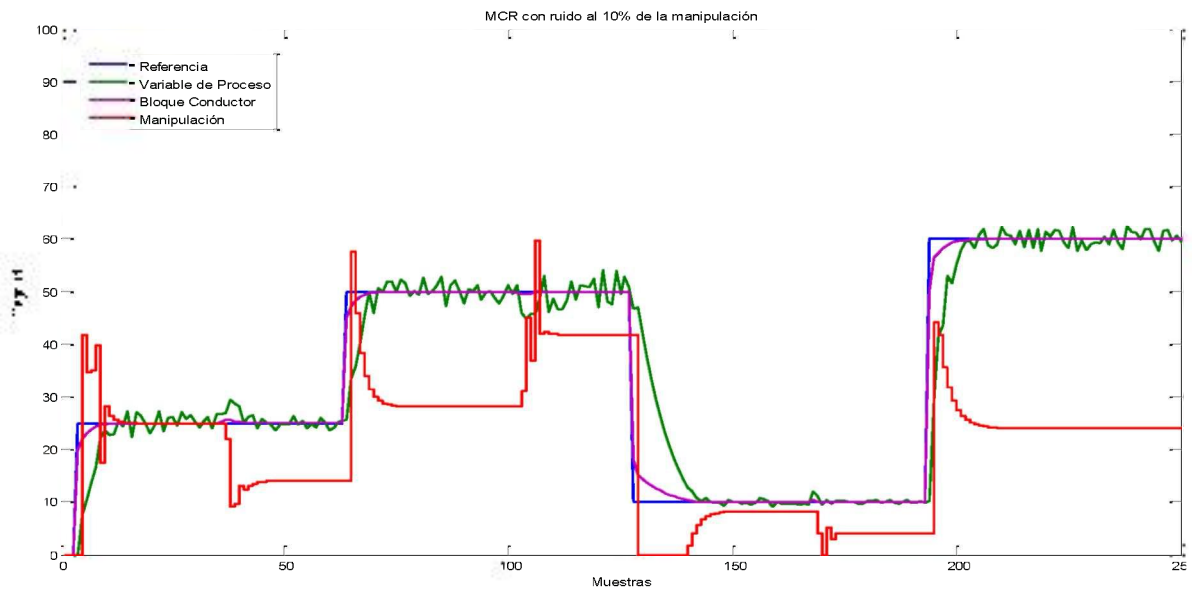


Figura 5. 6 Implementación MCR con ruido al 10% de la manipulación

A continuación se presentan los indicadores de desempeño que juegan un papel importante en la forma en que responde el sistema con ambos mecanismos de adaptación.

5.2.3. Indicadores de desempeño para el CAP con mecanismo de adaptación [1] vs. la implementación de MCR como mecanismo de adaptación

En este apartado se analizarán en conjunto las respuestas logradas por ambos mecanismos de adaptación CAP [1] y MCR, tomando en cuenta el máximo sobretiro para cada cambio en referencia, el tiempo de elevación, de elevación y finalmente el error en estado estable.

CAP [1]					Vs	MCR				
%Mp	3.4	2.84	0.055	0.0035		%Mp	0	0	0	0
t_s	15	13	15	16	t_s	15	13	15	19	
t_r	7	6	10	15	t_r	23	18	20	27	
e_{ss}	0	0	0	0	e_{ss}	0	0	0	0	

Tabla 5. 5 Tabla comparativa de indicadores de desempeño ante cambios en referencia

Como se había mencionado la implementación del MCR como mecanismo de adaptación no presenta sobretiro alguno en los diferentes cambios de referencia, sin embargo, el tiempo de elevación es más tardado que el presentado por el CAP en [1], aunque el tiempo de estabilización es muy parecido en ambos casos.

