

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

DIVISION DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA



"MODELACION, DISEÑO E IMPLEMENTACION DE
UNA ESTRATEGIA DE CONTROL HIBRIDO
APLICADA A UN SISTEMA NO LINEAL"

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACION

POR:

MIGUEL ANGEL MEDINA LOPEZ

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE DE 2002

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY**

CAMPUS MONTERREY

**DIVISION DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA**



**"MODELACION, DISEÑO E IMPLEMENTACION DE
UNA ESTRATEGIA DE CONTROL HIBRIDO
APLICADA A UN SISTEMA NO LINEAL"**

TESIS

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACION**

POR:

MIGUEL ANGEL MEDINA LOPEZ

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE DE 2002

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY**

PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA



“MODELACIÓN, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN
DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL HÍBRIDO
APLICADA A UN SISTEMA NO LINEAL ”

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE

MAESTRO EN CIENCIAS
ESPECIALIDAD EN AUTOMATIZACIÓN

POR:

MIGUEL ANGEL MEDINA LÓPEZ

DICIEMBRE 2002

DEDICATORIAS

*A Yahvé,
por ser mi pastor y proporcionarme todo cuanto necesito...*

*A mis Padres Juan Medina Piña y Ma. Eulalia López de Medina,
por darme la vida, su apoyo y comprensión, por ser siempre mi modelo a seguir.*

*A mis hermanos,
por que siempre han sido un pilar básico en mi desarrollo académico.*

*A mi Primo Margarito Vazquez López,
Por que siempre ha sido como un hermano para mí.*

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Antonio Favela Contreras, por todos sus conocimientos transmitidos, su tiempo y entrega durante la realización de este trabajo de tesis, por impulsarme a concretar mi viaje a Francia y dar un valor agregado en mi persona.

Al Dr. Jorge Limón Robles, por sus comentarios sobre este trabajo de tesis, por preocuparse verdaderamente en el aprovechamiento de los conocimientos proporcionados en el postgrado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) por las facilidades otorgadas para el estudio de este postgrado.

A mis compañeros Raúl Ceceña, Octavio C. Rangel, y Francisco Calleja, ya que sin su ayuda y compañía la realización de este trabajo no hubiese sido igual.

A todas y cada una de las personas que forman parte de mi vida,

¡¡MUCHAS GRACIAS!!

Resumen

El presente trabajo de tesis muestra un nuevo enfoque de control para sistemas híbridos, considerando como sistema híbrido todo sistema que involucra dinámicas de variables continuas y discretas inherentes a un proceso.

La aportación principal de esta tesis es el desarrollo de una estrategia de control basada en el modelo de autómatas híbridos e implementada para el control de un proceso no lineal. Al final del presente trabajo se muestran los resultados obtenidos de un estudio comparativo entre el controlador propuesto contra una estructura de control PID-ISA.

Índice general

1. Introducción a los Sistemas Híbridos	1
1.1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	1
1.2.1. Breve Reseña Histórica	2
1.3. Sistemas Híbridos Diferentes Ejemplos	2
1.3.1. Ejemplos de Comportamiento de Sistemas Híbridos	3
1.4. Objetivo de la Tesis	5
1.5. Contenido	5
2. Modelación de Sistemas Híbridos	6
2.1. Conceptos Básicos	6
2.2. Revisión de Sistemas y Modelos	7
2.3. Teoría de Espacio de Estados	8
2.3.1. Estado Continuo	8
2.3.2. Variables de Estado	9
2.3.3. Espacio de Estado	9
2.3.4. Estado Discreto	9
2.4. Control Óptimo	10
2.4.1. Funciones de Costo	10
2.4.2. Principio de Mínimo Pontryagin	11
2.4.3. Tiempo Óptimo	11
2.5. Sistemas No Lineales	12
2.5.1. Puntos de Equilibrio	14
2.5.2. Funciones de Lyapunov	14
2.6. Teoría de Autómata	15
2.7. Autómatas de Estado Finito	16
2.8. Autómata Temporizado	18
2.9. Autómata Híbrido	18
2.10. Propiedades de los Sistemas Híbridos	21
2.10.1. Vectores de Campo de Conmutación	21
2.10.2. Conjuntos de conmutación (Switch sets)	22
2.10.3. Combinación de los Estados Híbridos	22
2.10.4. Evolución de los Sistemas Híbridos	22
2.10.5. Puntos de Equilibrio en Sistemas Híbridos	22
2.10.6. Controlabilidad en Sistemas Híbridos	24

