

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

PROGRAMA DE GRADUADOS EN MECATRÓNICA Y  
TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN



**TECNOLÓGICO  
DE MONTERREY®**

DISEÑO AUTOMÁTICO DE CONTROLADORES RST ROBUSTOS POR  
MEDIO DEL MOLDEO DE LA FUNCIÓN DE SENSIBILIDAD

**TESIS**

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO  
ACADEMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN

POR:

PABLO ARMANDO ORDÓÑEZ AGUILETA

MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE DE 2007

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY**

**DIVISIÓN DE MECATRÓNICA Y TECNOLOGÍAS INFORMACIÓN**

**PROGRAMA DE GRADUADOS EN MECATRÓNICA Y  
TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN**

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la presente tesis del Ing. Pablo Armando Ordóñez Aguilera sea aceptada como requisito parcial para obtener el grado académico de Maestro en Ciencias en

**AUTOMATIZACIÓN**

**Comité de tesis:**

---

Dr. Ricardo A. Ramírez Mendoza  
Asesor

---

M. C. Luis Rosas Cobos  
Coasesor

---

Dr. Antonio R. Favela Contreras  
Sinodal

---

Dr. Graciano Dieck Assad  
Director del Programa de Graduados en Mecatrónica y Tecnologías de Información

Diciembre de 2007

Diseño Automático de Controladores RST Robustos por Medio del Moldeo de  
la Función de Sensibilidad

POR:

Pablo Armando Ordóñez Aguilera

**TESIS**

Presentada al Programa de Graduados en Mecatrónica y  
Tecnologías de Información

Este trabajo es requisito parcial para obtener el grado de Maestro  
en Ciencias en

AUTOMATIZACIÓN

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY

Diciembre de 2007

## Dedicatoria

A mis padres Pedro y Socorro, quienes con su ejemplo me enseñan tanto, por amarme y siempre creer en mí. Porque son mi apoyo principal y sin ellos no hubiera llegado a donde estoy.

A mi hermano Pedro, porque Dios no me pudo haber dado uno mejor.

A mis tíos Pablo y Sonia, por su apoyo y cariño durante toda mi vida.

A mis primos Pablo, Sonia y Madeleyne, porque más que mis primos son mis hermanos.

# Agradecimientos

Al Dr. Ricardo Ramírez, por todo su apoyo durante el desarrollo de este trabajo.

Al Ing. Luis Rosas Cobos, por sus enseñanzas como profesor, su guía como coasesor y sobre todo por su paciencia y consejos como amigo.

Al Dr. Antonio Favela, por darme la oportunidad de trabajar como asistente en el departamento de mecatrónica durante mis estudios de posgrado, por todas sus enseñanzas dentro y fuera del aula y por su apoyo ahora al emprender mi vida como profesionista.

Al Dr. José de Jesús Rodríguez, por todo lo que aprendí de él durante mis estudios de posgrado, gracias por todo Doc.

Al Dr. Francisco Palomera y la Ing. Elvira Niño, por su apoyo durante mi estancia en el departamento.

A todos mis profesores de la maestría, porque de cada uno me llevo un aprendizaje que me servirá para toda la vida.

A Juan Pineda, por todo su apoyo durante mi estancia como asistente, por sus consejos y enseñanzas.

A Amparo Herrera, por toda su ayuda en el momento que la requerí.

A todos mis compañeros de la maestría, a los que estaban cuando llegué y los que dejo cuando me voy: Pedro Carstensen, Luis Carlos Félix, Geovanna Ruffò, Cecilia Izar, Celina Rea, Gilberto Reynoso, Julio César Ávila, Ariel Cano, Jorge Jiménez, Jorge Gamboa, Mario Claros, Juan Carlos Tudón, Rodrigo Vargas, Joel Castillo, Ángel García, Aldo Cedillo, Ignacio Barradas, Ernesto Pérez, Aline Drivet y Pedro Juárez. Porque más que compañeros son amigos, porque si alguien vivió conmigo el desarrollo de este trabajo fueron ustedes, por su apoyo, comprensión y porque somos parte de algo muy especial llamado MAT.

A Elisa Vázquez, por todo su cariño y comprensión todo este tiempo. ¡Gracias Eli, te quiero mucho!

A mis amigos: José Ramírez, David Ortega, Gheila Ibarra, Ofelia del Valle, Ulises Cázares, Cinthya Espíndola, Ramón Vázquez, Edgar Rivero, Javier Rosell y Emmanuel Soto. Por aceptarme como soy, por su apoyo incondicional y por formar esa familia que nos permitimos escoger.

# Diseño Automático de Controladores RST Robustos por Medio del Moldeo de la Función de Sensibilidad

por

Pablo Armando Ordóñez Aguilera

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Asesor de la tesis: Dr. Ricardo A. Ramírez Mendoza

## Resumen

Las técnicas de control en la actualidad cada vez son más sofisticadas, nuevos algoritmos y nuevas técnicas están siendo desarrolladas gracias en parte a las herramientas computacionales con que se cuenta hoy en día. Sin embargo, muchas de estas técnicas y algoritmos no son tan utilizadas en implementaciones prácticas debido a que no es tan sencilla la teoría detrás de ellas.

El control robusto es una herramienta muy poderosa para el control de procesos, tomando como base el trabajo de investigación del Ingeniero Luis Rosas Cobos sobre controladores robustos, se propone esta tesis. En la metodología original se propone un algoritmo para diseñar un controlador digital de estructura RST (o de dos grados de libertad, ya que se pueden especificar distintos comportamientos para seguimiento y regulación) por medio del moldeo de la función de sensibilidad. Al diseñar un controlador robusto, al ganar robustez se pierde velocidad de respuesta, esto es, se hace más lenta la respuesta en lazo cerrado del proceso. Tomando como motivación esta problemática se presenta esta metodología para el diseño de controladores RST robustos.

Originalmente, el moldeo de la función de sensibilidad se hacía únicamente por medio de proponer polos deseados de lazo cerrado más lentos, ganando así robustez. Se propone hacer el moldeo de la función de sensibilidad no únicamente proponiendo polos de lazo cerrado más lentos, sino utilizando las propiedades de la función de sensibilidad por medio de los filtros  $H_S$ ,  $H_R$  y  $P_F$ , los cuales forman parte del diseño del controlador RST.

La metodología consiste en seleccionar un tiempo de muestreo adecuado, hacer una buena identificación del proceso y finalmente diseñar un controlador robusto, todo esto en forma automática, poniendo al alcance del usuario un controlador más versátil que un PID por ejemplo, con una mínima intervención. Al final se consigue diseñar un controlador robusto sacrificando menos velocidad de respuesta en lazo cerrado en comparación con la metodología original. Se le da la opción al usuario de volver a diseñar el controlador robusto, pidiendo un criterio de robustez más alto que el que entrega la metodología por defecto.

# Índice general

<b>1. Introducción</b> .....	11
1.1. Antecedentes.....	11
1.2. Objetivo .....	14
1.2.1 Alcances .....	14
1.3. Contenido.....	14
<b>2. Marco teórico</b> .....	17
2.1. Prueba del relevador.....	17
2.2. Diseño de controladores digitales .....	18
2.2.1. Mínimos cuadrados.....	19
2.2.2. Algoritmo de identificación automática .....	24
2.2.3. Diseño de controladores RST .....	26
2.2.4. Algoritmo de diseño automático de controladores RST robustos .....	32
2.3. Fundamentos de control robusto.....	36
2.3.1. Estabilidad absoluta.....	36
2.3.2. Estabilidad relativa y márgenes de robustez.....	37
2.3.3. Funciones de sensibilidad .....	40
2.3.4. Propiedades de la función de sensibilidad a la salida $Syp$ .....	41
2.3.5. Incertidumbres en el modelo y estabilidad robusta .....	43
2.3.6. Márgenes de robustez y estabilidad robusta .....	45
<b>3. Metodología propuesta</b> .....	47
3.1. Introducción a la metodología.....	47
3.2. Paso 1: Medición de ruido .....	48
3.3. Paso 2: Selección del periodo de muestreo.....	48
3.4. Paso 3: Obtención de la frecuencia última del proceso .....	50
3.5. Paso 4: Identificación del proceso .....	51
3.6. Paso 5: Diseño del controlador RST robusto .....	52
3.6.1. Subpaso 1: Diseño del controlador RST .....	52
3.6.2. Subpaso 2: Agregar ceros complejos en $H_S(z^{-1})$ .....	54

3.6.3. Subpaso 3: Agregar polos en $P(z^{-1})$ .....	55
3.6.4. Subpaso 4: Agregar ceros complejos en $H_S(z^{-1})$ .....	56
3.6.5. Subpaso 5: Agregar polos en $P(z^{-1})$ .....	56
3.6.6. Subpaso 6: Agregar ceros en $H_R(z^{-1})$ .....	57
3.7. Evaluación de la robustez del controlador.....	58
<b>4. Implementación computacional</b> .....	<b>63</b>
4.1. Descripción del software utilizado.....	63
4.1.1. Matlab Script Node y MathScript Node.....	63
4.2. Panel principal del programa (pestaña <i>Interfaz</i> ).....	64
4.3. Panel principal del programa (pestaña <i>Identificación y RST</i> ).....	70
4.4. Panel Mínimos Cuadrados.....	73
4.5. Panel Diseño RST.....	75
4.6. Ejemplo de aplicación de diseño.....	77
<b>5. Pruebas de la metodología</b> .....	<b>83</b>
5.1. Descripción de las pruebas.....	83
5.2. Procesos de primer orden en simulación.....	85
5.2.1. Modelo 1 (Modelo Nominal).....	86
5.2.2. Modelo 2 (variación paramétrica del 75% más en ganancia).....	89
5.2.3. Modelo 3 (variación paramétrica del 33% menos en constante de tiempo).....	90
5.2.4. Modelo 4 (variación paramétrica del 50% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo).....	92
5.3. Procesos de segundo orden en simulación.....	96
5.3.1. Modelo 5 (Modelo Nominal).....	97
5.3.2. Modelo 6 (variación paramétrica del 75% más en ganancia).....	100
5.3.3. Modelo 7 (variación paramétrica del 150% más en constante de amortiguamiento).....	101
5.3.4. Modelo 8 (variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada).....	103
5.3.5. Modelo 9 (variación paramétrica del 185% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo) ..	105
5.4. Procesos de cuarto orden en simulación.....	109
5.4.1. Modelo Nominal de cuarto orden.....	109
5.4.2. Variación paramétrica de 1.6917 segundos más en tiempo muerto, un periodo de muestreo....	112
5.4.3. Variación paramétrica del 75% más en ganancia K del modelo 10.....	114
5.4.4. Variación paramétrica del 150% más en constante de amortiguamiento del modelo 11.....	116
5.4.5. Variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada del modelo 10.....	118
5.5. Procesos de fase no mínima en simulación.....	122
5.5.1. Modelo 12 (Modelo Nominal).....	123
5.5.2. Modelo 13 (variación paramétrica del 50% más en ganancia).....	126
5.5.3. Modelo 14 (variación paramétrica del 150% más en constante de amortiguamiento).....	128
5.5.4. Modelo 15 (variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada).....	130
5.5.5. Modelo 16 (variación paramétrica del 200% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo)	132
5.5.6. Modelo 17 (variación paramétrica del 100% más en tiempo muerto, medio periodo de muestreo)	134
5.6. Transmisión flexible.....	138
5.6.1. Modelo L0% (Modelo Nominal).....	139
5.6.2. Modelo L50% (Carga Media).....	141



5.6.3. Modelo L100% (Carga Completa) .....	143
5.7. Proceso real de temperatura .....	147
5.7.1. RST-M vs RST-PL .....	148
5.7.2. RST vs PID .....	156
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b> .....	<b>161</b>
6.1. Conclusiones de la metodología .....	161
6.2. Trabajos futuros .....	162



# Índice de figuras

Figura 2 - 1: Prueba del relevador.....	18
Figura 2 - 2: Pasos de la identificación por mínimos cuadrados.....	19
Figura 2 - 3: Algoritmo de identificación automática.....	27
Figura 2 - 4: Estructura del controlador RST.....	27
Figura 2 - 5: Algoritmo propuesto por Rosas L. para el moldeo de la función de sensibilidad.....	35
Figura 2 - 6: Márgenes de fase y ganancia para sistemas inestable y estable.....	39
Figura 2 - 7: Margen de módulo y retraso en un diagrama de Nyquist.....	39
Figura 2 - 8: Lazo de control con un controlador RST en presencia de perturbaciones.....	40
Figura 2 - 9: Disco de incertidumbre.....	43
Figura 3 - 1: Diagrama de flujo de la metodología.....	49
Figura 3 - 2: Fenómeno de aliasing en una señal senoidal.....	50
Figura 3 - 3: Primeros tres pasos de la metodología aplicados por el algoritmo.....	51
Figura 3 - 4: Prueba RBS aplicada al proceso.....	52
Figura 3 - 5: Diagrama de flujo del proceso de diseño del controlador RST moldeando Syp.....	53
Figura 3 - 6: Diagrama de Nyquist ante variaciones paramétricas en el modelo.....	58
Figura 3 - 7: Diagrama de Bode para Syp indicando la frecuencia $\omega_0$ .....	61
Figura 4 - 1: Panel principal de la interfaz.....	66
Figura 4 - 2: Modelo del lazo cerrado de control con perturbación a la salida.....	68
Figura 4 - 3: Panel Identificación y RST.....	72
Figura 4 - 4: Panel Mínimos Cuadrados.....	73
Figura 4 - 5: Panel Diseño RST.....	77
Figura 4 - 6: Mensaje para el diseño automático del controlador.....	78
Figura 4 - 7: Mensaje para introducción de amplitud de la prueba.....	79
Figura 4 - 8: Pestaña Identificación y RST después de haberse realizado el proceso de autosintonía y haber mandado a graficar la función de sensibilidad a la salida Syp.....	80
Figura 4 - 9: Respuesta ante un cambio en referencia y una perturbación.....	81

Figura 5 - 1: Diagramas de Bode para los modelos de primer orden.....	86
Figura 5 - 2: Seguimiento en el modelo 1. ....	87
Figura 5 - 3: Regulación en el modelo 1.....	88
Figura 5 - 4: Seguimiento en el modelo 2. ....	89
Figura 5 - 5: Regulación en el modelo 2.....	90
Figura 5 - 6: Seguimiento en el modelo 3. ....	91
Figura 5 - 7: Regulación en el modelo 3.....	92
Figura 5 - 8: Seguimiento en el modelo 4. ....	93
Figura 5 - 9: Regulación en el modelo 4.....	94
Figura 5 - 10: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 1. ....	95
Figura 5 - 11: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo 1. ....	95
Figura 5 - 12: Diagramas de Bode para los modelos de segundo orden. ....	97
Figura 5 - 13: Seguimiento en el modelo 5. ....	98
Figura 5 - 14: Regulación en el modelo 5.....	99
Figura 5 - 15: Seguimiento en el modelo 6. ....	100
Figura 5 - 16: Regulación en el modelo 6.....	101
Figura 5 - 17: Seguimiento en el modelo 7. ....	102
Figura 5 - 18: Regulación en el modelo 7.....	103
Figura 5 - 19: Seguimiento en el modelo 8. ....	104
Figura 5 - 20: Regulación en el modelo 8.....	105
Figura 5 - 21: Seguimiento en el modelo 9. ....	106
Figura 5 - 22: Regulación en el modelo 9.....	107
Figura 5 - 23: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 5. ....	108
Figura 5 - 24: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo 5. ....	108
Figura 5 - 25: Diagramas de Bode para los modelos de cuarto orden. ....	109
Figura 5 - 26: Seguimiento en el modelo de cuarto orden. ....	111
Figura 5 - 27: Regulación en el modelo de cuarto orden. ....	112
Figura 5 - 28: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en $t_0$ .....	113
Figura 5 - 29: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en $t_0$ . ....	114
Figura 5 - 30: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en $K$ .....	115
Figura 5 - 31: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en $K$ . ....	116
Figura 5 - 32: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en $\zeta$ .....	117
Figura 5 - 33: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en $\zeta$ . ....	118
Figura 5 - 34: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en $\omega_n$ .....	119
Figura 5 - 35: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en $\omega_n$ .....	120
Figura 5 - 36: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo nominal. ....	121
Figura 5 - 37: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo nominal. ....	121
Figura 5 - 38: Diagramas de Bode para los modelos de fase no mínima. ....	123
Figura 5 - 39: Seguimiento en el modelo 12.....	125
Figura 5 - 40: Regulación en el modelo 12. ....	126
Figura 5 - 41: Seguimiento en el modelo 13.....	127
Figura 5 - 42: Regulación en el modelo 13. ....	128
Figura 5 - 43: Seguimiento en el modelo 14.....	129
Figura 5 - 44: Regulación en el modelo 14. ....	130
Figura 5 - 45: Seguimiento en el modelo 15.....	131
Figura 5 - 46: Regulación en el modelo 15. ....	132
Figura 5 - 47: Seguimiento en el modelo 16.....	133
Figura 5 - 48: Regulación en el modelo 16. ....	134

Figura 5 - 49: Seguimiento en el modelo 17.....	135
Figura 5 - 50: Regulación en el modelo 17.....	136
Figura 5 - 51: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 12.....	137
Figura 5 - 52: Funciones de sensibilidad complementarias para el modelo 12.....	137
Figura 5 - 53: Diagramas de Bode para los 3 modelos de la transmisión.....	138
Figura 5 - 54: Seguimiento en el modelo L0%.....	140
Figura 5 - 55: Regulación en el modelo L0%.....	141
Figura 5 - 56: Seguimiento en el modelo L50%.....	142
Figura 5 - 57: Regulación en el modelo L50%.....	143
Figura 5 - 58: Seguimiento en el modelo L100%.....	144
Figura 5 - 59: Regulación en el modelo L100%.....	145
Figura 5 - 60: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo L0%.....	146
Figura 5 - 61: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo L0%.....	146
Figura 5 - 62: Funciones de sensibilidad a la entrada para ambos controladores y el modelo L0%.....	147
Figura 5 - 63: Diagrama esquemático de la estación de control de temperatura.....	148
Figura 5 - 64: Diagramas de Bode para los procesos de tiempo real.....	149
Figura 5 - 65: Seguimiento en el proceso real velocidad 3 (nominal).....	151
Figura 5 - 66: Regulación velocidad 3 (nominal).....	152
Figura 5 - 67: Seguimiento en el proceso real velocidad 2 (menor flujo de aire).....	153
Figura 5 - 68: Regulación en velocidad 2 (menor flujo de aire).....	154
Figura 5 - 69: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores.....	155
Figura 5 - 70: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores.....	155
Figura 5 - 71: Seguimiento en el proceso real, velocidad 4 (nominal).....	157
Figura 5 - 72: Regulación en velocidad 4 (nominal).....	158
Figura 5 - 73: Seguimiento en el proceso real, velocidad 3 (menor flujo de aire).....	159
Figura 5 - 74: Regulación en velocidad 3 (menor flujo de aire).....	160



# Índice de tablas

Tabla 2 - 1: Intervalos de confianza para correlaciones.....	23
Tabla 3 - 1: Comparación entre metodologías original y propuesta.....	62
Tabla 4 - 1: Formato de archivo para cargar modelo.....	65
Tabla 4 - 2: Formato del archivo que contiene los coeficientes del controlador RST.....	71
Tabla 5 - 1: Modelos de primer orden a simular.....	85
Tabla 5 - 2: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 1.....	88
Tabla 5 - 3: Índices de desempeño en regulación, modelo 1.....	88
Tabla 5 - 4: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 2.....	89
Tabla 5 - 5: Índices de desempeño en regulación, modelo 2.....	90
Tabla 5 - 6: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 3.....	91
Tabla 5 - 7: Índices de desempeño en regulación, modelo 3.....	92
Tabla 5 - 8: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 4.....	93
Tabla 5 - 9: Índices de desempeño en regulación, modelo 4.....	94
Tabla 5 - 10: Modelos de segundo orden a simular.....	96
Tabla 5 - 11: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 5.....	99
Tabla 5 - 12: Índices de desempeño en regulación, modelo 5.....	99
Tabla 5 - 13: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 6.....	100
Tabla 5 - 14: Índices de desempeño en regulación, modelo 6.....	101
Tabla 5 - 15: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 7.....	102
Tabla 5 - 16: Índices de desempeño en regulación, modelo 7.....	103
Tabla 5 - 17: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 8.....	104
Tabla 5 - 18: Índices de desempeño en regulación, modelo 8.....	105
Tabla 5 - 19: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 8.....	106
Tabla 5 - 20: Índices de desempeño en regulación, modelo 9.....	107
Tabla 5 - 21: Procesos de segundo orden usados para generar el cuarto orden.....	109
Tabla 5 - 22: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden.....	111
Tabla 5 - 23: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden.....	112
Tabla 5 - 24: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en $t_0$ .....	113
Tabla 5 - 25: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en $t_0$ .....	114

Tabla 5 - 26: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en $K$ .....	115
Tabla 5 - 27: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en $K$ .....	116
Tabla 5 - 28: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en $\zeta$ .....	117
Tabla 5 - 29: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en $\zeta$ .....	118
Tabla 5 - 30: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en $\omega_n$ .....	119
Tabla 5 - 31: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en $\omega_n$ .....	120
Tabla 5 - 32: Modelos de fase no mínima a simular. ....	122
Tabla 5 - 33: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 12.....	125
Tabla 5 - 34: Índices de desempeño en regulación, modelo 12.....	126
Tabla 5 - 35: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 13.....	127
Tabla 5 - 36: Índices de desempeño en regulación, modelo 13.....	128
Tabla 5 - 37: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 14.....	129
Tabla 5 - 38: Índices de desempeño en regulación, modelo 14.....	130
Tabla 5 - 39: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 15.....	131
Tabla 5 - 40: Índices de desempeño en regulación, modelo 15.....	132
Tabla 5 - 41: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 17.....	135
Tabla 5 - 42: Índices de desempeño en regulación, modelo 17.....	136
Tabla 5 - 43: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L0%.....	140
Tabla 5 - 44: Índices de desempeño en regulación, modelo L0%.....	141
Tabla 5 - 45: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L50%. ....	142
Tabla 5 - 46: Índices de desempeño en regulación, modelo L50%. ....	143
Tabla 5 - 47: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L100%.....	144
Tabla 5 - 48: Índices de desempeño en regulación, modelo L100%. ....	145
Tabla 5 - 49: Índices de desempeño en seguimiento proceso real velocidad 3 (nominal).....	151
Tabla 5 - 50: Índices de desempeño en regulación velocidad 3(nominal).....	152
Tabla 5 - 51: Índices de desempeño en seguimiento, proceso real velocidad 2 (menor flujo de aire).....	153
Tabla 5 - 52: Índices de desempeño en regulación, velocidad 2 (menor flujo de aire).....	154
Tabla 5 - 53: Índices de desempeño en seguimiento, velocidad 4 (nominal).....	157
Tabla 5 - 54: Índices de desempeño en regulación, velocidad 4 (nominal).....	158
Tabla 5 - 55: Índices de desempeño en seguimiento, velocidad 3 (menor flujo de aire). ....	159
Tabla 5 - 56: Índices de desempeño en regulación, velocidad 3 (menor flujo de aire).....	160



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

Hoy en día la ingeniería de control busca desarrollar nuevos esquemas de control de procesos los cuales sean capaces de obtener un desempeño satisfactorio sin importar el efecto que puedan ocasionar situaciones como: ruido en mediciones, no linealidades en el proceso, no linealidades en el elemento actuador final, perturbaciones al proceso, perturbaciones a la variable manipuladora, cambios de punto de operación, cambios de carga en el proceso, entre otros. Para atacar tal problemática surgen principalmente: las estrategias avanzadas de control, el control adaptivo, adaptivo-predictivo y el control robusto.

Las estrategias avanzadas de control son modificaciones a la estructura de control retroalimentado simple o clásico, con el fin de atacar las principales perturbaciones que alteran el comportamiento del lazo de control. Entre las más comunes se tienen al control cascada, anteaalimentado y el predictor de Smith. El control cascada se enfoca en eliminar perturbaciones sobre la variable manipuladora, el control anteaalimentado en eliminar perturbaciones que inciden directamente sobre la variable a controlar y el predictor de Smith para controlar procesos con tiempos muertos grandes.

El control adaptivo cubre un conjunto de técnicas que proveen un enfoque sistemático de ajuste automático del controlador en tiempo real. Además, este tipo de controlador busca alcanzar o mantener un nivel deseado de desempeño del sistema de control cuando los parámetros de la dinámica del modelo de la planta son desconocidos o variantes en el tiempo. En un esquema de control retroalimentado, el objetivo de la retroalimentación es el de rechazar el efecto de las perturbaciones sobre la variable a controlar y regresar dicha variable al valor deseado. Esto se hace midiendo la variable a controlar, comparándola con el valor deseado y ese error generado es la entrada al controlador que generará la señal de control deseada. Un concepto similar se puede considerar en control adaptivo, definiendo un *índice de desempeño (ID)* como una medición del desempeño del sistema (por ejemplo el factor de amortiguamiento en lazo cerrado caracterizado por una función de transferencia de segundo orden), se debe medir dicho ID y compararse con el deseado y la diferencia será la entrada al mecanismo de adaptación el cual actuará directamente

sobre los parámetros del controlador o sobre la variable manipuladora para así modificar el desempeño del sistema. Landau I. D. [2].

Entonces se puede definir que un sistema de control adaptivo es aquel que mide un cierto índice de desempeño (ID) del sistema de control, lo compara, y con base en el resultado de la comparación el mecanismo de adaptación modifica los parámetros del controlador o genera una señal auxiliar de control para así mantener el índice de desempeño deseado. Landau I. D. [2].

El control predictivo fue introducido en 1974, el cual puede expresarse como: “Basándose en un modelo del proceso, el control predictivo es el que hace que la salida dinámica del proceso predicha por un modelo sea igual a una salida dinámica deseada convenientemente elegida”. Definido así, el control predictivo es literal y su objetivo se puede plasmar en un claro significado físico. La combinación de un bloque de adaptación y uno de predicción dan origen al control adaptivo-predictivo. Sánchez J. [6].

En la presencia de variaciones paramétricas, o de manera más general, variaciones de las características dinámicas de la planta a controlar, el diseño robusto de control de un lazo retroalimentado convencional es una herramienta poderosa para alcanzar niveles de desempeño satisfactorios para una familia de modelos de una planta. Dicha familia se define comúnmente por medio un modelo nominal y un tamaño de incertidumbre especificado en el dominio de dicho parámetro o en el dominio de la frecuencia. Un controlador robusto es aquel que sin modificar sus parámetros se mantiene estable ante posibles incertidumbres o variaciones paramétricas en el modelo de la planta. El problema de robustez es especialmente importante en el control de procesos industriales, donde la naturaleza dinámica del proceso es compleja, posiblemente no lineal y variante en el tiempo durante su operación. Todo esto hace que los modelos lineales generalmente usados, sean aproximaciones del comportamiento del proceso bajo ciertas condiciones de operación.

El rango del dominio de las incertidumbres para un desempeño satisfactorio alcanzable dependerá del problema a resolver. A veces, un dominio amplio de incertidumbre puede tolerarse cuando en otros casos no. Si el desempeño deseado no puede alcanzarse para todo el rango posible de variaciones paramétricas, el control adaptivo debe considerarse en conjunto con el control robusto. Landau I. D. [2].

La sintonización de un controlador robusto para un modelo nominal usando una técnica de control adaptivo, mejorará el desempeño obtenido del diseño robusto del controlador. Por lo cual, el diseño robusto se verá beneficiado por el uso del control adaptivo en términos de un mejor desempeño y una extensión en el rango de operación, porque el tamaño de las incertidumbres permitidas se extiende al usar la adaptación.

Por otro lado, usar un diseño de control robusto para diseñar un sistema de control adaptivo puede mejorar drásticamente el desempeño del controlador adaptable. Por lo tanto, se puede concluir que el control robusto en conjunto con el control adaptivo es un esquema de control muy poderoso, dado que ambos esquemas se benefician entre ellos.

La principal diferencia entre las estrategias avanzadas de control, las cuales están basadas en el control retroalimentado convencional y el control adaptivo y/o robusto es la siguiente: mientras que los sistemas de control retroalimentado simples están orientados hacia eliminar el efecto de perturbaciones sobre las variables controladas, el diseño adaptivo y/o robusto está orientado primeramente hacia eliminar el efecto de perturbaciones paramétricas sobre el desempeño del lazo de control. Landau I. D. [2].

Por lo tanto, ante variaciones paramétricas se debe optar por un esquema robusto, adaptivo o una combinación de ambos. En el caso de control robusto, el diseño se puede atacar por diversas técnicas, entre las principales se encuentran: funciones de sensibilidad y control  $H_\infty$ . Existe una relación entre estos dos enfoques, pero se puede decir que las funciones de sensibilidad son usadas en el caso de un esquema de control univariable, SISO (Single Input Single Output); mientras que el enfoque  $H_\infty$  puede usarse para el caso univariable, SISO y multivariable, MIMO (Multiple Input Multiple Output) sin restricción alguna.

A pesar de que los avances en el control adaptivo, robusto y estrategias avanzadas de control son muchos, en los procesos industriales no es tan común encontrar dichos esquemas, usualmente porque implica tener un experto en control que se dedique exclusivamente a manejar y sintonizar los controles avanzados. Ante esta demanda por parte de la industria, se comenzaron a desarrollar tecnologías y estrategias que simplificaran el uso de técnicas avanzadas de control en aplicaciones prácticas sin tener que preocuparse por tener un experto en control. Quizá la técnica más famosa corresponde a la de autosintonización de controladores PID usando la prueba del relevador propuesta por Aström. Esta técnica ha sido incorporada a controladores industriales, haciendo mucho más simple el proceso de sintonía de un controlador tipo PID.

En el área del control difuso también se han dado grandes avances en los últimos tiempos. La industria automotriz así como la de electrodomésticos cada día hace más uso de este tipo de control. La ventaja de este control es que no se necesita tener un modelo del proceso, sólo conocer su comportamiento, por lo cual se pueden atacar problemas como las no linealidades de una forma más intuitiva y a base de conocimiento; esto por la misma naturaleza del control difuso. Por otra parte las redes neuronales también han tenido grandes avances en los últimos tiempos, gracias a la capacidad de procesamiento computacional con el que se cuenta hoy en día; por lo cual el control difuso se ha visto beneficiado por las redes neuronales, para crear el concepto de control neuro-difuso. Así, se le ha dado al control difuso la capacidad de adaptación o de un aprendizaje más rápido dependiendo el esquema usado. Así, se ha puesto al alcance de la industria controladores más versátiles que un PID por medio de la lógica difusa o neuro-difusa.

Teniendo como finalidad poner al alcance de usuario no necesariamente experto en la teoría de control, o con un conocimiento mínimo de dicha teoría, se han desarrollado importantes trabajos en el área de identificación automática de procesos, diseño automático de controladores y diseño automático de controladores robustos.

En el trabajo de tesis propuesto por García Q. [2] en el 2000, se desarrolló un algoritmo capaz de identificar de manera automática el modelo discreto de un proceso continuo usando la técnica de mínimos cuadrados, esa metodología sirve como base para poder diseñar un controlador digital usando el modelo del proceso identificado.

Partiendo de la metodología de identificación automática se continuó al diseño automático de un controlador digital de dos grados de libertad tipo RST. Esta estructura de controlador es propuesta por Landau I. D. [2] y la metodología de autosintonía es propuesta por Treviño E. [9] en el 2002. Esta metodología automatiza el proceso completo de identificación de la planta y diseña un controlador de dos grados de libertad, el cual tiene un buen desempeño ante cambios de referencia y perturbaciones, cuando el proceso es lineal e invariante en el tiempo.

Continuando con esta línea de investigación, Rosas L. [8] en el 2002 propone agregarle al controlador RST un aspecto importante: robustez. Como se mencionó anteriormente, ésta es la característica que tiene un controlador de mantener estable y controlado a un proceso ante variaciones paramétricas en el modelo del proceso. Toma como base los trabajos de García Q. [2] y Treviño E. [9] en lo que a identificación y autosintonización se refiere. Haciendo uso de la función de sensibilidad y el moldeo de esta misma, Rosas L. [8] obtiene un controlador robusto

que se desempeña bien ante cambios en referencia y perturbaciones, soportando variaciones paramétricas en el modelo del proceso. Conforme se hace más robusto el controlador, la respuesta del sistema se hace más lenta también, sacrificando entonces velocidad por robustez y viceversa.

La metodología propuesta por Rosas L. [8] podría mejorarse si al momento de diseñar el controlador robusto, se moldeara la función de sensibilidad usando otras herramientas, buscando así obtener robustez sin sacrificar la velocidad de respuesta.

## 1.2. Objetivo

El objetivo general del presente trabajo de investigación se divide en dos aspectos:

- Desarrollar una metodología para la identificación y diseño automático de controladores digitales robustos con estructura RST, utilizando la técnica del moldeado de la función de sensibilidad, buscando no sacrificar tanta velocidad en respuesta al obtener la robustez deseada, esto en comparación con lo propuesto por Rosas L. [8].
- Desarrollar una interfaz de usuario computacional en el software de National Instruments, LabVIEW™, para poder evaluar la metodología propuesta mediante la simulación y la aplicación a un proceso real.

### 1.2.1. Alcances

Los alcances para la presente investigación son:

- La metodología estará enfocada en procesos univariantes (SISO), lineales.
- La metodología se evaluará ante un conjunto de procesos nominales simulados, así como también en un proceso real para el control de temperatura de una secadora industrial.

## 1.3. Contenido

El Capítulo actual es una breve introducción de los temas a tratar en la presente investigación.

En el Capítulo 2 se introducen los conceptos teóricos base para el presente trabajo de tesis, entre ellos se encuentran: prueba del relevador, identificación por mínimos cuadrados, algoritmo de identificación automática por mínimos cuadrados, análisis del diseño de controladores digitales RST por medio de la técnica de colocación de polos, algoritmo de diseño automático de controladores digitales RST robustos y finalmente, los conceptos de control robusto como son estabilidad robusta, margen de retraso, margen de módulo y las funciones de sensibilidad.

En el Capítulo 3 se presenta a detalle la metodología propuesta de diseño automático de controladores digitales RST, los pasos que la componen y su justificación teórica basada en lo revisado en el Capítulo 2 (marco teórico).

En el Capítulo 4 se mencionan los aspectos básicos de la implementación computacional desarrollada para la prueba de la metodología. Se explican a detalle las funciones con las que

cuenta el programa y al final se presenta un ejemplo de diseño, mostrando los pasos a seguir para poder obtener el controlador.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados de las pruebas realizadas para justificar y validar la propuesta de tesis. En este capítulo se podrán observar las gráficas y tablas correspondientes a los resultados obtenidos tanto en simulación como con el proceso real.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas del presente trabajo de tesis, además de los trabajos futuros que puedan realizarse para mejorar y extender la línea de investigación



## Capítulo 2

# Marco teórico

### 2.1. Prueba del relevador

La prueba del relevador es una técnica de autosintonización de controladores tipo PID, propuesta por Aström en 1984, la cual se basa en el criterio de sintonización de controladores PID propuesto por Ziegler y Nichols en 1942, al cual se le conoce como ganancia última.

El método de ganancia última consiste en deshabilitar las acciones integral y derivativa de un controlador PID, dejando únicamente la acción proporcional. Se aumenta la ganancia del controlador ( $K_c$ ) hasta que el proceso alcanza el límite de estabilidad, es decir, que la respuesta oscile con una amplitud y periodo constante. Al valor de ganancia que logra dicho comportamiento se le conoce como *ganancia última* ( $K_u$ ) y al periodo de oscilación se le conoce como *periodo último* ( $T_u$ ).

El método propuesto por Aström K. J. [1] utiliza una prueba conocida como el relevador, esta prueba consiste en sustituir al controlador del proceso por un relevador que envíe una manipuladora de tipo on-off cada vez que se presente error en la respuesta, de la siguiente forma

$$u_k = u_{ss} + A \text{ si } e > 0 \quad (2.1)$$

$$u_k = u_{ss} - A \text{ si } e < 0 \quad (2.2)$$

donde  $A$  es una amplitud definida por el usuario de tal forma que el proceso no se salga del punto de operación. En la práctica, en un proceso real, es común que la variables de proceso, tenga ruido, el cual podría disparar en falso el relevador, dado que variaciones pequeñas resultarían en un error pequeño, pero ya no sería cero. Es por esto que se recomienda poner una banda de histéresis para protegerse ante este posible problema. Al agregar la banda de histéresis, la ley de control se modifica, quedando como:

$$u_k = u_{ss} + A \text{ si } y_k \leq h_{\min} \quad (2.3)$$

$$u_k = u_{ss} - A \text{ si } y_k \geq h_{\max} \quad (2.4)$$

El relevador asume que la respuesta que se presenta en la variable de proceso es de tipo senoidal y que la amplitud de ésta es la primera armónica, por tanto el valor de la ganancia última se puede obtener de la siguiente ecuación

$$Ku = \frac{4A}{\pi a} \quad (2.5)$$

Donde  $A$  es la amplitud del relevador que se le suma a la manipuladora y  $a$  es la amplitud de la primera armónica observada en la respuesta del proceso, el periodo último se puede obtener directamente del periodo observado en la señal de respuesta. En la Figura 2 - 1 se puede observar una prueba de relevador aplicada a un proceso: primero se mide el ruido, se crea la banda de histéresis y se aplica el relevador.

Con esta prueba se pueden obtener los valores de  $Ku$  y  $Tu$  que permitan sintonizar un controlador PID por el método de ganancia última. Una ventaja de este método es que es de muy fácil implementación en un controlador digital. En este presente trabajo de investigación, la prueba del relevador se usará para obtener el valor de la frecuencia última  $\omega_u$ , el cual servirá como referencia para comenzar a sintonizar el controlador RST.

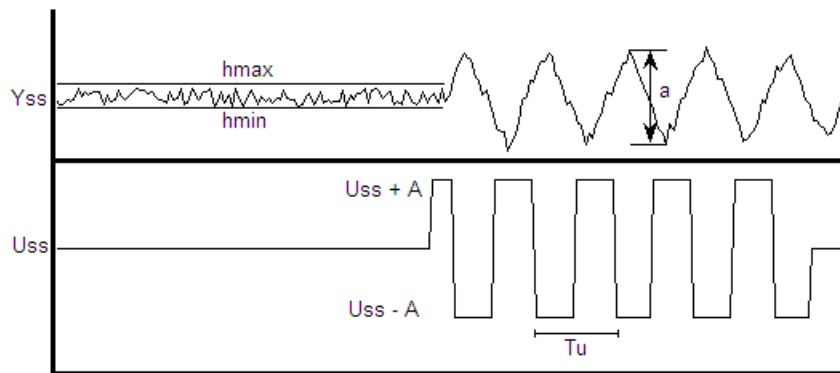


Figura 2 - 1: Prueba del relevador.

## 2.2. Diseño de controladores digitales

Algunos controladores digitales parten de la estructura en continua de dicho controlador y mediante alguna técnica de discretización se digitaliza. Este tipo de controladores buscan emular el comportamiento de un controlador continuo, sin embargo, si el control va a ser implementado en digital a través de una computadora u otro dispositivo programable, es conveniente partir de un diseño completamente digital, por lo cual se debe obtener un modelo discreto del proceso y con base en este modelo diseñar el controlador.

Así, el diseño de un controlador digital parte de contar con un buen modelo discreto del proceso, donde dicho modelo sólo es válido para el periodo de muestreo en el que se identificó. A continuación se describe una de las técnicas más usadas para identificación de modelos discretos.



### 2.2.1. Mínimos cuadrados

El proceso de identificación de un buen modelo del proceso a controlar es de vital importancia para el diseño del controlador. Algunos de los métodos más usados para la identificación de sistemas son:

- Métodos gráficos
- Métodos basados en respuesta a la frecuencia
- Métodos estadísticos

La identificación por mínimos cuadrados se encuentra dentro de los métodos estadísticos de obtención de modelos paramétricos. Entre las ventajas del método es que permite obtener directamente el modelo discreto del proceso así como su gran precisión. El proceso de identificación se muestra en la Figura 2 - 2, a continuación se describe cada uno de los pasos.

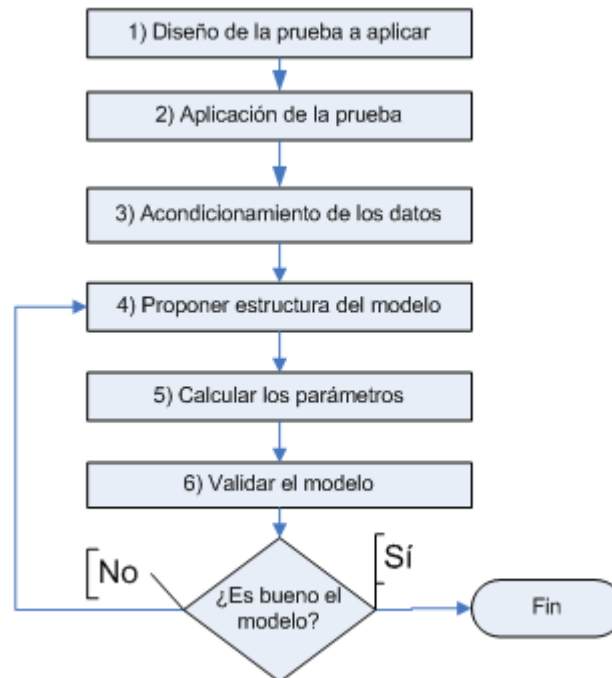


Figura 2 - 2: Pasos de la identificación por mínimos cuadrados.

#### 1. Diseño de la prueba

El diseño de la prueba consiste en especificar las características de la señal de entrada al proceso que se encargue de excitar frecuentemente al proceso y así poder obtener la información necesaria para identificarlo. Entre las características a especificar en el diseño de la prueba se encuentran:

##### *Tipo de prueba*

La prueba RBS (Random Binary Sequence) es muy utilizada en la identificación por mínimos cuadrados debido a la información que proporciona del proceso y su fácil implementación. Consiste de una secuencia de manipulaciones binarias aleatorias, donde la manipulación en el instante  $k$  se calcula de la siguiente manera:

$$u_k = u_{ss} + A \text{ si}(\text{random}) \geq 0.5 \quad (2.6)$$

$$u_k = u_{ss} - A \text{ si}(\text{random}) < 0.5 \quad (2.7)$$

donde random es un número aleatorio entre 0 y 1 (este número debe provenir de una distribución con media 0 y varianza 1) y A es la amplitud de la prueba que se suma o resta al valor de la manipulación en estado estable.

### *Amplitud*

La amplitud de la prueba se selecciona buscando que sea lo suficientemente grande para distinguir la respuesta del proceso del posible ruido que éste pueda tener, pero así también, que no se aleje mucho del punto de operación.

### *Duración*

La duración de la prueba se selecciona con base en la precisión que se busca en el modelo del proceso a identificar. A mayor número de datos o muestras, mayor será la precisión. Landau I.D. [3] sugiere como mínimo 100 muestras para obtener buenos resultados.

### *Tiempo de muestreo*

La selección del tiempo de muestreo para la prueba debe ser el mismo que se va a utilizar en el control del proceso, ya que como se dijo antes, el modelo sólo aplica para el tiempo de muestreo al que fue identificado.

## **2. Aplicación de la prueba**

La aplicación de la prueba debe realizarse cuando el proceso se encuentra en estado estable y en el punto de operación. Esto se realiza para garantizar que los datos se centren correctamente y así mejorar los resultados de la identificación. En caso de que el proceso se salga mucho del punto de operación al realizar la prueba, se sugiere reducir la amplitud o usar una prueba RBS acotada.

## **3. Acondicionamiento de los datos**

Este paso consiste en realizar dos pasos:

### a) Centrar los datos

El centrado de los datos se realiza debido a que la función de transferencia del proceso, modela variables de desviación respecto a los valores de estado estable. El centrado consiste en restarle el valor de estado estable a las variables de entrada y salida, esto es:

$$y_k = y_k - y_{ss} \text{ para } k = 0, 1, 2 \dots n \quad (2.8)$$

$$u_k = u_k - u_{ss} \text{ para } k = 0, 1, 2 \dots n \quad (2.9)$$

Para obtener  $y_{ss}$  y  $u_{ss}$  se puede tomar la media aritmética de las entradas y salidas o incluso los valores que tenía el proceso antes de comenzar la prueba.

b) Escalar los datos

El escalamiento de los datos es conveniente cuando las variaciones observadas entre las entradas y salidas son considerables, esto es, que existe una diferencia de órdenes en las variaciones significativa. Se sugiere escalarlos dividiéndolos entre su desviación estándar, esto es:

$$y'_k = \frac{y_{k(\text{centrado})}}{\sigma_y} \text{ para } k = 0, 1, 2 \dots n \quad (2.10)$$

$$u'_k = \frac{u_{k(\text{centrado})}}{\sigma_u} \text{ para } k = 0, 1, 2 \dots n \quad (2.11)$$

A este proceso se le conoce como normalización. Al obtener los parámetros deseados del proceso con los datos escalados, es necesario quitar el efecto de la normalización.

#### 4. Proponer la estructura del modelo

La estructura del modelo discreto a proponer será del tipo ARX (autoregresivo con variable exógena), la cual tiene la siguiente forma:

$$Gp(z^{-1}) = \frac{\text{Salida}(z^{-1})}{\text{Entrada}(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1-d} + b_2 z^{-2-d} + \dots + b_{nb} z^{-nb-d}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}} \quad (2.12)$$

donde  $d$  es el tiempo muerto discreto del proceso, los coeficientes  $a$  se relacionan con la autoregresividad del proceso y los coeficientes  $b$  se relacionan con la influencia de la variable exógena en la salida. Con base en la estructura del modelo se recomienda comenzar proponiendo una estructura conservadora, suponiendo que el modelo es de bajo orden, por ejemplo:  $na=1$ ,  $nb=2$  y  $d=0$ , el cual corresponde a un modelo de primer orden con tiempo muerto no múltiplo entero del periodo de muestreo.

En el paso de validación del modelo se explicará la forma de saber si el modelo propuesto es correcto o si se deben realizar cambios en la estructura.

#### 5. Estimación de los parámetros

El modelo que se usará es el de estructura ARX como ya se dijo en el punto anterior, este modelo asume que el ruido presente en los datos, es ruido blanco, por lo cual el ruido no está correlacionado con nadie y por eso no se toma en cuenta en el modelo. El predictor para esta estructura es el siguiente:

$$\hat{y}_k = -a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_{na} y_{k-na} + b_1 u_{k-1-d} + b_2 u_{k-2-d} + \dots + b_{nb} u_{k-nb-d} \quad (2.13)$$

y para un conjunto de datos entrada-salida se puede formar el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_m \\ \hat{y}_{m+1} \\ \vdots \\ \hat{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{m-1} & \cdots & -y_{m-na} & u_{m-1-d} & \cdots & u_{m-nb-d} \\ -y_m & \cdots & -y_{m-na+1} & u_{m-d} & \cdots & u_{m-d+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_n & \cdots & -y_{n-na} & u_{n-1-d} & \cdots & u_{n-nb-d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{na} \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{nb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_m \\ e_{m+1} \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde  $m=\max(na, nb+d)$ , es decir, el primer valor que podemos estimar. Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones normales. Usando notación matricial, si asignamos nombres a los

vectores y matrices como  $\hat{Y}$ ,  $\Psi$ ,  $\hat{\theta}$  y  $e$ , el sistema de ecuaciones se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\hat{Y} = \Psi\hat{\theta} + e \quad (2.15)$$

donde el error de predicción está dado por:

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \quad (2.16)$$

El método de mínimos cuadrados se basa en la minimización de una función objetivo, el cual es el error cuadrático de predicción, de la forma:

$$J(\hat{\theta}) = \sum_{k=m}^n e_k^2 \quad (2.17)$$

el cual satisface la siguiente ecuación:

$$\Psi^T\Psi\hat{\theta} = \Psi^T\hat{Y} \quad (2.18)$$

donde si la matriz  $\Psi^T\Psi$  es no singular, entonces la solución del sistema de ecuaciones es:

$$\hat{\theta} = (\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^T\hat{Y} \quad (2.19)$$

A la ecuación anterior se le conoce como el estimador de mínimos cuadrados. Si  $n_y$  es el número de elementos del vector  $\hat{Y}$  y  $n_p$  es el número de parámetros de  $\hat{\theta}$ , algunas de sus propiedades son:

a) El estimador es insesgado:

$$E\hat{\theta} = \theta_0 \quad (2.20)$$

b) La varianza del estimador es:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = \sigma^2(\Psi^T\Psi)^{-1} \quad (2.21)$$

c) Dado que la varianza del ruido en un proceso real no se conoce, se puede estimar mediante:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{J(\hat{\theta})}{n_y - n_p} \quad (2.22)$$

## 6. Validación del modelo

La validación del modelo puede realizarse si se analizan dos factores muy importantes de las características del número de parámetros originalmente propuestos:

a) *Detección de un elemento sobrante*

Se puede presentar el caso en el cual un parámetro estimado no pertenezca al modelo real del proceso. La forma de detectarlo es mediante el análisis de su desviación estándar.

Si un parámetro estimado  $\hat{x} < k\sigma_{\hat{x}}$  quiere decir que no pertenece al modelo real cuando  $k=2$  ó  $3$ , ya que su efecto en el modelo es despreciable, por lo cual el parámetro no se toma en cuenta.

b) *Detección de un elemento faltante*

La detección de un elemento faltante se hace por medio del análisis de correlaciones. La estadística dice que la correlación lineal entre un parámetro y otro indica una dependencia, por lo tanto cuando existe independencia lineal entre datos, la correlación debe ser 0. En situaciones reales, este nunca es el caso, dado que por una parte, los datos pueden tener efectos de no linealidades, ruidos no gaussianos, entre otras cosas; además, por otra parte, el número de muestras es en general, relativamente pequeño (unos cuantos cientos). Se debe mantener en mente que siempre se busca identificar buenos modelos, pero simples también (con pocos parámetros).

Landau I.D. [3] propone un criterio de validación práctico, el cual dice:

$$\rho(0) = 1; |\rho(i)| \leq \frac{2.17}{\sqrt{N}} \text{ para } i \geq 1 \quad (2.23)$$

Donde  $\rho(i)$  es la correlación en  $i$  del par de conjunto de datos y  $N$  es el número de datos. Por lo cual, si un elemento falta en el modelo, su correlación será mayor al límite usado. Landau I.D. [3] sugiere que por lo menos se usen 100 datos para que la identificación sea buena. En la Tabla 2 - 1 se muestran diferentes niveles de significancia para la prueba de correlaciones.

Si al analizar los valores de las correlaciones entra la salida ( $y$ ) y los coeficientes  $a$ , así como la entrada ( $u$ ) y los coeficientes  $b$ , se detecta correlación alguna, quiere decir que el efecto de ese parámetro falta en el modelo estimado.

Nivel de Significancia	Criterio de validación	N=128	N=256	N=512
3 %	$\frac{2.17}{\sqrt{N}}$	0.192	0.136	0.096
5 %	$\frac{1.96}{\sqrt{N}}$	0.173	0.122	0.087
7 %	$\frac{1.808}{\sqrt{N}}$	0.16	0.113	0.08

Tabla 2 - 1: Intervalos de confianza para correlaciones.

Para estimar la correlación entre dos conjuntos de datos  $x$  y  $y$ , se usa la siguiente ecuación:

$$\rho_{x,y} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} \quad (2.24)$$

c) *Evaluación de la blancura del error*

El estimador de mínimos cuadrados requiere que el ruido sea blanco para obtener estimadores insesgados (el promedio nos dé el valor específico). Para evaluar la blancura del error se calcula la autocorrelación del error para todos los datos, si todos los coeficientes son menores al límite establecido se validará el ruido como blanco, es decir, que proviene de una distribución gaussiana (normal), con media cero y desviación estándar  $\sigma = \frac{1}{\sqrt{N}}$ .

Otro punto importante a considerar en la prueba de blancura del error, es que si el nivel de los residuos de los errores de predicción es muy pequeño en comparación a la

salida (Landau pone como ejemplo más de 60 dB) la prueba de blancura del error, pierde significancia. Esto es porque por una parte, el nivel del ruido es tan bajo que el bias de la estimación por mínimos cuadrados, por ejemplo, es insignificante y por otro parte, porque el ruido residual a un grado mayor, puede no ser gaussiano (por ejemplo, ruido causado por la propagación de errores de redondeo de los errores). Esto último puede ocurrir cuando se identifican datos de procesos simulados sin perturbaciones o ruido

Se recomienda también, para la validación del modelo, que después de usar el conjunto de datos usados para el diseño e identificación del modelo, se use otro conjunto de datos nuevo y ejecutar el mismo proceso de validación.

Para más información sobre pruebas de validación, ver el libro de Landau I.D. [3].

### 2.2.2. Algoritmo de identificación automática

El algoritmo de identificación automática fue propuesto por García Q. en el 2000 [2], éste se basa en el método de mínimos cuadrados analizado en la sección anterior. Consiste básicamente en automatizar los pasos descritos para la búsqueda de un buen modelo. García Q. [2] propone dos metodologías para la identificación, Rosas L. [8] en su trabajo de tesis toma la primer metodología y así también propone un cambio. En la presente investigación se implementó la primer metodología de García Q. [2] junto con la modificación propuesta por Rosas L. [8].

Al algoritmo se compone de una serie de pasos que se mencionan a continuación:

#### 1. Selección del tipo de modelo a identificar

La selección del tipo de modelo a identificar sirve para poder iniciar la búsqueda de los parámetros de dicho modelo. Se usará una estructura tipo ARX como la de la ecuación 2.10, donde se busca que:

$$na \leq nb \leq na+1 \quad (2.25)$$

Los parámetros a encontrar corresponden a los coeficientes  $a$ , coeficientes  $b$  y el retraso  $d$ .

#### 2. Determinación del retraso del proceso

La mayoría de los procesos industriales pueden representarse como sistemas de primer orden con tiempo muerto, el cual corresponde a este modelo:

$$Gp(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (2.26)$$

el cual al ser discretizado por medio de un retenedor de orden cero se obtiene:

$$Gp(z^{-1}) = z^{-d} \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (2.27)$$

Cuando el tiempo muerto  $t_0$  no es múltiplo entero del periodo de muestreo ( $T_s$ ). García Q. [2] propone este modelo discreto como el modelo base para comenzar la identificación, sin embargo, Rosas L. [8] propone comenzar por otra estructura, la cual corresponde a un modelo de segundo orden con tiempo muerto múltiplo entero del periodo de muestreo:

$$Gp(s) = \frac{K\omega_n^2 e^{-t_0 s}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.28)$$

el cual al ser discretizado por medio de un retenedor de orden cero se obtiene:

$$Gp(z^{-1}) = z^{-d} \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (2.29)$$

Esta modificación la propone Rosas L. [8] debido a que observó que en los sistemas subamortiguados la estimación del tiempo muerto no era la mejor usando el modelo de primer orden, cambiando así a la de segundo orden. El modelo de segundo orden permite incluir procesos que tengan sobretiro (bajo amortiguamiento) lo cual beneficia la estimación real del tiempo muerto del proceso, ya que de no ser así, los efectos de las correlaciones al no incluir un coeficiente del polinomio que puede ser significativo, tienden a alterar la estimación adecuada del tiempo muerto del proceso.

Así entonces, la estructura inicial propuesta corresponde a la mostrada en la ecuación 2.10, con  $na=2$ ,  $nb=2$  y  $d=0$ .

Los pasos para encontrar el retraso del proceso son los siguientes:

- Con la estructura inicial, se realiza la identificación por mínimos cuadrados, con esto se obtienen los parámetros estimados y el error.
- Se calculan las correlaciones entre el error y la entrada.
- Se aplica el criterio de validación para el valor del retraso propuesto, es decir

$$|\rho(e_k, u_{k-d})| \leq \frac{2.17}{\sqrt{N}} \quad (2.30)$$

- Si el criterio de la ecuación 2.28 se cumple, se incrementa el valor del retraso en uno y se regresa al inciso a). Si el criterio no se cumple, entonces el valor del retraso  $d$  es igual a  $d-1$  (a menos que  $d$  valga cero, para este caso se deja el valor de cero) y se termina la búsqueda del retraso. El límite que en esta implementación es de un retraso  $d$  de un valor máximo de 10.

### 3. Determinación del orden del modelo

Una vez que se ha encontrado el retraso del proceso, se procede a encontrar el orden del modelo. García Q. [2] propone comenzar del modelo más simple que se puede encontrar:

$$Gp(z^{-1}) = z^{-d} b_1 z^{-1} \quad (2.31)$$

dicho modelo elimina toda autoregresividad del proceso (al no contar con coeficientes  $a$ , donde usualmente esto no sucede. Por lo cual se propone comenzar con un modelo de primer orden tiempo muerto múltiplo entero del periodo de muestreo:

$$Gp(z^{-1}) = z^{-d} \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (2.32)$$

el cual corresponde a  $na=1$ ,  $nb=1$  y  $d$  es el valor encontrado en el paso anterior. Con ese modelo se realizan los siguientes pasos:

- Se realiza la identificación por mínimos cuadrados para obtener los parámetros estimados y el error.
- Se calculan las correlaciones del error con la entrada y salida.

c) Se aplica el criterio de validación para entradas y salidas:

$$|\rho(e_k, u_{k-d-nb-1})| > \frac{2.17}{\sqrt{N}} \quad (2.33)$$

$$|\rho(e_k, y_{k-na-1})| > \frac{2.17}{\sqrt{N}} \quad (2.34)$$

e) Si las condiciones anteriores se cumplen, entonces aún no se han encontrado los valores reales de  $na$  y  $nb$ , por tanto se incrementa el valor de  $na$  o  $nb$  respetando el criterio definido en el paso uno de selección del modelo a identificar y se regresa al inciso a). Cabe decir que primero se aumenta el valor de  $nb$  por el de  $na$ , dado que al hacer esto las correlaciones tienden a reducirse más rápido. El límite en esta implementación es de un valor máximo de  $na = nb = 4$ . Se limita a cuatro porque la mayoría de los procesos industriales no van mucho más allá de 4 coeficientes  $a$ . Landau I.D. [3] recomienda que para procesos industriales (temperatura, flujo, concentración, etc.) se tenga un número de  $a$ 's menor o igual a 3, si el proceso tiene dos modos de vibración como procesos mecánicos, un valor de 4 se recomienda. Así se limita el número de  $a$ 's a 4 dado que se pueden representar la mayoría de los procesos industriales y se mantiene hasta cierto punto, un modelo simple, que a fin de cuentas es un objetivo de identificación: obtener el mejor modelo más simple. Al limitar las  $a$ 's, se limitan las  $b$ 's para respetar el criterio definido en el paso 1 y no agregar mayor complejidad al modelo.

La Figura 2 - 3 muestra el diagrama de flujo del algoritmo de identificación automática.

### 2.2.3. Diseño de controladores RST

El diseño de controladores digitales para sistemas de una entrada una salida (SISO) se basa en el conocimiento del modelo discreto del proceso, si la precisión del modelo es buena, se está en posibilidades de diseñar un controlador digital que cumpla con los requerimientos de seguimiento y regulación especificados, dando origen a un controlador más versátil llamado de dos grados de libertad. El controlador consiste de tres polinomios que procesan la salida del proceso  $y(z^{-1})$ , la señal de control  $u(z^{-1})$  y la trayectoria de seguimiento deseada  $y^*_{ref}(z^{-1})$ , donde estos polinomios son conocidos como R, S y T respectivamente. Es llamado de dos grados de libertad porque los objetivos de regulación se alcanzan por medio de los polinomios R y S mientras que los objetivos de seguimiento se alcanzan por medio de un buen diseño del polinomio T. Esta estructura de controlador es propuesta por Landau I.D. [3] y se muestra en la Figura 2 - 4.

Objetivos de regulación y seguimiento de manera independiente también se pueden ver como una generalización del "Control por Modelo de Referencia" (también propuesto por Landau I.D. [3]). El controlador RST puede ser sintonizado por medio de la técnica de colocación de polos.

#### 2.2.3.1 Forma canónica para controladores digitales

La forma canónica de este controlador digital de dos grados de libertad está dada por la ecuación siguiente:

$$S(z^{-1})u(k) + R(z^{-1})y(k) = T(z^{-1})y^*(k + d + 1) \quad (2.35)$$

Donde  $y^*(t+d+1)$  representa la *trayectoria de seguimiento deseada* dada  $d+1$  pasos adelante, la cual puede ser o generada de la señal de referencia  $r(t)$  por medio de un *modelo de referencia para seguimiento* con la siguiente forma:



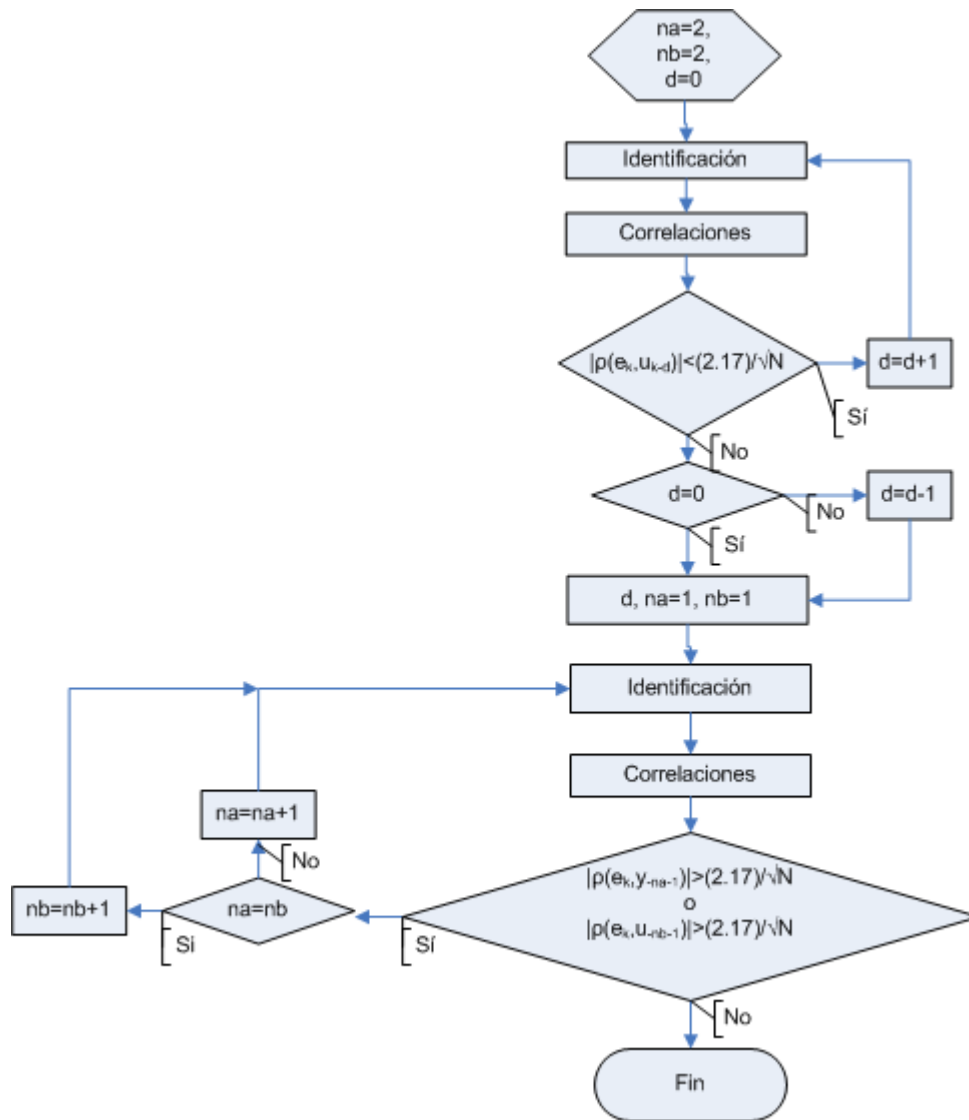


Figura 2 - 3: Algoritmo de identificación automática.

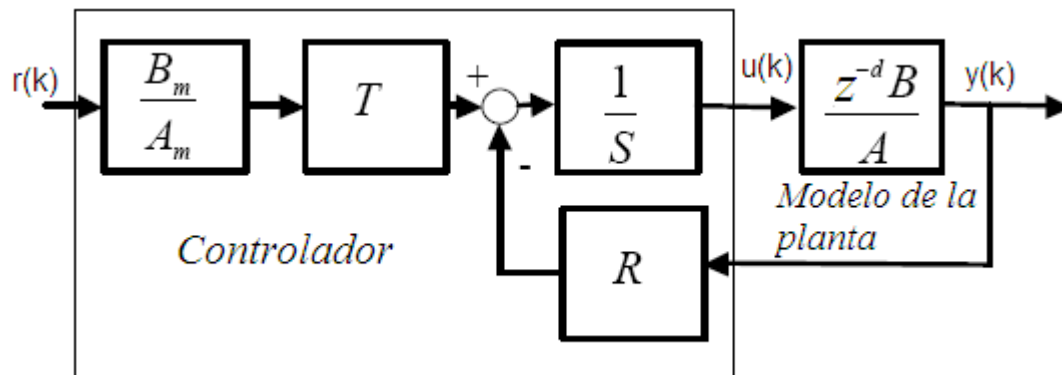


Figura 2 - 4: Estructura del controlador RST.

$$y^*(k + d + 1) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} r(t) \quad (2.36)$$

con  $B_m(z^{-1}) = b_{m0} + b_{m1}z^{-1} + \dots + b_{mn}z^{-n}$ . Observando el diagrama de bloques se observa que los polos de lazo cerrado están determinados por la siguiente ecuación:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (2.37)$$

definiendo la función de lazo cerrado  $H_{CL}(z^{-1})$  como:

$$H_{CL}(z^{-1}) = \frac{z^{-1-d}B^*(z^{-1})T(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.38)$$

y la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$  como:

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.39)$$

Con estas dos últimas ecuaciones uno puede obtener la siguiente expresión para  $y(k)$ , de tal forma que:

$$y(k) = H_{CL}(z^{-1})y^*(k + d + 1) + S_{yp}(z^{-1})v(k) \quad (2.40)$$

De igual manera se puede obtener una expresión para  $u(k)$ :

$$u(k) = H_U(z^{-1})y^*(k + d + 1) + S_{up}v(k) \quad (2.41)$$

donde

$$H_U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})T(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.42)$$

Y a  $S_{up}$  se le conoce como la función de sensibilidad a la entrada y está dada por:

$$S_{up}(z^{-1}) = -\frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.43)$$

Analizando estas funciones se observa que es muy claro el impacto que tendrán los polos de lazo cerrado para alcanzar las especificaciones en regulación. El rechazo perfecto ante perturbaciones implica que las estructuras generales de  $R$  y  $S$  sean de la forma:

$$S(z^{-1}) = S'(z^{-1})H_S(z^{-1}) \quad (2.44)$$

$$R(z^{-1}) = R'(z^{-1})H_R(z^{-1}) \quad (2.45)$$

donde  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$  son los polinomios fijos que se introducen en el controlador para alcanzar cierto desempeño con respecto a perturbaciones. Usando esta nomenclatura, los polos de lazo cerrado están dados por:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})H_S(z^{-1})S'(z^{-1}) + z^{-d-1}B^*(z^{-1})H_R(z^{-1})R'(z^{-1}) \quad (2.46)$$

Las partes fijas  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$  pueden verse como un "aumento" al modelo de la planta, para fijos de cálculos.