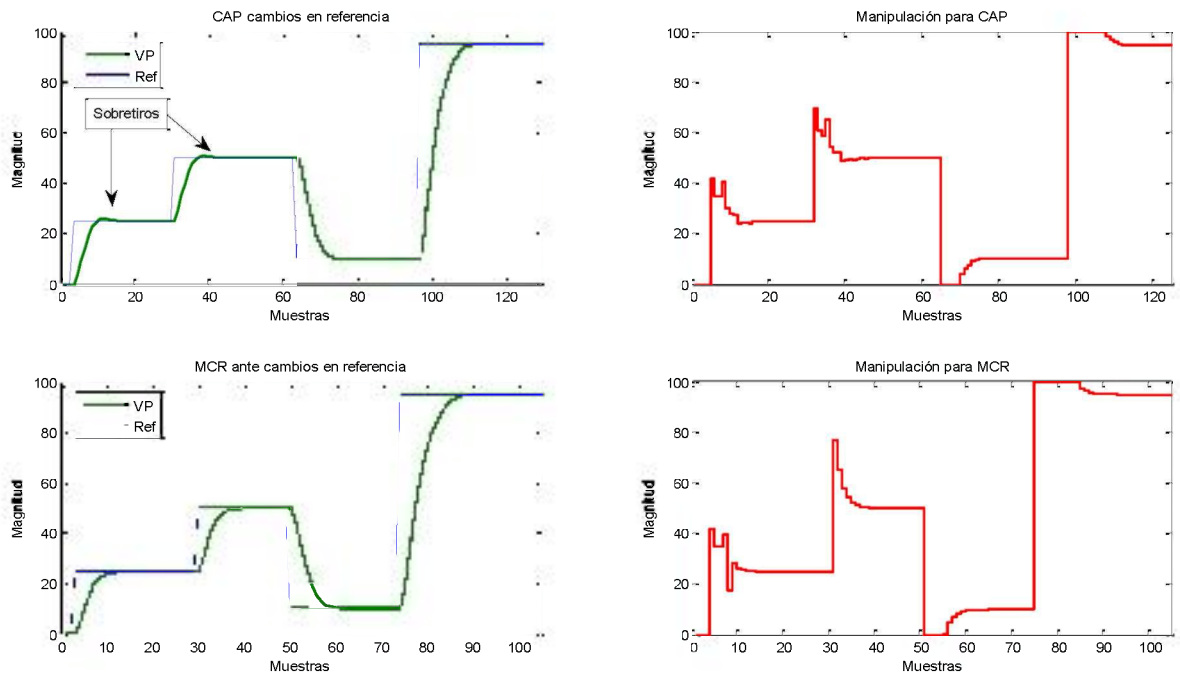


Figura 5. 7 CAP vs. MCR ante cambios en referencia

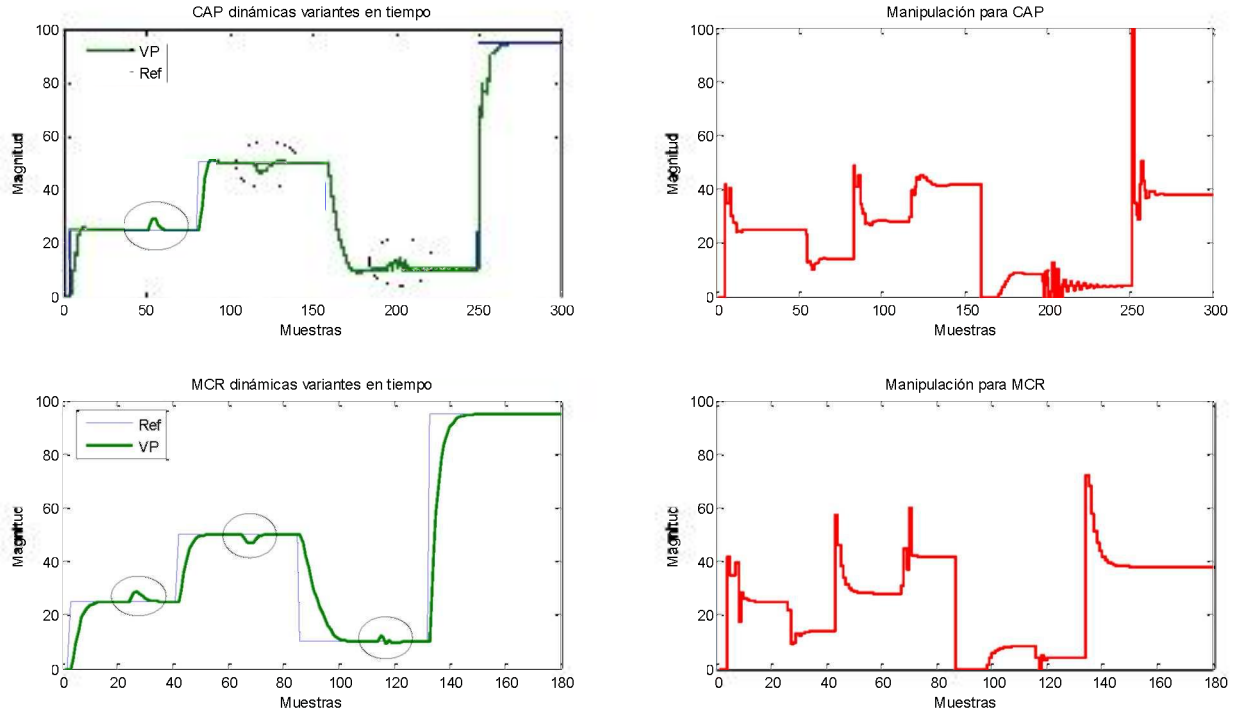


Figura 5. 8 CAP vs. MCR con dinámicas variantes

Para los cambios en los parámetros del sistema simulado se realizó de igual forma un análisis comparativo enfocado en los máximos sobretiros alcanzados por ambos mecanismos, en la Figura 5.8 se presentan con pequeños círculos el momento en el cual se aplicaron las variaciones en la planta, como se logra ver en MCR la respuesta al tercer cambio fue menos oscilatoria a la obtenida por el CAP con la adaptación [1], y la forma en que alcanza ésta última a la referencia deseada después, es más oscilatoria que con la implementación de MCR como mecanismo de adaptación.

CAP		Vs	MCR	
Cambio	%Mp		Cambio	%Mp
1	17.52		1	15.24
2	15.08		2	12.72
3	11.60		3	5.425

Tabla 5. 6 Sobretiro máximo para cambios en la dinámica del proceso

Para las 6 pruebas anteriores, tanto en CAP con adaptación [1] como con la implementación de MCR, se tomaron parámetros iniciales para el modelo AP muy cercanos a los reales, por lo tanto, para fines de estudio y análisis, se hará un cambio en dichos parámetros, colocándolos un poco más lejos de los reales. Dichas comparaciones se realizan en el apartado siguiente, tomando en cuenta los resultados obtenidos en las secciones 5.2.2. y 5.2.3.

5.2.4. Simulación CAP con adaptación [1] vs. adaptación por MCR con parámetros iniciales lejos de los reales

Para observar la eficiencia de ambos mecanismos de adaptación y comparar su respuesta, se realizaron las mismas pruebas solo que ahora los parámetros iniciales para el modelo AP se encuentran lejos de los parámetros de la planta real simulada. Para fines comparativos se utilizó la misma planta para realizar las pruebas correspondientes:

	Parámetros alcanzados				Ganancia
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	K
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
Parámetros Iniciales cercanos a los reales	1	-0.2	0.1	0.1	1
Parámetros Iniciales propuestos lejos de los reales	0.5	0.2	1	0.5	5

Tabla 5. 7 Parámetros iniciales propuestos lejos de los reales

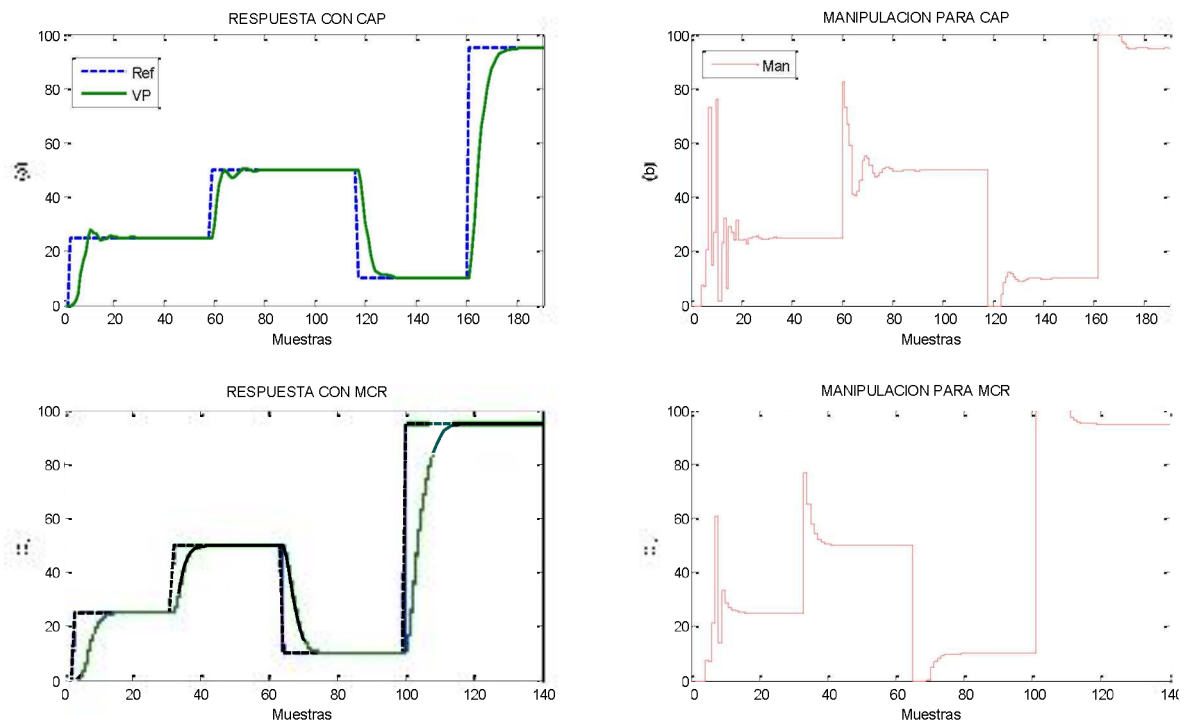


Figura 5. 9 (a) y (c) CAP [1] y MCR respectivamente con parámetros iniciales lejos de los reales (b) y (d) Manipulación requerida por cada uno de ellos

Se observa que entre más lejos estén los parámetros iniciales con los que comienza la adaptación el modelo AP se presentan mayor número de oscilaciones por parte de la manipulación, para alcanzar la referencia. En la Fig. 5.9 (d) a pesar de que se produce una manipulación mayor a la presentada en Fig. 5.4 la adaptación por MCR no presenta sobretiro en su respuesta en ninguno de los cambios de referencia aplicados a diferencia del CAP en [1] que presenta mayor número de oscilaciones a lo largo de su respuesta y en la manipulación.

Los parámetros alcanzados con CAP en [1] ante cada cambio se presentan en la Tabla 5.8, se puede observar que son diferentes a aquellos presentados en la Tabla 5.1, mientras que los parámetros alcanzados con la implementación del algoritmo de adaptación por MCR fueron los mismos que los de la planta real simulada.

En la Figura 5.10 se muestra el opuesto a la Tabla 5.1 donde los parámetros iniciales se encuentran lejos de los parámetros reales de la planta simulada, sin embargo, la ganancia de adaptación se mantiene muy cerca de la real, sin importar si los parámetros con los que inicia el modelo AP están lejos o cerca de los originales.

Cambios en Referencia	Parámetros alcanzados				Ganancia
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
Parámetros Iniciales	0.5	0.2	1	0.5	5
Ref = 25	0.5547	0.2523	0.0859	0.1075	1.00207
Ref = 50	0.5508	0.2466	0.0898	0.1133	1.03149
Ref = 10	0.5359	0.2243	0.1072	0.1331	1.00209
Ref = 95	0.5370	0.2227	0.0985	0.1424	1.0025

Tabla 5. 8 Parámetros alcanzados con CAP donde P.I. se encuentran lejos de los reales

La Figura 5.10 es un conjunto de gráficas que representan la respuesta del CAP con ambos mecanismos de adaptación y con los parámetros iniciales cerca y lejos de los reales para fines comparativos y una mejor visualización del desempeño de éstos.