2.11. Termostato Simple	25
2.12. Control de Barrera de Tren	27
2.12.1. Especificaciones	27
2.12.2. Elementos del Lazo de Control	27
2.12.3. Modelo del Tren	28
2.12.4. Modelo de la Barrera	28
2.12.5. Modelo del Controlador	29
2.12.6. Simulación del Sistema Tren-Controlador-Barrera	32
3. Estrategias y Enfoques de	
Diseño de Controladores Híbridos	34
3.1. Modelo de Control Incluyendo una Imagen de la Planta	35
3.1.1. Modelo sin Imagen de la Planta	35
3.2. Controladores Híbridos Multi-Objetivos	37
3.3. Control Óptimo para	
Sistemas Híbridos con Integrador	37
3.3.1. Objetivos de Diseño y Consideraciones del Modelo	38
3.3.2. Caracterización de la Solución	39
3.4. Controladores de Tiempo Óptimo.	40
3.5. Controladores Híbridos Múltiples	41
3.5.1. Estructura del Controlador.	41
3.5.2. Controlador de Modo Doble	41
3.6. Esquema de Estabilización en la Conmutación	43
3.7. Estrategia de Conmutación Mínima	
(Min-Switch Strategy)	43
4. Implementación de la Estrategia de Control Híbrido	45
4.1. Estrategia Propuesta	45
4.2. Proceso de Temperatura	
(Secadora Industrial T01)	47
4.3. Entidades Continuas y Discretas del Proceso	47
4.4. Modelación Híbrida del Proceso	49
4.5. Validación del Modelo	53
4.6. Diseño del Controlador Híbrido	54
4.6.1. Controlador PID	54
4.6.2. Controlador Óptimo	55
4.7. Simulación del Controlador Híbrido	58
4.7.1. Resultados de la Simulación	58
4.8. Programación del Controlador Híbrido	60
4.8.1. Discretización del PID	60
4.8.2. Implementación del Controlador Óptimo	61
4.8.3. Función de conmutación (switcheo)	61
4.8.4. Partición del Espacio y Sintonización del Controlador	63
4.8.5. Resultados Experimentales	63

5. Conclusiones y Perspectivas	67
5.1. Conclusiones	67
5.2. Perspectivas	67
A. Metodología para el Modelado y Desarrollo de Análisis de Sistemas Híbridos	68
B. Resultados en Proceso Real	73
C. Validación del Modelo Simulado	76
D. Interfase Hombre Máquina	78
E. Sistemas Híbridos en la Ingeniería de Control.	79
E.1. Sistemas Híbridos	79
E.2. Planta en Circuito Abierto (OLHP)	80
E.3. Controlador Híbrido (HC)	81
E.4. Modos de Interacción entre Sistemas Híbridos	82
E.4.1. Conexión en Cascada	82
E.4.2. Conexión en Paralelo de Sistemas Híbridos	84
E.4.3. Conexión en Retroalimentación	85
F. Simulación de la Estrategia Propuesta Usando MVS	88
F.1. Controlador:	88
F.2. Secadora:	88
F.3. Interfase	89

Índice de figuras

1.1. Ejemplo de Proceso Batch	4
2.1. modelo matemático describiendo un sistema físico	8
2.2. Minimización del Hamiltoniano $H - u$	12
2.3. Sistema No Lineal	14
2.4. Ejemplo de un sistema de transición	15
2.5. Autómata de estado finito	17
2.6. Autómata temporizado	18
2.7. Dinámica continua del reloj	19
2.8. Representación de Σ	20
2.9. Evolución de un sistema híbrido	23
2.10. Modelo de autómata para el termostato simple	26
2.11. Ejecución del termostato en MVS	26
2.12. Control de barrera de tren	27
2.13. Elementos del lazo de control	28
2.14. Modelo del Tren	29
2.15. Barrera de control	30
2.16. Modelo del controlador	31
2.17. Velocidad del tren	31
2.18. Variable de distancia del objeto tren	32
3.1. Supervisión en lazo cerrado de sistemas híbridos	36
3.2. Supervisión en lazo cerrado de sistemas híbridos sin imagen de la planta	36
3.3. Espacio de estados particionado en regiones para decidir que vector de campo alcanza V_f en tiempo óptimo	40
3.4. Arquitectura de controladores múltiples	41
3.5. Algoritmo de control	42
4.1. Lazo de control para secadora Industrial T01	47
4.2. Modelo de automata para la secadora T01	51
4.3. Validación gráfica del modelo	54
4.4. Modelo de autómata del controlador híbrido	57
4.5. Lazo de control para el proceso Controlador-Secadora-Interfase	58
4.6. Proceso simulado	59
4.7. Descripción gráfica de la función de conmutación implementada	62
4.8. Respuesta del sistema ante cambios en referencia y perturbaciones	64