El diseño del controlador RST se puede hacer en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia (enfoque polinomial). En el dominio de la frecuencia, las especificaciones del dominio del tiempo deben ser traducidas a polos deseados de lazo cerrado o a funciones de transferencia, el diseño en el dominio del tiempo se basa en forzar ciertos indicadores de desempeño a 0 (en tiempo finito) o minimizando algún criterio en términos de indicadores de desempeño. Sin importar que enfoque se use, el análisis del diseño final en el dominio de la frecuencia es mandatorio para poder determinar robustez.

### 2.2.3.2. Colocación de polos

Esta técnica es aplicable a modelos de plantas con la forma:

$$G_p(z^{-1}) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.47)$$

donde  $d$  son los tiempos de muestreo contenidos en el tiempo muerto del proceso y

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (2.48)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} = z^{-1} B^*(z^{-1}) \quad (2.49)$$

Usando dicho modelo de planta y esta técnica se tienen las siguientes ventajas:

- No presenta restricciones en cuanto al grado de los polinomios del modelo de la planta  $A(z^{-1})$  y  $B(z^{-1})$ , siempre y cuando no presenten factores comunes.
- No tiene restricciones en el tiempo muerto del proceso.
- Los ceros de la planta pueden ser inestables o estables (estar fuera o dentro del círculo unitario).

### Dinámica de regulación

El comportamiento en lazo cerrado está definido por:

- Los polos deseados en lazo cerrado.
- La elección de las partes fijas  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$ .

Así, los polos deseados en lazo cerrado están dados por la siguiente ecuación:

$$P(z^{-1}) = P_D(z^{-1})P_F(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_{np} z^{-np} \quad (2.50)$$

Donde a  $P_D(z^{-1})$  se le conoce como los *polos dominantes* y  $P_F(z^{-1})$  define a los *polos auxiliares*.

Usualmente,  $P_D(z^{-1})$  se escoge como un polinomio de segundo orden resultante de la discretización de un modelo continuo de segundo orden dadas una frecuencia natural  $\omega_n$  y un factor de amortiguamiento  $\zeta$ . El papel de  $P_F(z^{-1})$  es el de filtrar a ciertas frecuencias y mejorar así la robustez del controlador, lo cual se describirá más adelante.

$H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$  se escogen primeramente con el desempeño nominal deseado. Estos dos polinomios se usarán para moldear la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$  para así obtener mayor robustez dado que estos dos polinomios pueden incorporar el modelo de las perturbaciones a rechazar (por ejemplo, si  $H_S(z^{-1})$  se define como  $1 - z^{-1}$ , lo cual corresponde a un integrador, dado que está en el denominador, se asegurará un perfecto rechazo a error de estado estable ante una perturbación escalón).

Una vez que se tienen definidos  $P(z^{-1})$ ,  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$  se puede proceder a calcular  $S'(z^{-1})$  y  $R'(z^{-1})$ , los cuales son la solución a la ecuación Diofantina o identidad de Bezout:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})H_S(z^{-1})S'(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})H_R(z^{-1})R'(z^{-1}) \quad (2.51)$$

Definiendo:

$n_A$  = grado del polinomio A,  $n_B$  = grado del polinomio B,  $n_{HS}$  = grado del polinomio  $H_S$  y  $n_{HR}$  = grado del polinomio  $H_R$ . Si  $AH_S$  y  $BH_R$  no tienen factores comunes, la ecuación 2.51 tiene una solución única si:

- $n_P$  = grado del polinomio P  $\leq n_A + n_{HS} + n_B + n_{HR} + d - 1$
- $n_{S'}$  = grado del polinomio  $S' = n_B + n_{HR} + d - 1$
- $n_{R'}$  = grado del polinomio  $R' = n_A + n_{HS} - 1$
- $r = \max(n_A + n_{HS}, n_B + n_{HR} + d)$

donde

$$S'(z^{-1}) = 1 + s'_1 z^{-1} + s'_2 z^{-2} + \dots + s'_{n_{S'}} z^{-n_{S'}} \quad (2.52)$$

$$R'(z^{-1}) = 1 + r'_1 z^{-1} + r'_2 z^{-2} + \dots + r'_{n_{R'}} z^{-n_{R'}} \quad (2.53)$$

Para resolver la ecuación 2.49 se usa notación matricial

$$Mx = p \quad (2.54)$$

donde

$$x^T = [1, s'_1, \dots, s'_{n_{S'}}, r'_0, \dots, r'_{n_{R'}}] \quad (2.55)$$

$$p^T = [1, p_1, \dots, p_{np}, 0, \dots, 0] \quad (2.56)$$

y el vector  $p$  es de dimensiones  $(2r \times 1)$ , el vector  $x$  de dimensiones  $(2r \times 1)$  y la matriz M (conocida como la matriz de Sylvester o de controlabilidad) de dimensiones  $(2r \times 2r)$  tiene la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a'_1 & 1 & \dots & 0 & b'_1 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & a'_1 & \dots & \vdots & \vdots & b'_1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a'_{n_{A'}} & \vdots & \dots & 1 & b'_{n_{B'}} & \vdots & \dots & b'_1 \\ 0 & a'_{n_{A'}} & \dots & a'_1 & 0 & b'_{n_{B'}} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a'_{n_{A'}} & 0 & 0 & 0 & b'_{n_{B'}} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

donde  $a'_i$  y  $b'_i$  son los coeficientes de

$$A'(z^{-1}) = A(z^{-1})H_S(z^{-1}) \quad (2.58)$$

$$B'(z^{-1}) = B(z^{-1})H_R(z^{-1}) \quad (2.59)$$

Y además se tiene que

$$\begin{aligned} b'_i &= 0 \text{ para } i = 0, 1, \dots, d \\ b'_i &= 0 \text{ para } i > nb' \\ b'_i &= b'_{i-d} \text{ para } i \geq d + 1 \\ a_i &= 0 \text{ para } i > na' \end{aligned}$$

Donde  $na'$  y  $nb'$  corresponden a los órdenes de los polinomios  $A'(z^{-1})$  y  $B'(z^{-1})$  respectivamente. El vector  $x$  contiene los polinomios  $R'(z^{-1})$  y  $S'(z^{-1})$  que se pueden obtener al invertir la matriz  $M$ , la cual es no singular si, como ya se dijo antes,  $A'(z^{-1})$  y  $B'(z^{-1})$  no tienen ningún factor común, tal que:

$$x = M^{-1}p \quad (2.60)$$

### Selección de $H_R$ y $H_S$

Como ya se mencionó anteriormente, estos dos filtros se pueden usar para asegurar el desempeño del sistema ante ciertas frecuencias y así también para objetivos de robustez. Para evitar error de estado estable en la respuesta ante una perturbación tipo escalón, es necesario agregar un integrador al polinomio en caso de que el proceso no cuente con uno.

En ausencia de una referencia, se tiene que:

$$y(k) = \frac{A(z^{-1})H_S(z^{-1})S'(z^{-1})}{P(z^{-1})}v(k) \quad (2.61)$$

$$D(z^{-1})v(k) = \delta(k); D(z^{-1}) = 1 - z^{-1} \quad (2.62)$$

El problema puede verse ya sea como la cancelación de la perturbación escalón o como la selección de  $H_S(z^{-1})$  tal que la ganancia de la función de transferencia entre  $v(k)$  y  $y(k)$  sea cero para la frecuencia cero (cuando  $z = 1$ ). Ambos enfoques llevan a

$$H_S = 1 - z^{-1} \quad (2.63)$$

El caso de  $H_R$  no se discutirá aquí, más adelante se hablará sobre su uso para objetivos de robustez.

### Seguimiento

En el caso ideal se quiere seguir de manera perfecta una trayectoria  $y^*(k+d+1)$ , la cual se conoce con  $d+1$  pasos adelante. Dicha trayectoria es generada por el modelo de referencia:

$$H_m(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} \quad (2.64)$$

donde

$$B_m(z^{-1}) = b_{m0} + b_{m1}z^{-1} + b_{m2}z^{-2} + \dots + b_{mn}B_m z^{-nB_m} \quad (2.65)$$

$$A_m(z^{-1}) = 1 + a_{m1}z^{-1} + a_{m2}z^{-2} + \dots + a_{mn}A_m z^{-nA_m} \quad (2.66)$$

Usualmente este modelo de seguimiento está determinado por índices de desempeño de modelos de segundo orden (tiempo de establecimiento  $t_s$ , máximo sobretiro  $MP$ , etc.) definidos por  $\zeta$  y  $\omega_n$  o incluso por modelos de segundo orden en cascada. Una vez con el modelo continuo se procede a discretizarlo por algún método. No es mandatorio determinar la dinámica en continuo y luego discretizar, se puede determinar el modelo en discreto desde un principio (para más información referirse al libro de Landau I.D. [5]).

El último elemento del controlador RST por definir es el polinomio  $T(z^{-1})$ . La función de transferencia de la entrada deseada a la salida es:

$$H_{CL}(z^{-1}) = \frac{z^{-d}T(z^{-1})B(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.67)$$

Tres casos pueden presentarse:

- a) *La dinámica  $A_m(z^{-1})$  deseada para seguimiento no contiene ninguno de los polos de lazo cerrado (polos de seguimiento y regulación diferentes)*

En este caso,  $H_{CL}(z^{-1})$  debe tener una ganancia de estado estable de 1 y  $T(z^{-1})$  debe compensar los polos de lazo cerrado, tal que:

$$T(z^{-1}) = \beta P(z^{-1}) \text{ donde } \beta = \frac{1}{B^*(z^{-1})} \quad (2.68)$$

- b) *La dinámica  $A_m(z^{-1})$  deseada para seguimiento contiene alguno de los polos de  $P(z^{-1})$ , denominados  $P_0(z^{-1})$*

En este caso, asumiendo que

$$A_m(z^{-1}) = A'_m(z^{-1})P_0(z^{-1}) \text{ y } P(z^{-1}) = P'(z^{-1})P_0(z^{-1}) \quad (2.69)$$

El modelo de referencia para seguimiento se convierte en:

$$H_m(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})}{A'_m(z^{-1})} \text{ y } T(z^{-1}) = \beta P'(z^{-1}) \quad (2.70)$$

- c) *Las dinámicas de regulación y seguimiento son iguales*

En este caso, se tiene que

$$H_m(z^{-1}) = 1 \text{ y } T(z^{-1}) = \beta P(1) \quad (2.71)$$

Si  $S(z^{-1})$  contiene un integrador, entonces  $P(1)=B(1)R(1)$  por lo que

$$T(z^{-1}) = R(1) \quad (2.72)$$

En esta implementación,  $S(z^{-1})$  siempre contendrá el integrador, por lo cual se usará la ecuación 2.70 para calcular el polinomio  $T(z^{-1})$ .

#### 2.2.4. Algoritmo de diseño automático de controladores RST robustos

La metodología para el diseño automático de controladores RST fue propuesta por Treviño E. [9] en el 2002, su trabajo busca simplificar la serie de pasos que se requieren en el diseño de este tipo de controladores. La técnica se basa en la colocación de polos mencionada

anteriormente y adicionalmente se postulan una serie de reglas que permiten ver desde un enfoque sistemático al diseño, buscando como finalidad la implantación de nuevos algoritmos de control en la industria sin necesidad de un experto en control.

Así también, Rosas L. [8] tomó como base este algoritmo de diseño y le agregó algunas modificaciones con fines de robustez, calculando así un controlador de estructura RST como propone Treviño E. [9] pero con la gran ventaja de ser además robusto. A continuación se explican de manera breve los pasos seguidos por el algoritmo de Treviño E. [9] con la modificación de propuesta por Rosas L. [8].

### 1. Selección del tiempo de muestreo

La selección del tiempo de muestreo óptimo para identificación y control de procesos se realiza aplicando una prueba de relevador con histéresis, utilizando inicialmente el tiempo de muestreo más pequeño posible.

Esta prueba de relevador da como información el periodo último  $T_u$  y una estimación del tiempo muerto, con base en esos valores se define el siguiente criterio para la obtención automática del tiempo de muestreo:

$$T = \max \left[ \frac{T_u}{20}, \min \left( t_0, \frac{T_u}{8} \right) \right] \quad (2.73)$$

Este criterio está basado en tener entre 8 y 20 muestras dentro del periodo último, en este rango se escoge el valor del tiempo de muestreo que coincida con el tiempo muerto. Rosas L. [8] propone la siguiente modificación a la selección del tiempo de muestreo:

$$T = \max \left[ \frac{T_u}{20}, \min \left( \frac{t_0}{2}, \frac{T_u}{10} \right) \right] \quad (2.74)$$

de tal manera se protege al sistema de control contra problemas de ceros inestables que puedan repercutir en un seguimiento no tan bueno con la estructura de controlador RST, esto es al seleccionar un tiempo de muestreo que sea múltiplo entero del tiempo muerto y contra problemas de aliasing ya que normalmente debe predominar el muestrear 10 veces la señal en su frecuencia última.

### 2. Obtención de la frecuencia última con el tiempo de muestreo seleccionado

En el paso 1 se obtuvo el periodo último para la selección adecuada de tiempo de muestreo, este tiempo seleccionado se utilizará para la identificación y control del proceso, por tanto se sugiere volver a aplicar la prueba del relevador para obtener así la frecuencia última de la señal en el nuevo tiempo de muestreo. Esta frecuencia última  $\omega_u$  sirve para determinar la máxima velocidad de respuesta que puede pedirle el controlador al proceso sin llegar a la inestabilidad.

### 3. Identificación automática

Una vez que se determinó el tiempo de muestreo adecuado y se obtuvo la frecuencia última del proceso, se procede a aplicar el algoritmo de identificación automática analizado en la sección 2.2.2, se utiliza una prueba RBS de amplitud 10 y se toman 100 muestras.

Este proceso se realiza con el fin de obtener un buen modelo del proceso que permita diseñar un controlador que cumpla con los requerimientos de seguimiento y regulación

#### 4. Diseño del controlador RST robusto

El modelo obtenido con el proceso de identificación automática se utiliza como base para el diseño del controlador RST. En el algoritmo propuesto por Treviño E. [9], el método se remite a especificar el polinomio  $P(z')$  de regulación como un modelo de segundo orden subamortiguado con:

$$\omega_n = \omega_u \text{ y } \zeta = 0.826 \text{ (Mp} = 1\%) \quad (2.75)$$

Rosas L. [8] propone aquí un algoritmo para el diseño del controlador, de tal forma que se cumpla un criterio de robustez previamente establecido, haciendo uso del moldeo de la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$  por medio de la reubicación de los polos de regulación  $P(z')$ . Toma como base la propuesta de Treviño E. [9] sobre la frecuencia  $\omega_n$  de los polos, pero cambia el valor de  $\zeta$ , de 0.826 a 1, cambiando de un sobretiro de 1% a 0%; esto como una primer propuesta para el diseño del controlador robusto. Cabe mencionar que en ambos trabajos se especifican dinámicas iguales para seguimiento y regulación, pero se calcula el polinomio  $T(z')$  y el generador de trayectoria  $H_m(z')$ , como si las dinámicas fueran diferentes, de acuerdo a lo explicado previamente en el apartado *Seguimiento*, inciso a). En este presente trabajo de investigación también se proponen dinámicas iguales para seguimiento y regulación, pero el polinomio  $T(z')$  y el generador de trayectoria  $H_m(z')$  se calcula como se explicó anteriormente en el apartado *Seguimiento*, inciso c).

A continuación se explica de manera breve el algoritmo de diseño propuesto por Rosas L. [8]. Lo que busca el algoritmo es reducir el pico máximo de la función de sensibilidad a la salida,  $S_{yp}$ , para cumplir con un criterio de robustez predefinido (máximo de 3, 6 u 8 dB). Como ya se explicó antes, se usa la técnica colocación de polos para obtener el controlador RST, en base a esto, para bajar el pico máximo, se proponen los polos de lazo cerrado con una frecuencia  $\omega_n$  menor, dado que entre más baja sea dicha frecuencia, menor será el pico máximo. Así también se busca que la respuesta no sea demasiado lenta (que la frecuencia propuesta no sea muy baja), por lo cual se fija un límite mínimo para esta frecuencia, si se toca ese límite y no se cumple la robustez, se proponen polos de cuarto orden y se comienza de nuevo el proceso. Cabe recalcar que la frecuencia  $\omega_n$  también puede ser aumentada si la robustez lo permite. En la Figura 2 - 5 se muestra un diagrama de flujo del método de diseño del controlador RST robusto. Para más información sobre el diseño se recomienda revisar su trabajo.

El algoritmo realiza lo siguiente:

1) *Subpaso 1*

Si es la primera vez que se entra a este subpaso, se propone el polinomio de regulación deseado  $P(z')$  de segundo orden como:

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} \quad (2.76)$$

$$\text{con } \omega_n = \omega_u \text{ y } \zeta = 1. \quad (2.77)$$

Si se proviene del supaso 3, se calcula el polinomio  $P(z')$  de segundo orden con la  $\omega_n$  calculada en ese subpaso. Ir al subpaso 2.

2) *Subpaso 2*

Se calcula la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$  y se checa el pico máximo de ésta para verificar si se cumple con el criterio de robustez, si se cumple, termina el algoritmo, si no, se va al subpaso 3.



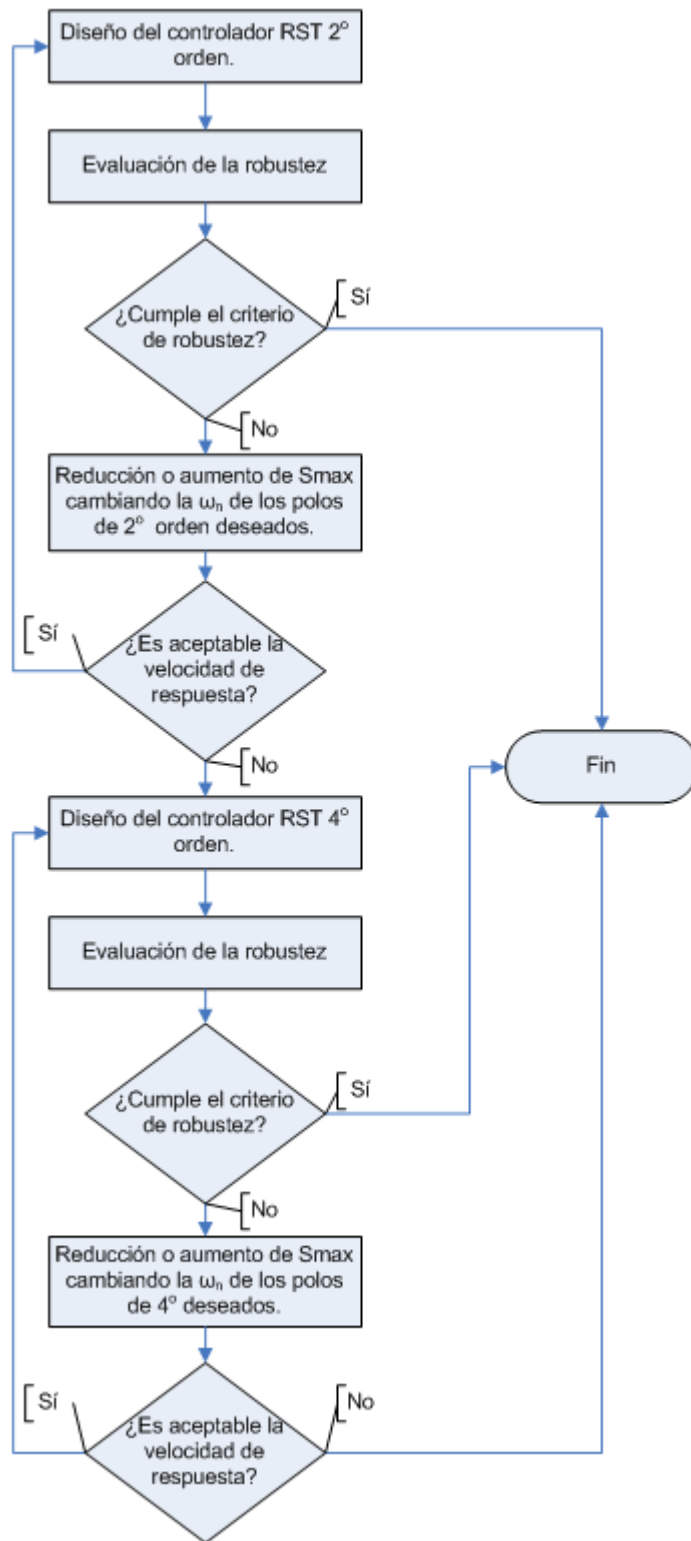


Figura 2 - 5: Algoritmo propuesto por Rosas L. para el moldeo de la función de sensibilidad.

3) *Subpaso 3*

Se repropone la  $\omega_n$  (u  $\omega_{n1}$  y  $\omega_{n2}$  en caso de estar proponiendo polos de cuarto orden) para cumplir con el criterio de robustez, si la velocidad de la nueva  $\omega_n$  (u  $\omega_{n1}$  y  $\omega_{n2}$  en caso de estar proponiendo polos de cuarto orden) es aceptable, se va al subpaso 1 ó 4 dependiendo el orden de los polos. Si no es aceptable la velocidad, si se provenía de proponer polos de segundo orden, ir al subpaso 4; si se provenía de proponer polos de cuarto orden, se termina el algoritmo.

4) *Subpaso 4*

Si es la primera vez que se entra a este subpaso, se proponen el polinomio  $P(z^{-1})$  de regulación deseado de cuarto orden con la forma:

$$P(z^{-1}) = P(z^{-1})P(z^{-1}) = 1 + p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + p_3z^{-3} + p_4z^{-4} \quad (2.78)$$

con  $\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_N$  y  $\zeta_1 = \zeta_2 = 1$ , donde  $\omega_N$  es la frecuencia de Nyquist del sistema, la máxima frecuencia que se puede recuperar sin distorsión y es equivalente a  $\frac{\pi}{T_s}$ .

Si se proviene del subpaso 3, se calcula el polinomio  $P(z^{-1})$  de cuarto orden con la  $\omega_n$  calculada en ese subpaso. Ir al subpaso 2.

## 2.3. Fundamentos de control robusto

Uno de los problemas principales en el diseño de un controlador es cómo atacar las discrepancias existentes entre el modelo de la planta usado para el diseño del controlador y el verdadero modelo. Un número de factores pueden ser responsables de los errores de modelación: ruido del proceso, cambios en dinámica, ruido en la medición así como las no linealidades entre otras. A dichas incertidumbres o discrepancias se les puede clasificar como incertidumbres estructuradas (incertidumbres paramétricas) e incertidumbre no estructuradas (usualmente definidas en el dominio de la frecuencia). Una manera de lidiar con estas incertidumbres para así asegurar la estabilidad en lazo cerrado y mantener cierto desempeño en regulación y seguimiento es el control robusto.

En el contexto de control robusto, el modelo usado para el diseño, se llama *modelo nominal*. El diseño para el modelo nominal garantizará la *estabilidad nominal* (el sistema en lazo cerrado será asintóticamente estable para el modelo nominal) y el *desempeño nominal*.

En presencia de incertidumbres los diversos modelos verdaderos de la planta, pertenecen a una familia de modelos de planta denotada por  $\mathbf{P}$  la cual será caracterizada por el modelo nominal y las incertidumbres del modelo (paramétricas o no paramétricas). El objetivo de un controlador robusto es mantener la estabilidad en lazo cerrado para todo un grupo de modelos, originados por las incertidumbres presentes.

### 2.3.1. Estabilidad absoluta

La definición de un controlador robusto nos dice que el controlador debe buscar garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado ante posibles variaciones paramétricas, una forma de determinar la estabilidad absoluta de un sistema de control en lazo cerrado es mediante el criterio de estabilidad de Nyquist.

## Criterio de estabilidad de Nyquist

El criterio de estabilidad de Nyquist nos sirve para poder determinar la estabilidad absoluta de un sistema de control en lazo cerrado, mediante el análisis en lazo abierto. Si una función de transferencia  $G(s)H(s)$  en lazo abierto tiene  $k$  polos en el semiplano derecho del plano  $s$ , para que el sistema sea estable, el lugar geométrico  $G(j\omega)H(j\omega)$  conforme varía de  $-\infty$  a  $\infty$ , debe encerrar  $k$  veces el punto crítico  $-1+j0$  en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Esto es:

$$Z = N + P \quad (2.79)$$

donde:

- $Z$  = Ceros de  $1+G(s)H(s)$
- $N$  = Encierros en el sentido de las manecillas del reloj del punto  $-1+j0$ .
- $P$  = Polos de  $G(s)H(s)$  en el semiplano derecho del plano  $s$ .

En el análisis de estabilidad mediante el criterio de Nyquist, se pueden presentar generalmente los siguientes casos:

- El punto crítico  $-1+j0$  no está encerrado. En este caso el sistema es completamente estable si no existen polos de la función de transferencia en la parte derecha del plano  $s$ , de lo contrario el sistema es inestable.
- El punto crítico  $-1+j0$  queda encerrado una o varias veces en sentido contrario de las manecillas del reloj. En este caso el sistema es estable si la cantidad de encierros en el sentido contrario a las manecillas del reloj es igual al número de polos de  $G(s)H(s)$  en el semiplano derecho del plano  $s$ , de lo contrario el sistema es inestable.
- El punto crítico  $-1+j0$  queda encerrado uno o varias veces en el sentido de las manecillas del reloj, en este caso el sistema es inestable.

Una forma simplificada de analizar el criterio de estabilidad de Nyquist consiste en seguir la respuesta a la frecuencia del sistema en dirección donde se incrementa la frecuencia ( $\omega > 0$ ), si en el cruce por el eje real el punto crítico ( $-1+j0$ ) se encuentra encerrado y está a la derecha de la respuesta, entonces el sistema es inestable, en cambio, si el punto crítico está encerrado y está a la izquierda de la respuesta, el sistema será estable en lazo cerrado.

En todos los casos, cuando el punto crítico no se encuentre encerrado y la planta no tenga polos en la parte derecha del plano imaginario, el sistema será estable.

### 2.3.2. Estabilidad relativa y márgenes de robustez

La estabilidad relativa de un sistema es la que indica el grado de estabilidad de un sistema, es decir, que tan cerca o lejos se encuentra el sistema de su estabilidad absoluta. Para esto se utilizan diversos criterios de evaluación, un ejemplo es el análisis del efecto que tiene en la estabilidad la variación de la ganancia de un proceso, observando su diagrama polar (polar plot).

La distancia mínima entre el diagrama de Nyquist y el punto crítico se denomina *margen de estabilidad*. El margen de estabilidad también se denomina *margen de módulo* y puede relacionarse directamente con las incertidumbres sobre el modelo de la planta. Algunos criterios para evaluar la estabilidad de los sistemas de control son:

- Margen de ganancia  $\Delta G$
- Margen de módulo  $\Delta M$
- Margen de fase  $\Delta\phi$
- Margen de retraso  $\Delta\tau$

### Margen de ganancia

Es el inverso de la magnitud  $|G(j\omega)|$  en la frecuencia a la cual el ángulo de la fase del sistema es igual a  $-180^\circ$ . En un sistema de fase mínima, el margen de fase nos sirve para determinar cuánto se puede incrementar el valor de la ganancia antes de que el sistema se vuelva inestable, o disminuirse para que se vuelva estable.

$$MG_{dB} = -20\log_{10}(G(j\omega)) \quad (2.80)$$

Un margen de ganancia menor a la unidad es positivo y el sistema es estable, un margen de ganancia mayor a la unidad es negativo y el sistema es inestable.

### Margen de módulo

El margen de módulo  $\Delta M$  se define como el radio del círculo con centro en el punto crítico  $(-1+j0)$  tangente a la gráfica de Nyquist de la función de lazo abierto  $G(s)$  ( $G(z^{-1})$  o  $H_{OL}(z^{-1})$  en discreto).

De la definición del vector conectando el punto crítico  $(-1+j0)$  con el diagrama de Nyquist de  $H_{OL}(z^{-1})$ , resulta que:

$$\Delta M = |1 + H_{OL}(e^{-j\omega})|_{\min} = (|S_{yp}(e^{-j\omega})|_{\max})^{-1} = (\|S_{yp}\|_{\infty})^{-1} \quad (2.81)$$

Por lo cual, una reducción de  $|S_{yp}(e^{-j\omega})|_{\max}$  implicará un incremento en el margen de módulo.

### Margen de fase

Es el ángulo de diferencia que existe entre  $-180^\circ$  y la fase de la función de transferencia del proceso, cuando la magnitud es unitaria (0 dB).

El margen de fase nos dice cuánto atraso de fase puede tolerar el sistema antes de la inestabilidad, por lo tanto un margen de fase positivo nos indica que el sistema es estable y un margen de fase negativo que el sistema es inestable.

### Margen de retraso

El margen de retraso  $\Delta\tau$  está relacionado con el margen de fase, así que se puede hacer una conversión entre ambos, pasando de un margen de fase a un margen de retraso, obteniendo así el retraso adicional que conllevaría a la inestabilidad. Por definición

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\phi}{\omega_{cr}} \quad (2.82)$$

Donde  $\Delta\phi$  es el margen de fase y  $\omega_{cr}$  es la frecuencia donde el diagrama de Nyquist toca el círculo unitario, si se toca el círculo unitario en varios puntos, se toma el valor mínimo de  $\Delta\tau$ .

La Figura 2 - 6 muestra un esquema en diagramas de Bode de un sistema estable y uno inestable analizado bajo el criterio de margen de fase y ganancia. Ogata K. [7] menciona que para obtener un desempeño satisfactorio el margen de fase debe estar en  $30^\circ$  y  $60^\circ$ , mientras que el margen de ganancia debe ser mayor a 6 dB.

En la Figura 2 - 7 se muestra un ejemplo del margen de módulo y retraso en un diagrama de Nyquist. Landau I.D. [3] recomienda valores de  $\Delta M \geq 0.5$  y de  $\Delta \tau \geq T_s$  para tener un buen desempeño y robustez.

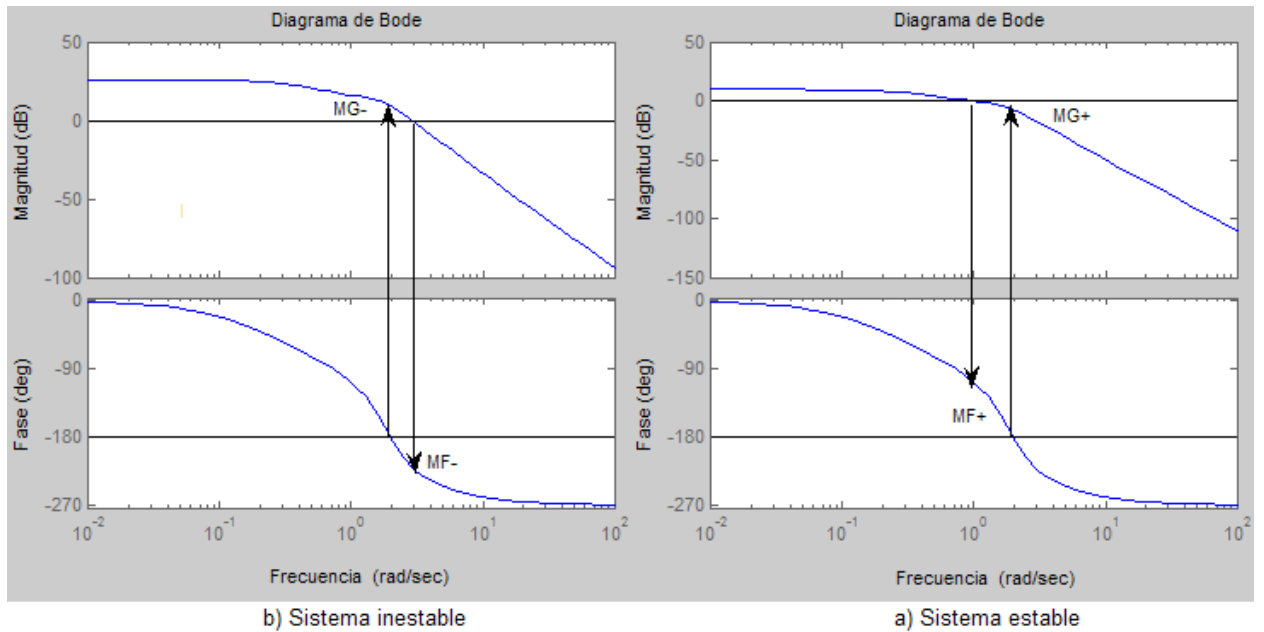


Figura 2 - 6: Márgenes de fase y ganancia para sistemas inestable y estable.

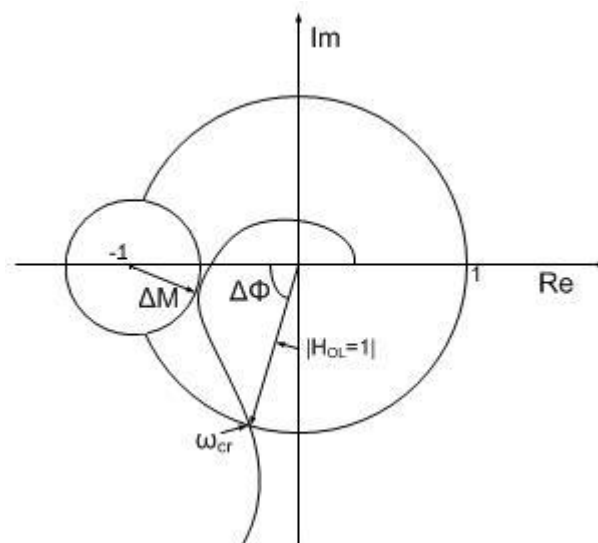


Figura 2 - 7: Margen de módulo y retraso en un diagrama de Nyquist.

### 2.3.3. Funciones de sensibilidad

El sistema en lazo cerrado opera en presencia de perturbaciones y es importante determinar el efecto de dichas perturbaciones sobre la entrada y salida del proceso. El efecto de estas perturbaciones puede ser analizado por medio de las funciones de sensibilidad. Más adelante, estas funciones de sensibilidad, juegan un papel importante en el análisis de la robustez del sistema en lazo cerrado ante errores de modelación. Estas funciones (o algunas, en esta implementación 2 de ellas) serán *moldeadas* para asegurar desempeños nominales para el rechazo a perturbaciones y la estabilidad del sistema en lazo cerrado ante la presencia de errores de modelación (estas propiedades se llaman estabilidad robusta y desempeño robusto).

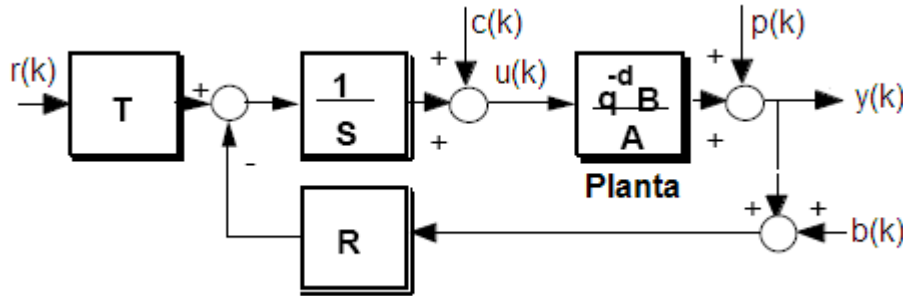


Figura 2 - 8: Lazo de control con un controlador RST en presencia de perturbaciones.

Considerando el esquema de control de la Figura 2 - 8 (el cual corresponde al esquema del controlador digital RST de 2 grados de libertad) se tienen 3 tipos de perturbaciones: perturbaciones a la salida, a la entrada y ruido de medición.

La función de transferencia entre la perturbación a la salida  $p(k)$  y la salida de la planta  $y(k)$  (función de sensibilidad a la salida) está dada por:

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.83)$$

Esta función con frecuencia es llamada simplemente *función de sensibilidad* en la literatura de control robusto.

La función de transferencia entre la perturbación a la salida  $p(k)$  y la entrada a la planta  $u(t)$  (función de sensibilidad a la entrada) está dada por:

$$S_{up}(z^{-1}) = \frac{-A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{-A(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.84)$$

La función de transferencia entre el ruido de medición  $b(k)$  y la salida de la planta  $y(t)$  (función de sensibilidad al ruido) está dada por:

$$S_{yb}(z^{-1}) = \frac{-z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{-z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.85)$$

Esta función, con un signo positivo, es llamada la *función de sensibilidad complementaria*, en base a las ecuaciones 2.83 y 2.85 es obvio que:

$$S_{yp}(z^{-1}) - S_{yb}(z^{-1}) = 1 \quad (2.86)$$

La función de transferencia entre la perturbación de entrada  $c(t)$  y la salida de la planta  $y(t)$  está dada por:

$$S_{yc}(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1})+z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.87)$$

Para que el sistema sea internamente estable, todas estas funciones de sensibilidad deben ser asintóticamente estables. En general, todas estas 4 funciones de sensibilidad deben ser examinadas una vez que un diseño se haya terminado.

### 2.3.4. Propiedades de la función de sensibilidad a la salida $S_{yp}$

Usando un controlador con estructura RST la función de sensibilidad a la salida está dada por:

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1})+z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.88)$$

donde

$$S(z^{-1}) = H_S(z^{-1})S'(z^{-1}) \quad (2.89)$$

$$R(z^{-1}) = H_R(z^{-1})R'(z^{-1}) \quad (2.90)$$

$$A(z^{-1})S'(z^{-1})H_S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R'(z^{-1})H_R(z^{-1}) = P_D(z^{-1})P_F(z^{-1}) \quad (2.91)$$

En las ecuaciones 2.89 y 2.90,  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$  representan a las partes pre especificadas de  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$ .  $S'(z^{-1})$  y  $R'(z^{-1})$  son la solución a la ecuación 2.91 donde  $P(z^{-1})$  representa los polos deseados de lazo cerrado en la estrategia de colocación de polos.  $P(z^{-1})$  se factoriza para enfatizar a los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  y los auxiliares  $P_F(z^{-1})$ .

#### Propiedad 1

*El módulo de la función de sensibilidad a la salida a cierta frecuencia da el factor de amplificación o atenuación de la perturbación.*

En las frecuencias donde  $|S_{yp}(\omega)| = 1$  (0 dB) no hay atenuación ni amplificación de la perturbación (operación en lazo abierto). En las frecuencias donde  $|S_{yp}(\omega)| < 1$  (0 dB) la perturbación es atenuada y en las frecuencias donde  $|S_{yp}(\omega)| > 1$  (0 dB) la perturbación es amplificada.

#### Propiedad 2

*Si el lazo cerrado es asintóticamente estable, la integral del logaritmo del módulo de la función de sensibilidad a la salida desde 0 hasta 0.5fs (frecuencia de Nyquist,  $\frac{\pi}{T_s}$ ) es igual a 0 para el caso de sistemas estables en lazo abierto.*

$$\int_0^{0.5 f_s} \log_{10} |S_{yp}(e^{-j2\pi f/f_s})| df = 0 \quad (2.92)$$

En otras palabras, la suma de la áreas entre la curva del módulo de la función de sensibilidad y el eje de 0 dB tomada con signo, es nula.

### Propiedad 3

*El inverso del valor máximo del módulo de la función de sensibilidad corresponde al margen de módulo  $\Delta M$ .*

$$\Delta M = (|S_{yp}(e^{-j\omega})|_{\max})^{-1} \quad (2.93)$$

De las propiedades 2 y 3 se puede deducir que un incremento en la banda de atenuación, o un incremento en la atenuación en cierta banda de frecuencias, en general implicará un aumento de  $|S_{yp}(e^{-j\omega})|_{\max}$  y por lo tanto un decremento en el margen de módulo (por lo cual, menor robustez).

### Propiedad 4

*El efecto de las perturbaciones sobre la salida es cancelado en las frecuencias donde:*

$$A(e^{-j\omega})S(e^{-j\omega}) = A(e^{-j\omega})H_S(e^{-j\omega})S'(e^{-j\omega}) = 0 \quad (2.94)$$

Esto resulta inmediatamente de la ecuación 2.86. La ecuación 2.94 define los ceros de la función de sensibilidad a la salida.

La parte pre especificada de  $S(z^{-1})$ ,  $H_S(z^{-1})$ , permite que se agreguen ceros a frecuencias deseadas, por ejemplo:

$$H_S = 1 - z^{-1} \quad (2.95)$$

Introduce un cero en la frecuencia cero y asegura un rechazo perfecto ante error de estado estable en perturbaciones tipo escalón.

### Propiedad 5

*El módulo de la función de sensibilidad a la salida es igual a 1 (0 dB)*

$$|S_{yp}(e^{-j\omega})| = 1(0 \text{ dB}) \quad (2.96)$$

*en las frecuencias donde:*

$$B(e^{-j\omega})R(e^{-j\omega}) = B(e^{-j\omega})H_R(e^{-j\omega})R'(e^{-j\omega}) = 0 \quad (2.97)$$

Esta propiedad resulta directamente de observar la ecuación 2.88 dado que bajo las condiciones de la ecuación 2.97 se obtiene que  $S_{yp}(j\omega) = 1$ .

La parte pre especificada de  $R(z^{-1})$ ,  $H_R(z^{-1})$ , permite una ganancia nula de  $R(z^{-1})$  a ciertas frecuencias, por lo tanto a estas frecuencias  $|S_{yp}(e^{-j\omega})| = 1$ , por ejemplo:



$$H_R = 1 + z^{-1} \quad (2.98)$$

introducirá un cero en  $f = 0.5f_s$ , lo que implica que  $|S_{yp}(e^{-j\pi f/f_s})| = 1$

### Propiedad 6

*La introducción de polos reales auxiliares  $P_F(z^{-1})$ , asintóticamente estables, en general causará un decremento del módulo de la función de sensibilidad en el rango de atenuación de  $1/P_F(z^{-1})$ .*

De la ecuación 2.86 se puede observar que el término  $1/P_F(z^{-1}) P_D(z^{-1})$  introducirá una mayor atenuación en el dominio de la frecuencia que el término  $1/P_D(z^{-1})$  si los polos auxiliares  $P_F(z^{-1})$  son reales (no periódicos) y asintóticamente estables.

Sin embargo, dado que  $S'(z^{-1})$  depende de los polos (ecuación 2.89), no se puede asegurar que esta propiedad se cumpla para todos los valores de  $P_F(z^{-1})$ .

Los polos auxiliares tienen la siguiente forma:

$$P_F(z^{-1}) = (1 - p_1 z^{-1})^{n_F}; 0.05 \leq p_1 \leq 0.5 \quad (2.99)$$

donde

$$n_F \leq n_P - n_D; n_P = \text{grado máximo de } P(z^{-1}); n_D = \text{grado de } P_D(z^{-1}) \quad (2.100)$$

### 2.3.5. Incertidumbres en el modelo y estabilidad robusta

Se definen algunos modelos de incertidumbres bajo la forma de incertidumbres tipo *disco* con un radio dependiente de la frecuencia: a una frecuencia dada el punto que pertenece al diagrama de Nyquist de la planta real, se encuentra dentro de un disco con radio centrado en el punto correspondiente al diagrama de Nyquist del modelo nominal. Esto se puede observar en la Figura 2 - 9.

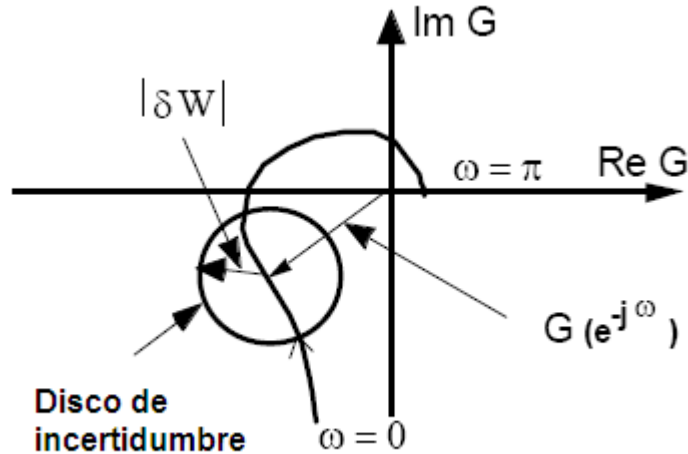


Figura 2 - 9: Disco de incertidumbre.

Donde  $G(e^{-j\omega})$  es la función de transferencia de la planta, el modelo nominal y  $|\delta W|$  representan a la incertidumbre (su función de transferencia,  $\delta$  y su tamaño  $W$ ):

### 1. Incertidumbres aditivas

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1}) + \delta(z^{-1})W_a(z^{-1}) \quad (2.101)$$

donde  $\delta(z^{-1})$  es cualquier función estable teniendo la propiedad  $\|\delta(z^{-1})\|_\infty \leq 1$   $W_a(z^{-1})$  es una función de transferencia estable.

Esto implica que:

$$|G'(z^{-1}) - G(z^{-1})|_{\max} = \|G'(z^{-1}) - G(z^{-1})\|_\infty = \|W_a(z^{-1})\|_\infty \quad (2.102)$$

En otras palabras  $|W_a(z^{-1})|$  caracteriza el tamaño de la incertidumbre aditiva. En ciertas frecuencias, el efecto de  $\delta(z^{-1})$  será permitir incertidumbres de tamaño  $|W_a(z^{-1})|$  en cualquier dirección

### 2. Incertidumbres multiplicativas

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1})[1 + \delta(z^{-1})W_m(z^{-1})] \quad (2.103)$$

donde  $W_m(z^{-1})$  es una función de transferencia estable.

Las incertidumbres aditivas y las multiplicativas están relacionadas por:

$$W_a(z^{-1}) = G(z^{-1})W_m(z^{-1}) \quad (2.104)$$

### 3. Incertidumbres en la retroalimentación de la entrada (o salida)

$$G'(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})}{1 + \delta(z^{-1})W_r(z^{-1})} \quad (2.105)$$

( $W_r(z^{-1})$  puede interpretarse como una incertidumbre aditiva en la función de transferencia de lazo abierto).

Cada una de las ecuaciones 2.101, 2.103 y 2.105 define una familia de modelos de plantas  $\mathbf{P}(W, \delta)$ . Se dice que el sistema es *robustamente estable* si es asintóticamente estable para todos los modelos  $G'(z^{-1})$  pertenecientes a la familia  $\mathbf{P}(W, \delta)$ .

Considerando los diferentes tipos de incertidumbres y usando el teorema de *ganancia pequeña* (ver Landau I.D. [3]) se pueden derivar las siguientes condiciones de estabilidad robusta:

#### 1. Incertidumbres aditivas

$$\|S_{\text{up}}(z^{-1})W_a(z^{-1})\|_\infty \leq 1 \quad (2.106)$$

o bien

$$|S_{\text{up}}(e^{-j\omega})| < |W_a(e^{-j\omega})|^{-1}; 0 \leq \omega \leq \pi \quad (2.107)$$

#### 2. Incertidumbres multiplicativas

$$\|S_{\text{yb}}(z^{-1})W_m(z^{-1})\|_\infty \leq 1 \quad (2.108)$$

o bien

$$|S_{yb}(e^{-j\omega})| < |W_m(e^{-j\omega})|^{-1}; 0 \leq \omega \leq \pi \quad (2.109)$$

### 3. Incertidumbres en la retroalimentación de la entrada (o salida)

$$\|S_{yp}(z^{-1})W_r(z^{-1})\|_{\infty} \leq 1 \quad (2.110)$$

o bien

$$|S_{yp}(e^{-j\omega})| < |W_r(e^{-j\omega})|^{-1}; 0 \leq \omega \leq \pi \quad (2.111)$$

Las funciones definen una plantilla superior para el módulo de las diferentes funciones de sensibilidad. Inversamente, el perfil frecuencial del módulo de una función de sensibilidad puede ser interpretado en términos de incertidumbres en el modelo para la estabilidad robusta del sistema en lazo cerrado.

#### 2.3.6. Márgenes de robustez y estabilidad robusta

De las ecuaciones 2.81 y 2.111 resulta que el *margen de módulo* corresponde a una condición de estabilidad robusta para una familia de incertidumbres en la retroalimentación de la forma:

$$W_r^{-1}(z^{-1}) = \Delta M \quad (2.112)$$

$$\delta(z^{-1}) = \lambda f(z^{-1}); 1 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.113)$$

$$f(z^{-1}) = 1, z^{-1}, z^{-2}, \dots, \frac{z^{-1}+z^{-2}}{2} \quad (2.114)$$

Dos familias de modelos para las cuales las condiciones de estabilidad robusta se satisfacen pueden ser derivadas de las ecuaciones 2.112, 2.113 y 2.114:

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1}) \frac{1}{1-\lambda\Delta M} \quad (2.115)$$

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1}) \frac{1}{1-\lambda\Delta M z^{-1}} \quad (2.116)$$

Estas dos representaciones enfatizan la tolerancia con respecto a variaciones de ganancia y a la presencia de dinámicas no modeladas. Inversamente, incertidumbres en el modelo pueden convertirse en requerimientos de *margen de módulo* para asegurar *estabilidad robusta*.

El *margen de retraso* puede también convertirse en una condición de *estabilidad robusta* la cual definirá una plantilla para las funciones de sensibilidad. Considerar  $\Delta\tau = T_s$ :

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \text{ y } G'(z^{-1}) = \frac{z^{-d-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = G(z^{-1})z^{-1} \quad (2.117)$$

El retraso adicional que debe tolerarse se puede interpretar en términos de incertidumbres multiplicativas. De la ecuación 2.103 se obtiene:

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1})z^{-1} = G(z^{-1})(1 + \delta W_m) = G(z^{-1})[1 + (z^{-1} - 1)] \quad (2.118)$$

Lo cual se puede interpretar como:

$$\delta = -1; W_m = (1 - z^{-1}) \quad (2.119)$$

Y la condición de estabilidad robusta se expresa como:

$$\|S_{yb}(z^{-1})(1 - z^{-1})\|_{\infty} \leq 1 \quad (2.120)$$

o bien

$$|S_{yb}(e^{-j\omega})| < |1 - e^{-j\omega}|^{-1}; 0 \leq \omega \leq \pi \quad (2.121)$$

Esto se puede interpretar como lo siguiente: para asegurar un margen de retraso igual a un periodo de muestreo, de las frecuencias medias a altas hasta 0.5fs el modulo de la función de sensibilidad al ruido debe estar por debajo (o igual) a las características frecuenciales de un integrador puro.

De la ecuación 2.86 se tiene:

$$S_{yp}(z^{-1}) - S_{yb}(z^{-1}) = 1 \quad (2.122)$$

Por lo tanto

$$1 - |S_{yb}(z^{-1})| < |S_{yp}(z^{-1})| < 1 + |S_{yb}(z^{-1})| \quad (2.123)$$

Si  $S_{yb}(z^{-1})$  cumple con la condición 2.123 entonces  $S_{yp}(z^{-1})$  cumplirá con

$$1 - |1 - z^{-1}|^{-1} < |S_{yp}(z^{-1})| < 1 + |1 - z^{-1}|^{-1}; z = e^{j\omega}; 0 \leq \omega \leq \pi \quad (2.124)$$

Por lo cual, para asegurar un margen de retraso  $\Delta\tau = T_s$ , se requiere que el módulo de  $S_{yp}(z^{-1})$  se encuentre dentro de un *tubo* definido en la parte inferior por  $|W^{-1}|_{inf} = 1 - |1 - z^{-1}|^{-1}$  y un límite superior definido por  $|W^{-1}|_{sup} = 1 + |1 - z^{-1}|^{-1}$ . Estos límites se usan en la implementación para retroalimentación del usuario, llamando al límite superior MDLS y al límite inferior MDLI.

Es importante aclarar que estos límite en  $S_{yp}(z^{-1})$  no siempre garantizan el margen de retraso requerido. Si se cumple la condición de  $S_{yb}(z^{-1})$ , la condición de  $S_{yp}(z^{-1})$  se cumplirá, pero no al revés. Si la condición de  $S_{yb}(z^{-1})$  es violada, no implica necesariamente que la condición de  $S_{yp}(z^{-1})$  sea violada también.

## Capítulo 3

# Metodología propuesta

### 3.1. Introducción a la metodología

La metodología para la automatización del diseño de controladores RST robustos por medio del moldeo de la función de sensibilidad, propone un algoritmo cuya finalidad es su fácil implementación, de manera que el usuario sólo tenga que realizar las conexiones y acondicionamiento de señales necesario para elaborar un sistema de control retroalimentado convencional. Así, cuando se tenga toda la instrumentación lista, el usuario sólo tenga que oprimir un botón para que algoritmo entre en función y recabe toda la información del sistema necesaria para diseñar el controlador robusto.

La metodología propuesta consta de una serie de pasos que forman de manera conjunta el algoritmo de diseño, en la Figura 3 - 1 se puede observar un diagrama de flujo de la metodología.

El algoritmo consiste en primero obtener el periodo óptimo de muestreo para la identificación y control del proceso; con este periodo se procede a obtener la frecuencia última del proceso, la cual sirve como base para el diseño del controlador RST. Después se procede a identificar el proceso por medio de la aplicación de una prueba RBS, usando el método de mínimos cuadrados, con este modelo y la frecuencia última obtenida anteriormente se procede a diseñar el controlador RST por la técnica de colocación de polos, proponiendo polos de segundo orden.

Se procede a evaluar la robustez del controlador, analizando el valor del pico máximo de la función de sensibilidad a la salida  $Syp$ . Si éste cumple, termina el algoritmo, si no, se busca reducir el pico máximo de  $Syp$  por medio del moldeo de la función de sensibilidad, agregando polos y ceros a  $Syp$  o incluso reproponiendo la frecuencia  $\omega_n$  de los polos dominantes, así hasta que se cumple el criterio buscando no sacrificar la velocidad de respuesta. Cada vez que se hace algún cambio al controlador, se evalúa su robustez para verificar si cumple o no con lo requerido. El método de moldeo de la función de sensibilidad se explicará a detalle más adelante, explicando cada uno de los subpasos que componen al moldeo de  $Syp$ .

Cabe mencionar, que si el método no logra reducir el pico máximo de  $Syp$  al valor deseado, el controlador RST de la última iteración es el que regresa el método.

Los pasos que componen la metodología de diseño automático son:

1. Medición de ruido
2. Selección del periodo de muestreo
3. Obtención de la frecuencia última del proceso
4. Identificación del proceso
5. Diseño del controlador RST robusto
  - a. Moldeo de la función de sensibilidad a la salida  $S_y$  para cumplir el criterio de robustez
  - b. Evaluación de robustez

La metodología fue propuesta originalmente por Rosas L. [8], los primeros cuatro pasos del método propuesto en este trabajo de investigación son iguales a los propuestos por él, dado que este trabajo es una continuación a la línea de investigación para el diseño de controladores RST robustos. El cambio que se propone a la metodología es el paso 5, el diseño del controlador RST. En la Figura 3 - 1 se muestra un diagrama de flujo de la metodología y en la Figura 3 - 5 se explica a mayor detalle el paso 5 de la metodología.

A continuación se analizarán a detalle cada uno de los pasos que componen la metodología.

### **3.2. Paso 1: Medición de ruido**

Dado que el proceso puede tener ruido, éste se cuantifica. Se mide el ruido para que los relevadores aplicados al proceso no se disparen en falso, conllevando así en estimaciones erróneas. Por lo cual al medir el ruido se crea una banda de histéresis. Se cambia el periodo de muestreo al más pequeño (0.1 segundos) y se toman 100 muestras, por lo cual la duración de la medición son 10 segundos. Se buscan los valores máximos y mínimos leídos, la distancia entre estos dos puntos se multiplica por 2 y ese será el tamaño de la amplitud para la banda de histéresis. Por ejemplo, si en estado estable se estaba en 40% y se lee un valor máximo de 40.3% y un mínimo de 39.9%, la amplitud será de 0.8% centrada en 40%, por lo cual el límite superior se vuelve 40.4% y el inferior 39.6%. Si se trabaja en tiempo real, además de hacer esta medición se le hará un incremento de 0.2 a dicha amplitud (0.1 hacia arriba y 0.1 hacia abajo), esto por protección, dado que a veces puede ser que la banda de histéresis sea de tamaño 0 en tiempo real (medición de ruido completamente limpia), pero al momento de estar ejecutando los relevadores sí se tenga una variación mínima, disparando en falso el relevador.

- *Se guarda el valor de  $U_s$  y  $Y_s$  para los cálculos posteriores, los cuales son los valores de la manipuladora y el proceso justo antes de empezar todo el proceso.*
- *Se ajusta el periodo de muestreo del proceso al más rápido (0.1 segundos) para no perder información relevante de la respuesta del proceso.*
- *Se toman 100 muestras y se buscan los valores máximo y mínimo durante esas 100 muestras.*
- *Se calcula la banda de histéresis con una amplitud de 2 veces la distancia entre el valor mínimo y el máximo leídos en las 100 muestras tomadas.*

### **3.3. Paso 2: Selección del periodo de muestreo**

Un aspecto importante para el diseño de controladores digitales consiste en una adecuada selección del tiempo de muestreo, esto se debe principalmente a los problemas que una mala selección de éste puede ocasionar en el desempeño deseado de un sistema de control. Un aspecto importante que debe tomarse en cuenta para una correcta selección del tiempo de muestreo es:

- *Traslape de frecuencias (aliasing)*  
 La teoría de procesamiento digital de señales nos dice que una señal que se muestrea a una frecuencia menor a 2 veces su frecuencia última o frecuencia máxima, puede presentar problemas de distorsión donde la señal aparente ser de una frecuencia menor a la real, la Figura 3 - 2 nos muestra un ejemplo de este fenómeno comúnmente llamado aliasing o traslape de frecuencias. Ahí se puede observar la señal de baja frecuencia que se generará al muestrear la original a una frecuencia de menos de dos veces por ciclo.  
 Una opción para combatir este problema es seleccionar un periodo de muestreo lo suficientemente pequeño para evitar el traslape, es decir, que la frecuencia de muestreo de la señal,  $\omega_s$ , sea mayor que 2 veces la frecuencia última de la respuesta del proceso, Ogata K. [7] sugiere:

$$8\omega_u < \omega_s < 8\omega_u \quad (3.1)$$

Se ejecuta el relevador con histéresis como el descrito en la sección 2.1, el cual es originalmente propuesto por Aström K. J. [1] para obtener tanto la ganancia y periodo último del proceso. Se hace una medición de 5 periodos, donde los datos usados para los cálculos del nuevo periodo de muestreo, son los 3 periodos de en medio, es decir, se descartan los periodos 1 y 5.

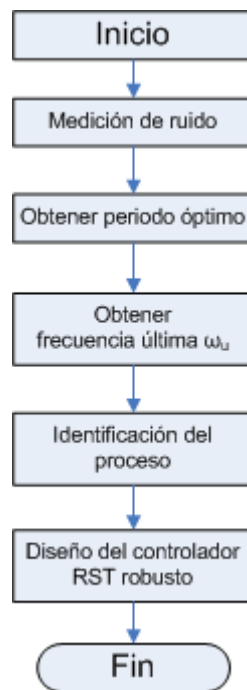


Figura 3 - 1: Diagrama de flujo de la metodología.

Después de aplicar este relevador, el algoritmo dará un tiempo equivalente a 15 periodos de muestreo (del periodo de muestreo calculado en este paso) para que el proceso se estabilice un poco, para evitar que el segundo relevador tenga efectos del primero.

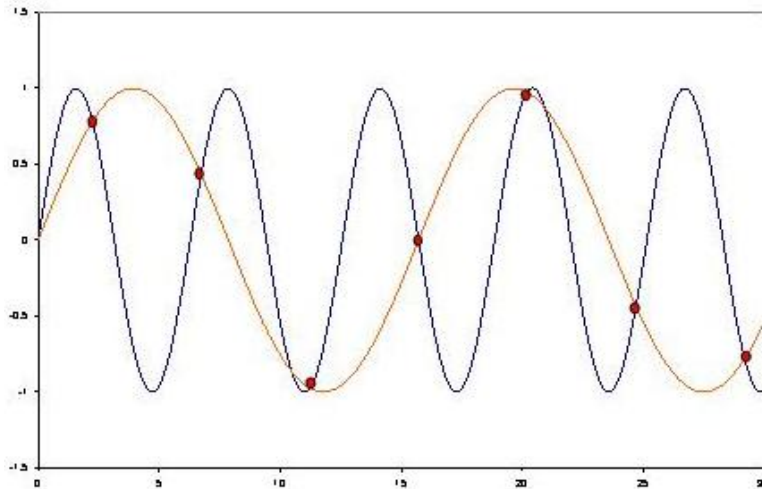


Figura 3 - 2: Fenómeno de aliasing en una señal senoidal.

El algoritmo ejecuta en el presente paso de la metodología las siguientes acciones:

- *Se aplica una prueba del relevador con histéresis como la descrita en la sección 2.1 para obtener el periodo último de la respuesta ( $T_u$ )*
- *Con el valor de  $T_u$  se calcula el tiempo de muestro de acuerdo a la ecuación 3.1, (la frecuencia de muestreo  $\omega_s$  se fija como  $8\omega_c$ ) e inmediatamente se sustituye al tiempo de muestro inicial por el obtenido.*
- *Se da un tiempo de 15 periodos de muestro para que el proceso se estabilice.*

### 3.4. Paso 3: Obtención de la frecuencia última del proceso

La frecuencia última del proceso nos sirve para poder determinar la máxima velocidad de respuesta que se puede solicitar al proceso sin volverlo inestable. Es necesario contar con un punto de partida en cuanto a velocidad de respuesta se refiere para el diseño del controlador RST. Este periodo último puede obtenerse de la prueba del relevador propuesta por Aström K. J. [1]. De igual forma que para la obtención del periodo óptimo, se ejecutan 5 periodos, descartando el 1 y el 5.

El algoritmo automático realiza en este paso la siguiente acción:

- *Con el nuevo periodo de muestro, obtenido en el paso 1, se aplica nuevamente la prueba del relevador para obtener la frecuencia última del proceso en el tiempo de muestro que se utilizará para el control del proceso.*
- *Regresar la manipuladora  $U(k)$  a su valor de estado estable  $U_{ss}$  guardado en el paso 1 y dejar 50 periodos de muestro de manera que el proceso se estabilice de nuevo.*

Es importante mencionar, que entre el segundo relevador y la prueba RBS de identificación, se da un tiempo equivalente a 50 periodos de muestro para que el proceso se estabilice y la prueba de identificación no se vea afectada. Esto se observó porque al no dejar este espacio de tiempo, los parámetros de la identificación daban un poco diferentes a los reales (esto por supuesto, en simulación) y al momento de darle este tiempo de estabilización, mejoró la respuesta.



En la Figura 3 - 3 se muestra como el algoritmo de diseño automático ejecuta los primeros 3 pasos de la metodología.

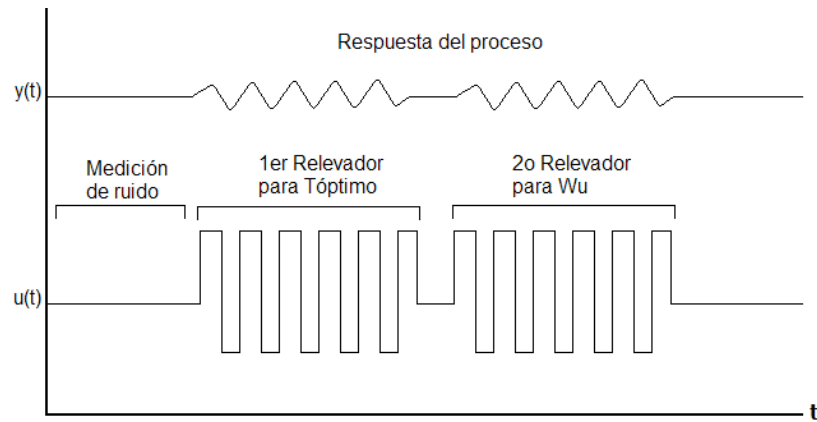


Figura 3 - 3: Primeros tres pasos de la metodología aplicados por el algoritmo.

### 3.5. Paso 4: Identificación del proceso

Una vez obtenido el tiempo de muestreo adecuado para la identificación y control del proceso, se procede a aplicar el algoritmo de identificación automática propuesto por García Q. [2] con la modificación propuesta por Rosas L. [8], el cual fue explicado en la sección 2.2.2. El intervalo de confianza usado para el análisis de las correlaciones fue del 97% utilizando la ecuación 2.21.

