

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

DIVISION DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA



TECNOLÓGICO  
DE MONTERREY.

SINTONIZACION DE CONTROLADORES  
ANTEALIMENTADOS A PARTIR DEL  
COMPORTAMIENTO EN LAZO CERRADO

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS  
ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACION: INGENIERIA DE CONTROL

POR:

CLAUDIA MARGARITA SANCHEZ CAZARES

MONTERREY, N. L.

MAYO DE 2003

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY**

**CAMPUS MONTERREY**

**DIVISION DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA**



**TECNOLÓGICO  
DE MONTERREY.®**

**SINTONIZACION DE CONTROLADORES  
ANTEALIMENTADOS A PARTIR DEL  
COMPORTAMIENTO EN LAZO CERRADO**

**T E S I S**  
**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS**  
**ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACION: INGENIERIA DE CONTROL**

**P O R :**

**CLAUDIA MARGARITA SANCHEZ CAZARES**

**MONTERREY, N. L.**

**MAYO DE 2003**

# Agradecimientos

Agradezco a Dios por haberme dado la determinación para concluir este trabajo.

Agradezco al Dr. Jorge Limón Robles por su gran labor como asesor, transmitiéndome sus conocimientos y contagiándome su entusiasmo en el desarrollo de esta tesis. Por ser un gran maestro.

Agradezco a la Ing. Elvira Niño y a la Ing. Yolanda Sánchez por sus sugerencias y comentarios que enriquecieron este trabajo.

# **Resumen**

## **Sintonización de Controladores Antealimentados a partir del Comportamiento en Lazo Cerrado**

Claudia Margarita Sánchez Cázares  
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2003

Asesor de la tesis: Dr. Jorge Limón Robles

Existen procesos en los que el control retroalimentado no es suficiente para cumplir con los requerimientos del sistema, es entonces cuando se hace necesario el uso de técnicas tales como el control antealimentado, sin embargo por falta de experiencia o conocimiento del operador esta estrategia no se implementa aun siendo una característica incluida en muchos de los controladores comerciales

En esta tesis se presenta un método para calcular, en forma sencilla, los parámetros de sintonización de controladores antealimentados.

El método tiene la ventaja de emplear sólo la respuesta en lazo cerrado para el cálculo de dichos parámetros, lo que permite al proceso seguir funcionando de manera normal, mientras se sintoniza el antealimentador.

# Índice General

<b>Dedicatorias</b> .....	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	<b>IV</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>V</b>
<b>Nomenclatura</b> .....	<b>IX</b>
<b>1 Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1 Antecedentes.....	1
1.1.1 <i>Control Cascada</i> .....	2
1.1.2 <i>Control Antealimentado</i> .....	3
1.2 Objetivos .....	5
1.3 Contenido de la tesis .....	6
<b>2 Marco Teórico</b> .....	<b>7</b>
2.1 Control retroalimentado utilizando controladores PID .....	7
2.1.1 Acciones del controlador PID .....	8
2.1.2 Estructura ideal del PID.....	10
2.1.3 Métodos de Sintonización de un PID .....	14
2.2 Control antealimentado .....	16
2.2.1 Características estáticas y dinámicas del proceso .....	16

2.2.2	Diseño de controlador anteaalimentado óptimo .....	17
2.2.3	Casos especiales de funciones de transferencia de primer orden .....	19
<b>3</b>	<b>Método Propuesto .....</b>	<b>31</b>
3.1	Análisis de la información disponible en la respuesta de lazo cerrado .....	31
3.2	Caso de procesos de primer orden con tiempos muertos iguales .....	34
3.3	Comportamiento de un controlador anteaalimentado tipo Lead/Lag .....	35
3.4	Metodología propuesta .....	37
<b>4</b>	<b>Validación del Método Propuesto .....</b>	<b>39</b>
4.1	Procesos con dinámica de $G_p$ más lenta que la de $G_{LC}$ .....	40
4.1.1	Modelo 1: Procesos con dinámica de $G_p$ más rápida que la de $G_u$ .....	40
4.1.2	Modelo 2: Procesos con dinámica $G_p$ más lenta que la de $G_u$ .....	45
4.1.3	Modelo 3: Procesos con dinámica $G_p$ igual que la de $G_u$ .....	50
4.2	Procesos con dinámica de $G_p$ más rápida que la de $G_{LC}$ .....	55
4.2.1	Modelo 4: Procesos con dinámica $G_p$ más rápida que $G_u$ y $G_{LC}$ .....	55
4.3	Resultados .....	61
<b>5</b>	<b>Conclusiones .....</b>	<b>63</b>
5.1	Trabajos Futuros .....	64
	<b>Apéndice A .....</b>	<b>65</b>
A.1	Análisis de error en estado estacionario .....	65
A.2	Ganancia estática de estado estable de una FT .....	67
	<b>Apéndice B .....</b>	<b>69</b>

B.1 Sintonización ante cambios en perturbación para un PID con estructura ideal . .	69
B.2 Sintonización ante cambios en referencia para un PID con estructura ideal . . . .	69
<b>Bibliografía</b> .....	<b>71</b>

# Nomenclatura

$e(t)$	Error
$G_1$	Función de transferencia del proceso 1
$G_2$	Función de transferencia del proceso 2
$G_a$	Función de transferencia del anteaalimentador
$G_{ce}$	Función de transferencia del controlador esclavo
$G_{cm}$	Función de transferencia del controlador maestro
$G_p$	Función de transferencia del proceso ante $p(t)$
$G_u$	Función de transferencia del proceso ante $u_{fb}(t)$
$k_a$	Ganancia del anteaalimentador
$k_c$	Ganancia Proporcional del PID
$k_{ep}$	Coefficiente de error estático
$k_p$	Ganancia ante $p(t)$
$k_u$	Ganancia ante $u_{fb}(t)$
$K_{ultima}$	Ganancia última
$p(t)$	Perturbación
$r(t)$	Referencia
$t_p$	Tiempo muerto ante $p(t)$
$t_u$	Tiempo muerto ante $u_{fb}(t)$
$T_u$	Período último
$u_{fb}(t)$	Manipulación del control retroalimentado
$u_{ff}(t)$	Manipulación del control anteaalimentado
$u_t(t)$	Manipulación total $u_{fb} + u_{ff}$
$y_p(t)$	Salida de $G_p$
$y(t)$	Salida total del sistema
$y_u(t)$	Salida de $G_u$
$\tau_d$	Constante de tiempo derivativa
$\tau_i$	Constante de tiempo integral
$\tau_{lag}$	Constante de tiempo lag
$\tau_{lead}$	Constante de tiempo lead
$\tau_p$	Constante de tiempo ante $p(t)$
$\tau_u$	Constante de tiempo ante $u_{fb}(t)$



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Antecedentes

El control automático es parte integral de los procesos industriales y de manufactura modernos, resulta esencial en el control numérico de las máquinas herramienta en las industrias manufactureras y en operaciones industriales como el control de presión, temperatura, humedad, viscosidad, flujo, etc. Para mantener estas variables en un valor determinado se utilizan controladores industriales, cuya función es precisamente mantener la variable en un valor de referencia.

El controlador recibe la medición de la variable de proceso enviada por un transmisor o sensor y lo compara con la referencia. A partir de la diferencia entre el valor actual y la referencia, el controlador ordena una acción correctiva para lograr que la variable se mantenga en esta referencia o bien llegue a un nuevo valor. A la diferencia entre el valor actual de la variable y la referencia se le llama error y puede ser generado debido a que el proceso requiere un nuevo valor de referencia o debido a la presencia de factores externos que modifican el valor de la variable de salida, estos factores son conocidos como perturbaciones. Lo anterior se muestra en la figura 1.1, donde,  $r(t)$ , es el valor de referencia;  $u_{fb}(t)$ , es la acción correctiva enviada por el controlador;  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ , ...  $p_n(t)$ , son perturbaciones que afectan al proceso; y  $y(t)$ , es la variable de proceso.

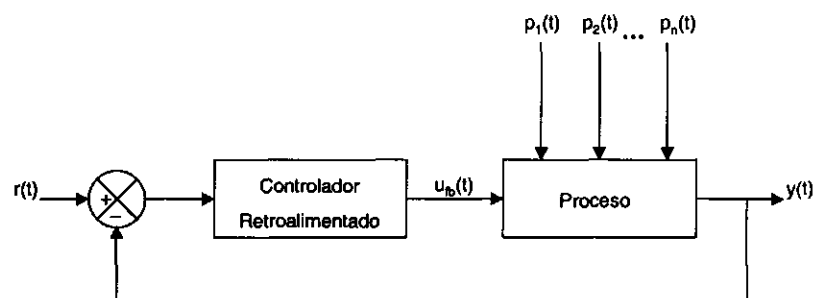


Fig. 1.1. Sistema de Control

El control retroalimentado, utilizando PID's forma parte de las capacidades básicas de los controladores industriales. Ya que existe un gran cantidad de procesos, estos controladores deben ser sintonizados para cada dinámica en particular. Una buena sintonización permite

que la respuesta alcance a la referencia en un tiempo razonablemente pequeño, con poca oscilación y sin error de estado estable.[4]

Aunque el PID en muchos casos es suficiente para cumplir con los requerimientos del sistema, existen procesos en los que el desempeño que se obtiene con este controlador es deficiente y se hace necesario el empleo de otras técnicas de control para complementarlo, tales como el control cascada y el control antealimentado.

### 1.1.1 Control Cascada

El control cascada se utiliza cuando el proceso a controlar se puede separar en dos procesos individuales en serie  $G_1$  y  $G_2$ , dónde  $G_1$  es significativamente más rápido que  $G_2$ .

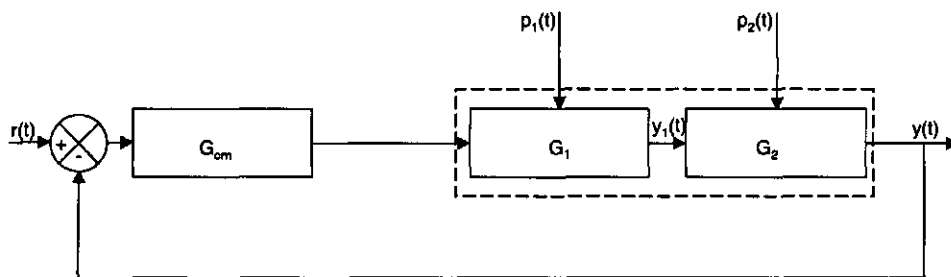


Fig. 1.2. Sistema de control con procesos separables

Cuando se utiliza control retroalimentado convencional en estos casos, las perturbaciones  $p_1(t)$  que afectan al proceso rápido no son detectadas por el controlador sino hasta después que se propagan y afectan al proceso lento. Dado que la dinámica dominante en el proceso es la de  $G_2$ , la acción correctiva del controlador resulta lenta.

En el control cascada, se coloca un controlador intermedio conocido como controlador esclavo  $G_{ce}$ , que mide la variable intermedia  $y_1(t)$  y envía una acción correctiva en cuanto un cambio es detectado en ésta, sin esperar que afecte la salida del proceso final  $y(t)$ . El valor en el cual el controlador esclavo debe mantener  $y_1(t)$  le es indicado por el controlador maestro  $G_{cm}$ , que es el encargado de evaluar y hacer que el valor final de  $y(t)$  llegue a la referencia.

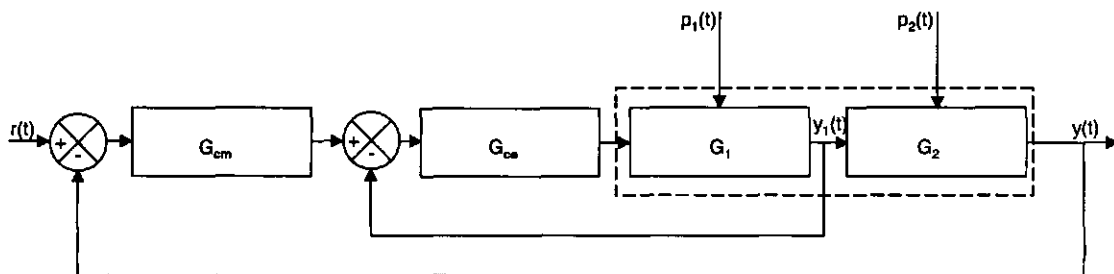


Fig. 1.3. Control Cascada

Al utilizar esta estrategia los efectos de las perturbaciones que afectan al proceso inicial, son corregidos en cuanto se detectan en  $y_1(t)$ , y por lo tanto su efecto sobre la respuesta final del proceso es reducido. La mejoría en el comportamiento del lazo depende de la diferencia en la rapidez del proceso inicial y el proceso final. Para que la mejoría sea considerable se requiere que el proceso inicial sea considerablemente más rápido que el final [2].

### 1.1.2 Control Anteaalimentado

El control anteaalimentado se utiliza cuando existe una perturbación o no-linealidad posible de medir, y que impacta en gran medida el comportamiento del proceso.

El concepto básico del control anteaalimentado es detectar la causa de la perturbación antes de que se propague al proceso y tomar las acciones correctivas adecuadas para minimizar su efecto sobre la variable controlada.

El controlador anteaalimentado se implementa siempre en conjunto con el controlador retroalimentado ya que mientras el primero se encarga de las perturbaciones principales que se pueden medir, el control retroalimentado se encarga de los cambios en el valor de referencia así como de las imprecisiones del controlador anteaalimentado y los efectos de otras perturbaciones que no están incluidas en la anteaalimentación, esto se muestra en la figura 1.4.

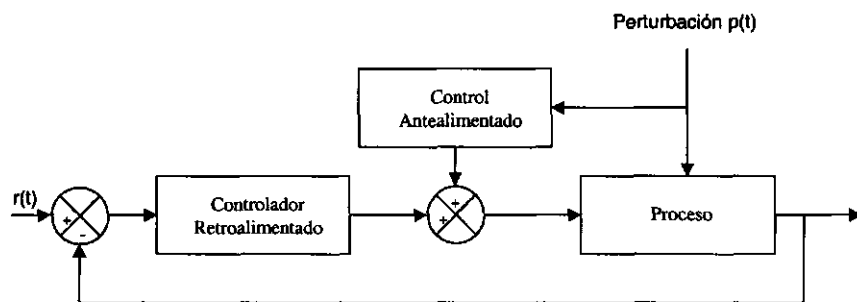


Fig. 1.4. Control Anteaalimentado.

Existen diferentes tipos de perturbaciones; algunas de ellas actúan sumando su efecto a la respuesta del proceso ante la señal del controlador, esto es, tienen efecto aditivo como se muestra en la figura 1.5; algunas otras son no-linealidades que en lugar de sumar su efecto al de la señal del controlador sobre el proceso, actúan alterando los parámetros del proceso (por ejemplo aumentando su ganancia y/o constante de tiempo). El tipo de controlador anteaalimentado que se requiere depende de la forma en que la perturbación afecta al proceso [2], [1].

Con el empleo de estas dos técnicas se puede lograr una mejora tan significativa en el desempeño del sistema que incluso muchos controladores comerciales incluyen la capacidad de implementarlas. Desgraciadamente, el potencial de estos controladores es

desaprovechado, en muchas ocasiones, debido a la falta de experiencia o conocimiento de los operadores en la configuración de estas estrategias y en la sintonización de los controladores

Para sintonizar un controlador antealimentado como el mostrado en el sistema de la figura 1.5 el experto usualmente pone el controlador en manual y aplica un cambio en la manipulación para obtener el modelo del proceso  $G_u$ , posteriormente hace lo mismo con la perturbación para conseguir  $G_p$  y a partir de ellos sintoniza el controlador antealimentado. Este procedimiento, además de requerir del conocimiento del experto para la configuración y sintonización del controlador, requiere de desviaciones significativas de la variable controlada durante el proceso de identificación, lo cual, en muchas ocasiones, no es tolerable por los procesos industriales reales.

La motivación central de esta investigación es desarrollar una metodología de identificación del proceso ( $G_u$  y  $G_p$ ) y de ajuste del controlador antealimentado que no trastorne la operación normal del proceso, es decir que se pueda realizar a partir de los datos de operación normal en lazo cerrado, y que pueda ser aplicada por usuarios no experimentados.

## 1.2 Objetivos

Por lo anteriormente planteado, esta tesis tiene como objetivo lo siguiente:

i. Desarrollar un método de identificación en lazo cerrado que permita obtener la información relevante para la sintonización de un controlador antealimentado a partir del comportamiento del proceso en lazo cerrado.

ii. Desarrollar un método de ajuste de controladores antealimentados que pueda ser aplicado por usuarios no expertos.

La investigación se enfocará en procesos lineales en los cuales el efecto de la perturbación es aditivo, es decir que puedan ser modelados como se aprecia enseguida.

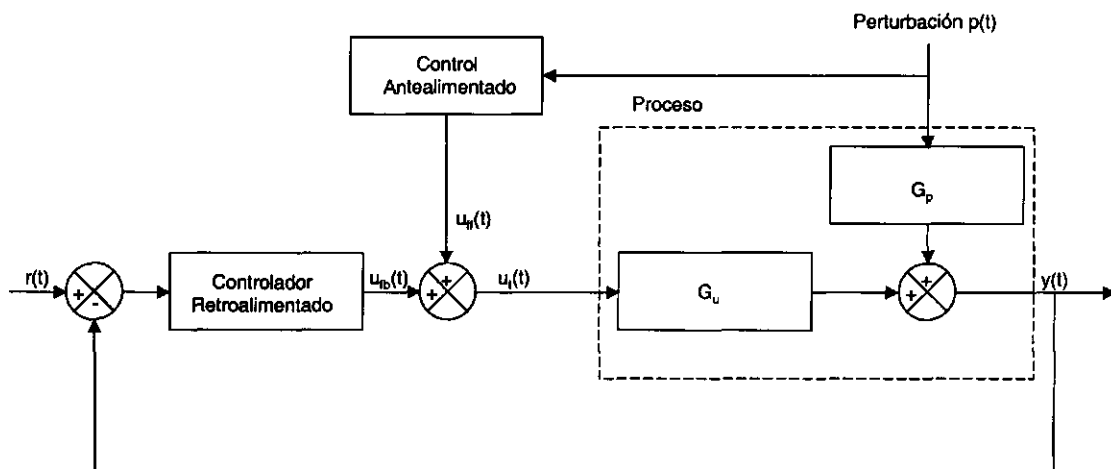


Fig. 1.5. Sistema bajo estudio

En la figura 1.5 se muestra como el efecto debido a la perturbación se suma a la salida producida por la manipulación del control retroalimentado.

Donde:

$p(t)$	Perturbación
$y(t)$	Salida del sistema
$u_{fb}(t)$	Manipulación del controlador retroalimentado
$u_{ff}(t)$	Manipulación del controlador antealimentado
$G_u$	Función de transferencia entre $u_{fb}(t)$ e $y(t)$
$G_p$	Función de transferencia entre $p(t)$ e $y(t)$

La metodología será desarrollada teóricamente y evaluada mediante simulación, ante procesos con diferentes características.

## **1.3 Contenido de la tesis**

Esta tesis se divide en cuatro capítulos. En el Capítulo 1, se exponen los antecedentes del control automático y se plantea la necesidad del empleo de estrategias de control tales como el antealimentado.

En el capítulo 2 se hace una revisión del control retroalimentado, sus acciones básicas, estructura y métodos de sintonización. En este capítulo se revisa también el control antealimentado, su función de transferencia óptima, su comportamiento, así como la función de cada uno de los parámetros necesarios para sintonizarlo.

En el capítulo 3, parte central de la tesis, se analiza la información del sistema disponible en lazo cerrado, se analiza el comportamiento de un controlador antealimentado lead/lag y se propone una metodología para obtener los parámetros de sintonización del controlador antealimentado en lazo cerrado.

El capítulo 4, presenta la evaluación, llevada a cabo mediante simulación, y los resultados de la aplicación del método ante diferentes modelos de sistemas de control.

Finalmente, en el capítulo 5, a partir de los resultados obtenidos, se presentan las conclusiones y los trabajos futuros que pueden ser desarrollados partiendo de esta tesis.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1 Control retroalimentado utilizando controladores PID

En la figura 2.1 se muestra el sistema bajo estudio incluyendo, el bloque de control retroalimentado. La respuesta del proceso ante un cambio de referencia y una perturbación se muestran en la figura 2.2, en ésta se puede observar cómo a medida que la perturbación entra al proceso, la variable controlada,  $y(t)$ , se desvía de su punto de referencia y el control retroalimentado compensa manipulando otra de las entradas al proceso, la variable  $u_{fb}(t)$ .

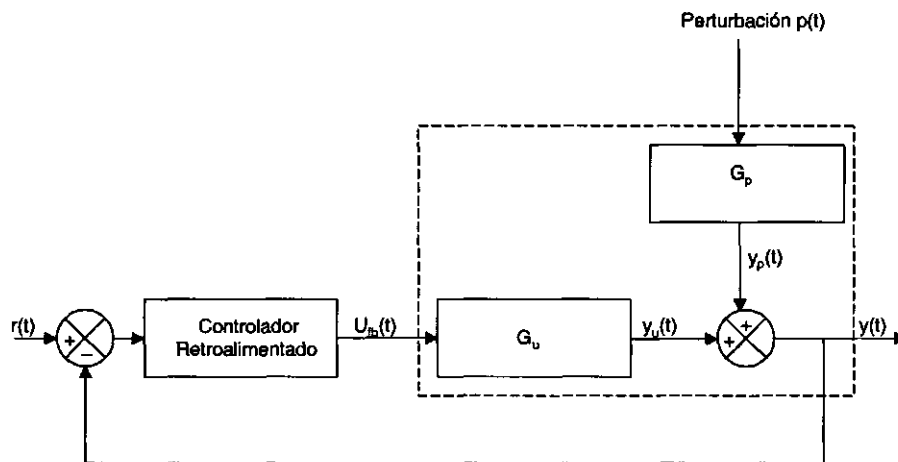


Fig. 2.1. Sistema bajo estudio con control retroalimentado

La ventaja del control retroalimentado es su simplicidad. Su desventaja es que para que sea posible compensar las perturbaciones, la variable controlada debe, primero, desviarse de su punto de referencia, esto es, el control retroalimentado resulta en una desviación temporal de la variable controlada, como se muestra en la figura 2.2.