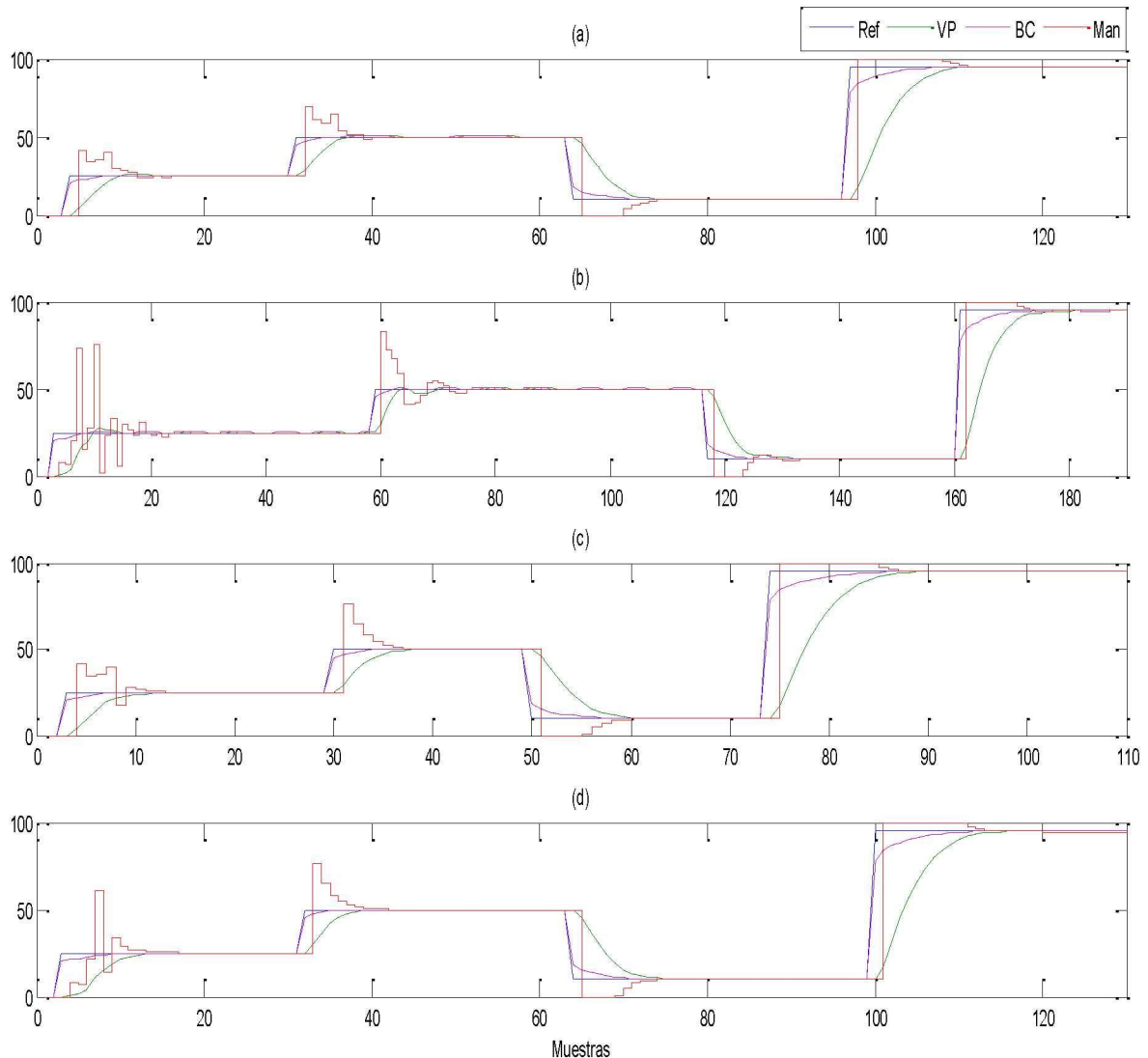


Figura 5. 10 (a) CAP con P.I. cerca de los reales, (b) CAP con P.I. lejos de los reales, (c) MCR con P.I. cerca de los reales, (d) MCR con P.I. lejos de los reales

El segundo conjunto de gráficas es el correspondiente a los cambios en la dinámica del sistema, es decir, variaciones en los parámetros de la planta, los resultados se muestran en la Figura 5.11. Las gráficas (a) y (b) muestran el CAP con la adaptación de [1] y parámetros iniciales cerca y lejos de los reales respectivamente, mientras que (c) y (d) es la adaptación en base a MCR de igual manera con parámetros iniciales cerca y lejos de los reales.

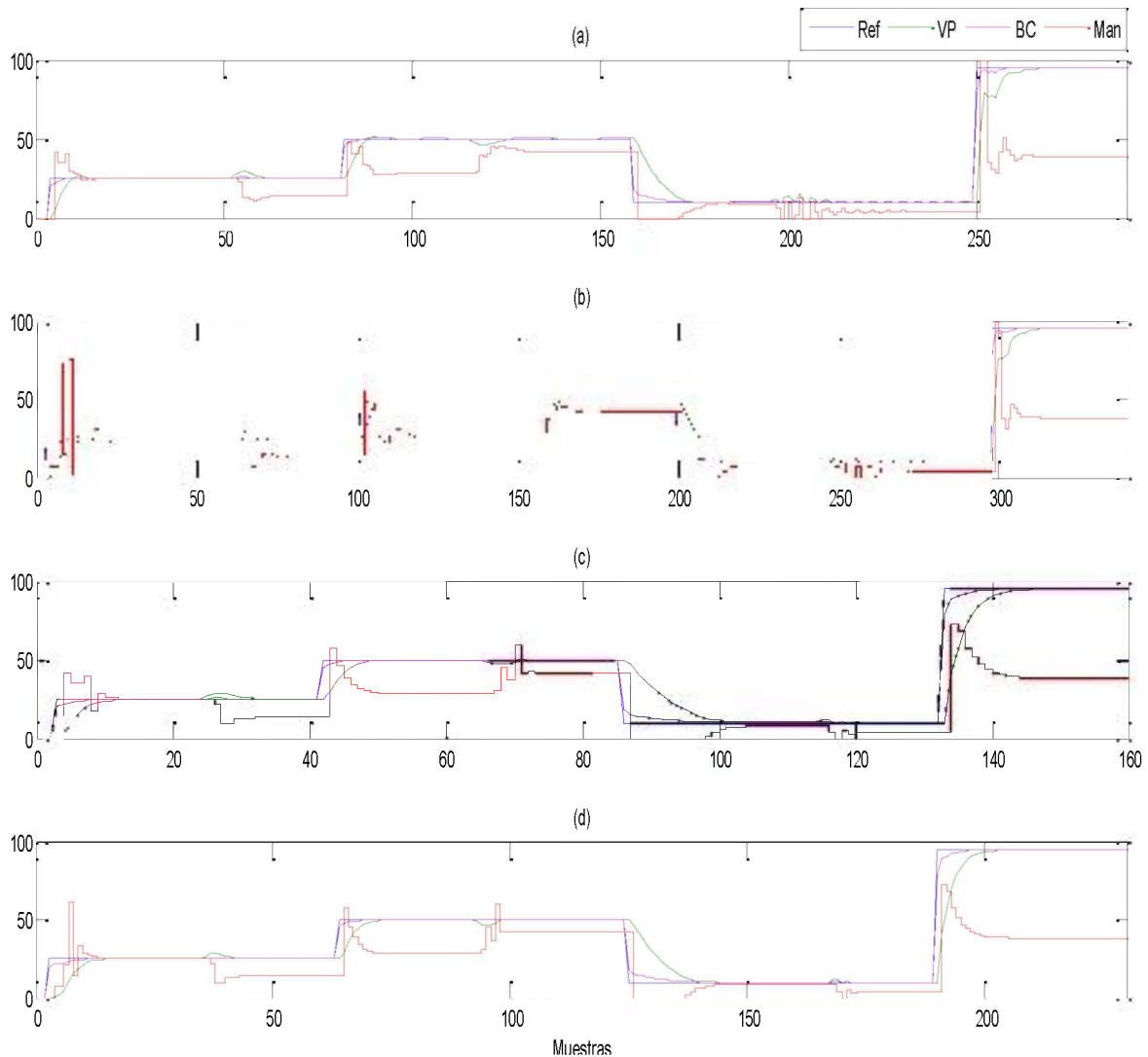


Figura 5. 11 (a) CAP con P.I. cerca de reales, (b) CAP con P.I. lejos de reales, (c) MCR con P.I. cerca de reales, (d) MCR con P.I. lejos de reales, y dinámicas variantes en el tiempo

Los resultados alcanzados en el cálculo del modelo AP por parte del CAP con la adaptación de [1] se muestran en las Tablas 5.9 y 5.10. Nuevamente se observa que las ganancias de adaptación obtenidas por el modelo AP son muy cercanas a las reales, con un margen de error mínimo, aún y cuando los parámetros de a 's y b 's alcanzados por el modelo AP sean distintos.