El algoritmo automático realiza en este paso las siguientes acciones:

- *Se aplica una prueba RBS como la descrita en la sección 2.2.2 con las siguientes características de amplitud y duración:*  
 $n = 100, A = \text{Definida por usuario}$
- *Una vez con los datos de la prueba RBS, se realiza la identificación del proceso mediante la técnica de mínimos cuadrados, aplicando el algoritmo de identificación automática de García Q. [2] con la modificación propuesta por Rosas L. [8] para obtener el mejor modelo discreto del proceso.*
- *El proceso obtenido se guarda en memoria para utilizarlo en el diseño del controlador.*

En Figura 3 - 4 la se muestra como el algoritmo aplica la prueba RBS para excitar frecuencialmente al proceso y así obtener la información pertinente para realizar su identificación de manera correcta.

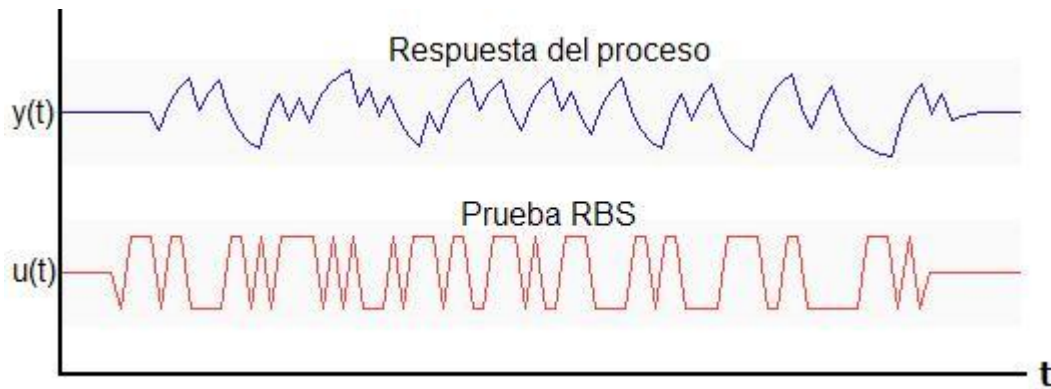


Figura 3 - 4: Prueba RBS aplicada al proceso.

### 3.6. Paso 5: Diseño del controlador RST robusto

El siguiente paso de la metodología consiste en realizar el diseño del controlador RST deseado, como se estudió en el Capítulo 2, el diseño del controlador se basa en el modelo del proceso; por tanto una vez que se ha obtenido el modelo de la planta que se desea controlar, se puede proceder a diseñar automáticamente el controlador.

La metodología de diseño del controlador toma como base el método iterativo propuesto por Landau I. D. [2] para el diseño de controladores RST robustos. Dado que el método propuesto por Landau depende de prueba y error durante la propuesta del controlador así como del conocimiento del diseñador sobre el controlador, se buscó en este trabajo que el usuario no tuviera que intervenir en nada durante el diseño del controlador y así también que las iteraciones fueran las menos posibles sin perder la capacidad de llegar a un buen diseño. A continuación se describe el proceso usado para el diseño del controlador RST robusto, explicando qué es lo realizado en cada subpaso. El subpaso 1 corresponde a parte de la metodología propuesta por Treviño E. [9] en cuanto a diseño de controladores RST, con la modificación propuesta por Rosas L. [8] en cuanto al diseño de controladores RST robustos. En la Figura 3 - 5 se puede observar un diagrama de flujo correspondiente a este paso.

#### 3.6.1. Subpaso 1: Diseño del controlador RST

El modelo identificado en el paso 3 de la metodología se toma como base para diseñar el controlador RST por técnica de colocación de polos. Se necesita tener un punto de partida para el diseño los modelos de seguimiento y regulación del controlador, Landau I. D. [4] propone modelos de segundo orden, con factores de amortiguamiento  $\zeta < 1$  y frecuencias naturales no amortiguadas  $\omega_n$  sobre alguna frecuencia de resonancia de la planta a controlar, mencionando que esta última elección no es tan crítica. Treviño E. [9] propone una razón de amortiguamiento  $\zeta = 0.826$ , equivalente a un sobretiro del 1%, sin embargo, Rosas L. [8] menciona que para fines de control robusto se ha encontrado que valores de amortiguamiento bajos tienden a aumentar el pico máximo de la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$ , por tanto sugiere fijar la razón de amortiguamiento  $\zeta = 1$ , la de un modelo críticamente amortiguado. En cuanto a la frecuencia natural no amortiguada, Treviño E. [9] propone que  $\omega_n = \omega_u$ , dado que es la respuesta más rápida que se le puede pedir al proceso.

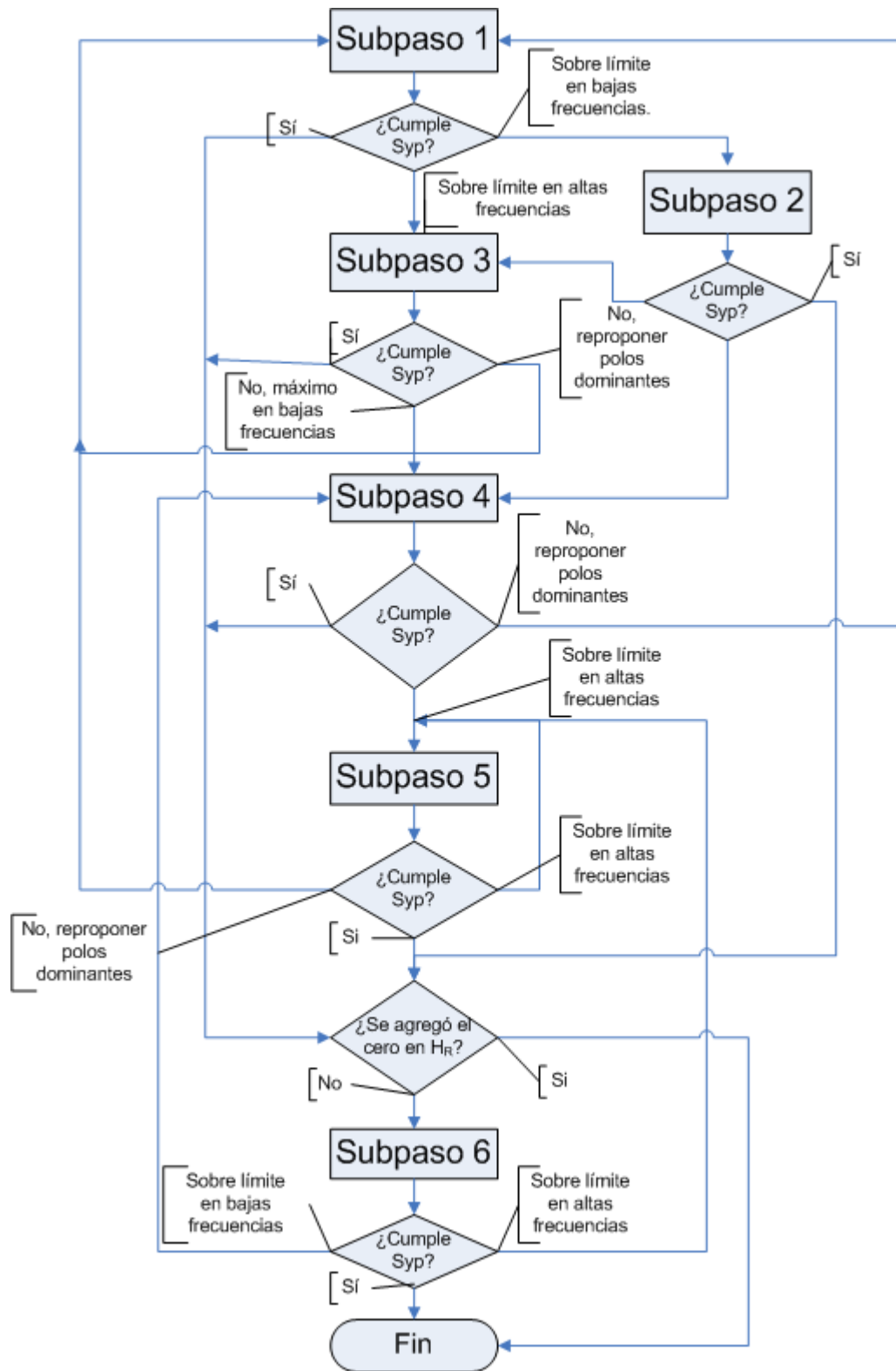


Figura 3 - 5: Diagrama de flujo del proceso de diseño del controlador RST moldeando Syp.

Se toma la referencia de diseño propuesta por Treviño E. [9] en cuanto al valor de  $\omega_n$  y la recomendación de Rosas L. [8] en cuanto a fijar la razón de amortiguamiento  $\zeta = 1$ . El valor de  $\omega_n$  puede cambiar para cumplir con el criterio de robustez requerido, pero el punto de partida es  $\omega_n = \omega_u$ , donde  $\omega_u$  fue obtenida en el paso 2 de la metodología. Así también se proponen  $H_S(z^{-1})$  y  $H_R(z^{-1})$ , en este caso  $H_S(z^{-1}) = 1-z^{-1}$  (integrador, para evitar error de estado estable) y  $H_R(z^{-1}) = 1$ . Cabe aclarar, que  $1-z^{-1}$  es un derivador en sí, el integrador sería  $(1-z^{-1})^{-1}$ , pero dado que se encuentra en el denominador, se maneja de esta manera y se le refiere como integrador.

Si con estos valores se cumple el criterio de robustez, ir al subpaso 6, si no, checar si el máximo de Syp está en bajas o altas frecuencias, si se encuentra en bajas ir a 2 y en caso de encontrarse en altas ir a 3.

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- *Se propone el polinomio en regulación deseado  $P(z^{-1})$  como:*

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} \quad (3.2)$$

*Si es la primera vez, se calculan con  $\zeta = 1$  y  $\omega_n = \omega_u$ ,  $H_S(z^{-1}) = 1-z^{-1}$  y  $H_R(z^{-1}) = 1$ . Si se proviene del subpaso 4 ó 5 se calculan con la nueva  $\omega_n$ , la cual se calculó previamente en dicho subpaso.*

- *Se verifica la función de sensibilidad a la salida Syp para checar si cumple el criterio de robustez establecido. Si sí, ir al subpaso 6, de no ser así, dos casos pueden suceder:*
  - *El máximo se encuentra en bajas frecuencias, ir al subpaso 2.*
  - *El máximo se encuentra en altas frecuencias, ir al subpaso 3.*

*Para tomar la decisión de cuándo se encuentra en altas y cuando en bajas frecuencias, se usó el siguiente criterio: El límite entre baja y alta frecuencia es 2 veces la frecuencia última del sistema  $\omega_u$ . Frecuencias iguales o arriba de dicho valor, son altas frecuencias, y debajo de ese valor se consideran bajas frecuencias. La decisión de altas o bajas frecuencias básicamente impacta en qué herramienta usar para atenuar dicho pico máximo, polos o ceros en la función de sensibilidad. Este valor se obtuvo a base de pruebas, con este valor se obtuvieron buenos resultados y por eso se quedó fijo como límite.*

### 3.6.2. Subpaso 2: Agregar ceros complejos en $H_S(z^{-1})$

El pico máximo de la función de sensibilidad Syp se encuentra en bajas frecuencias, por lo cual se agregarán ceros en la parte fija de  $S(z^{-1})$ ,  $H_S(z^{-1})$ . Landau I. D. [2] sugiere que la frecuencia de estos ceros se encuentre cerca de la frecuencia de interés. Se decidió poner esta frecuencia arriba de la frecuencia de interés, un 20% de dicha frecuencia, dado que con este valor se obtuvieron buenos resultados. El valor de  $\zeta$  se recomienda entre 0.3 y 0.8, entre menor amortigua más. Se comienza probando con 0.8 y hasta 0.2 de ser necesario. La forma de estos ceros es:

$$H_C(z^{-1}) = 1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} \quad (3.3)$$

Recordar que  $H_S(z^{-1})$  contiene un integrador, dicho integrador nunca se elimina. Por lo cual después de este paso  $H_S(z^{-1})$  quedaría como:

$$Hs(z^{-1}) = Hc(z^{-1})(1 - z^{-1}) \quad (3.4)$$

Si se cumple el criterio de robustez después de agregar dichos ceros, ir al paso 6, en caso contrario, si el nuevo máximo está en bajas frecuencias, ir a 4; si está en altas frecuencias, ir a 3.

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- *Se agregan un par de ceros complejos con frecuencia natural arriba de la frecuencia del pico máximo, un 20% de dicha frecuencia arriba y se busca un valor de  $\zeta$  que amortigüe lo suficiente para cumplir con el criterio de robustez.*
- *Cada vez que se vuelvan a proponer ceros, se deben volver a calcular los polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$ .*
- *Se verifica la función de sensibilidad a la salida  $Syp$  para checar si se cumple o no con el criterio de robustez, si se cumple, ir al subpaso 6.*
- *De no ser así es debido a que se llegó al límite de  $\zeta = 0.2$  sin cumplir robustez. Dos casos pueden suceder:*
  - *El máximo se encuentra en bajas frecuencias, ir al subpaso 4.*
  - *El máximo se encuentra en altas frecuencias, ir al subpaso 3.*

### 3.6.3. Subpaso 3: Agregar polos en $P(z^{-1})$

Se agregan polos de alta frecuencia en el polinomio  $P(z^{-1})$ . Estos polos auxiliares se denominan  $P_F(z^{-1})$ . Donde estos polos tienen la siguiente forma:

$$P_F(z^{-1}) = (1 - p_1 z^{-1})^{n_F} \text{ y } 0.1 \leq p_1 \leq 0.5 \quad (3.5)$$

$n_F \leq n_P - n_D$ ;  $n_P$  = grado máximo de  $P(z^{-1})$  y  $n_D$  = grado de los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$ .

Se comienza en  $p_1 = 0.1$  hasta 0.5 en incrementos de 0.1 y  $n_F = 1$ . Si al topar con 0.5 no se cumple, se incrementa  $n_F$ , y se repite el proceso y así hasta topar con el máximo de  $n_F$ .

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- *Se calcula de nuevo polinomio  $P(z^{-1}) = P_D(z^{-1}) P_F(z^{-1})$ , con  $P_F(z^{-1})$  definido como se mencionó más arriba. Se comienza con un valor de  $p_i = 0.1$  y  $n_F = 1$ . Estos valores se van incrementando hasta los valores permitidos para poder cumplir con la robustez requerida.*
- *Cada vez que se modifique el polinomio  $P_F(z^{-1})$  se calculan de nuevo los polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$ .*
- *Se verifica la función de sensibilidad a la salida  $Syp$  para checar si se cumple o no con el criterio de robustez, si se cumple, ir al subpaso 6.*
- *De no ser así, dos casos pueden suceder:*
  - *El máximo se encuentra en bajas frecuencias, ir al subpaso 4.*
  - *El máximo se encuentra en altas frecuencias, se llegó al límite de  $n_F$  y  $p_i$  sin cumplir robustez en alta frecuencia, modificar los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  por unos más lentos (de ser posible) e ir al subpaso 1, comenzando de nuevo así el proceso. Si se ha llegado al límite de la frecuencia para los polos dominantes, aquí termina el método y el último diseño es el que se regresará al usuario.*

### 3.6.4. Subpaso 4: Agregar ceros complejos en $H_s(z^{-1})$

Dado que el pico máximo está de nuevo en bajas frecuencias, se deben reproponer los ceros del subpaso 2 o agregar otros ceros. Landau I. D. [2] recomienda que si el nuevo máximo está cerca de la frecuencia del subpaso 2, simplemente se repropongan los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n$ , en caso contrario, que se agreguen otro par de ceros. Este subpaso es básicamente el subpaso 2, con la única diferencia de que se debe decidir si agregar otro par de ceros o cambiar los valores del primer par agregado. Si al llegar aquí no se ha pasado por el subpaso 2, se hará exactamente lo mismo que en el subpaso 2.

Si se cumple el criterio de robustez después de agregar dichos ceros, ir al paso 6, en caso contrario, si el nuevo máximo está en bajas frecuencias, se vuelven a proponer los polos dominantes pero más lentos, volviendo a empezar el proceso desde el subpaso 1. Si el máximo está en altas frecuencias, ir al subpaso 5.

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- *Se decide si agregar un nuevo par de ceros o simplemente reproponer los valores de los ceros agregados en el subpaso 2 (en caso de haberse agregado). Para decidir si existe diferencia significativa, se usó la siguiente regla: si el valor absoluto de la diferencia entre las dos frecuencias es mayor al 20% del valor de la primer frecuencia (la del subpaso 2) se decide agregar otro par de ceros, si no, se modifican los valores de los ceros usando lo detallado en el subpaso 2.*
- *Cada vez que se vuelvan a proponer ceros, se deben volver a calcular los polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$ .*
- *Se verifica la función de sensibilidad a la salida  $Syp$  para checar si se cumple o no con el criterio de robustez, si se cumple, ir al subpaso 6.*
- *De no ser así es debido a que se llegó al límite de  $\zeta = 0.2$  sin cumplir robustez. Dos casos pueden suceder:*
  - *El máximo se encuentra en bajas frecuencias, modificar los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  por unos más lentos (en caso de todavía poderse) e ir al subpaso 1, comenzando de nuevo así el proceso. Si se ha llegado al límite de la frecuencia para los polos dominantes, aquí termina el método y el último diseño es el que se regresará al usuario.*
  - *El máximo se encuentra en altas frecuencias, ir al subpaso 5.*

### 3.6.5. Subpaso 5: Agregar polos en $P(z^{-1})$

El máximo de  $Syp$  está de nuevo en altas frecuencias, se hace exactamente lo que se hizo en el subpaso 3, se agregan polos de alta frecuencia como los indicados en el subpaso 3, siempre y cuando todavía se puedan agregar.

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- *Se calcula de nuevo polinomio  $P(z^{-1}) = P_D(z^{-1}) P_F(z^{-1})$ , con  $P_F(z^{-1})$  definido como se mencionó en el subpaso 3. Si ya se habían agregado este tipo de polos en el subpaso 3,  $P_D(z^{-1})$  ahora no sólo contendrá los polos de la dinámica deseada, sino también los agregados en dicho subpaso.*
- *Cada vez que se modifique el polinomio  $P_F(z^{-1})$  se calculan de nuevo los polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$ .*

- Se verifica la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$  para checar si se cumple o no con el criterio de robustez, si se cumple, ir al subpaso 6.
- De no ser así, dos casos pueden suceder:
  - El máximo se encuentra en bajas frecuencias, modificar los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  por unos más lentos e ir al subpaso 1, comenzando de nuevo así el proceso. Si se ha llegado al límite de la frecuencia para los polos dominantes, aquí termina el método y el último diseño es el que se regresará al usuario.
  - El máximo se encuentra en altas frecuencias, se llegó al límite de  $n_F$  y  $p_i$  sin cumplir robustez en alta frecuencia. Modificar los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  por unos más lentos e ir al subpaso 1, comenzando de nuevo así el proceso.

### 3.6.6. Subpaso 6: Agregar ceros en $H_R(z^{-1})$

En este subpaso Landau I. D. [2] sugiere verificar el máximo de la función de sensibilidad a la entrada  $Sup$ . Si el máximo es muy alto entonces agregar ceros en  $H_R(z^{-1})$  para reducir este máximo. La forma de los ceros agregados es la siguiente:

$$H_R(z^{-1}) = 1 + \alpha z^{-1} \text{ y } 0 < \alpha \leq 1 \quad (3.6)$$

Dado que la forma de la función de sensibilidad a la entrada  $Sup$  depende del orden del proceso a controlar, el máximo de esta función varía mucho dependiendo del orden que se tenga. Por lo cual no se fijó un límite para este valor máximo. Por los experimentos realizados, se observó que usualmente se terminaba agregando este término y con un valor de  $\alpha = 1$ , dado que este es el valor que amortigua más. Por lo cual, al llegar a este subpaso se agrega este cero con un valor de  $\alpha = 1$ .

Verificar la función de sensibilidad a la entrada y reducir el pico máximo de ésta se hace para proteger un poco a la manipuladora ante los cambios paramétricos, de manera que la salida del controlador no se vea tan afectada al haber un cambio paramétrico en el proceso, resultando en acciones de manipulación bruscas.

Al agregar este cero en  $Sup$  se afectará a  $S_{yp}$ , así que después de haberlo agregado es necesario verificar el valor máximo de  $S_{yp}$ . Si ya no se cumple el criterio de robustez en  $S_{yp}$ , si el nuevo máximo está en bajas frecuencias, ir al subpaso 4. Si el máximo está en altas frecuencias, ir al subpaso 5.

Si ya se había agregado este cero con anterioridad, no se agrega y se termina el método, para evitar que haga más iteraciones y porque agregar este cero una sola vez reduce lo suficiente el máximo de  $Sup$  como para volver a repetir el proceso. Al final se calcula el polinomio  $T(z^{-1})$ .

En este subpaso, el algoritmo realiza lo siguiente:

- Verifica si ya se había agregado este cero con anterioridad, de ser así, termina el proceso.
- De no ser así, se agrega el cero en  $H_R(z^{-1})$ , se recalculan los polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$  y se verifica la función de sensibilidad a la salida  $S_{yp}$ .
- Si se cumple el criterio de robustez para  $S_{yp}$ , se termina el proceso, calculando el polinomio  $T(z^{-1})$  si no, dos casos pueden suceder:
  - El máximo se encuentra en bajas frecuencias, ir al subpaso 4.
  - El máximo se encuentra en altas frecuencias, ir al subpaso 5.

### 3.7. Evaluación de la robustez del controlador

#### Introducción

El diseño de controladores digitales robustos puede llevarse a cabo por diferentes técnicas, la mayoría trata de minimizar por alguna u otra forma algún indicador de robustez, tales como:

- Margen de módulo  $\Delta M$
- Margen de retraso  $\Delta \tau$
- Margen de fase  $\Delta \phi$
- Margen de ganancia  $\Delta G$

En la sección 2.3.2 se habló sobre dichos indicadores. El margen de módulo es importante dado que es igual al inverso del pico máximo de la función de sensibilidad a la salida Syp. Expresado en decibeles, se tiene:

$$\left| S_{yp}(e^{-j\omega}) \right|_{\max} \text{ dB} = (\Delta M)^{-1} \text{ dB} = -\Delta M \text{ dB} \quad (3.7)$$

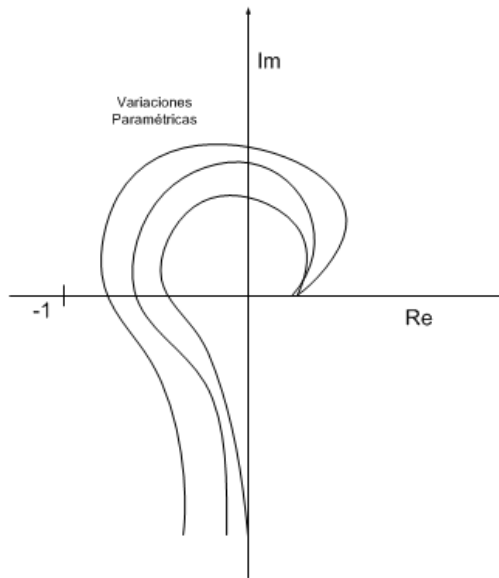


Figura 3 - 6: Diagrama de Nyquist ante variaciones paramétricas en el modelo.

Por lo cual, la minimización o reducción del pico máximo de la función de sensibilidad Syp, resulta en la maximización o aumento del margen de módulo, aumentando el radio hacia el punto crítico y por lo tanto la robustez. Si la función de sensibilidad Syp se encuentra lejos en magnitud del punto crítico, el sistema podrá soportar variaciones paramétricas en el modelo del proceso, siempre y cuando éstas no sean lo suficientemente grandes para llevar a la respuesta del sistema a inestabilidad. La Figura 3 - 6 muestra como el diagrama de Nyquist cambia ante variaciones paramétricas, por lo cual, la función de sensibilidad también lo hará.

Estos dos indicadores sirven para medir la robustez de un sistema, de acuerdo a Landau I. D. [2] los valores típicos de estos indicadores son:



- Margen de módulo:  $\Delta M \geq 0.5$  (-6 dB), mínimo 0.4 (-8 dB)
- Margen de retraso:  $\Delta \tau \geq T_s$ , mínimo 0.4 (0.75  $T_s$ ), donde  $T_s$  = período de muestreo.

Una manera de atacar el problema de robustez es por medio del moldeo de la función de sensibilidad. En esta implementación, sólo se usa como parámetro de diseño para robustez el margen de módulo  $\Delta M$  (pico máximo de la función de sensibilidad  $Syp$ ) y simplemente se indica como manera de retroalimentación para el usuario los límites respectivos de margen de retraso  $\Delta \tau$ .

El algoritmo implementado toma como límite un pico máximo de la función de sensibilidad  $Syp$  de 6dB, para obtener un controlador con robustez media y una velocidad no tan lenta de respuesta (Rosas L. [8]). Con este criterio el controlador puede soportar un incremento de ganancia de hasta 100% sin que éste se vuelva inestable. Además se da la opción al usuario de reducir todavía más este pico si desea mayor robustez. El esquema parte del diseño original del controlador proponiendo una frecuencia natural  $\omega_n = \omega_u$ , con una razón de amortiguamiento unitaria, la cual se quedará fija durante todo el proceso.

### Evaluación de la función de sensibilidad

Para evaluar si el controlador obtenido en el proceso de moldeo de la función de sensibilidad a la salida  $Syp$  cumple con el criterio de robustez especificado, es necesario obtener la función de sensibilidad de lazo de control y observar si el pico máximo de ésta es mayor, menor o igual que el criterio establecido.

La función de sensibilidad de un lazo de control retroalimentado simple, es la respuesta a la frecuencia de la función de transferencia de la salida  $Y(z^{-1})$  (en digital), entre la entrada de perturbación  $p(z^{-1})$  (en digital). En el Capítulo 2, Figura 2 – 4, se muestra la estructura del controlador RST digital, en la cual podemos observar que la respuesta del proceso  $Y(z^{-1})$  ante una perturbación  $p(z^{-1})$  está dada por la siguiente relación

$$Syp(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1})+B(z^{-1})R(z^{-1})z^{-d}} = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (3.8)$$

Donde  $Syp(z^{-1})$  es la función de sensibilidad a la salida de un proceso que cuenta con un controlador de estructura RST. Si se define al polinomio numerador como  $b_S(z^{-1})$  y al polinomio denominador como  $a_S(z^{-1})$ , la ecuación 3.8 queda como

$$Syp(z^{-1}) = \frac{b_S(z^{-1})}{a_S(z^{-1})} = \frac{b_{S_0} + b_{S_1}z^{-1} + b_{S_2}z^{-2} + \dots + b_{S_{nbs}}z^{-nbs}}{a_{S_0} + a_{S_1}z^{-1} + a_{S_2}z^{-2} + \dots + a_{S_{nas}}z^{-abs}} \quad (3.9)$$

Para poder evaluar en el dominio de la frecuencia se hace la siguiente substitución

$$z = e^{j\omega T} \quad (3.10)$$

en la ecuación 3.9 y se tiene ahora que

$$Syp(j\omega) = \frac{b_S(j\omega)}{a_S(j\omega)} = \frac{b_{S_0} + b_{S_1}e^{-j\omega T} + b_{S_2}e^{-2j\omega T} + \dots + b_{S_{nbs}}e^{-nbj\omega T}}{a_{S_0} + a_{S_1}e^{-j\omega T} + a_{S_2}e^{-2j\omega T} + \dots + a_{S_{nas}}e^{-naj\omega T}} \quad (3.11)$$

Donde se evalúa para los diferentes valores de  $\omega$ , obteniendo así el diagrama de Bode de la respuesta. Únicamente se necesita conocer el valor de la magnitud de la respuesta a la frecuencia puesto que el moldeo de la función de sensibilidad se hace únicamente sobre ésta. Para

poder evaluar la magnitud se requiere separar la parte imaginaria de la real, esto se hace aplicando el teorema de Euler que dice:

$$e^{-j\omega T} = \frac{1}{\cos(\omega T) + j\sin(\omega T)} \quad (3.12)$$

y la magnitud de la respuesta a la frecuencia de una función puede obtenerse como:

$$|S_{yp}(j\omega)| = \sqrt{(\text{Parte Real})^2 + (\text{Parte imaginaria})^2} \quad (3.13)$$

de esta manera se tiene la expresión para obtener la magnitud de la función de sensibilidad. Para graficarlo de forma logarítmica simplemente se debe hacer lo siguiente

$$|S_{yp}(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10}(|S(j\omega)|) \quad (3.14)$$

Sólo se debe escoger el rango de frecuencias en las que se desea evaluar la ecuación. Se sabe que para una frecuencia de muestreo  $\omega_s$  en una señal, la mínima frecuencia recuperable sin que se presente distorsión es

$$\omega_N = \frac{\omega_s}{2} \quad (3.15)$$

donde  $\omega_N$  es conocida la frecuencia de Nyquist y en forma simplificada queda como

$$\omega_N = \frac{\pi}{T_s} \quad (3.16)$$

donde  $T_s$  es el periodo de muestreo. De la ecuación 3.16 podemos observar que a un menor tiempo de muestreo el rango de frecuencias que se puede observar sin distorsión aumenta, entonces la frecuencia de Nyquist nos sirve para determinar hasta donde se debe evaluar la respuesta a la frecuencia de un proceso discretizado. El algoritmo evalúa primero la frecuencia  $\omega_N$  en base al periodo de muestreo y después se obtiene el paso mínimo para el incremento de la frecuencia. La función de sensibilidad se evalúa en el rango 0.01-  $\omega_N$ , dado que no se puede comenzar a evaluar en cero por ser base logarítmica.

Para esta implementación se tomó una resolución de 1000, por lo cual el incremento mínimo es

$$\omega_{min} = \frac{\omega_N - 0.01}{1000} \quad (3.17)$$

Este mismo valor es el que se toma para ir decrementando el valor de la frecuencia  $\omega_n$  de los polos propuestos para el controlador RST, en caso de tener que proponer polos más lentos. Así el rango e evaluación de la función de sensibilidad a la salida Syp queda

$$0.01 \leq \omega \leq \omega_N \quad (3.18)$$

donde para cada valor de  $\omega$  se comparará el valor de magnitud obtenido a dicha frecuencia para así encontrar el pico máximo de la función de sensibilidad  $Syp(j\omega)$  y la frecuencia  $\omega_{Smax}$  en la que éste ocurre.

Recordando las propiedades de la función de sensibilidad se sabe que cuando el valor de  $Syp(j\omega)$  en una frecuencia dada es mayor a 0 dB (magnitud mayor a la unitaria), cualquier componente de la perturbación que ocurra en esa frecuencia, será amplificado y cuando  $Syp(j\omega)$  es

menor que 0 dB (magnitud menor a la unitaria), la componente a esa frecuencia será atenuada. Es importante conocer la frecuencia donde

$$S_{yp} = 0 \text{ dB} \quad (3.19)$$

A esta frecuencia se le llamará frecuencia de cruce por cero ( $\omega_0$ ) y es aquella que define el ancho de banda para el rechazo a perturbaciones del sistema de control. Conociendo el valor de esta frecuencia se puede tener una idea de la velocidad de respuesta en regulación y seguimiento, esto último porque se están proponiendo los mismos objetivos para seguimiento y regulación. Por tanto, al observar el valor de  $\omega_0$  se puede saber si se está o no sacrificando demasiado desempeño del controlador. A valores más pequeño de  $\omega_0$  más lenta será la respuesta. En la Figura 3 - 7 se puede observar un diagrama de Bode donde se ilustra la ubicación de  $\omega_0$ .

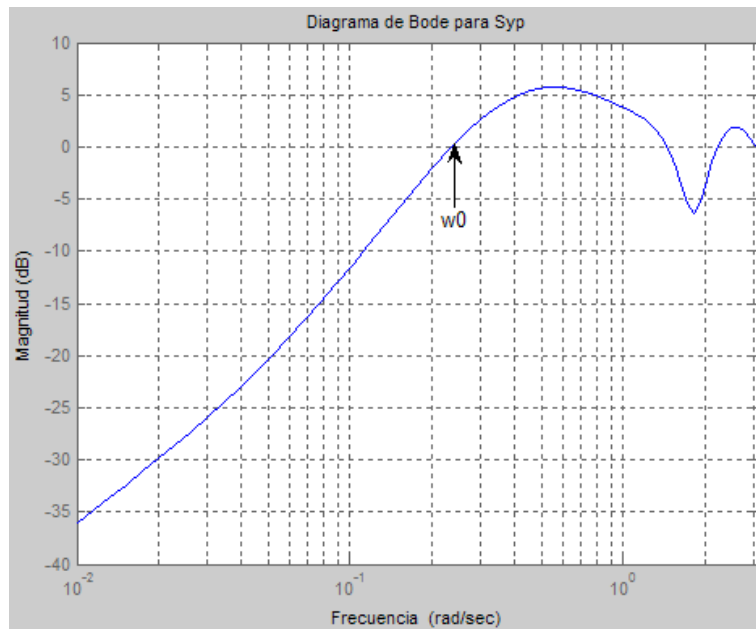


Figura 3 - 7: Diagrama de Bode para Syp indicando la frecuencia  $\omega_0$ .

Para determinar si se ha rebasado el límite de desempeño deseados para el sistema de control, es decir, que la respuesta es casi tan lenta como en lazo abierto, se usa la siguiente regla propuesta por Rosas L. [8]

$$\omega_0 \leq \frac{\omega_u}{10} \quad (3.20)$$

En resumen, para evaluar la robustez, el algoritmo realiza lo siguiente:

- La primera vez que entra al moldeo de la función de sensibilidad  $S_{yp}$ , se calcula  $\omega_N$  y  $\omega_{min}$  en base las ecuaciones 3.16 y 3.17 respectivamente.
- Cada vez que se calcula un nuevo conjunto de polinomios  $S(z^{-1})$  y  $R(z^{-1})$  en cualquiera de los subpasos descritos anteriormente, se evalúa  $S_{yp}(j\omega)$  para un rango de frecuencias desde 0.01 hasta  $\omega_N$ , obteniendo así  $S_{yp_{max}}(j\omega)$  y  $\omega_0$ .

En la siguiente tabla se describe de manera muy general, qué es con lo que cuentan tanto la metodología original como la metodología propuesta en este trabajo.

	Original	Propuesta
Obtención de periodo óptimo	Sí	Sí
Obtención de frecuencia última	Sí	Sí
Identificación automática del proceso	Sí	Sí
Diseño de RST robusto	Sí	Sí
Múltiples criterios de robustez	Sí	No
Factor de velocidad para ajuste de robustez	Sí	No
Moldeo de Syp al reproponer polos más lentos $P_D$	Sí	No
Moldeo de Syp por medio de $H_s$	No	Sí
Moldeo de Syp por medio de $H_R$	No	Sí
Moldeo de Syp por medio de $P_F$	No	Sí

Tabla 3 - 1: Comparación entre metodologías original y propuesta.

## Capítulo 4

# Implementación computacional

### 4.1. Descripción del software utilizado

La implementación computacional del algoritmo de diseño automático de controladores digitales RST robustos, se llevó a cabo utilizando el software de National Instruments LabVIEW™ 8.20. Este paquete está diseñado especialmente para realizar interfaces hombre-máquina o VI's (Virtual Instrument) mediante la programación de bloques. Este software cuenta con controles e indicadores tales como: gráficas, botones, selectores, numéricos, texto, íconos, contenedores tipo pestaña, entre otras herramientas para facilitar la programación de objetos visuales. Una gran ventaja del software es que cuenta con una gran cantidad de VI's predefinidas que ejecutan cierta tarea, por lo cual el usuario sólo tiene que invocar a dicha VI con sus respectivos parámetros para obtener los resultados. La programación de alto nivel en bloques es un poco diferente a la programación de alto nivel en código (como en lenguajes tipo C o Java), el flujo del programa es distinto por ejemplo, dado que no se programa de manera lineal (una línea de código se ejecuta después de las líneas que lo preceden) se debe tener cuidado con los bloques. Entre las herramientas con las que cuenta dicho software hay estructuras que permiten controlar el orden de ejecución del programa, siendo de gran ayuda para poder realizar secuencias o procesos en un orden determinado.

En las secciones siguientes se describen las funciones y opciones con las que cuenta el programa desarrollado para el diseño de controladores RST robustos, así como la forma de utilizarlo para lograr los objetivos de diseño y control deseados. Al final del capítulo se incluye un ejemplo de cómo ejecutar el algoritmo de autosintonía con un proceso simulado.

#### 4.1.1. Matlab Script Node y MathScript Node

Como se mencionó anteriormente, la programación en bloques es un poco distinta a la programación en código, pero el software cuenta con nodos de programación orientados a operaciones matemáticas en donde el usuario puede escribir código, facilitando ciertas tareas. Existen 3 tipos de nodos: Xmath, Matlab y MathScript. Los primeros dos invocan a otro programa para ejecutar el código, ya sea Xmath™ o Matlab™, un servidor de dicho software es ejecutado por LabVIEW™ cada que se agrega uno de estos nodos, por lo cual es necesario tener

dicho software instalado para poder usar estos nodos. El nodo MathScript es propietario de LabVIEW™, su sintaxis es igual a la sintaxis de Matlab, pero no puede ejecutar las funciones que son propietarias de Matlab™. Estos nodos son de gran ayuda para el manejo de operaciones matemáticas un poco más complicadas, como operaciones entre matrices, dado que LabVIEW™ no cuenta con VI's que ejecuten operaciones matemáticas matriciales todavía, además ofrecen la facilidad de programar en código, lo cual para ciertas operaciones es mejor y más sencillo.

En esta implementación se usaron dos tipos de nodos: Matlab y MathScript. Se usaron dos nodos por la siguiente razón: se usan ciertas funciones que son exclusivas de Matlab™, tales como la conversión de una función de transferencia continua a discreta (c2d) y la definición y uso de objetos LTI (Linear Time Invariant); operaciones que el MathScript no puede ejecutar. Pero el Matlab Script tiene una respuesta de tiempo limitada, es decir, es lento en la ejecución, lo cual es transparente si se ejecuta una sola operación o se está pidiendo que ejecute la operación entre intervalos de tiempo relativamente grandes. Lo más rápido que se observó se le puede pedir al script entre ejecución y ejecución es un periodo de 230 milisegundos aproximadamente, más rápido que eso, el programa empieza a atrasarse en su ejecución. Lo cual, en simulación podría no afectar, dado que la simulación simplemente no se correría en el tiempo que se le está pidiendo, pero la información no se alteraría. El problema grave es en tiempo real, porque el algoritmo en algún momento requiere muestrear a una velocidad de 100 milisegundos, más del doble de rápido de la velocidad que puede aceptar el nodo de Matlab. Por esta razón, las operaciones que se necesitan ejecutar cada periodo de muestreo, son ejecutadas en el MathScript, el cual sí puede ser ejecutado a dicha velocidad sin problemas. Las operaciones que se necesitan ejecutar en Matlab sólo requieren una sola ejecución cada determinado tiempo, no se están ejecutando constantemente, por lo cual, no hay problema de tiempos de ejecución de esta manera.

El algoritmo de control, identificación, prueba de identificación y el algoritmo de diseño del controlador RST robusto están programados en código m (Matlab), por lo cual el programa depende de dichos archivos fuente donde se encuentran dichas definiciones para su correcto funcionamiento.

## 4.2. Panel principal del programa (pestaña *Interfaz*)

La pantalla principal que se muestra en la Figura 4 - 1 es la que aparece inicialmente al correr el programa. Esta pantalla cuenta con 2 pestañas (*Interfaz e Identificación y RST*) donde la primera pestaña, *Interfaz*, es el panel de trabajo, ya que en esta se muestran las gráficas de tendencia así como los controles para poder interactuar con el proceso. Las opciones dentro de esta pestaña se describen brevemente a continuación:

- *Gráfica superior:*  
En la gráfica superior del panel se realiza el graficado de la variable de proceso (PV), la referencia (SP) y dado que el controlador implementado es un RST, la trayectoria deseada de seguimiento (Trayectoria). El valor de las variables escaladas entre 0 y 100 (dependiendo de la variable a controlar, pueden ser grados, litros, metros, etc.) se grafican contra una escala de tiempo donde el ancho total de la escala de tiempo representa 100 intervalos de muestreo.
- *Gráfica inferior:*  
En la gráfica inferior del panel se realiza el graficado de la variable manipuladora (OP) y el error. La variable manipuladora está escalada de 0 a 100%, el error se grafica sólo en los valores positivos y las unidades del error son las mismas que las de la variable de proceso. La escala de tiempo es la misma que en la gráfica superior.

- Panel de Control:*

En la parte inferior derecha del panel se encuentra la sección de panel de control, en esta sección el usuario puede seleccionar el modo de control (manual o automático), tipo de ejecución (simulación o tiempo real), seleccionar el número de puerto serial de comunicaciones con el proceso, perturbar al proceso (únicamente en simulación), modificar los valores de la referencia y manipuladora dependiendo del modo de control, observar el valor numérico de la variable de proceso así como un indicador tipo termómetro con el valor de la variable de proceso y modificar el periodo de muestreo de ejecución del programa.
- Parámetros de la planta:*

En la parte superior derecha del panel se encuentra la sección de parámetros de la planta, esta sección únicamente está activa en modo simulación, ya que aquí se puede elegir un modelo de proceso a simular. Se pueden simular 3 tipos de proceso:

  - Primer orden con tiempo muerto, continuo.
  - Segundo orden con tiempo muerto, continuo.
  - Discreto estructura ARX con un máximo de 4 a's y 4 b's, cargado desde un archivo de texto.

Se pueden modificar directamente los parámetros de los procesos de primer y segundo orden a simular, observar los valores de las constantes del modelo a simular pero en tiempo discreto así como la estructura del modelo (número de constantes  $a$ 's,  $b$ 's y el retraso  $d$ ).

- Cargar:*

Dentro del apartado parámetros de la planta se encuentra el botón de cargar, el cual sirve para cargar un modelo ARX para simulación desde un archivo de texto. Al dar clic en este botón se abre automáticamente un navegador para buscar el archivo a cargar. El archivo debe ser un archivo de texto (\*.txt de preferencia) con una sola columna y 12 renglones. Se debe encontrar la información del modelo de la siguiente manera:

Variable	Significado
a1	Constante a1 del modelo ARX
a2	Constante a2 del modelo ARX
a3	Constante a3 del modelo ARX
a4	Constante a4 del modelo ARX
b1	Constante b1 del modelo ARX
b2	Constante b2 del modelo ARX
b3	Constante b3 del modelo ARX
b4	Constante b4 del modelo ARX
na's	Número de a's que contiene el modelo
nb's	Número de b's que contiene el modelo
d	Número de retrasos que contiene el modelo
T	Periodo de muestreo del modelo

Tabla 4 - 1: Formato de archivo para cargar modelo.

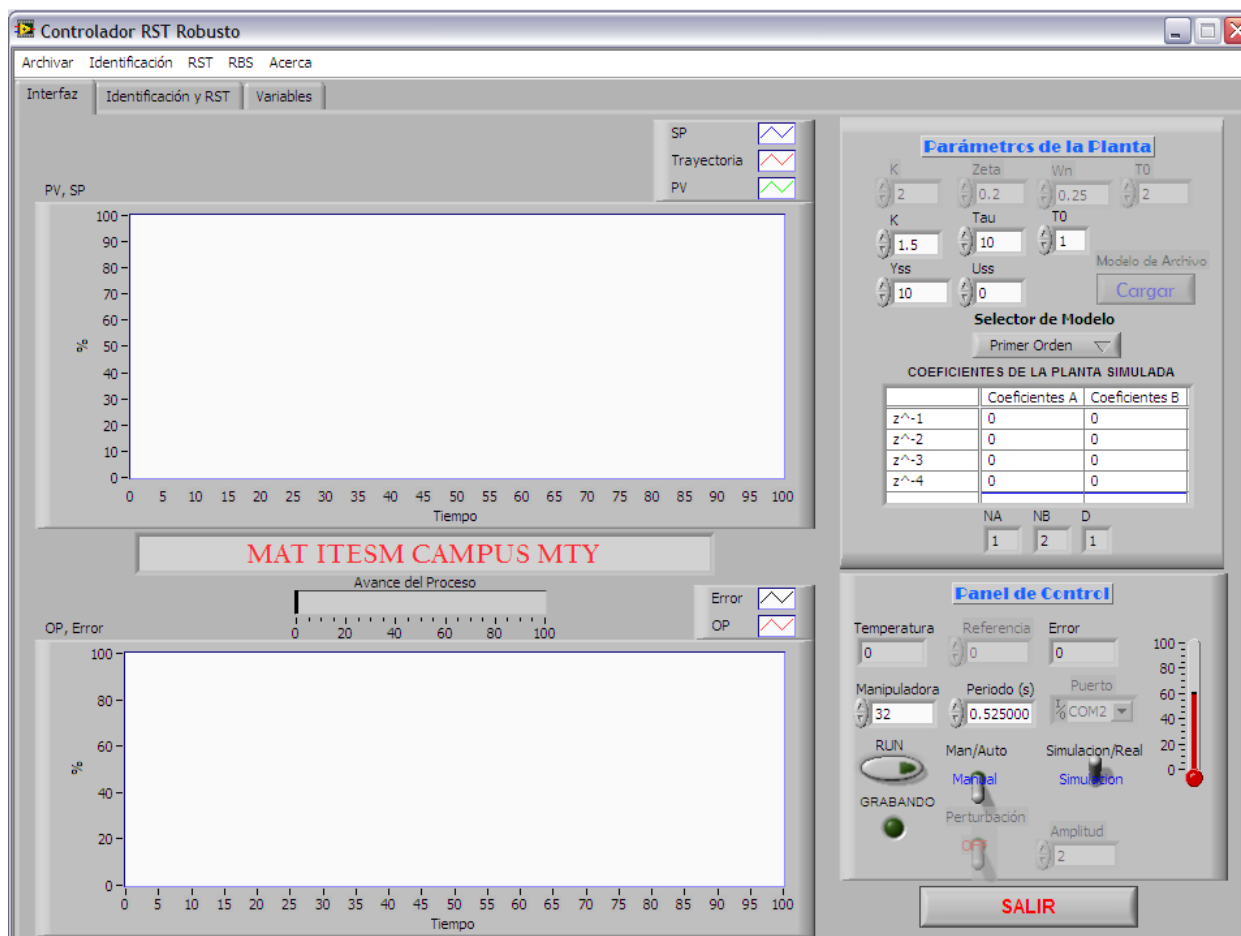


Figura 4 - 1: Panel principal de la interfaz.

El archivo debe tener estrictamente todas las variables, si alguna variable no existe, se debe dejar en 0, con excepción del periodo de muestreo que no puede valer 0. Es decir, deben existir 12 renglones siempre. Se limita a 4 a's y 4 b's para el modelo ARX a cargar. Aquí cabe recalcar que las constantes del modelo se deben escribir como si se observaran de la función de transferencia del modelo discreto, como en la ecuación 2.10.

El periodo de muestreo se cambia automáticamente por el que se especifique en el archivo, si durante la ejecución del programa se cambia el periodo de muestreo, el modelo ya no será el mismo, por lo cual se recomienda no hacerlo. La opción de cargar el modelo desde un archivo se añadió básicamente para no tener que repetir el proceso de autosintonía o identificación. Si ya se sabe el modelo y el controlador a usar, simplemente se cargan.

- *Man / Auto:*

Dentro del apartado panel de control se encuentra un selector de dos posiciones que sirve para especificar el modo de control, ya sea manual o automático. Por defecto el selector se encuentra en modo manual, por lo cual el usuario puede modificar directamente el valor de la manipuladora (OP) pero no así el valor de la



referencia (SP), en automático el usuario no puede modificar el valor de la manipuladora pero sí el valor de la referencia.

- *Simulación / Real:*  
Dentro del apartado panel de control se encuentra un selector de dos posiciones que sirve para especificar el método de adquisición de datos, ya sea de un proceso simulado o de un proceso real. Por defecto el selector se encuentra en simulación y el usuario no puede modificar el número de puerto de comunicación serial con el proceso pero sí modificar lo referente al área de parámetros de la planta, en real el usuario no puede modificar nada de lo referente en el área de parámetros de la planta pero sí modificar el número de puerto de comunicación serial. El programa está listo para comunicarse con el proceso de temperatura de los laboratorios de mecatrónica del ITESM campus Monterrey. Si se quiere comunicar la interfaz con otro proceso, se deben agregar los controladores correspondientes a la interfaz.
- *Periodo:*  
El control numérico de periodo sirve para introducir el periodo de muestreo, en segundos, para la ejecución del programa. El valor mínimo de este control es de 0.1 segundos y el valor máximo es de 10 segundos. Por defecto el valor de este control es de 1 segundo.
- *Run:*  
El botón de Run sirve para que la interfaz comience su ejecución o la termine, es un botón de dos posiciones, por defecto está en off, por lo cual el programa no comienza la ejecución hasta que se cambia su posición a on. En cualquier momento de la ejecución se puede mandar a off, deteniendo la ejecución temporalmente, para continuarla donde se dejó posteriormente. De esta forma, puede funcionar como un botón de pausa también.
- *Salir:*  
En la parte inferior derecha del panel principal se encuentra este botón, el cual termina la ejecución del programa completamente.
- *Grabando:*  
El indicador de grabando únicamente sirve para saber si actualmente se están recopilando los datos del proceso o no. Es un indicador booleano, cuyo valor es verdadero mientras los datos se estén almacenando en sus respectivos arreglos y falso cuando no se esté guardando nada.
- *Perturbación:*  
Dentro del apartado panel de control se encuentra un selector de dos posiciones que sirve para introducir una perturbación de tipo escalón al proceso, este control sólo funciona cuando se está ejecutando el programa en modo de ejecución simulación y modo de control automático. Cuando el valor de este control es verdadero, se activa un control numérico *Amplitud* que se encuentra a su lado, donde el usuario introduce la magnitud del escalón de la perturbación. La perturbación es aditiva a la salida, tal y como se muestra en la Figura 4 - 2.

- *Amplitud:*  
Dentro del apartado panel de control se encuentra un control numérico donde el usuario introduce la amplitud de la perturbación tipo escalón a simular. El rango de esta variable es de -10 a 10, por defecto su valor es de 2.

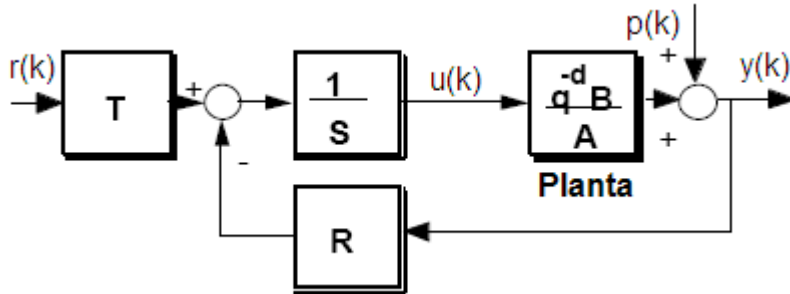


Figura 4 - 2: Modelo del lazo cerrado de control con perturbación a la salida.

- *Selector de Modelo:*  
Dentro del apartado parámetros de la planta existe un control del tipo *menu ring* que sirve para seleccionar cualquiera de los 3 posibles modelos a simular. Cuando se selecciona un modelo se activan los controles numéricos correspondientes a dicho modelo, de manera que el usuario pueda modificarlos, así también se bloquean los controles que no corresponden a ese modelo. Cada que se cambia de modelo, automáticamente se actualiza la tabla donde se muestran las constantes a's y b's del modelo así como los indicadores de la estructura del modelo (na's, nb's y D).
- *Cuadro de texto:*  
Entre las dos áreas de graficado se encuentra un cuadro de texto que sirve como retroalimentación para el usuario al momento de efectuarse el proceso de autosintonía y prueba RBS de identificación.
- *Avance del Proceso:*  
Esta barra indicadora de avance por defecto está invisible, cuando se corra el programa, no se verá. Esta barra sirve de retroalimentación para el usuario durante el proceso de autosintonía y de la prueba de identificación RBS para que el usuario tenga una idea de en qué punto va el proceso.
- *Archivar:*  
En este menú se tiene acceso a las siguientes opciones:
  - a) Empezar a grabar
  - b) Terminar de grabar
  - c) Guardar Archivo
- *Empezar a grabar:*  
Al dar clic en esta opción se comenzarán a grabar vectores de datos conteniendo lo siguiente: OP, PV, Trayectoria y SP. Además, el indicador *grabando* se activará.

- *Terminar de grabar:*  
Esta opción se debe usar después de haber usado la opción empezar a grabar. Al dar clic en esta opción se dejarán de guardar los vectores de datos. El indicador grabando se desactivará.
- *Guardar archivo:*  
Después de haber usado las opciones empezar a grabar y terminar de grabar, se puede usar esta opción, la cual desplegará una ventana de navegación para que el usuario decida dónde guardar el archivo de texto correspondiente a los datos almacenados.
- *Identificación:*  
En este menú se tiene acceso al panel de mínimos cuadrados para identificación del proceso.
- *Mínimos cuadrados:*  
Al dar clic en esta opción se desplegará el panel correspondiente a mínimos cuadrados, el cual es mostrado en la Figura 4 - 4. Este panel se describe más a detalle en la sección 4.4.
- *RST*  
En este menú se tiene acceso a las siguientes opciones:
  - a) Autosintonía
  - b) Abortar Autosintonía
  - c) Más Robusto
- *Autosintonía:*  
Esta opción es la que representa la metodología propuesta en el presente trabajo de investigación. El diseño automático de un controlador RST robusto por medio del moldeo de la función de sensibilidad a la salida (Syp) se realiza al dar clic en esta opción. El algoritmo realizará toda la serie de pasos que conforman la metodología, los cuales fueron descritos en el Capítulo 3.
- *Abortar Autosintonía:*  
Esta opción detiene el proceso de autosintonía en cualquier momento, regresando los valores de los controles a la forma en la que se encontraban cuando se dio clic en Autosintonía.
- *Más Robusto:*  
Esta opción se deja a disposición del usuario en dado caso que no esté conforme con la robustez y respuesta del controlador RST diseñado por el algoritmo. Para poder ejecutar esta opción se debe tener un modelo del proceso cargado así como un valor de frecuencia última de dicho proceso, para que el diseño pueda ser repetido. No necesariamente se debe haber ejecutado el algoritmo primero, lo que sí es mandatorio es tener los dos requisitos antes mencionados, los cuales usualmente se obtendrán de haber ejecutado el algoritmo cuando menos una vez. Lo único que se le pide al usuario es un nuevo valor de pico máximo de Syp, este valor debe estar entre 2 y 5.9 dB, dado que el diseño original se realiza con un pico máximo de 6 dB.

- *RBS:*  
En este menú se tiene acceso a las siguientes opciones:
  - a) Ejecutar RBS
  - b) Abortar Prueba
  - c) Salvar Datos
- *Ejecutar RBS:*  
Esta opción sirve para ejecutar una prueba de identificación en lazo abierto RBS (Random Binary Sequence) de duración y amplitud especificados por el usuario al momento de acceder a esta opción.
- *Abortar Prueba:*  
Esta opción detiene la prueba RBS en cualquier momento, regresando los valores de los controles a la forma en la que se encontraban cuando se dio clic en Ejecutar RBS.
- *Salvar Datos:*  
Una vez que se tengan datos de una prueba RBS de identificación, se le da la opción al usuario de guardar los datos en un archivo de texto. Los datos guardados corresponden a los datos de la salida  $Y_k$  y la entrada  $U_k$ . El archivo consta de dos columnas, la primera correspondiente a  $U_k$  y la segunda a  $Y_k$ . Los datos se graban como variables de desviación, es decir, los datos se encuentran centrados. Cuando se da clic en esta opción se desplegará una ventana de navegación para que el usuario decida dónde guardar el archivo de texto correspondiente a los datos de la prueba.
- *Ayuda:*  
En el menú de Ayuda se tiene acceso a una opción: Acerca. En esta opción se da una breve descripción de la estructura del controlador y se proporciona información sobre cómo contactar al autor de esta interfaz.

### 4.3. Panel principal del programa (pestaña *Identificación y RST*)

La segunda pestaña, Identificación y RST, se muestra en la Figura 4 - 3. Básicamente es un panel de información para el usuario, sobre el modelo identificado y el controlador RST diseñado. Las opciones dentro de esta pestaña se describen brevemente a continuación:

- *Coefficientes de la Planta Identificada:*  
En esta tabla se muestran los coeficientes  $a$ 's y  $b$ 's del proceso identificado, así como su estructura ( $na$ 's,  $nb$ 's y  $D$ ). Estos coeficientes pueden ser obtenidos mediante el panel Mínimos Cuadrados o mediante la ejecución del algoritmo de Autosintonía. Además se cuenta con la opción de poder cargar el modelo desde un archivo de texto. El periodo  $T$  mostrado en este apartado es exclusivo del archivo cargado, si no se carga un archivo aquí se mostrará 0.
- *Cargar (Modelo de Archivo):*  
Este botón sirve para poder cargar un modelo desde un archivo de texto. Cuando se da clic en este botón se desplegará una ventana de navegación para que el usuario escoja el archivo de texto que contiene el modelo a cargar. El formato del archivo es el mismo que el de la Tabla 4 - 1.

- *Polinomios Resultantes RST:*  
En esta tabla se muestran los coeficientes de los polinomios R, S, T del controlador diseñado. Este diseño puede originarse por medio de la interfaz Diseño RST o mediante la ejecución del algoritmo de Autosintonía. Así también se muestran los coeficientes de los polinomios PR y PP, los cuales rigen las dinámicas de seguimiento (trayectoria, referencia) y de regulación (rechazo a perturbaciones). Además se cuenta con la opción de poder cargar el controlador, así como las dinámicas de seguimiento y regulación (PR y PP) desde un archivo de texto.
- *Cargar (RST de Archivo):*  
Este botón sirve para poder cargar los coeficientes del controlador RST así como las dinámicas de seguimiento y regulación desde un archivo de texto. Cuando se da clic en este botón se desplegará una ventana de navegación para que el usuario escoja el archivo de texto que contiene el controlador a cargar. Dicho archivo debe contar con 6 renglones y  $n$  columnas cada renglón, todos los renglones deben contar con el mismo número  $n$  de columnas y las columnas deben estar separadas forzosamente por un tabulador (*tab*), ya que este último es el delimitador de columna y si no se encuentra, el archivo se leerá mal. El formato del archivo es el siguiente:

R0	R1	R2	...	Rn
1	S1	S2	...	Sn
T0	T1	T2	...	Tn
1	PP1	PP2	...	PPn
1	PR1	PR2	...	PRn
GT1	GT2	GT3	...	GTn

Tabla 4 - 2: Formato del archivo que contiene los coeficientes del controlador RST.

Si algún coeficiente no existe, se debe poner un 0, para que todos los renglones tengan el mismo número de columnas y no existan problemas en la lectura del archivo. El último renglón corresponde a los ceros del generador de trayectoria, el polinomio  $Bm$ .

- *Dinámicas Iguales:*  
Este indicador booleano simplemente indica si las dinámicas de regulación y seguimiento son iguales o no. Si el indicador se encuentra encendido (on) significa que las dinámicas son iguales, en caso contrario son diferentes y se encuentra apagado.
- *Robustez:*  
En la parte inferior derecha de la pestaña se encuentra un área denominada Robustez, la cual da información sobre las frecuencias involucradas en el diseño del controlador RST. Se tiene un control numérico para poder introducir/observar la frecuencia última  $\omega_u$  del sistema identificado. Este valor se obtiene de manera automática si se ejecutó el algoritmo de autosintonía. Se dejó un control y no un indicador porque si el usuario decide diseñar un controlador con la opción Más Robusto, pueda introducir aquí el valor de dicha frecuencia

última  $\omega_u$  y no tener que ejecutar todo el algoritmo otra vez. Además se indica la frecuencia de los polos dominantes del diseño por colocación de polos del controlador RST (Frecuencia de Polos Propuestos). Este indicador sólo puede obtener un valor después de haber sido ejecutado el algoritmo de autosintonía. Por último se indica el valor del pico máximo en la función de sensibilidad a la salida Syp, este indicador obtiene un valor después de ejecutar el botón de Calcula.

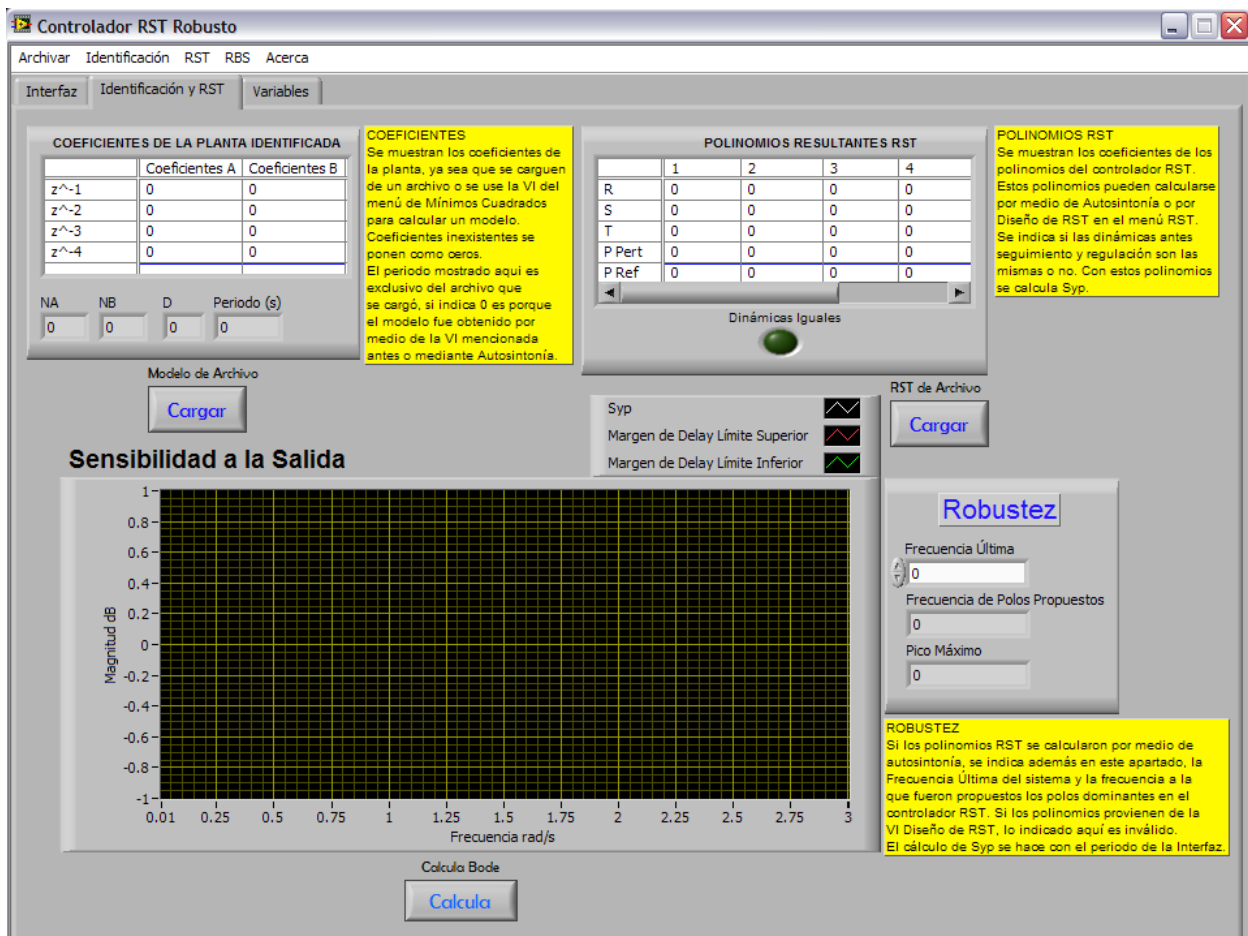


Figura 4 - 3: Panel Identificación y RST.

- Sensibilidad a la Salida (área de graficado):*  
 En esta área de graficado se indica la función de sensibilidad a la salida Syp entre el modelo que se tiene en Coeficientes de la Planta Identificada y el controlador que se tiene en Polinomios Resultantes RST. Además se indican los límites superior e inferior de la función de sensibilidad a la salida Syp para que el controlador tenga un margen de retraso igual a un periodo de muestreo T.
- Calcula (Calcula Bode):*  
 Este botón sirve para poder obtener el diagrama de bode de la función de sensibilidad a la salida Syp entre el modelo que se tiene en Coeficientes de la Planta Identificada y el controlador que se tiene en Polinomios Resultantes RST.

El periodo T con el cual se calcula este diagrama de Bode es el periodo que se tenga en la pestaña Interfaz, es decir, el periodo de ejecución de todo el programa.

#### 4.4. Panel Mínimos Cuadrados

Este panel correspondiente a la identificación del proceso por medio de mínimos cuadrados se muestra en la Figura 4 - 4. En este panel el usuario puede hacer la modelación de un proceso por medio de mínimos cuadrados. Las opciones dentro de este panel se describen brevemente a continuación:

- *Área de graficado Correlaciones Error vs Uk:*  
En la parte superior media de la pantalla se encuentra esta área de graficado. En esta gráfica se presentan a forma de histograma los valores de las correlaciones entre el error y la entrada  $U_k$ . Se calculan y grafican los valores de las correlaciones desde 1 hasta 15 retrasos.