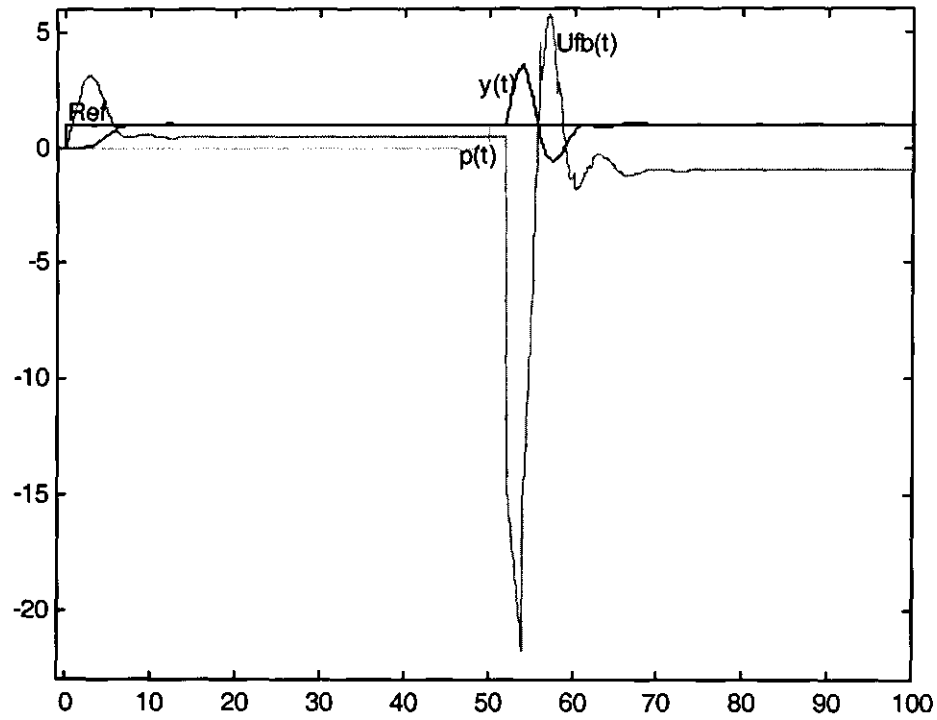


Fig. 2.2 Respuesta usando control retroalimentado.

El controlador PID o sus versiones simplificadas (PI, P) son ampliamente utilizados en la industria para implementar el control retroalimentado, debido a la facilidad de su uso y a su desempeño relativamente adecuado en la mayoría de los procesos [6].

### 2.1.1 Acciones del controlador PID

En el controlador PID pueden distinguirse tres acciones de control básicas: proporcional, integral y derivativa, las cuales se interrelacionan entre sí para producir una señal de salida, [2].



### Acción proporcional

La acción proporcional se refiere a que el controlador genera una salida proporcional al tamaño del error (diferencia entre la variable del proceso y la referencia). Esta acción se ajusta mediante la constante de ganancia proporcional,  $k_c$ .

$$u_{fb}(t) = u_{fb_{ss}} + k_c e(t) \quad (2.1)$$

Si el error cambia, debido a una perturbación o a cambios en referencia, la acción proporcional cambia la salida del controlador a un nuevo valor para reducir dicho error. Cuando el error deja de cambiar, la acción proporcional también lo hace, independientemente de que la variable del proceso haya alcanzado o no la referencia deseada, por lo cual se presenta un error constante o error de estado estable. El error de estado estable en la variable controlada, es una característica de la acción proporcional.

### Acción Integral

La acción integral también conocida como "reset", mantiene o regresa la variable del proceso al valor de la referencia. Al combinar la acción integral con la acción proporcional se elimina el error de estado estable u "offset".

$$u_{fb}(t) = u_{fb_{ss}} + k_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt \right] \quad (2.2)$$

Con la acción integral, cualquier desviación ente la variable del proceso y la referencia causará que la salida del controlador se incremente o decremente (integre) a una velocidad proporcional al tamaño del error existente. Mientras más grande sea el error, mayor será la velocidad de cambio en la salida.

La acción integral se ajusta mediante la constante de tiempo integral,  $\tau_i$  (expresada en minutos/repetición). muchos controladores usan su inverso, conocido como "reset", que se mide en repeticiones por minuto y significa el número de veces por minuto que el controlador repetirá la acción proporcional en la señal remanente del error. Mientras más grande sea el valor del reset, más activa será la salida del controlador para corregir el error.

### Acción derivativa

Conocida también como *acción predictiva*, puede ser muy útil para ayudar a minimizar la cantidad de error durante una perturbación en el proceso.

La acción derivativa trabaja midiendo la velocidad de cambio en el error, anticipándose al tamaño del error que el lazo de control encontrará, y agregando un valor extra a la salida del controlador para corregir este error anticipado. De esta manera, podemos reducir el error futuro tomando la acción correctiva antes de que se presente.

Esta acción se ajusta mediante la constante de tiempo derivativa,  $\tau_d$  que se expresa en minutos y significa la cantidad de tiempo que el controlador "ve hacia el futuro" para anticipar el error. La ecuación 2.3, incorpora los tres efectos del controlador.

$$u_{fb}(t) = u_{fb_{ss}} + k_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt + \tau_d \frac{de}{dt} \right] \quad (2.3)$$

Los lazos de control de procesos que tienden a ser estables y que tienen tiempos muertos considerables pueden aprovechar muy bien esta acción; sin embargo no todos los lazos pueden tolerarla. Especialmente en los casos en los que el ruido es excesivo la acción derivativa puede ocasionar oscilaciones bruscas que en lugar de mejorar el desempeño del sistema lo deterioran.

### 2.1.2 Estructura ideal del PID

En el controlador PID aparecen las tres acciones de control mencionadas, sin embargo, la parte que aporta cada una a la salida del controlador depende de la estructura del controlador y de los valores de los parámetros del mismo. Existen diferentes tipos de estructuras, las más usuales son: ideal, clásica, no-interactiva e industrial[2]. La ecuación 2.4 muestra la estructura ideal.

$$u_{fb} = k_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int edt + \tau_d \frac{de}{dt} \right] \quad (2.4)$$

donde:

$u_{fb}(t)$	Manipulación o acción de control calculada por el controlador
$e(t)$	Error definido como: $e(t) = r(t) - y(t)$
$r(t)$	Referencia
$y(t)$	Salida del sistema

En Laplace se representa como:

$$U_{fb}(s) = k_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right] E(s) \quad (2.5)$$

#### Acción Derivativa sobre la Salida

En ocasiones, suele modificarse la ecuación de control considerando el comportamiento del término derivativo.

Si se analiza como se compone la derivada del error se tiene:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.6)$$

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.7)$$

Al momento en que se presenta un cambio en la referencia, su derivada con respecto al tiempo tiende a infinito y con esto la salida del controlador tiene un brinco indeseado.

$$\frac{de(t)}{dt} = \infty - \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.8)$$

Instantes después la referencia se mantiene constante y por lo tanto su derivada es cero. Cuando se presenta una perturbación, la referencia no cambia y sólo se tiene:

$$\frac{de}{dt} = \frac{dr}{dt} - \frac{dy}{dt} \quad (2.9)$$

$$\frac{de}{dt} = 0 - \frac{dy}{dt} \quad (2.10)$$

Esto es, el término derivativo se ve afectado sólo por la derivada de la variable de control con signo invertido, ya que la referencia se mantiene constante.

Por esta razón, si se desea eliminar el brinco ante cambios en referencia sin alterar el comportamiento ante perturbaciones, el término  $\frac{de(t)}{dt}$  suele sustituirse por  $-\frac{dy(t)}{dt}$ , para que la acción derivativa actúe sólo sobre la respuesta con signo cambiado. A esto se le conoce como un controlador PID con acción derivativa en la salida.

Con este cambio, el controlador PID adquiere la siguiente estructura en Laplace:

$$U_{fb}(s) = k_c[E(s) + \frac{1}{\tau_i s}E(s) - s\tau_d Y(s)] \quad (2.11)$$

### Acción proporcional sobre la salida

Con el propósito de que el controlador PID actúe tanto ante cambios en referencia como ante perturbaciones se hace que tanto la acción derivativa como la proporcional actúen sobre la respuesta en lugar de sobre el error [1], [3], quedando la estructura del PID de la siguiente manera:

$$u_{fb}(t) = k_c[-y(t) + \frac{1}{\tau_i s}e(t) - s\tau_d y(t)]$$

Esta estructura se puede obtener si suponemos que el proceso tiene el mismo comportamiento tanto ante cambios en referencia como ante perturbaciones como se muestra enseguida:

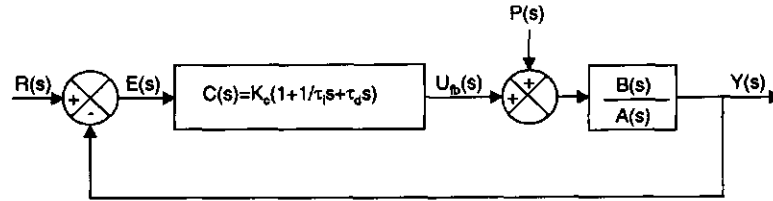


Fig. 2.3. Sistema de control utilizando PID

De la figura 2.3 la función de transferencia entre la perturbación y la salida es la siguiente:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{\frac{B(s)}{A(s)}}{1 + k_c \frac{\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2}{\tau_i s} \frac{B(s)}{A(s)}}$$

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{\tau_i s B(s)}{A(s) \tau_i s + k_c (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2) B(s)} \quad (2.12)$$

Y la función de transferencia entre la referencia y la salida se muestra enseguida:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{B(s)}{A(s)} k_c \left( \frac{\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2}{\tau_i s} \right)}{1 + k_c \frac{\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2}{\tau_i s} \frac{B(s)}{A(s)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{B(s) k_c (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)}{A(s) \tau_i s + k_c (\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2) B(s)} \quad (2.13)$$

Observemos las diferencias entre las funciones de transferencia de la ec. 2.12 y la ec. 2.13. Los denominadores son iguales, mientras que los numeradores son distintos. En el caso de la función de transferencia ante perturbaciones existe una  $s$  en el numerador que ayuda a que la ganancia estática ante perturbaciones sea cero. Sin embargo, esta no es la única diferencia, existe, también, un término  $(\tau_i s + 1 + \tau_i \tau_d s^2)$  que sólo aparece en la función de transferencia ante cambios en referencia. Estos ceros adicionales son los causantes del comportamiento diferente del PID convencional ante cambios en referencia y perturbaciones. Si deseáramos que ambos comportamientos fuesen iguales, requeriríamos que tales ceros adicionales no existieran.

Por tanto se propone un nuevo controlador como el de la figura 2.4:

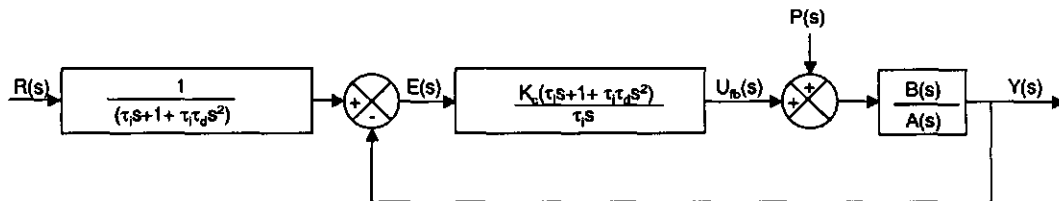


Fig. 2.4. Controlador Propuesto

Si utilizamos el álgebra de diagrama de bloques obtenemos:

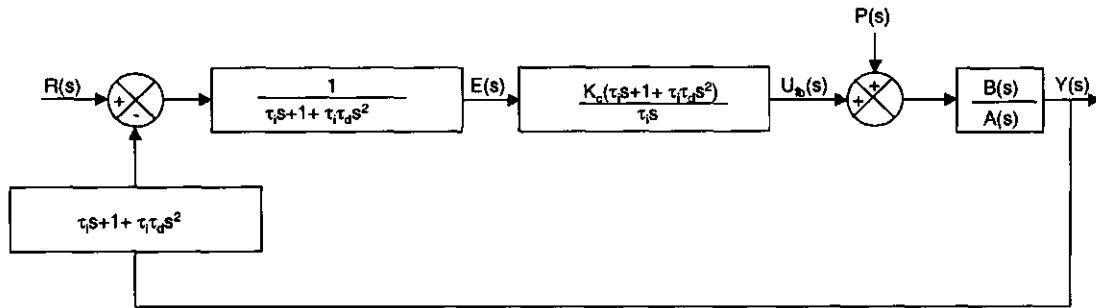


Fig. 2.5. Controlador Propuesto

Lo cual se reduce a:

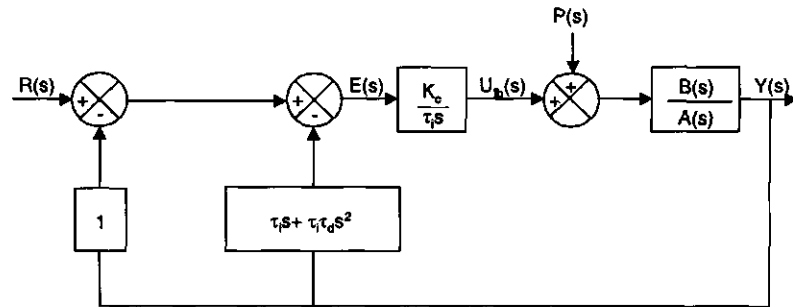


Fig. 2.6. Controlador Propuesto

y finalmente,

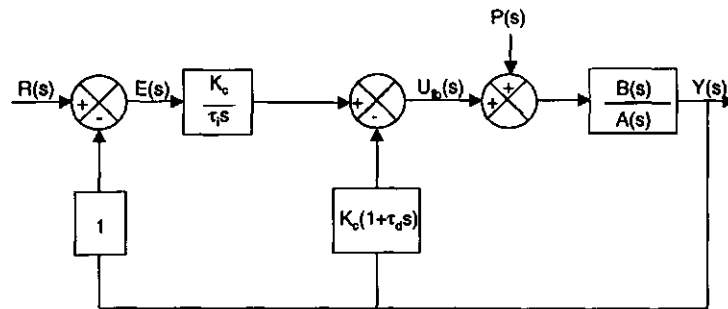


Fig. 2.7. Controlador Propuesto

y de esta forma podemos ver que:

$$U_{fb}(s) = \frac{k_c}{\tau_i s} E(s) - k_c(1 + \tau_d s)Y(s)$$

$$U_{fb}(s) = k_c \left( -Y(s) + \frac{1}{\tau_i s} E(s) - \tau_d s Y(s) \right) \quad (2.14)$$

Se observa que esta modificación realizada para lograr el mismo comportamiento ante cambios en referencia y ante perturbaciones, consiste simplemente en que tanto la acción proporcional como la derivativa actúan sobre la respuesta con signo negativo. Este PID modificado esta disponible en algunos controladores industriales (tales como la ec del PID B del UDC 6300 de Honeywell).

La modificación anterior altera el comportamiento del controlador sólo ante cambios en referencia, ya que ante perturbaciones, como la referencia no cambia, la respuesta será la misma que la del PID convencional. Por lo tanto es recomendable que este PID modificado se sintonice para obtener un buen comportamiento ante perturbaciones y en forma natural se obtendrá también ante cambios en referencia, como se ilustra en la figura 2.2.

### 2.1.3 Métodos de Sintonización de un PID

Sintonizar consiste en ajustar los parámetros de un controlador para obtener una respuesta específica en un lazo de control. Los valores de los parámetros de sintonización dependerán de las características dinámicas del proceso y del lazo cerrado deseado[2].

Existen diferentes métodos de sintonización, los principales se describen enseguida.

#### Método de prueba y error

Este método es uno de los más usados a nivel industrial, no porque sea el más efectivo, sino porque se desconocen los otros métodos o bien porque no se saben aplicar en forma correcta.

Para utilizar este método se debe tener conocimiento del efecto de cada parámetro sobre la respuesta y ajustarlo por prueba y error hasta obtener una respuesta satisfactoria.

Este método consume mucho tiempo y la calidad de los resultados depende de la pericia del usuario.

#### Método de ganancia última

El método Ziegler-Nichols para la sintonización de controladores utiliza el punto de estabilidad crítica del proceso. El método es aplicado en lazo cerrado, deshabilitando las acciones integral y derivativa del controlador. Se debe modificar el valor de la ganancia proporcional  $k_c$  hasta hacer que el proceso oscile con amplitud y período constantes, es decir, hasta que el proceso esté en su límite de estabilidad. La ganancia proporcional que provoca las oscilaciones es llamada ganancia última  $K_{última}$  y el período de oscilaciones es llamado período último  $T_u$ .

A partir de estos valores, se utilizan las fórmulas de sintonía siguientes.

Para un controlador P:

$$k_c = \frac{K_{\text{última}}}{2} \quad (2.15)$$

Para un controlador PI:

$$k_c = \frac{K_{\text{última}}}{2,2} \quad (2.16)$$

$$\tau_i = \frac{T_{\text{último}}}{1,2} \quad (2.17)$$

Para un controlador PID:

$$k_c = \frac{K_{\text{última}}}{1,7} \quad (2.18)$$

$$\tau_i = \frac{T_{\text{último}}}{2} \quad (2.19)$$

$$\tau_d = \frac{T_{\text{último}}}{8} \quad (2.20)$$

El criterio para el que han sido desarrolladas estas fórmulas es el de obtener una respuesta con una razón de decaimiento,  $r$ , de  $\frac{1}{4}$  de amplitud, esto es, en cada oscilación el valor de pico se atenúa a una cuarta parte de su valor anterior.

Este método está más enfocado hacia perturbaciones y su desempeño ante éstas usualmente es satisfactorio. Si se aplica a un PID convencional, ante cambios en referencia tendrá sobretiros elevados cercanos al 50 % (el sobretiro en un segundo orden puro es  $m_p = \sqrt{r} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5$ ). Sin embargo, si se utiliza la ec. 2.14 del PID modificado el comportamiento ante perturbaciones seguirá siendo satisfactorio y el comportamiento ante cambios en referencia lo será también.

Sin embargo, una razón de decaimiento de  $\frac{1}{4}$  no es el mejor desempeño posible. Dependerá de las especificaciones y características de cada proceso en particular si se acepta o no, dicho comportamiento. Generalmente, el controlador resulta con una acción de control "agresiva" (de grandes amplitudes, provocando saturaciones y sobretiros) ya que el método garantiza la existencia de sobretiro en la respuesta.

### Método de criterios integrales

Este procedimiento de sintonía consiste en aplicar una prueba escalón en lazo abierto al proceso para obtener el modelo de primer orden con tiempo muerto, ya sea por métodos gráficos o computacionales. A partir del modelo obtenido, se pueden utilizar una serie de fórmulas para la sintonía de acuerdo al tipo de controlador y a la respuesta deseada, ya sea para cambios en referencia o para rechazo de perturbaciones. Cabe mencionar que los parámetros utilizados para cambios en referencia son diferentes a los utilizados para perturbaciones por lo que si se aplican a un controlador PID convencional, éste dará buenos resultados sólo para el tipo de entrada para la cual se hayan ajustado los parámetros.

Las fórmulas han sido diseñadas para minimizar diferentes criterios. Puede tratarse de criterios IAE (integral del error absoluto), ITAE (Integral del Error Absoluto Ponderado en el tiempo), ISE (Integral del Error al cuadrado). En el Apéndice B se incluyen las tablas de las fórmulas de sintonía de criterios integrales para controladores PID con estructura ideal. Nuevamente, si se utiliza un criterio de sintonización para perturbaciones con la ecuación del PID modificado, el comportamiento será satisfactorio en ambos casos.

### **Método de síntesis de controladores**

Consiste en especificar un comportamiento deseado, ante cambios en referencia, en lazo cerrado. Por ejemplo, se puede definir un comportamiento de primer orden considerando un valor deseado de constante de tiempo de lazo cerrado. A partir de este comportamiento deseado se obtienen los parámetros del controlador.

Este método de sintonización tiene como objetivo un comportamiento definido ante cambios en referencia, por lo que ante perturbaciones el comportamiento será tan lento como el proceso en lazo abierto, es por esto que se recomienda sólo para lazos rápidos en los que no se busca acelerar la respuesta, sino sólo controlarla. Existen fórmulas desarrolladas para calcular los parámetros del PID bajo este tipo de sintonización.

Utilizando cualquiera de los métodos anteriores (excepto síntesis de controladores) para perturbaciones, se obtendrán buenas respuestas como las de la figura 2.2 donde se puede observar, que al aplicar una perturbación en el instante cincuenta, la variable de salida sufre una desviación y se recupera relativamente rápido, no obstante, debemos mencionar que si bien existen muchos procesos que pueden permitir cierta cantidad de desviación, existen, también, muchos otros procesos en los que ésta debe ser minimizada a tal grado que el control retroalimentado no provee el comportamiento requerido. Para estos casos el control antealimentado puede ser de gran ayuda.

## **2.2 Control antealimentado**

La idea del control antealimentado es compensar las perturbaciones antes de que éstas afecten la variable controlada. Específicamente la antealimentación mide las perturbaciones antes de que entren al proceso y, en base a estas mediciones, calcula la variable manipulada requerida para mantener la variable controlada en su punto de referencia. Si los cálculos y las acciones son llevadas a cabo correctamente, la variable controlada permanecerá sin perturbaciones. Si la cancelación no es exacta el controlador retroalimentado corregirá las desviaciones remanentes [5]. La figura 2.3 muestra la forma de implementación usual.