	Dinámicas variantes en el tiempo				Ganancia
	<i>a1</i>	<i>a2</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>K</i>
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
Variación 1	1.2	-0.29	0.095	0.065	1.77778
Variación 2	1	-0.1	0.07	0.05	1.2
Variación 3	0.5	0.3	0.45	0.05	2.5

Tabla 5. 9 Dinámicas variantes implementadas

	Parámetros alcanzados con las dinámicas anteriores				Ganancia
	<i>a1</i>	<i>a2</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>K</i>
Planta original	1.147	-0.2865	0.08423	0.0556	1.00237
P. Iniciales	0.5	0.2	1	0.5	5
En el 1er	0.5801	0.2754	0.1154	0.1412	1.77578
En el 2do	0.5545	0.2462	0.1016	0.1375	1.19969
En el 3er	0.5594	0.3195	0.3010	0.0010	2.49380

Tabla 5. 10 Parámetros alcanzados por CAP con P.I. lejos de los reales

Por último, se realizó la prueba del ruido, la cual es meramente ilustrativa puesto que no se puede obtener un modelo AP con parámetros fijos debido a que éstos se encuentran fluctuando en un rango de valores dependiendo de la magnitud del ruido introducida, lo cual va ocasionar la presencia de un error dependiente de dicho ruido ya que no se logra estabilizar el sistema en la referencia deseada.

La estructura de la Figura 5.12 es la misma a la Fig. 5.11 donde las dos primeras gráficas hacen referencia a la implementación del CAP con adaptación de [1] y las dos últimas con la implementación del mecanismo de adaptación por MCR.

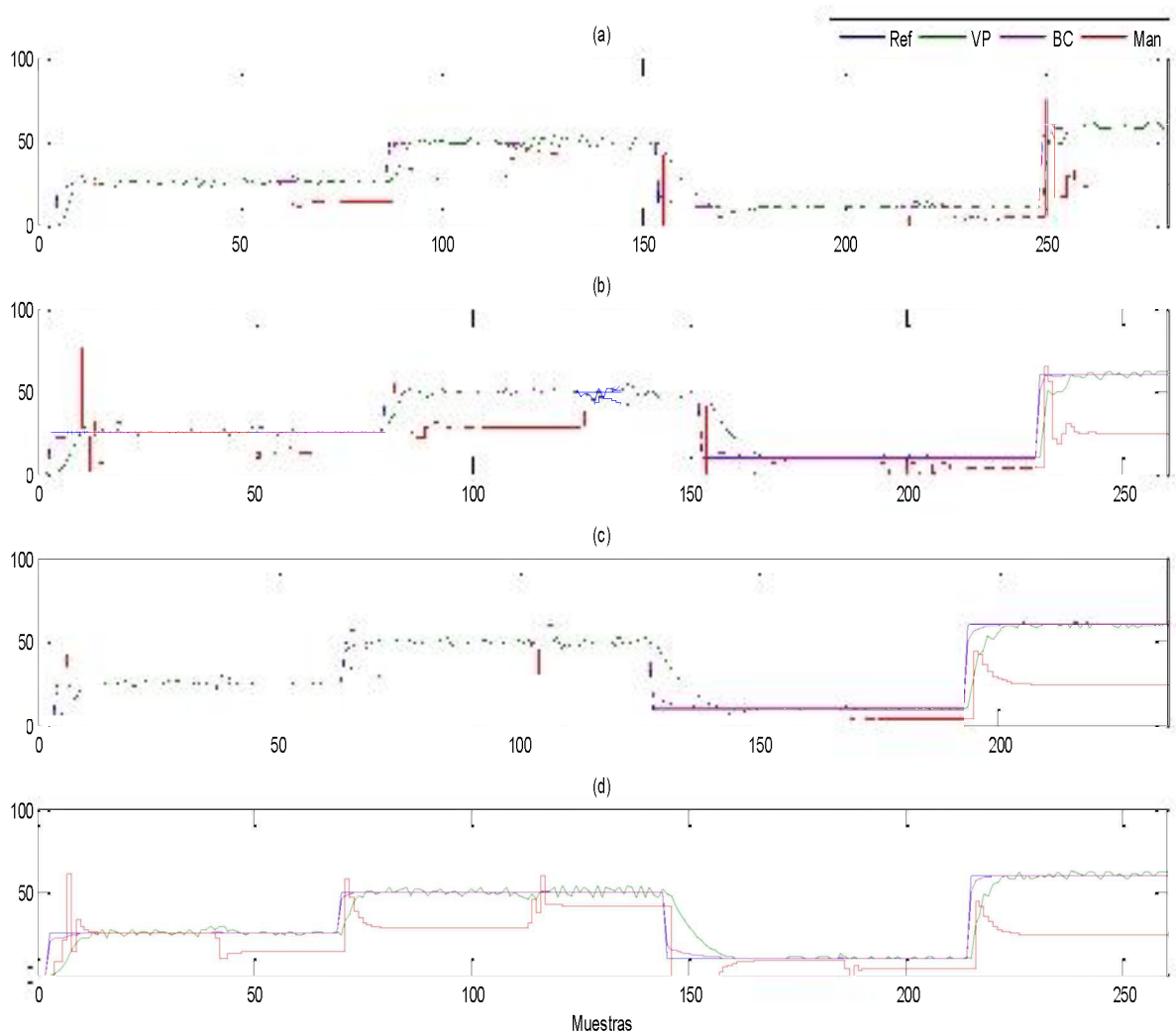


Figura 5. 12 (a) CAP con P.I. cerca de los reales, (b) CAP con P.I. lejos de los reales, (c) MCR con P.I. cerca de los reales, (d) MCR con P.I. lejos de los reales, y la introducción del ruido al 10% de la manipulación con dinámicas variantes en el tiempo.

Las pruebas se realizaron exactamente bajo los mismos esquemas que las simulaciones donde los parámetros iniciales eran cercanos a los reales, sin embargo, con la variante de colocar dichos parámetros lejos de los reales, el modelo AP para el caso donde se implementa la adaptación por MCR, alcanza exactamente los valores de la planta real y por otro lado el CAP en [1] calcula la ganancia de adaptación, como se observa en las Tablas 5.8 y 5.10, es muy parecida a la original en cada cambio de referencia o variación en los parámetros de la planta y es por eso que la respuesta alcanza su estado estable en la referencia indicada. Para concluir este capítulo se puede decir que el mecanismo de adaptación implementado en [1] para el CAP pone mayor importancia en la ganancia de adaptación mientras que el mecanismo de adaptación basado en MCR se enfoca más en encontrar los parámetros reales del sistema y de este modo alcanzar también la ganancia de adaptación. El capítulo siguiente muestra la extensión al caso MISO del desarrollo presentado en el capítulo 2 y posteriormente las respuestas en simulación de un sistema.

CAPITULO 6. CONTROL AP PARA EL CASO MISO

En este capítulo se presenta la extensión del control adaptivo-predictivo para el caso MISO particularmente de un sistema de dos entradas y una salida

CAPITULO 6. CONTROL AP PARA EL CASO MISO

6.1. Introducción

En este capítulo se presenta un análisis detallado de la extensión del control AP para el caso MISO particularmente de dos entradas y una salida, en donde se podrán observar las fórmulas de aplicación para obtener las manipulaciones necesarias al igual que se realizó para el caso SISO en el Capítulo 2.