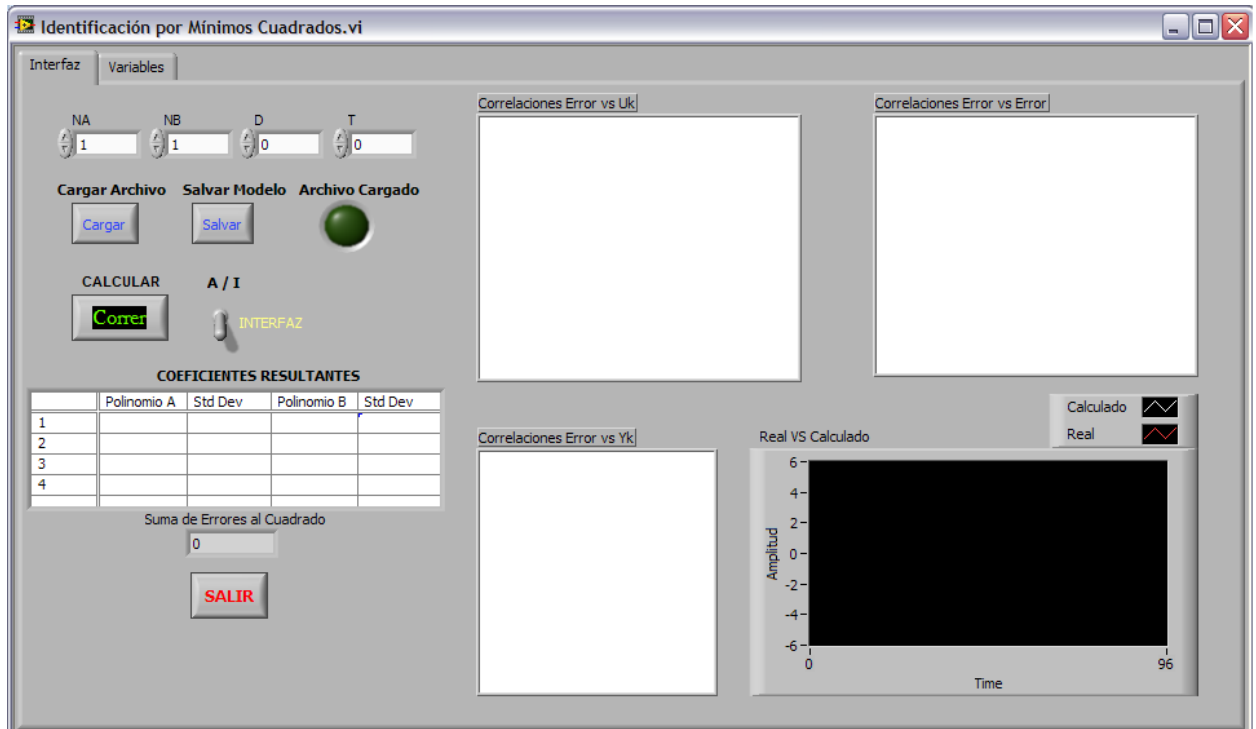


Figura 4 - 4: Panel Mínimos Cuadrados.

- *Área de graficado Correlaciones Error vs Error:*  
En la parte superior derecha de la pantalla se encuentra esta área de graficado. En esta gráfica se presentan a forma de histograma los valores de las correlaciones entre el error y el mismo error. Se calculan y grafican los valores de las correlaciones desde 1 hasta 15 retrasos.
- *Área de graficado Correlaciones Error vs Yk:*  
En la parte inferior media de la pantalla se encuentra esta área de graficado. En esta gráfica se presentan a forma de histograma los valores de las correlaciones

entre el error y la salida  $Y_k$ . Se calculan y grafican los valores de las correlaciones desde 1 hasta 5 retrasos.

- *Área de graficado Real vs Calculado:*  
En la parte inferior derecha de la pantalla se encuentra esta área de graficado. Una vez que se ha efectuado el cálculo de los coeficientes del modelo se grafican también los datos reales contra los arrojados por el modelo de manera que el usuario vea que tan parecidas son las respuestas entre el modelo y los datos reales.
- *NA, NB, D y T:*  
En la parte superior izquierda se muestran los controles numéricos correspondientes a los parámetros del modelo a calcular. El periodo T mostrado aquí es una indicación del periodo con el que se identificó el modelo, se deja como un control porque el usuario puede cargar un archivo de datos y calcular el modelo, si el usuario conoce el periodo de muestreo lo indica aquí pero únicamente servirá para cuando desee guardar el modelo en un archivo, ya que en el archivo guardado se almacena también el valor de este control. Por defecto, NA y NB valen 1, D vale 0 y T toma el valor del periodo de muestreo de la interfaz principal desde donde se invoca a este panel. El número de  $a$ 's y  $b$ 's está limitado a un máximo de 4, mientras que  $d$  está limitado a 10.
- *Cargar (Cargar Archivo):*  
Este botón da la opción al usuario de cargar los datos de una prueba de identificación para aproximar un modelo. Al dar clic en este botón se abre una ventana de navegación para que el usuario busque el archivo de texto a cargar. El formato del archivo a cargar debe ser el indicado en el apartado Salvar Datos en la sección 4.2.
- *Salvar (Salvar Modelo):*  
Una vez que se hayan calculado los coeficientes  $a$ 's y  $b$ 's así como el retraso D del modelo, se puede guardar dicho modelo en un archivo de texto. Cuando se da clic en este botón se desplegará una ventana de navegación para que el usuario decida donde guardar el archivo de texto que contiene el modelo calculado. El formato del archivo es el mismo que el de la Tabla 4 - 1.
- *Archivo Cargado:*  
Este indicador booleano sirve para indicarle al usuario si ya ha cargado o no un archivo de texto que contenga los datos de la prueba de identificación a la cual le va a aproximar un modelo. Si se da clic en el botón Cargar y se selecciona un archivo, este indicador se encenderá, de tal forma que el usuario sepa que ya cuenta con datos para poder aproximar un modelo.
- *Correr (Calcular):*  
Al dar clic en este botón, se tomarán los datos correspondientes de acuerdo al selector A / I para aproximar un modelo de estructura definida por los controles NA, NB y D. Después de que se terminen los cálculos se desplegarán, en sus respectivas áreas, los coeficientes, correlaciones y la salida generada por el modelo de acuerdo a los coeficientes calculados.



- *Selector A / I:*  
Selector de dos posiciones que sirve para especificar el origen de los datos usados para aproximar el modelo (A=Archivo, I=Interfaz). Estos datos pueden venir del panel principal del programa (selector apagado), los cuales se original al ejecutar una prueba de identificación RBS, o de un archivo de texto que el usuario decida cargar (selector encendido). Dependiendo de la posición de este selector es que el algoritmo decidirá qué datos tomar, si se carga un archivo pero se selecciona Interfaz (I) en el método de adquisición de datos, se tomarán los datos que provengan de la Interfaz en el cálculo.
- *Coefficientes Resultantes:*  
Esta tabla muestra los coeficientes resultantes de aproximar el modelo de la estructura seleccionada. Se muestran además de los coeficientes, las desviaciones estándar de cada coeficiente a forma de retroalimentación para el usuario.
- *Suma de Errores al Cuadrado:*  
Este indicador numérico muestra la suma de errores al cuadrado, entre el modelo aproximado y los datos reales.
- *Salir:*  
Botón que detiene la ejecución de este panel y lo cierra por completo.

#### 4.5. Panel Diseño RST

Este panel correspondiente al diseño de un controlador de estructura RST por medio de la técnica de colocación de polos, como se muestra en la Figura 4 - 5. Las opciones dentro de este panel se describen brevemente a continuación:

- *Cargar (Cargar Modelo):*  
Este botón da la opción al usuario de cargar un modelo de un proceso desde un archivo de texto. Al dar clic se abre una ventana de navegación para que el usuario busque el archivo de texto cargar. El formato del archivo a cargar debe ser el indicado en la Tabla 4 - 1.
- *Correr (Calcular):*  
Al dar clic en este botón, se tomarán los datos correspondientes de acuerdo al selector A / I para calcular el controlador RST de acuerdo a las dinámicas requeridas en los controles numéricos  $T_s$  Referencia,  $T_s$  Perturbación, % Sobretiro Ref y % Sobretiro Pert. Después de que se terminen los cálculos se desplegarán los coeficientes de los polinomios y dinámicas requeridas en la tabla Polinomios Resultantes.
- *Modelo Cargado:*  
Este indicador booleano sirve para indicarle al usuario si ya ha cargado o no un archivo de texto que contenga los coeficientes de un modelo al que se le va a calcular un controlador RST. Si se da clic en el botón Cargar y se selecciona un archivo, este indicador se encenderá, de tal forma que el usuario sepa que ya cuenta con datos para poder calcular un controlador.

- *Selector A / I:*  
 Selector de dos posiciones que sirve para especificar el origen de los datos usados para calcular el controlador RST (A=Archivo, I=Interfaz). Estos datos pueden venir del panel principal del programa (selector apagado), los cuales se original al identificar un proceso con el panel Mínimos Cuadrados, cargar el modelo desde el panel principal, pestaña Identificación y RST, o de un archivo de texto que el usuario decida cargar (selector encendido). Dependiendo de la posición de este selector es que el algoritmo decidirá qué datos tomar. Si se carga un archivo pero se selecciona Interfaz (I) en el método de adquisición de datos, se tomarán los datos que provengan de la Interfaz en el cálculo.
- *Ts Referencia, Ts Perturbación, % Sobretiro Ref y % Sobretiro Pert:*  
 En la parte central superior del panel se encuentran estos 4 controles numéricos por los cuales el usuario introduce las dinámicas deseadas, tanto para seguimiento como para regulación, del controlador RST a calcular. Las dinámicas se especifican por medio de índices de desempeño de modelos de segundo orden.
- *Coefficientes de la Planta:*  
 En la parte superior derecha se encuentra esta tabla, la cual muestra los coeficientes del modelo de la planta a la que se le va a calcular el controlador RST. Con estos coeficientes serán con los que se lleve a cabo el cálculo del controlador.
- *Polinomios Resultantes:*  
 En la parte media central de la pantalla se encuentra esta tabla, la cual muestra los coeficientes de los polinomios R, S y T del controlador diseñado después de haber efectuado su cálculo. Además, se muestran los coeficientes de los polinomios P tanto para regulación como para seguimiento.
- *NA, NB, D y T:*  
 En la parte superior derecha se encuentran estos 4 indicadores numéricos, los cuales sirven de retroalimentación para que el usuario observe la estructura del modelo al cual se le va a diseñar el controlador.
- *Área de graficado Sensibilidad a la Salida:*  
 En la parte central inferior se encuentra esta área de graficado, donde se muestra la función de sensibilidad a la salida Syp entre el modelo mostrado en Coeficientes de la Planta y el controlador RST mostrado en Polinomios Resultantes. El periodo usado para este cálculo es el que se muestra en el indicador T.

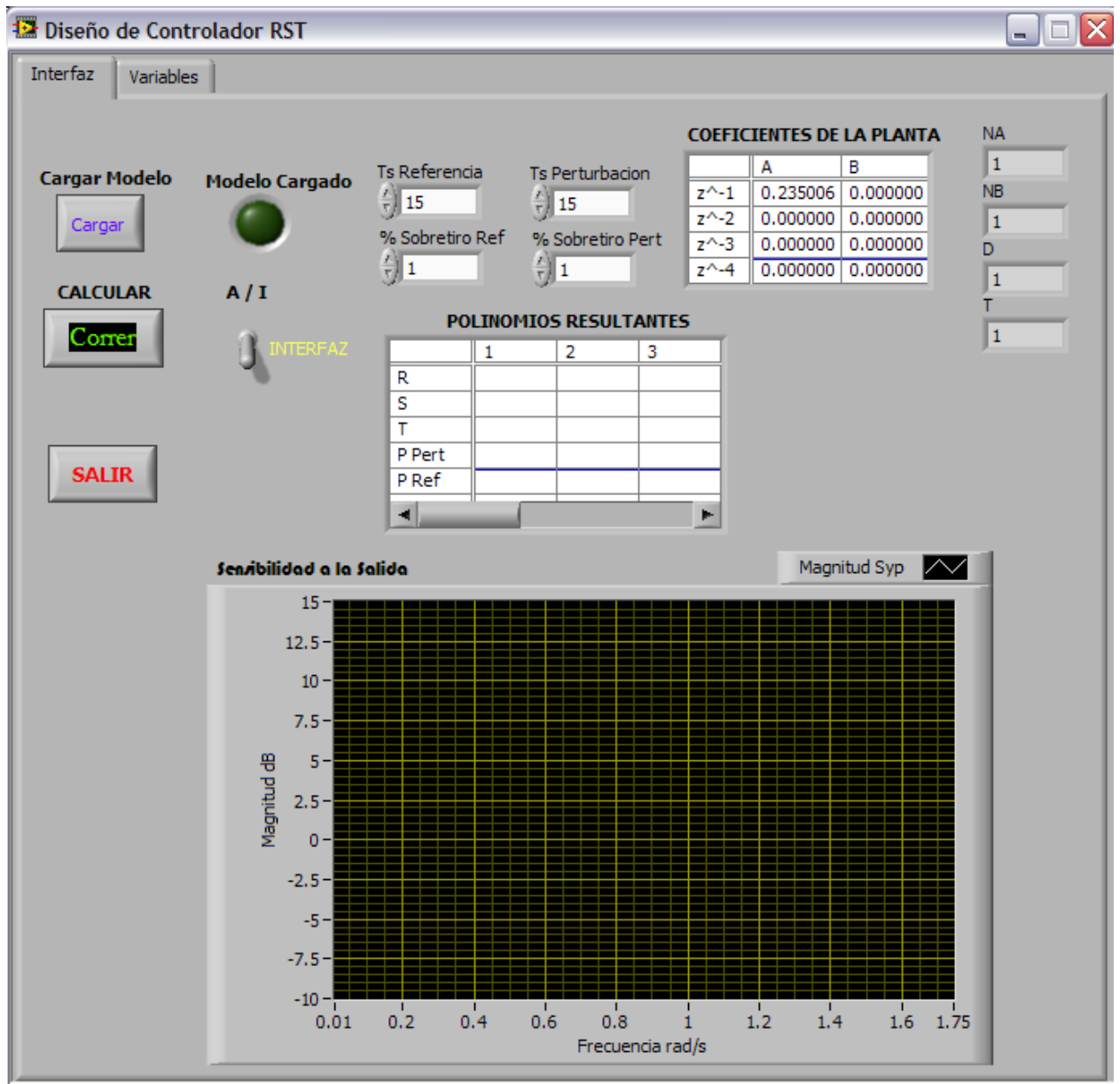


Figura 4 - 5: Panel Diseño RST.

#### 4.6. Ejemplo de aplicación de diseño

En esta sección se explicará cómo llevar a cabo el proceso de autosintonía con la interfaz descrita, con un proceso, con el fin de indicar todos los pasos a seguir hasta encontrar el controlador RST robusto. La simulación se hará con un proceso de primer orden con tiempo muerto, con los siguientes parámetros

$$G(s) = \frac{1.5e^{-s}}{10s+1} \quad (4.1)$$

El cual corresponde a un modelo de primer orden con ganancia  $K=1.5$ , tiempo muerto  $t_0=1$  segundo y una constante de tiempo  $\tau=10$  segundos.

Los pasos a seguir para el ejemplo de aplicación de diseño de un controlador RST robusto son los siguientes:

1. Al correr el programa, por defecto se encuentra en modo de adquisición de datos *Simulación*, modo de control *Manual* y el modelo a simular se encuentra por defecto en *Primer Orden*, por lo cual sólo se deben introducir los 3 parámetros correspondientes al modelo a simular ( $K$ ,  $\tau$  y  $t_0$ ). Así también se pueden introducir los valores de estado estable  $Y_{ss}$  y  $U_{ss}$  del proceso, por defecto éstos valen 10 y 0 respectivamente, así se dejarán para esta simulación. Dar clic en el botón *Run* para comenzar la simulación.
2. En modo de control *Manual*, introducir un valor de manipulación *OP* que lleve al proceso al punto de operación y esperar a que el proceso se estabilice.
3. Una vez que se estabilice la respuesta, en el menú *RST* seleccionar la opción *Autosintonía*, a continuación aparecerá un mensaje como el de la Figura 4 - 6 donde se debe dar clic en *OK* para que comience el proceso.

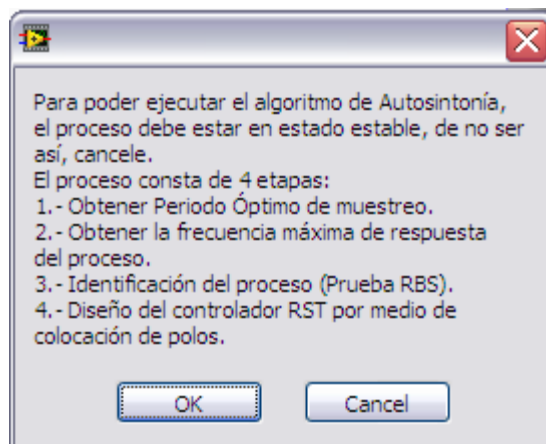


Figura 4 - 6: Mensaje para el diseño automático del controlador.

4. Después de haber dado clic en *OK* se desplegará una pantalla como la de la Figura 4 - 7, en la cual se le pedirá al usuario un valor de amplitud para la prueba del relevador y la prueba de identificación RBS. Por defecto aparece en 0, se recomienda un valor de 10, pero se le da la libertad al usuario de que introduzca otro valor. En esta simulación se escribe un valor de 10. Se debe dar clic en *OK* para comenzar el proceso.
5. En la pantalla principal, en el cuadro de texto ubicado en la parte media de la pantalla se irán desplegando los mensajes de acuerdo a qué paso se esté ejecutando del algoritmo. El último de los mensajes es el que indica que se está calculando la planta y el controlador.

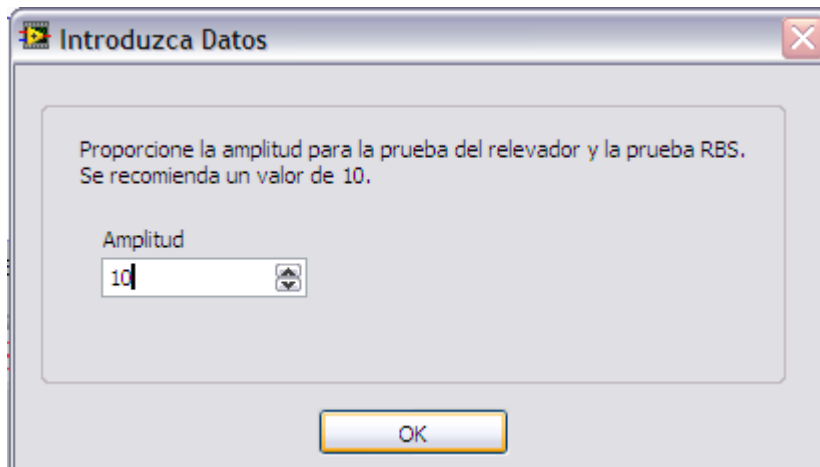


Figura 4 - 7: Mensaje para introducción de amplitud de la prueba.

6. Al finalizar el proceso, el controlador se pondrá automáticamente en acción, es decir, se pasará de modo manual a modo automático. Automáticamente se despliegan en la pestaña *Identificación* y *RST* los valores de los coeficientes correspondientes tanto al proceso identificado como al controlador RST diseñado. También se indica la frecuencia última  $\omega_u$  del proceso (frecuencia más rápida que se le puede pedir al proceso) así como la frecuencia de los polos propuestos para el controlador diseñado.

Después de haber realizado todo el proceso de diseño, se puede verificar si efectivamente el controlador cumple o no con los requerimientos de robustez requeridos. En el panel principal pestaña *Identificación* y *RST*, se debe dar clic en el botón *Calcula* (*Calcula Bode*), y automáticamente se graficará la función de sensibilidad a la salida *Syp* entre el proceso identificado y el controlador diseñado. La pantalla debe lucir similar a la mostrada en la Figura 4 - 8.

Al final se realizó una prueba del proceso simulado ante un cambio en referencia y una perturbación. Ambas respuestas se muestran en la Figura 4 - 9. El cambio en referencia fue de un 30% a un 60% y la perturbación fue de una amplitud de 2, como se indica en el apartado *Perturbación* de la sección 4.2. Debido a que el usuario puede cambiar en todo momento tanto de modelo de simulación como los parámetros del modelo actualmente simulado, puede probar la robustez del controlador diseñado al realizar este tipo de variaciones.

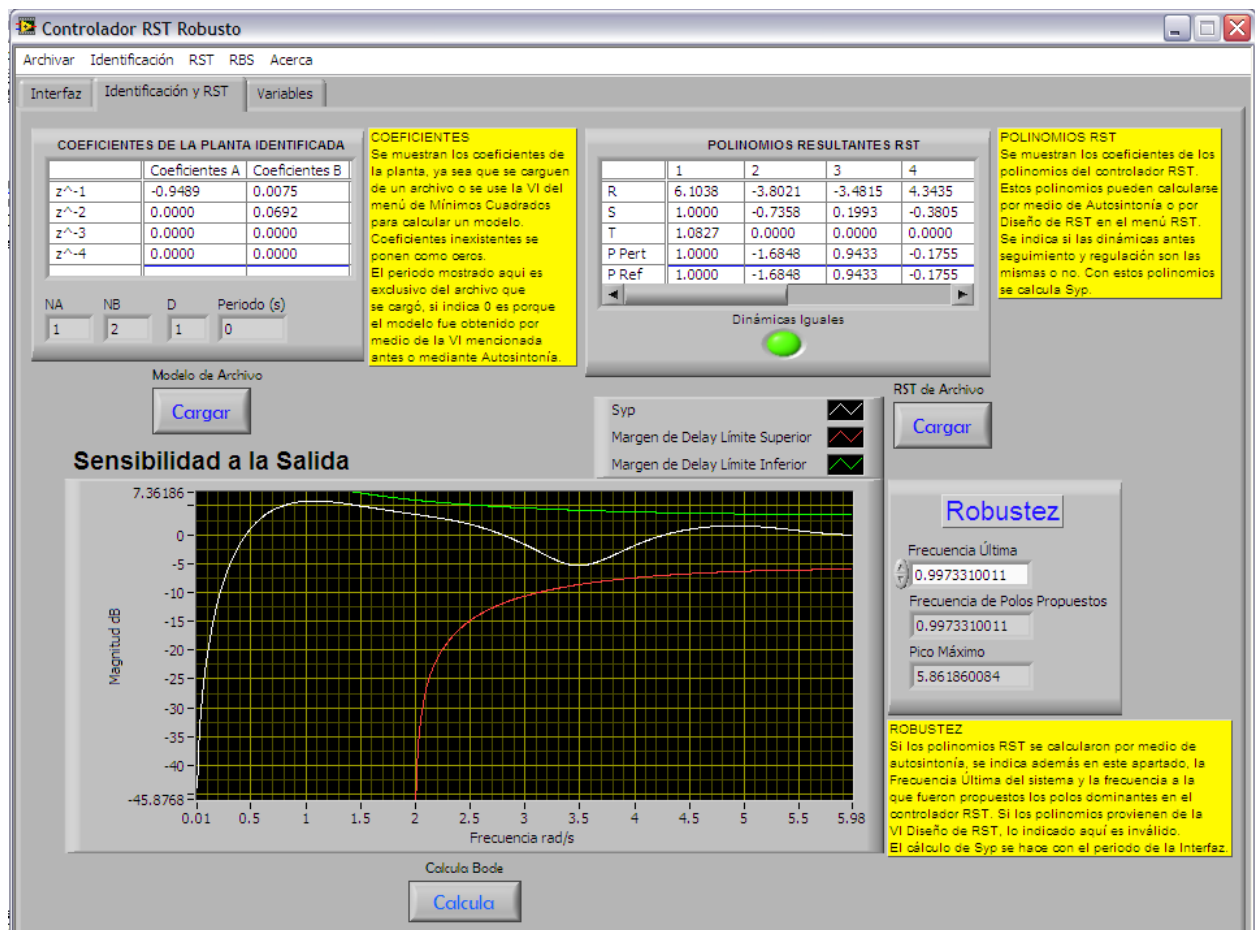


Figura 4 - 8: Pestaña Identificación y RST después de haberse realizado el proceso de autosintonía y haber mandado a graficar la función de sensibilidad a la salida Syp.

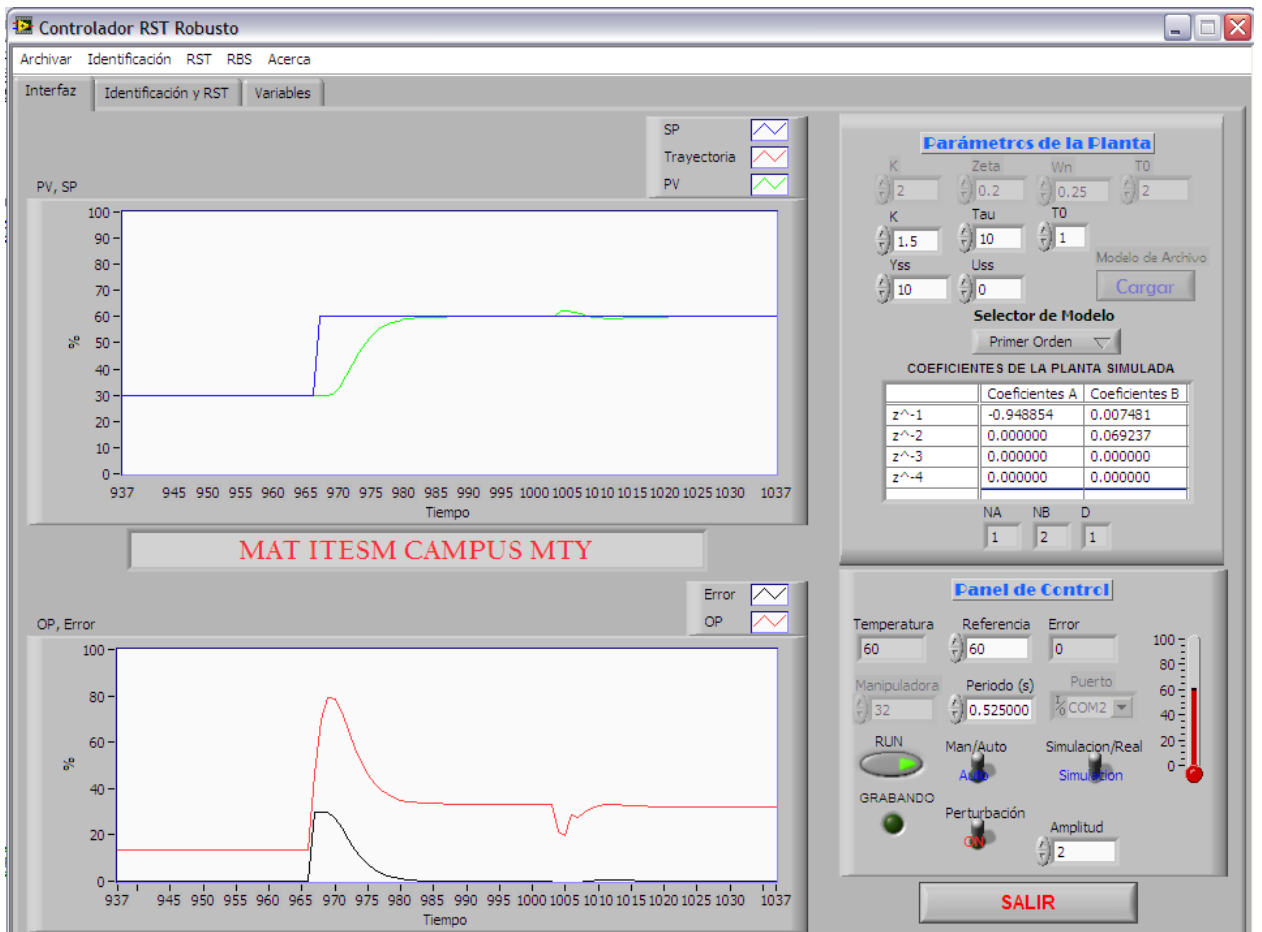


Figura 4 - 9: Respuesta ante un cambio en referencia y una perturbación.





## Capítulo 5

# Pruebas de la metodología

### 5.1. Descripción de las pruebas

En este capítulo se muestran las pruebas realizadas para la validación de la metodología propuesta. Dichas pruebas se realizan en simulación y en tiempo real. Los modelos utilizados en simulación son lineales de primer con tiempo muerto, segundo orden con tiempo muerto y cuarto orden con tiempo muerto (el cuarto orden se obtiene de poner en serie dos segundos órdenes).

El proceso real utilizado consiste en el control de la temperatura del aire de salida de un sistema de secado industrial. Dicho proceso cuenta con la capacidad de variar la velocidad del flujo de aire, cambiando así el proceso y así poder probar la robustez de los controladores.

En simulación se probará la metodología contra modelos lineales de fase mínima y fase no mínima, así como también contra un modelo correspondiente a una transmisión flexible, el cual se encuentra en la literatura revisada para el desarrollo de esta tesis. Los modelos de fase mínima corresponden a modelos de primer orden, segundo orden y cuarto orden, para estas pruebas se diseñaron dos controladores con un pico máximo en la función de sensibilidad de 6 dB. La diferencia entre ambos controladores será que uno se diseñará aplicando la metodología propuesta (moldeo de la función de sensibilidad por medio de  $H_S$ ,  $H_R$  y  $P_F$ , RST-M) y el otro se diseñará moldeando la función de sensibilidad pero únicamente proponiendo polos dominantes más lentos (RST-PL). Para estos modelos, se utilizó toda la metodología, desde selección de periodo de muestreo hasta el diseño del controlador RST robusto. Para el modelo de fase no mínima, se usa un modelo propuesto en otro trabajo de tesis, el cual combina un modelo de primer orden y un controlador no convencional para generar el proceso de fase no mínima. El periodo de muestreo y el modelo ya están dados, así que la única parte de la metodología usada es la correspondiente al diseño del controlador RST robusto. De igual forma se diseñan 2 controladores tal como se mencionó anteriormente, pero con un pico máximo de 8 dB en lugar de 6. Finalmente se usa un modelo correspondiente al de una transmisión flexible presentado por Landau I. D. [3]. En este caso sólo se diseña un controlador (RST-M) con especificaciones de robustez dadas, el otro controlador es el reportado por el autor al resolver el problema del diseño del controlador (RST-L). Al igual que con el modelo de fase no mínima, sólo se usará la parte del diseño del controlador

RST robusto, dado que los modelos, periodo de muestreo y especificaciones sobre desempeño ya están dados.

En el caso de tiempo real se diseñarán 2 controladores de igual manera que en simulación, la única diferencia será que en vez de tener un pico máximo de 6 dB, se diseñará para un pico máximo de 3 dB. Esto último porque el proceso real, al diseñar un controlador con los polos dominantes sobre su frecuencia última, da un máximo de  $S_{yp}$  por debajo de 6 dB. Por lo cual, si se diseñara para 6 dB el algoritmo no entraría en función. Básicamente esto se hace para la justificación de la metodología y probar en tiempo real que efectivamente funciona. Al final también se sintoniza un PID de estructura ideal sintonizado por el método de ganancia última y se compara con el RST con robustez en 3 dB.

Los índices de desempeño que se utilizarán en las pruebas para cuantificar el desempeño de los controladores son:

- La integral del valor absoluto del error (IAE), esta integral se define como

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (5.1)$$

La cual puede ser calculada en el caso de un controlador discreto por medio de la siguiente integración trapezoidal

$$IAE = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|e_k| + |e_{k-1}|}{2} T \quad (5.2)$$

- Máximo sobretiro ( $M_p$ ), es el valor máximo en el que la respuesta del proceso sobrepasa al valor de la referencia establecida. Cuando el proceso es sometido a un cambio en referencia, máximo sobretiro se expresa en porcentaje respecto a este cambio ( $\%M_p$ ). El máximo sobretiro es usado exclusivamente para los cambios en referencia.
- Amplitud, es la desviación máxima que tiene el proceso con respecto a la referencia, cuando fue sometido a una perturbación. Distancia que existe entre el valor máximo y mínimo de la respuesta cuando fue sometido el proceso a una perturbación.
- El tiempo de estabilización ( $T_s$ ), es el tiempo que tarda la respuesta del proceso en estabilizarse en su valor final a partir del instante en que el proceso fue sometido a un cambio en referencia o a una perturbación. Se dice que el proceso se ha estabilizado cuando éste entra a una banda de tolerancia del valor final esperado. En el caso de cambio en referencia, simulación y tiempo real, se usó una banda de  $\pm 1\%$ . En el caso de perturbación, simulación, se usó un valor de  $\pm 2\%$  de la amplitud calculada anteriormente. Se usó una banda de  $\pm 2\%$  porque las amplitudes no fueron muy grandes, por lo cual la banda queda muy pequeña con menos del  $\pm 2\%$ , lo cual para fines de comparación entre controladores no ayuda mucho. En el caso de perturbaciones, tiempo real, se usó una banda de  $\pm 0.2$  grados, no se usó un valor de  $\%$  de la amplitud debido a que la resolución de la información mandada por el proceso es de décimas de grado, haber usado el  $\%$  de la amplitud hubiese hecho imposible ver cuando el proceso entraba en la banda de tolerancia.

## 5.2. Procesos de primer orden en simulación

Dado que muchos procesos industriales pueden ser aproximados a un primer orden con tiempo muerto, es importante realizar pruebas de la metodología ante dichos procesos. La estructura de un modelo de primer orden con tiempo muerto es

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (5.3)$$

Donde  $K$  es la ganancia del proceso,  $\tau$  es la constante de tiempo y  $t_0$  es el tiempo muerto. Se proponen un modelo nominal con el cual se calcularán los controladores y para probar la robustez se variarán los diferentes parámetros del modelo. Dado que se tienen 3 parámetros, se propondrán 3 modelos más, uno por cada parámetro del modelo. En la Tabla 5 - 1 se muestran los modelos de primer orden a simular.

Modelo	K	$\tau$	$t_0$
1	2	15	2
2	3.5	15	2
3	2	10	2
4	2	15	3

Tabla 5 - 1: Modelos de primer orden a simular.

Donde el modelo nominal es el primero en la y los otros 3 son los modelos usados para las pruebas de robustez. El modelo 2 representa un 75% más de ganancia, el modelo 3 un 33% menos de constante de tiempo y el modelo 4 un 50% más de tiempo muerto.

En la Figura 5 - 1 se muestran los diagramas de Bode de los 4 modelos de primer orden. Estos diagramas de Bode están contruidos a partir de los modelos discretos, no continuos, con el periodo de muestreo respectivo, el cual se indica más adelante.

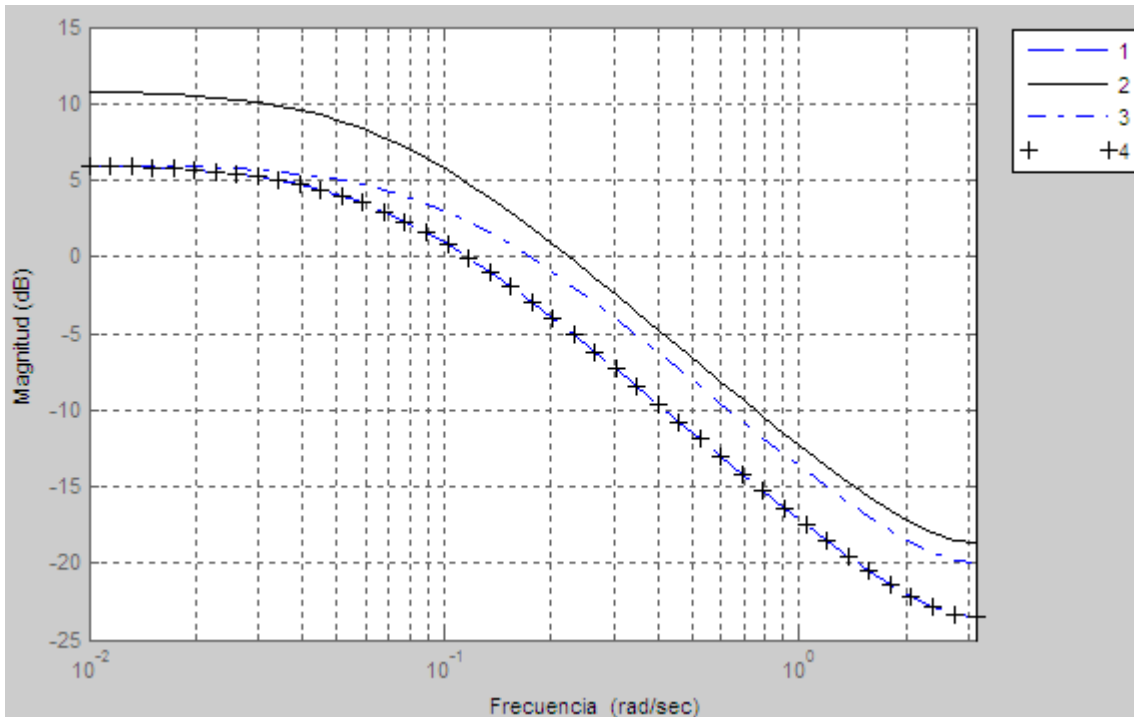


Figura 5 - 1: Diagramas de Bode para los modelos de primer orden.

### 5.2.1. Modelo 1 (Modelo Nominal)

Una vez que se inició la simulación se llevó al proceso al punto de operación y se estabilizó con  $U_{ss}=20\%$  y  $Y_{ss}=50\%$  (esto es porque se tiene que con  $U=0$ ,  $Y=10$ ), se aplicó el algoritmo automático y se obtuvo lo siguiente. Parámetros encontrados por el algoritmo:

$$G(z^{-1}) = \frac{0.128z^{-3}}{1-0.9355z^{-1}} \quad T_{\text{óptimo}}=1 \text{ segundo. } \omega_u=0.524 \text{ r/s.}$$

Con estos datos se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores. El controlador RST-M es el que se obtiene automáticamente por medio del algoritmo y el controlador RST-PL es el que se obtiene al proponer polos más lentos.

Los controladores diseñados se muestran a continuación:

*Diseño RST-M*

$$R = 3.547791 - 2.241586z^{-1} - 2.014432z^{-2} + 2.561706z^{-3} - 1.213239z^{-4} \quad (5.4)$$

$$S = 1 - 0.753z^{-1} + 0.243z^{-2} - 0.406z^{-3} - 0.091z^{-4} + 0.174z^{-5} - 0.1669z^{-6} \quad (5.5)$$

$$T = 0.640241 \quad (5.6)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.5209 r/s.

### Diseño RST-PL

$$R = 5.401033 - 4.615768z^{-1} \quad (5.7)$$

$$S = 1 - 0.428850z^{-1} + 0.064119z^{-2} - 0.635269z^{-3} \quad (5.8)$$

$$T = 0.785266 \quad (5.9)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.3826 r/s.

### Análisis de comportamiento ante el modelo nominal

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30\%$ , se hizo un cambio en referencia de 30% a 60%, una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 2 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación.

En la Tabla 5 - 2 se incluyen los valores numéricos de los índices de desempeño para ambos controladores. Se observa que el RST-M tiene un menor tiempo de establecimiento así como un menor IAE.

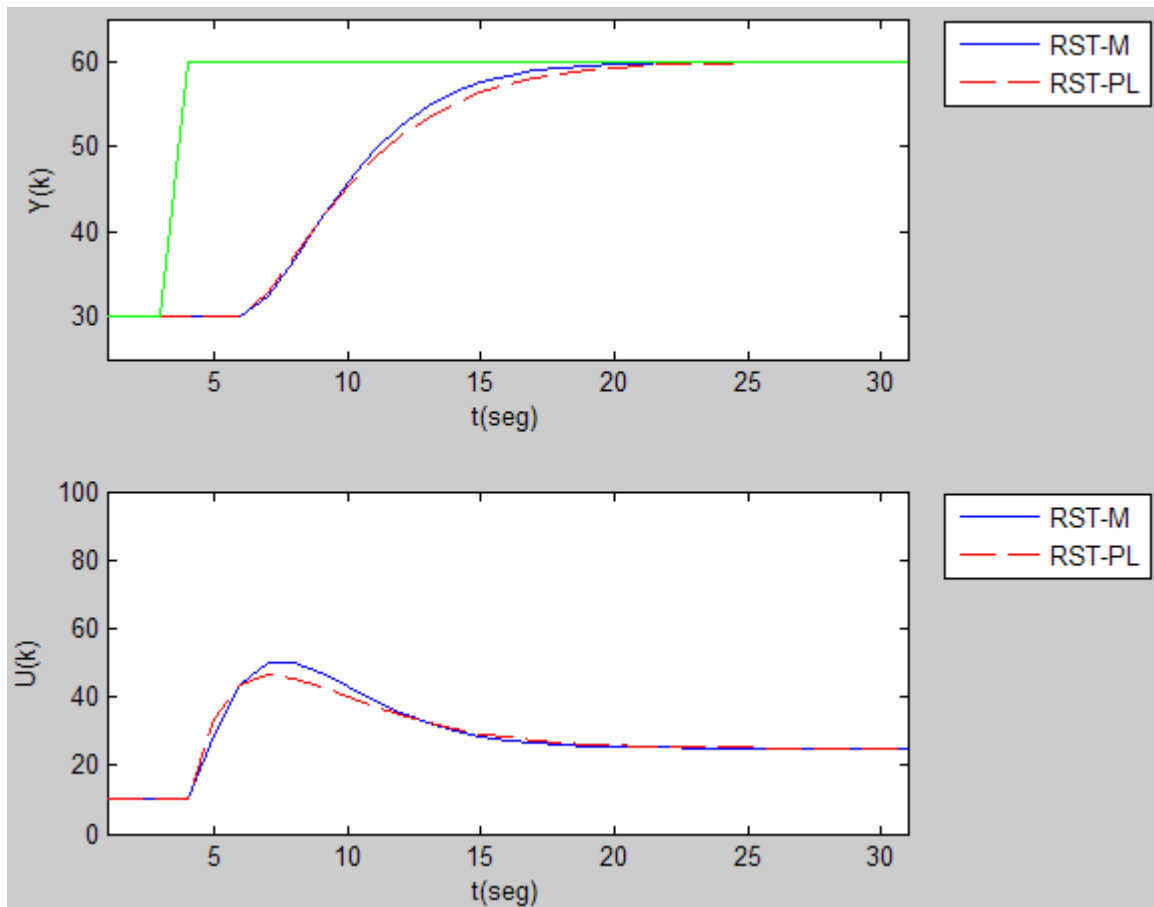


Figura 5 - 2: Seguimiento en el modelo 1.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	207.40	218.60
<b>Ts (seg)</b>	16	19
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 2: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 1.

Se procedió a aplicar una perturbación al proceso. La perturbación es de tipo escalón con una amplitud del 2% con respecto a la escala de la salida  $y(k)$ , donde la perturbación es aditiva a la salida del proceso. Cuando  $Y=SP=60\%$  se introdujo la perturbación, se hizo este procedimiento para ambos controladores.

La Figura 5 - 3 muestra la respuesta de ambos controladores y en la Tabla 5 - 3 se muestran los índices de desempeño ante dicha perturbación.

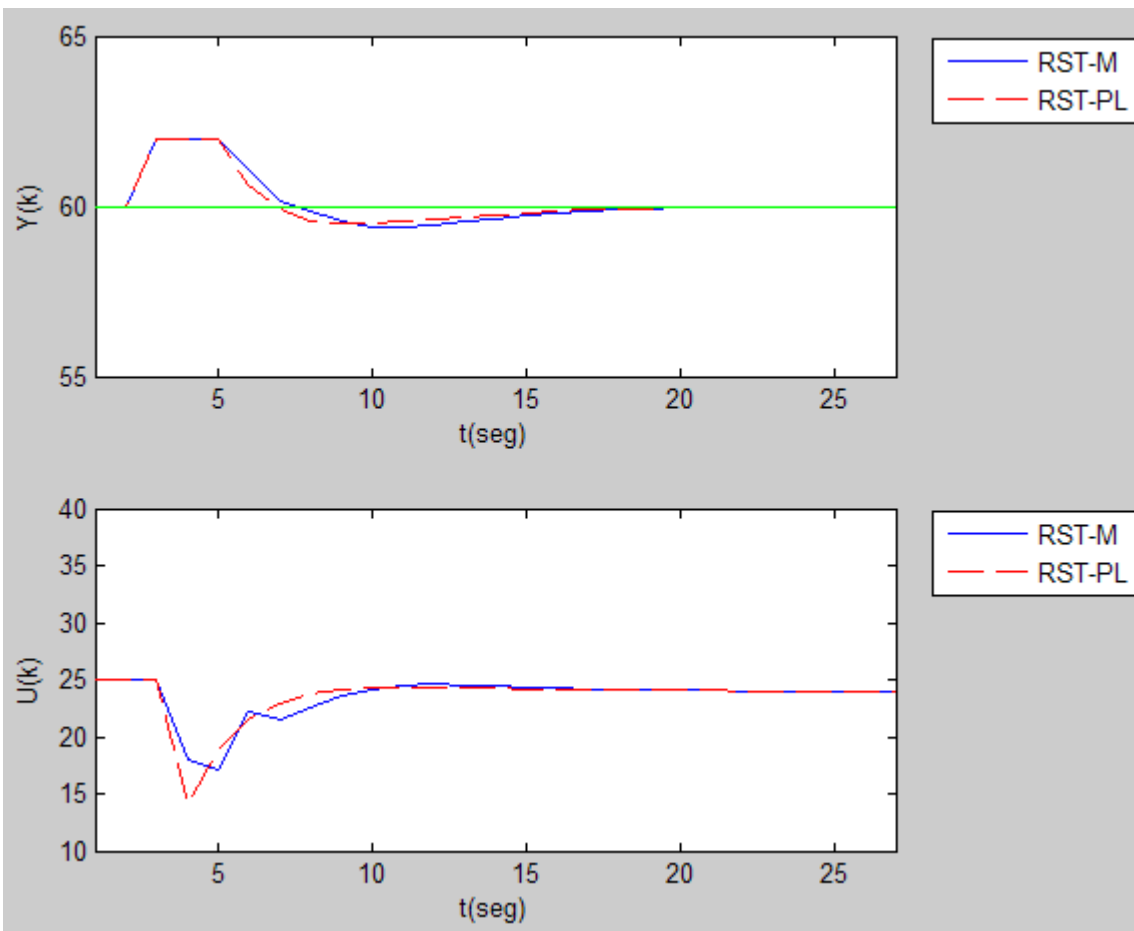


Figura 5 - 3: Regulación en el modelo 1.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	11.30	10.38
<b>Ts (seg)</b>	16	16
<b>Amplitud</b>	2.64	2.53

Tabla 5 - 3: Índices de desempeño en regulación, modelo 1.

### 5.2.2. Modelo 2 (variación paramétrica del 75% más en ganancia)

Para probar la robustez de ambos controladores se varió el valor de la ganancia  $K$  de 2 a 3.5, cambiando del modelo 1 al modelo 2 en la Tabla 5 - 1.

Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 4 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia de ambos controladores. Se observa como el RST-M es más rápido que RST-PL, ambos controladores soportan bien el cambio en ganancia. En la Tabla 5 - 4 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. En los índices observamos que efectivamente el controlador RST-M es más rápido, pero esto también ocasiona que tenga un poco más de sobretiro que el controlador RST-PL. El IAE sigue siendo menor con el controlador RST-M.

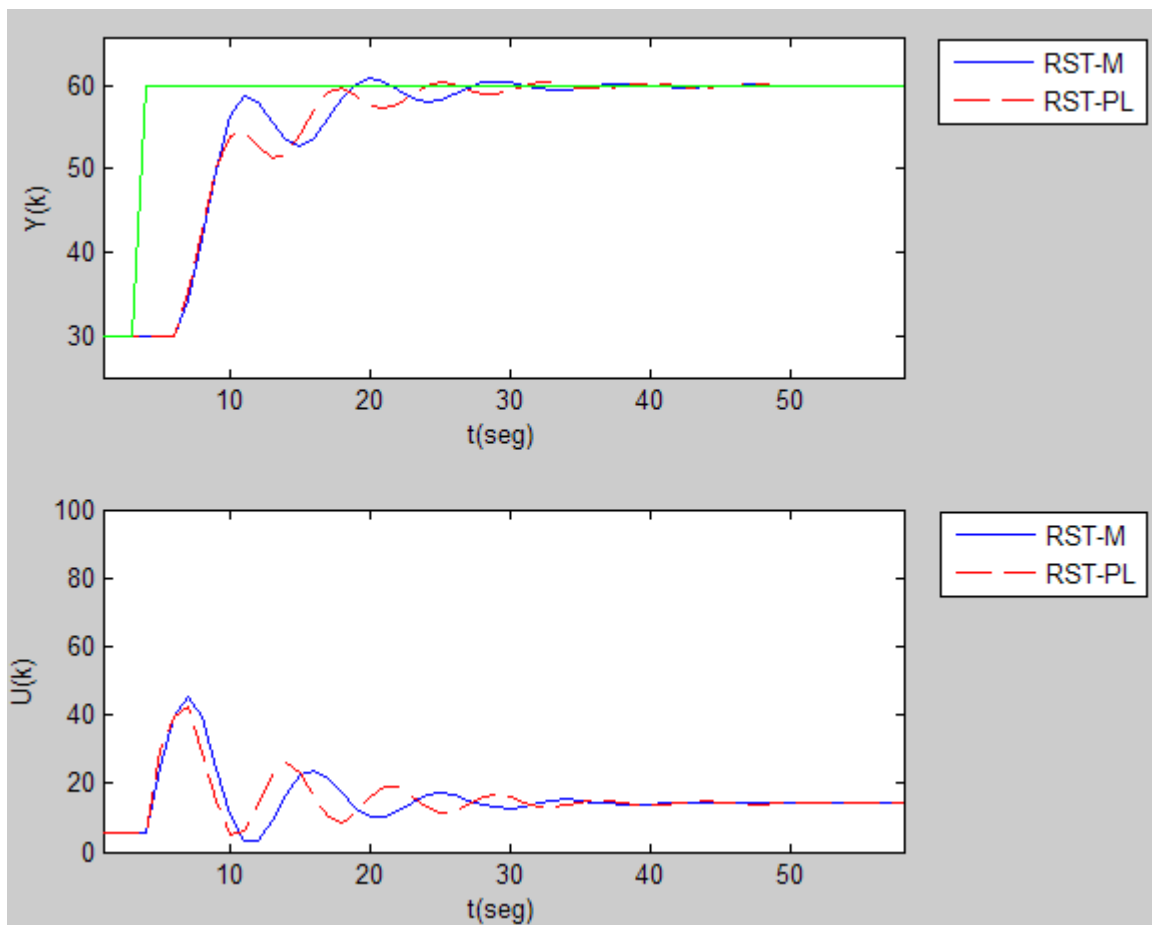


Figura 5 - 4: Seguimiento en el modelo 2.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	193.8	204.4
<b>Ts (seg)</b>	31	33
<b>Mp(%)</b>	2.66	1.33

Tabla 5 - 4: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 2.

La Figura 5 - 5 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 5 se muestran los índices de desempeño. Se puede observar como la respuesta del RST-M es más suave y cuantificando los índices de desempeño se puede ver que es mejor que el RST-PL en los 3 apartados.

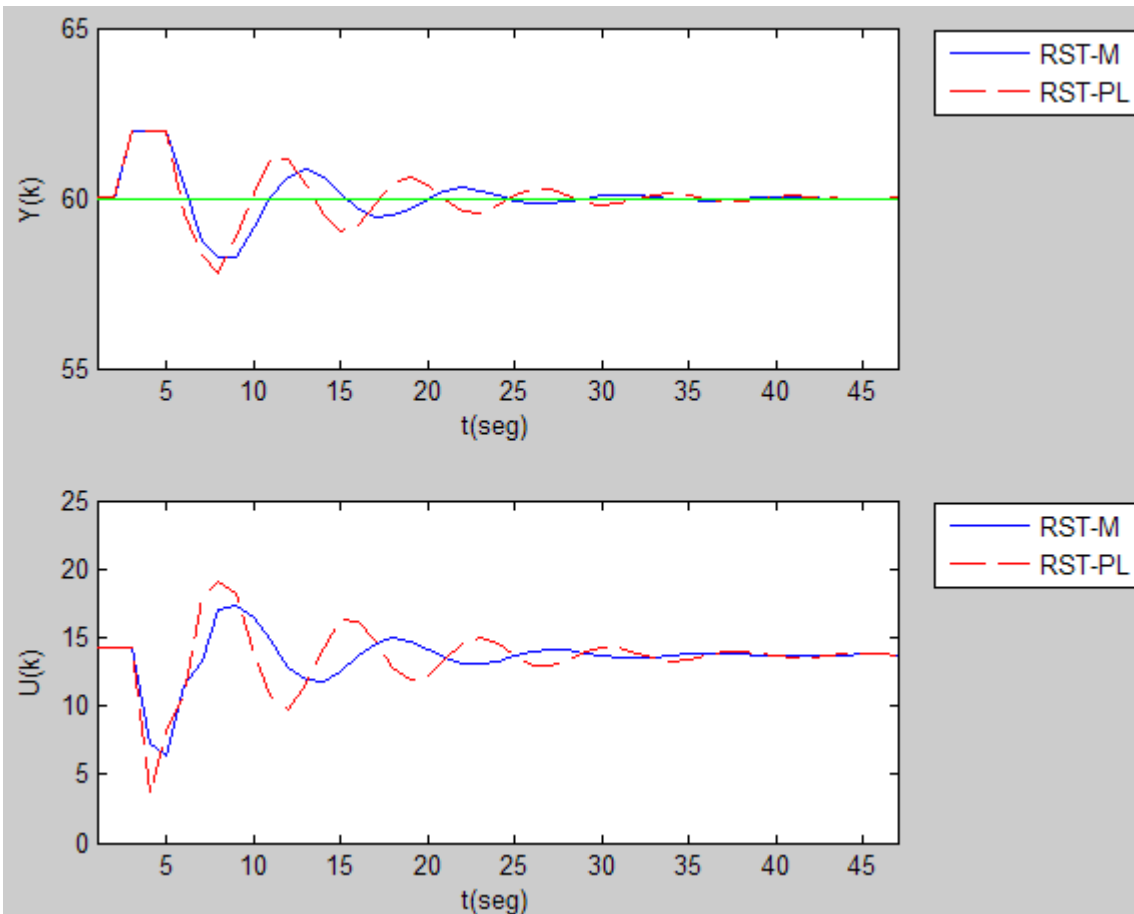


Figura 5 - 5: Regulación en el modelo 2.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	17.94	21.23
<b>Ts (seg)</b>	29	35
<b>Amplitud</b>	3.73	4.22

Tabla 5 - 5: Índices de desempeño en regulación, modelo 2.

### 5.2.3. Modelo 3 (variación paramétrica del 33% menos en constante de tiempo)

Se procedió a variar el valor de la constante de tiempo  $\tau$  de 15 a 10, cambiando del modelo 1 al modelo 3 en la Tabla 5 - 1.

Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.



La Figura 5 - 6 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia de ambos controladores. Se observa como el RST-M es ligeramente más rápido que RST-PL, ambos controladores soportan bien el cambio en la constante de tiempo. En la Tabla 5 - 6 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. El RST-M mejora la respuesta, de manera mínima, pero la mejora.

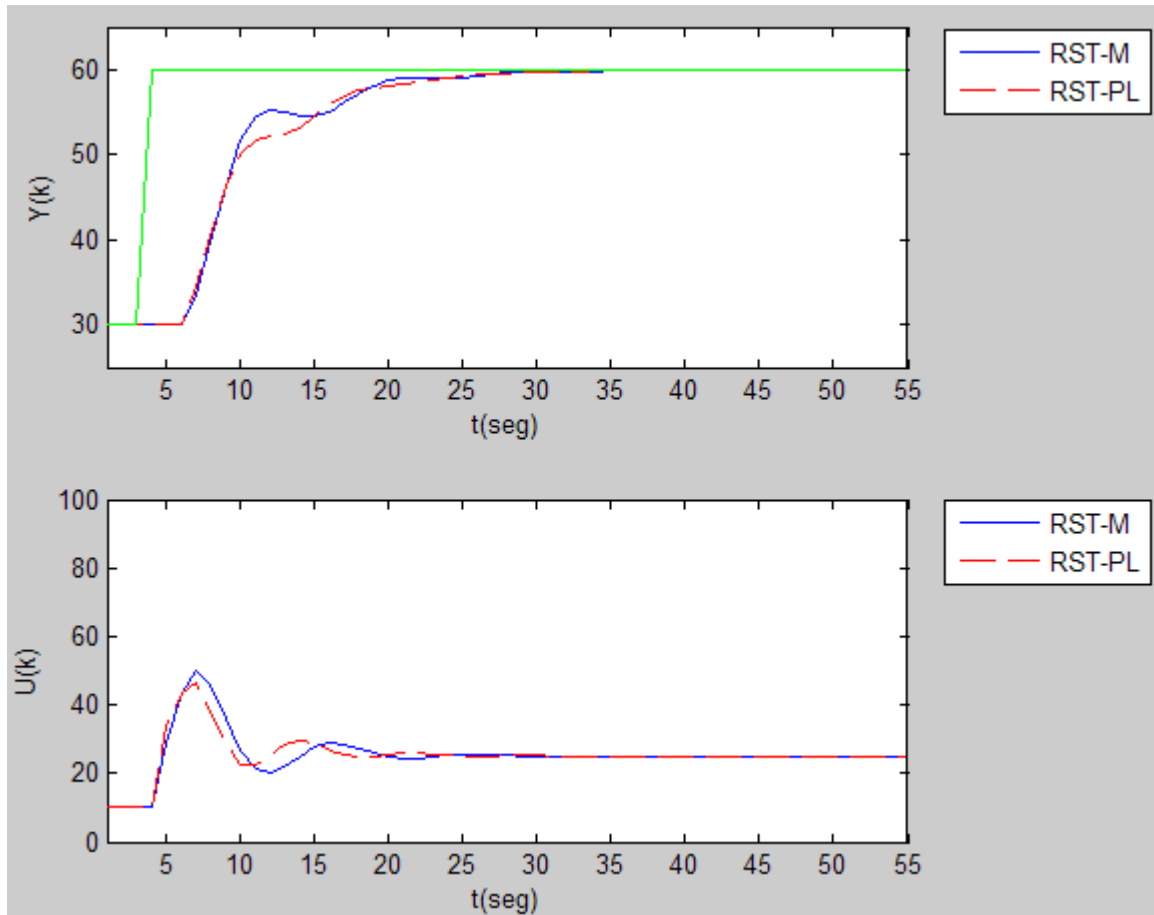


Figura 5 - 6: Seguimiento en el modelo 3.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	207.2	217.9
<b>Ts (seg)</b>	25	26
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 6: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 3.

La Figura 5 - 7 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 7 se muestran los índices de desempeño. La respuesta del RST-M es más suave que la de RST-PL pero esto ocasiona que el controlador RST-M sea ligeramente más lento, aunque disminuye la amplitud de la perturbación.

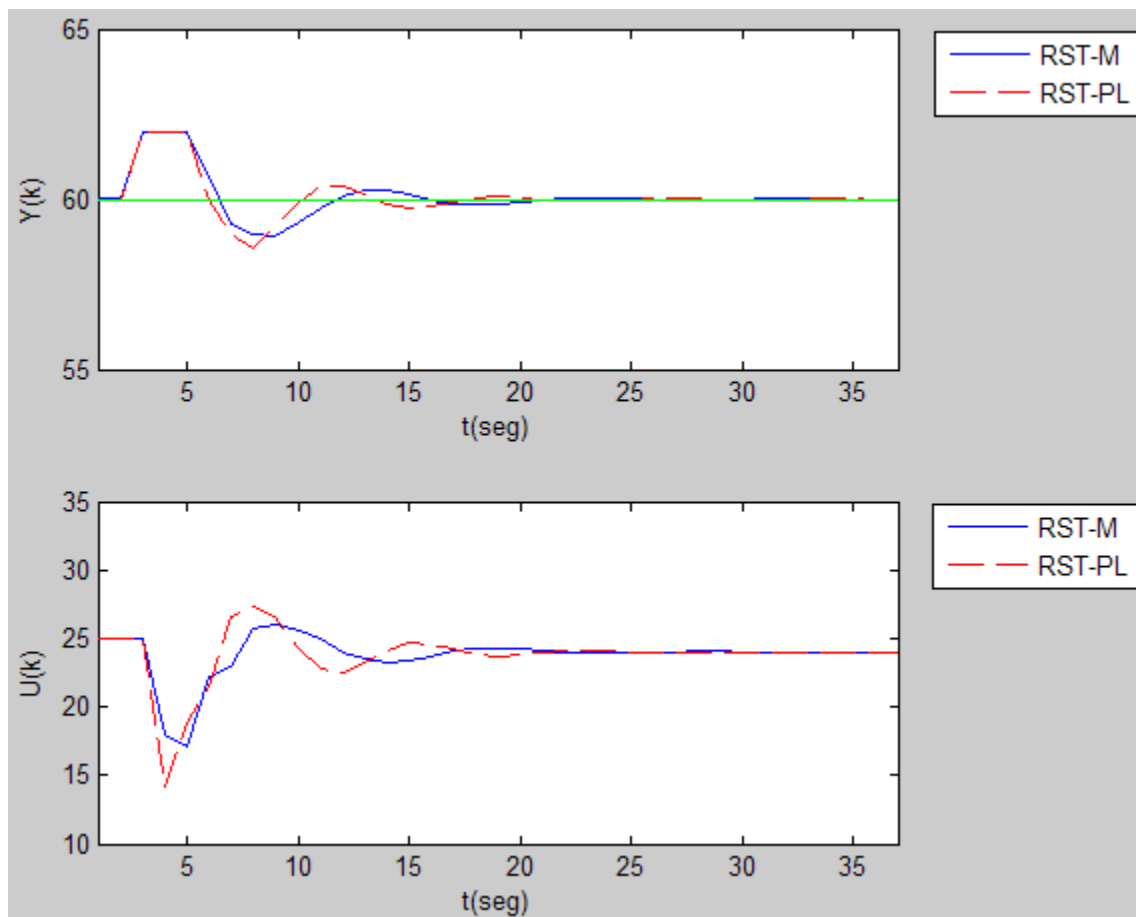


Figura 5 - 7: Regulación en el modelo 3.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	11.9	11.5
<b>Ts (seg)</b>	17	16
<b>Amplitud</b>	3.1	3.4

Tabla 5 - 7: Índices de desempeño en regulación, modelo 3.

#### 5.2.4. Modelo 4 (variación paramétrica del 50% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo)

Además de la variación en ganancia se varió el valor del tiempo muerto  $t_0$  de 2 a 3, cambiando del modelo 1 al modelo 4 en la Tabla 5 - 1.

Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 8 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia de ambos controladores. Se observa como el RST-M tiene mayor sobretiro e incluso es un poco más lento, pero al observar la manipuladora  $U(k)$  se observa que para el controlador RST-M ésta es más limpia. En la Tabla 5 - 8 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores, en este caso, el controlador RST-PL es mejor en los 3 apartados.

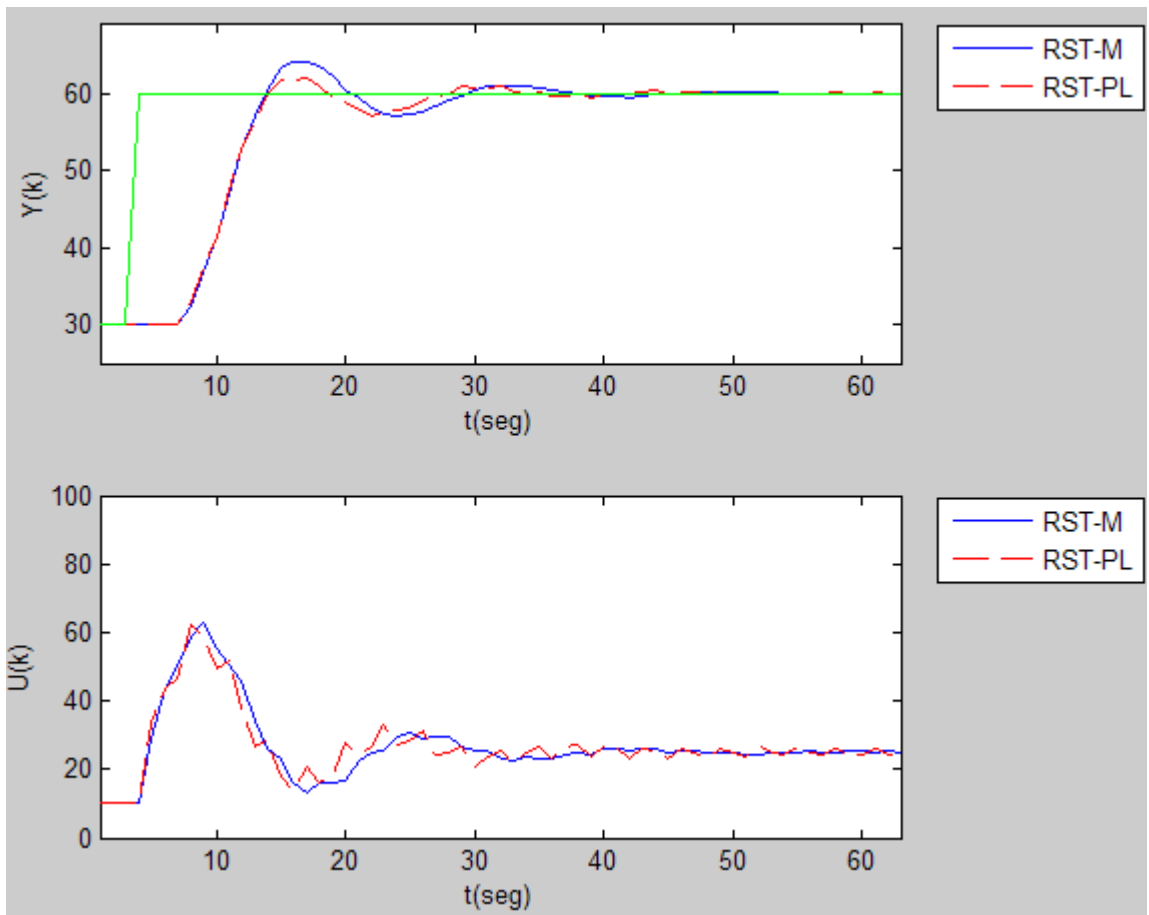


Figura 5 - 8: Seguimiento en el modelo 4.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	256.5	240.05
<b>Ts (seg)</b>	39	36
<b>Mp(%)</b>	13.66	6.66

Tabla 5 - 8: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 4.