### **2.2.1 Características estáticas y dinámicas del proceso**

La Figura 2.8 muestra el sistema bajo estudio con un controlador antealimentado. En este sistema el controlador antealimentado se da cuenta que la perturbación ha cambiado,



calcula un nuevo valor de  $u_{ff}(t)$  y lo envía al proceso para anular el efecto de  $p(t)$  y evitar que se presente una desviación en la variable de control. Para lograr esto se requiere que el efecto de  $p(t)$  a través de la ruta  $G_a G_u$  anule el correspondiente de la ruta  $G_p$ .

Para lograr una negación perfecta, el controlador anteaalimentado debe ser diseñado tomando en cuenta no sólo las características estáticas sino también las dinámicas.

Algunas veces el efecto de  $u_{ff}(t)$  sobre  $y(t)$  es más rápido que el de  $p(t)$  y se requiere retardar la acción correctiva. En otros casos el efecto  $p(t)$  sobre  $y(t)$  es más rápido que el de  $u_{ff}(t)$  y se requiere acelerar el controlador, esto con el fin de conseguir que los efectos se produzcan al mismo tiempo y de esta forma lograr una compensación perfecta.

No siempre es posible medir todas las perturbaciones y algunas ellas pueden ocurrir con tan poca frecuencia, que la necesidad de compensación anteaalimentada es cuestionable. El control anteaalimentado es usado para compensar el efecto de las perturbaciones medibles principales, es decir aquellas que ocurren frecuentemente y que ocasionan desviaciones significativas de la variable de proceso

### 2.2.2 Diseño de controlador anteaalimentado óptimo

Como se comentó anteriormente, en este trabajo se analiza el control anteaalimentado cuando la perturbación tiene efecto aditivo.

Se dice que la perturbación es aditiva cuando el efecto producido por ésta actúa sumándose al efecto producido por la variable manipulada en la salida. En la figura 2.8 se muestra el caso general.

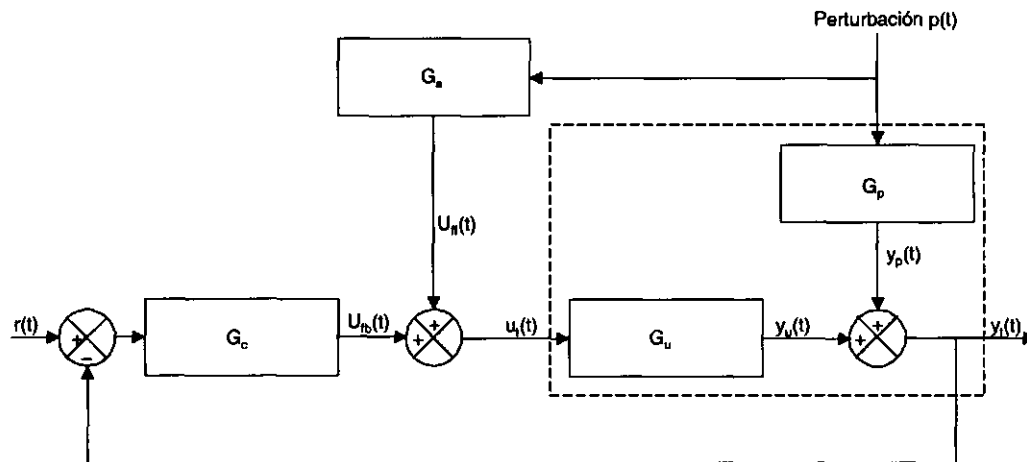


Fig. 2.8. Efecto aditivo de la perturbación

En este caso tenemos que para poder compensar completamente el efecto de la perturbación sobre el proceso, necesitamos que la parte de la respuesta  $y(t)$ , causada por  $p(t)$  sea cero. Como es un proceso lineal, usando superposición podemos plantearlo de la siguiente forma cuando sólo  $p(t)$  cambia:

$$Y(s) = P(s)G_p(s) + P(s)G_a(s)G_u(s) = 0$$

$$P(s)(G_p(s) + G_a(s)G_u(s)) = 0$$

Como la perturbación es diferente de 0, tenemos:

$$G_p(s) + G_a(s)G_u(s) = 0$$

$$G_a(s) = -\frac{G_p(s)}{G_u(s)} \quad (2.21)$$

De esta manera obtenemos la función del bloque anteaalimentador óptimo.

### Caso de funciones de transferencia de primer orden

Si  $G_u$  y  $G_s$  corresponden a funciones de transferencia de primer orden o se pueden aproximar como tales:

$$G_u(s) = \frac{k_u e^{-\theta_u s}}{\tau_u s + 1}$$

$$G_p(s) = \frac{k_p e^{-\theta_p s}}{\tau_p s + 1}$$

entonces,

$$G_a = -\frac{k_p \tau_u s + 1}{k_u \tau_p s + 1} e^{-(\theta_p - \theta_u)s}$$

o en forma equivalente:

$$G_a = k_a \frac{\tau_{lead} s + 1}{\tau_{lag} s + 1} e^{-\theta_a s} \quad (2.22)$$

donde:

$$k_a = -\frac{k_p}{k_u}$$

$$\tau_{lead} = \tau_u$$

$$\tau_{lag} = \tau_p \quad (2.23)$$

$$\theta_a = \theta_p - \theta_u$$

La función de transferencia de la forma de la ecuación 2.8 es muy utilizada y recibe el nombre de Lead/Lag

### 2.2.3 Casos especiales de funciones de transferencia de primer orden

Para diferentes parámetros del proceso ante la manipulación y la perturbación existen diferentes casos los cuales se explican a continuación.

#### Caso 1 $\theta_u > \theta_p$ .

Si  $\theta_u > \theta_p$  entonces  $G_a$  incluiría un tiempo negativo lo cual es imposible de construir, específicamente el efecto causado por la perturbación no podrá ser eliminado completamente sino sólo reducido, el bloque anteaalimentador no puede contener tiempo muerto.

Enseguida se muestra un ejemplo de esto utilizando las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{1e^{-1s}}{28s+1}$$

La función del anteaalimentador teórica  $G_a$  y la función de transferencia aplicada  $G_{aa}$  son las siguientes:

$$G_a(s) = -\frac{1}{2} \frac{(20s+1)e^{1s}}{28s+1}$$

$$G_{aa}(s) = -\frac{1}{2} \frac{20s+1}{28s+1}$$

En la figura 2.9 se muestra como el efecto de la perturbación no puede ser cancelado completamente debido a que  $\theta_u > \theta_p$ , lo que obliga a implementar el controlador sin hacer uso de tiempo muerto.

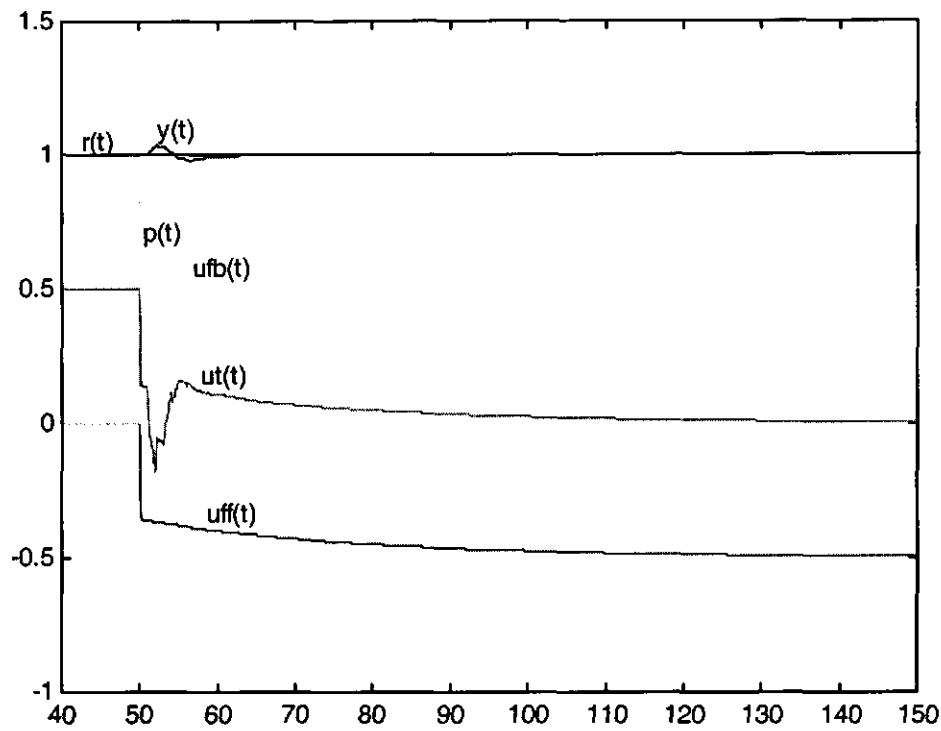


Fig. 2.9. El efecto de la perturbación no puede ser cancelado cuando  $\theta_u > \theta_p$ .

### Caso 2 $\tau_u = \tau_p$ y $\theta_u = \theta_p$

En el caso en que tanto las constantes de tiempo como los tiempos muertos son iguales, es decir,  $\tau_u = \tau_p$  y  $\theta_u = \theta_p$ , tenemos:

$$G_a = \frac{\frac{k_p}{\tau_p+1}}{\frac{k_u}{\tau_u+1}} e^{-(\theta_p-\theta_u)}$$

Lo cual se reduce a:

$$G_{aa} = G_a = -\frac{k_p}{k_u} = k_a$$

En este caso tanto la FT teórica como la aplicada son iguales y resultan en un controlador de una simple ganancia cuya constante  $k_a$ , si no se conoce, se puede ajustar al tanteo y pueden suceder cuatro subcasos que se describen a continuación

Utilizando las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{20s+1}$$

tenemos:

$$k_a = -1,5$$

### *Sobreajustar*

Cuando el valor absoluto asignado a la constante  $k_a$  es mayor del requerido, se provoca que la respuesta no sólo alcance el valor de referencia sino que lo sobrepase en sentido contrario al que provocaría la perturbación, en este caso se dice que el controlador anteaalimentado está sobreajustado, lo anterior se muestra en la figura 2.10.

Si aplicamos la siguiente ganancia:

$$k_{aa} = -3$$

Obtenemos:

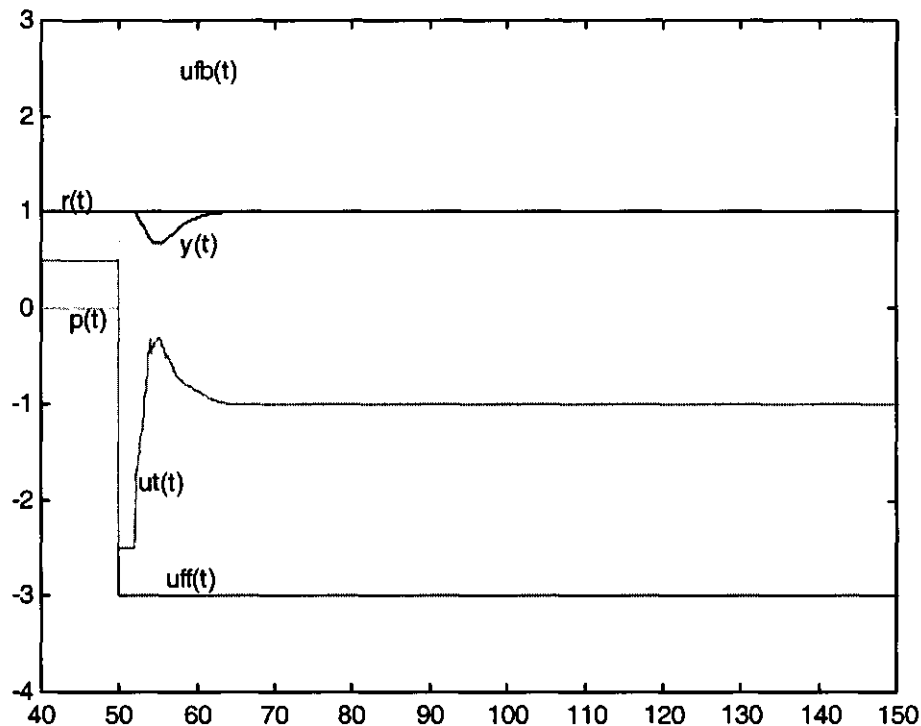


Fig. 2.10. Sobreajuste del controlador anteaalimentado

### *Ajustar con signo equivocado*

Cuando el anteaalimentador se ajusta con signo equivocado el efecto del anteaalimentador se suma al efecto de la perturbación sobre la respuesta, esto se muestra en la figura 2.11.

Si aplicamos la siguiente ganancia:

$$k_{aa} = 1,5$$

Obtenemos:

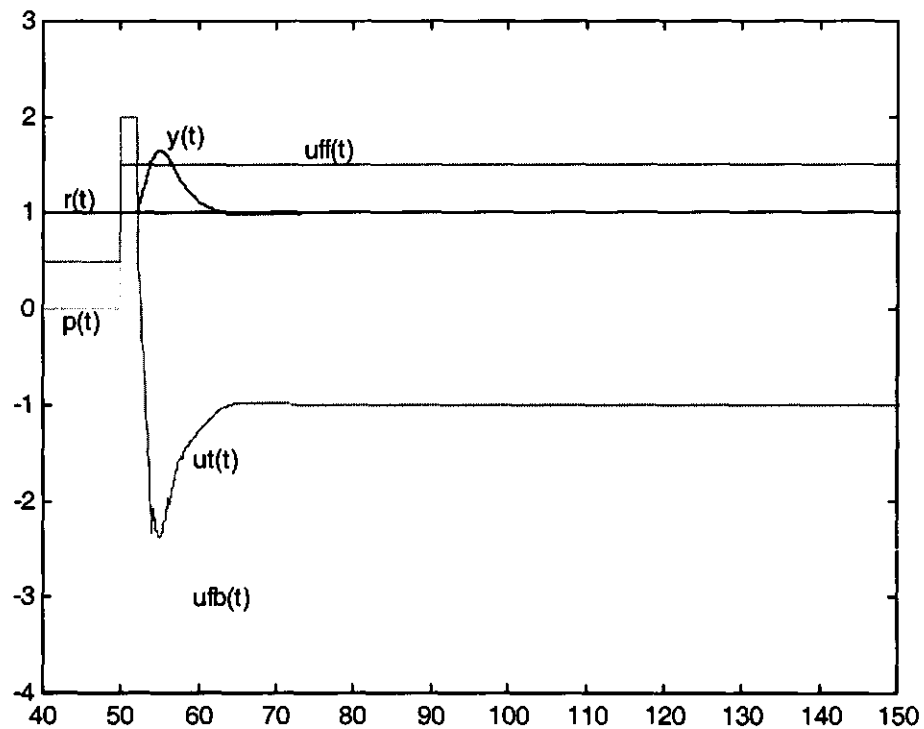


Fig. 2.11. Antealimentador ajustado con signo equivocado

### Subajustar

Cuando se utiliza una constante de ganancia para el antealimentador de signo adecuado pero magnitud menor a la necesaria, la respuesta sufre una desviación y se hace necesario la actuación del control retroalimentado esto se muestra en la figura 2.12.

Si aplicamos la siguiente ganancia:

$$k_{aa} = -1$$

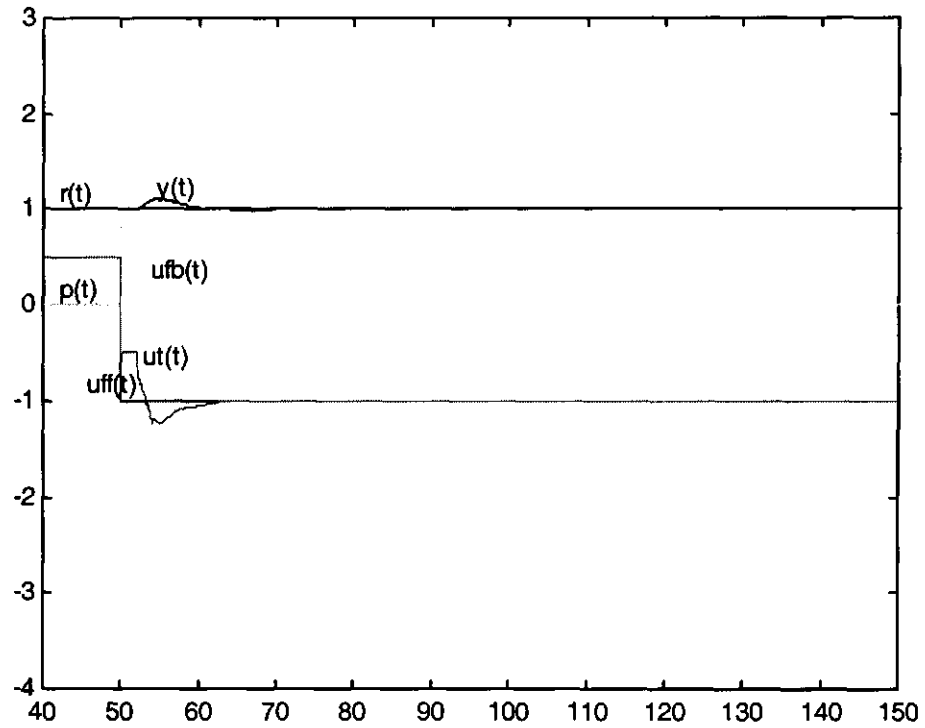


Fig. 2.12 Subajuste del controlador anteaalimentado

*Ajuste exacto*

Cuando el anteaalimentador cancela perfectamente el efecto de la perturbación sobre la respuesta, como se muestra en figura 2.13.

Si aplicamos la siguiente ganancia:

$$k_{aa} = -1,5$$

Obtenemos:

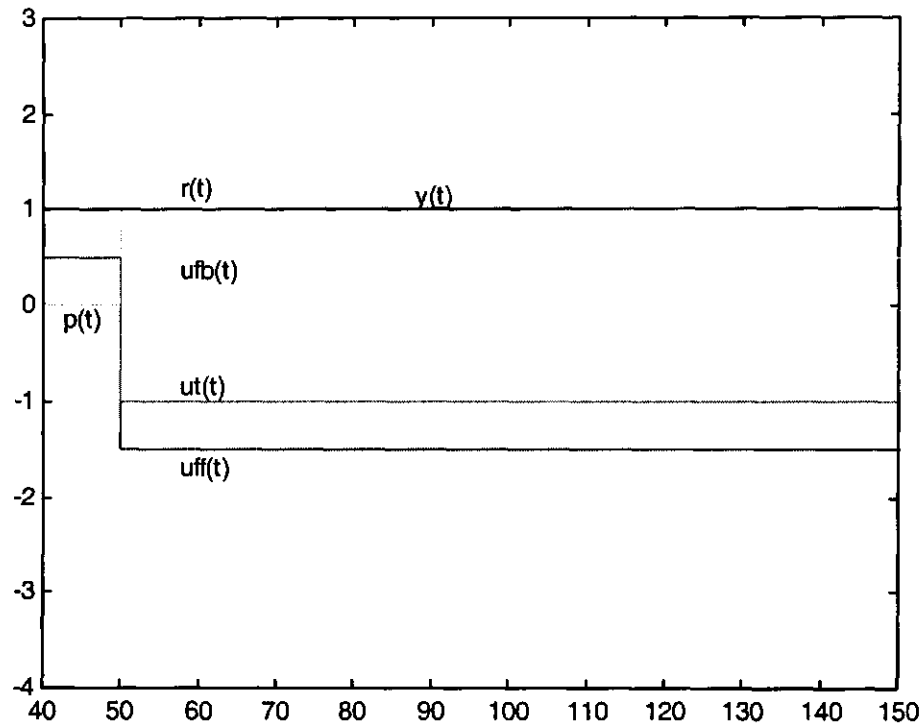


Fig. 2.13. Ajuste exacto del controlador anteaalimentado

En la figura 2.14 se muestra en resumen el comportamiento de la respuesta a medida que se varía la constante de ganancia al anteaalimentador  $k_a$



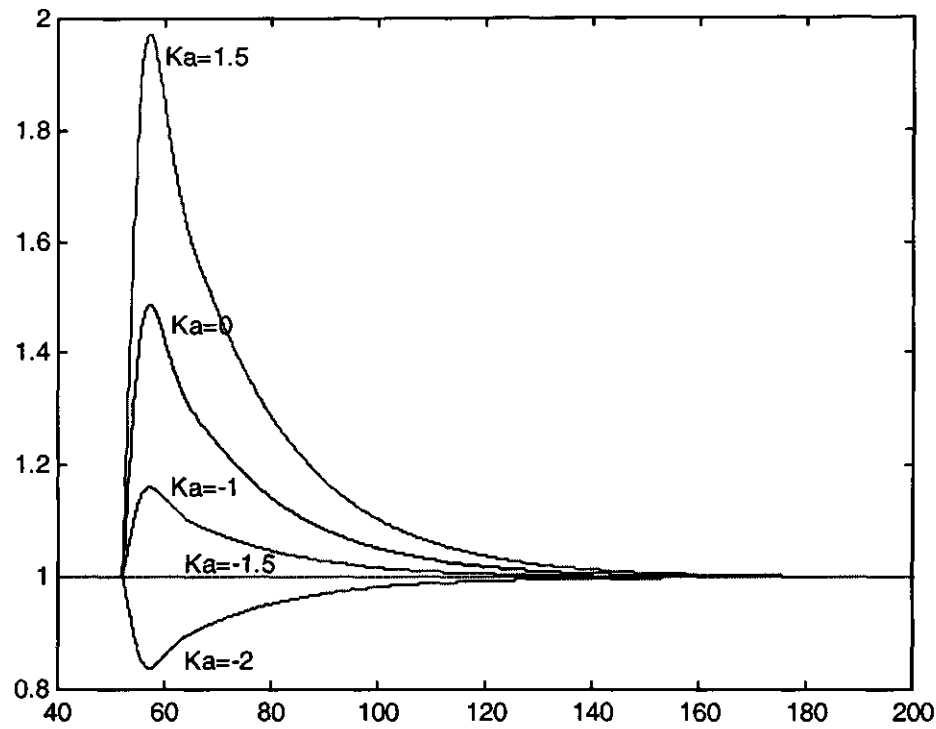


Fig. 2.14. Respuesta ante diferentes valores de ganancia

**Caso 3.**  $\theta_u = \theta_p, \tau_u \neq \tau_p$

En este caso se puede utilizar un controlador antealimentado y la cancelación será perfecta, sin embargo es útil analizar los dos subcasos siguientes, cuando se utiliza simple ganancia.