6.2. Desarrollo y análisis para procesos MISO

Se tiene un conjunto de ecuaciones de diferencias (6.1), donde se presentan términos con u_k^2 ésta simboliza la segunda entrada introducida en este estudio y los coeficientes que la acompañan indicados por c 's, además de los ya conocidos como a 's y b 's correspondientes a la salida y entrada uno:

$$\begin{aligned}y_k &= a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + b_1 u_{k-1}^1 + b_2 u_{k-2}^1 + c_1 u_{k-1}^2 + c_2 u_{k-2}^2 \\y_{k+1} &= a_1 y_k + a_2 y_{k-1} + b_1 u_k^1 + b_2 u_{k-1}^1 + c_1 u_k^2 + c_2 u_{k-1}^2 \\y_{k+2} &= a_1 y_{k+1} + a_2 y_k + b_1 u_{k+1}^1 + b_2 u_k^1 + c_1 u_{k+1}^2 + c_2 u_k^2 \\y_{k+3} &= a_1 y_{k+2} + a_2 y_{k+1} + b_1 u_{k+2}^1 + b_2 u_{k+1}^1 + c_1 u_{k+2}^2 + c_2 u_{k+1}^2\end{aligned}\tag{6.1}$$

Sustituyendo y_{k+1} en y_k :

$$\begin{aligned}y_{k+1} &= a_1 [a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + b_1 u_{k-1}^1 + b_2 u_{k-2}^1 + c_1 u_{k-1}^2 + c_2 u_{k-2}^2] + a_2 y_{k-1} + b_1 u_k^1 + b_2 u_{k-1}^1 + c_1 u_k^2 + c_2 u_{k-1}^2 \\&= [a_1 a_1 + a_2] y_{k-1} + [a_1 a_2] y_{k-2} + [b_1] u_k^1 + [a_1 b_1 + b_2] u_{k-1}^1 + [a_1 b_2] u_{k-2}^1 + [c_1] u_k^2 + [a_1 c_1 + c_2] u_{k-1}^2 + [a_1 c_2] u_{k-2}^2 \\&= e_1^2 y_{k-1} + e_2^2 y_{k-2} + g_1^1 u_k^1 + g_1^2 u_{k-1}^1 + g_2^2 u_{k-2}^1 + p_1^1 u_k^2 + p_1^2 u_{k-1}^2 + p_2^2 u_{k-2}^2\end{aligned}\tag{6.2}$$

De igual manera se sustituye para y_{k+2} y y_{k+3} obteniendo las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 y_{k+1} &= e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + g_1^1 u_k^1 + g_2^1 u_{k-1}^1 + p_1^1 u_k^2 + p_2^1 u_{k-1}^2 \\
 y_{k+2} &= e_1^2 y_k + e_2^2 y_{k-1} + g_1^1 u_{k+1}^1 + g_2^2 u_k^1 + g_2^2 u_{k-1}^1 + p_1^1 u_{k+1}^2 + p_1^2 u_k^2 + p_2^2 u_{k-1}^2 \\
 y_{k+3} &= e_1^3 y_k + e_2^3 y_{k-1} + g_1^1 u_{k+2}^1 + g_2^2 u_{k+1}^1 + g_3^3 u_k^1 + g_2^3 u_{k-1}^1 + p_1^1 u_{k+2}^2 + p_1^2 u_{k+1}^2 + \dots \\
 &\quad + p_1^3 u_k^2 + p_2^2 u_{k-1}^2 \\
 y_{k+4} &= e_1^4 y_k + e_2^4 y_{k-1} + g_1^1 u_{k+3}^1 + g_2^2 u_{k+2}^1 + g_3^3 u_{k+1}^1 + g_4^4 u_k^1 + g_2^4 u_{k-1}^1 + p_1^1 u_{k+3}^2 + \dots \\
 &\quad + p_1^2 u_{k+2}^2 + p_1^3 u_{k+1}^2 + p_1^4 u_k^2 + p_2^4 u_{k-1}^2
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Con los resultados anteriores se procede a obtener las fórmulas recursivas

$$\tag{6.4}$$

	$e_1^1 = a_1$	$e_2^1 = a_2$		$e_1^2 = e_1^1 a_1 + e_2^1$	$e_2^2 = e_1^1 a_2$
Para $j = 0$	$g_1^1 = b_1$	$g_2^1 = b_2$	Para $j = 1$	$g_1^2 = e_1^1 b_1 + g_2^1$	$g_2^2 = e_1^1 b_2$
	$p_1^1 = c_1$	$p_2^1 = c_2$		$p_1^2 = e_1^1 c_1 + p_2^1$	$p_2^2 = e_1^1 c_2$

	$e_1^3 = e_1^2 a_1 + e_2^2$	$e_2^3 = e_1^2 a_2$		$e_1^4 = e_1^3 a_1 + e_2^3$	$e_2^4 = e_1^3 a_2$
Para $j = 2$	$g_1^3 = e_1^2 b_1 + g_2^2$	$g_2^3 = e_1^2 b_2$	Para $j = 3$	$g_1^4 = e_1^3 b_1 + g_2^3$	$g_2^4 = e_1^3 b_2$
	$p_1^3 = e_1^2 c_1 + p_2^2$	$p_2^3 = e_1^2 c_2$		$p_1^4 = e_1^3 c_1 + p_2^3$	$p_2^4 = e_1^3 c_2$

Finalmente las fórmulas recursivas vienen dadas por:

$$\tag{6.5}$$

Para $j = 1, 2, 3, \dots, \lambda$	$e_i^{j+1} = e_1^j a_i + e_{i+1}^j$	o bien:	$e_i^j = e_1^{j-1} a_i + e_{i+1}^{j-1}$
	$g_i^{j+1} = e_1^j b_i + g_{i+1}^j$		$g_i^j = e_1^{j-1} b_i + g_{i+1}^{j-1}$
$i = 1, 2, 3, \dots$	$p_i^{j+1} = e_1^j c_i + p_{i+1}^j$		$p_i^j = e_1^{j-1} c_i + p_{i+1}^{j-1}$

Como se puede ver en las ecuaciones (6.6) existen términos con valores desconocidos para las entradas u^1 y u^2 resaltadas a continuación:

$$y_{k+1} = e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + \underline{g_1^1 u_k^1} + \underline{g_2^1 u_{k-1}^1} + \underline{p_1^1 u_k^2} + \underline{p_2^1 u_{k-1}^2} \quad (6.6)$$

$$y_{k+2} = e_1^2 y_k + e_2^2 y_{k-1} + \underline{g_1^1 u_{k+1}^1} + \underline{g_1^2 u_k^1} + \underline{g_2^2 u_{k-1}^1} + \underline{p_1^1 u_{k+1}^2} + \underline{p_1^2 u_k^2} + \underline{p_2^2 u_{k-1}^2}$$

$$y_{k+3} = e_1^3 y_k + e_2^3 y_{k-1} + \underline{g_1^1 u_{k+2}^1} + \underline{g_1^2 u_{k+1}^1} + \underline{g_1^3 u_k^1} + \underline{g_2^3 u_{k-1}^1} + \underline{p_1^1 u_{k+2}^2} + \underline{p_1^2 u_{k+1}^2} + \dots$$

$$+ \underline{p_1^3 u_k^2} + \underline{p_2^3 u_{k-1}^2}$$

$$y_{k+4} = e_1^4 y_k + e_2^4 y_{k-1} + \underline{g_1^1 u_{k+3}^1} + \underline{g_1^2 u_{k+2}^1} + \underline{g_1^3 u_{k+1}^1} + \underline{g_1^4 u_k^1} + \underline{g_2^4 u_{k-1}^1} + \underline{p_1^1 u_{k+3}^2} + \dots$$

$$+ \underline{p_1^2 u_{k+2}^2} + \underline{p_1^3 u_{k+1}^2} + \underline{p_1^4 u_k^2} + \underline{p_2^4 u_{k-1}^2}$$