La Figura 5 - 9 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 9 se muestran los índices de desempeño. En este caso se observa como la respuesta del controlador RST-M es más rápida y mucho más suave que la del controlador RST-PL. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M es más rápido y tiene una menor amplitud en la desviación, aunque su IAE es ligeramente mayor que en el caso del RST-PL. Al observar la manipuladora se aprecia como en el caso del controlador RST-M es más suave y no tan oscilante como en el caso del RST-PL.

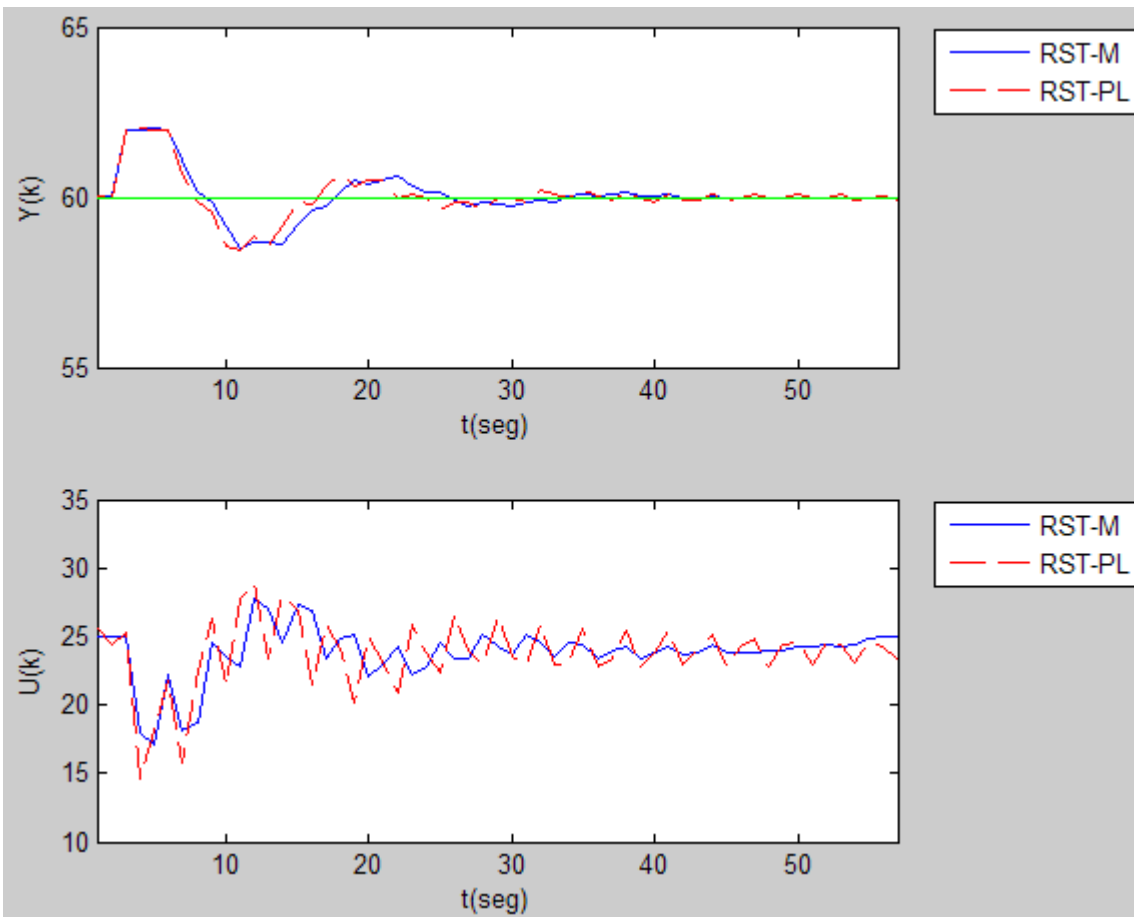


Figura 5 - 9: Regulación en el modelo 4.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	21.8	21.57
<b>Ts (seg)</b>	38	47
<b>Amplitud</b>	3.5	3.6

Tabla 5 - 9: Índices de desempeño en regulación, modelo 4.

Con esto se concluyen las pruebas para el modelo de primer orden, sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores con el modelo nominal. La Figura 5 - 10 muestra las funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 6 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo (MDLS y MDLI). Donde MDLS es el límite superior del margen de retraso en el diagrama de Bode y MDLI es el límite inferior del margen de retraso en el diagrama de Bode. Para poder soportar un margen de retraso igual a un periodo de muestreo ( $T_s$ ),  $Syp(z^{-1})$  se debe encontrar dentro de estos límites.

Se observa que ambos controladores logran meter el Bode de la función de sensibilidad dentro de los límites de margen de retraso, es por eso que ambos controladores son robustos ante el cambio de tiempo muerto en un incremento de 1 segundo (1 periodo de muestreo).

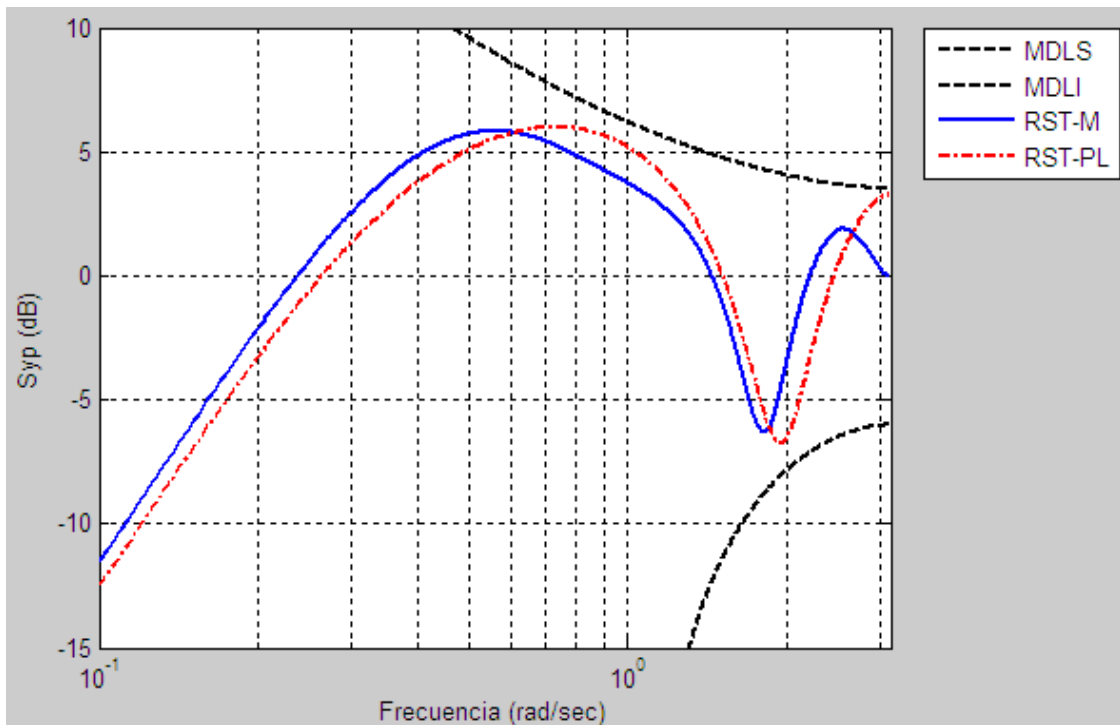


Figura 5 - 10: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 1.

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo nominal.

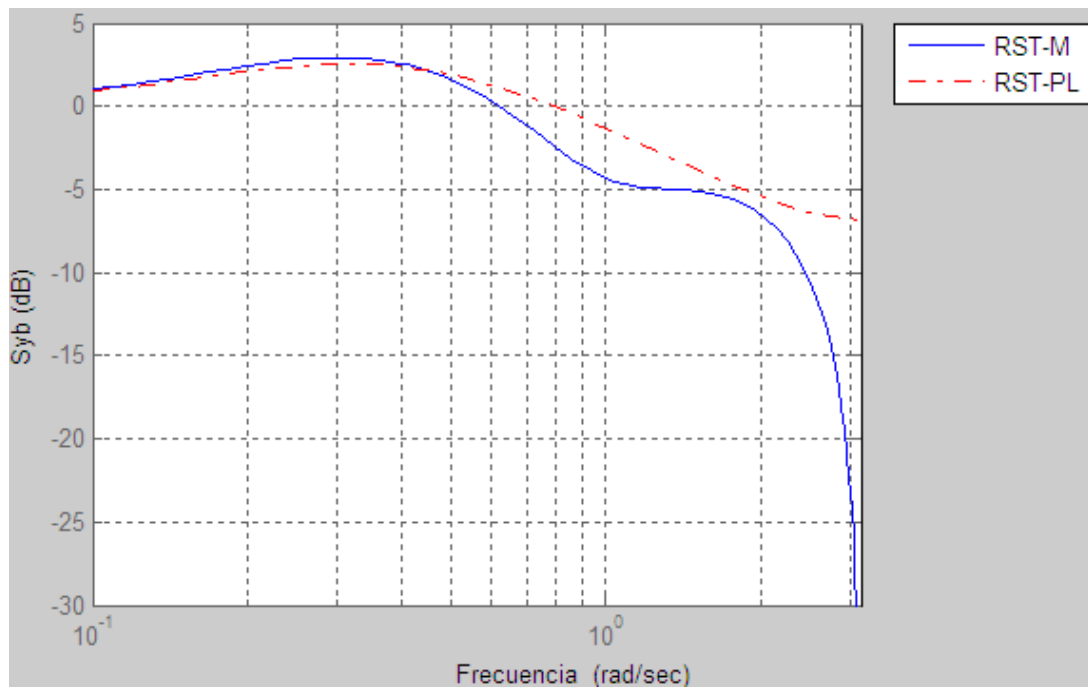


Figura 5 - 11: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo 1.

### 5.3. Procesos de segundo orden en simulación

Los modelos de segundo orden, al igual que los de primer orden, son muy usados para aproximar procesos industriales, por lo tanto es importante validar la metodología ante este tipo de procesos. El modelo paramétrico de un sistema de segundo orden está dado por

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2 e^{-t_0 s}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.10)$$

Donde  $K$  es la ganancia del proceso,  $\omega_n$  es la frecuencia natural no amortiguada,  $\zeta$  es la razón de amortiguamiento y  $t_0$  es el tiempo muerto del proceso. Existen 4 respuestas posibles de un modelo de segundo orden: respuesta sobreamortiguada, críticamente amortiguada, subamortiguada y sin amortiguamiento. De estas 4 respuestas, se analizará la respuesta subamortiguada con un valor bajo de razón de amortiguamiento, dado que esta respuesta suele dar picos altos (por su modo de vibración) en su respuesta a la frecuencia.

Las pruebas a realizar con el proceso de segundo orden son similares a las realizadas con el proceso de primer orden. Se tendrá un modelo nominal y se variarán todos los parámetros del modelo probando la robustez de los controladores ante cada nuevo modelo. Por lo tanto se tienen 5 modelos: un modelo nominal y 4 modelos para probar la robustez. Los modelos a simular se muestran en la Tabla 5 - 10.

Modelo	K	$\zeta$	$\omega_n$	$t_0$
5	1.5	0.2	0.25	1
6	2.625	0.2	0.25	1
7	1.5	0.5	0.25	1
8	1.5	0.2	0.3	1
9	1.5	0.2	0.25	2.85

Tabla 5 - 10: Modelos de segundo orden a simular.

El modelo nominal es el primero en la Tabla 5 - 10 y los otros 4 son los modelos usados para las pruebas de robustez. El modelo 6 representa un 75% más de ganancia, el modelo 7 un 150% más de razón de amortiguamiento, el modelo 8 un 20% más de frecuencia natural no amortiguada y el modelo 9 un 185% más de tiempo muerto.

En la Figura 5 - 12 se muestran los diagramas de Bode de los 5 modelos de segundo orden. Estos diagramas de Bode están contruidos a partir de los modelos discretos, no continuos, con el periodo de muestreo respectivo, el cual se indica más adelante.

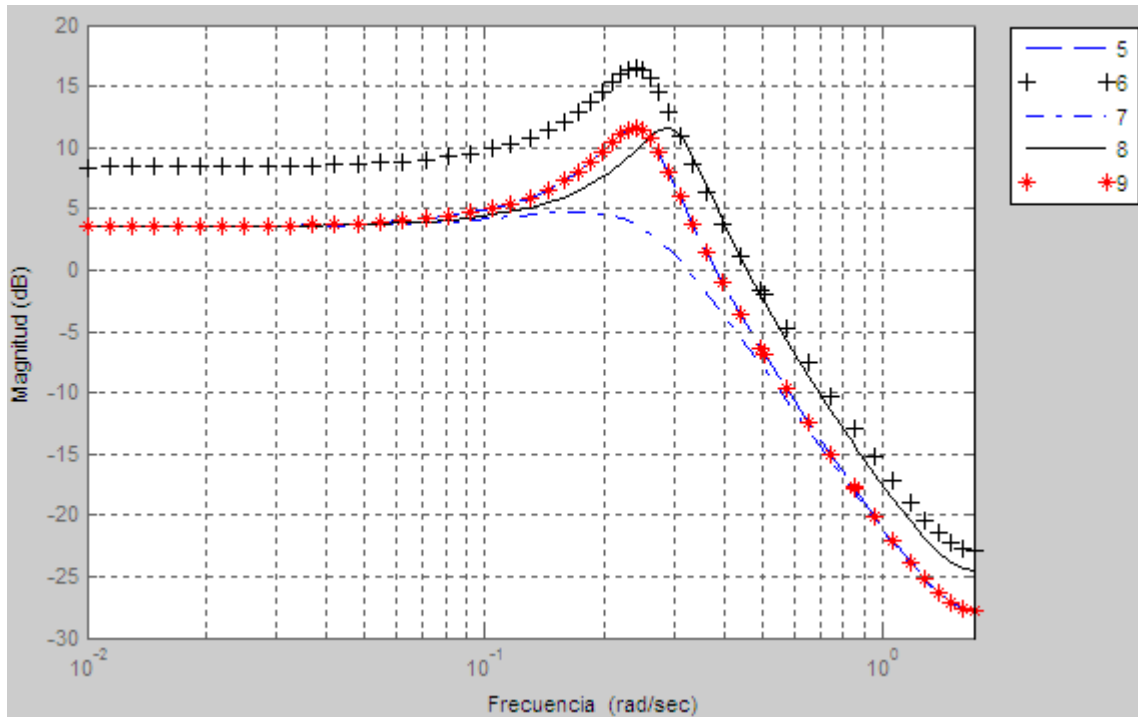


Figura 5 - 12: Diagramas de Bode para los modelos de segundo orden.

### 5.3.1. Modelo 5 (Modelo Nominal)

Una vez que se inició la simulación se llevó al proceso al punto de operación y se estabilizó con  $U_{ss}=20\%$  y  $Y_{ss}=40\%$  (esto es porque se tiene que con  $U=0$ ,  $Y=10$ ), se aplicó el algoritmo automático y se obtuvo lo siguiente. Parámetros encontrados por el algoritmo:

$$Gp(z^{-1}) = \frac{0.032489z^{-1} + 0.213948z^{-2} + 0.040096z^{-3}}{1 - 1.640429z^{-1} + 0.831451z^{-2}} \quad T_{\text{óptimo}} = 1.846 \text{ segundos. } \omega_u = 0.2918 \text{ r/s.}$$

Con estos datos se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores. El controlador RST-M es el que se obtiene automáticamente por medio del algoritmo.

Los controladores diseñados se muestran a continuación:

*Diseño RST-M*

$$R = 1.789511 - 1.368894z^{-1} - 1.638228z^{-2} + 1.520177z^{-3} \quad (5.11)$$

$$S = 1 - 0.084906z^{-1} - 0.384949z^{-2} - 0.456825z^{-3} - 0.073319z^{-4} \quad (5.12)$$

$$T = 0.302567 \quad (5.13)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.2917699 r/s.

### Diseño RST-PL

$$R = 4.020132 - 7.220047z^{-1} + 3.434075z^{-2} \quad (5.14)$$

$$S = 1 + 0.027856z^{-1} - 0.862227z^{-2} - 0.165629z^{-3} \quad (5.15)$$

$$T = 0.234160 \quad (5.16)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.1624 r/s.

### Análisis de comportamiento ante el modelo nominal

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30\%$ , se hizo un cambio en referencia de 30% a 60%, una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 13 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación. Se observa como la respuesta del controlador RST-M es más rápida. En la Tabla 5 - 11 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores, en este caso el controlador RST-M es mejor que RT-PL con excepción de sobretiro, dado que ninguno de los dos lo tiene.

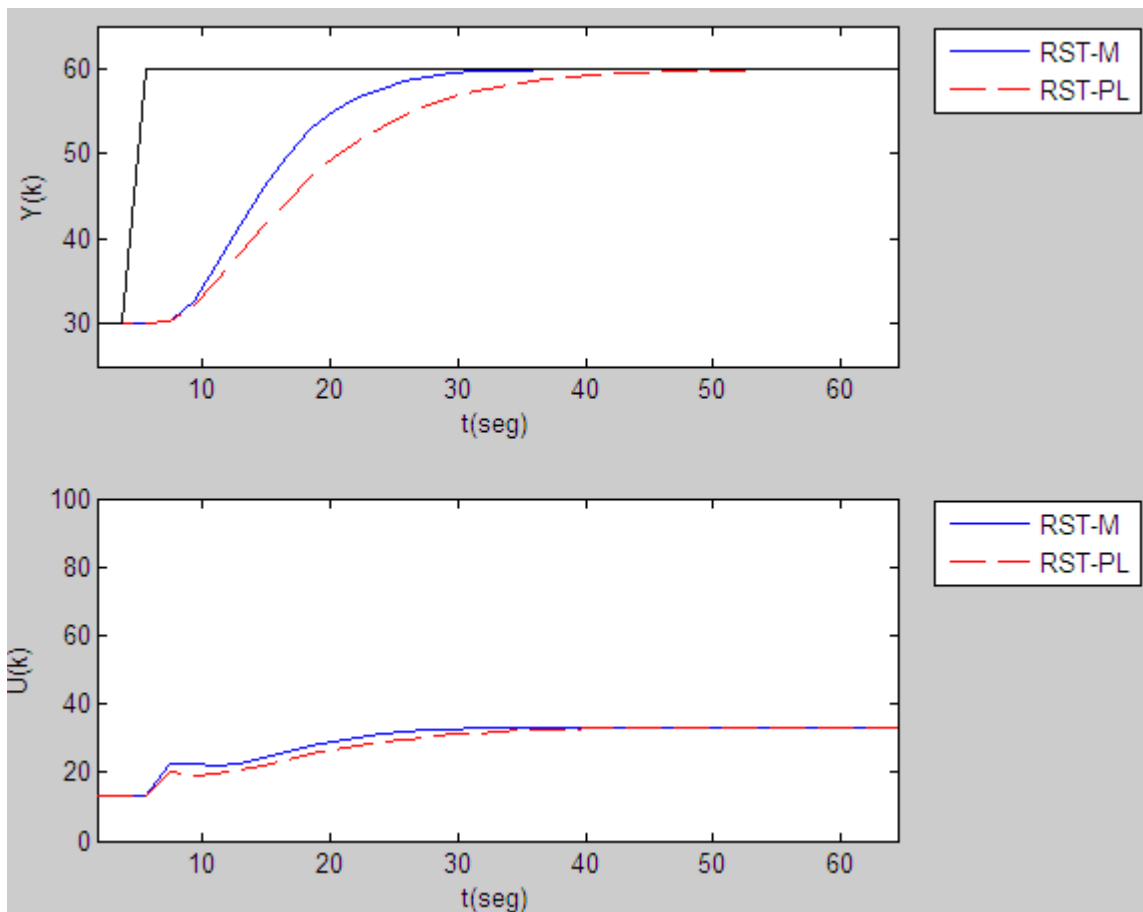


Figura 5 - 13: Seguimiento en el modelo 5.



	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	322.7	429
<b>Ts (seg)</b>	25.84	40.6
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 11: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 5.

La Figura 5 - 14 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 12 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M es más rápido y tiene un menor IAE que el controlador RST-PL.

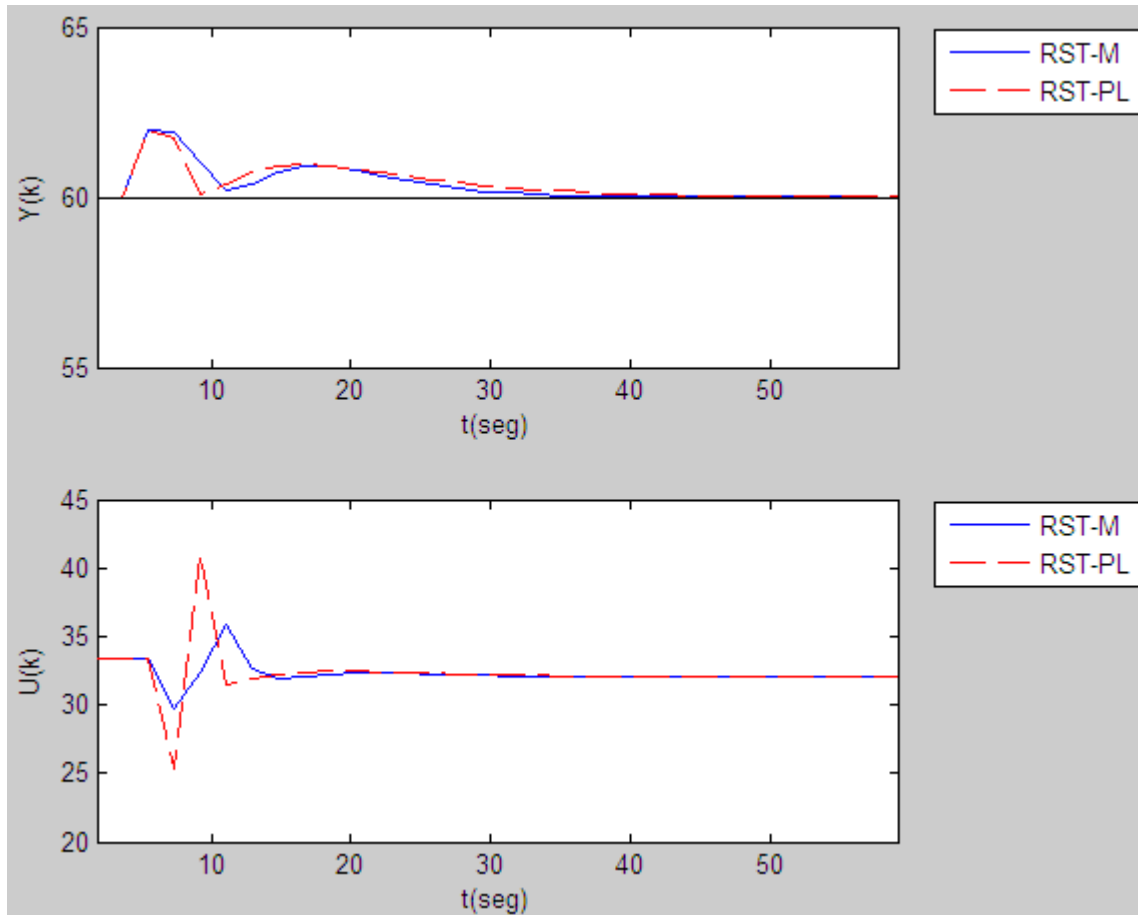


Figura 5 - 14: Regulación en el modelo 5.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	20.49	23
<b>Ts (seg)</b>	29.53	40.60
<b>Amplitud</b>	2	2

Tabla 5 - 12: Índices de desempeño en regulación, modelo 5.

### 5.3.2. Modelo 6 (variación paramétrica del 75% más en ganancia)

Se varió el valor de la ganancia  $K$  de 2 a 3.5, cambiando del modelo 5 al modelo 6 en la Tabla 5 - 10. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 15 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y Tabla 5 - 13 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M tiene un mayor sobretiro y un tiempo de establecimiento un poco mayor que el controlador RST-PL, pero su IAE es menor. Esta respuesta se debe a que el controlador RST-M es más rápido, lo cual se refleja en el sobretiro.

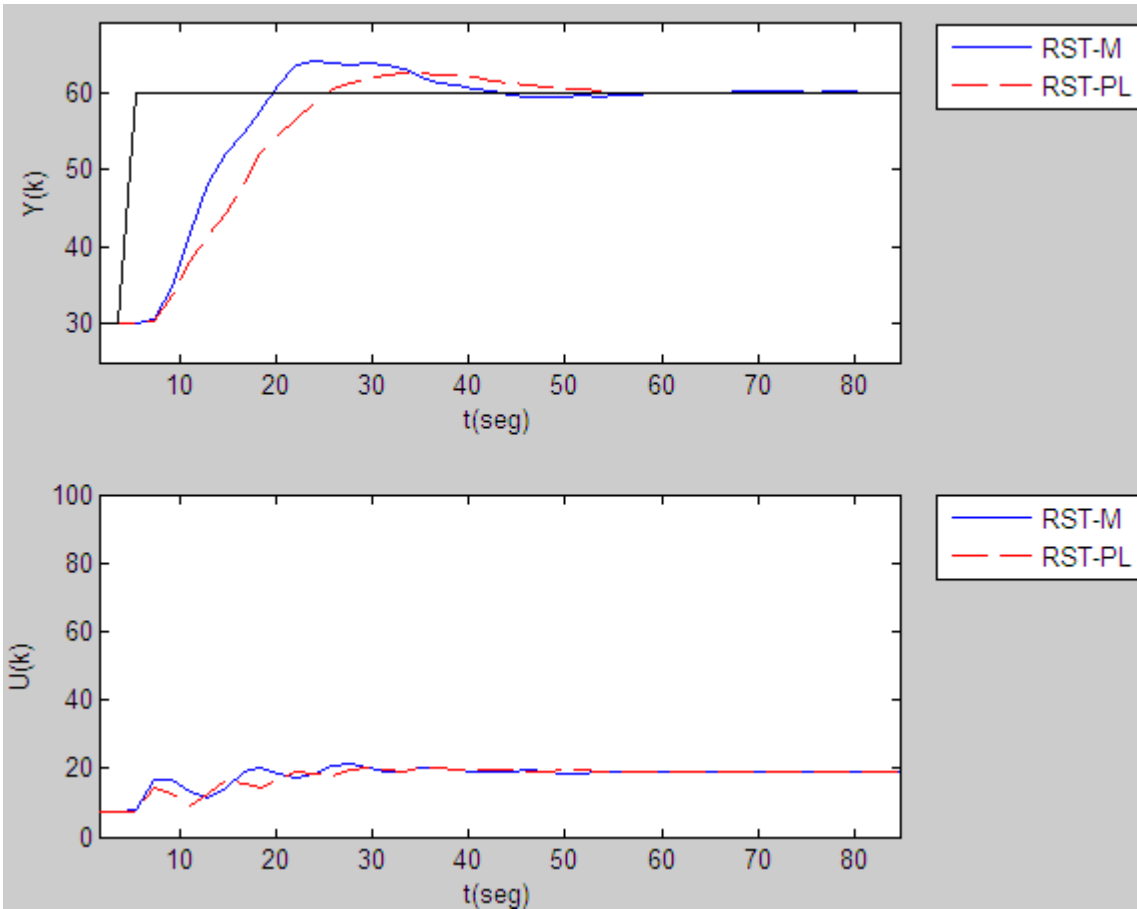


Figura 5 - 15: Seguimiento en el modelo 6.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	306.0	361.8
<b>Ts (seg)</b>	49.83	44.3
<b>Mp(%)</b>	13.7	8.7

Tabla 5 - 13: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 6.

La Figura 5 - 16 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 14 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M presenta menor amplitud ante la perturbación, en tiempo de establecimiento

están igual pero en IAE es mejor el controlador RST-M y la variable manipuladora también es menos brusca en el caso del controlador RST-M.

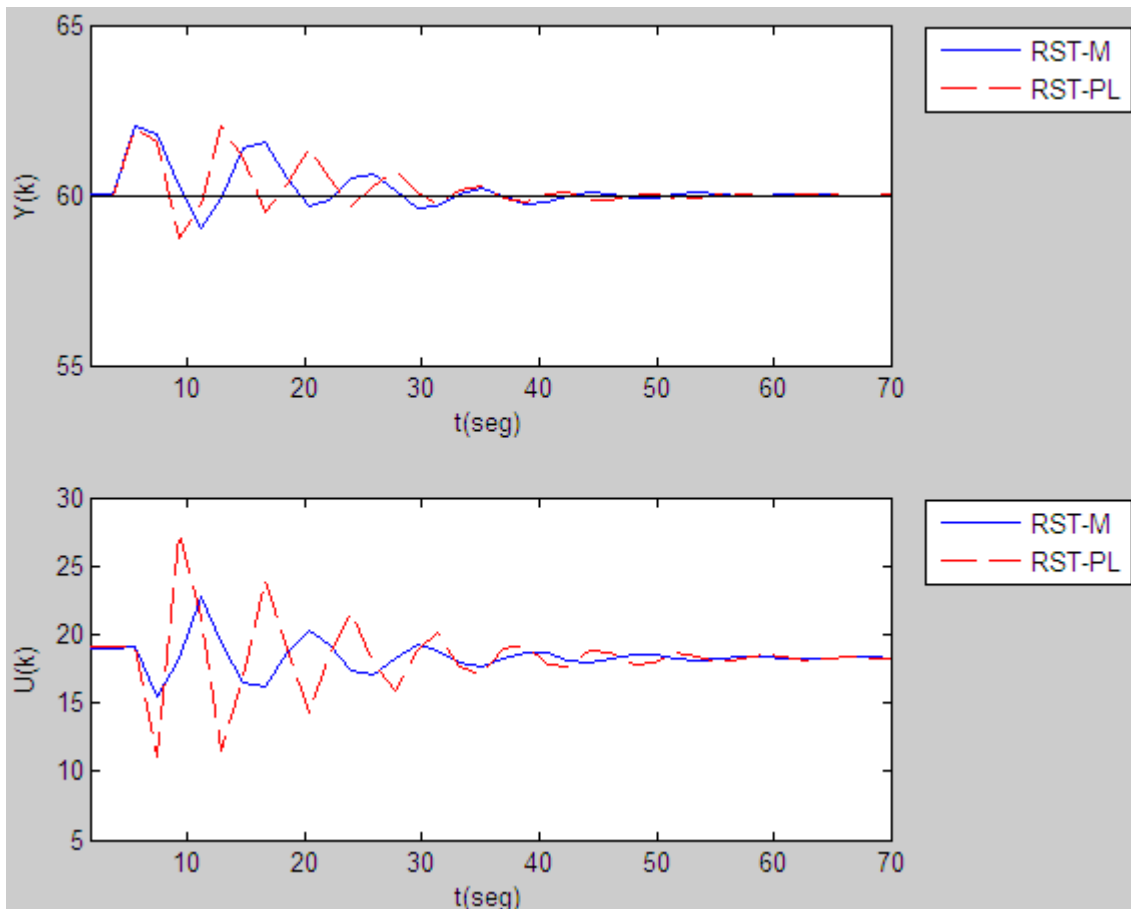


Figura 5 - 16: Regulación en el modelo 6.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	22.65	26.29
<b>Ts (seg)</b>	47.99	47.99
<b>Amplitud</b>	2.97	3.29

Tabla 5 - 14: Índices de desempeño en regulación, modelo 6.

### 5.3.3. Modelo 7 (variación paramétrica del 150% más en constante de amortiguamiento)

Se varió el valor de la constante de amortiguamiento  $\zeta$  de 0.2 a 0.5, cambiando del modelo 5 al modelo 7 en la Tabla 5 - 10. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 17 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 15 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más rápido y con un IAE menor, aunque esto se refleja de nuevo en el sobretiro, el cual es mayor en el controlador RST-M.

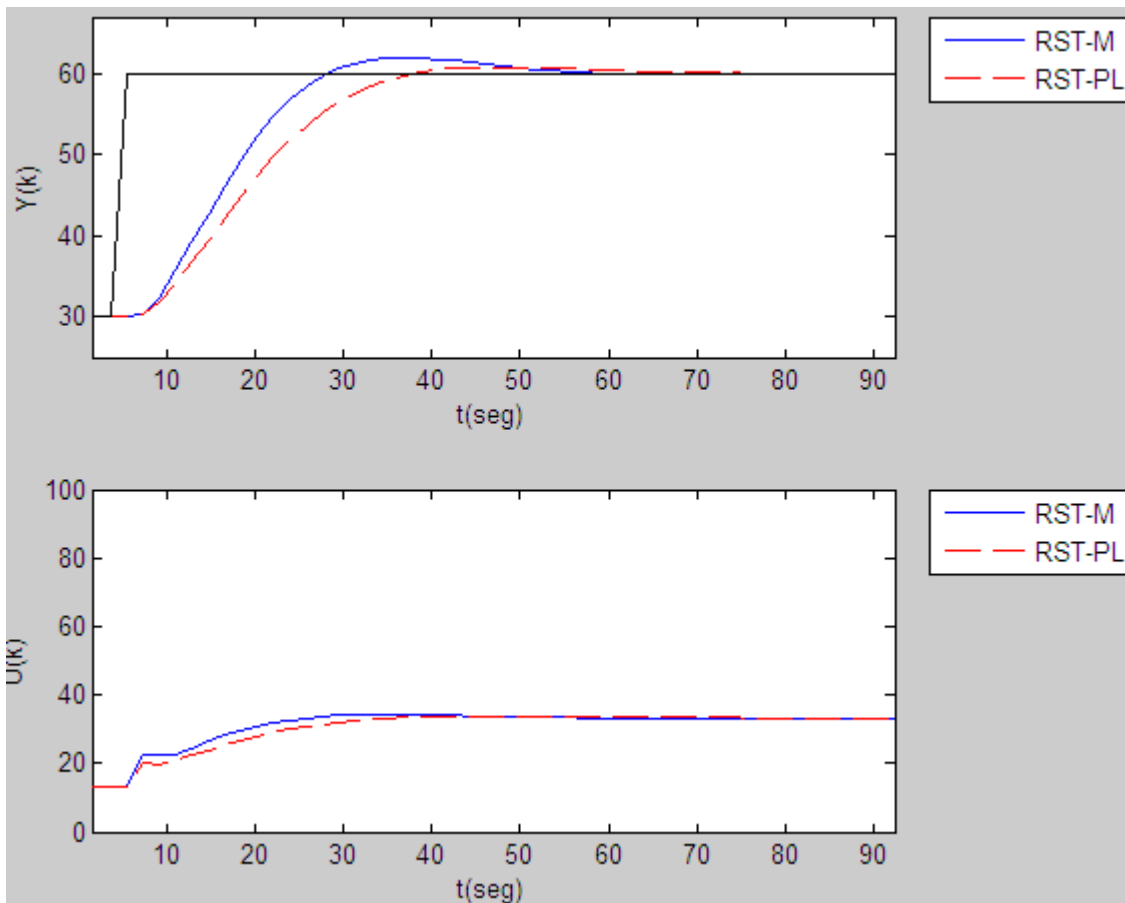


Figura 5 - 17: Seguimiento en el modelo 7.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	390.5	462
<b>Ts (seg)</b>	47.9	55.3
<b>Mp(%)</b>	6.7	2.7

Tabla 5 - 15: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 7.

La Figura 5 - 18 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 16 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que ambos controladores presentan una amplitud parecida, pero el RST-PL es más rápido que el controlador RST-M, en la gráfica podría pensarse lo contrario, pero el controlador RST-M tiene un bajotiro que lo saca de la banda del 2%, una vez más, este comportamiento es debido a que el controlador RST-M tiende a ser más rápido, a expensas de un sobre o bajo tiro. En cuanto al IAE, el del controlador RST-M es un poco menor.

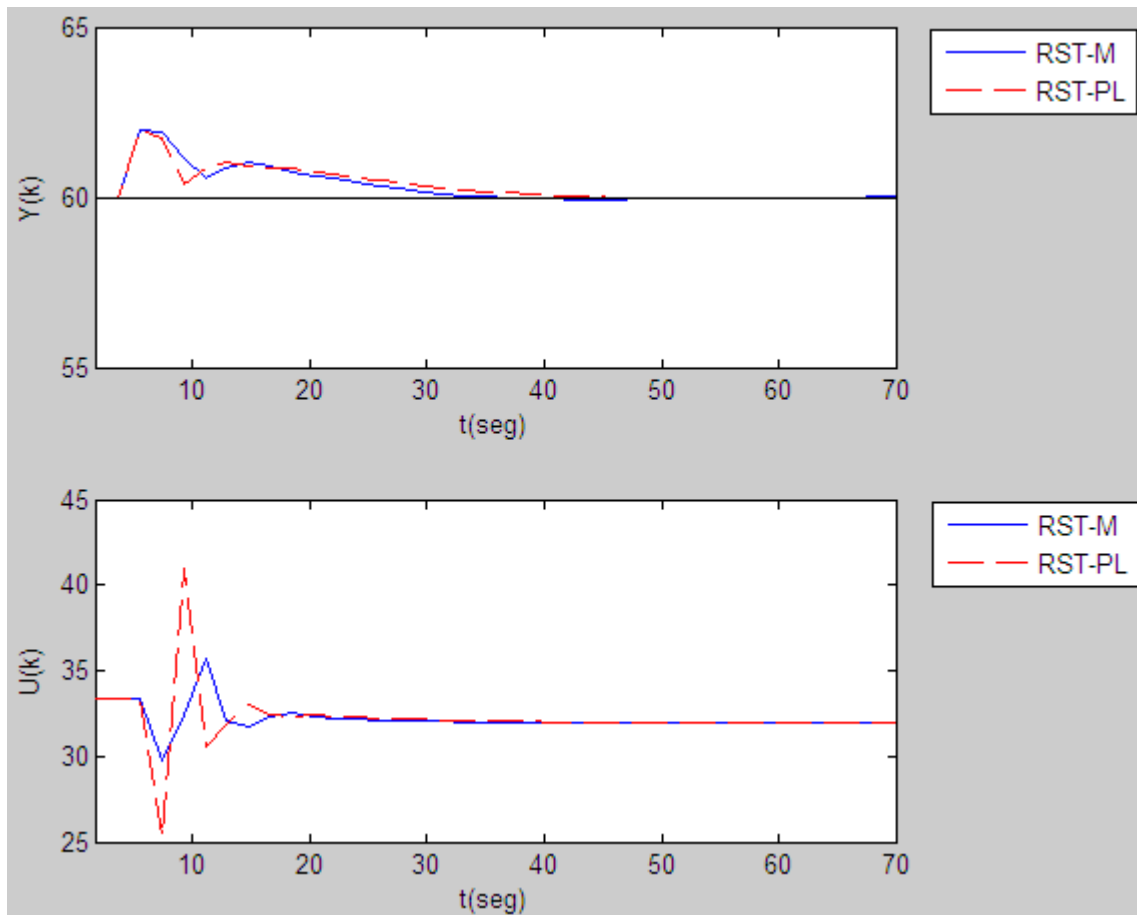


Figura 5 - 18: Regulación en el modelo 7.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	22.54	23.97
<b>Ts (seg)</b>	46.14	35.03
<b>Amplitud</b>	2.06	2.02

Tabla 5 - 16: Índices de desempeño en regulación, modelo 7.

#### 5.3.4. Modelo 8 (variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada)

Se varió el valor de la frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n$  de 0.25 a 0.3, cambiando del modelo 5 al modelo 8 en la Tabla 5 - 10. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 19 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 17 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más rápido y con un IAE menor. El controlador RST-M tiene sobretiro y el controlador RST-PL no, pero este sobretiro es mínimo, prácticamente cero.

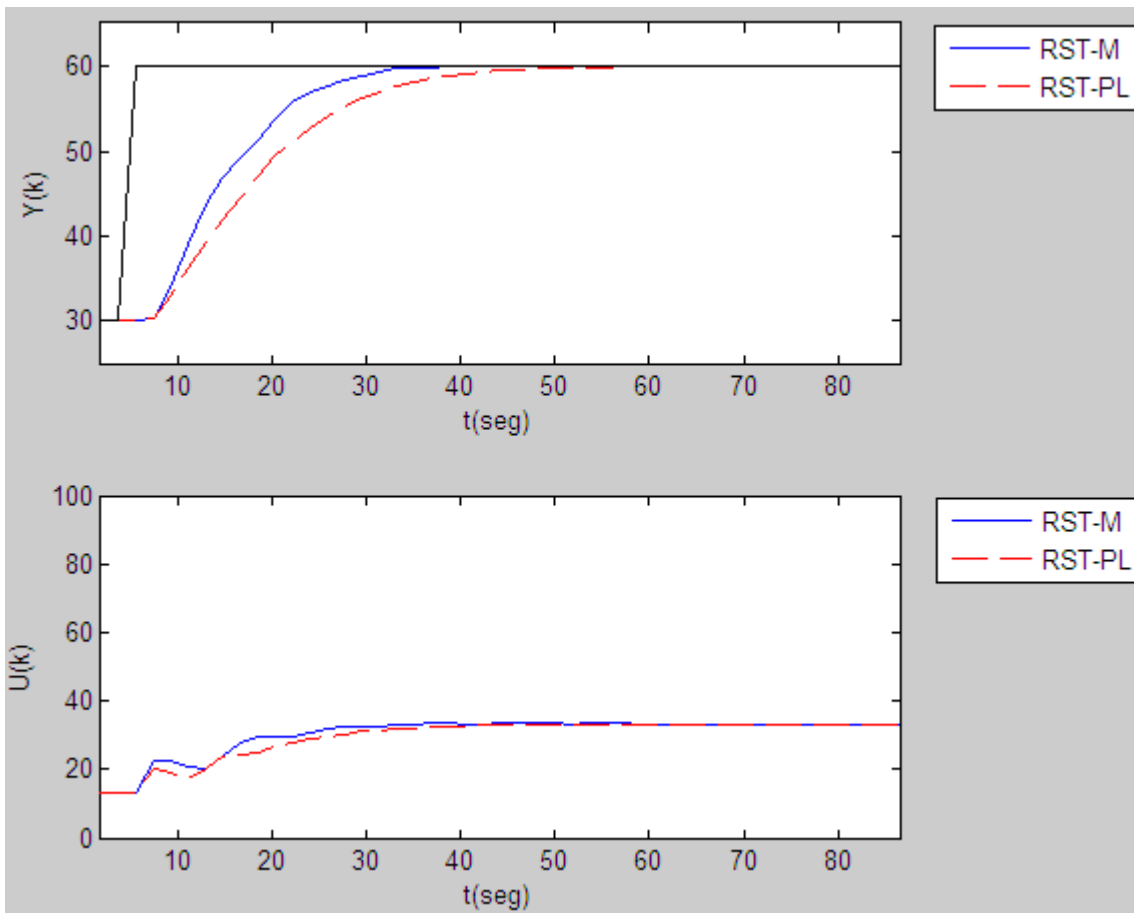


Figura 5 - 19: Seguimiento en el modelo 8.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	325.8	429.2
<b>Ts (seg)</b>	25.8	40.6
<b>Mp(%)</b>	0.3	0

Tabla 5 - 17: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 8.

La Figura 5 - 20 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 18 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M es mejor en todos los índices.

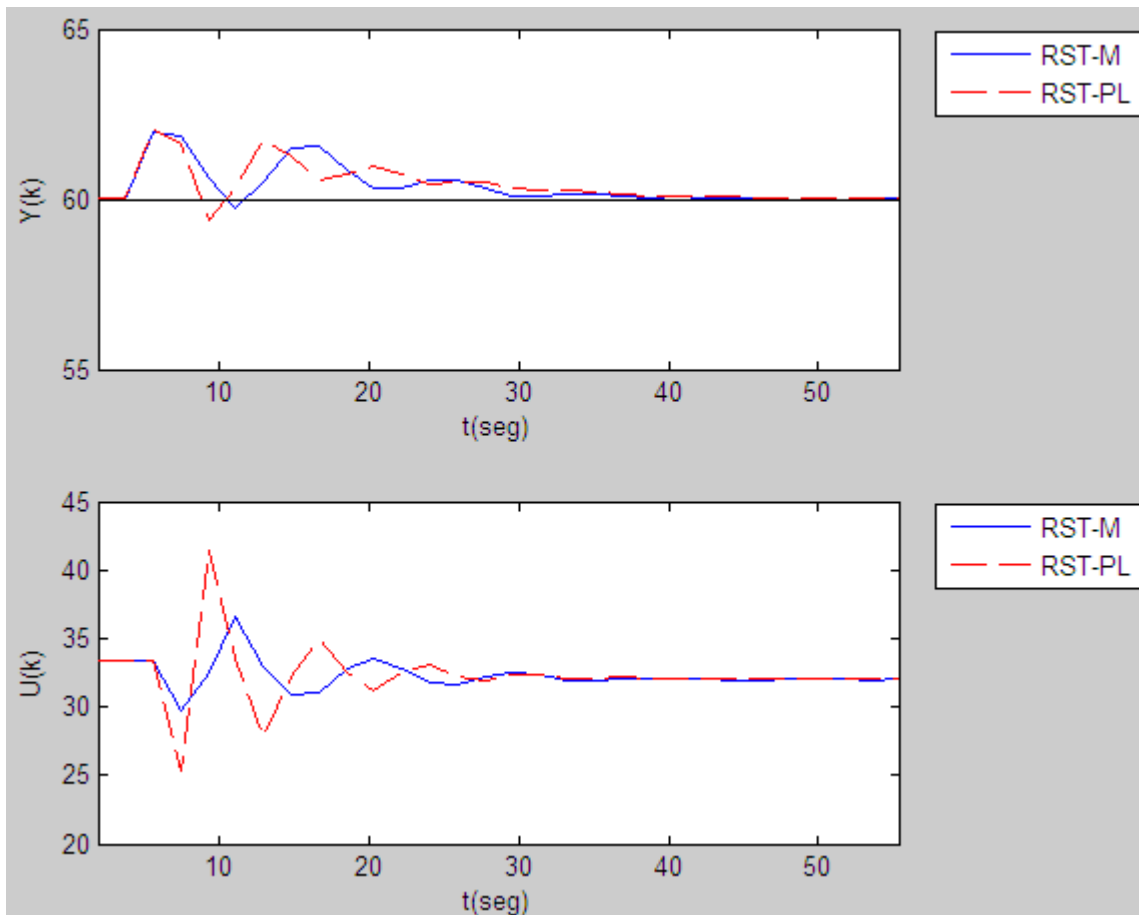


Figura 5 - 20: Regulación en el modelo 8.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	21.64	25.23
<b>Ts (seg)</b>	31.37	38.76
<b>Amplitud</b>	2.26	2.6

Tabla 5 - 18: Índices de desempeño en regulación, modelo 8.

### 5.3.5. Modelo 9 (variación paramétrica del 185% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo)

Se varió el valor del tiempo muerto  $t_0$  de 1 a 2.85 (un periodo de muestreo), cambiando del modelo 5 al modelo 9 en la Tabla 5 - 10. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 21 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 19 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M logra controlar el proceso mientras que el controlador RST-PL se sale de control y ya no se recupera.

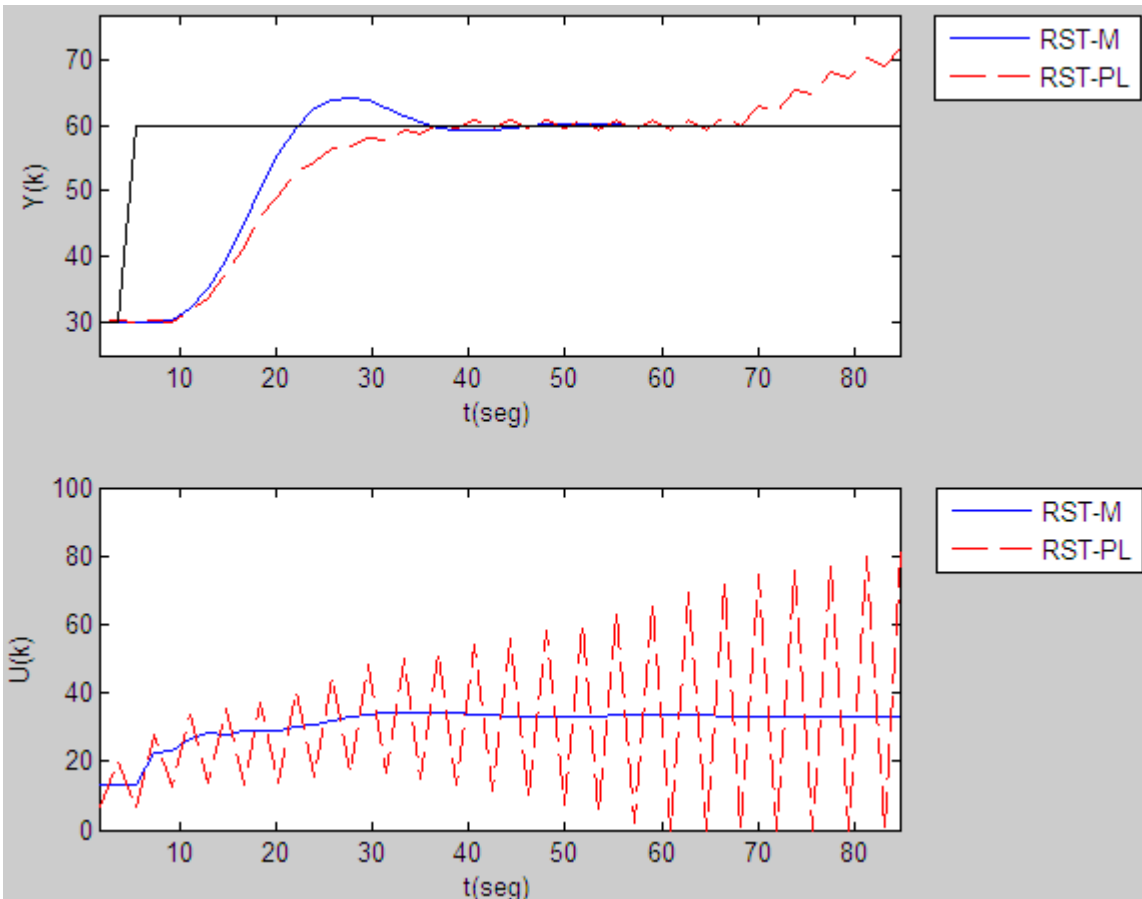


Figura 5 - 21: Seguimiento en el modelo 9.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	399.8	$\infty$
<b>Ts (seg)</b>	36.91	$\infty$
<b>Mp(%)</b>	14.4	$\infty$

Tabla 5 - 19: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 8.

La Figura 5 - 22 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 20 se muestran los índices de desempeño. La respuesta en regulación es igual de inestable que en seguimiento para el controlador RST-PL, mientras que el controlador RST-M se mantiene estable y controlando.



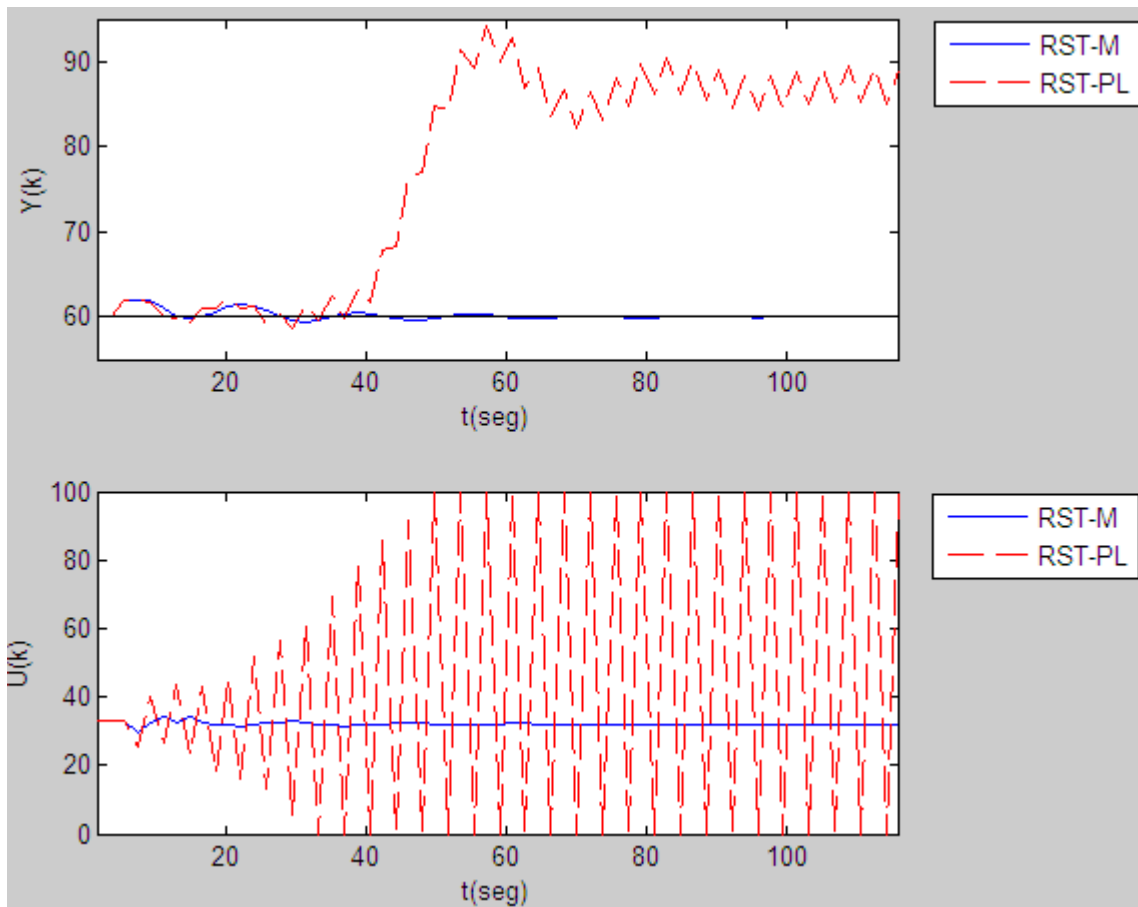


Figura 5 - 22: Regulación en el modelo 9.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	34.3	$\infty$
<b>Ts (seg)</b>	90.4	$\infty$
<b>Amplitud</b>	2.54	35.42

Tabla 5 - 20: Índices de desempeño en regulación, modelo 9.

Con esto se concluyen las pruebas para el modelo de segundo orden, sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores. La Figura 5 - 23 muestra las funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 6 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo. Se observa que el controlador RST-M deja la función de sensibilidad dentro del molde para soportar un margen de retraso igual a un periodo de muestreo, mientras que el controlador RST-PL no, siendo por esto que ante la variación del tiempo muerto a un periodo de muestreo más, el controlador RST-PL no controló.

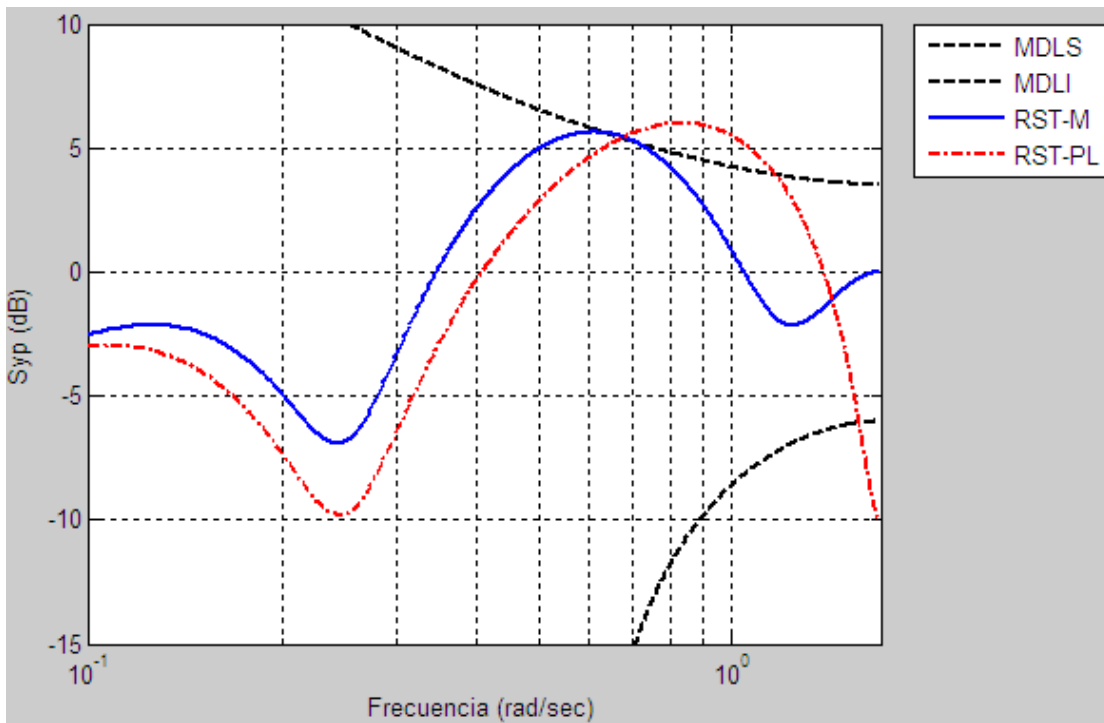


Figura 5 - 23: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 5.

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo nominal.

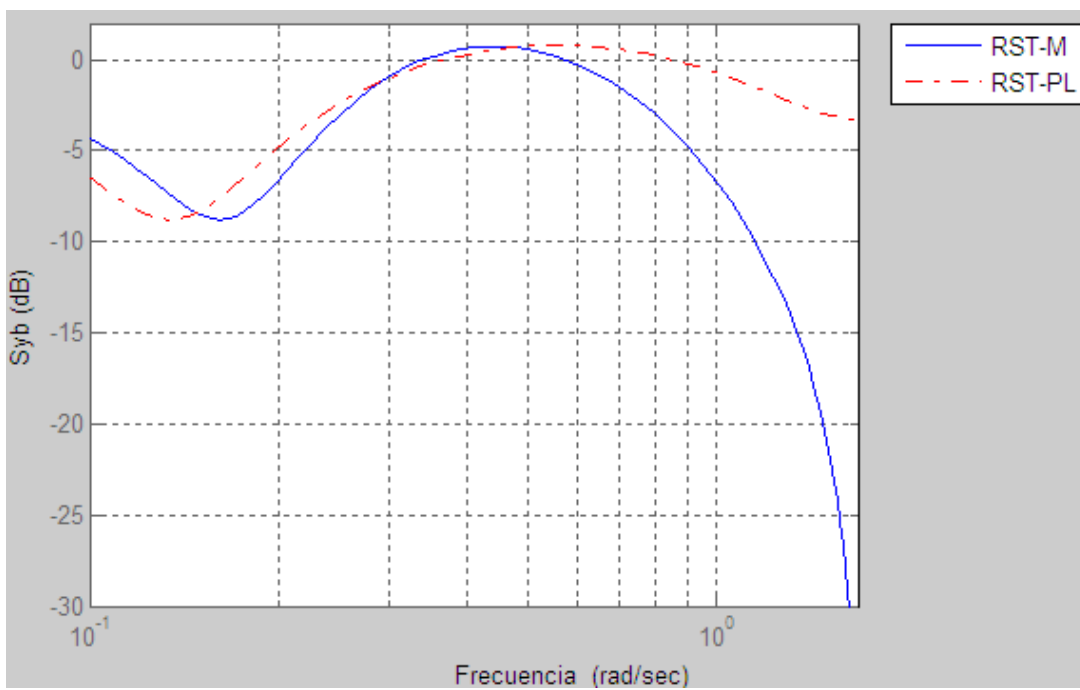


Figura 5 - 24: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo 5.

## 5.4. Modelo de cuarto orden en simulación

Para probar la metodología ante un proceso de alto orden, se procedió a simular un modelo de cuarto orden, el cual se construyó a partir de dos modelos de segundo orden, los cuales se describen en la Tabla 5 - 21.

Modelo	K	$\zeta$	$\omega_n$	$t_0$
10	1.7	0.3	0.25	0
11	1.7	0.2	0.75	0

Tabla 5 - 21: Procesos de segundo orden usados para generar el cuarto orden.

De esta manera, el modelo de cuarto orden tendrá dos modos de vibración, uno en  $\omega=0.25$  r/s y otro en  $\omega=0.75$  r/s. Para probar la robustez de los controladores se cambiarán parámetros de los modelos de segundo orden, de esta manera cambiará el modelo de cuarto orden también.

En la Figura 5 - 25 se muestran los diagramas de Bode de los 5 modelos de cuarto orden. Estos diagramas de Bode están construidos a partir de los modelos discretos, no continuos, con el periodo de muestreo respectivo, el cual se indica más adelante. Las variaciones para los modelos se indican en cada prueba.

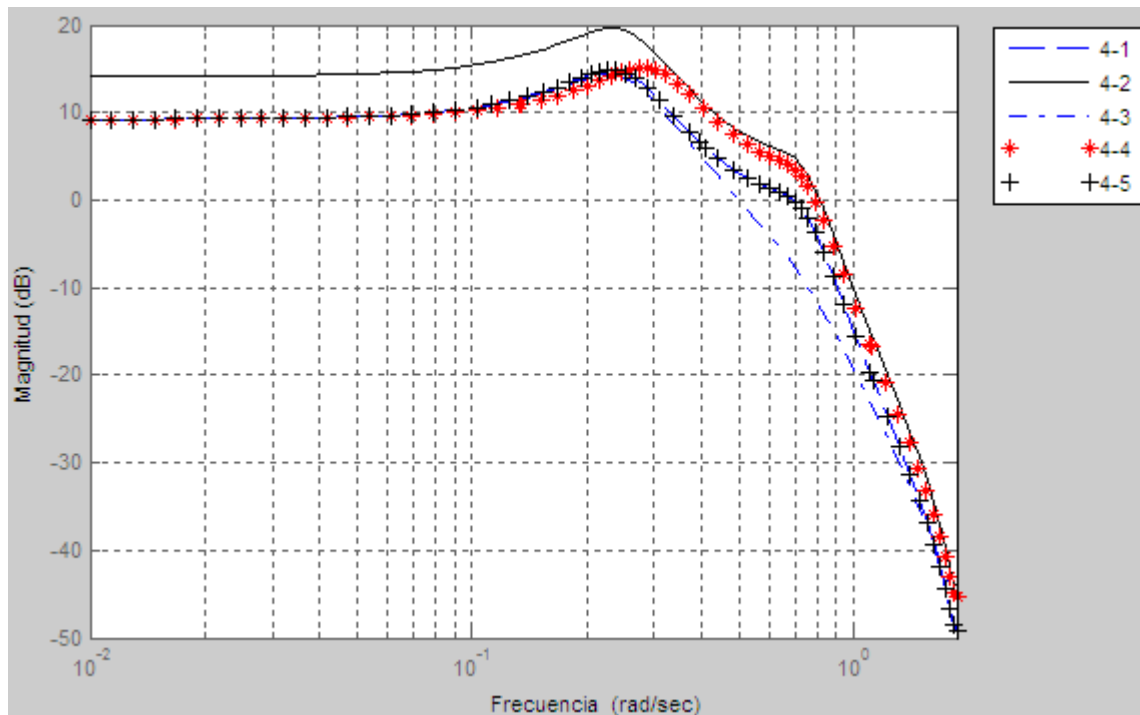


Figura 5 - 25: Diagramas de Bode para los modelos de cuarto orden.

### 5.4.1. Modelo Nominal de cuarto orden

El modelo de cuarto orden en forma discreta queda de la siguiente manera

$$Gp(z^{-1}) = \frac{0.0282z^{-1} + 0.2426z^{-2} + 0.2073z^{-3} + 0.0178z^{-4}}{1 - 2.1196z^{-1} + 2.1870z^{-2} - 1.3628z^{-3} + 0.4670z^{-4}} \quad T_{\text{óptimo}} = 1.69 \text{ segundos. } \omega_u = 0.619 \text{ r/s}$$

Con estos datos se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores. Los controladores diseñados se muestran a continuación:

*Diseño RST-M*

$$R = 1.22744 - 1.45547z^{-1} + 0.3348z^{-2} + 0.81534z^{-3} - 1.40931z^{-4} + 0.79304z^{-5} \quad (5.17)$$

$$S = 1 + 0.58325z^{-1} - 0.36294z^{-2} - 0.80363z^{-3} - 0.38645z^{-4} - 0.03022z^{-5} \quad (5.18)$$

$$T = 0.3058420 \quad (5.19)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.619031 r/s.

*Diseño RST-PL*

$$R = 2.5864303 - 6.7545755z^{-1} + 8.1518993z^{-2} - 5.6355945z^{-3} + 1.8301410z^{-4} \quad (5.20)$$

$$S = 1 + 0.6414924z^{-1} - 0.7707442z^{-2} - 0.8010055z^{-3} - 0.0697427z^{-4} \quad (5.21)$$

$$T = 0.1783006 \quad (5.22)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.208613 r/s.

**Análisis de comportamiento ante el modelo nominal**

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30\%$ , se hizo un cambio en referencia de 30% a 60%, una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 26 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación. Se observa como en el controlador RST-M es más rápido en su respuesta. En la Tabla 5 - 22 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores, en este caso el controlador RST-M es mejor que RST-PL con excepción de sobretiro, dado que ninguno de los dos lo tiene.