**Si**  $\tau_u < \tau_p$

Empleando las siguientes funciones de transferencia para el proceso y la perturbación:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{28s+1}$$

En la figura 2.15 se observa como la respuesta del proceso se desvía hacia de la referencia cuando se usa solo simple ganancia,  $k_{aa} = k_a - 1,5$ . Esto se debe a que el valor de la antealimentación es mayor que el requerido en el inicio, como consecuencia de que se está utilizando simple ganancia.

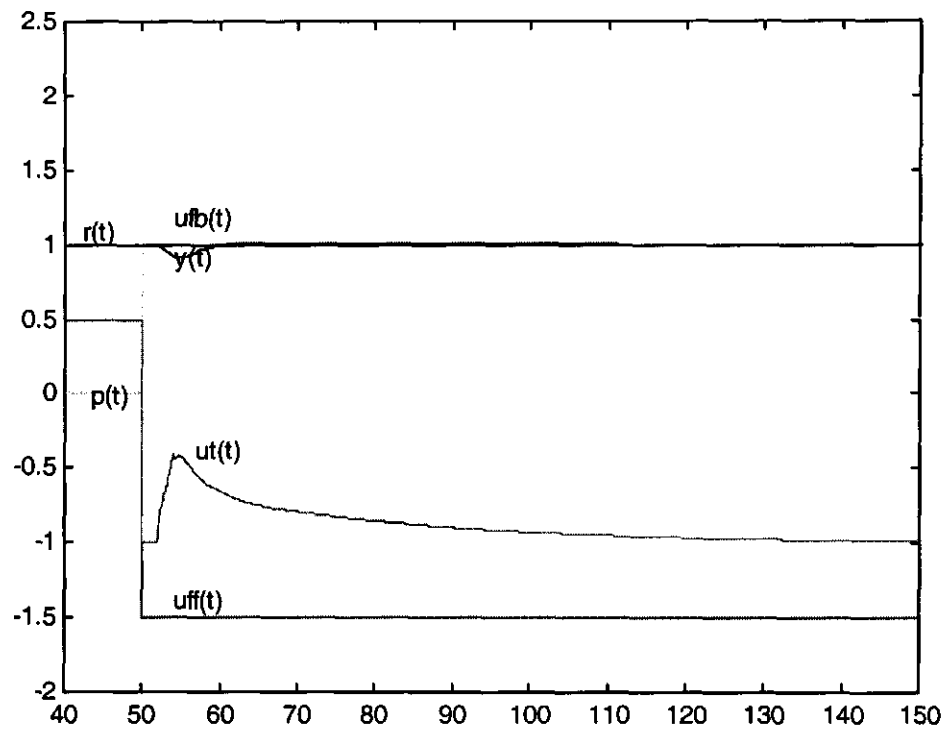


Fig. 2.15. Anteealimentación con simple ganancia cuando  $\tau_u < \tau_p$

La cancelación perfecta se logra cuando se utiliza un bloque lead/lag como anteealimentador como se muestra en la figura 2.16  
 Donde se ha utilizado la siguiente función de transferencia.

$$G_{aa} = G_a = -1,5 \cdot \frac{20s + 1}{28s + 1}$$

En esta figura vemos como el valor absoluto de la anteealimentación crece, con la velocidad adecuada para lograr la cancelación de la perturbación, hasta llegar a su valor final.

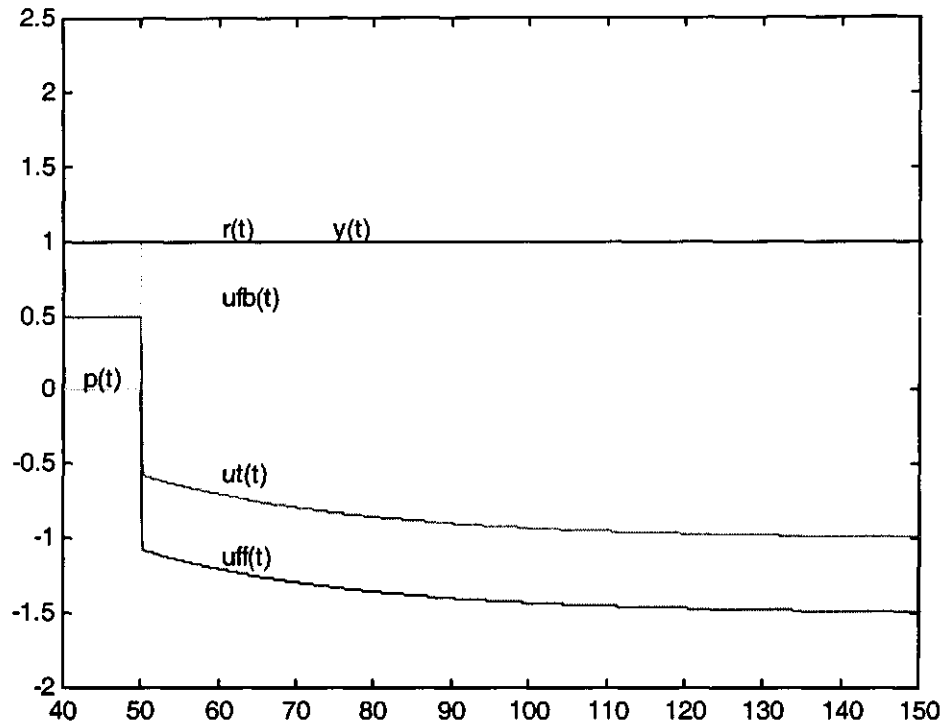


Fig. 2.16. Cancelación perfecta de la perturbación

Si  $\tau_u > \tau_p$

Si se utilizan las siguientes funciones de transferencia para el proceso y la perturbación:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{15s+1}$$

En la figura 2.17 se observa como al utilizar un controlador anteaalimentado de simple ganancia  $k_{aa} = k_a = -1,5$ , la respuesta del proceso se desvia hacia arriba de la referencia. Esto se debe a que el valor de la anteaalimentación es menor que el requerido.

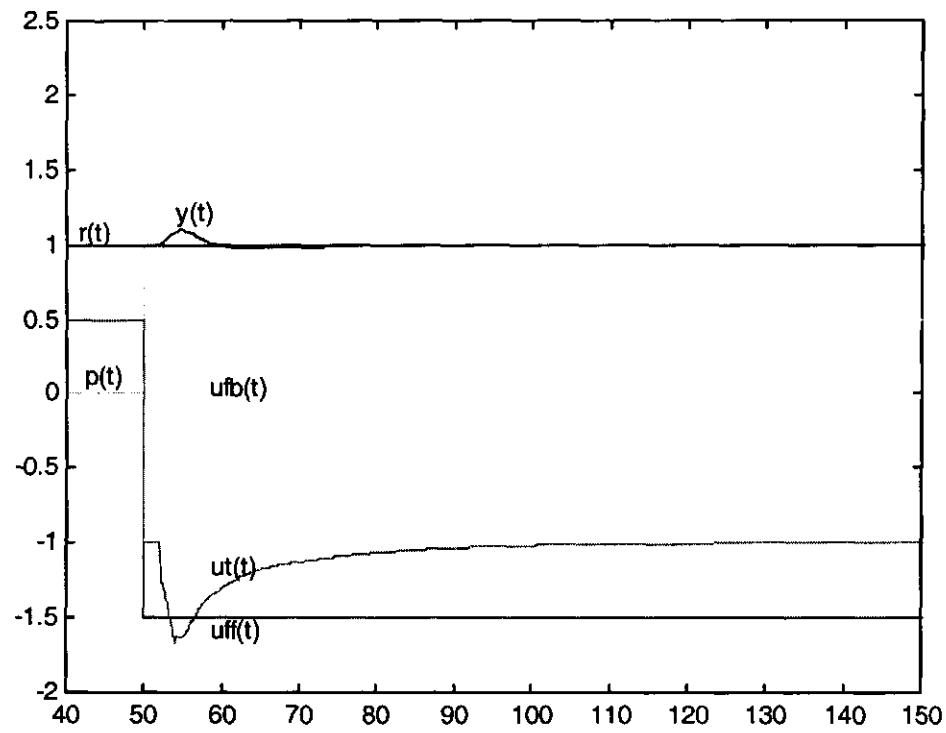


Fig. 2.17. Anteaalimentación con simple ganancia cuando  $\tau_u > \tau_p$

La cancelación exacta se logra cuando se utiliza un bloque lead/lag como anteaalimentador como se muestra en la figura 2.18  
Donde se ha utilizado la siguiente función de transferencia.

$$G_{aa} = G_a = -1,5 \cdot \frac{20s + 1}{15s + 1}$$

En esta figura vemos como el valor absoluto de la anteaalimentación decrece, con la velocidad adecuada para lograr la cancelación de la perturbación, hasta llegar a su valor final.

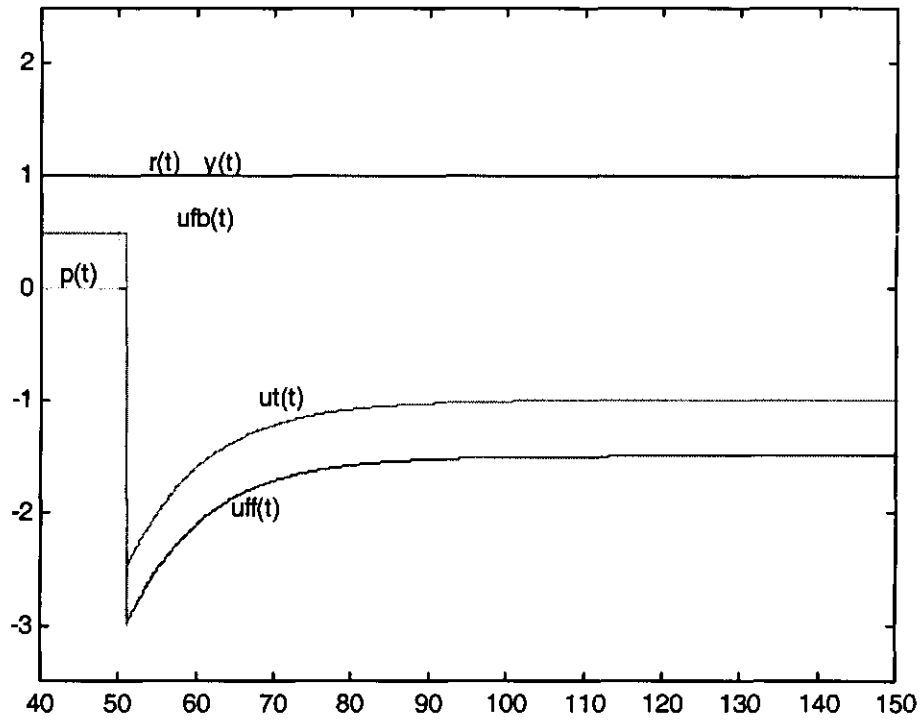


Fig. 2.18. Cancelación perfecta

### Caso General $\theta_u \leq \theta_p$

Este caso se da cuando el tiempo muerto de la función de transferencia ante la manipulación es menor o igual que el tiempo muerto ante la perturbación

Para este caso se utiliza bloque lead/lag

$$G_a = K_a \frac{\tau_{lead} + 1}{\tau_{lag} + 1} e^{-\theta_a s}$$

$$\tau_{lead} = \tau_u$$

$$\tau_{lag} = \tau_p$$

$$\theta_a = \theta_p - \theta_u$$

Aquí es posible lograr la cancelación exacta como se muestra en la figura 2.19, donde se utilizan las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{10s+1}$$

El bloque anteaalimentador empleado es:

$$G_{aa} = G_a = -1,5 \left( \frac{20s + 1}{10s + 1} \right)$$

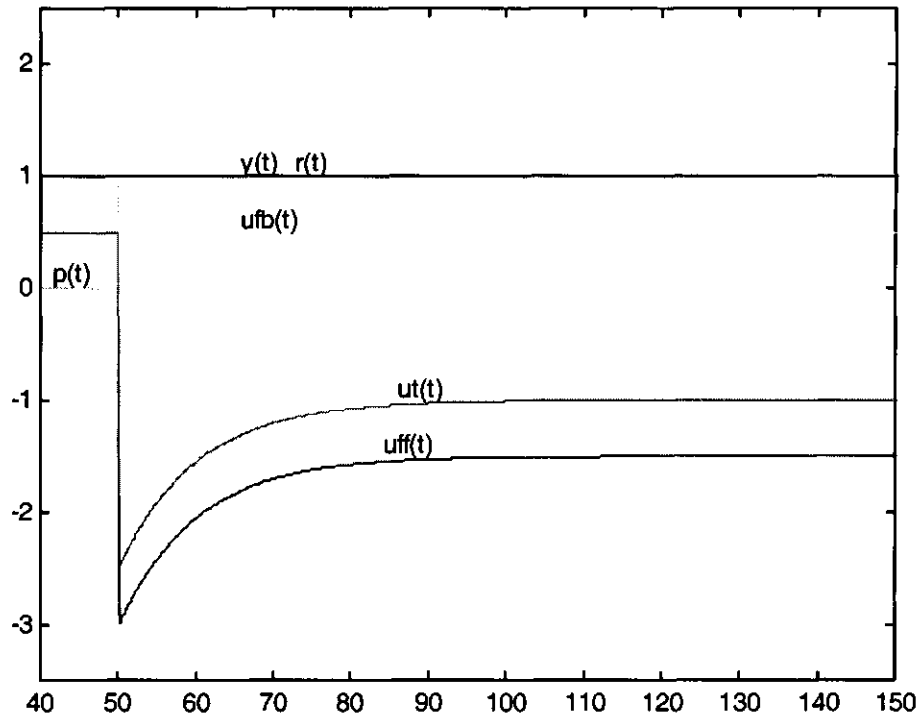


Fig. 2.19. Cancelación exacta del efecto de la perturbación

# Capítulo 3

## Método Propuesto

### 3.1 Análisis de la información disponible en la respuesta de lazo cerrado

Considerando nuevamente el sistema de la figura .2.3 reproducido aquí por conveniencia

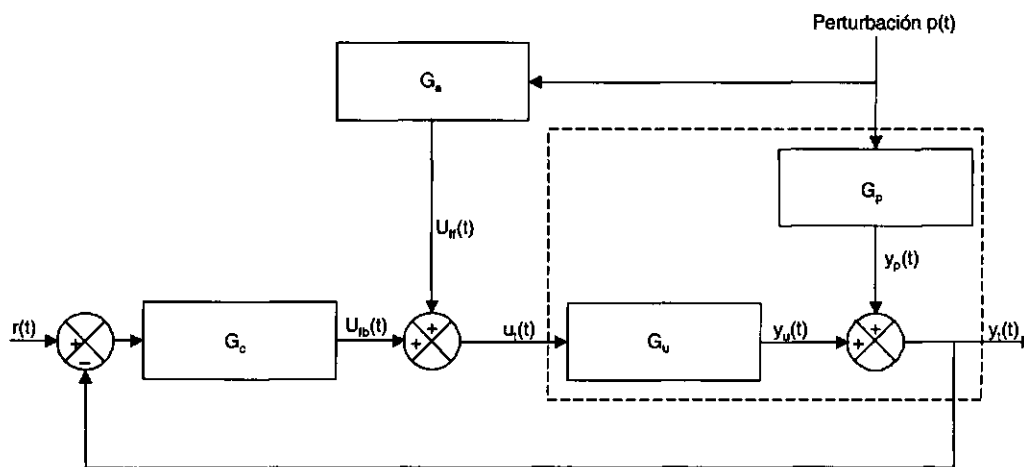


Fig. 3.1. Sistema bajo estudio

En la sección 2.2.2 se demostró que para que un controlador antealimentado logre cancelar completamente el efecto de la perturbación, es necesario que,  $G_a = -\frac{G_p}{G_u}$ , es decir, la acción correctiva óptima del controlador antealimentado es  $U_{ff}(s) = -\frac{G_p(s)}{G_u(s)}P(s)$ .

Por tanto, si  $G_p$  y  $G_u$  se conocen, el controlador antealimentado puede ajustarse adecuadamente. Sin embargo, se comentó también que la forma usual para obtener  $G_p$  y  $G_u$  requiere que el controlador sea colocado en modo manual y que la respuesta sea desviada de su valor de referencia, lo cual, en muchos casos, no es tolerable por los procesos reales. En un sistema en lazo cerrado con solamente controlador retroalimentado aplicado podemos observar que al presentarse una perturbación, la retroalimentación compensa, eventualmente, el efecto producido por ésta, es decir el controlador retroalimentado no evita que se produzca un error al inicio, ya que su esquema de trabajo es, precisamente, esperar a que se produzca el error para actuar, pero con el tiempo logra corregirlo. En cambio el controlador antealimentado, compensa los efectos de la perturbación antes de que se propaguen en el proceso y así evita que se produzca el error.

Ya que el controlador retroalimentado produce parte de la respuesta que nos gustaría obtener con el controlador antealimentado, la pregunta natural es: ¿estará la información  $-\frac{G_p}{G_u}$ , necesaria para implementar el controlador antealimentado, contenida en la manipulación del control retroalimentado?, es decir, ¿podremos obtener los parámetros del antealimentador en lazo cerrado?

La respuesta a esta pregunta será abordada en la siguiente proposición.

### Proposición 3.1

Considere el sistema de la figura 3.2, donde  $G_c$  es la función de transferencia del controlador retroalimentado;  $G_u$  es la función de transferencia entre la manipulación y la salida; y  $G_p$  es la función de transferencia entre la perturbación y la salida. Sea  $G_{LC}$  la función de transferencia de lazo cerrado entre la referencia y la salida y  $G_{u/p}$  la función de transferencia entre la perturbación y la manipulación  $\frac{U_{fb}(s)}{P(s)}$  entonces:

$$G_{u/p} = G_{LC} \cdot \left( -\frac{G_p}{G_u} \right)$$

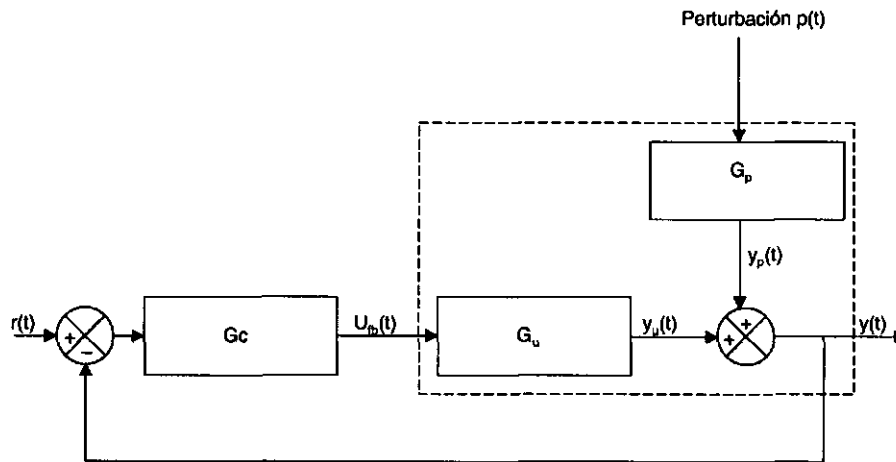


Fig. 3.2. Sistema bajo estudio sin antealimentador

Demostración:

De la figura 3.2, la función de transferencia entre la referencia y la salida es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_u}{1 + G_c G_u} = G_{LC}$$

La función de transferencia entre la perturbación y la salida es:



$$G_{u/p} = \frac{U_{fb}(s)}{P(s)} = -\frac{G_p G_c}{1 + G_c G_u}$$

Si multiplicamos esta ecuación por  $\frac{G_u}{G_u}$  se tiene:

$$G_{u/p} = -\frac{G_p G_c}{1 + G_c G_u} \cdot \frac{G_u}{G_u}$$

Con lo cual se obtiene:

$$G_{u/p} = -\frac{G_c G_u}{1 + G_c G_u} \cdot \frac{G_p}{G_u}$$

$$G_{u/p} = G_{LC} \cdot \left( -\frac{G_p}{G_u} \right) \quad (3.24)$$

### Observación:

*Sabemos que la función de transferencia óptima del antealimentador es  $G_{a(\text{óptimo})} = -\frac{G_p}{G_u}$ . En la proposición podemos observar que esta información está incluida en la función de transferencia  $G_{u/p}$  pero multiplicada por  $G_{LC}$ . El paso lógico es tratar de aislar la información deseada.*

### Corolario 3.1.1

*Considere que en el sistema de la proposición anterior el controlador tiene un integrador de tal manera que la ganancia estática de lazo cerrado ante cambios en referencia del tipo escalón es unitaria,  $G_{LC}(0) = 1$ , (Apéndice A), entonces:*

$$G_{u/p}(0) = G_{LC}(0) \left( -\frac{G_p(0)}{G_u(0)} \right) = -\frac{G_p(0)}{G_u(0)} \quad (3.25)$$

De este corolario se concluye que para conocer la ganancia del controlador antealimentado óptimo simplemente debemos de estimar la ganancia estática de  $G_{u/p}$ . Esto se puede hacer fácilmente midiendo la desviación en estado estable que sufre la manipulación ante un cambio en la perturbación.