Se requiere encontrar una sumatoria que produzca los términos: (6.7)

$$y_{k+1} = g_1^1 u_k^1 + g_2^1 u_{k-1}^1 \quad j = 1$$

$$y_{k+2} = g_1^1 u_{k+1}^1 + g_1^2 u_k^1 + g_2^2 u_{k-1}^1 \quad \text{para } j = 2$$

$$y_{k+3} = g_1^1 u_{k+2}^1 + g_1^2 u_{k+1}^1 + g_1^3 u_k^1 + g_2^3 u_{k-1}^1 \quad j = 3$$

De las ecuaciones (6.6) se deduce:

$$\sum_{i=0}^{j-1} g_1^{j-i} u^1(k+i) \quad \text{para } \begin{array}{l} j=1 \Rightarrow g_1^1 u_k^1 \\ j=2 \Rightarrow g_1^2 u_k^1 + g_1^1 u_{k+1}^1 \\ j=3 \Rightarrow g_1^3 u_k^1 + g_1^2 u_{k+1}^1 + g_1^1 u_{k+2}^1 \end{array} \quad (6.8)$$

$$\sum_{i=2}^m g_1^j u^1(k+1-i) \quad \text{para } \begin{array}{l} j=1 \Rightarrow g_2^1 u_{k-1}^1 \\ j=2 \Rightarrow g_2^2 u_{k-1}^1 \\ j=3 \Rightarrow g_2^3 u_{k-1}^1 \end{array} \quad (6.9)$$

Por lo tanto las sumatorias que producirán los términos faltantes son:

$$\sum_{i=1}^m g_i^j u^1(k+1-i) \neq \sum_{i=0}^{j-1} g_1^{j-i} u^1(k+i) + \sum_{i=2}^m g_i^j u^1(k+1-i) \quad (6.10)$$

El mismo proceso se realiza para la entrada u^2 la cual será representada como:

$$\sum_{i=1}^o p_i^j u^2(k+1-i) \neq \sum_{i=0}^{j-1} p_1^{j-i} u^2(k+i) + \sum_{i=2}^o p_i^j u^2(k+1-i) \quad (6.11)$$

Para ejemplificar lo anterior, la solución directa para un sistema de $n = m = o = 2$ que representan el orden del sistema o bien el número de a's, b's y c's es:

(6.12)

$$y(k+j|k) = \sum_{i=1}^n e_i^j y(k+1-i) + \sum_{i=0}^{j-1} g_1^{j-i} u^1(k+i) + \sum_{i=2}^m g_i^j u^1(k+1-i) + \sum_{i=0}^{j-1} p_1^{j-i} u^2(k+i) + \sum_{i=2}^o p_i^j u^2(k+1-i)$$

$$y_{k+1} = e_1^1 y_k + e_2^1 y_{k-1} + g_1^1 u_k^1 + g_2^1 u_{k-1}^1 + p_1^1 u_k^2 + p_2^1 u_{k-1}^2$$

$$y_{k+2} = e_1^2 y_k + e_2^2 y_{k-1} + g_1^2 u_k^1 + g_1^1 u_{k+1}^1 + g_2^2 u_{k-1}^1 + p_1^2 u_k^2 + p_1^1 u_{k+1}^2 + p_2^2 u_{k-1}^2$$

$$y_{k+3} = e_1^3 y_k + e_2^3 y_{k-1} + g_1^3 u_k^1 + g_1^2 u_{k+1}^1 + g_1^1 u_{k+2}^1 + g_2^3 u_{k-1}^1 + p_1^3 u_k^2 + p_1^2 u_{k+1}^2 + p_1^1 u_{k+2}^2 + p_2^3 u_{k-1}^2$$

Suponiendo entrada constante a lo largo del horizonte de predicción para ambas entradas:

$$u_{k+\lambda}^i = u_{k+\lambda-1}^i = u_{k+\lambda-2}^i = \dots = u_{k+2}^i = u_{k+1}^i = u_k^i \quad (6.13)$$

Donde $i = 1, 2, \dots$ y $k = 0, 1, 2, \dots$

Haciendo $u_k^2 = 0$ y $h_1 = \sum_{i=0}^{j-1} g_1^{j-i}$

$$u_k^1 = \frac{y(k+j|k) - \sum_{i=1}^n e_i^j y(k+1-i) - \sum_{i=2}^m g_i^j u^1(k+1-i) - \sum_{i=2}^o p_i^j u^2(k+1-i)}{h_1} \quad (6.14)$$

Haciendo $u_k^1 = 0$ y $h_2 = \sum_{i=0}^{j-1} p_1^{j-i}$

$$u_k^2 = \frac{y(k+j|k) - \sum_{i=1}^n e_i^j y(k+1-i) - \sum_{i=2}^o p_i^j u^2(k+1-i) - \sum_{i=2}^m g_i^j u^1(k+1-i)}{h_2} \quad (6.15)$$

6.2.1. Simulación de MISO con CAP con mecanismo de adaptación basado en [1]

Para una planta experimental cuyos parámetros fueron:

	Parámetros						Ganancias	
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	$c1$	$c2$	K_1	K_2
Planta original	0.5	0.1	0.445	0.32	-0.3	0.15	1.9125	-0.375
Primera Iteración	0.45	0.05	0.4	0.3	-0.3	0.1		

Tabla 6. 1 Parámetros de la planta a simular para MISO

Los resultados obtenidos en la implementación de CAP con el proceso MISO antes mencionado resulta meramente ilustrativo, ya que son parámetros tomados arbitrariamente, y para lograr que el sistema alcanzara la referencia deseada, se extendieron los límites de la segunda manipulación ya que de no hacerlo, la respuesta del sistema presentaba error de estado estable, por lo que se llegó a la conclusión que para que la variable de proceso alcanzara la referencia la requerida sería negativa, debido posiblemente a que la planta imaginaria. El comportamiento del sistema MISO se ve más a detalle en la Figura 6.1.

Se realizaron cambios de referencia para observar el comportamiento de un sistema MISO, los resultados se encuentran en la Tabla 6.2.

		Parámetros alcanzados por el modelo AP					
		$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	$c1$	$c2$
Planta original		0.5	0.1	0.445	0.32	-0.3	0.15
Ref (25)		0.36	0.0901	1.1344	0.2386	-0.4297	-0.0830
Ref (50)		0.3399	0.0838	1.0947	0.2080	-0.4515	-0.1188
Ref (10)		0.3306	0.1239	1.1219	0.2575	-0.4100	0.0950
Ref (80)		0.2723	0.1344	1.0757	0.2250	-0.4302	0.1690

Tabla 6. 2 Parámetros alcanzados por el modelo AP ante cambios de referencia para MISO

La segunda parte involucra variaciones en los parámetros de la planta y cambios en referencia poco después de que el sistema se ha estabilizado, esto con el fin de observar su desempeño.