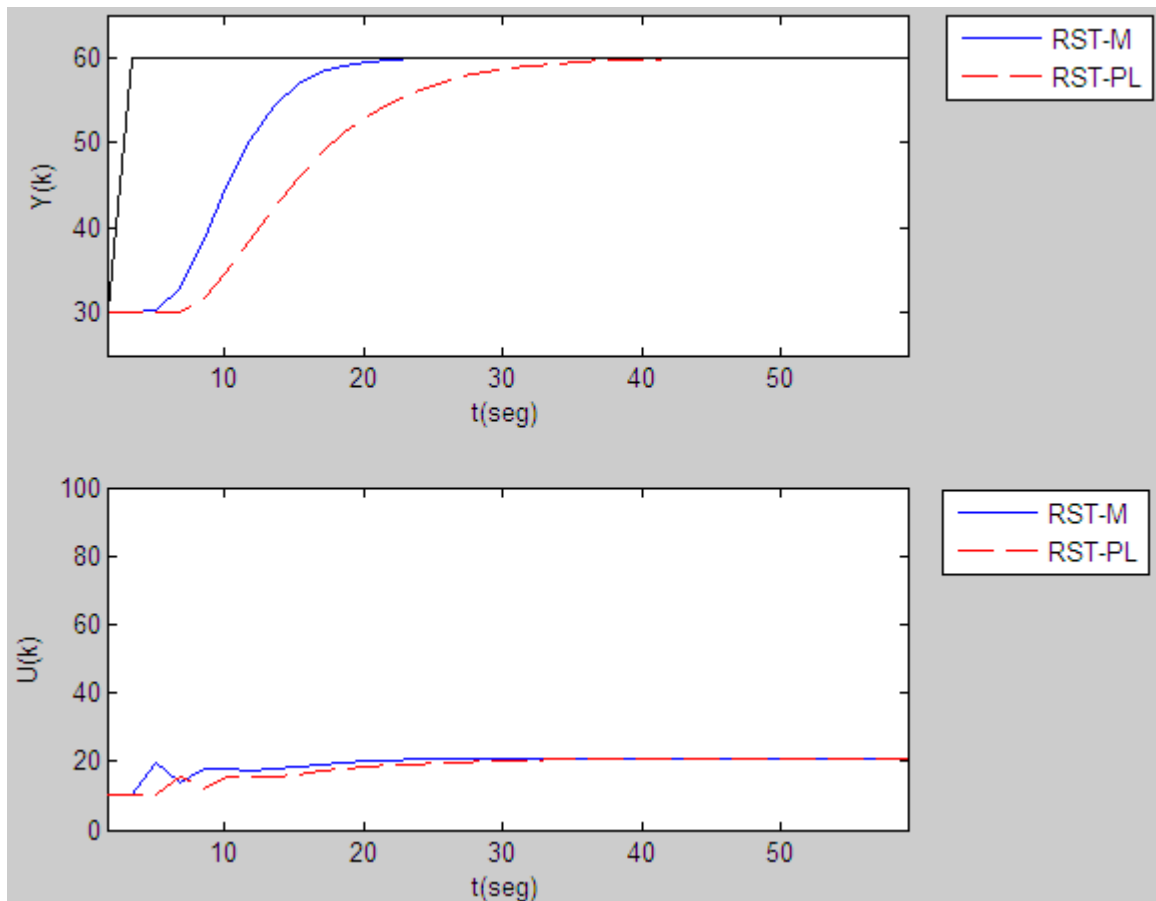


Figura 5 - 26: Seguimiento en el modelo de cuarto orden.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	220.25	388.23
<b>Ts (seg)</b>	15.22	32.14
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 22: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden.

La Figura 5 - 27 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 23 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M es mejor en tiempo de establecimiento e IAE, en amplitud son iguales. Al observar la manipuladora, se observa que es menos brusca en el caso del controlador RST-M.

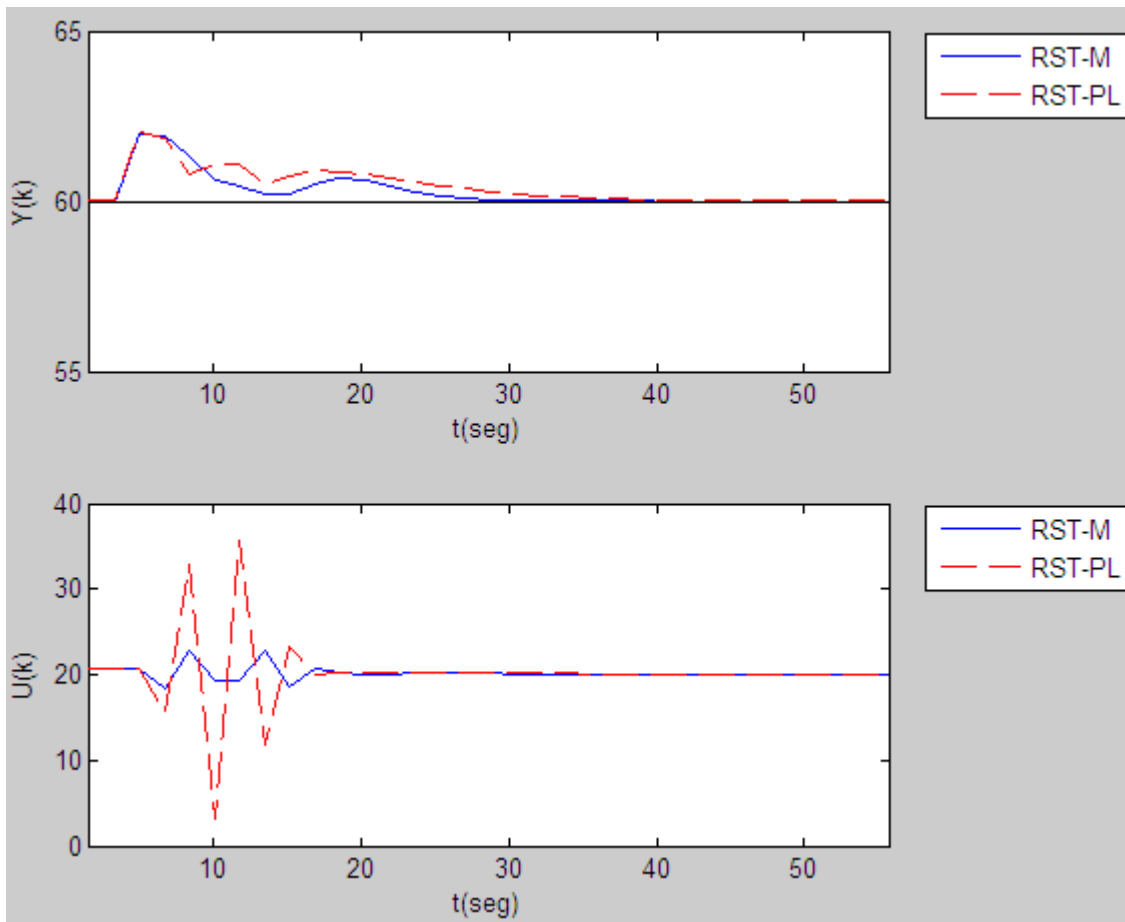


Figura 5 - 27: Regulación en el modelo de cuarto orden.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	16.26	23.51
<b>Ts (seg)</b>	23.68	35.52
<b>Amplitud</b>	2	2

Tabla 5 - 23: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden.

#### 5.4.2. Variación paramétrica de 1.6917 segundos más en tiempo muerto, un periodo de muestreo

Se varió el valor del tiempo muerto  $t_0$  en el modelo de cuarto orden, de 0 a 1.6917 (un periodo de muestreo). Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 28 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 24 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más rápido en su respuesta, reflejándose en el sobretiro, el cual es mayor que el del controlador RST-PL. Esto también afecta en el tiempo de establecimiento, el cual es mayor en el controlador RST-M. El IAE es el único parámetro en el cual es mejor el controlador RST-M, dado que es menor. Cabe también observar la manipuladora, se puede apreciar que la del controlador RST-M es más suave que la del controlador RST-PL.

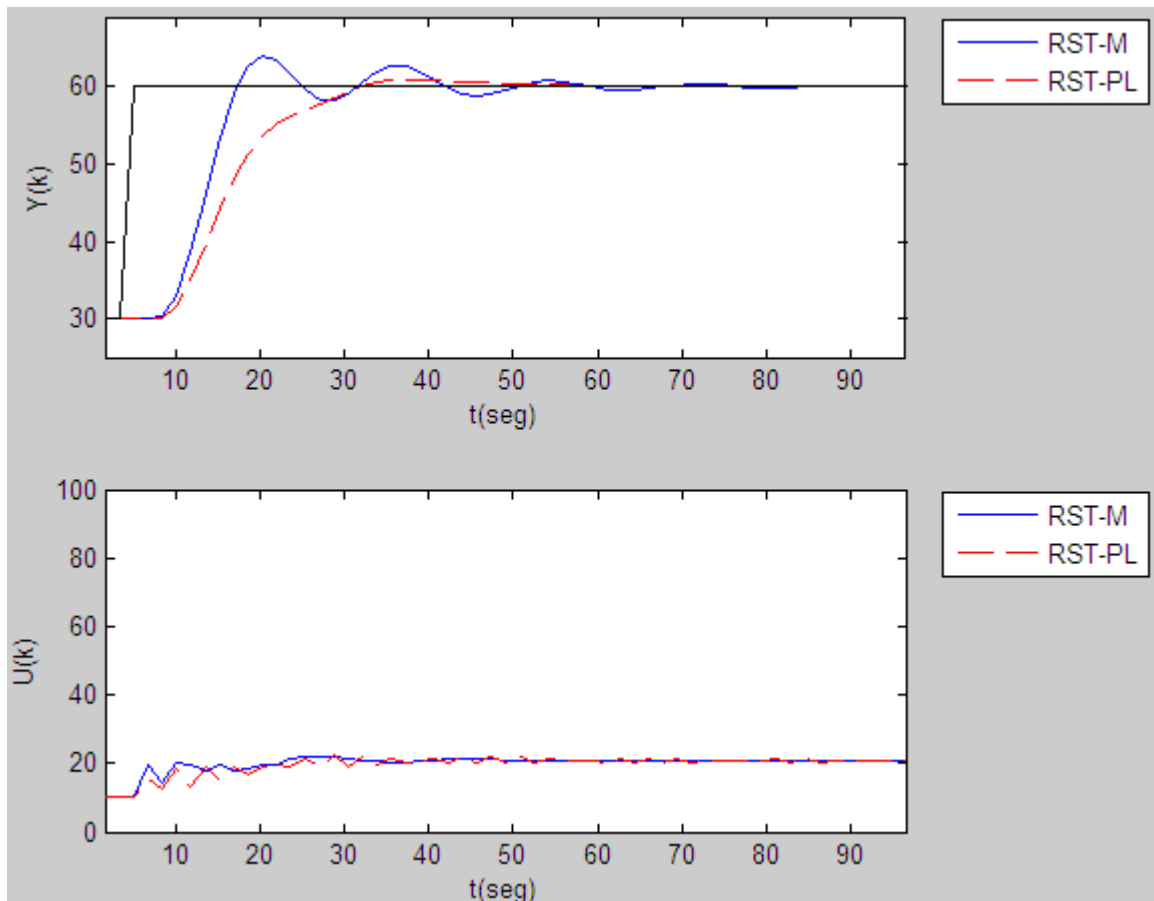


Figura 5 - 28: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en  $t_0$ .

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	333.00	389.76
<b>Ts (seg)</b>	59.20	45.67
<b>Mp(%)</b>	13.33	3.00

Tabla 5 - 24: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en  $t_0$ .

La Figura 5 - 29 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 25 se muestran los índices de desempeño. Al observar los índices de desempeño, vemos que el controlador RST-M es mejor en IAE y en Amplitud, en tiempo de establecimiento es más lento el controlador RST-M, pero esto se puede deber a que la amplitud, al ser menor, la banda de  $\pm 2\%$  es más chica. Si vemos la gráfica, veremos que son muy parecidos en el tiempo de establecimiento. Es evidente la mejoría del controlador RST-M al observar la manipuladora, la cual es mucho más suave y mucho menos oscilante que la del controlador RST-PL.

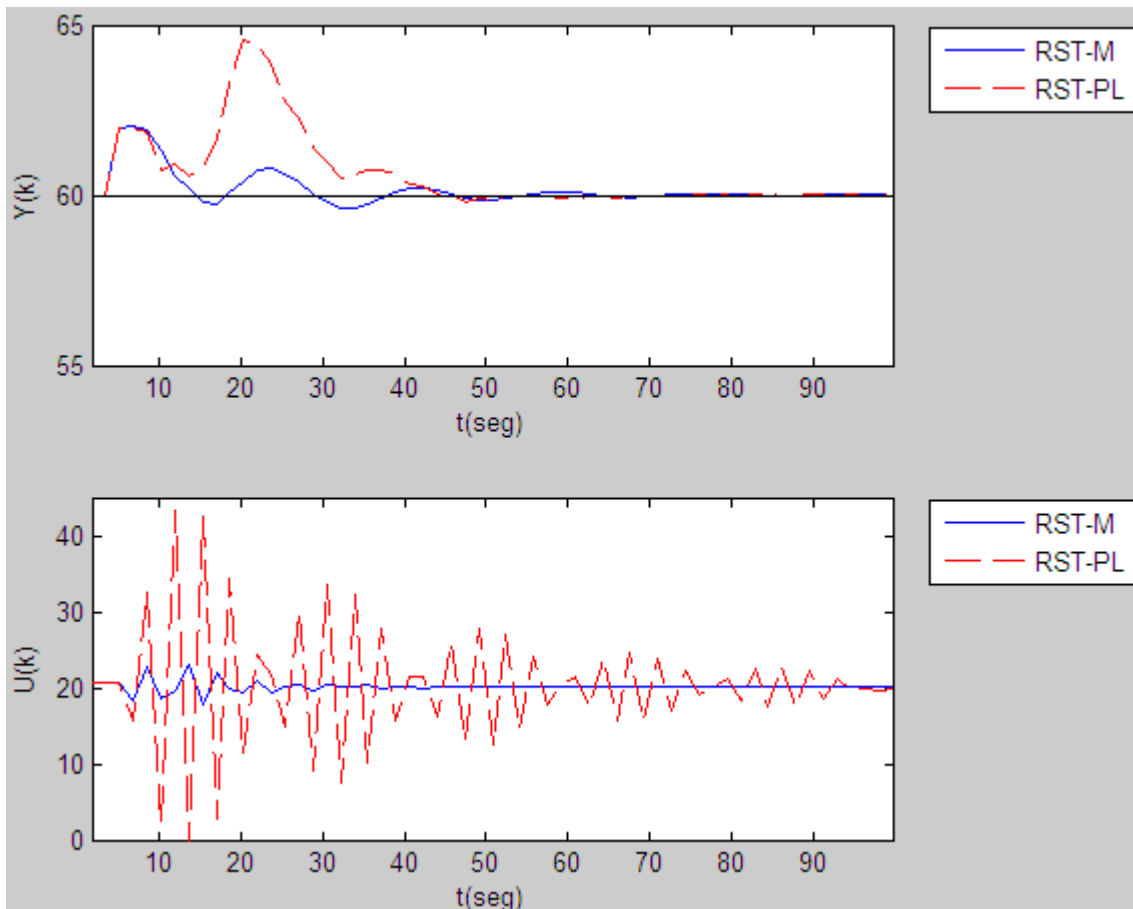


Figura 5 - 29: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en  $t_0$ .

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	25.07	66.32
<b>Ts (seg)</b>	64.28	45.67
<b>Amplitud</b>	2.38	4.77

Tabla 5 - 25: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en  $t_0$ .

### 5.4.3. Variación paramétrica del 75% más en ganancia K del modelo 10

Se varió el valor de la ganancia K en el modelo 10, de 1.7 a 2.975, un cambio de 75% más ganancia. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 30 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 26 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más rápido en su respuesta y tiene un menor tiempo de establecimiento, reflejándose en el sobretiro, el cual es mayor que el del controlador RST-PL. El IAE del controlador RST-M es menor.



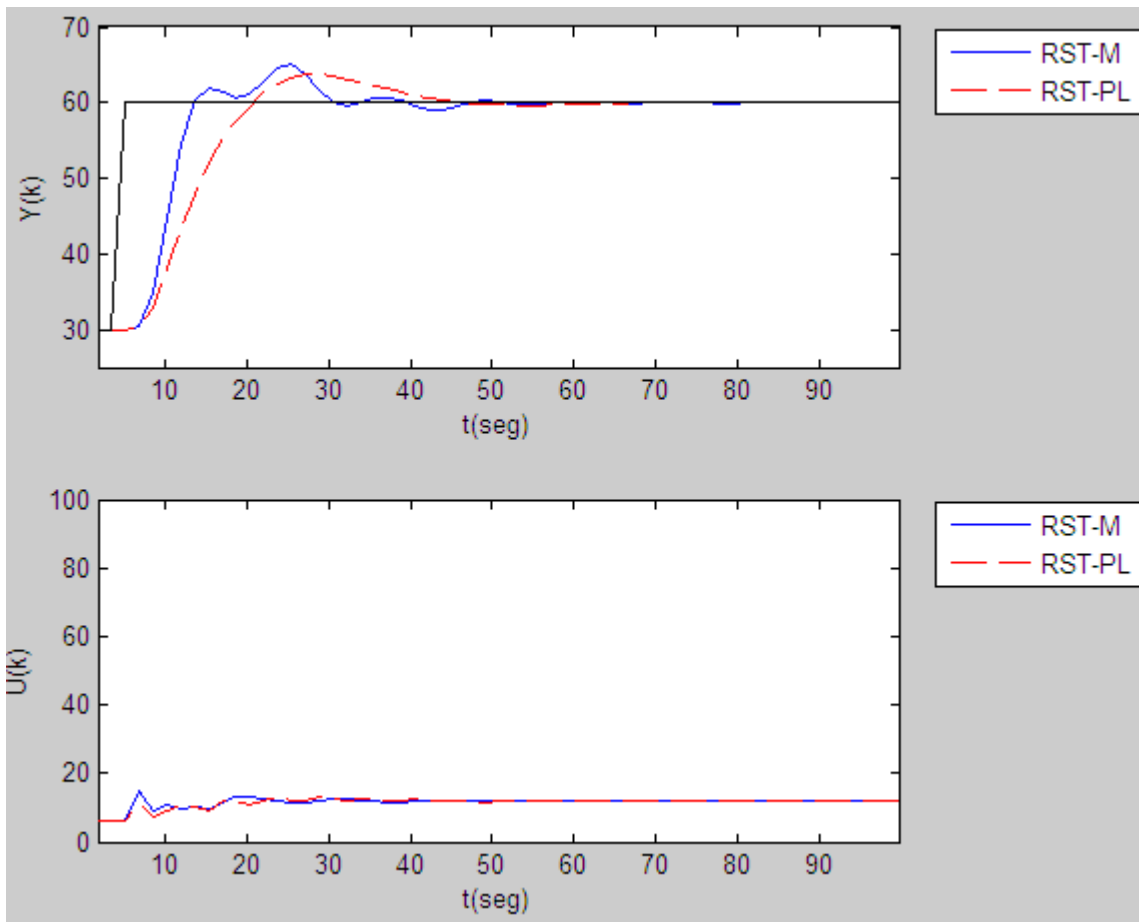


Figura 5 - 30: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en K.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	230.06	317.52
<b>Ts (seg)</b>	40.60	50.75
<b>Mp(%)</b>	16.66	12.66

Tabla 5 - 26: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en K.

La Figura 5 - 31 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 27 se muestran los índices de desempeño. Al observar las gráficas vemos como la respuesta del controlador RST-M es mejor, los índices de desempeño lo confirman. En el tiempo de establecimiento pasa algo similar al caso de la variación en el tiempo muerto: la banda de tolerancia es mayor para el controlador RST-PL por lo cual el tiempo de establecimiento es menor, pero observando la gráfica se confirma que el tiempo de establecimiento del controlador RST-M es igual o mejor que el del controlador RST-PL.

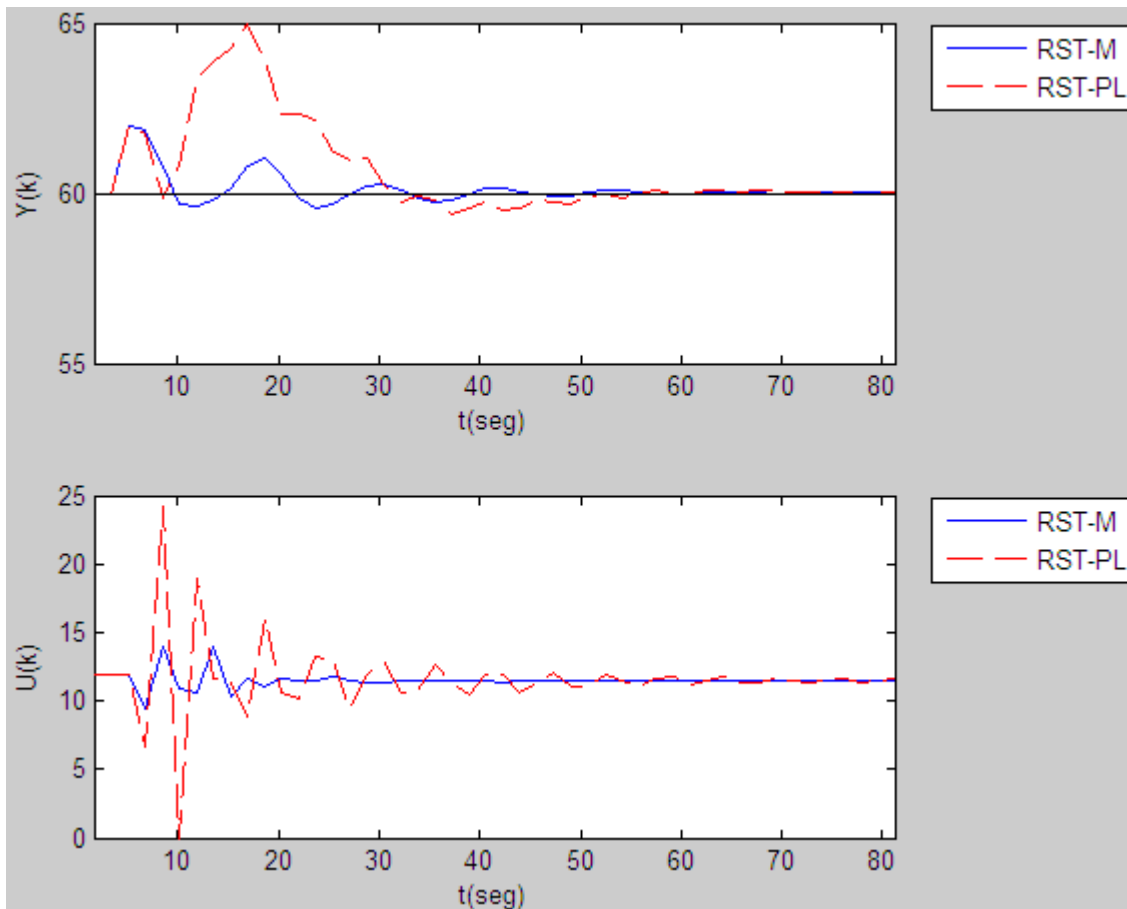


Figura 5 - 31: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en K.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	19.12	67.33
<b>Ts (seg)</b>	54.13	49.05
<b>Amplitud</b>	2.45	5.58

Tabla 5 - 27: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en K.

#### 5.4.4. Variación paramétrica de 150% más en constante de amortiguamiento del modelo 11

Se varió el valor de la constante de amortiguamiento  $\zeta$  del modelo 11, de 0.2 a 0.5. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 32 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 28 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más rápido en su respuesta, pero tiene un mayor sobretiro, aunque este es mínimo. Dicho sobretiro hace que el tiempo de establecimiento sea un poco mayor que el del controlador RST-PL. Al ser más rápido, su IAE es menor con respecto al controlador RST-PL.

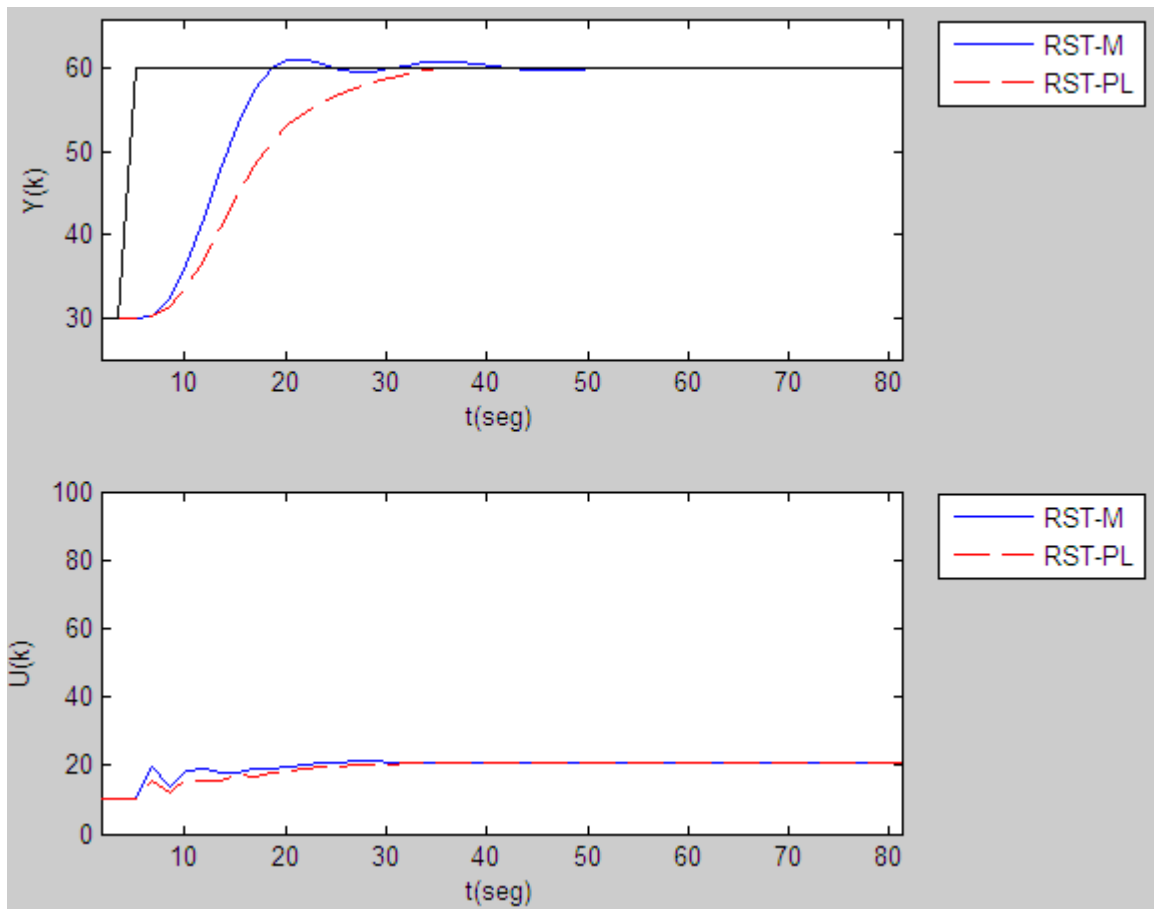


Figura 5 - 32: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en  $\zeta$ .

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	266.94	371.32
<b>Ts (seg)</b>	33.83	27.06
<b>Mp(%)</b>	3.33	0.67

Tabla 5 - 28: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en  $\zeta$ .

La Figura 5 - 33 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 29 se muestran los índices de desempeño. Al observar las gráficas y los indicadores vemos que la respuesta del controlador RST-M es mejor, siendo más rápida y con un menor IAE.

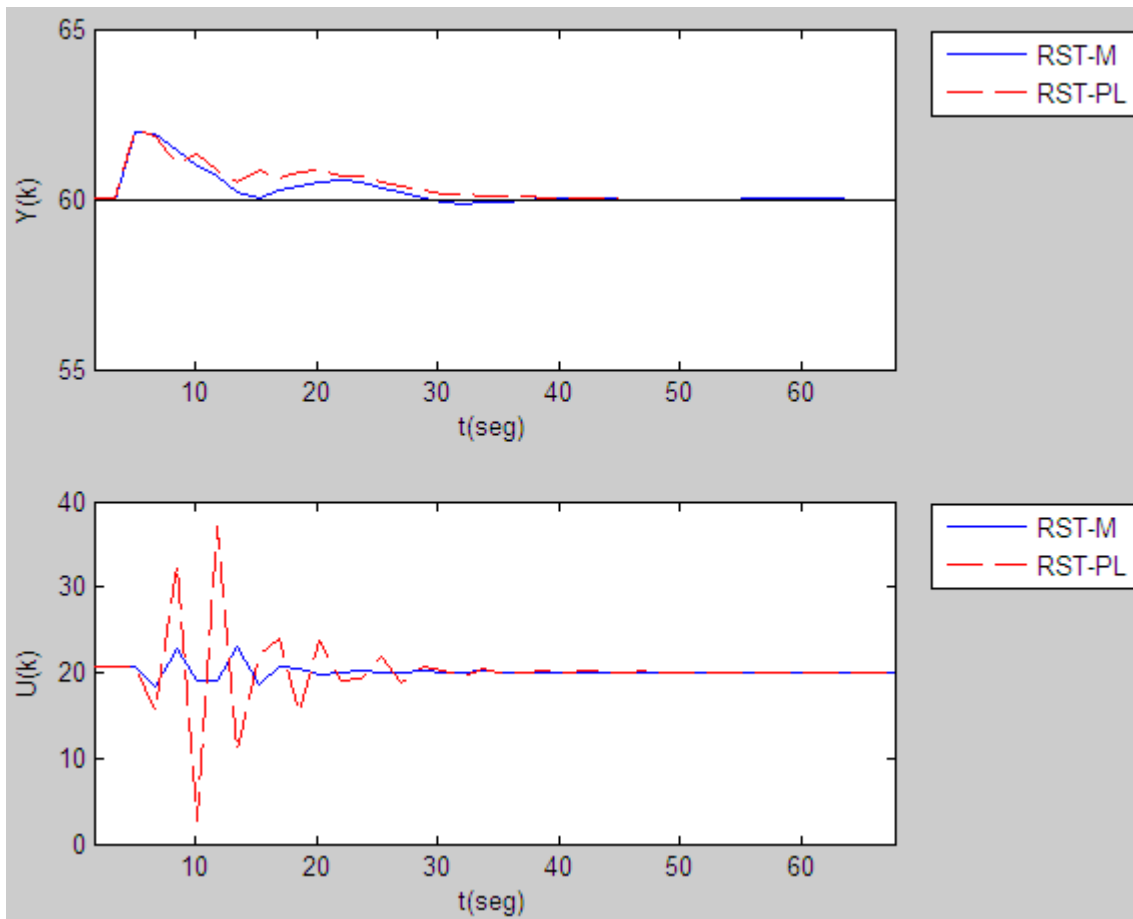


Figura 5 - 33: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en  $\zeta$ .

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	17.90	23.79
<b>Ts (seg)</b>	30.45	33.83
<b>Amplitud</b>	2.12	2.01

Tabla 5 - 29: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en  $\zeta$ .

#### 5.4.5. Variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada del modelo 10

Se varió el valor de la frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n$  del modelo 10, de 0.25 a 0.3. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 34 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 30 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa que el controlador RST-M es más rápido, teniendo un menor tiempo de establecimiento (mínimo, pero menor) pero con un pequeño sobretiro.

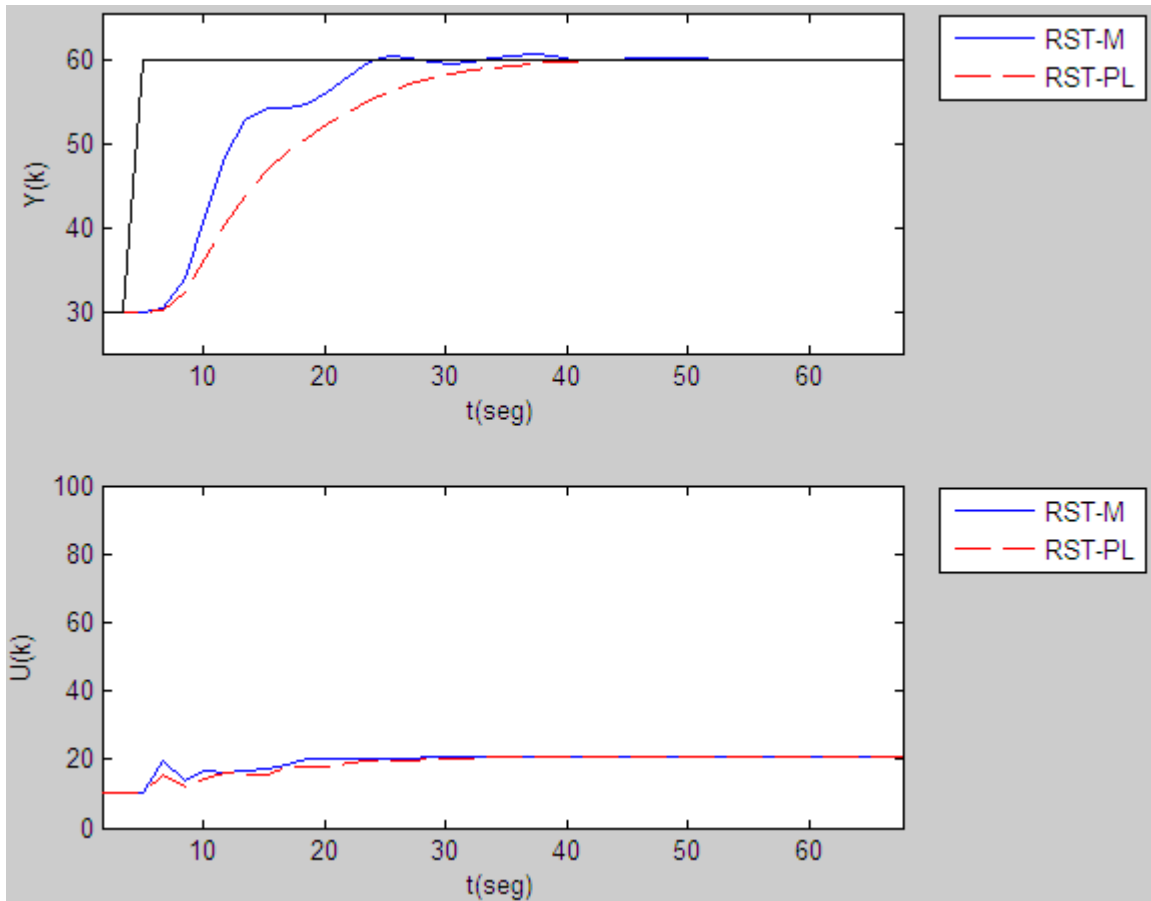


Figura 5 - 34: Seguimiento en el modelo de cuarto orden, variación en  $\omega_n$ .

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	254.25	363.53
<b>Ts (seg)</b>	32.14	33.83
<b>Mp(%)</b>	1.66	0

Tabla 5 - 30: Índices de desempeño en seguimiento, modelo cuarto orden, variación en  $\omega_n$ .

La Figura 5 - 35 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 31 se muestran los índices de desempeño. Al observar las gráficas y los indicadores vemos que las dos respuestas son parecidas, pero el tiempo de establecimiento es menor en el controlador RST-PL. Sin embargo, el IAE del controlador RST-M es más pequeño una vez más.

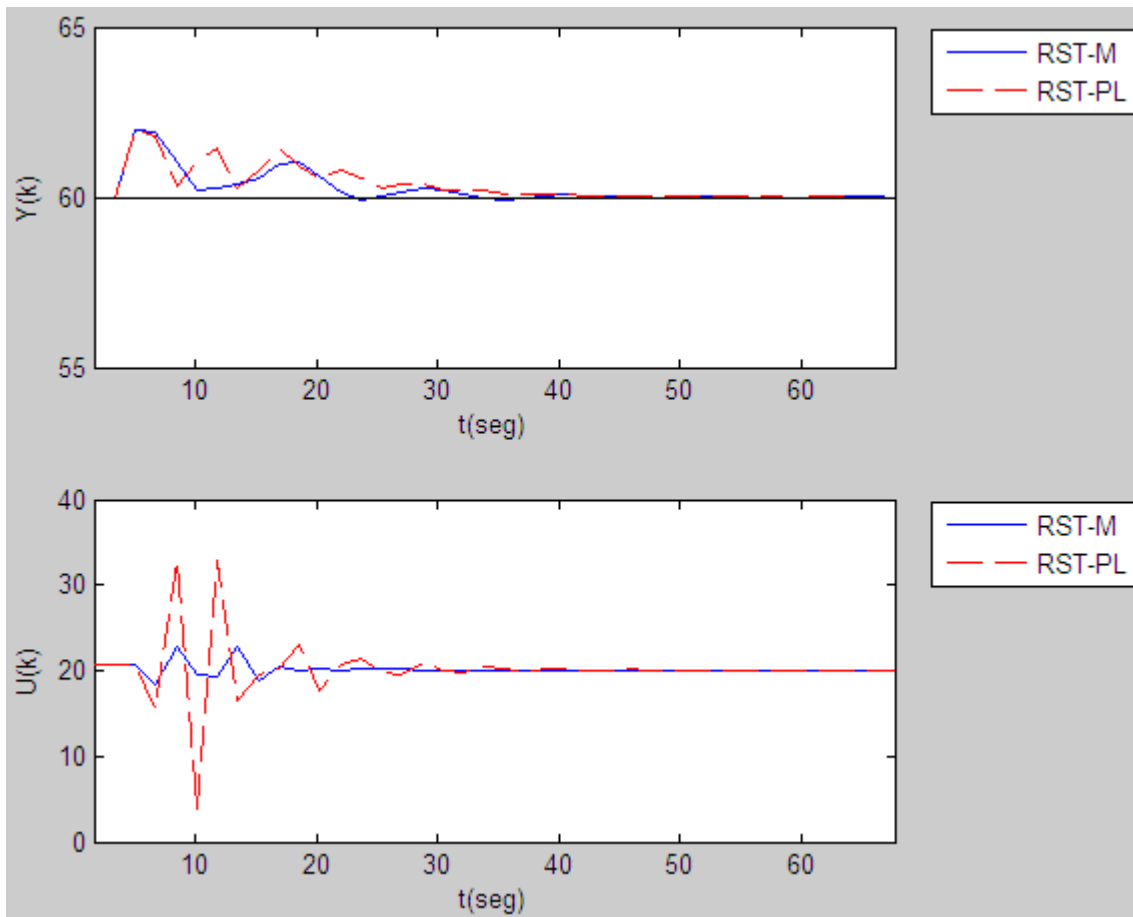


Figura 5 - 35: Regulación en el modelo de cuarto orden, variación en  $\omega_n$ .

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	17.59	23.53
<b>Ts (seg)</b>	42.29	35.52
<b>Amplitud</b>	2.09	2

Tabla 5 - 31: Índices de desempeño en regulación, modelo cuarto orden, variación en  $\omega_n$ .

Con esto se concluyen las pruebas para el modelo de cuarto orden, sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores. La Figura 5 - 36 muestra los diagramas de Bode para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 6 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo. Se observa como ambos controladores dejan el Bode un poco fuera de los límites del margen de retraso igual a un periodo de muestreo, más el controlador RST-PL. Muy probablemente por esto es que el controlador RST-PL no se comportó tan bien ante una perturbación con esta variación de tiempo muerto.

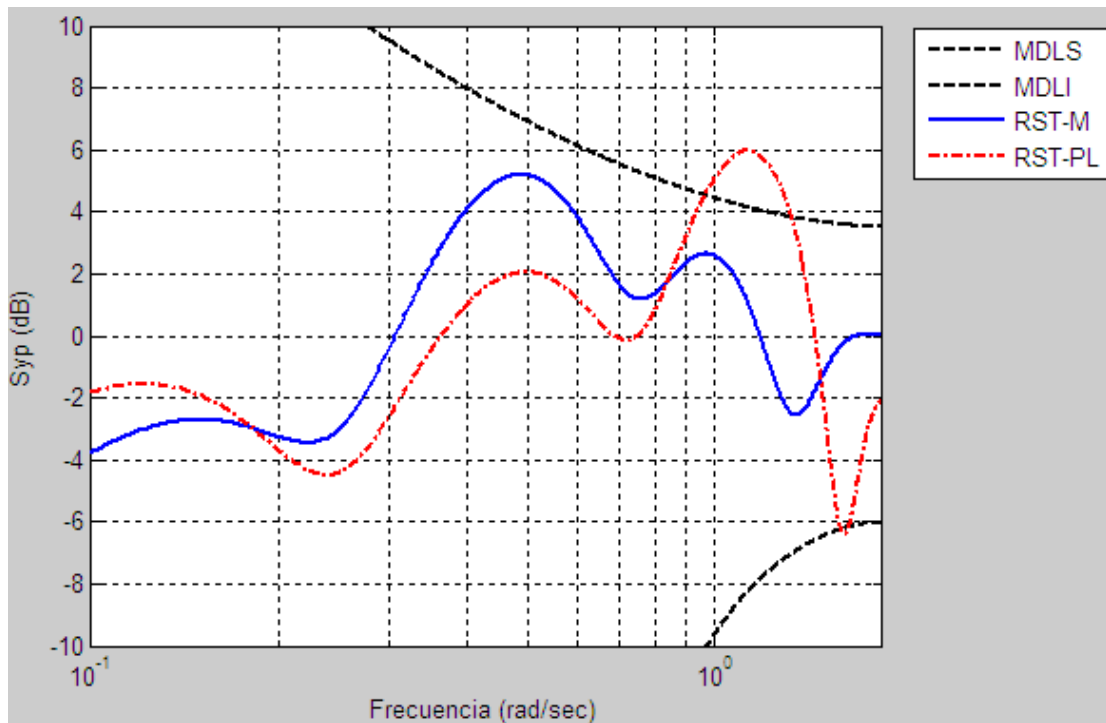


Figura 5 - 36: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo nominal.

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo nominal.

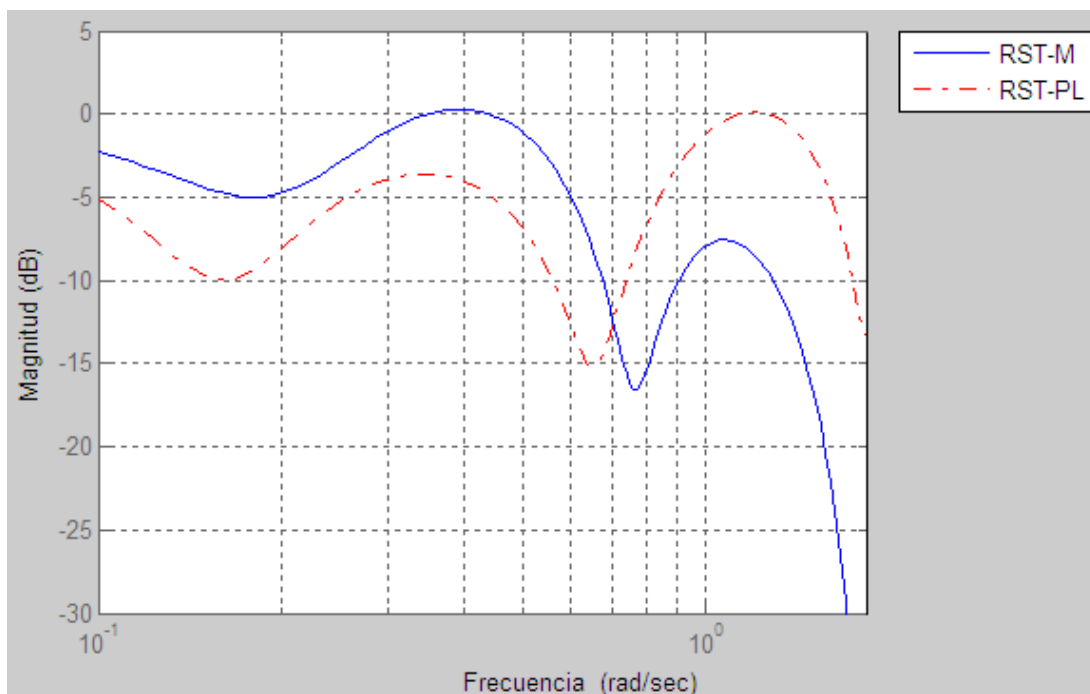


Figura 5 - 37: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo nominal.

## 5.5. Procesos de fase no mínima en simulación

Un proceso de fase no mínima es aquel que cuenta con ceros inestables (del lado derecho del plano  $s$ ). Dichos procesos son más difíciles de controlar por los ceros inestables. El siguiente modelo corresponde al modelo de una estación de temperatura en cascada con un controlador no convencional para así dar un modelo de segundo orden con un cero inestable. Dicho proceso fue generado por otro estudiante de maestría para hacer pruebas de control adaptivo-predictivo. La estructura del modelo es la siguiente:

$$G(s) = \frac{K[-\omega_n(s-\omega_n)]e^{-t_0s}}{s^2+2\zeta\omega_ns+\omega_n^2} \quad (5.23)$$

Las pruebas a realizar con el proceso de fase no mínima son similares a las realizadas anteriormente. Se tendrá un modelo nominal y se variarán todos los parámetros del modelo probando la robustez de los controladores ante cada nuevo modelo. Se tienen 6 modelos: un modelo nominal y 5 modelos para probar la robustez. Los modelos a simular se muestran en la Tabla 5 - 32.

Modelo	K	$\zeta$	$\omega_n$	$t_0$
<b>12</b>	1	1.875	0.25	1
<b>13</b>	1.5	1.875	0.25	1
<b>14</b>	1	4.6875	0.25	1
<b>15</b>	1	1.875	0.3	1
<b>16</b>	1	1.875	0.25	3
<b>17</b>	1	1.875	0.25	2

Tabla 5 - 32: Modelos de fase no mínima a simular.

El modelo nominal es el primero en la Tabla 5 - 32, y los otros 5 son los modelos usados para las pruebas de robustez. El modelo 13 representa un 50% más de ganancia, el modelo 14 un 150% más de razón de amortiguamiento, el modelo 15 un 20% más de frecuencia natural no amortiguada, el modelo 16 un 200% más de tiempo muerto y el modelo 17 un 100% más de tiempo muerto.

En la Figura 5 - 38 se muestran los diagramas de Bode de 5 de los modelos de fase no mínima. Se omite el modelo 16 porque como se verá más adelante, la prueba reportada con índices de desempeño para una variación de tiempo muerto, se hizo con el modelo 17. Estos diagramas de Bode están contruidos a partir de los modelos discretos, no continuos, con el periodo de muestreo respectivo, el cual se indica más adelante.



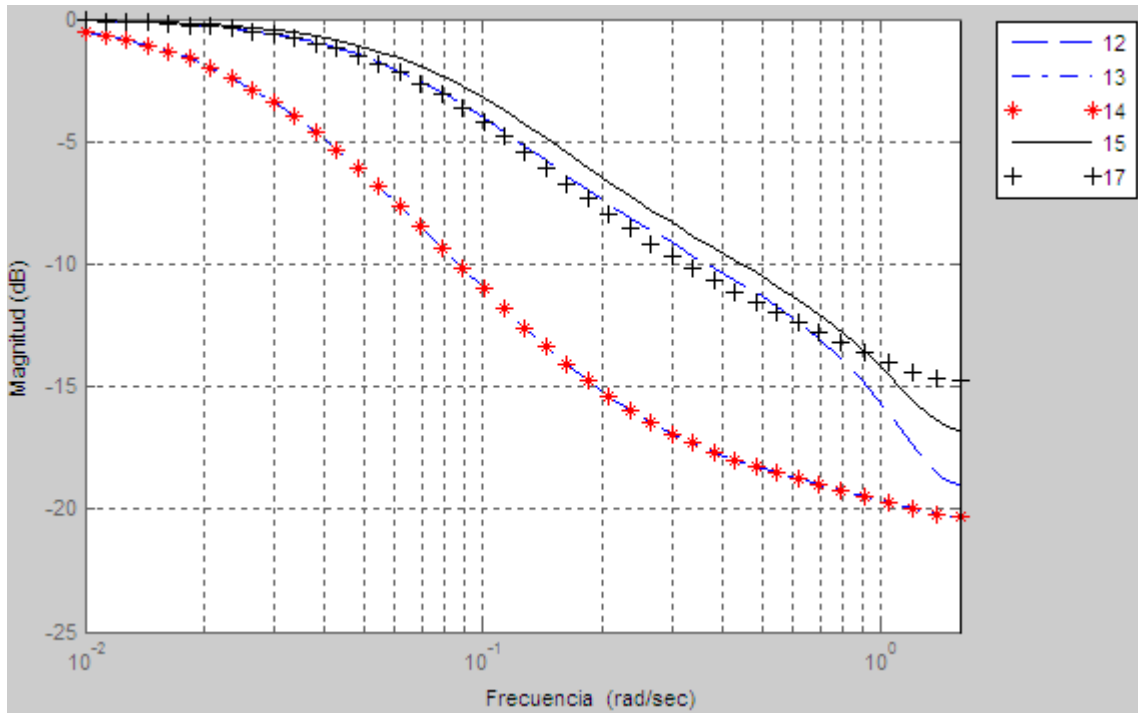


Figura 5 - 38: Diagramas de Bode para los modelos de fase no mínima.

Para diseñar los controladores se propondrán índices de desempeño y un criterio de robustez para Syp. Cabe mencionar que en esta ocasión, no se ejecutará todo el algoritmo de diseño, únicamente la parte del algoritmo de diseño del controlador robusto. El periodo de muestreo es igual a 2 segundos y es un periodo proporcionado de antemano. Los índices de desempeño usados son los de un modelo de segundo orden con 0% de sobretiro y un tiempo de establecimiento de 10 segundos. Con estos índices de desempeño se obtienen los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n$  que usará el algoritmo de diseño al proponer polos de lazo cerrado. Recordar que el algoritmo fija el valor de  $\zeta$  e itera reduciendo el valor de  $\omega_n$ . El valor de  $\omega_n$  mencionado servirá como punto de partida para el diseño del controlador robusto, el criterio de robustez en esta ocasión se fijó en 8 dB y no en 6. Con estos índices de desempeño se tienen los siguientes valores:

$$\omega_u = \omega_n = 0.4; \zeta = 1 \quad (5.24)$$

### 5.5.1. Modelo 12 (Modelo Nominal)

Con el periodo de muestreo proporcionado y el valor de  $\omega_n$  propuesto para comenzar el diseño automático del controlador, se tiene que:

$$Gp(z^{-1}) = \frac{-0.1373z^{-1} + 0.1784z^{-2} + 0.06956z^{-3}}{1 - 1.043z^{-1} + 0.1534z^{-2}} \quad T_{\text{óptimo}} = 2 \text{ segundos. } \omega_u = 0.4 \text{ r/s.}$$

Con estos datos se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores. Los controladores diseñados se muestran a continuación:

*Diseño RST-M*

$$R = 3.6478 - 1.4005z^{-1} - 1.7263z^{-2} + 1.7341z^{-3} - 1.3863z^{-4} + 0.2015z^{-5} \quad (5.25)$$

$$S = 1 + 0.1131z^{-1} - 0.2539z^{-2} - 0.5987z^{-3} + 0.0581z^{-4} - 0.2272z^{-5} - 0.0914z^{-6} \quad (5.26)$$

$$T = 1.0704 \quad (5.27)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.2429r/s.

*Diseño RST-PL*

$$R = 6.0609 - 6.1049z^{-1} + 0.9066z^{-2} \quad (5.28)$$

$$S = 1 + 0.4938z^{-1} - 1.0815z^{-2} - 0.4113z^{-3} \quad (5.29)$$

$$T = 0.8626 \quad (5.30)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.1848 r/s.

**Análisis de comportamiento ante el modelo nominal**

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30\%$ , se hizo un cambio en referencia de 30% a 60%, una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 39 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación. Se observa como la respuesta del controlador RST-M es más rápida. En la Tabla 5 - 33 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores.

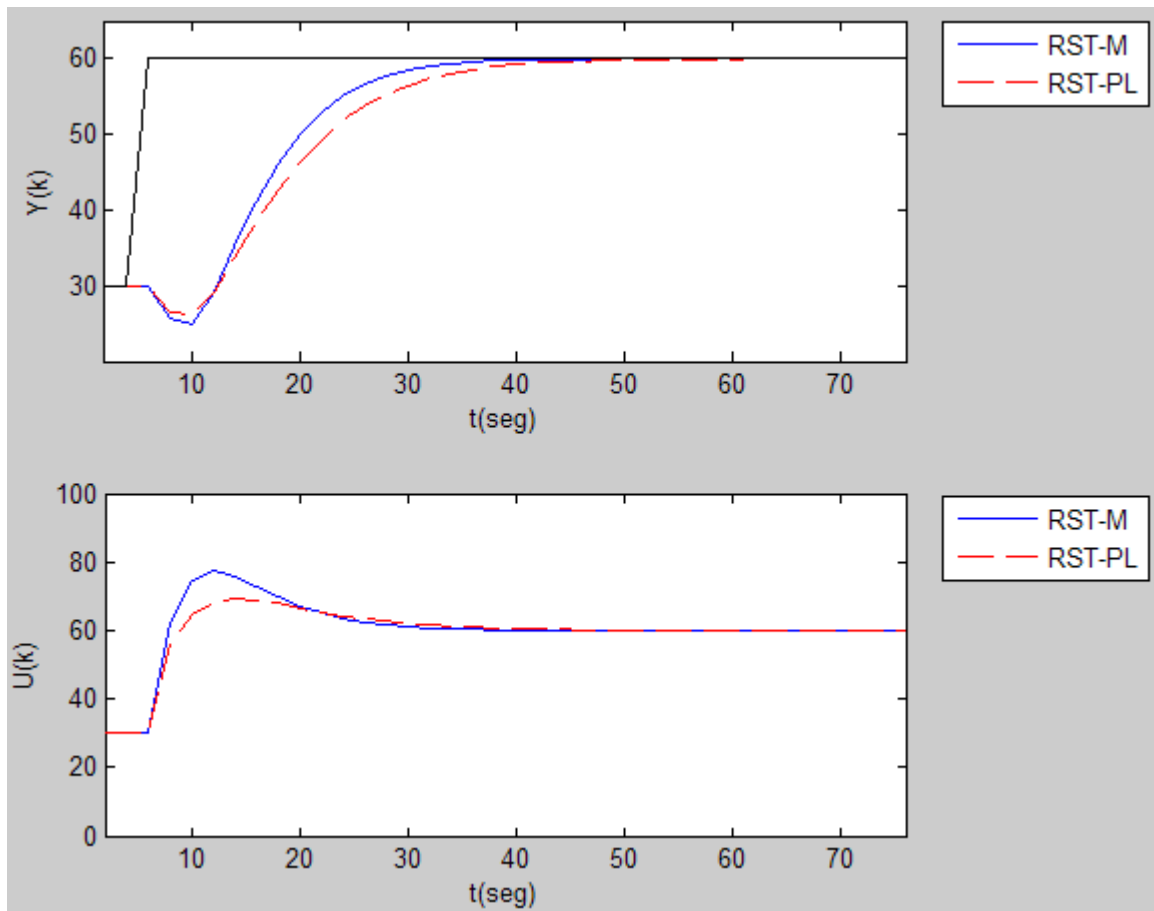


Figura 5 - 39: Seguimiento en el modelo 12.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	438.97	500.61
<b>Ts (seg)</b>	28	34
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 33: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 12.

La Figura 5 - 40 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 34 se muestran los índices de desempeño. Las respuestas son parecidas, pero la amplitud es menor en el controlador RST-M y el IAE del controlador RST-PL es menor.

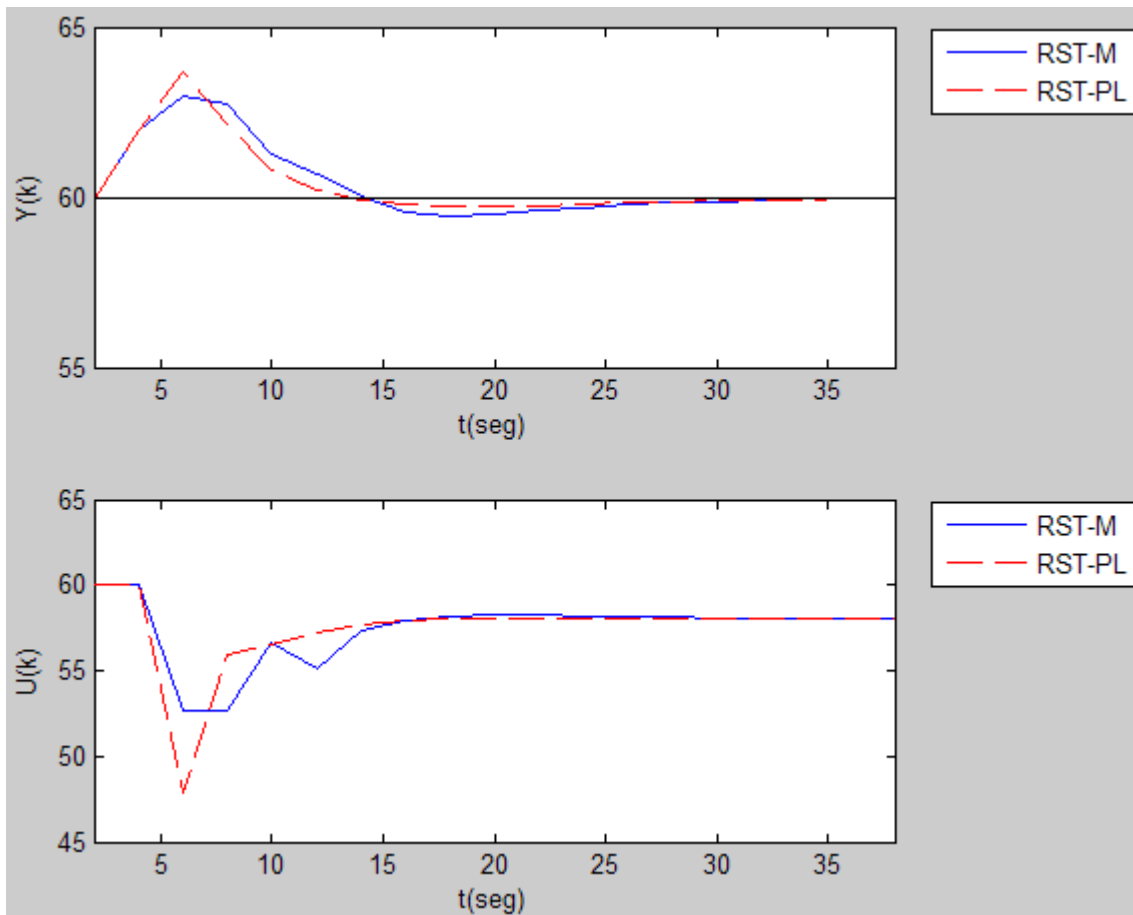


Figura 5 - 40: Regulación en el modelo 12.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	25.28	21.68
<b>Ts (seg)</b>	28	28
<b>Amplitud</b>	3.53	3.94

Tabla 5 - 34: Índices de desempeño en regulación, modelo 12.

### 5.5.2. Modelo 13 (variación paramétrica del 50% más en ganancia)

Se varió el valor de la ganancia  $K$  de 1 a 1.5, cambiando del modelo 12 al modelo 13 en la Tabla 5 - 32. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 41 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 35 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como el controlador RST-M es más agresivo, pero eso se refleja en oscilaciones más grandes y un mayor sobretiro. Aquí se observa algo similar o lo observado al variar la ganancia en el modelo de cuarto orden.

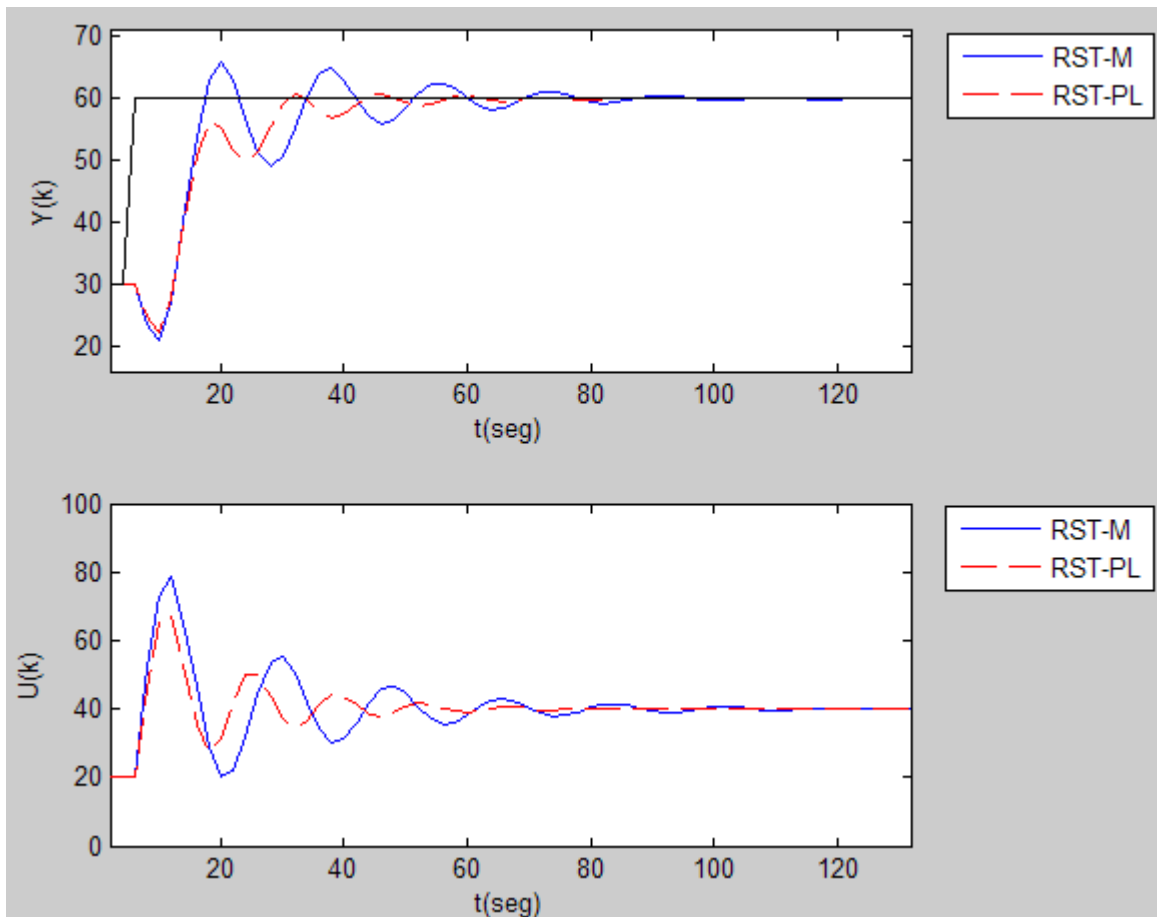


Figura 5 - 41: Seguimiento en el modelo 13.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	521.28	446.98
<b>Ts (seg)</b>	78	48
<b>Mp(%)</b>	19.80	2.43

Tabla 5 - 35: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 13.

La Figura 5 - 42 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 36 se muestran los índices de desempeño. La amplitud es una vez más menor con el controlador RST-M, pero su tiempo de establecimiento es mayor así como su IAE.

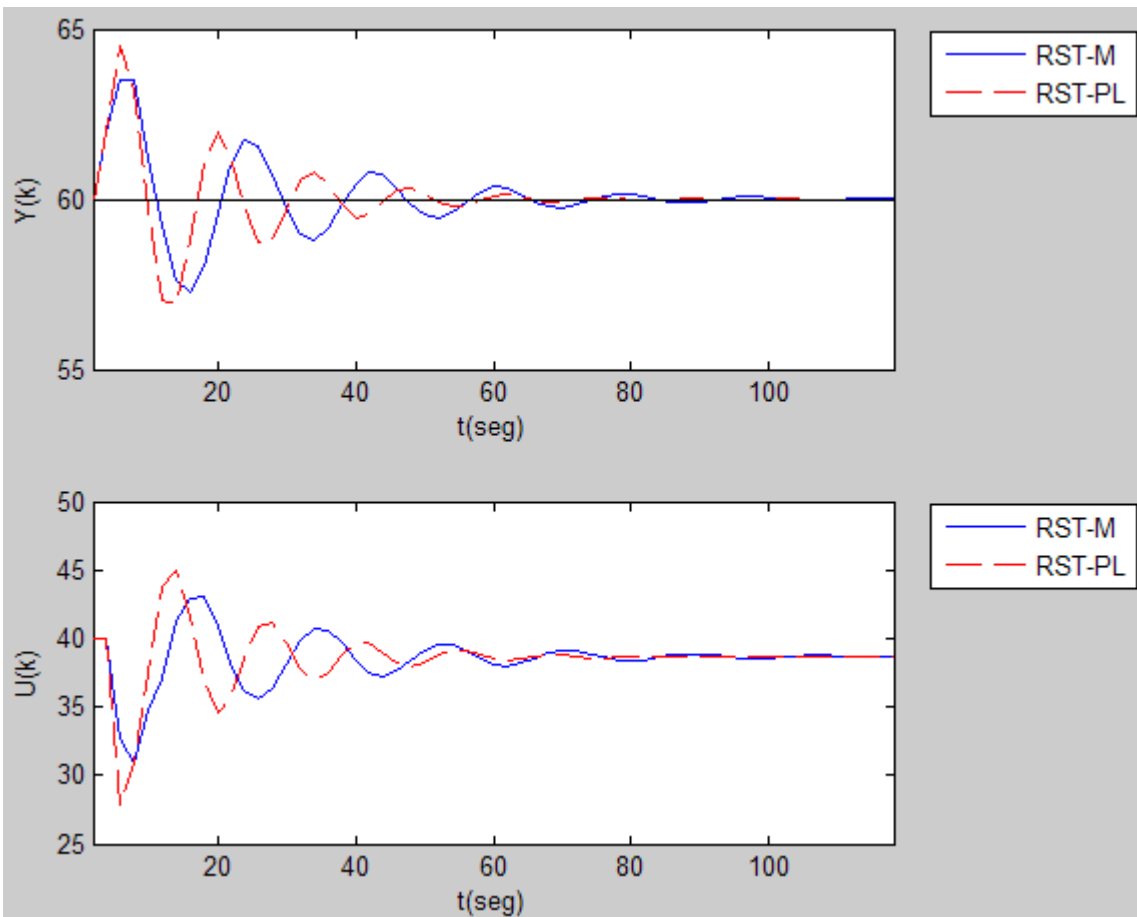


Figura 5 - 42: Regulación en el modelo 13.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	68.29	59.30
<b>Ts (seg)</b>	74.00	52.00
<b>Amplitud</b>	6.25	7.61

Tabla 5 - 36: Índices de desempeño en regulación, modelo 13.