### Suposición 3.1.1

*Suponga que en el sistema de la proposición 3.1, los polos de la función de transferencia de lazo cerrado,  $G_{LC}$ , están significativamente más a la izquierda del eje imaginario que los polos de  $-\frac{G_p}{G_u}$  y que no existen ceros en  $G_{LC}$  que cancelen los polos de  $-\frac{G_p}{G_u}$ , entonces los*

polos de esta última función de transferencia dominarán la respuesta y dado que la ganancia estática de  $G_{LC}$  es unitaria, tenemos la siguiente aproximación:

$$G_{u/p}(s) \approx G_{LC}(0) \left( -\frac{G_p(s)}{G_u(s)} \right) \approx -\frac{G_p(s)}{G_u(s)} \quad (3.26)$$

### 3.2 Caso de procesos de primer orden con tiempos muertos iguales

Se tiene el siguiente modelo, donde  $G_u(s)$  y  $G_p(s)$  son funciones de transferencia de primer orden, como se muestra en la siguiente figura.

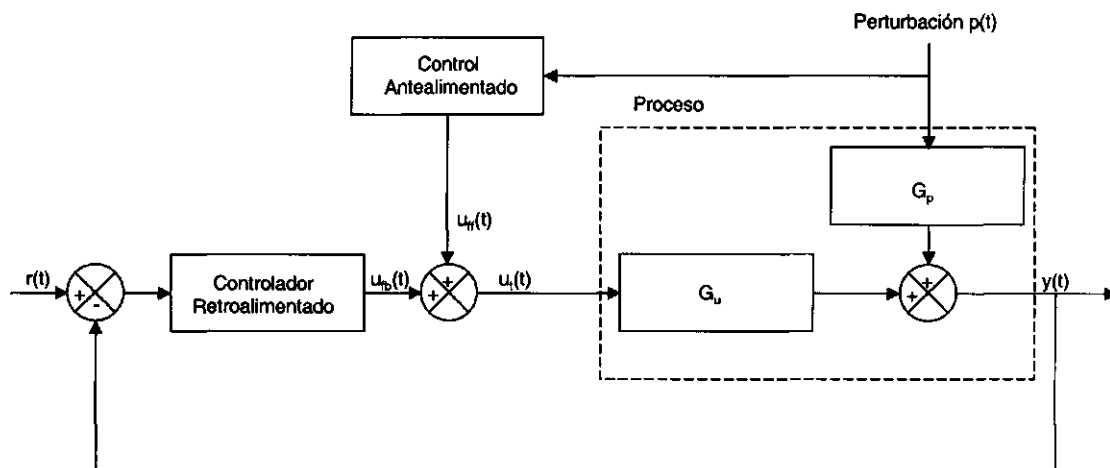


Fig. 3.3. Modelo Propuesto

Sabemos por la sección 2.2.2. que para este proceso el controlador antealimentado óptimo es:

$$G_a = -\frac{G_p}{G_u} = -\frac{k_p \tau_u s + 1}{k_u \tau_p s + 1}$$

Ya que  $\theta_p = \theta_u$ .

Este controlador puede implantarse mediante un módulo lead/lag y según la *suposición 3.1.1* esta función de transferencia puede ser aproximada a partir de la observación del comportamiento de la variable de manipulación del controlador retroalimentado  $u_{fb}$  ante una perturbación.

$$\frac{U_{ff}(s)}{P(s)} = k_a \frac{\tau_{lead} s + 1}{\tau_{lag} s + 1} \approx \frac{U_{fb}}{P(s)} \text{ (sin antealimentación)} \quad (3.27)$$

### 3.3 Comportamiento de un controlador antealimentado tipo Lead/Lag

En esta sección se analiza el comportamiento de la salida del controlador antealimentado ante una perturbación tipo escalón.

Considere un controlador antealimentado cuya función de transferencia es un lead/lag:

$$G_a = \frac{U_{ff}(s)}{P(s)} = k \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1}$$

donde:

$$\begin{array}{ll} U_{ff}(s) & \text{Transformada de Laplace de la variable manipulada} \\ P(s) & \text{Transformada de Laplace de la perturbación} \end{array}$$

Suponga que la perturbación sufre un cambio escalón de magnitud  $\Delta_p$ .

Entonces:

$$U_{ff}(s) = G_a(s) P(s) = k_a \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1} \frac{\Delta_p}{s} \quad (3.28)$$

Al transformarla al dominio del tiempo tenemos:

$$U_{ff}(t) = k_a \Delta_p \left[ 1 + \frac{\tau_{lead} - \tau_{lag}}{\tau_{lag}} e^{\frac{-t}{\tau_{lag}}} \right] \approx U_{fb(\text{PID ante un escalón sin antealimentador})} \quad (3.29)$$

La figura 3.4 muestra el comportamiento de esta respuesta asumiendo  $k_a \Delta_p = 1$  y diferentes valores para  $\tau_{lead}$ .

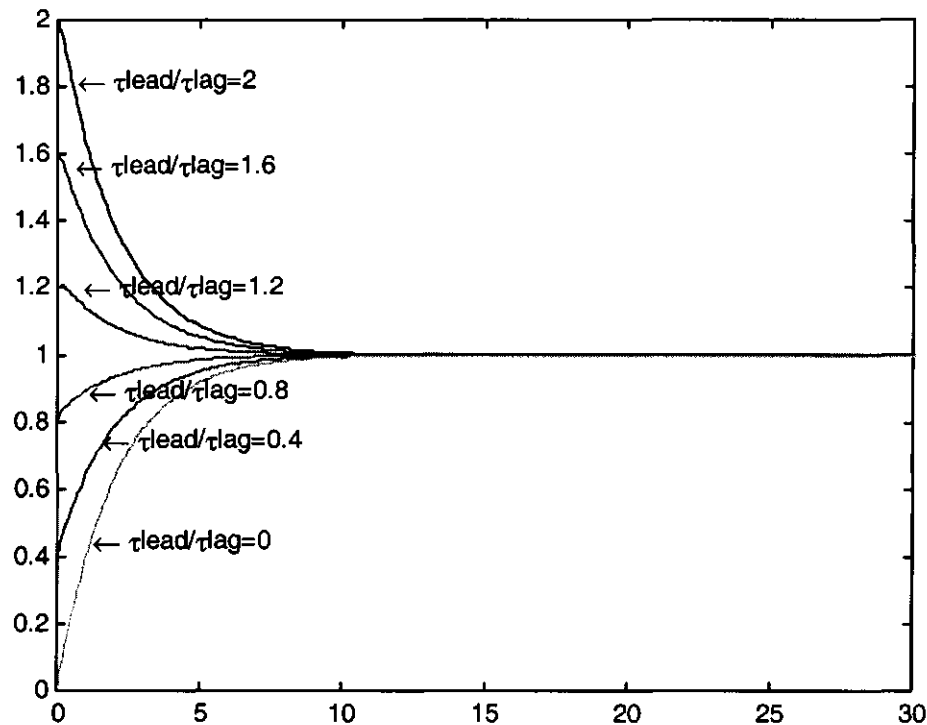


Fig. 3.4. El valor  $\tau_{lg} = 2$  permanece constante

Observaciones:

1. El valor de estado estable final es:

$$\Delta u_{fbss} = k_a \Delta p \quad (3.30)$$

En el caso de la figura 3.4  $k_a \Delta P = 1$ .

2. La respuesta "brinca" inicialmente a un valor que depende de la relación  $\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$

$$u(0) = k_a \Delta p \frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}} \quad (3.31)$$

es decir,  $\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$  representa la proporción del valor final que ocurre en el inicio.

3. La respuesta converge al estado estable final en forma exponencial con una constante de tiempo  $\tau_{lag}$ . Por tanto, el tiempo de establecimiento es:

$$t_{ss} = 4\tau_{lag} \quad (3.32)$$

Sabemos que si se conociera  $\tau_u$ ,  $\tau_p$ ,  $k_u$  y  $k_p$  podría sintonizarse el lead/lag, sin embargo, nuestro objetivo es ajustarlo a partir de la información de lazo cerrado. Según la

suposición 3.1.1,  $\frac{U_{fb}(s)}{P(s)} \approx G_a$ , por ende, si apareciera una perturbación tipo escalón la manipulación tendría aproximadamente el siguiente comportamiento.

$$U_{fb}(s) \approx G_a \frac{\Delta P(s)}{s} \approx k_a \frac{\tau_{lead}s + 1}{\tau_{lag}s + 1} \frac{\Delta P(s)}{s} \quad (3.33)$$

por tanto, observando esta manipulación obtendremos a partir de ella los parámetros  $k_a$ ,  $\tau_{lead}$ ,  $\tau_{lag}$ .

### 3.4 Metodología propuesta

El método que se propone en esta tesis difiere de los métodos convencionales en que no se requiere hacer que el sistema salga de operación para obtener los parámetros de sintonización del antealimentador como ocurre con el método tradicional. A continuación se describen los pasos que conforman el método propuesto.

**Paso 1.** El punto de partida es contar con un controlador bien sintonizado para perturbaciones.

**Paso 2.** Con el antealimentador deshabilitado, aplicar un cambio en la perturbación  $p$  y registrar la respuesta  $u_{fb}$

**Paso 3.** A partir de  $p$  y  $u_{fb}$  obtener  $k_a$ ,  $\tau_{lead}$ ,  $\tau_{lag}$

*Paso 3.1. Obtención de  $k_a$*

*De la ecuación 3.30:*

$$k_a = \frac{\Delta u_{fbss}}{\Delta p} \quad (3.34)$$

*Paso 3.2. Obtención de  $\tau_{lag}$*

*De la ecuación 3.29 podemos ver que la respuesta es una exponencial que converge a su valor final con una constante de tiempo  $\tau$ . Por tanto la manipulación se estabiliza aproximadamente en  $4 \cdot \tau_{lag}$ .*

*Entonces:*

$$\tau_{lag} \approx \frac{t_{ss}}{4} \quad (3.35)$$

*Paso 3.3 Obtención de  $\tau_{lead}$*

*De la ecuación 3.29 evaluada en  $t=0$  tenemos:*

$$u_{ff}(0) = k_a \Delta p \frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}} \approx u_{fb}(0)$$

*La proporción del brinco inicial está dada por:*

$$\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}} \approx \frac{u_{fb}(0)}{k_a \Delta_p} \quad (3.36)$$

y  $\tau_{lead}$  se obtiene de la siguiente forma:

$$\tau_{lead} \approx PBI \cdot \tau_{lag} \quad (3.37)$$

Donde:

$PBI$  es el porcentaje de "brinco" inicial

$$PBI = \frac{u_{fb}(0)}{k_a \Delta_p} \quad (3.38)$$

#### Paso 4. Ajuste Fino

Al obtener estos valores se activa el anteaalimentador utilizando estos parámetros, si el PID continua teniendo un aporte se ajusta  $PBI$  como se muestra a continuación:

$$PBI_k = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente} \quad (3.39)$$

Dónde  $PBI^{remanente}$  se obtiene a partir del aporte que aún tiene el PID.

El ajuste o iteración del  $PBI$ , surge a partir de la observación de que al sintonizar el anteaalimentador siguiendo los pasos 1, 2 y 3, descritos justo arriba, el controlador retroalimentado seguía teniendo un aporte en la manipulación total del sistema, esto debido a que el resultado de la *suposición 3.1.1* es una aproximación y a posibles errores en la estimación del  $PBI$  inicial (que depende de la observación de  $u_{fb}(0)$ ) así que había que lograr que el controlador anteaalimentado reprodujera el efecto que aún tenía el PID ante la perturbación, de tal manera su aportación fuera mínima o nula. Así que se trato de agregar el efecto producido por el control retroalimentado al anteaalimentador y la forma de hacerlo fue aumentando o disminuyendo la proporción inicial de la manipulación del controlador anteaalimentado que teóricamente es  $\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$ , dependiendo del comportamiento que en cada iteración tuviera el control retroalimentado.

# Capítulo 4

## Validación del Método Propuesto

En esta sección se presenta el método propuesto utilizado bajo diferentes casos de proceso y perturbación. Las simulaciones fueron realizadas con simulink, en cada paso del proceso se presenta la suma del valor absoluto de los errores.

Asumiendo nuestro sistema bajo estudio:

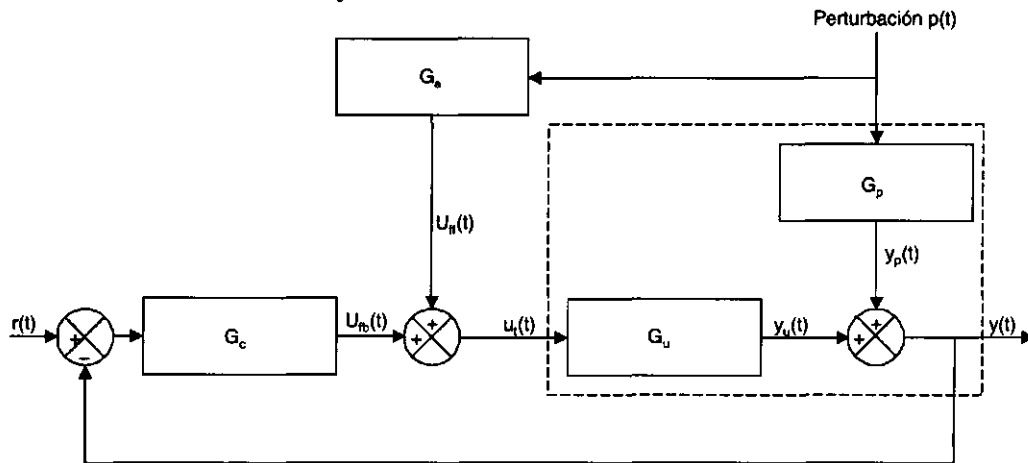


Fig 4.1. Sistema bajo estudio

Si

$$G_u = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2e^{-2}}{20s + 1}$$

y aplicando como controlador retroalimentado un PID sintonizado por ITAE para perturbaciones con los siguientes parámetros,

$$\begin{aligned} k_c & 4,861 \\ \frac{1}{\tau_i} & 0,195 \\ \tau_d & 0,77 \end{aligned}$$

utilizando la ec. 2.13, tenemos:

$$G_{LC} = \frac{2e^{-2s} (4,861) (5,128s + 1 + 3,949s^2)}{(20s + 1) (5,128s) + 4,861 (5,128s + 1 + 3,949s^2) 2e^{-2s}}$$

modificando el término del tiempo muerto mediante la aproximación de Padé tenemos:

$$e^{-2s} \approx \frac{1-s}{1+s}$$

la ecuación característica es:

$$G_{LC} = \frac{9,722 (1 - s) (5,128s + 1 + 3,949s^2)}{(1 + s) (20s + 1) (5,128s + 9,722) (5,128s + 1 + 3,949s^2) (1 - s)}$$

$$G_{LC} = \frac{(1 - s) (38,392s^2 + 49,854s + 9,722)}{(1 + s) (20s + 1) (5,128s + 1) (1 - s) (38,392s^2 + 49,854s + 9,722)}$$

$$G_{LC} = \frac{-38,392s^3 - 11,462s^2 + 40,132s + 9,722}{64,173s^3 + 96,228s^2 + 40,132s + 9,722}$$

$$G_{LC} = \frac{(s + 1,059) (s + 0,239) (s - 1)}{(s + 0,2310 + j0,3043) (s + 0,2310 - j0,3043) (s + 1,037)} \quad (4.40)$$

Y si ahora definimos el factor de polos dominantes,  $FPD$ , de  $G_{LC}$  y  $G_p$ , como:

$$FPD = \frac{\text{Polo Dominante de } G_{LC}}{\text{Polo Dominante de } G_p}$$

nos podemos dar una mejor idea de la dominancia de los polos de  $G_p$  sobre los de  $G_{LC}$  y de esta forma establecer comparaciones de la aplicación del método para los diferentes modelos evaluados a continuación, donde hemos tomado el valor de  $u_{fb}(0)$ , necesario para el cálculo del PIB, como el valor de pico o valor máximo de la manipulación del retroalimentador.

## 4.1 Procesos con dinámica de $G_p$ más lenta que la de $G_{LC}$

### 4.1.1 Modelo 1: Procesos con dinámica de $G_p$ más rápida que la de $G_u$

Se tienen la siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{10s+1}$$

claramente se aprecia que la dinámica de la función de transferencia  $G_p$  es más rápido que la de  $G_u$ , pero más lento que la dinámica de  $G_{LC}$ .

$$FPD = \frac{\text{Polo Dominante de } G_{LC}}{\text{Polo Dominante de } G_p} = \frac{0,2310}{0,1} = 2,31$$

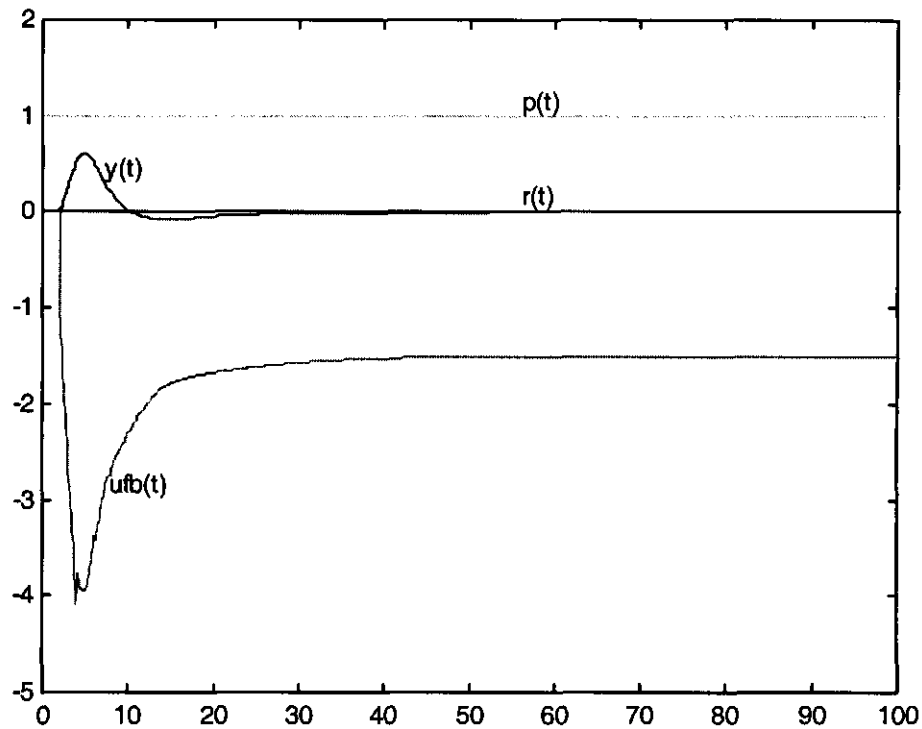


### 1. Con el antealimentador deshabilitado

PID sintonizado por ITAE con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} k_c & 4,861 \\ \frac{1}{\tau_i} & 0,195 \\ \tau_d & 0,77 \end{aligned}$$

Se aplica un cambio tipo escalón unitario en la perturbación en  $t = 0$  y se obtiene la siguiente gráfica:



y(t)

Fig. 4.2. Respuesta del modelo 1, sin antealimentación

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 35$$

### 2. Aplicación de controlador antealimentado de ganancia simple

De la figura 4.2 y los datos que se obtienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

Sustituyendo este valor en el controlador antealimentado de simple ganancia obtenemos:

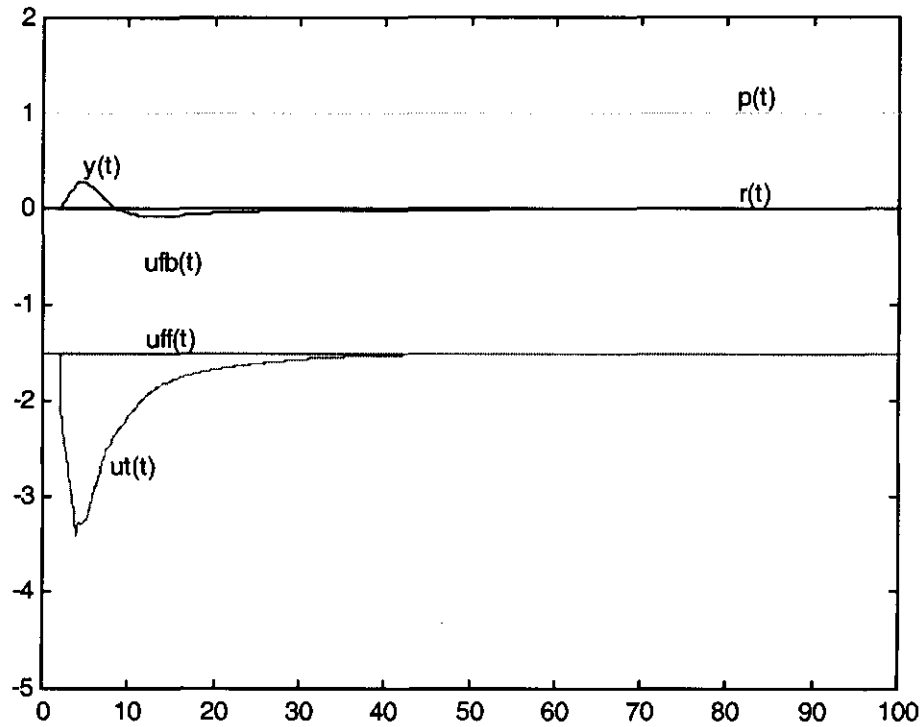


Fig. 4.3. Antecelentador de simple ganancia

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 20,9801$$

### 3. Aplicación del antecelentador tipo lead/lag

De la figura 4.2 y los datos que se obtienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

$$\tau_{lag} = \frac{t_{ss}}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

Con estos valores calculamos:

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag}$$

$$PBI = \frac{u_{fb}(0)}{\Delta p K_a} = \frac{-3,8}{1 \cdot (-1,5)} = 2,5333$$

$$\tau_{lead} = 2,5333 \cdot 11 = 27,866$$

Sustituyendo estos valores en el controlador anteaalimentado tenemos:

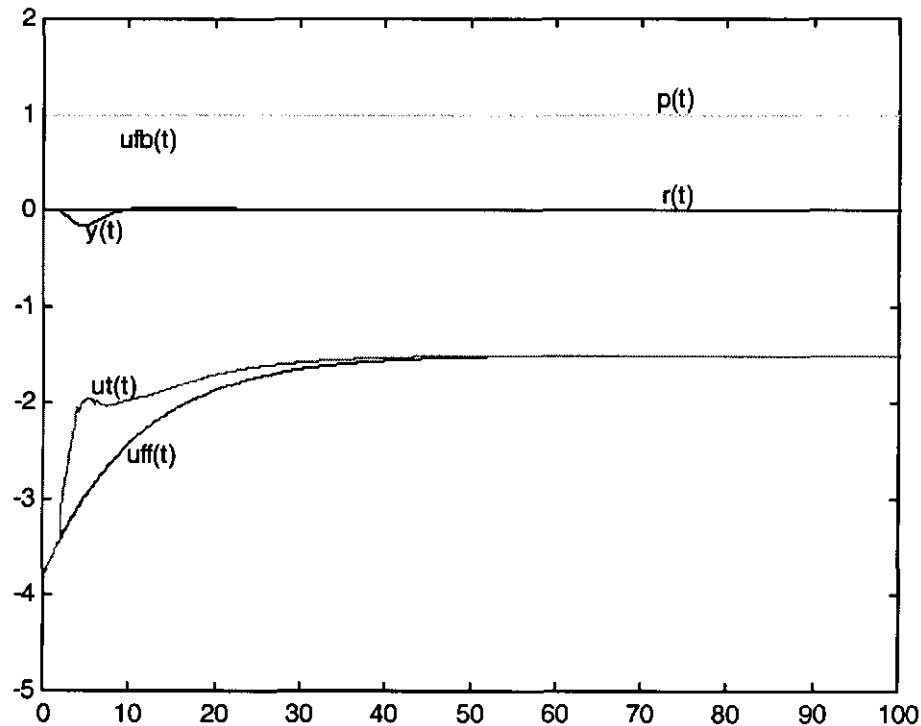


Fig. 4.4. Respuesta del modelo 1, con anteaalimentador tipo lead/lag.