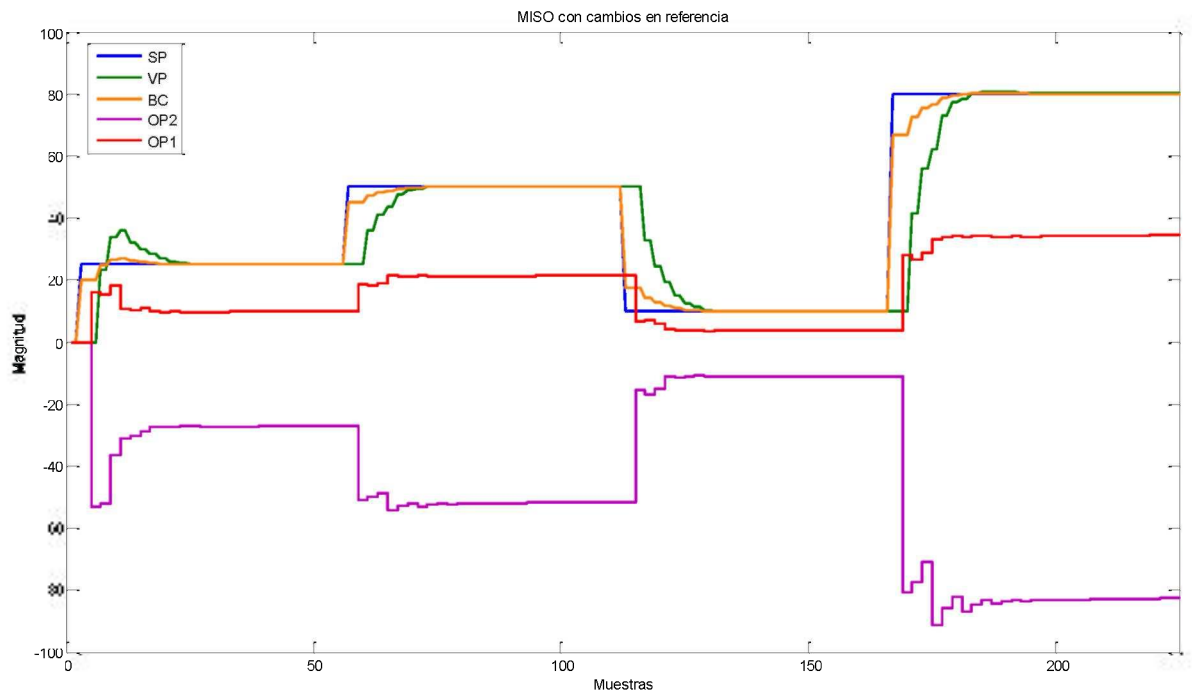


Figura 6. 1 Sistema MISO ante cambios en referencia

Las variaciones realizadas en los parámetros de la planta simulada se encuentran en la Tabla 6.3.

		Dinámicas variantes en el tiempo					
		$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	$c1$	$c2$
Planta original		0.5	0.1	0.445	0.32	-0.3	0.15
Variación 1		0.6	0.05	0.4	0.3	-0.2	0.1
Variación 2		0.5	0.1	0.2	0.4	-0.2	0.1
Variación 3		0.7	0.01	0.44	0.32	-0.1	0.2

Tabla 6. 3 Dinámicas variantes aplicadas a MISO

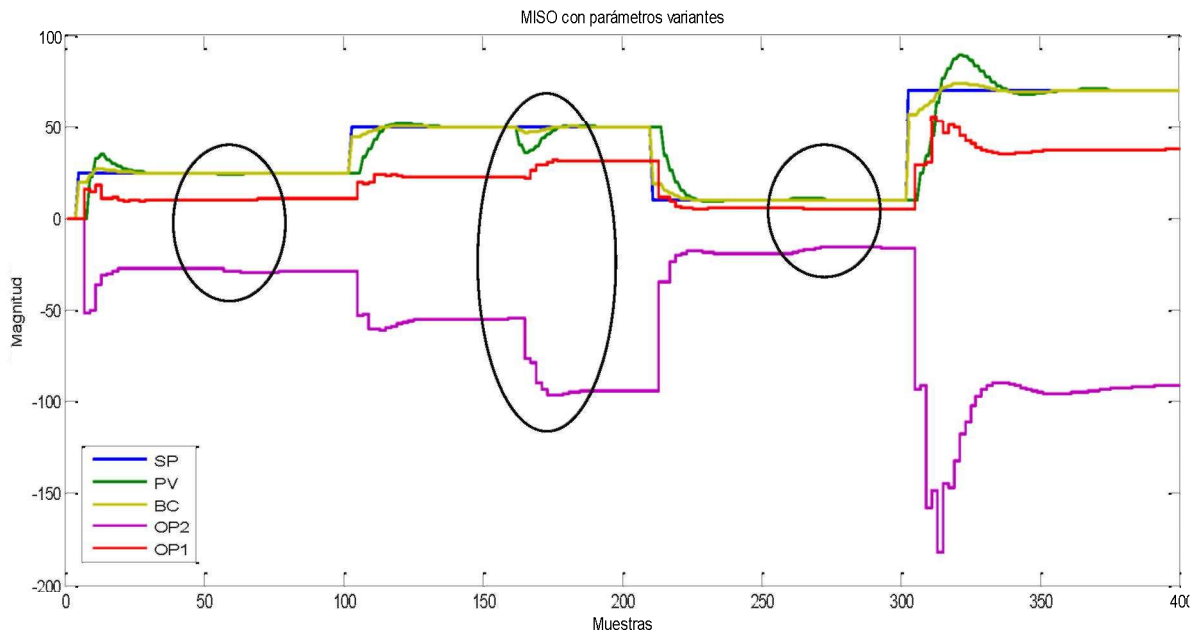


Figura 6. 2 MISO con dinámicas variantes en el tiempo

Los momentos en que se realizaron los cambios en los parámetros de la planta se encuentran marcados con círculos en la Figura 6.2, dependiendo de qué tan diferentes sean los cambios las oscilaciones en las manipulaciones aumentarán.

Los parámetros alcanzados por el modelo AP fueron:

	Parámetros alcanzados por el modelo AP para MISO						Ganancias	
	$a1$	$a2$	$b1$	$b2$	$c1$	$c2$	K_1	K_2
Planta original	0.5	0.1	0.445	0.32	-0.3	0.15	1.9125	-0.375
En el 1er cambio	0.3482	0.0779	1.1257	0.2281	-0.4227	-0.0778	2.3589	-0.872
En el 2do cambio	0.2476	0.0079	1.0043	0.1380	-0.3954	-0.0851	1.5343	-0.645
En el 3er cambio	0.3162	0.0901	1.0825	0.2598	-0.4157	-0.1507	2.2609	-0.954

Tabla 6. 4 Parámetros alcanzados por el modelo AP con un sistema MISO

Finalmente la introducción del ruido a un 10% de la manipulación, la respuesta del sistema MISO está representada en la Figura 6.3:

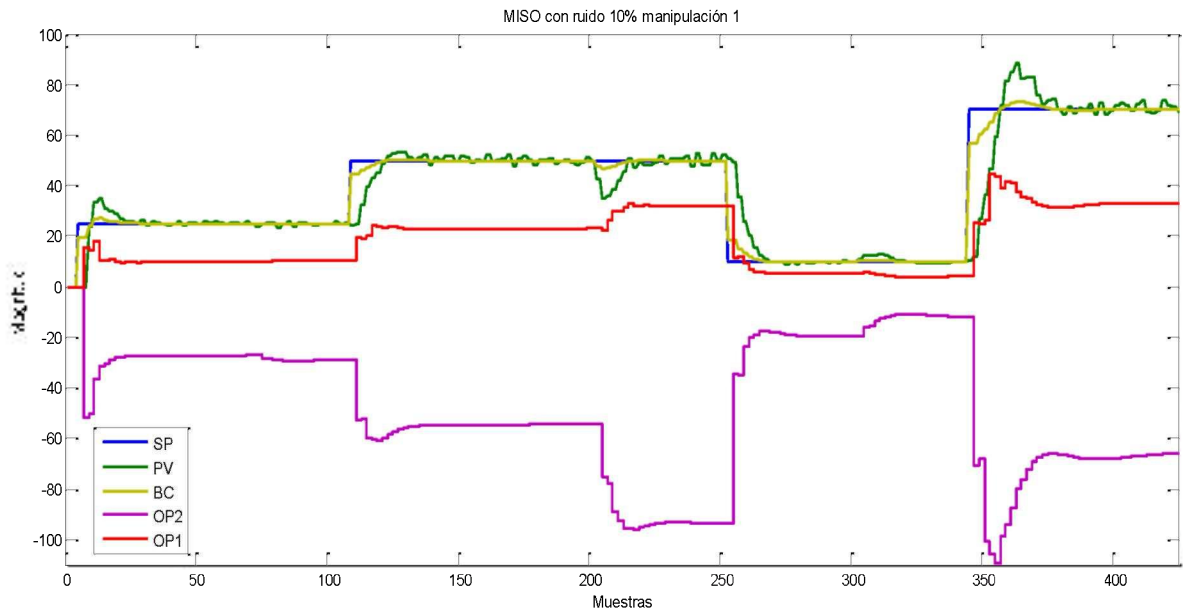


Figura 6. 3 MISO con ruido al 10% de la manipulación

Como sucedió para el caso SISO es difícil presentar los valores alcanzados por el modelo AP ya que los parámetros del mismo se mantienen fluctuando dentro de un rango de valores debido a la presencia del ruido, entre más grande sea éste los parámetros del modelo oscilarán aún más e incluso podrían llegar a perderse.

En el capítulo siguiente se enfatizan las áreas de oportunidad en las que se pueden realizar trabajos futuros así como las conclusiones derivadas de esta tesis.

CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se presentan las conclusiones que se derivan de este trabajo y la perspectiva de posibles trabajos futuros relacionados con la presente investigación

CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

7.1. Conclusiones

Con el desarrollo de este trabajo de tesis se puede concluir que los objetivos propuestos con respecto a la implementación del mecanismo de adaptación basado en el algoritmo recursivo del método de mínimos cuadrados en comparación con el control adaptivo-predictivo basado en [1], fueron alcanzados con buenos resultados.

En todas las pruebas realizadas, la implementación de MCR proporcionó una mejora notable en la respuesta del sistema al alcanzar en forma gradual los parámetros de la planta propuesta y al mismo tiempo mejoró su desempeño ante cambios de referencia futuros e incluso en la aplicación de variaciones en los parámetros de la planta, donde se pueden ver los resultados con mayor claridad en el Capítulo 5.

Mientras que en el CAP con mecanismo de adaptación basado en [1], se hace mayor énfasis en que la ganancia de adaptación del sistema sea igual o muy similar a la real, sin importar si los parámetros del modelo AP alcanzaron a los reales. El mecanismo de adaptación por MCR logra calcular los parámetros del modelo AP de forma muy exacta logrando así obtener la misma ganancia de adaptación que el proceso real simulado y por consiguiente un error de estimación muy pequeño y en algunos casos sin ruido nulo.

De las simulaciones se observa que cambios pequeños o grandes en los parámetros iniciales con los cuales comienza la iteración el modelo AP, pueden afectar de forma significativa la respuesta del CAP. Esto se ve reflejado en la manipulación para que la variable de proceso alcance el valor deseado, sin embargo, estos cambios no afectan la respuesta o la manipulación en la aplicación de MCR como mecanismo de adaptación. Para cambios aún más bruscos el CAP basado en [1] puede presentar al principio un mayor número de oscilaciones hasta alcanzar su estado estable en la referencia, mientras que para la implementación de MCR como algoritmo de adaptación, las oscilaciones son de menor tamaño y menor duración.

Tanto la aplicación del control adaptivo predictivo basado en [1] como la implementación de la adaptación por mínimos cuadrados recursivos garantizan la estabilidad del sistema y el cumplimiento de los requerimientos establecidos en un inicio por la trayectoria deseada. La adaptación por MCR presenta un inconveniente ya que su tiempo de respuesta es un poco más lento al CAP en [1], sin embargo éste último puede presentar sobretiros y

alcanzar la referencia en menor tiempo. Estas conclusiones se obtuvieron de procesos simulados, dejando un amplio campo de trabajo para experimentar en procesos reales la implementación del CAP con MCR como mecanismo de adaptación.

Se presentó un análisis detallado de la extensión del control adaptivo - predictivo para el caso MISO particularmente de dos entradas y una salida, en el cual se presentan las fórmulas implementadas para obtener ambas manipulaciones y los resultados en simulación obtenidos con el CAP basado en [1] extendido a MISO.

Utilizando el software LabWindows/CVITM y la implementación previamente realizada por [9] para el control adaptivo predictivo, no sólo se observó el desempeño del CAP basado en [1] implementado para sistemas SISO (single input – single output) y procesos MISO (multiple input – single output) sino también la implementación del mecanismo de adaptación por MCR, abriendo un nuevo horizonte de investigación donde se pueden realizar trabajos a futuro que profundicen más sobre los efectos de las variables involucradas: entradas, salidas, ruidos, variaciones en los parámetros de la planta, etc.

A continuación se presenta una perspectiva de los trabajos futuros que pudieran ser realizados sobre los desarrollos e implementaciones efectuadas en el presente trabajo .

7.2. Trabajos Futuros

Con los desarrollos realizados en este trabajo se abre la posibilidad de la investigación más a profundidad en los siguientes temas:

- Probar la robustez de la implementación del mecanismo de adaptación de MCR en procesos reales, en comparación con CAP [1] y principalmente ante la introducción de ruidos y dinámicas variantes en el tiempo.
- Modificar la estructura del modelo AP MISO por un sistema multivariable MIMO (multiple inputs – multiple outputs) ya que la mayoría de las técnicas de control se plantean para sistemas monovariantes, de forma tal, que resultaría importante evaluar el desempeño del controlador para sistemas con más de una entrada y una salida.
- Implementar MCR a los procesos multivariantes y comparar su desempeño con CAP [1].
- Integrar un sistema experto que modifique la adaptación.
- Implementar otros esquemas de control basados en la estrategia de control adaptivo predictivo experto.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sánchez, Juan Manuel y José, Rodellar. Control Adaptivo Predictivo Experto. ADEX. Metodología, Diseño y Aplicación. Madrid: UNED, 2005.
- [2] Ogata, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. Madrid: Prentice Hall, 2003.
- [3] Nise, Norman. Sistemas de Control para Ingeniería. CECSA, 2006
- [4] Ogata, Katsuhiko. Discrete – Time Control Systems. Prentice Hall, 1995.
- [5] Ogata, Katsuhiko. Problemas de Ingeniería de Control usando MATLAB. Madrid: Prentice Hall, 1999.
- [6] Rodríguez Rubio, Francisco y López Sánchez, Manuel Jesús. Control Adaptativo y Robusto. Universidad de Sevilla, 1996.
- [7] Torres Hernández, Laura Daniela. “Control Predictivo Generalizado”, ITESM, Campus Monterrey, 2000.
- [8] García Zazueta, Carlos Fernando. “Controlador adaptivo-predictivo: simulaciones para procesos con dinámicas variantes en el tiempo y su aplicación para el control de temperatura en un intercambiador de calor”. ITESM, Campus Monterrey, 2007.
- [9] Castillo Gómez, Joel. “Diseño e Implementación de un controlador adaptativo predictivo modular y su aplicación en una estructura avanzada de control”. ITESM, Campus Monterrey, 2008.
- [10] Galindo Aburto, Francisco. “Esquemas de control predictivo para regular la presión de vapor sobrecalentado en una central termoeléctrica de ciclo combinado”. ITESM, Campus Monterrey, 1996.
- [11] Pérez de la Parte, María Mercedes. “Control Predictivo con Modos Deslizantes”. Tesis Doctoral. Universidad de la Rioja. Escuela Superior de Ingenieros Universidad de Sevilla. Sevilla, 2004.
- [12] Bordons Alba, Carlos. “Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas”. Escuela superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla. Aguadulce, Almería 2000.
- [13] Cavanillas, A. Alonso, F. y Sánchez J.M. Caso Práctico: Evaluación de una Plataforma de Control Adaptativo Predictivo Experto en la Refinería de Escombreras.

- [14] Slaven, Ken. Control Adaptivo Predictivo Experto. Presentación para la rama de Estudiantes del IEEE de la UNED.
- [15] Mendíburu Díaz, Henry. Apuntes sobre la Introducción al Control Predictivo.
- [16] Jasso Córdoba, Fauso Maurillo. “Control de Procesos multivariables de alto orden con dinámicas disímiles”. ITESM, Campus Monterrey, 2002.
- [17] Galván Cortés, Héctor Manuel. “Adecuaciones a un controlador de modelo interno para el control de procesos multivariables acoplador con dinámicas disímiles”. ITESM, Campus Monterrey, 1997.
- [18] Marín Corral, José Enrique. “Control de Procesos Multivariables no Lineales empleando lógica difusa”. ITESM, Campus Monterrey, 1995.
- [19] Mosca, Edoardo. Optimal, Predictive and Adaptive Control. Prentice Hall, 1995.
- [20] Landau, Yoan D. Adaptive Control. Marcel Dekker, Inc, 1979.
- [21] Kanjilal, P.P. Adaptive prediction and predictive control. Peter Peregrinus Ltd. 1995.
- [22] Huang Sunan, Tan Kok Kiong y Lee Tong Heng. Applied Predictive Control. Springer, 2002.
- [23] Shinskey, F. G. Controlling Multivariable processes. Foxboro, 1981.
- [24] Modelado e identificación de problemas por mínimos cuadrados recursivos. 2003.
- [25] Manual National Instruments. LabWindows/CVI. 2006.