### 5.5.3. Modelo 14 (variación paramétrica del 150% más en constante de amortiguamiento)

Se varió el valor de la constante de amortiguamiento  $\zeta$  de 1.875 a 4.6875, cambiando del modelo 12 al modelo 14 en la Tabla 5 - 32. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 43 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 37 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. Se observa como ambas respuestas son muy parecidas, al observar los índices de desempeño se corrobora esto.

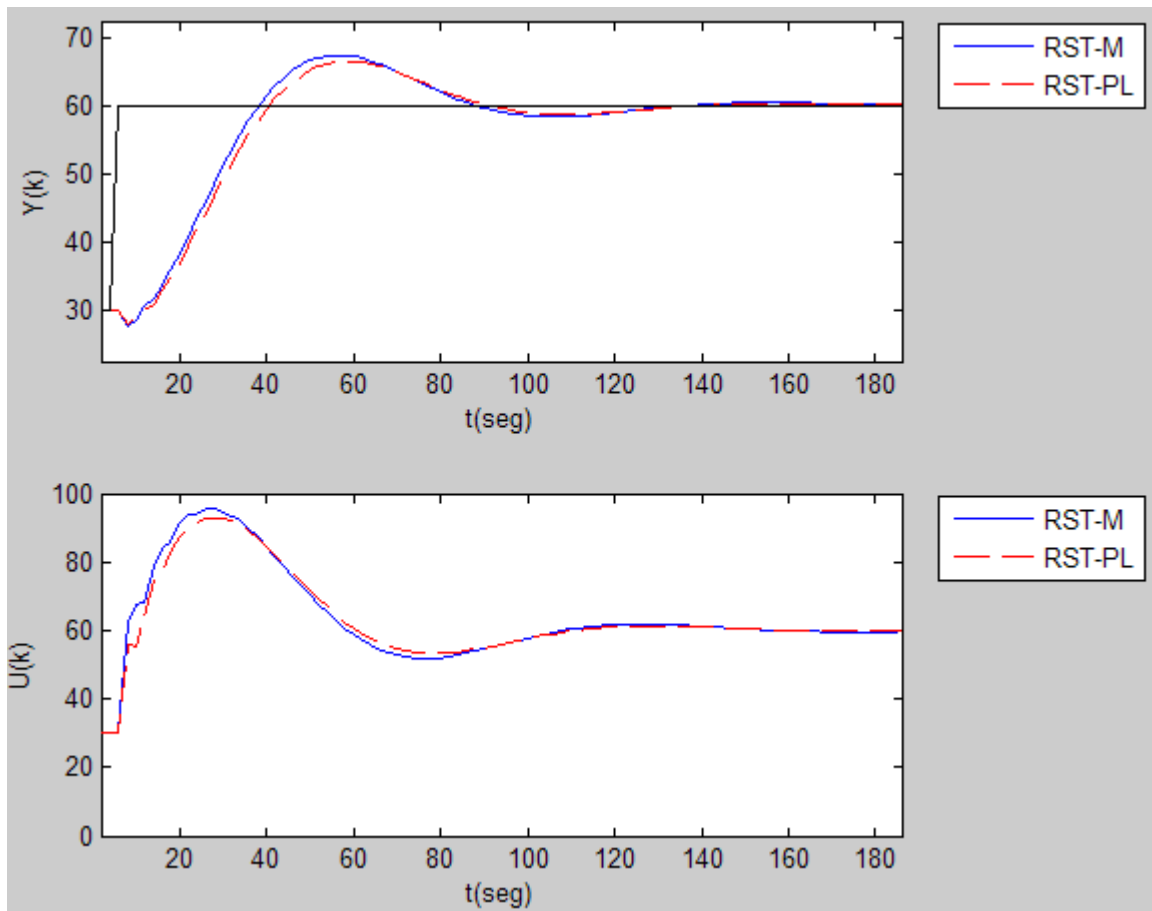


Figura 5 - 43: Seguimiento en el modelo 14.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	900.1	898.53
<b>Ts (seg)</b>	120	120
<b>Mp(%)</b>	24.50	21.33

Tabla 5 - 37: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 14.

La Figura 5 - 44 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 38 se muestran los índices de desempeño. La amplitud es menor en el controlador RST-M, pero su IAE es un poco mayor que el del controlador RST-PL.

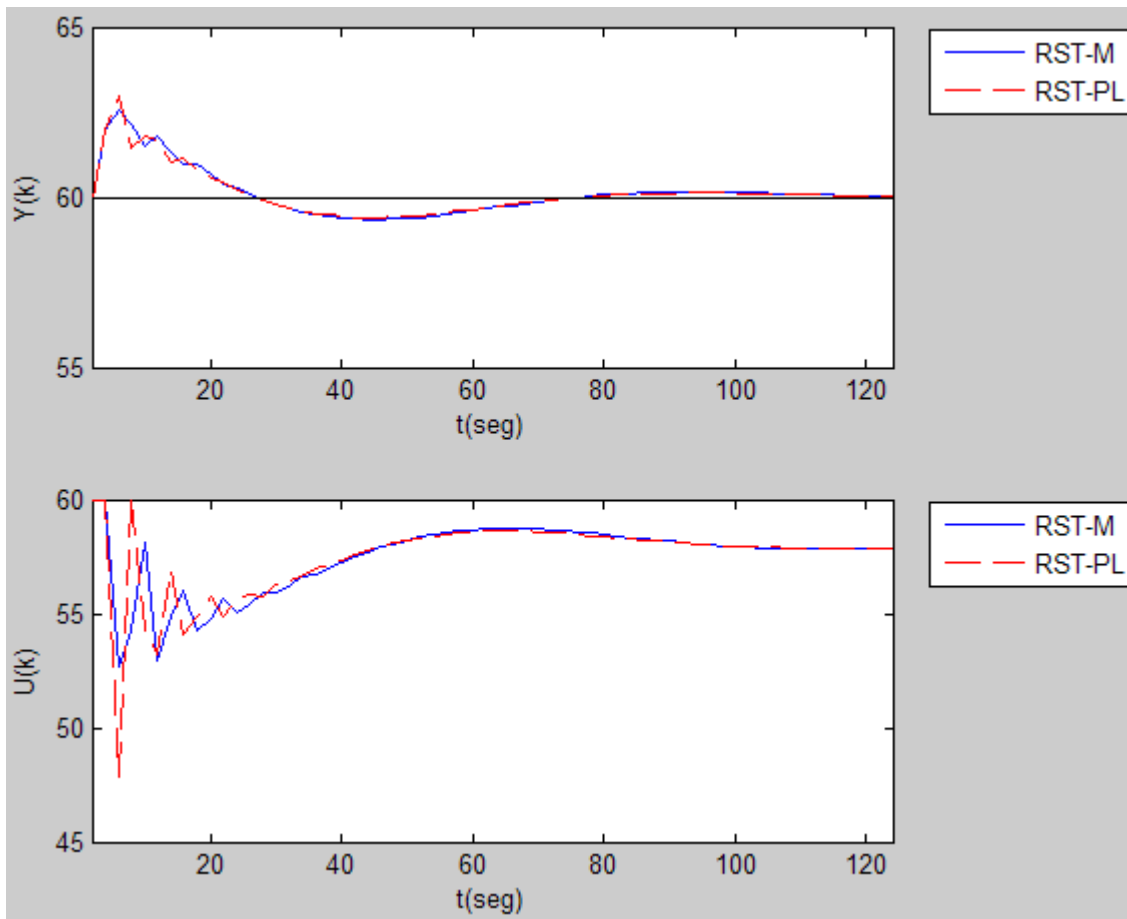


Figura 5 - 44: Regulación en el modelo 14.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	53.43	49.63
<b>Ts (seg)</b>	68	68
<b>Amplitud</b>	3.23	3.55

Tabla 5 - 38: Índices de desempeño en regulación, modelo 14.

#### 5.5.4. Modelo 15 (variación paramétrica del 20% más en frecuencia natural no amortiguada)

Se varió el valor de la frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n$  de 0.25 a 0.3, cambiando del modelo 12 al modelo 15 en la Tabla 5 - 32. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 45 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 39 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. El controlador RST-M fue mejor tanto en tiempo de establecimiento como en IAE que el controlador RST-PL.



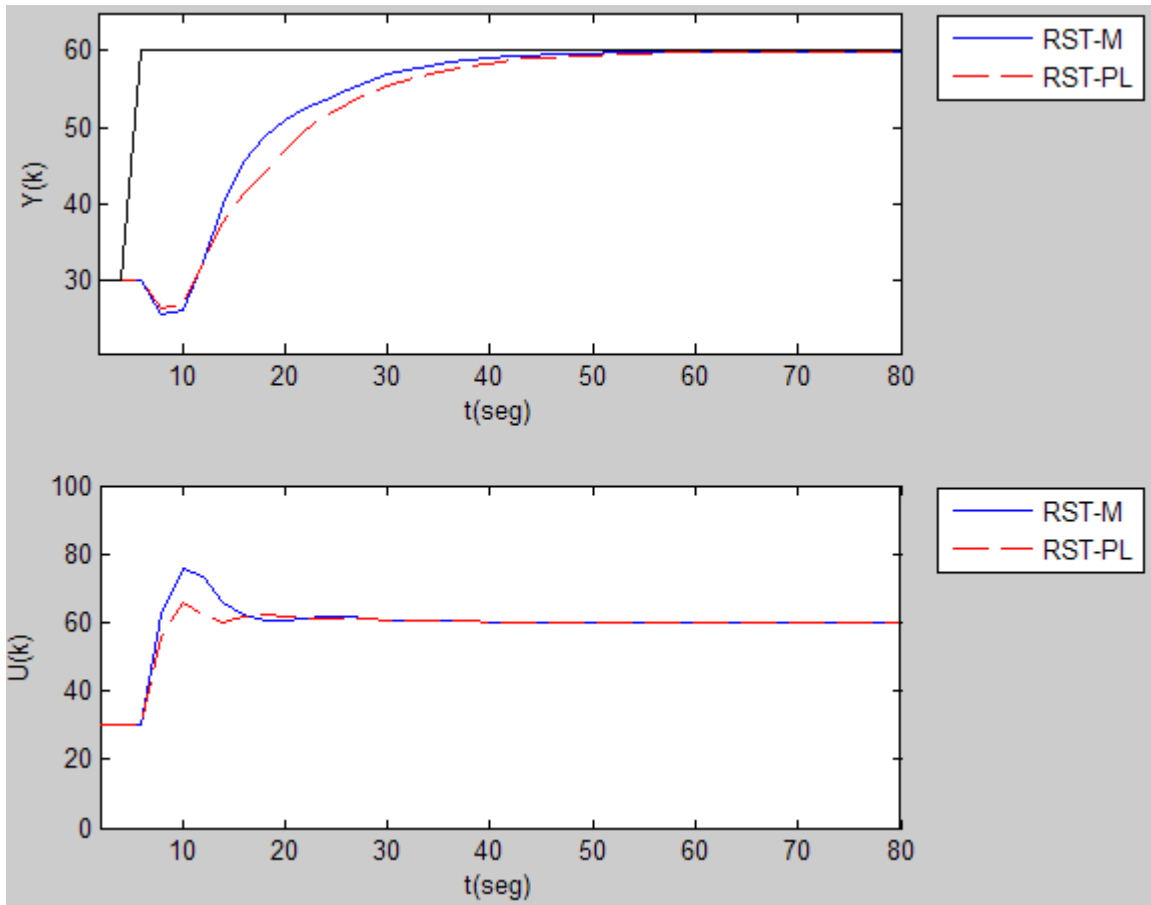


Figura 5 - 45: Seguimiento en el modelo 15.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	438.92	500.58
<b>Ts (seg)</b>	38	42
<b>Mp(%)</b>	0	0

Tabla 5 - 39: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 15.

La Figura 5 - 46 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 40 se muestran los índices de desempeño. La amplitud es menor en el controlador RST-M, pero su IAE es un poco mayor que el del controlador RST-PL.

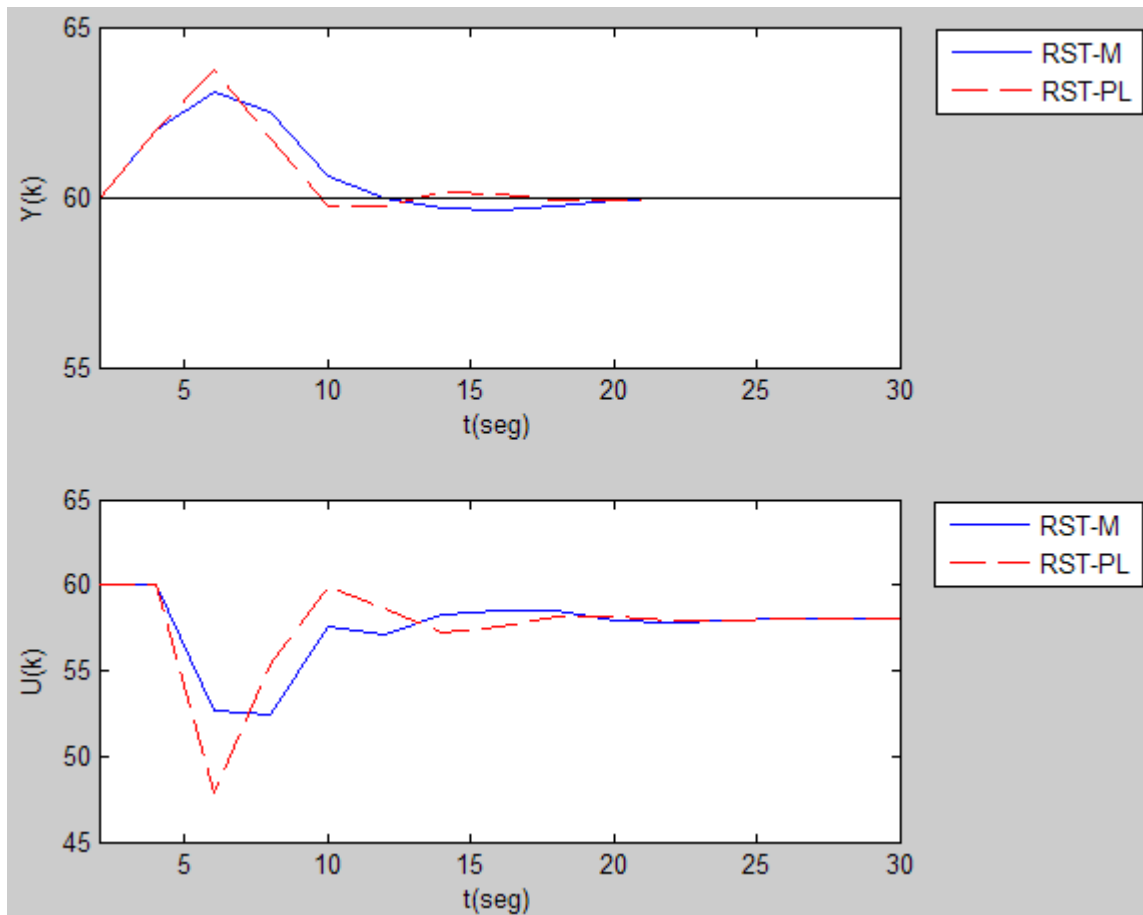


Figura 5 - 46: Regulación en el modelo 15.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	19.16	17.58
<b>Ts (seg)</b>	16	16
<b>Amplitud</b>	3.45	4.03

Tabla 5 - 40: Índices de desempeño en regulación, modelo 15.

### 5.5.5. Modelo 16 (variación paramétrica del 200% más en tiempo muerto, un periodo de muestreo)

Se varió el valor del tiempo muerto  $t_0$  de 1 a 3, cambiando del modelo 12 al modelo 16 en la Tabla 5 - 32. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación. En ambos casos, las respuestas se salen de control, esto se puede observar en la Figura 5 - 47 y la Figura 5 - 48. No se cuantifican sus índices de desempeño dado que no tiene caso. Lo que sí cabe observar, es que el controlador RST-M resiente un poco menos la variación paramétrica. Más adelante se observarán los diagramas de Bode, ahí se corroborará que los controladores no cumplen con el margen de retraso de 1 periodo de muestreo.

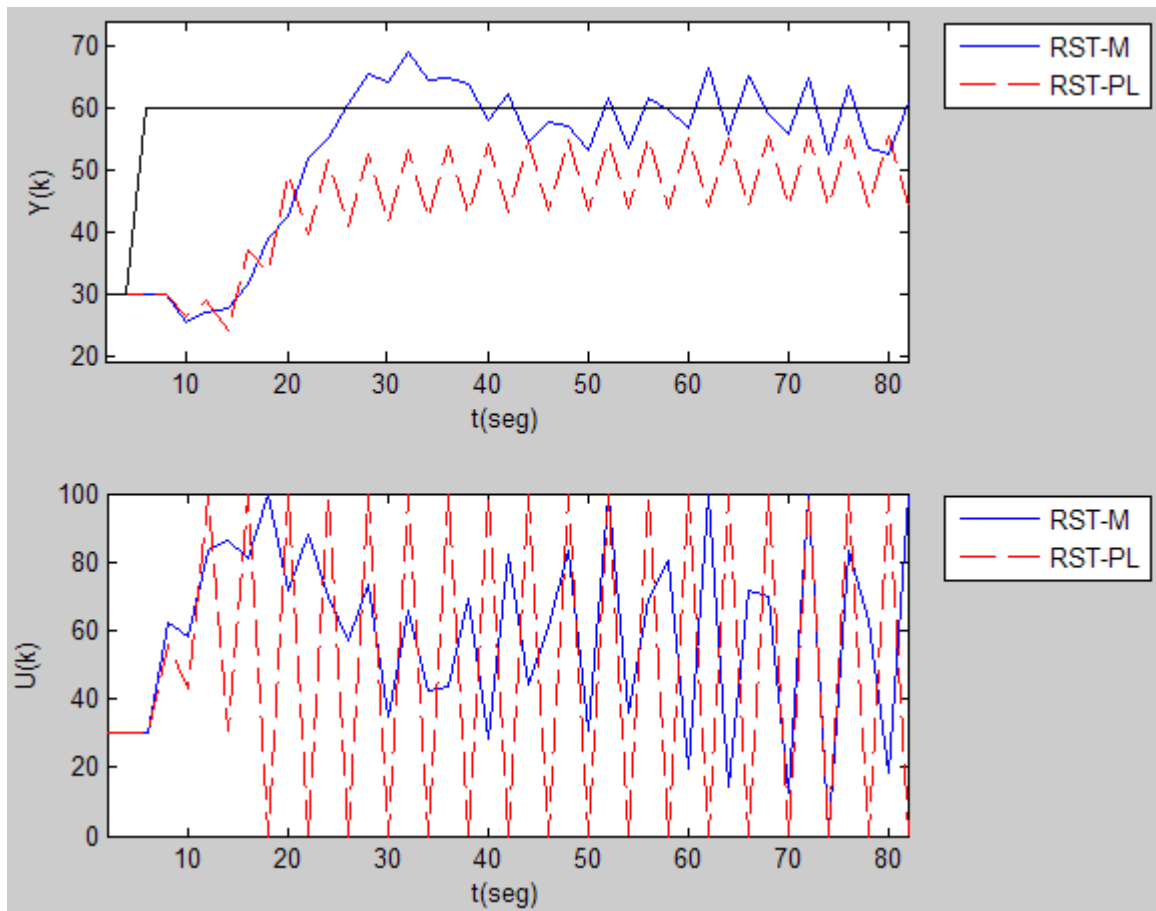


Figura 5 - 47: Seguimiento en el modelo 16.

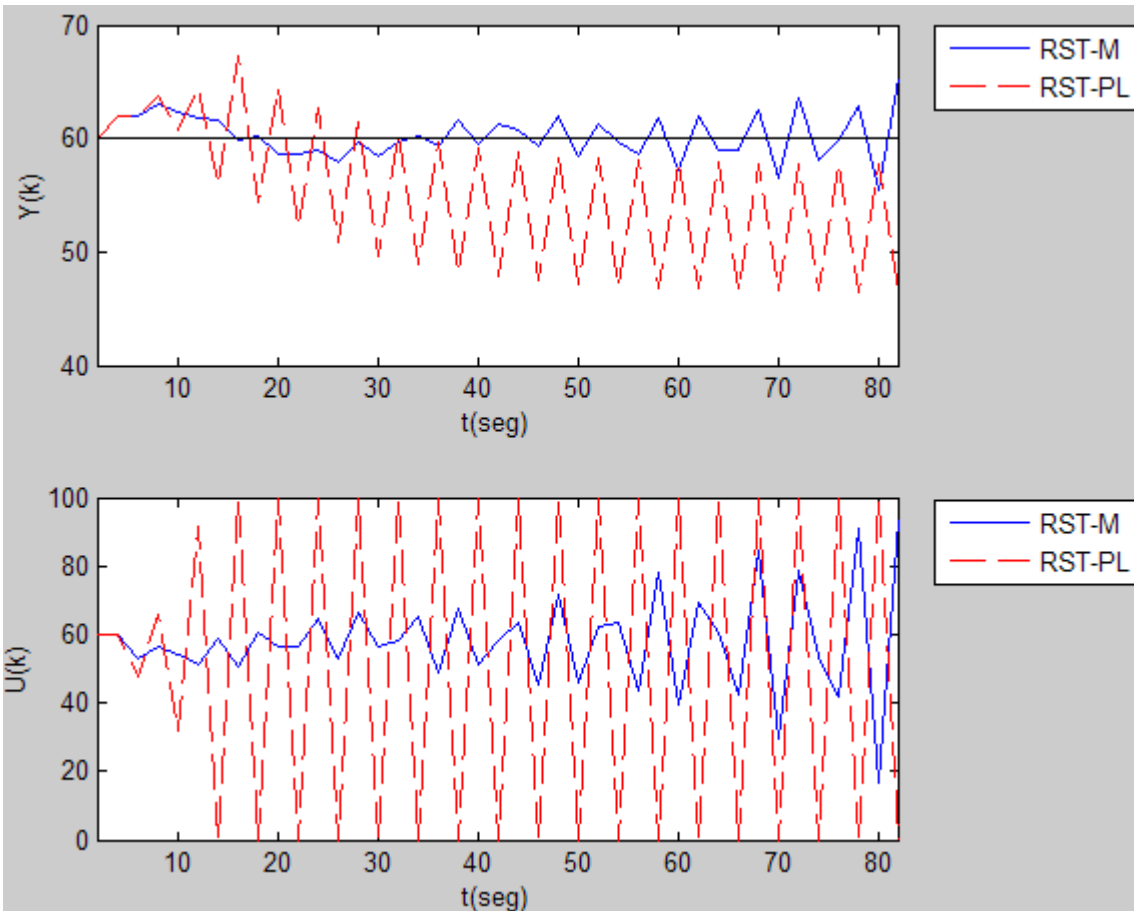


Figura 5 - 48: Regulación en el modelo 16.

### 5.5.6. Modelo 17 (variación paramétrica del 100% más en tiempo muerto, medio periodo de muestreo)

Se varió el valor del tiempo muerto  $t_0$  de 1 a 2, cambiando del modelo 12 al modelo 17 en la Tabla 5 - 32. Esto se hizo para validar la tolerancia a un cambio en tiempo muerto sin salirse de control. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 49 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 41 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. El controlador RST-M soportó mejor la variación, dado que el controlador RST-PL se sale de control y el controlador RST-M sigue controlando.

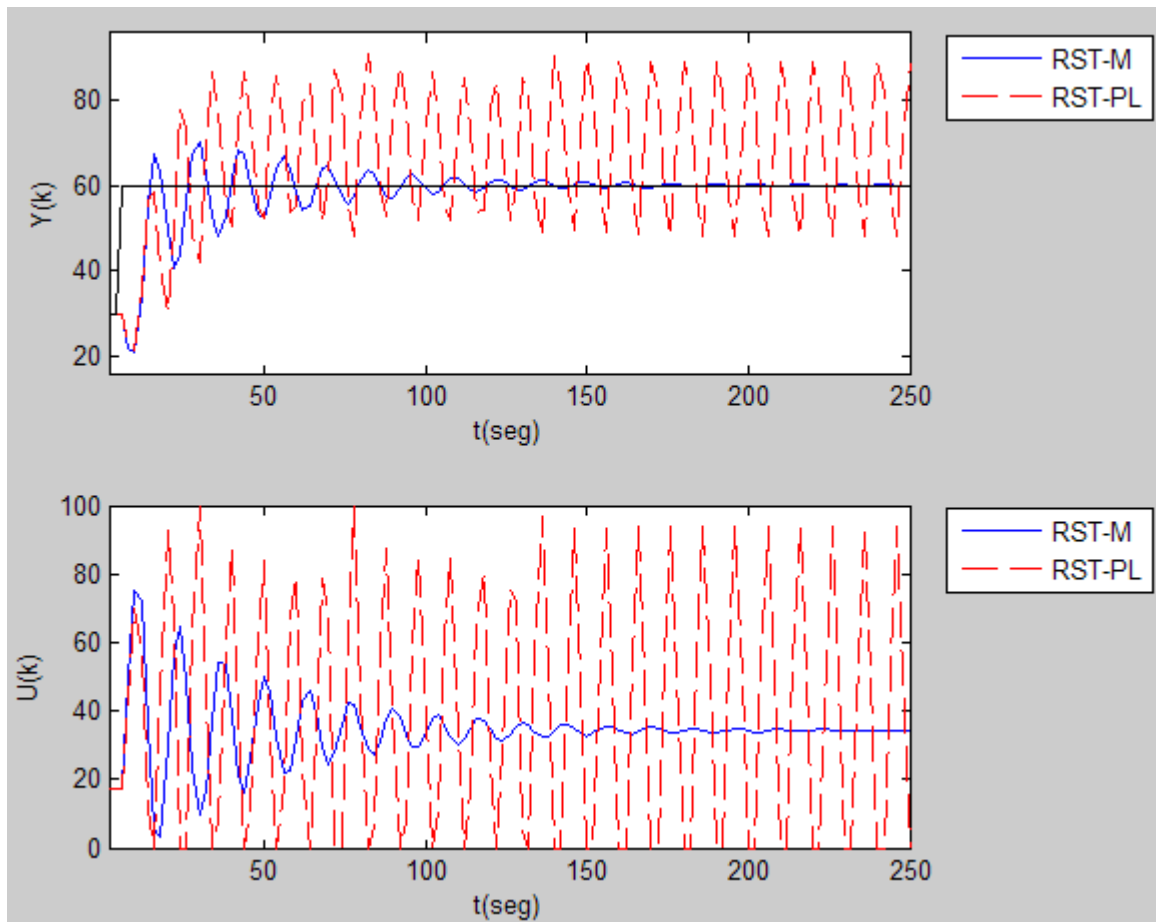


Figura 5 - 49: Seguimiento en el modelo 17.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	753	$\infty$
<b>Ts (seg)</b>	150	$\infty$
<b>Mp(%)</b>	33.2	102

Tabla 5 - 41: Índices de desempeño en seguimiento, modelo 17.

La Figura 5 - 50 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 42 se muestran los índices de desempeño. Sucede algo similar que en seguimiento, el controlador RST-M sigue controlando mientras que el controlador RST-PL se sale de control.

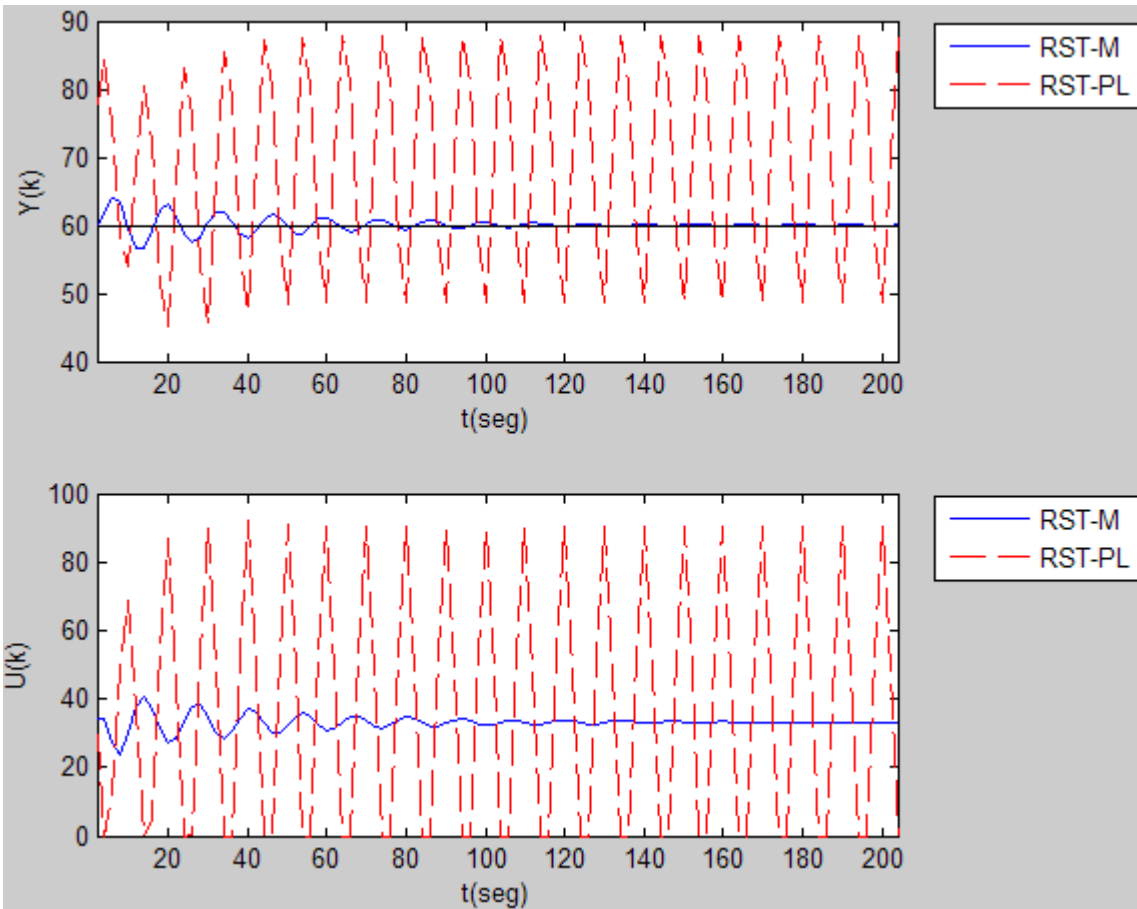


Figura 5 - 50: Regulación en el modelo 17.

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	123.9	$\infty$
<b>Ts (seg)</b>	62	$\infty$
<b>Amplitud</b>	7.36	42.55

Tabla 5 - 42: Índices de desempeño en regulación, modelo 17.

Con esto se concluyen las pruebas para el modelo de fase no mínima, sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores. La Figura 5 - 51 muestra las funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 8 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo. Se observa como ambos controladores dejan el Bode fuera de los límites del margen de retraso igual a un periodo de muestreo, Pero el controlador RST-PL lo deja completamente fuera en altas frecuencias y el controlador RST-M queda fuera mucho menos que el controlador RST-PL. Por esto es que el controlador RST-PL no soportó ninguna de las dos variaciones al tiempo muerto.

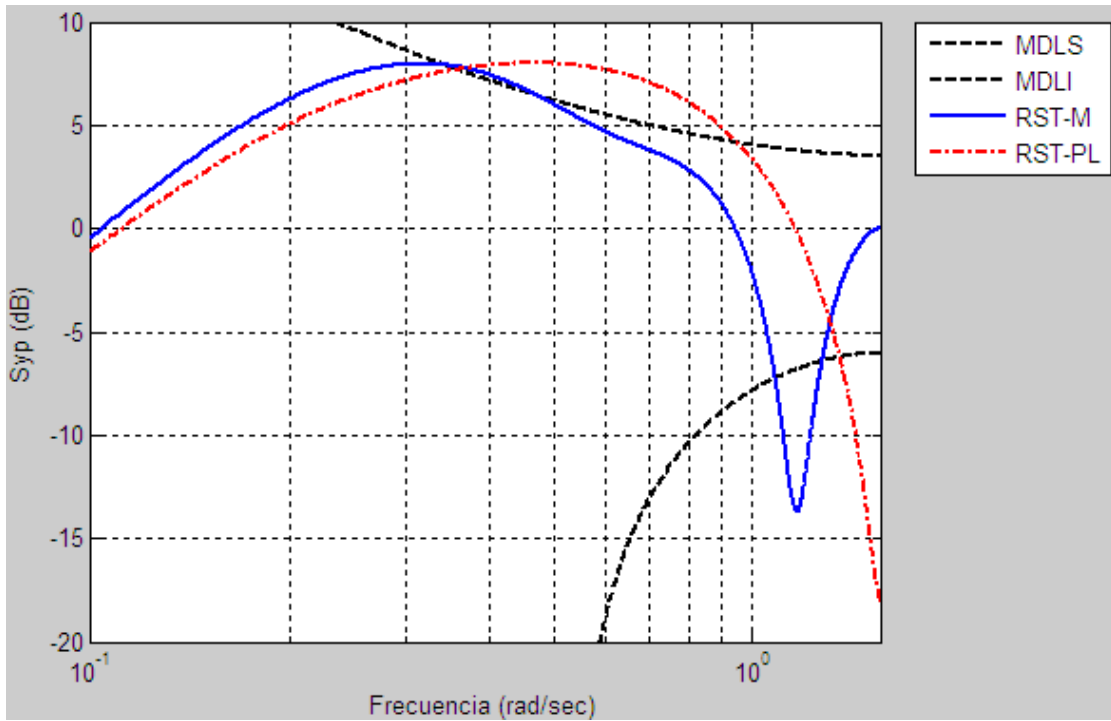


Figura 5 - 51: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo 12.

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo nominal.

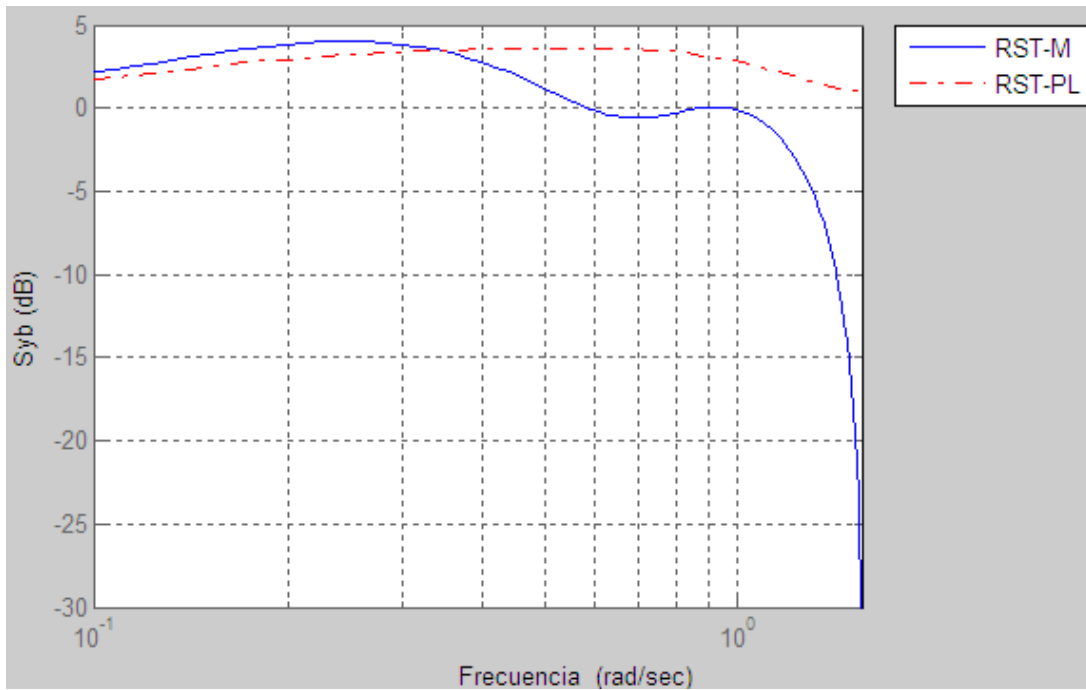


Figura 5 - 52: Funciones de sensibilidad complementarias para el modelo 12.

## 5.6. Transmisión flexible

Un problema interesante para el diseño del controlador RST robusto es presentado en uno de los libros de Landau I. D. [3]. El problema corresponde a una transmisión flexible, de la cual se tienen 3 modelos discretos. Estos modelos son los siguientes:

$$L_{0\%} = \frac{0.41156z^{-3} + 0.52397z^{-4}}{1 - 1.35277z^{-1} + 1.55021z^{-2} - 1.2797z^{-3} + 0.91147z^{-4}} \quad (5.31)$$

$$L_{50\%} = \frac{0.16586z^{-3} + 0.181329z^{-4}}{1 - 1.92005z^{-1} + 2.1151z^{-2} - 1.81622z^{-3} + 0.91956z^{-4}} \quad (5.32)$$

$$L_{100\%} = \frac{0.09553z^{-3} + 0.11116z^{-4}}{1 - 2.05182z^{-1} + 2.23744z^{-2} - 1.91294z^{-3} + 0.90643z^{-4}} \quad (5.33)$$

Los 3 modelos corresponden a la transmisión con diferentes cargas; 0%, 50% y 100% respectivamente. Los 3 modelos tienen una estructura correspondiente a 4 a's, 2 b's y  $d = 2$ . El periodo de muestreo está dado y corresponde a  $T_s = 0.05$  segundos. El modelo nominal corresponde al modelo sin carga (5.31).

Sus diagramas de Bode se presentan en la Figura 5 - 53:

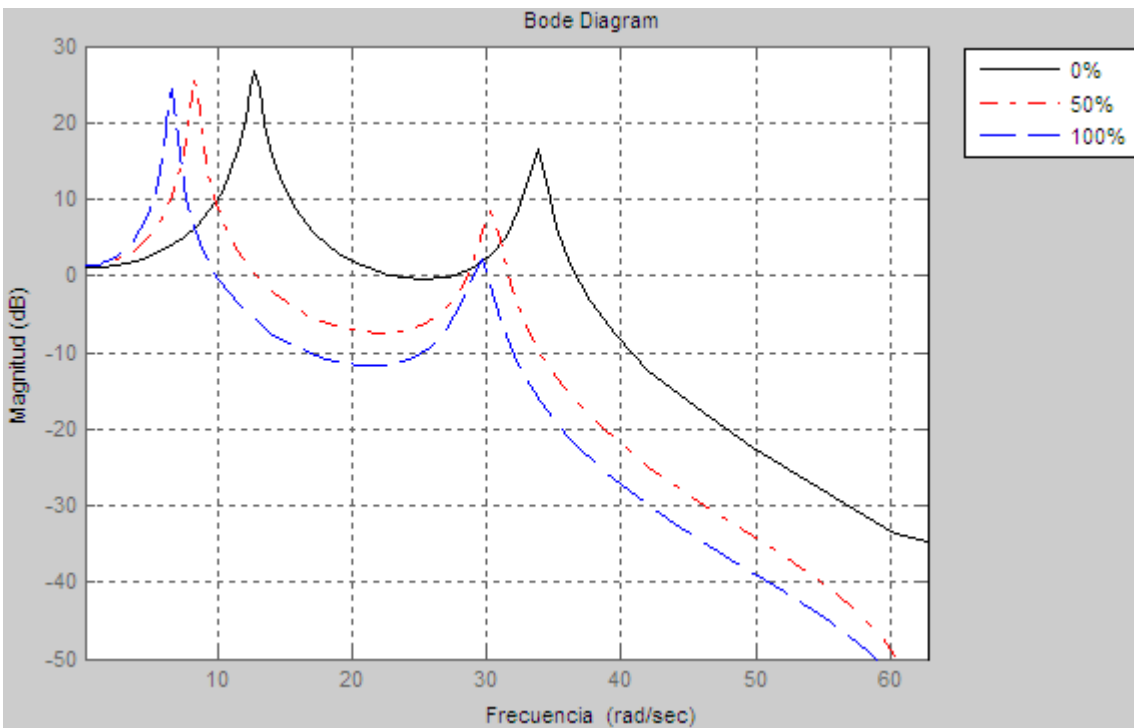


Figura 5 - 53: Diagramas de Bode para los 3 modelos de la transmisión.

Las especificaciones están dadas en términos de márgenes de robustez, los cuales corresponden:

- Banda de atenuación de 0 a 0.9425 radianes.
- Margen de módulo  $\Delta M \geq 0.5$  ( $S_{yp_{max}} \leq 6$  dB).
- Margen de retraso  $\Delta \tau \geq 0.40$  ms ( $0.8 T_s$ ).



- $\text{Sup}_{\max} \leq 10$  dB
- No error de estado estable.

Landau comienza proponiendo los polos dominantes  $P_D(z^{-1})$  en  $\omega_n = 6.46$  r/s y  $\zeta = 0.9$ ; lo cual corresponde a un modo de vibración del modelo con carga igual al 100%. Estos parámetros se usarán como punto de partida para el algoritmo de diseño automático. Por lo cual, se le dará de información al algoritmo lo siguiente:

- Margen de módulo  $\Delta M \geq 0.5$  ( $\text{Syp}_{\max} \leq 6$  dB).
- $\omega_u = 6.46$  r/s y  $\zeta = 0.9$ .

Recordar que el algoritmo fija el valor de  $\zeta$  en 1, se hizo la modificación respectiva para fijarla en 0.9. Así también, lo único que usa para el diseño del controlador es el margen de módulo, por lo cual, la demás información no se puede considerar en el diseño, no con esta implementación.

El controlador obtenido por el algoritmo automático es el siguiente:

*Diseño RST-M*

$$R = 0.0922 - 0.06027z^{-1} - 1.34z^{-2} + 3.5833z^{-3} - 3.579z^{-4} + 1.554z^{-5} - 0.24z^{-6} \quad (5.34)$$

$$S = 1 - 1.291z^{-1} - 0.721z^{-2} + 1.175z^{-3} + 0.2908z^{-4} - 0.591z^{-4} + 0.13799z^{-5} \quad (5.35)$$

$$T = 0.01003619 \quad (5.36)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 4.2609 r/s.

El controlador propuesto por Landau es el siguiente:

*Diseño RST-L*

$$R = 0.311019 - 1.0035z^{-1} + 0.598z^{-2} + 1.3386z^{-3} - 2.0367z^{-4} + 0.52148z^{-5} + 0.81668z^{-6} - 0.8114z^{-7} + 0.3157z^{-8} - 0.04045z^{-9} \quad (5.37)$$

$$S = 1 - 1.7279z^{-1} - 0.059472z^{-2} + 1.3227z^{-3} - 0.17936z^{-4} - 0.645z^{-5} + 0.2953z^{-6} + 0.101001z^7 - 0.130574z^8 + 0.023256z^9 \quad (5.38)$$

$$T = 0.009432 \quad (5.39)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es de 6.46 r/s.

Con estos controladores, se procedió a realizar pruebas de seguimiento y regulación para los 3 modelos de la transmisión. Las pruebas son similares a las realizadas con los procesos anteriores.

### 5.6.1. Modelo L0% (Modelo Nominal)

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30\%$ , se hizo un cambio en referencia de 30% a 60%, una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 54 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra

la respuesta del proceso y la inferior la manipulación. Se observa como la respuesta del controlador RST-M es más lenta, esto debido a que los polos dominantes son de una frecuencia menor en este controlador. En la Tabla 5 - 43 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. El controlador RST-L es mejor en todos los índices de desempeño.

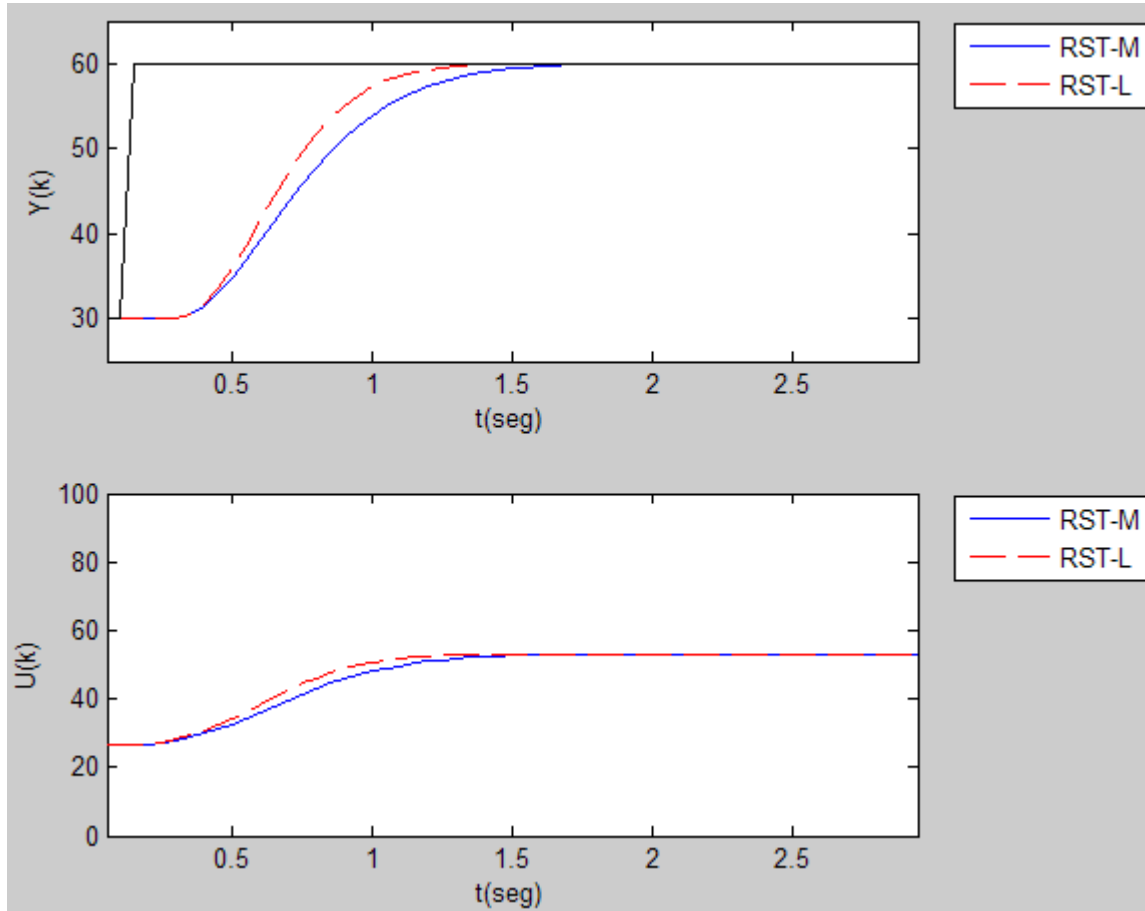


Figura 5 - 54: Seguimiento en el modelo L0%.

	RST-M	RST-L
<b>IAE</b>	19.6	16.95
<b>Ts (seg)</b>	1.30	1.05
<b>Mp(%)</b>	0.13	0.07

Tabla 5 - 43: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L0%.

La Figura 5 - 55 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 44 se muestran los índices de desempeño. La amplitud es mayor en el controlador RST-M, pero su IAE es menor que el del controlador RST-L, así como su tiempo de establecimiento.

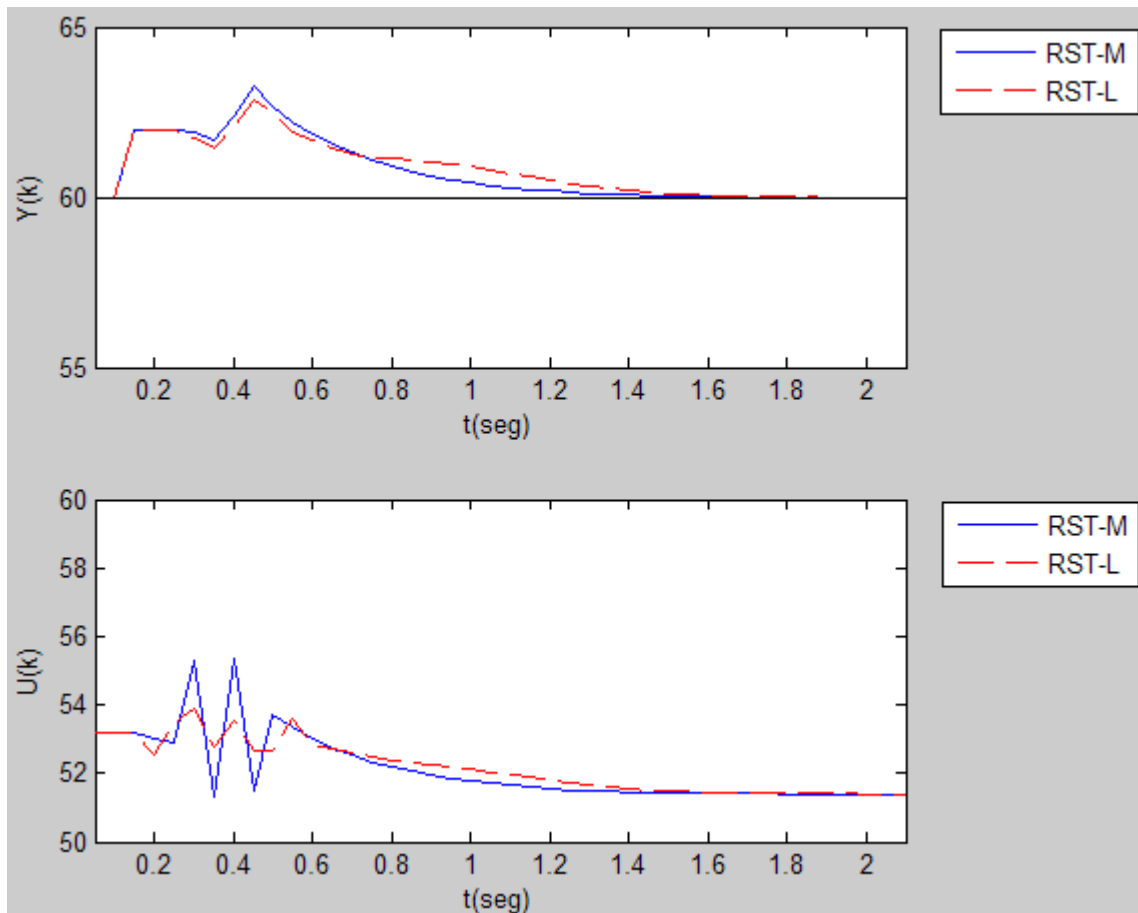


Figura 5 - 55: Regulación en el modelo L0%.

	RST-M	RST-L
<b>IAE</b>	1.54	1.67
<b>Ts (seg)</b>	1.20	1.40
<b>Amplitud</b>	3.26	2.86

Tabla 5 - 44: Índices de desempeño en regulación, modelo L0%.

### 5.6.2. Modelo L50% (Carga Media)

Se procedió a cambiar el modelo para probar la robustez de los controladores. Los resultados con el modelo del 50% de carga se muestran a continuación. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la muestran los índices de desempeño de ambos controladores. En este caso el controlador RST-M es mejor en todos los índices de desempeño en comparación con el controlador RST-L.

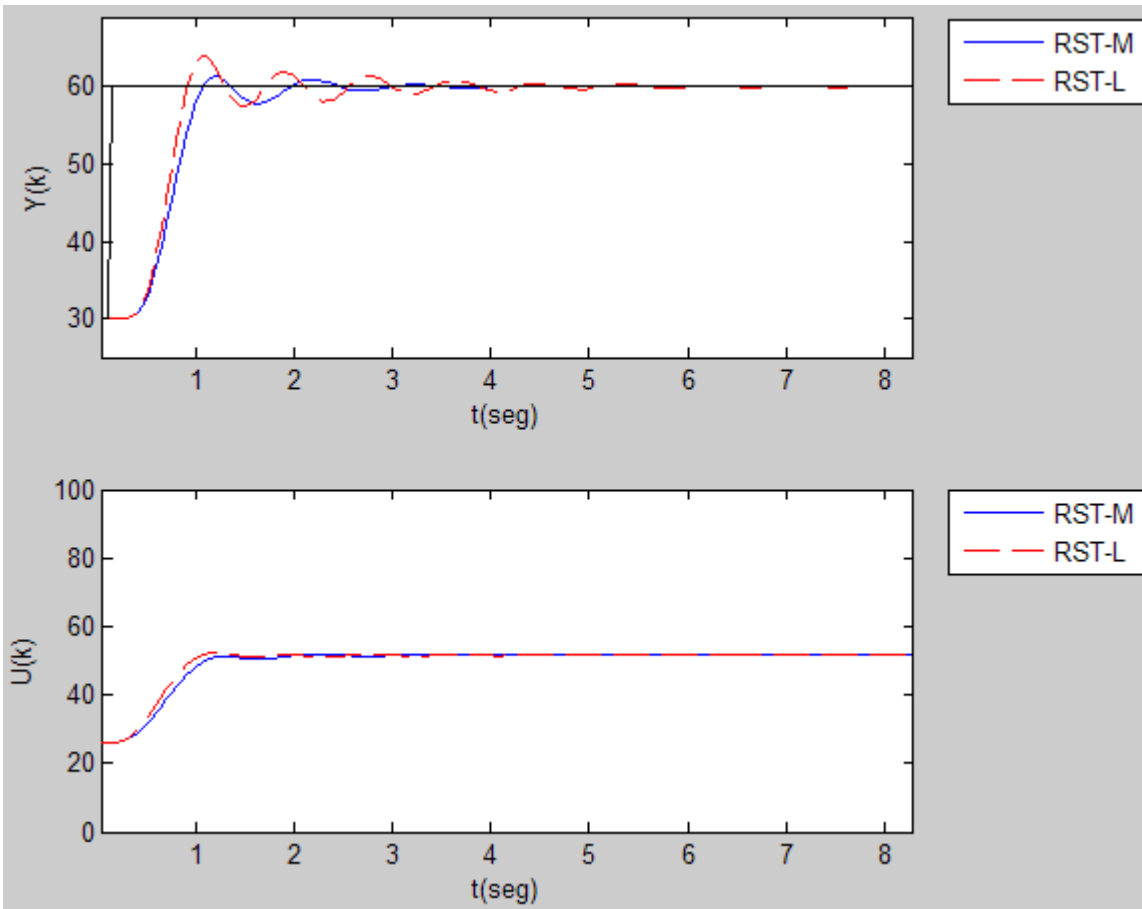


Figura 5 - 56: Seguimiento en el modelo L50%.

	<b>RST-M</b>	<b>RST-L</b>
<b>IAE</b>	20.18	20.92
<b>Ts (seg)</b>	2.15	3.55
<b>Mp(%)</b>	4.16	13.36

Tabla 5 - 45: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L50%.

La Figura 5 - 57 muestra la respuesta ante perturbación y en la Tabla 5 - 46 se muestran los índices de desempeño. El controlador RST-L tiene un mejor comportamiento, lo cual se corrobora al observar los índices de desempeño.

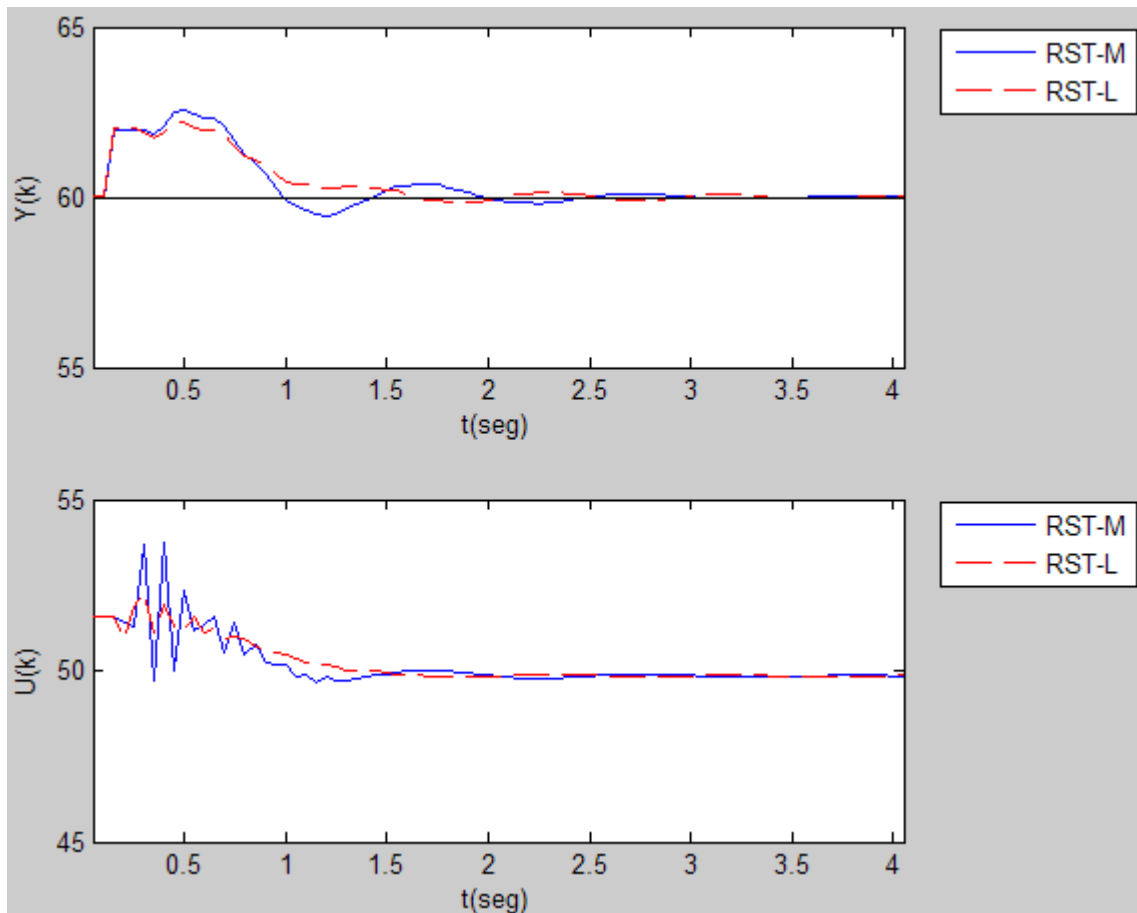


Figura 5 - 57: Regulación en el modelo L50%.

	RST-M	RST-L
<b>IAE</b>	1.94	1.79
<b>Ts (seg)</b>	2.70	2.70
<b>Amplitud</b>	3.08	2.41

Tabla 5 - 46: Índices de desempeño en regulación, modelo L50%.

### 5.6.3. Modelo L100% (Carga Completa)

Finalmente se probó con el modelo de carga completa, los resultados se muestran a continuación. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

La Figura 5 - 58 muestra la respuesta del proceso ante cambio en referencia y la Tabla 5 - 47 muestra los índices de desempeño de ambos controladores. En este caso el controlador RST-M es más lento y tiene un mayor IAE, al observar la gráfica se observa que las oscilaciones son más prolongadas en el controlador RST-M.

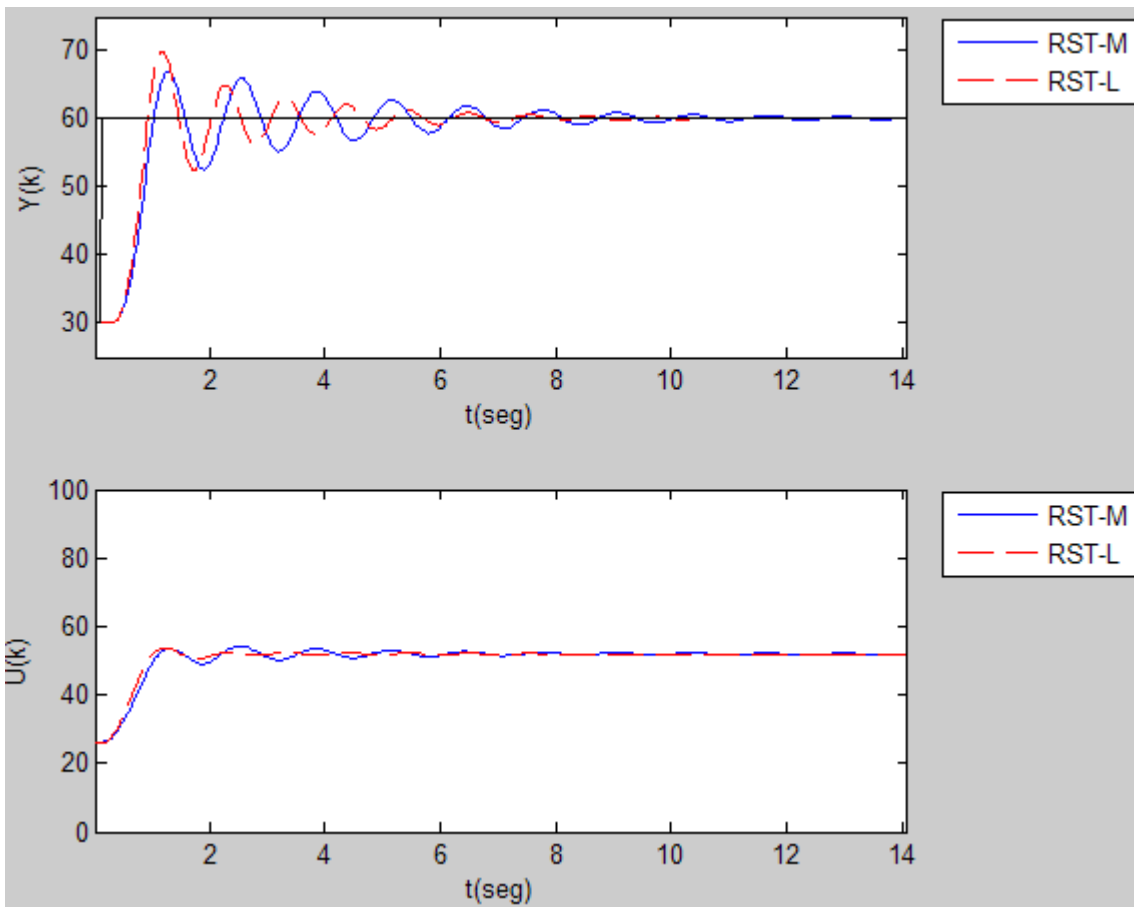


Figura 5 - 58: Seguimiento en el modelo L100%.

	RST-M	RST-L
<b>IAE</b>	38.23	32.07
<b>Ts (seg)</b>	9.65	6.90
<b>Mp(%)</b>	22.76	32.73

Tabla 5 - 47: Índices de desempeño en seguimiento, modelo L100%.

La muestra la respuesta ante perturbación y en la se muestran los índices de desempeño. El controlador RST-L tiene un mejor comportamiento, lo cual se corrobora el observar los índices de desempeño.

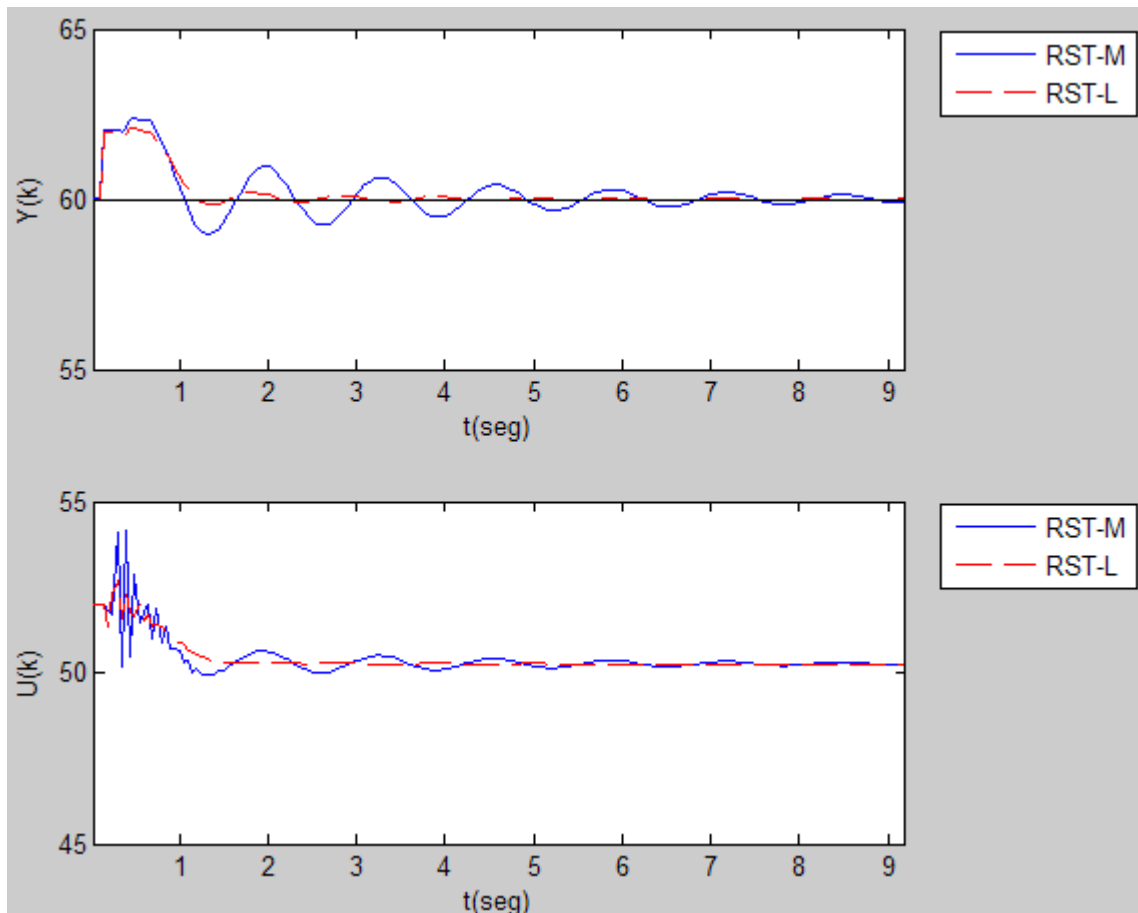


Figura 5 - 59: Regulación en el modelo L100%.