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 12,16$$

#### 4. Primera iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{1}{1 \cdot (-1,5)} = -0,66667$$

$$PBI_{(k)} = 2,5333 - 0,66667 = 1,8666$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 1,8666 \cdot 11 = 20,533$$

y con estos valores obtenemos la siguiente gráfica:

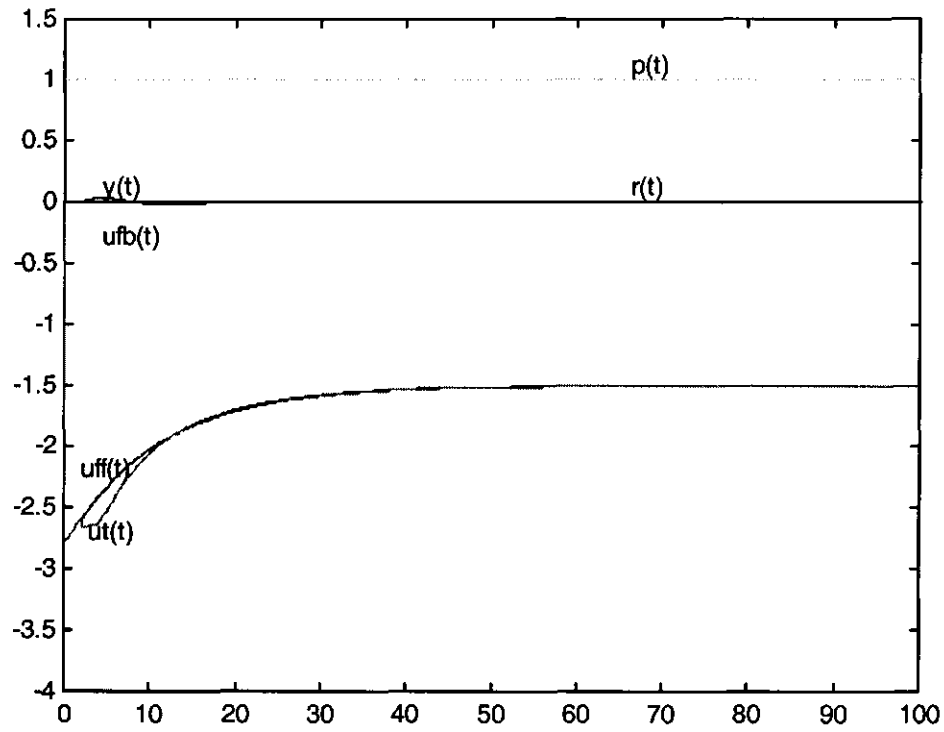


Fig. 4.5. Respuesta del modelo 1, primera iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 2,49$$

### 5. Segunda Iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{-,2}{1 \cdot (-1,5)} = 0,13333$$

$$PBI_{(k)} = 1,8666 + 0,13333 = 1,9999$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 1,9999 \cdot 11 = 21,999$$

Con estos valores obtenemos:

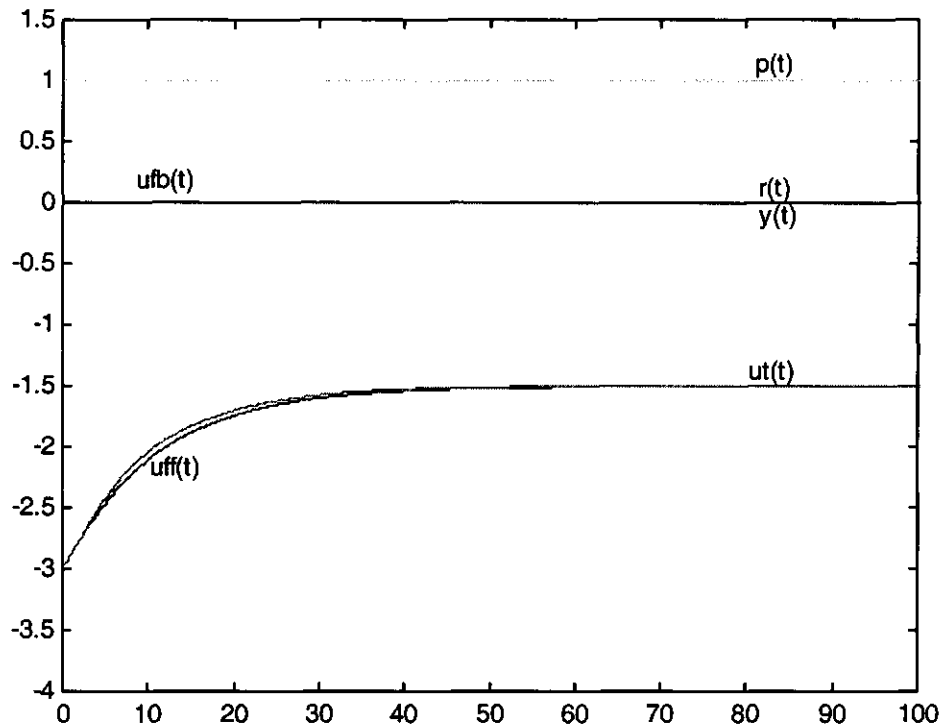


Fig. 4.6. Respuesta del modelo 1, segunda iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 1,1656$$

#### 4.1.2 Modelo 2: Procesos con dinámica $G_p$ más lenta que la de $G_u$

Utilizando las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{40s+1}$$

$$FPD = \frac{0,2310}{0,025} = 9,24$$

##### 1. Con el antealimentador deshabilitado

PID sintonizado por ITAE con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} k_c & 4,861 \\ \frac{1}{\tau_i} & 0,195 \\ \tau_d & 0,77 \end{aligned}$$

Se aplica una perturbación tipo escalón unitario en  $t = 0$  y se obtiene la siguiente gráfica:

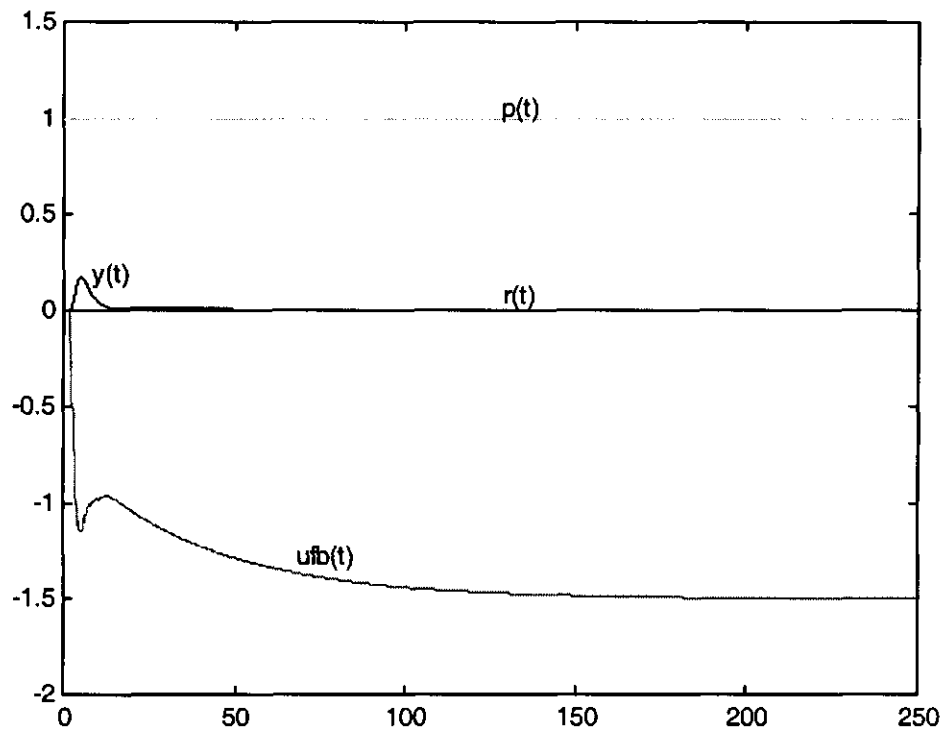


Fig. 4.7. Respuesta del modelo 2, sin antealimentación

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 15,8354$$

## 2. Aplicación del antealimentador de simple ganancia

De la figura 4.7 y los datos que se tienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

Al aplicar este valor al antealimentador de ganancia simple obtenemos:

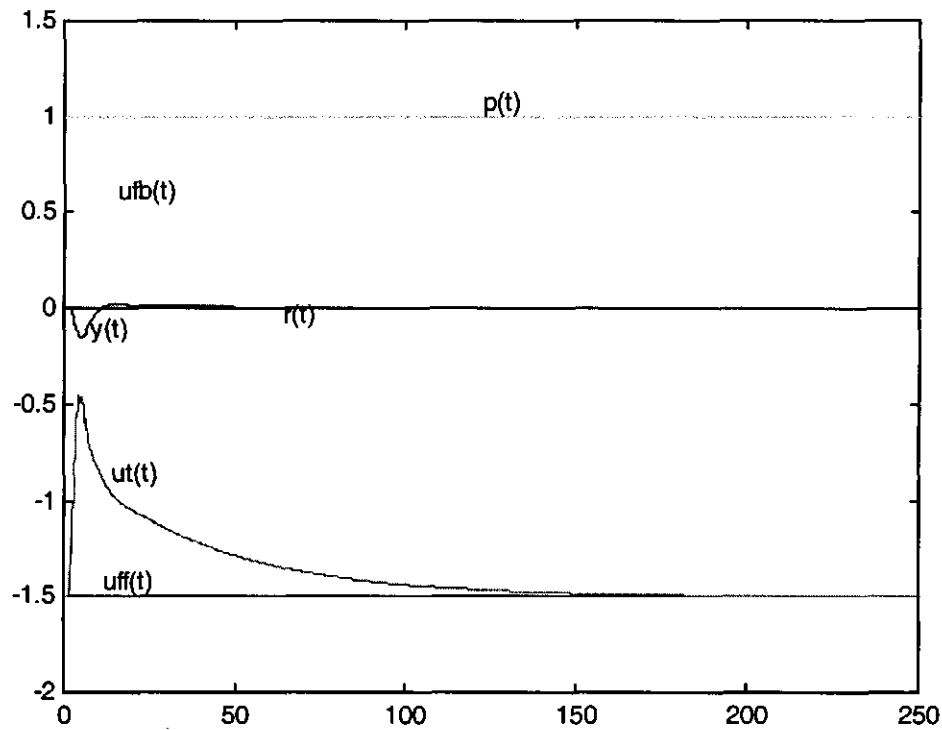


Fig. 4.8. Aplicación del antealimentador de simple ganancia

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 13,9825$$

### 3. Aplicación del Antealimentador tipo lead/lag

De la figura 4.7 y los datos que se tienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

$$\tau_{lag} = \frac{t_{ss}}{4} = \frac{180}{4} = 45$$

Con estos valores calculamos:

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag}$$

$$PBI = \frac{u_{fb}(0)}{\Delta p K_a} = \frac{-1,2}{1 \cdot (-1,5)} = 0,8$$

$$\tau_{lead} = 0,8 \cdot 45 = 36$$

Sustituyendo estos valores en el controlador antecargado tenemos:

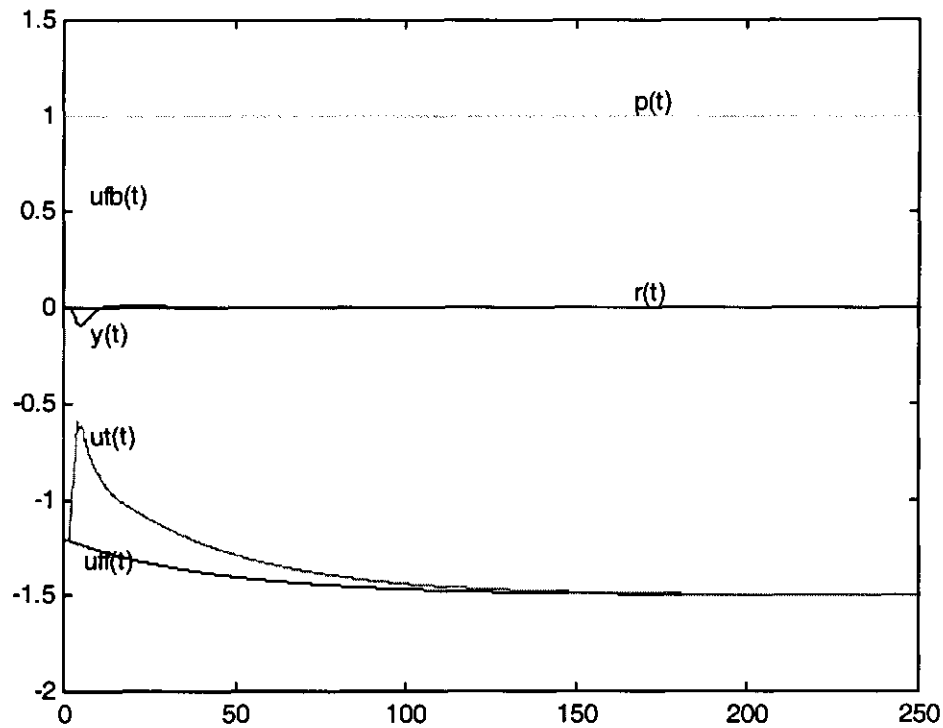


Fig. 4.9. Respuesta del modelo 2, con antecargador tipo lead/lag

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 8,3102$$

#### 4. Primera iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{0,6}{1 \cdot (-1,5)} = -0,4$$

$$PBI_{(k)} = 0,8 - 0,4 = 0,4$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 0,4 \cdot 45 = 18$$



y con estos valores obtenemos la siguiente gráfica:

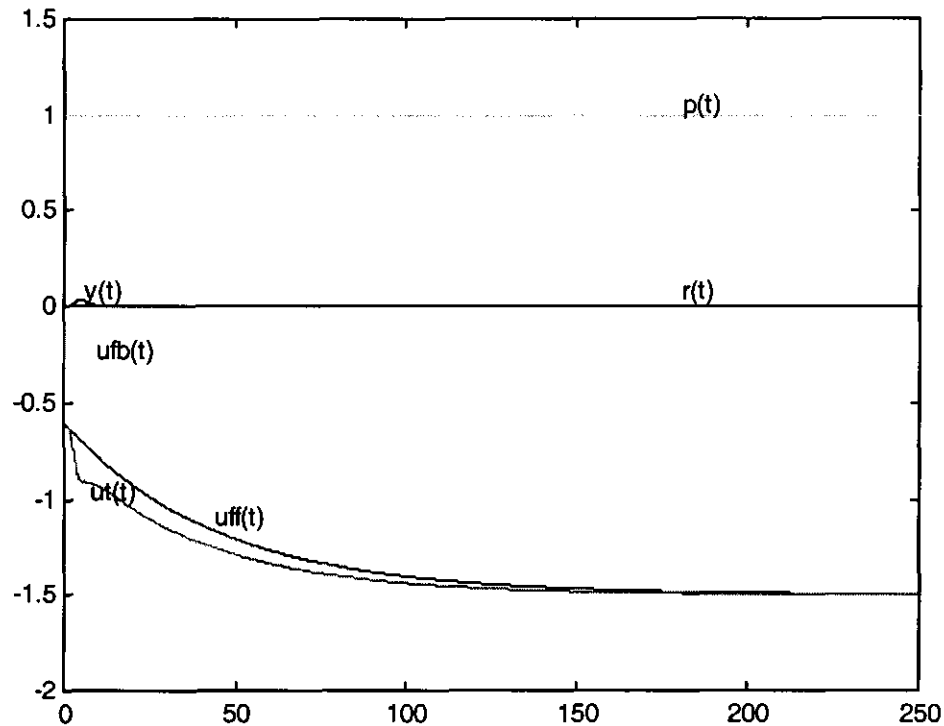


Fig. 4.10. Respuesta del modelo 2, primera iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 3,0365$$

### 5. Segunda iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{-0,2}{1 \cdot (-1,5)} = 0,13333$$

$$PBI_{(k)} = 0,4 + 0,13333 = 0,53333$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 0,53333 \cdot 45 = 24$$

Con estos valores obtenemos:

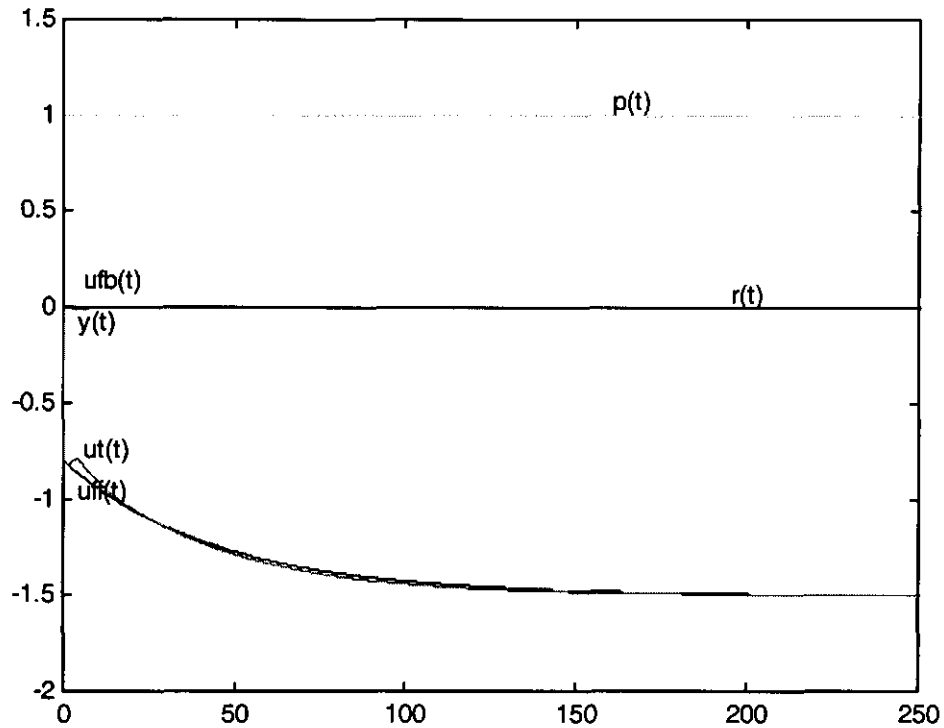


Fig. 4.11. Respuesta del modelo 2, segunda iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 1,1315$$

### 4.1.3 Modelo 3: Procesos con dinámica $G_p$ igual que la de $G_u$

Se utilizan las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{20s+1}$$

$$FPD = \frac{0,2310}{0,05} = 4,62$$

#### 1. Con el antealimentador deshabilitado

PID sintonizado por ITAE con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} k_c & 4,861 \\ \frac{1}{\tau_i} & 0,195 \\ \tau_d & 0,77 \end{aligned}$$

Se aplica una perturbación tipo escalón unitario en  $t = 0$  y se obtiene la siguiente gráfica:

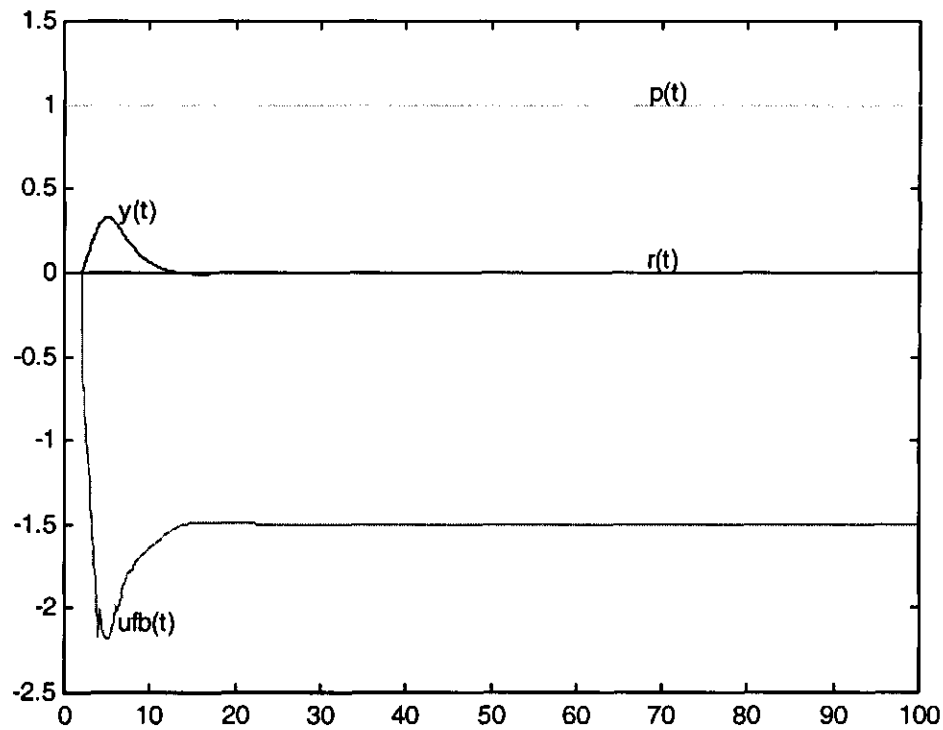


Fig. 4.12. Respuesta del modelo 3, sin antalimentación

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 16,7349$$

## 2. Aplicación de antalimentador de simple ganancia

De la figura 4.12 y los datos que se obtienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

Al aplicar este valor en el controlador de simple ganancia obtenemos:

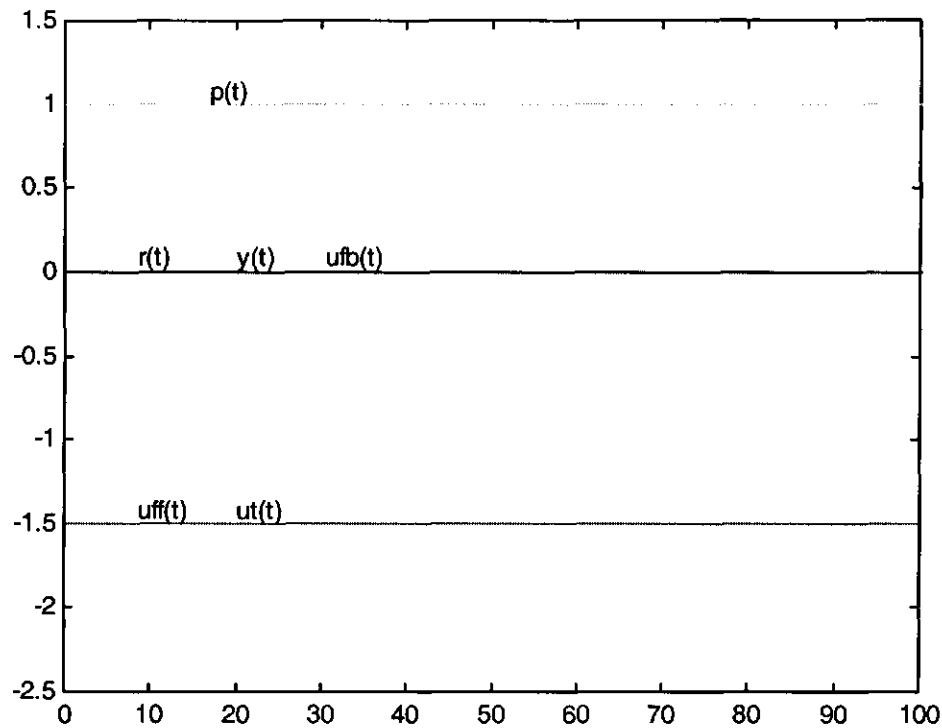


Fig. 4.13. Aplicación de antelimitador de simple ganancia

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 0$$

Como se puede ver de la gráfica y la sumatoria, en este caso un antelimitador de simple ganancia es el adecuado debido a que las constantes de tiempo de  $G_u$  y  $G_p$  son iguales, sin embargo para propósitos de ejemplificación se continúa con la aplicación del método propuesto.

### 3. Aplicación de antelimitador tipo lead/lag

De la figura 4.12 y los datos que se obtienen tenemos que:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

$$\tau_{lag} = \frac{t_{ss}}{4} = \frac{22}{4} = 5,5$$

Con estos valores calculamos:

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag}$$

$$PBI = \frac{u_{fb}(0)}{\Delta p K_a} = \frac{-2,17}{1 \cdot (-1,5)} = 1,4467$$

$$\tau_{lead} = 1,4467 \cdot 5,5 = 7,9569$$

Sustituyendo estos valores en el controlador antealimentado tenemos:

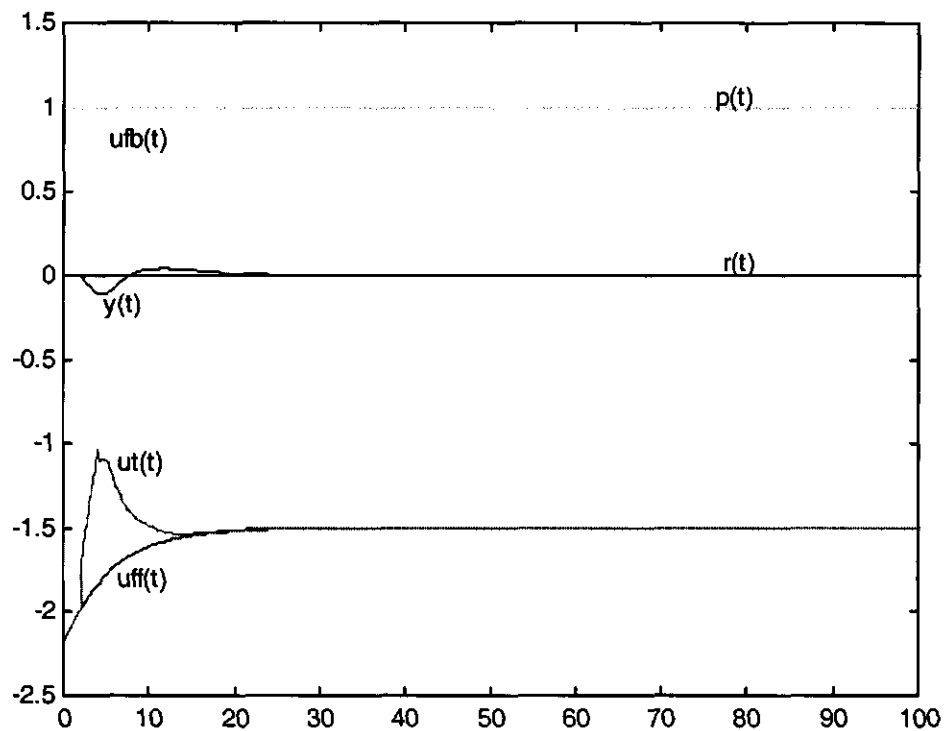


Fig. 4.14. Respuesta del modelo 3, con antealimentador tipo lead/lag

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 7,5921$$

#### 4. Primera iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{0,8}{1 \cdot (-1,5)} = -0,5333$$

$$PBI_{(k)} = 1,4467 - 0,5333 = 0,9134$$

$$PBI_{(k)} = 1,4467 - 0,5333 = 0,9134$$

y con estos valores obtenemos la siguiente gráfica:

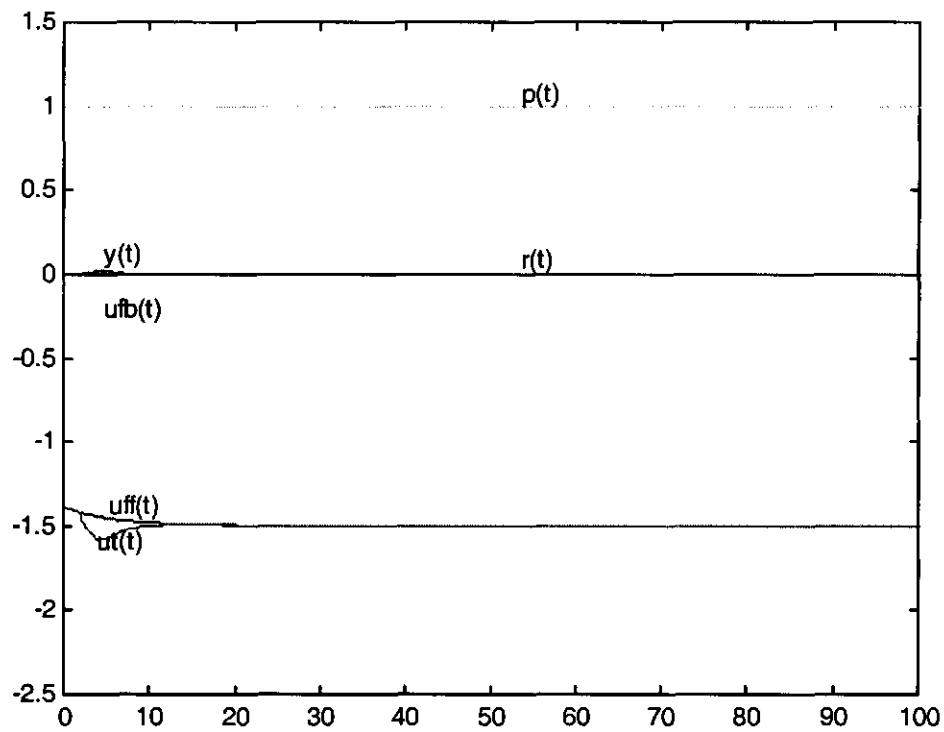


Fig. 4.15. Respuesta del modelo 3, primera iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 1,3942$$

### 5. Segunda iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{-0,14}{1 \cdot (-1,5)} = 0,09333$$

$$PBI_{(k)} = 0,9134 + 0,09333 = 1,0067$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 1,0067 \cdot 5,5 = 5,5369$$

Con estos valores obtenemos:

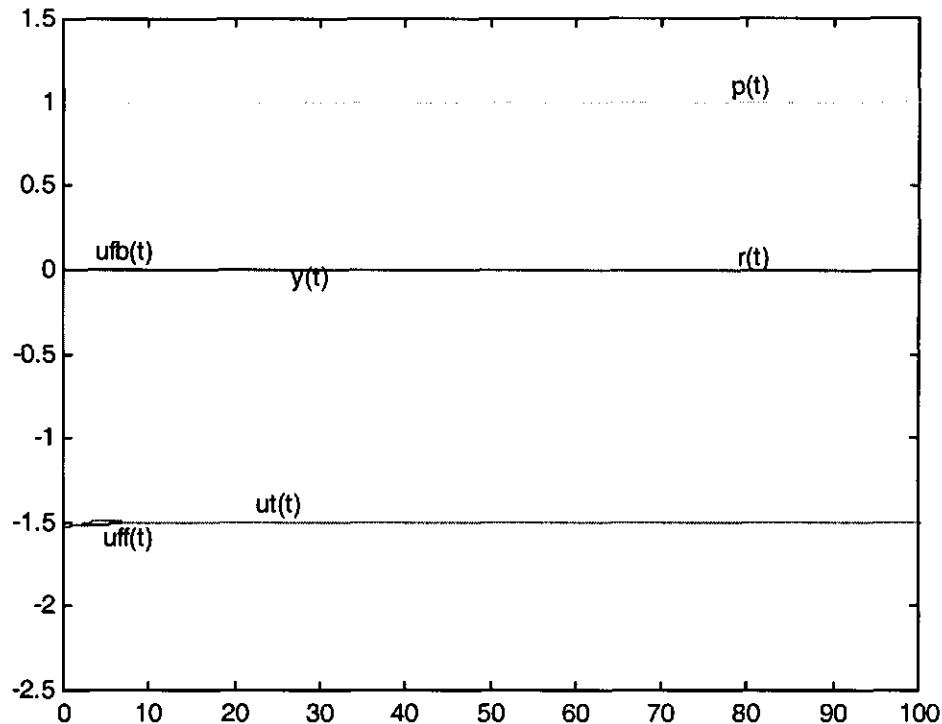


Fig. 4.16. Respuesta del modelo 3, segunda iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 0,1808$$

## 4.2 Procesos con dinámica de $G_p$ más rápida que la de $G_{LC}$

### 4.2.1 Modelo 4: Procesos con dinámica $G_p$ más rápida que $G_u$ y $G_{LC}$

En este modelo ya que los polos de  $G_p$  no son los dominantes y teniendo en cuenta la *suposición 3.1.1*, no se espera un buen desempeño del método. Esto se muestra a continuación, a través del proceso de obtención de los parámetros de sintonización del antealimentador con las siguientes funciones de transferencia:

$$G_u(s) = \frac{2e^{-2s}}{20s+1} \quad G_p(s) = \frac{3e^{-2s}}{3s+1}$$

$$FPD = \frac{\text{Polo Dominante de } G_{LC}}{\text{Polo Dominante de } G_p} = \frac{0,2310}{0,33333} = 0,6931$$

### 1. Con el antealimentador deshabilitado

PID sintonizado por ITAE con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} k_c & 4,861 \\ \frac{1}{\tau_i} & 0,195 \\ \tau_d & 0,77 \end{aligned}$$

Se aplica una escalón unitario en 0 y se obtiene la siguiente gráfica:

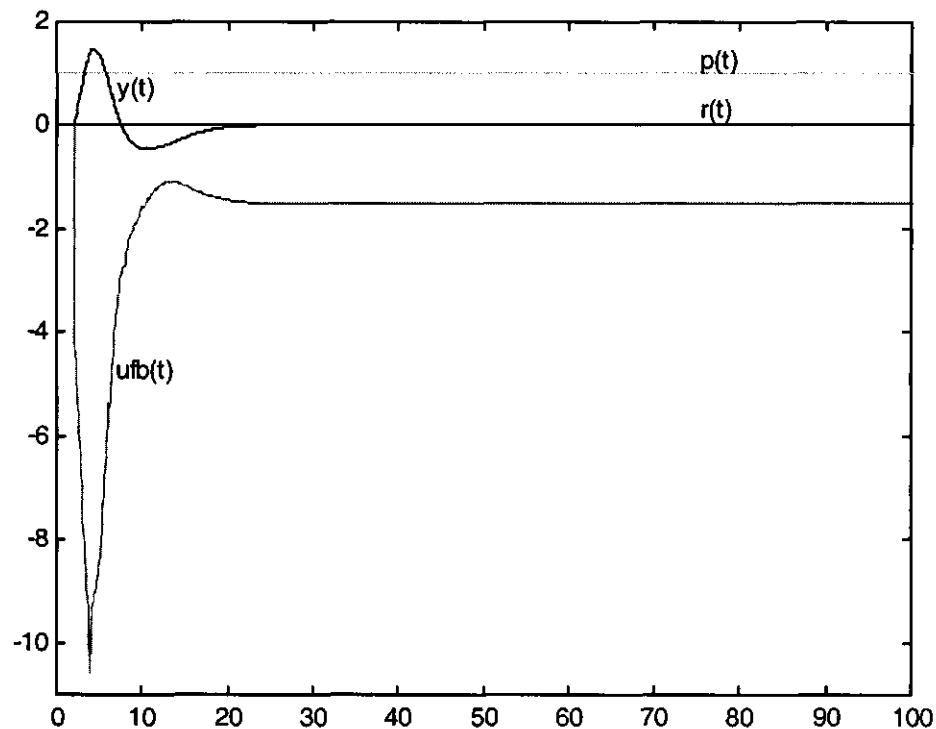


Fig. 4.17. Respuesta del modelo 4, sin antealimentación

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 80,0786$$

### 2. Aplicación de controlador antealimentado de simple ganancia

De la figura 4.17 y los datos que tenemos:



$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

Aplicando este valor al controlador anteaalimentado de simple ganancia obtenemos:

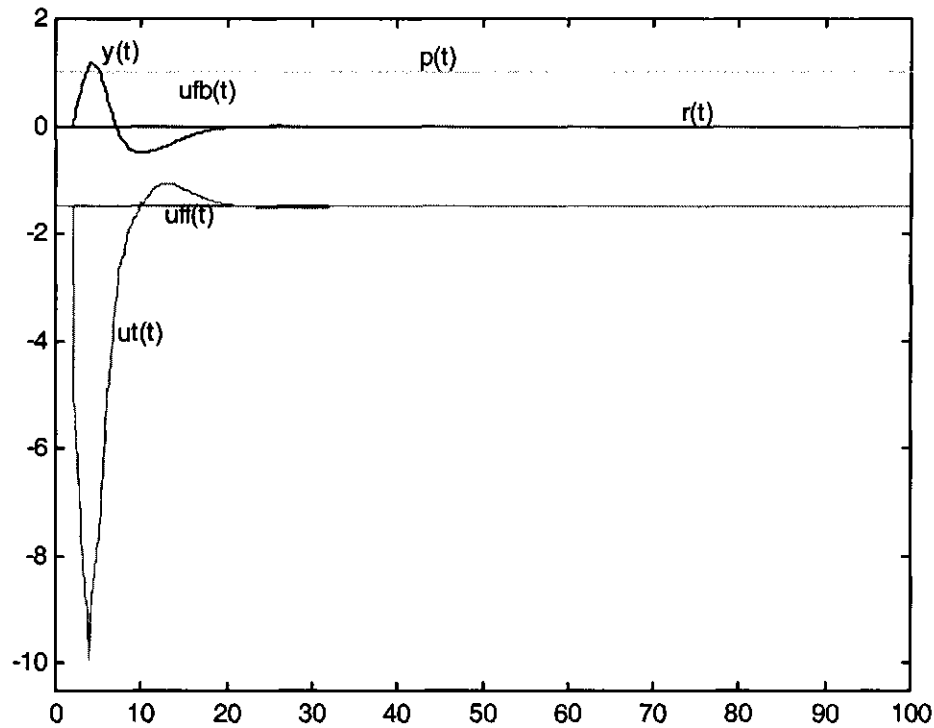


Fig. 4.18. Aplicación de controlador anteaalimentado de simple ganancia

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 71,4093$$

### 3. Aplicación del Anteaalimentador tipo lead/lag

De la figura 4.17 y los datos que tenemos:

$$k_a = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$

$$\tau_{lag} = \frac{t_{ss}}{4} = \frac{21,65}{4} = 5,41$$

Con estos valores calculamos:

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag}$$

$$PBI = \frac{u_{fb}(0)}{\Delta p K_a} = \frac{-10,586}{1 \cdot (-1,5)} = 7,0573$$

$$\tau_{lead} = 7,0573 \cdot 5,41 = 38,180$$

Sustituyendo estos valores en el controlador antealimentado tenemos:

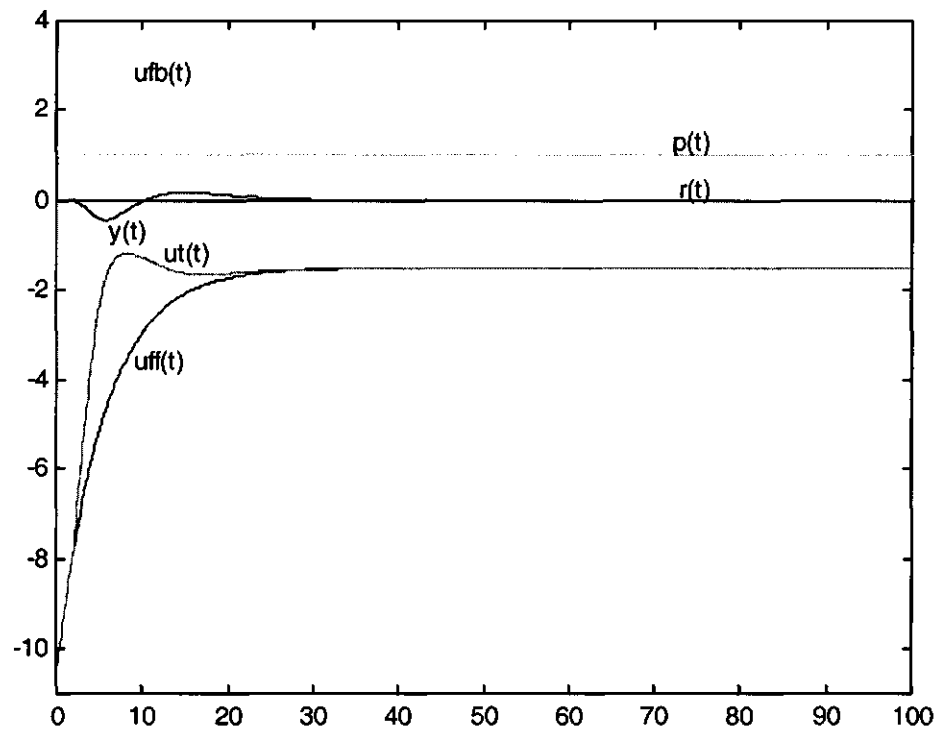


Fig. 4.19. Respuesta del modelo 4, con antealimentador tipo lead/lag

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 39,7881$$

#### 4. Primera iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{2,955}{1 \cdot (-1,5)} = -1,97$$

$$PBI_{(k)} = 7,0573 - 1,97 = 5,0873$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 5,0873 \cdot 5,41 = 27,522$$

y con estos valores obtenemos la siguiente gráfica:

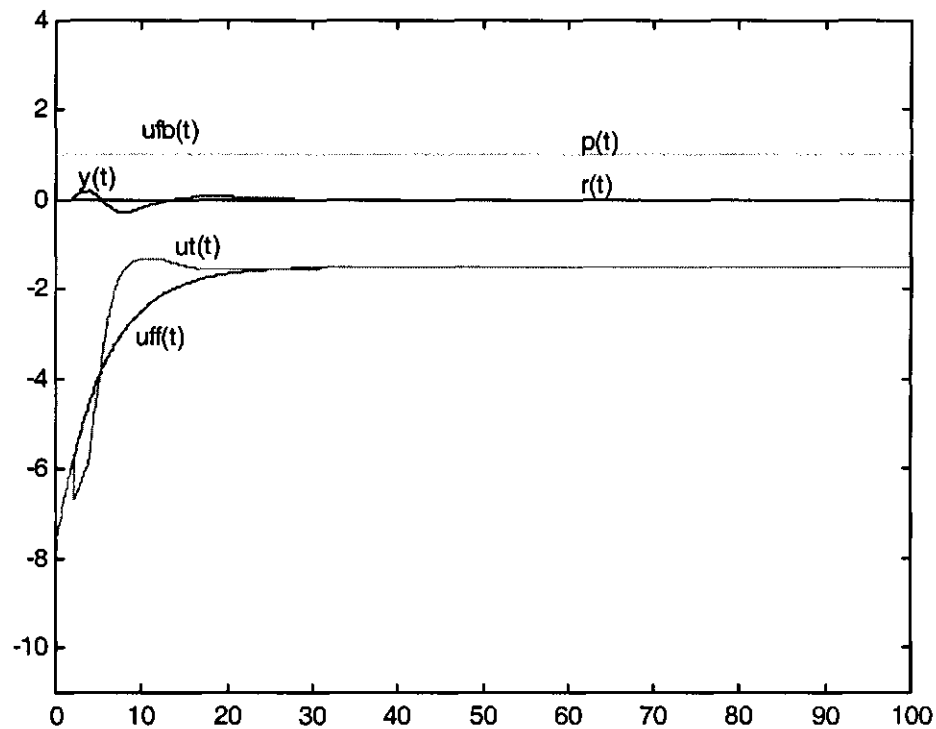


Fig. 4.20. Respuesta del modelo 4, primera iteración

La sumatoria del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 24,7056$$

### 5. Segunda iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{-1,237}{1 \cdot (-1,5)} = 0,82467$$

$$PBI_{(k)} = 5,0873 + 0,82467 = 5,9120$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 5,9120 \cdot 5,41 = 31,984$$

Con estos valores obtenemos:

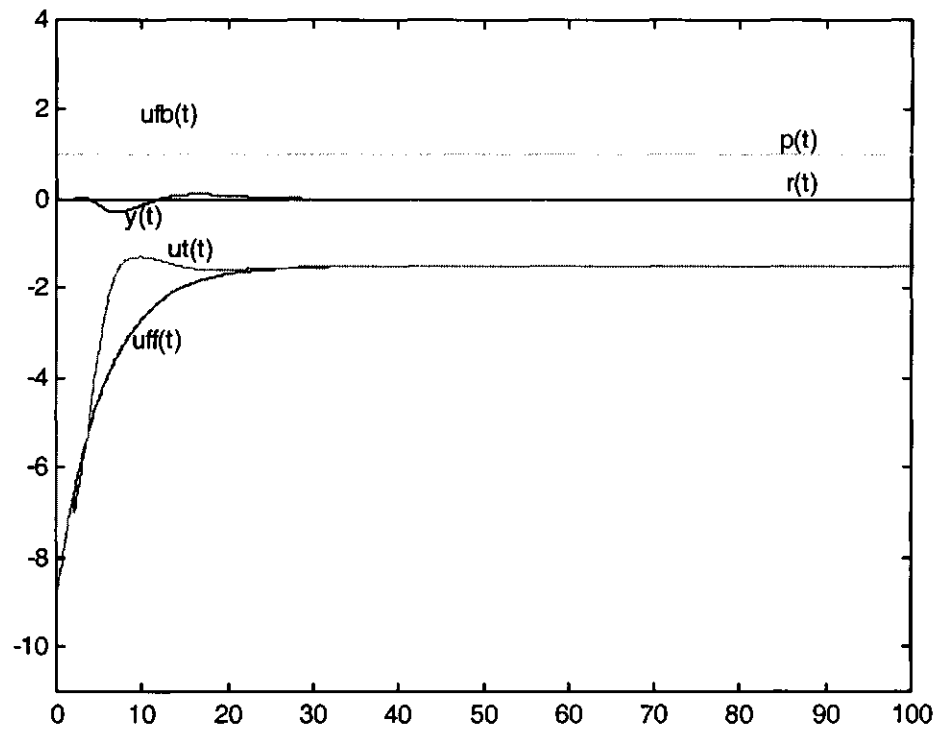


Fig. 4.21. Respuesta del modelo 4, segunda iteración

El valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 25,974$$

### 6. Tercera iteración

$$PBI_{(k)} = PBI_{(k-1)} + PBI_{(k)}^{remanente}$$

$$PBI_{(k)}^{remanente} = \frac{-0,442}{1 \cdot (-1,5)} = 0,29467$$

$$PBI_{(k)} = 5,9120 + 0,29467 = 6,2067$$

$$\tau_{lead} = PBI \cdot \tau_{lag} = 6,2067 \cdot 5,41 = 33,578$$

Con estos valores obtenemos:

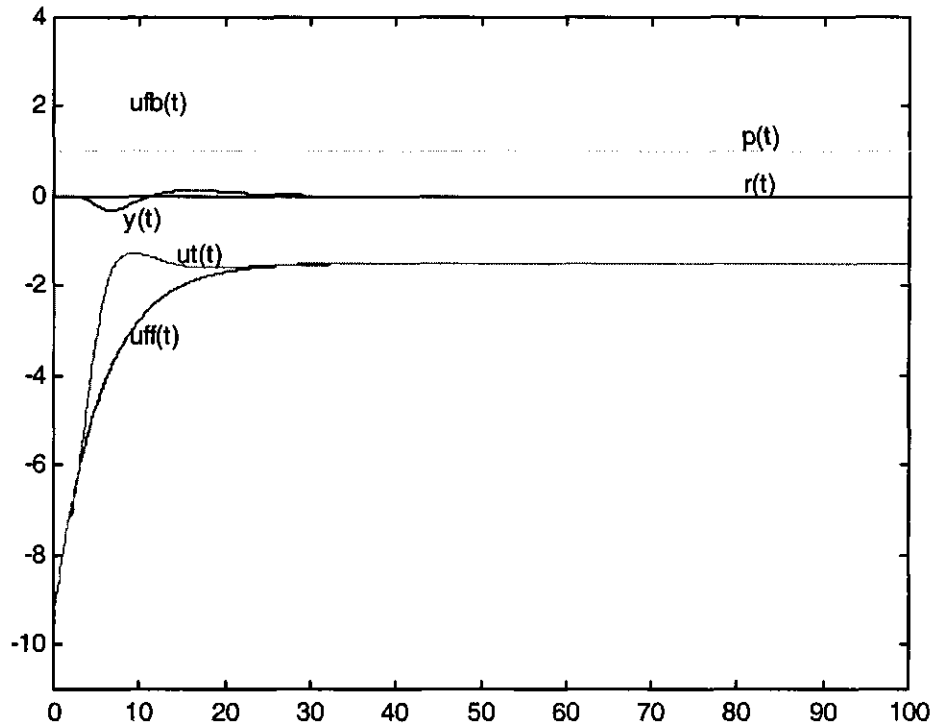


Fig. 4.22. Respuesta del modelo 4, tercera iteración

La suma del valor absoluto del error es:

$$\sum |e(k)| = 28,59$$

### 4.3 Resultados

Como podemos observar a partir de la aplicación del método, éste funciona en los primeros tres casos, en los que la dinámica de  $G_p$  es más lenta que la de  $G_{LC}$ , mientras que en el cuarto caso en los que la dinámica  $G_p$  es más rápida que la de  $G_{LC}$  no proporciona una mejora tan significativa como en los anteriores, esto era un resultado esperado por lo comentado en la *suposición 3.1.1*.

Se puede observar que el *FPD* (Factor de polos dominantes) da una medida de los aplicabilidad de la *suposición 3.1.1* en cada caso.

Abajo se muestra una tabla comparativa de la sumatoria del valor absoluto de los errores, este valor se calculó para 300 instantes de tiempo. En ella se puede apreciar en forma

resumida el resultado de la aplicación del método propuesto en cada uno de los modelos presentados.

Se presenta también el resultado de la aplicación del antealimentador de simple ganancia calculada con el método propuesto y se observa que se obtiene un menor ITAE, particularmente en el caso donde las dinámicas de  $G_p$  y  $G_u$  son iguales como se muestra a continuación:

<i>Modelo</i>	<i>Sin <math>G_a</math></i>	<i>Sólo <math>k_a</math></i>	<i>Con <math>G_a</math></i>	<i>1a Iter.</i>	<i>2a Iter.</i>	<i>Última Iter.</i>
Modelo 1	35	20.9801	12.16	2.49	1.1656	No necesaria
Modelo 2	15.8354	13.9825	8.3102	3.0365	1.1315	No necesaria
Modelo 3	16.7349	0	7.5921	1.3942	0.1808	No necesaria
Modelo 4	80.0786	71.4093	39.7881	24.7056	25.974	28.59 (3a iter.)

Tabla comparativa

# Capítulo 5

## Conclusiones

Mediante la evaluación y simulación del método propuesto sobre los diferentes modelos presentados se pueden establecer las siguientes conclusiones:

\*Sobre la eficacia del método

*-El método propuesto mejora significativamente el desempeño del sistema de control ante perturbaciones tipo escalón cuando la dinámica de la variable de control con respecto a la perturbación en lazo abierto es más lenta que la de  $G_{LC}$ .*

*-El caso de la suposición 3.1.1 resulta ser el caso más común, ya que  $G_{LC}$  corresponde a un sistema automático del que se espera que proporcione rapidez a la variable de control beneficiando la productividad del proceso.*

*-La mejora mencionada en esta conclusión se verifica utilizando el criterio IAE (Integral del Valor absoluto del error) en donde se suma el valor absoluto del error obtenido en cada instante de tiempo durante la simulación, y se obtienen valores menores de IAE por factores de 10 o superiores en los casos en los que se aplica el método.*

\*Sobre la precisión de los parámetros obtenidos con el método comparados con los valores óptimos teóricos.

*-El cálculo de la ganancia es igual al valor óptimo desde el cálculo inicial, como se indica en el corolario 3.1.1.*

*-La estimación  $\tau_{lag}$  depende del factor de la relación de los polos dominantes de la función de transferencia de lazo cerrado entre los polos dominantes de  $\frac{G_p}{G_u}$ , entre más grande sea, la estimación de  $\tau_{lag}$  será más fácil de obtener de la gráfica.*

*-El cálculo de  $\tau_{lead}$  depende de la estimación de PIB inicial y la relación  $\frac{\tau_{lead}}{\tau_{lag}}$  se va haciendo más exacta a medida que se le aplican las iteraciones.*

\*El método planteado, si bien fué diseñado para sistemas en los cuales los polos de  $\frac{G_p}{G_u}$  son los dominantes, cuando se aplica a sistemas en los cuales se viola esta suposición, el método sigue funcionando aunque con factores de mejora en IAE más modestos.

\*El método propuesto es sencillo de aplicar por usuarios no expertos haciendo posible el aprovechamiento de las estrategias que proporcionan los controladores comerciales

que en muchos casos no son utilizados.

\*El método utiliza sólo información sobre el desempeño del sistema en lazo cerrado lo que tiene la ventaja de no interrumpir la operación normal o producción del proceso.

\*La aplicación del método en controladores antealimentados que no incluyen término lead/lag, sino sólo una ganancia, produce una mejora significativa ante la perturbación manejada aunque ésta no se cancele o compense totalmente. Un antealimentador de este tipo instrumenta una medida efectiva para mejorar el desempeño ante la perturbación en cuestión.

## 5.1 Trabajos Futuros

Como consecuencia del trabajo realizado durante el desarrollo de esta tesis se proponen los siguientes trabajos futuros

\*Exploración de otras formas de identificar  $-G_p/G_u$  mediante

*-Métodos que utilicen 2 ó más puntos de la gráfica de la respuesta a la perturbación tipo escalón en lugar de la  $u_{fb}(0)$  para calcular PIB.*

*-Métodos basados en Mínimos cuadrados aplicables a cualquier tipo de perturbación, no solamente a la escalón.*

\*Exploración de alternativas que no requieran  $u_{fb}$  aislada (no disponible para usuarios en muchos controladores comerciales)

\*Identificación por mínimos cuadrados de la función de transferencia de lazo cerrado  $G_{LC}$  y  $G_{u/p}$ , y obtención de  $\frac{G_p}{G_u}$  a partir de ellas sin depender de la suposición 3.1.1.

\*Automatización del procedimiento anterior detectando la perturbación y calculando los parámetros de sintonización del antealimentador sin intervención del usuario.



# Apéndice A

## A.1 Análisis de error en estado estacionario

El hecho de que un sistema dado presente o no error estacionario ante determinado tipo de entrada, depende del tipo de función de transferencia de lazo abierto del sistema.

Un sistema de control puede no tener error de estado estacionario ante un escalón, pero ese mismo sistema puede presentar un error de estado estable ante un entrada rampa, por eso es razonable que los sistemas de control se puedan clasificar de acuerdo a su capacidad de seguir entradas escalón, rampa, parabólica, etc. [4].

Asumiendo un sistema como el que se presenta en la figura 2.20

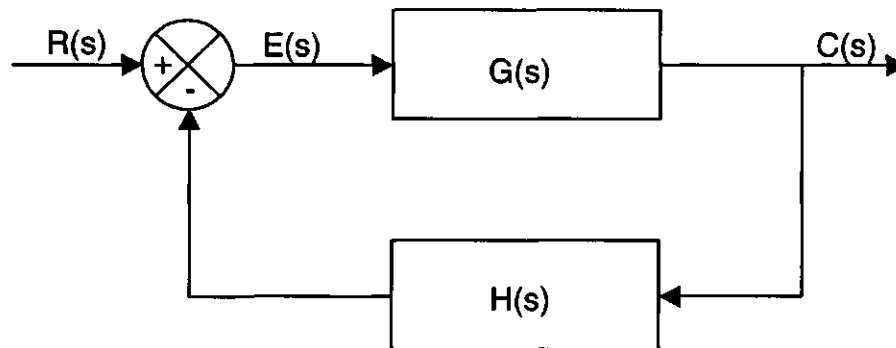


Fig. A.1. Sistema de Control

Si se considera la siguiente función de transferencia de Lazo abierto:

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)} \quad (\text{A.1})$$

El término  $s^N$  en el denominador representa un polo de multiplicidad N en el origen. Un sistema se clasifica de acuerdo al número de integradores de la función de transferencia de lazo abierto como: tipo 0, tipo 1, tipo 2, ..., si  $N=0$ ,  $N=1$ ,  $N=2$ , ..., respectivamente.

Si se considera el sistema de la figura 2.20 la función de lazo cerrado es :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (\text{A.2})$$

La función de transferencia entre la señal de error y la señal de entrada  $r(t)$  es:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (\text{A.3})$$

Utilizando el teorema de valor final para hallar el comportamiento en estado estacionario de un sistema estable tenemos

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (\text{A.4})$$

El error de estado estacionario para una entrada escalón es:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + G(0)H(0)} \quad (\text{A.5})$$

La constante  $k_{ee}$  de error estático ante un entrada escalón se define como:

$$k_{ee} = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = G(0)H(0) \quad (\text{A.6})$$

De esta forma el error de estado estable en términos de  $k_{ee}$  está dado por:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + k_{ee}} \quad (\text{A.7})$$

Para un sistema tipo 0:

$$k_{ee} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots} = K \quad (\text{A.8})$$

Para un sistema tipo 1 o superior

$$k_{ee} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots} = \infty \quad (N \geq 1) \quad (\text{A.9})$$

Por lo tanto, para un sistema tipo 0, la constante  $k_{ee}$  de error estático ante una entrada escalón unitario es finita mientras que para uno de tipo 1,  $k_{ee}$  tiende a infinito.

Para una entrada escalón unitario, el error de estado estacionario  $e_{ss}$  es:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K} \quad \text{para sistemas de tipo 0}$$

$$e_{ss} = 0 \quad \text{para sistemas de tipo 1 o superiores}$$

Del análisis anterior se ve que la respuesta de control retroalimentado, ante una entrada escalón, entraña un error de estado estacionario si no hay integración en la trayectoria directa.

De la misma forma se puede demostrar que para que un sistema de control tenga error de estado estacionario nulo ante una entrada rampa se requiere de un sistema tipo 2 o mayor y para una entrada parabólica unitaria se requiere un sistema tipo 3 o mayor.

## A.2 Ganancia estática de estado estable de una FT

Consideremos una función de transferencia de  $G_p(s)$  a la cual se le aplica una entrada escalón  $U_s = \frac{A}{s}$

La respuesta será:

$$Y(s) = G_p(s) \cdot \frac{A}{s} \quad (\text{A.10})$$

Si el sistema es estable entonces:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_p(s) \frac{A}{s} \quad (\text{A.11})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = G_p(0) A \quad (\text{A.12})$$

Observe que al cambiar la referencia de 0 a  $A$  la respuesta cambia de 0 a  $AG_p(0)$  en estado estable. Por esta razón a  $G_p(0)$  se le conoce como ganancia estática o de estado estable de  $G_p(s)$ .

Considere la función de transferencia de lazo cerrado de un sistema de orden 1 o superior como el del apartado anterior. Su función de transferencia de lazo cerrado es:

$$G_{LC} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Y su función de transferencia de lazo abierto es

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}$$

Asumiendo  $H(s) = 1$  como en nuestro sistema de estudio tenemos:

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}$$

$$G_{LC} = \frac{\frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}}{1 + \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}}$$

$$G_{LC} = \frac{\frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}}{\frac{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1) + K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}}$$

$$G_{LC} = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1) + K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)} \quad (N \geq 1) \quad (\text{A.13})$$

Y por el teorema de valor final tenemos que ante una entrada escalón:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_{LC}(s) \frac{A}{s} \quad (\text{A.14})$$

y finalmente

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = G_{LC}(0) \cdot A \quad (\text{A.15})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1 \cdot A \quad (\text{A.16})$$

Lo que demuestra que un sistema tipo 1 o superior tendrá una ganancia de estado estable igual a la unidad.

# Apéndice B

En este apéndice se presentan las fórmulas para obtener los parámetros de sintonización de un PID con estructura ideal, tanto para cambios en perturbación como para referencia.

## B.1 Sintonización ante cambios en perturbación para un PID con estructura ideal

Proporcional-Integral		
ISE	IAE	ITAE
$k_c = \frac{1,305}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,959}$	$k_c = \frac{0,984}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,986}$	$k_c = \frac{0,859}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,977}$
$\tau_i = \frac{\tau}{0,492} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,739}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0,608} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,707}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0,674} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,680}$

Proporcional-Integral-Derivativo		
ISE	IAE	ITAE
$k_c = \frac{1,495}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,945}$	$k_c = \frac{1,435}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,921}$	$k_c = \frac{1,357}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,947}$
$\tau_i = \frac{\tau}{1,101} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,771}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0,878} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,749}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0,842} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,738}$
$\tau_d = 0,560 \cdot \tau_u \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{1,006}$	$\tau_d = 0,482 \cdot \tau_u \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{1,137}$	$\tau_d = 0,381 \cdot \tau_u \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{0,995}$

## B.2 Sintonización ante cambios en referencia para un PID con estructura ideal

Proporcional-Integral	
IAE	ITAE
$k_c = \frac{0,758}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,861}$	$k_c = \frac{0,586}{k_u} \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)^{-0,916}$
$\tau_i = \frac{\tau}{1,02 - 0,323 \cdot \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)}$	$\tau_i = \frac{\tau}{1,03 - 0,165 \cdot \left(\frac{\theta_u}{\tau_u}\right)}$

<b>Proporcional-Integral-Derivativo</b>	
<i>IAE</i>	<i>ITAE</i>
$k_c = \frac{1,086}{k_u} \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)^{-0,869}$	$k_c = \frac{0,965}{k_u} \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)^{-0,855}$
$\tau_i = \frac{\tau}{0,74 - 0,130 \cdot \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0,796 - 0,147 \cdot \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)}$
$\tau_d = 0,348 \cdot \tau_u \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)^{0,914}$	$\tau_d = 0,308 \cdot \tau_u \left( \frac{\theta_u}{\tau_u} \right)^{0,9292}$

# Bibliografía

ASTROM, K. J. *Computer-Controlled Systems Theory and Design*, tercera ed. Prentice Hall, 1997.

JORGE LIMÓN, JOSÉ DE JESÚS RODRÍGUEZ, E. D. R.Ñ. *Laboratorio de Control de Procesos*. ITESM, 2001.

LIMÓN, J. *Apuntes de Control Digital Avanzado*. ITESM, 2003.

OGATA, K. *Ingeniería de Control Moderna*, segunda ed. Prentice Hall, 1993.

SMITH, C. A. *Principles and Practice of Automatic Process Control*, segunda ed. J. Wiley, 1997.

TIJERINA, R. *Nuevas Propuestas Para la Identificación Automática de Procesos de Primer Orden Por el Método Del Relevador*. 1999.