	RST-M	RST-L
<b>IAE</b>	4.03	1.91
<b>Ts (seg)</b>	7.90	3.35
<b>Amplitud</b>	3.39	2.26

Tabla 5 - 48: Índices de desempeño en regulación, modelo L100%.

Con esto se concluyen las pruebas para el modelo de la transmisión flexible propuesto por Landau. Sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores. En este caso se decidió graficar en escala lineal y no logarítmica, dado que de esta forma se observan mejor los diagramas de Bode. La Figura 5 - 60 muestra las funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 6 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo. Se observar como ambos controladores dejan casi todo el diagrama de Bode dentro de los límites para soportar un margen de retraso igual a un periodo de muestreo, se salen de los límites ligeramente, pero el controlador RST-L se sale un poco más.

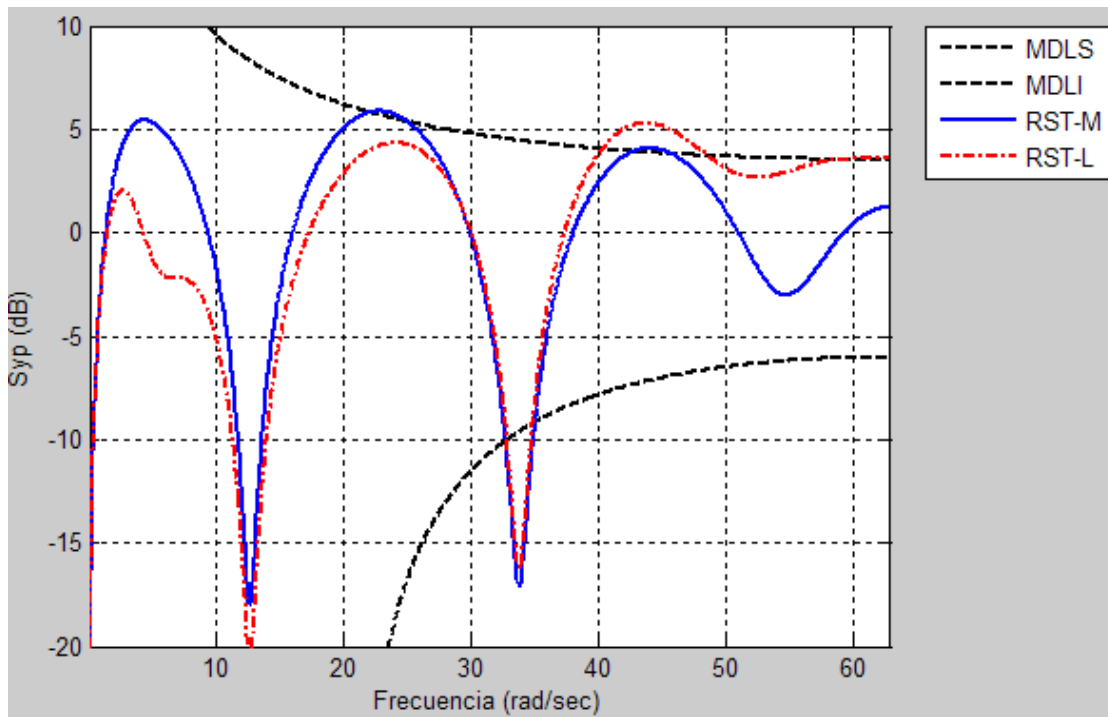


Figura 5 - 60: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores y el modelo  $L0\%$ .

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo  $L0\%$ .

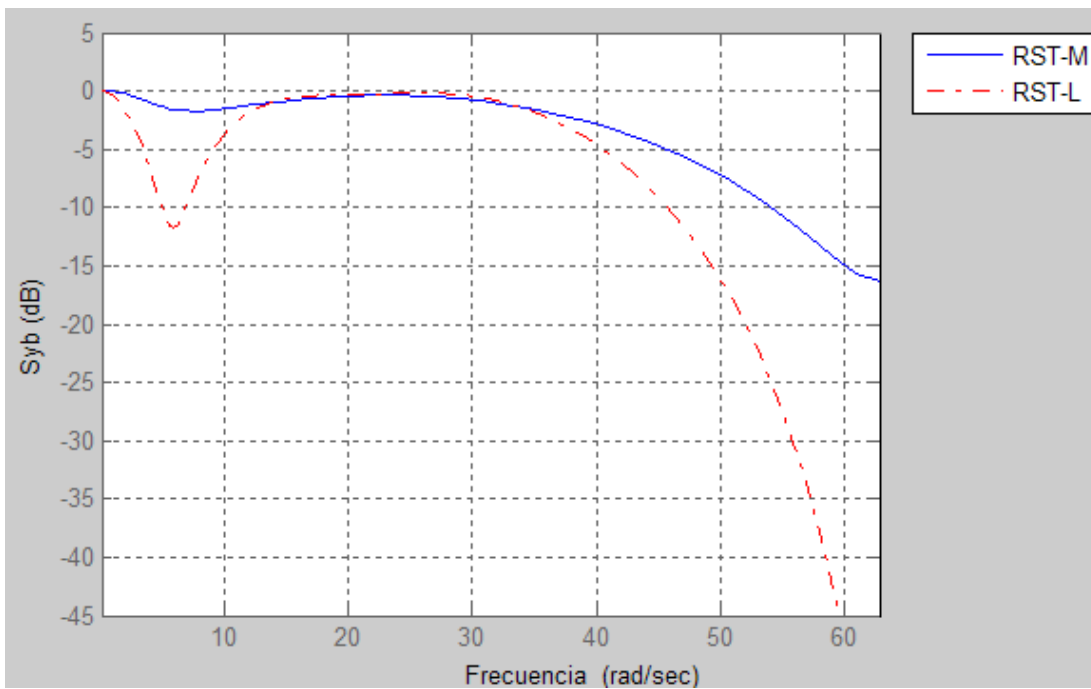


Figura 5 - 61: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores y el modelo  $L0\%$ .



En las especificaciones del problema se pedía un requerimiento para Sup, en la Figura 5 - 62 se muestran los diagramas de bode para las funciones de sensibilidad a la entrada de ambos controladores y el modelo L0%. Se pedía un máximo de 10 dB, con el controlador RST-M no se cumple, dado que el máximo de esta función de sensibilidad no se verifica en el algoritmo, no se puede cumplir con este requerimiento.

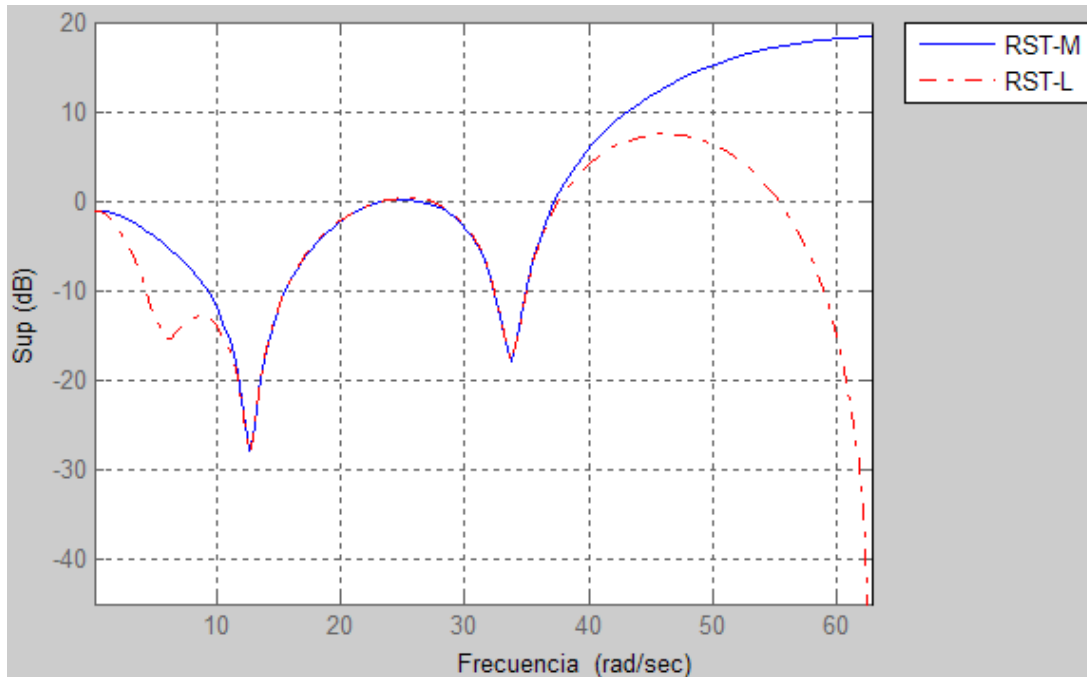


Figura 5 - 62: Funciones de sensibilidad a la entrada para ambos controladores y el modelo L0%.

## 5.7. Proceso real de temperatura

El presente trabajo de investigación tiene como meta mejorar el algoritmo de diseño de un controlador RST Robusto propuesto por Rosas L. [8], una prueba importante para la justificación de esta investigación consiste en hacer pruebas en un proceso real.

El proceso real consiste en una estación para el control de la temperatura de salida de un sistema de secado industrial, dicha estación tiene la capacidad de ser controlada por una computadora, ya que cuenta con un puerto de comunicación serial. La Figura 5 - 63 muestra el diagrama esquemático de la estación.

Características de la estación:

- La señal de temperatura es medida por un sensor que tiene una resolución de 10mV/°C, el cual se encuentra posicionado en la salida del aire.
- La manipuladora y el periodo de muestreo que se reciben de la computadora son procesados por un microcontrolador de arquitectura de 10 bits. Este controlador es el encargado de llevar el periodo de muestro y de controlar el ángulo de disparo de la señal que energiza la resistencia encargada de calentar el aire. El microcontrolador interrumpe a la computadora por medio del puerto serial cada periodo de muestreo, entregando el valor de la temperatura.

- El flujo de aire cuenta con un control de velocidad de la turbina que lo genera, la velocidad está graduada en 4 niveles, del 1 al 4. En la estación donde se llevaron a cabo las pruebas, la velocidad 2 correspondía a la velocidad más lenta y la 3 a la más rápida, por lo cual las pruebas se realizaron con estas dos velocidades.

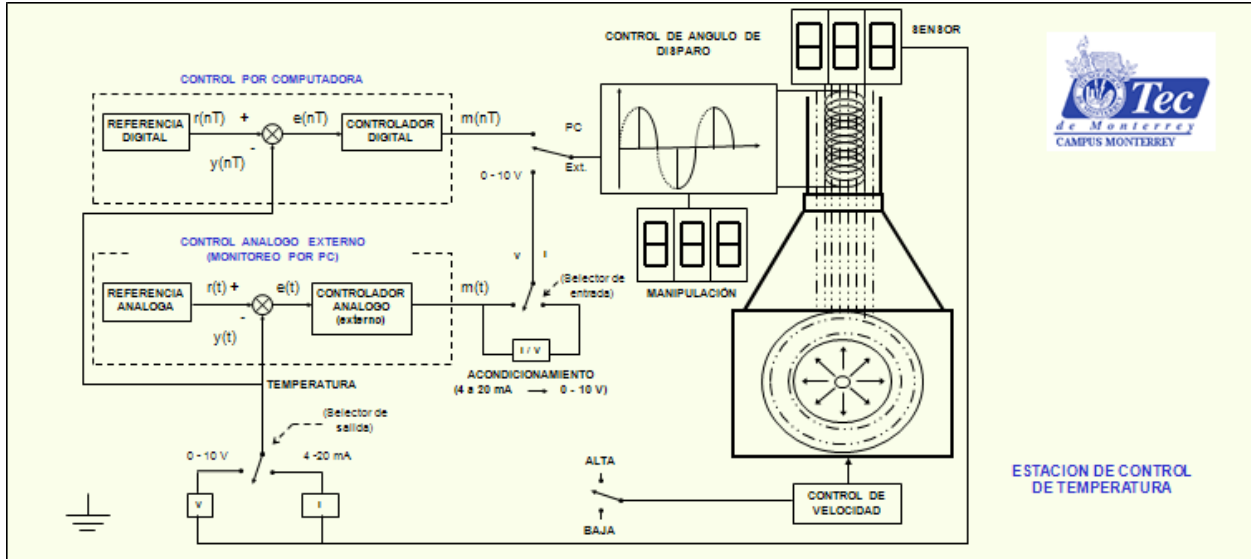


Figura 5 - 63: Diagrama esquemático de la estación de control de temperatura.

### 5.7.1. RST-M vs RST-PL

#### Modelo nominal

El modelo nominal para el diseño del controlador se tomó como la velocidad más rápida, en este caso la velocidad 3. Se estabilizó el proceso en el punto de operación con  $U_{ss}=50\%$  y  $Y_{ss}=45.8^{\circ}\text{C}$ . Se aplicó el algoritmo automático identificando el siguiente sistema:

$$G_3(z^{-1}) = \frac{0.0145791808z^{-1} + 0.0053890970z^{-2}}{1 - 1.3490923506z^{-1} + 0.4138451152z^{-2}} T_{\text{óptimo}} = 1.04583 \text{ segundos. } \omega_u = 0.6008 \text{ r/s.}$$

Con este periodo de muestreo, planta identificada y frecuencia última encontrados por el algoritmo se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores. El controlador RST-M es el que se obtiene automáticamente por medio del algoritmo.

Los controladores diseñados se muestran a continuación:

#### Diseño RST-M

$$R = 36.22 - 91.38z^{-1} + 95.95z^{-2} - 54.7z^{-3} + 17.98z^{-4} - 3.23z^{-5} + 0.2496z^{-6} \quad (5.40)$$

$$S = 1 - 1.946z^{-1} + 1.2464z^{-2} - 0.2988z^{-3} - 0.0212z^{-4} + 0.0227z^{-5} - 0.00325z^{-6} \quad (5.41)$$

$$T = 1.0898955 \quad (5.42)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.6008 r/s.

*Diseño RST-PL*

$$R = 39.4395510 - 55.6469450z^{-1} + 19.0145070z^{-2} \quad (5.43)$$

$$S = 1 - 0.7523928z^{-1} - 0.2476072z^{-2} \quad (5.44)$$

$$T = 2.8071128 \quad (5.45)$$

La frecuencia de los polos dominantes para este diseño es 0.258337 r/s.

Con este periodo de muestreo se procedió a identificar el proceso en su velocidad 2 (menor flujo de aire), dado que en dicha velocidad se probará la robustez de los controladores. El proceso identificado en esa velocidad y con el periodo de muestreo anterior corresponde al siguiente:

$$G_2(z^{-1}) = \frac{0.02195z^{-1} + 0.008356z^{-2}}{1 - 1.479z^{-1} + 0.5271z^{-2}}$$

En la Figura 5 - 64 se muestran los diagramas de Bode de ambos modelos.

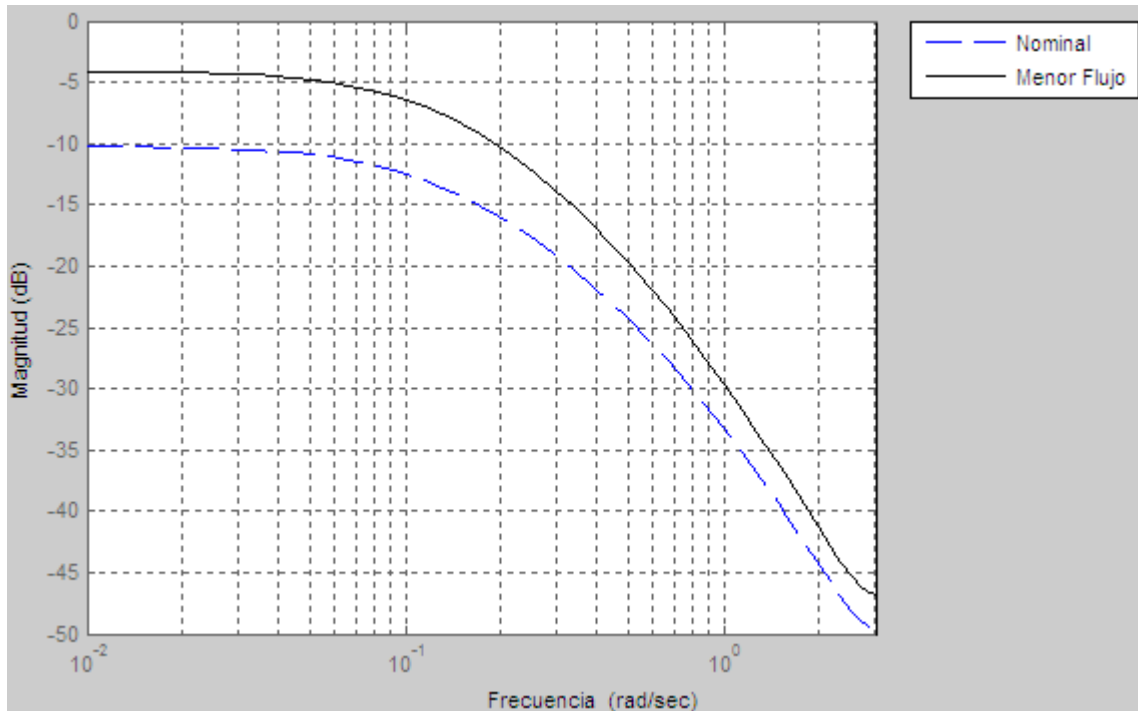


Figura 5 - 64: Diagramas de Bode para los procesos de tiempo real.

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=25^{\circ}\text{C}$ , se hizo un cambio en referencia de  $25^{\circ}\text{C}$  a  $50^{\circ}\text{C}$ , una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 65 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación.

En la Tabla 5 - 49 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. Podemos observar como el controlador RST-M es más rápido y con un menor sobretiro, aunque éste es mínimo en ambos controladores. En cuanto al IAE, es muy parecido en ambos controladores pero un poco menor en el caso del controlador RST-PL, si observamos la respuesta

de la salida, vemos como es más rápida en un principio la del controlador RST-PL para luego hacerse más lenta en comparación a la del controlador RST-M. Es por esto que el IAE es muy parecido en ambos casos.

Si se observa el modelo identificado ( $2 a's$  y  $2 b's$ ), corresponde a un modelo de segundo orden con tiempo muerto múltiplo entero del periodo de muestreo. La respuesta en lazo abierto de estas estaciones es muy parecida a un primer orden, el modelo correspondería a un segundo orden sobreamortiguado. Conociendo esto, se puede esperar que los resultados en tiempo real se asemejen a los obtenidos con los de un primer orden en simulación. Si se observan los resultados del apartado 5.2.1. vemos que en tiempo real tenemos algo parecido. En la simulación, aunque de manera mínima, el controlador RST-PL es un poco más rápido al principio para después hacerse un poco más lento que el controlador RST-M.

Con  $Y_s = SP = 50$  °C se procedió a aplicar una perturbación al sistema. Para aplicar la perturbación, se obstruyó la salida de aire con un bloque de plástico, dicho bloque se dejó obstruyendo el paso del aire hasta que el sistema se volvió a estabilizar. La Figura 5 - 66 muestra los resultados y en la Tabla 5 - 50 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. Se observa como la respuesta del controlador RST-M es más suave, a pesar de que el tiempo de establecimiento es menor en el controlador RST-PL, la respuesta es mejor con el controlador RST-M, menos oscilante. Esto puede deberse a que la banda usada para obtener este tiempo implica una variación de  $0.2$  °C, el controlador RST-PL se queda oscilando en esta banda. Este hecho se refleja en el IAE, siendo mayor en el controlador RST-PL.

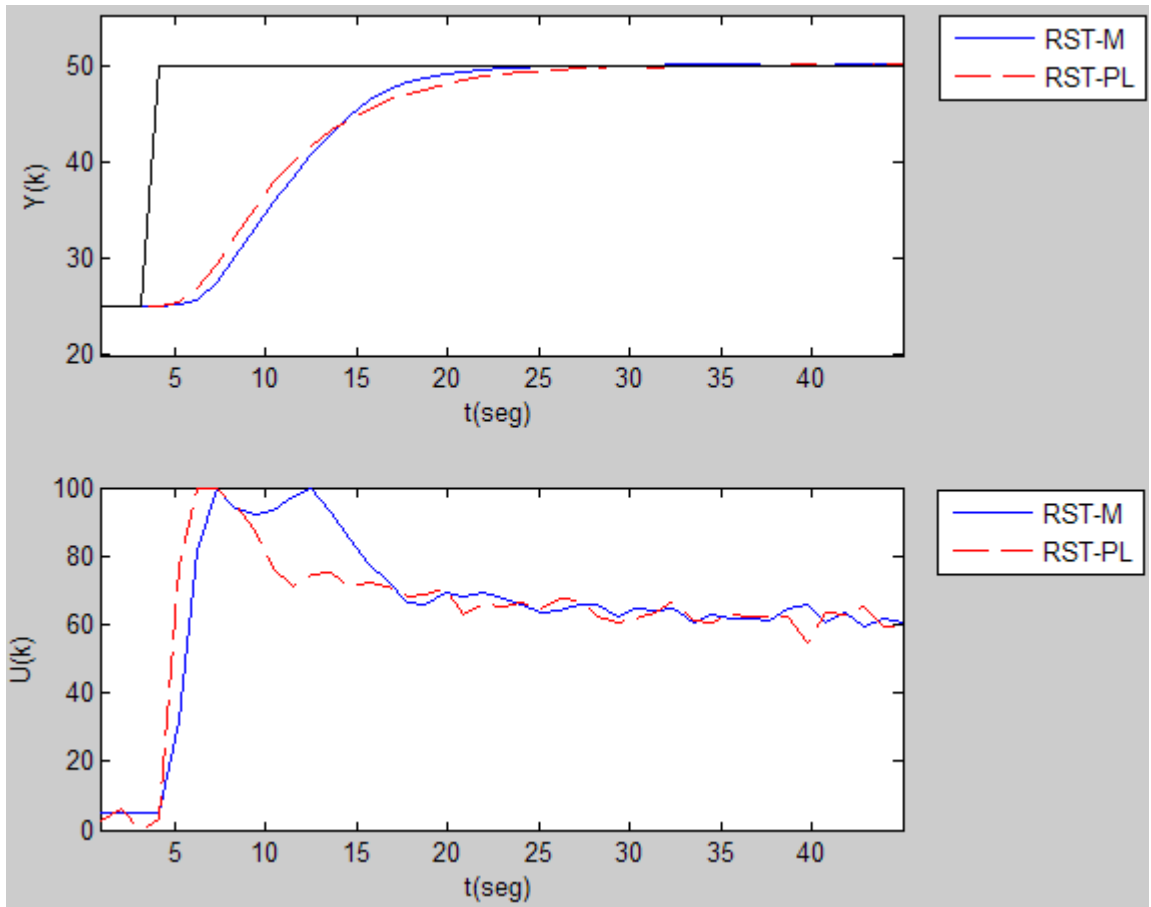


Figura 5 - 65: Seguimiento en el proceso real velocidad 3 (nominal).

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	203.4	201.1
<b>Ts (seg)</b>	18.8	23
<b>Mp(%)</b>	0.4	0.8

Tabla 5 - 49: Índices de desempeño en seguimiento proceso real velocidad 3 (nominal).

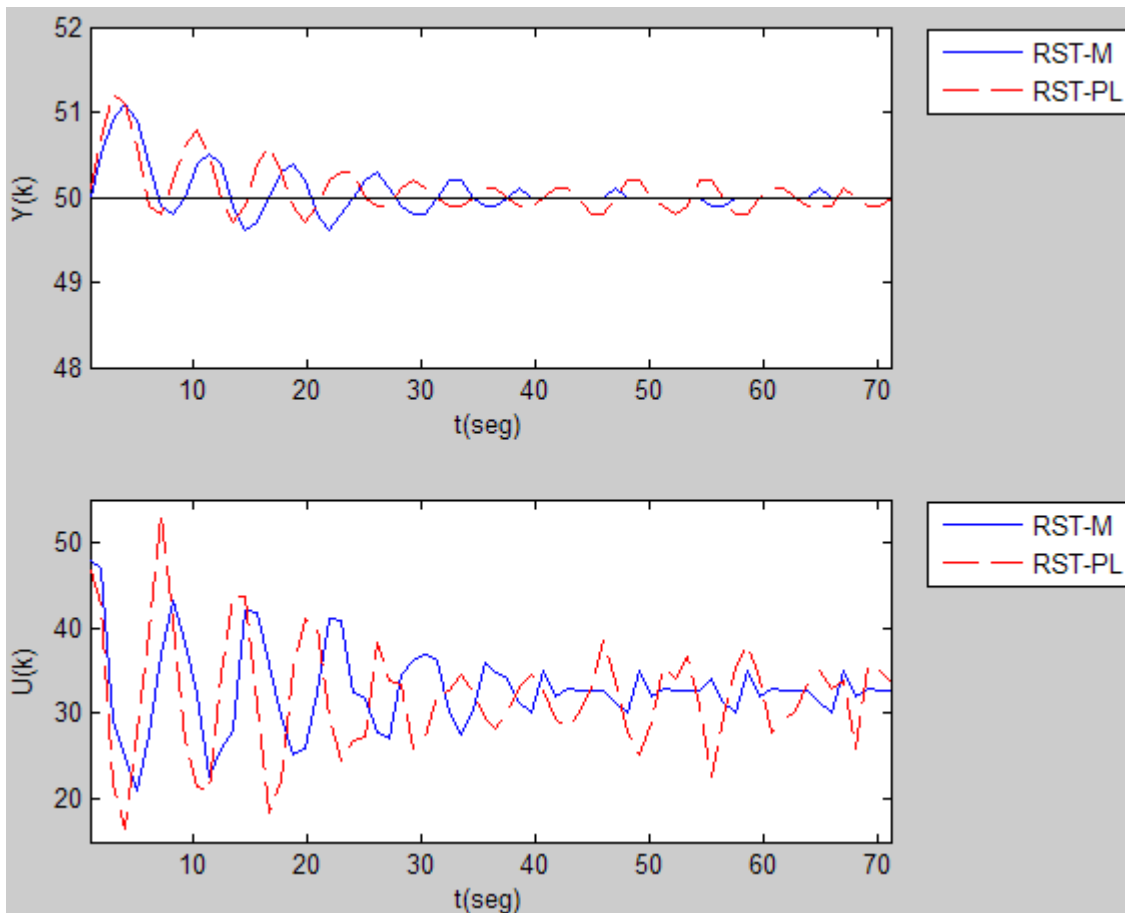


Figura 5 - 66: Regulación velocidad 3 (nominal).

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	10.3	13.43
<b>Ts (seg)</b>	27.19	25.09
<b>Amplitud</b>	1.5	1.5

Tabla 5 - 50: Índices de desempeño en regulación velocidad 3(nominal).

### Variación paramétrica con menor flujo de aire

Se procede a probar la robustez de los controladores, esto se hace al cambiar la velocidad de 3 a 2, decrementando el flujo de aire. Con este cambio se busca incrementar la ganancia y modificar la constante de tiempo del proceso, dado que al bajar la velocidad de la turbina el proceso alcanza temperaturas más altas y responde un poco más lento. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

Los resultados ante seguimiento se muestran en la Figura 5 - 67 y la Tabla 5 - 51 muestra los índices de desempeño para ambos controladores. Los resultados son similares a los de la velocidad nominal, el controlador RST-M es más rápido, pero ahora el sobretiro es mayor en este controlador, aunque es mínimo en ambos casos. Ahora, el IAE del controlador RST-M es ligeramente menor que el del controlador RST-PL.

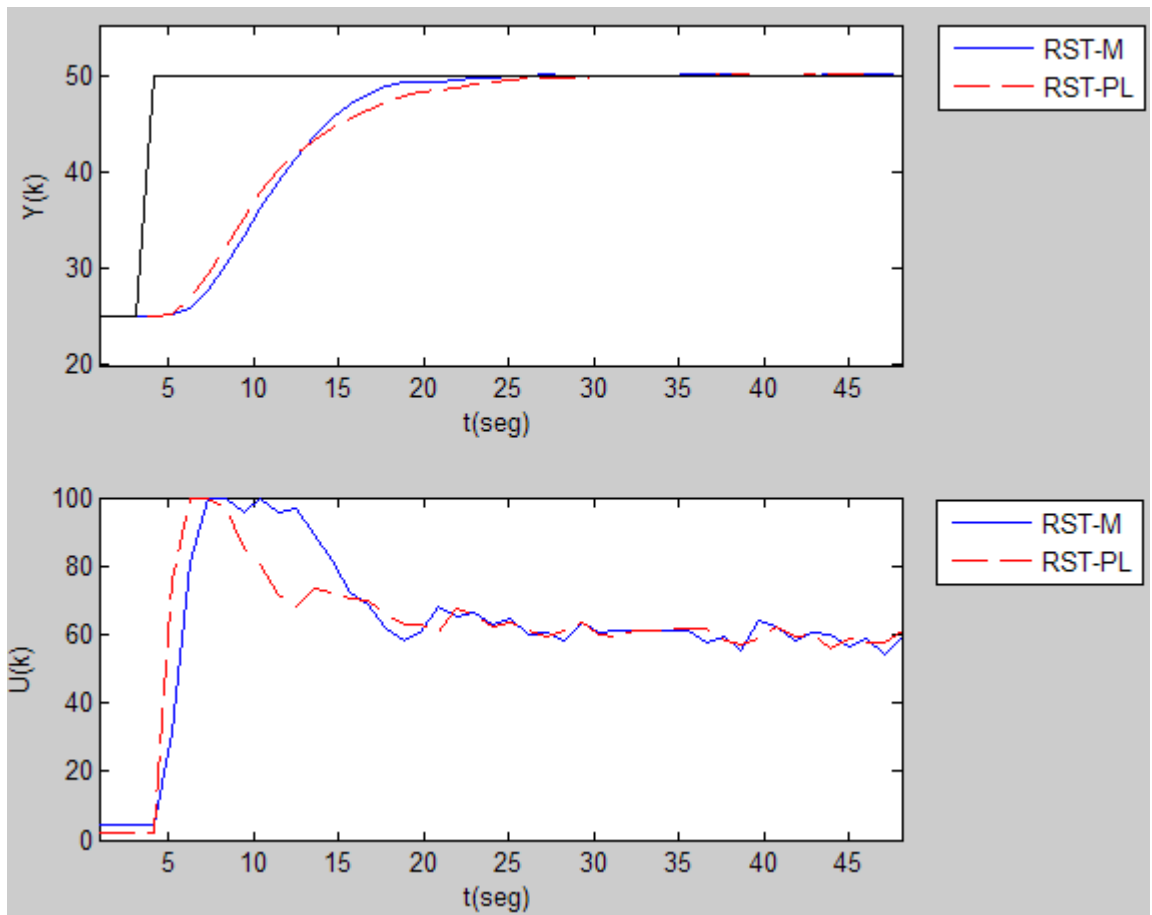


Figura 5 - 67: Seguimiento en el proceso real velocidad 2 (menor flujo de aire).

	<b>RST-M</b>	<b>RST-PL</b>
<b>IAE</b>	197.13	199.7
<b>Ts (seg)</b>	19.87	24.05
<b>Mp(%)</b>	0.8	0.4

Tabla 5 - 51: Índices de desempeño en seguimiento, proceso real velocidad 2 (menor flujo de aire).

La Figura 5 - 68 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 52 se muestran los índices de desempeño. Una vez más se observa que la respuesta del controlador RST-M es más suave que la del controlador RST-PL, cuantificando los índices de desempeño se ve como el controlador RST-M es mejor en todos que el controlador RST-PL.

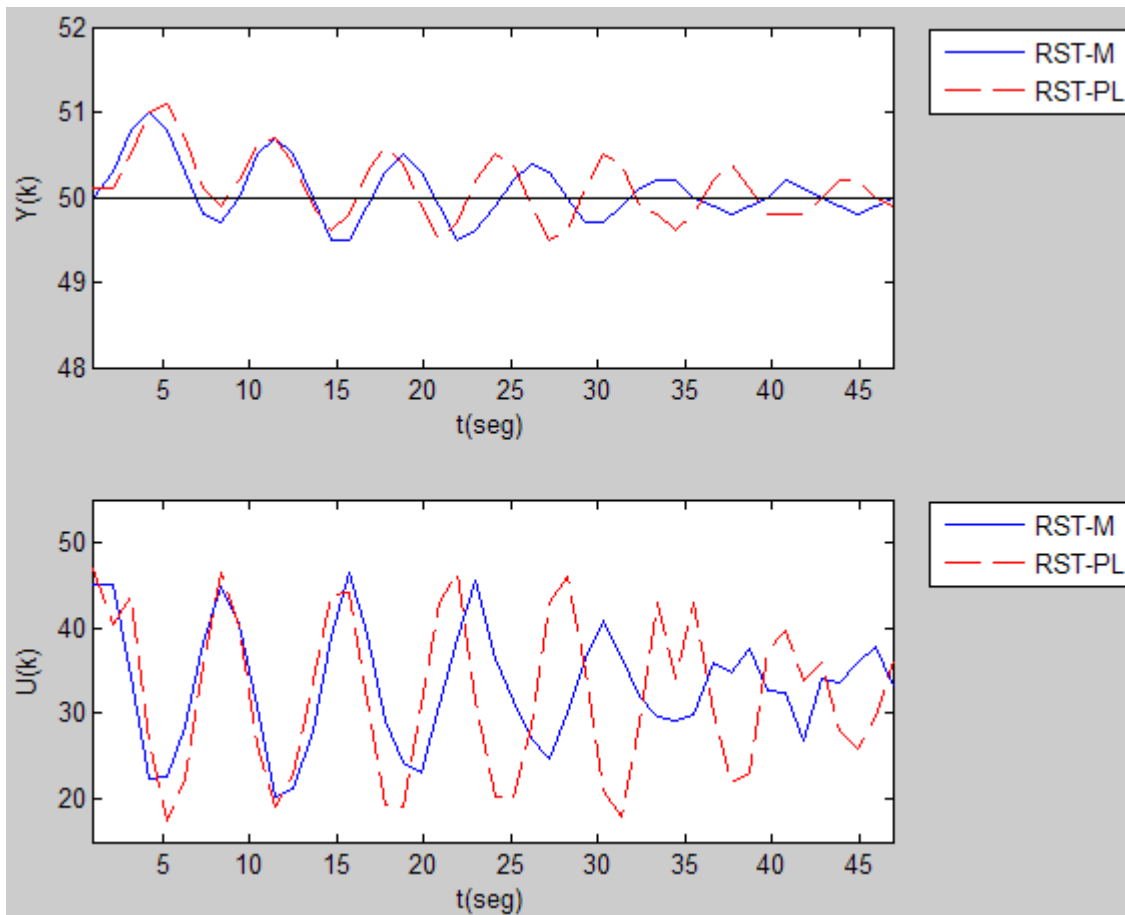


Figura 5 - 68: Regulación en velocidad 2 (menor flujo de aire).

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	12.28	14.74
<b>Ts (seg)</b>	30.32	37.62
<b>Amplitud</b>	1.5	1.6

Tabla 5 - 52: Índices de desempeño en regulación, velocidad 2 (menor flujo de aire).

Con esto se concluyen las pruebas en tiempo real, sólo resta analizar las funciones de sensibilidad de ambos controladores. La Figura 5 - 69 muestra las funciones de sensibilidad para ambos controladores, se observa como se redujo el pico máximo para cumplir con los 3 dB requeridos. Además se grafican los límites de margen de retraso para poder soportar una variación de un retraso igual a un periodo de muestreo. Ambos controladores dejan el Bode dentro del molde para un margen de retraso igual a un periodo de muestreo. No se pudo probar en tiempo real el efecto de modificar el tiempo muerto de la estación dado que el proceso a todas las velocidades daba un retraso  $d$  igual a 0.



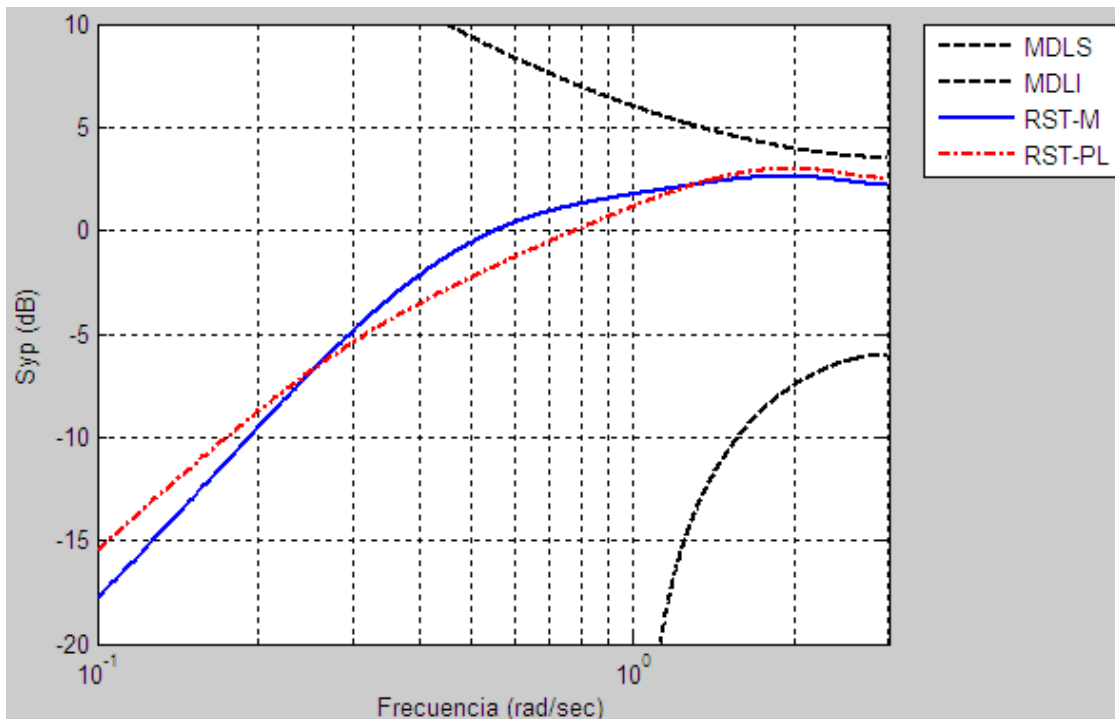


Figura 5 - 69: Funciones de sensibilidad a la salida para ambos controladores.

A continuación también se muestran los diagramas de Bode para las funciones de sensibilidad complementarias ( $S_{yb}$ ) de ambos controladores con el modelo nominal del proceso en tiempo real.

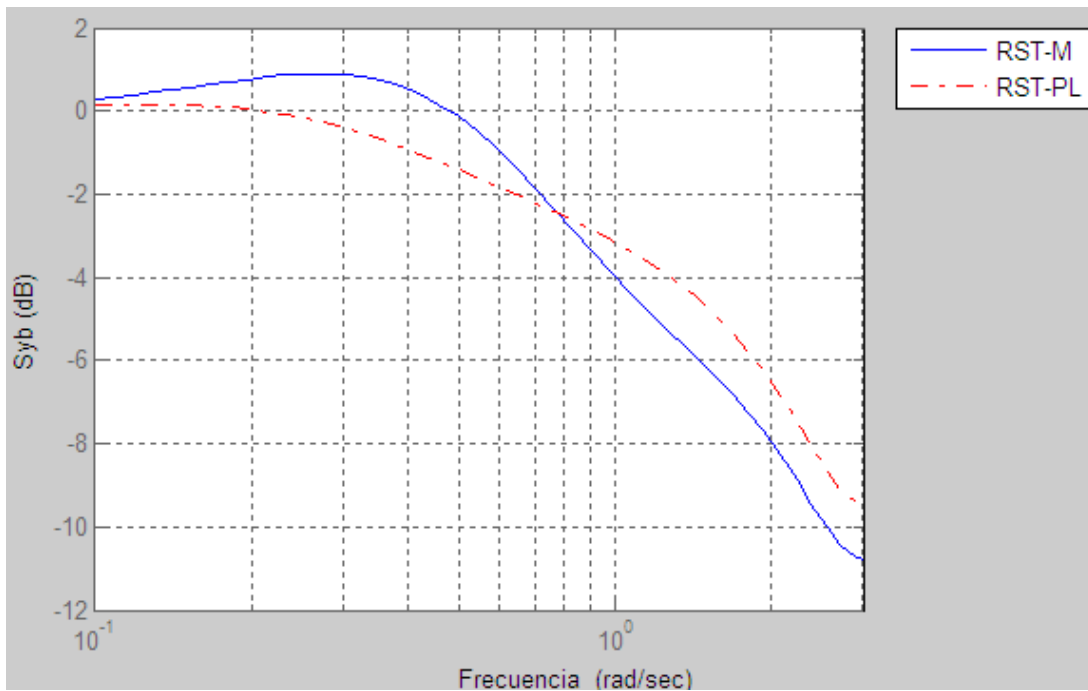


Figura 5 - 70: Funciones de sensibilidad complementarias para ambos controladores.

### 5.7.2. RST vs PID

Se programó un PID de estructura ideal y se sintonizó usando el algoritmo propuesto por Aström K. J. [1] (prueba del relevador). Esto se hizo con fines de comparación ente un controlador de estructura convencional y un RST robusto.

#### Modelo nominal

El modelo nominal para el diseño del controlador se tomó como la velocidad más rápida. Se estabilizó el proceso en el punto de operación con  $U_{ss}=30\%$  y  $Y_{ss}=50.7^{\circ}\text{C}$ . Se aplicó el algoritmo automático identificando el siguiente sistema:

$$G(z^{-1}) = \frac{0.0295151285z^{-1}+0.0078669311z^{-2}}{1-1.4197465557z^{-1}+0.4626756689z^{-2}} \quad T_{\text{óptimo}}=1.71666 \text{ segundos. } \omega_u=0.3327 \text{ r/s.}$$

Con este periodo de muestreo, planta identificada y frecuencia última encontrados por el algoritmo se llevó a cabo el diseño de los 2 controladores (RST 3 dB y PID).

Con el proceso estable y el control en modo automático, con  $Y_{ss}=30^{\circ}\text{C}$ , se hizo un cambio en referencia de  $30^{\circ}\text{C}$  a  $60^{\circ}\text{C}$ , una vez en estado estable se cuantificaron los índices de desempeño; la prueba se realizó para ambos controladores. En la Figura 5 - 71 se muestra la respuesta del proceso con ambos controladores para el mismo cambio en referencia. La gráfica superior muestra la respuesta del proceso y la inferior la manipulación.

En la Tabla 5 - 53 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. El controlador RST es mejor en todos los índices en comparación con el PID.

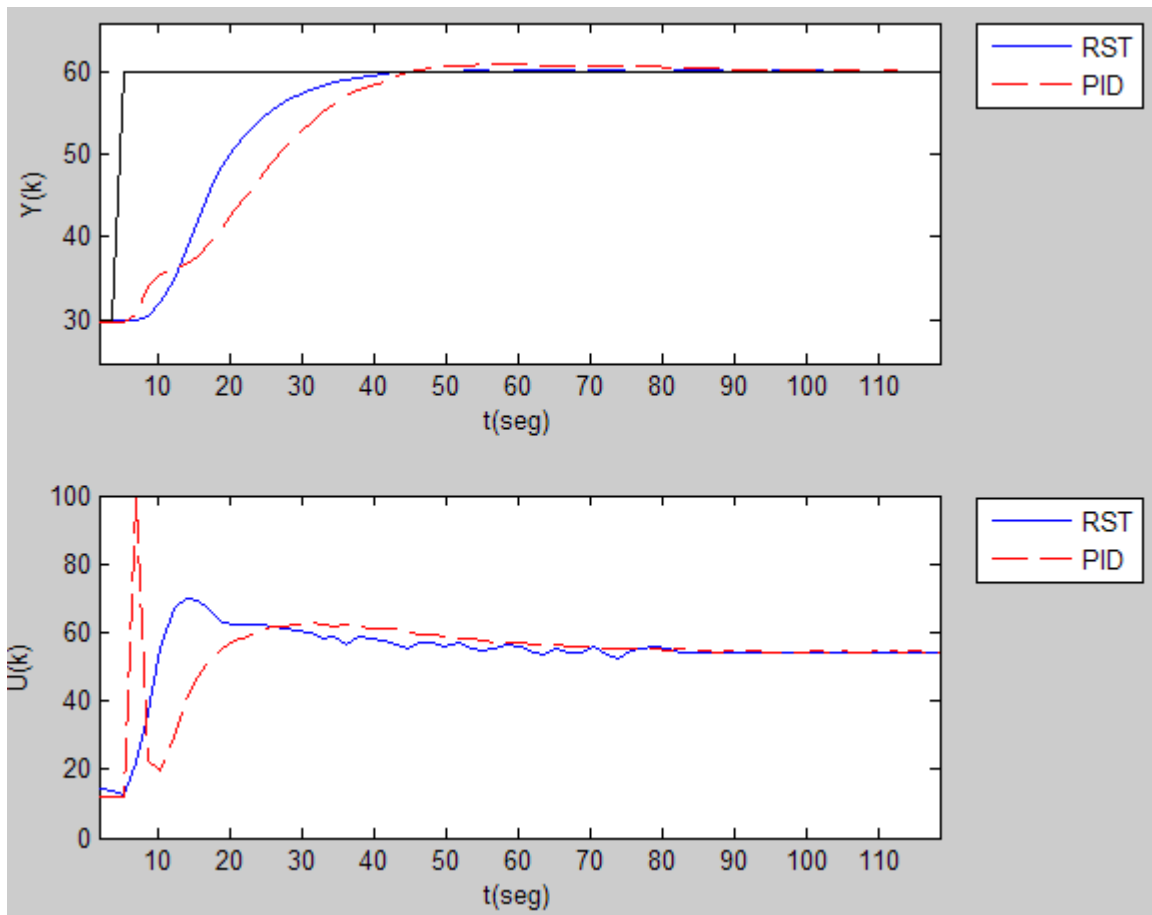


Figura 5 - 71: Seguimiento en el proceso real, velocidad 4 (nominal).

	<b>RST</b>	<b>PID</b>
<b>IAE</b>	34.33	73.81
<b>Ts (seg)</b>	0.666	2.666
<b>Mp(%)</b>	433.8	568.04

Tabla 5 - 53: Índices de desempeño en seguimiento, velocidad 4 (nominal).

Con  $Y_s = SP = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$  se procedió a aplicar una perturbación al sistema. Para aplicar la perturbación, se obstruyó la salida de aire con un bloque de plástico, dicho bloque se dejó obstruyendo el paso del aire hasta que el sistema se volvió a estabilizar. La Figura 5 - 72 muestra los resultados y en la Tabla 5 - 54 se muestran los índices de desempeño para ambos controladores. Se observa como la respuesta del controlador RST es mejor que la del PID, siendo mejor en todos los índices de desempeño.

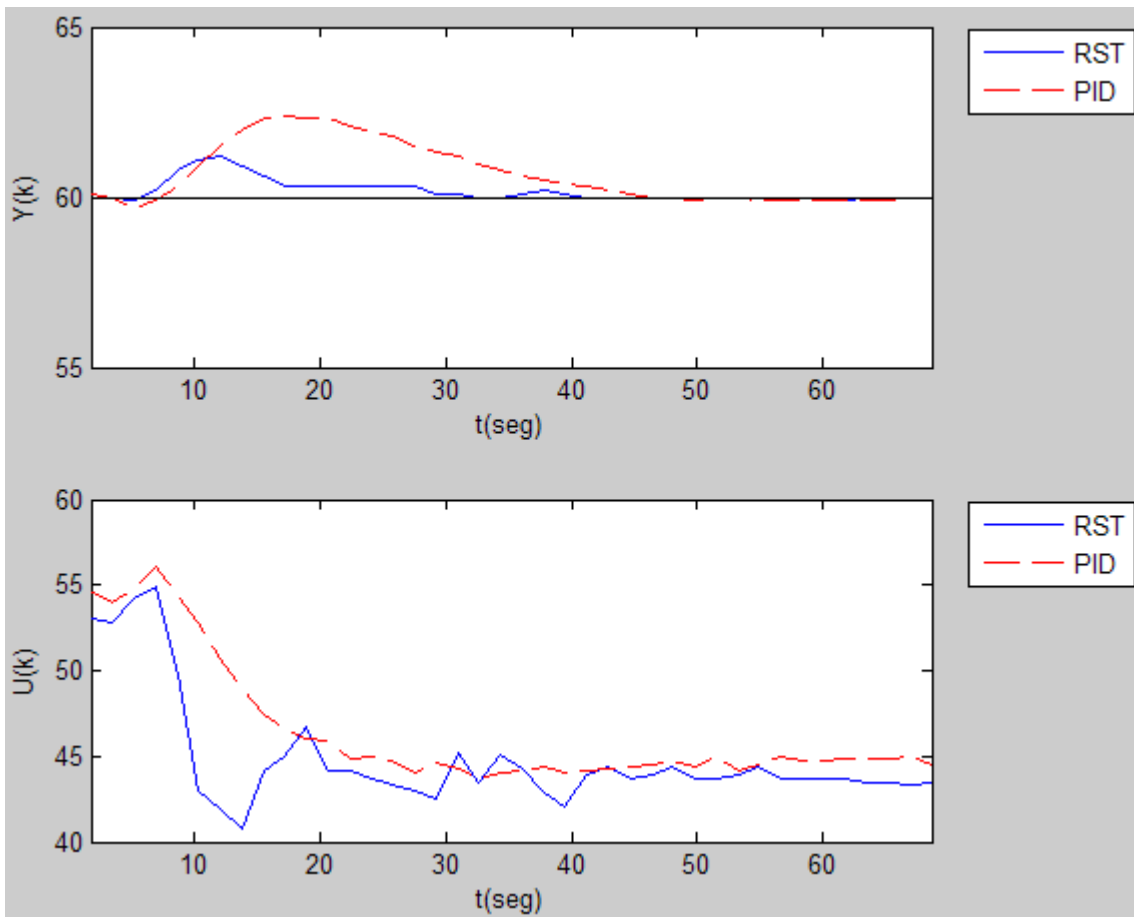


Figura 5 - 72: Regulación en velocidad 4 (nominal).

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	13.39	49.61
<b>Ts (seg)</b>	22.31	36.05
<b>Amplitud</b>	1.3	2.7

Tabla 5 - 54: Índices de desempeño en regulación, velocidad 4 (nominal).

### Variación paramétrica con menor flujo de aire

Se procede a probar la robustez de los controladores, esto se hace al cambiar la velocidad de 4 a 3, decrementando el flujo de aire. Con este cambio se busca incrementar la ganancia y modificar la constante de tiempo del proceso, dado que al bajar la velocidad de la turbina el proceso alcanza temperaturas más altas y responde un poco más lento. Se aplicaron las mismas pruebas en cambio de referencia y perturbación.

Los resultados ante seguimiento se muestran en la Figura 5 - 73 y la Tabla 5 - 55 muestra los índices de desempeño para ambos controladores. El controlador RST es mejor que el PID en todos los indicadores.

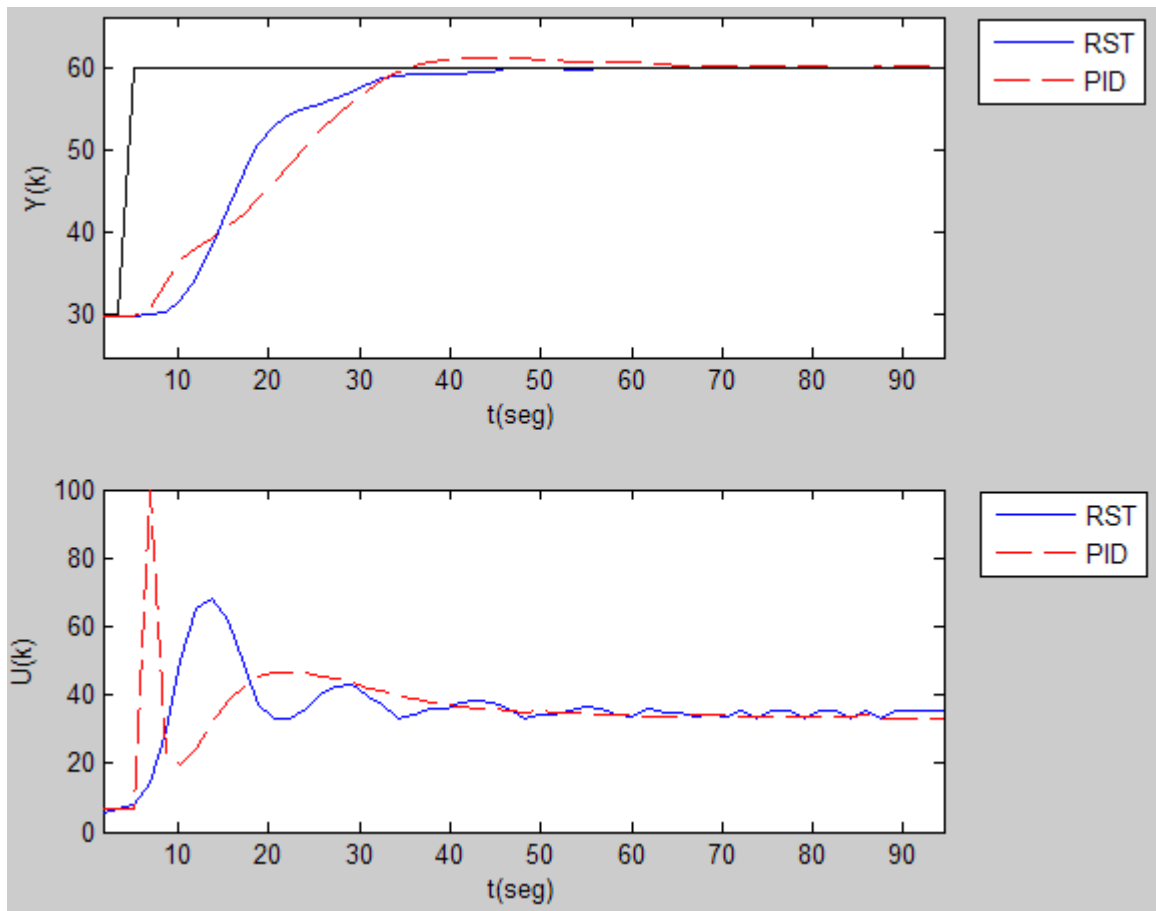


Figura 5 - 73: Seguimiento en el proceso real, velocidad 3 (menor flujo de aire).

	<b>RST</b>	<b>PID</b>
<b>IAE</b>	413.115	480.237
<b>Ts (seg)</b>	37.766	58.366
<b>Mp(%)</b>	0.333	4.333

Tabla 5 - 55: Índices de desempeño en seguimiento, velocidad 3 (menor flujo de aire).

La Figura 5 - 74 muestra la respuesta del proceso ante perturbación y en la Tabla 5 - 56 se muestran los índices de desempeño. Una vez más se observa que la respuesta del controlador RST es mejor que la del PID, cuantificando los índices de desempeño se corrobora.

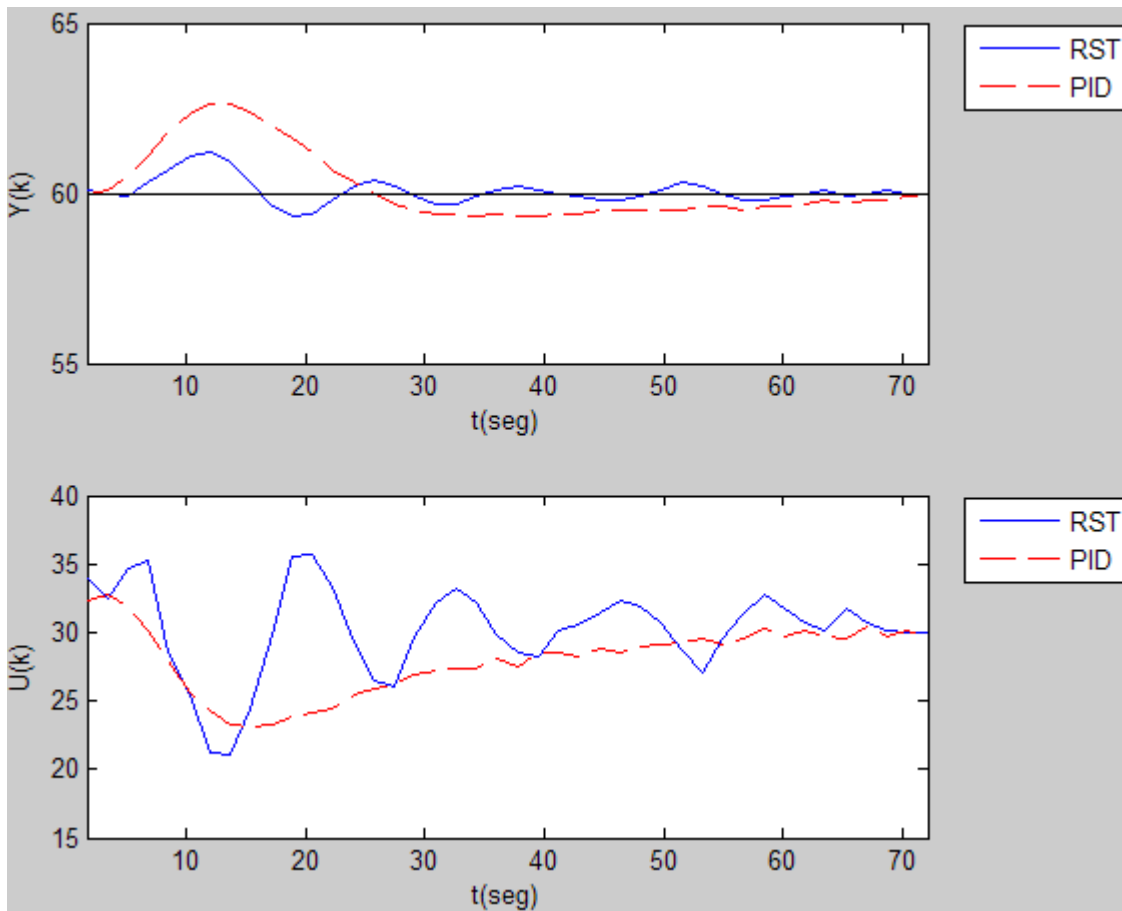


Figura 5 - 74: Regulación en velocidad 3 (menor flujo de aire).

	RST-M	RST-PL
<b>IAE</b>	18.02	53.13
<b>Ts (seg)</b>	27.46	60.08
<b>Amplitud</b>	1.9	3.3

Tabla 5 - 56: Índices de desempeño en velocidad 3 (menor flujo de aire).

## Capítulo 6

# Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1. Conclusiones de la metodología

La metodología propuesta en el presente trabajo de investigación permite obtener con una mínima intervención del usuario, lo siguiente:

- Un controlador digital de estructura RST, con un buen desempeño ante cambios en referencia y rechazo a perturbaciones.
- Dicho controlador obtenido cuenta con una robustez media, diseñado con un criterio de 6 dB como pico máximo en la función de sensibilidad, el cual soporta variaciones paramétricas sin sacrificar demasiado la velocidad de respuesta.
- Se le permite además al usuario, incrementar la robustez del controlador, dándole la opción de reducir el valor del pico máximo de la función de sensibilidad después de haber hecho el primer diseño automático del controlador. Se le permite reducir este pico hasta un valor de 2 dB como mínimo, dado que 2 dB ya implica una respuesta muy lenta.

En comparación con la metodología de diseño automático de controladores RST robustos propuesta por Rosas L [8] se tiene que:

- Se cambia el cálculo del polinomio  $T(z^{-1})$  para el caso en que las dinámicas de seguimiento y regulación son iguales. Esto impacta únicamente en seguimiento puesto que en regulación la función de transferencia no cambia al hacer variaciones en el polinomio  $T(z^{-1})$ . Dicho cambio mejora la respuesta en seguimiento, dicha mejora es más evidente cuando existen variaciones paramétricas del modelo de la planta. No se incluye dicha comparación en este trabajo, dado que en un principio se observó que la modificación ayudaba a mejorar la respuesta. Las comparaciones entre la metodología propuesta en este trabajo y la original, cuentan con la modificación.

- La velocidad de respuesta del controlador diseñado con la metodología propuesta en este trabajo es mayor a la obtenida con la metodología original. Esto es en general porque se obtiene reducir el pico máximo de la función de sensibilidad a la salida, al proponer polos dominantes de lazo cerrado con una frecuencia natural  $\omega_n$  mayor a la que obtenía el mismo grado de robustez con la metodología original.
- Al probar la robustez de ambos diseños, en general la manipuladora fue más suave con el diseño realizado usando la metodología propuesta en este trabajo.
- El controlador obtenido con la metodología propuesta en este trabajo tiene un grado de robustez igual o incluso mayor en algunos casos (variaciones de tiempo muerto), en comparación con la metodología original. Esto se debe a que al moldear la función de sensibilidad por medio de  $H_R(z^{-1})$ ,  $H_S(z^{-1})$  y  $P_F(z^{-1})$ , hacen que la forma de ésta se meta en el tubo delimitado por los límites de un margen de retraso igual a un periodo de muestreo, mientras que con la metodología original, generalmente la forma se conserva, únicamente moviendo el diagrama de Bode hacia abajo o hacia arriba.

Al comparar el controlador diseñado por el algoritmo automático contra el diseño propuesto por Landau para el problema de la transmisión flexible, se obtienen buenos resultados, no siempre es mejor el controlador diseñado automáticamente pero se puede concluir que tiene un buen desempeño. La ventaja con el algoritmo automático es exactamente eso, que el diseño es automático, no se necesita de un experto en control para obtener el controlador.

Es importante mencionar que la metodología propuesta incluye todo un proceso de diseño del controlador, el cual inicia en la apropiada selección de un tiempo de muestreo, la identificación automática de un buen modelo discreto y finalmente diseño de un controlador RST robusto.

## 6.2. Trabajos futuros

Se proponen como trabajos futuros a partir de la presente investigación los siguientes:

- Darle la opción al programa de contar con un autoajuste para el controlador RST robusto, esto es, que en base a una respuesta ante cambio en referencia por ejemplo, mida ciertos índices de desempeño y decida si debe rediseñarse para tener más o menos robustez de acuerdo a algún criterio. Esto ayudaría en el caso que la dinámica del proceso cambiara, por lo cual la respuesta cambiaría también, necesitando reajustar el criterio de robustez.
- Adicionar la opción del bloque adaptivo. Esto es, que se parta de un diseño robusto pero ya en lazo cerrado el algoritmo este constantemente identificando el proceso para en caso de existir variaciones paramétricas, reajustar los parámetros del modelo y por lo tanto del controlador. Landau I. D. [2] propone dos esquemas de control adaptivo, directo e indirecto. Como ya se dijo en la introducción, el control robusto en combinación con el adaptivo es una herramienta más poderosa para el control de procesos.
- Buscar otra optimización del método del moldeo de la función de sensibilidad, de manera que no se tengan tantas iteraciones para ahorrar procesamiento computacional.



- Diseñar el controlador robusto no sólo basándose en un margen de robustez, como en este caso el margen de módulo  $\Delta M$ . Diseñar el controlador tomando en cuenta también el margen de retraso por ejemplo, para así poder llegar a un diseño más robusto de acuerdo a las necesidades del proceso. En esta metodología se observó como en general al cumplir el margen de módulo se incrementaba el margen de retraso, pero nunca se buscó cumplir con un margen de retraso propuesto.
- Cambiar la programación hecha en Matlab™ a funciones del script de LabVIEW™, o mejor aún, a bloques de LabVIEW™, de tal forma que no se dependa de Matlab™ en lo absoluto ni de algún script. Así el programa sería más óptimo en su ejecución, ya que no consumiría tantos recursos del sistema computacional, lo cual puede ocasionar problemas de control en tiempo real para procesos que requieran un periodo de muestreo muy pequeño.



## Bibliografía

- [1] Aström K. J. and T. Häggglund. *PID Controllers*. Second edition, Instrument Society of America 1995.
- [2] García Q. *Automatización del Proceso de Identificación de Sistemas*. Tesis ITESM Campus Monterrey 2000.
- [3] Landau I. D., R. Lozano and M. M'Saad. *Adaptive Control*. First edition, Springer-Verlag London Limited, London 1998.
- [4] Landau I. D., A. Karimi, A. Voda and D. Rey. *Robust Digital Control of Flexible Transmissions Using the Combined Pole Placement/Sensitivity Function Shaping Method*. European Journal of Control 1995; 1: 122-133.
- [5] Landau I. D. *System Identification and Control Design*. First edition, Prentice Hall 1990.
- [6] Sánchez J. y José R. *Control Adaptativo Predictivo Experto ADEX Metodología, Diseño y Aplicación*. Primera edición, UNED 2005.
- [7] Ogata K. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Segunda edición, Pearson Prentice Hall 1996.
- [8] Rosas L. *Metodología para la Automatización del Diseño de Controladores RST Robustos*. Tesis ITESM Campus Monterrey 2002.
- [9] Treviño E. *Automatización del Diseño de Controladores Digitales RST*. Tesis ITESM Campus Monterrey 2002.