4.9. Respuesta en manipulación al sistema de la figura 4.8	64
4.10. Respuesta del sistema ante un escalón positivo de magnitud 20	65
4.11. Respuesta en manipulación correspondiente a la figura 4.10	66
4.12. Interpretación geométrica del índice de desempeño IAE	66
A.1. Nodo SISO	70
A.2. Nodo S_j de un autómata híbrido desacoplado H_{CLID}	71
B.1. Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 50-70)	73
B.2. Respuesta de Manipulación ante cambio en referencia (Rango 50-70)	73
B.3. Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 30-50)	74
B.4. Respuesta de manipulación ante cambio en referencia (Rango 30-50)	74
B.5. Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 50-30)	75
B.6. Respuesta de manipulación ante cambio en referencia (Rango 50-30)	75
C.1. Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 2-12) SSE=10.07	76
C.2. Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 32-42) SSE=27.04	76
C.3. Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 12-2) SSE=14.81	77
C.4. Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 2-12) SSE=27.16	77
D.1. Interfase Hombre Máquina	78
E.1. Diagrama a bloques de un sistema Híbrido	80
E.2. Planta en circuito abierto.	81
E.3. Controlador Híbrido.	82
E.4. Conexión en cascada de dos sistemas híbridos	83
E.5. Conexión paralela de dos sistemas híbridos	84
E.6. conexión en retroalimentación de dos sistemas híbridos	86
F.1. Autómata asociado a la interfase de usuario	89
F.2. Interfase de usuario para proceso simulado	90

Índice de tablas

4.1. Resultados de la identificación para manipulaciones positivas	48
4.2. Resultados de la identificación para manipulaciones negativas	48
4.3. Estados discretos del sistema	49
4.4. Transiciones del automata que describe el controlador híbrido	57
4.5. Partición del espacio de estado	63
4.6. Parámetros de sintonía del controlador híbrido	63
4.7. Parámetros de sintonía del controlador PID-ISA	63
4.8. Comparación de los índices de desempeño	65
B.1. Índices de desempeño para el controlador híbrido	74
B.2. Índices de desempeño para el controlador PID-ISA	75

Capítulo 1

Introducción a los Sistemas Híbridos

1.1. Introducción

Para establecer una automatización integrada, los sistemas de producción comúnmente se representan mediante una mezcla de modelos continuos y discretos formando entre ellos una jerarquía de modelos.

En los niveles más cercanos al proceso físico la dinámica de los mismos se modela de una manera continua. Para representar la realidad, generalmente mediante una familia de ecuaciones diferenciales que modelan en lo mejor posible la parte continua del proceso, mientras que a medida que los niveles de la jerarquía organizacional y de interés se alejan del proceso físico, la realidad del sistema se modela de una manera discreta. El sistema de automatización global se puede entonces visualizar como una jerarquía de sistemas, que deben estar integrados, trabajar de forma inteligente y cooperante, con el fin de responder rápidamente ante cambios en el proceso de producción.

1.2. Antecedentes

En la ingeniería de control, uno de los objetivos es encontrar una señal de control factible, basada en mediciones, de manera tal que el comportamiento de este proceso sea el deseado a pesar de las perturbaciones que se generen en o por el medio ambiente.

Los sistemas híbridos son una clase de sistemas que nos ayudan a alcanzar tales objetivos de control. En el diseño de sistemas de control, existe un cierto compromiso que se debe cumplir al elegir los objetivos de un controlador, un ejemplo lo representa la elección de los objetivos de control que nos llevan a un buen comportamiento del sistema ante cambios en referencia, así como un rechazo efectivo de perturbaciones.

Estos objetivos de control planteados pueden resultar muy complicados de alcanzar si se trata de controlar al proceso mediante un lazo simple de control. La intención de esta tesis es mostrar la efectividad de los sistemas híbridos en el modelado de sistemas que por su propia naturaleza resultan difíciles de modelar mediante métodos tradicionales y plantear una estrategia de implementación de estos controladores para alcanzar objetivos de control que serían complicados de alcanzar con estrategias convencionales de control.

1.2.1. Breve Reseña Histórica

Los sistemas híbridos ciertamente no son tipos nuevos de sistemas. Estos son al menos tan antiguos como los relevadores con efecto de histéresis. Este trabajo fue publicado en 1966 por Hans Witsenhausen[4], quien presentó un modelo de sistema dinámico que consistía en la interacción de sistemas de estados continuos y discretos. Witsenhausen definió, formuló y analizó como un problema de optimización la dinámica de comportamiento de sistemas híbridos. Mas tarde celler en [19] introdujo el concepto de sistema híbrido en su tesis doctoral publicada en 1979. Así a lo largo de los años se han hecho intentos por hacer una teoría unificada en el ramo de los sistemas híbridos con el fin de que se llegue a adoptar un estándar para la modelación, análisis y control de estos sistemas.

1.3. Sistemas Híbridos Diferentes Ejemplos

Un sistema es una colección de componentes relacionados entre sí, en los cuales hay un conjunto especificado de variables independientes entre sí llamadas entradas, y un conjunto de variables dependientes llamadas salidas[1].

Los sistemas híbridos son sistemas dinámicos que incluyen relaciones entre variables de estado continuas como discretas. El modelado de sistemas híbridos y el posterior control de los mismos tiene muchos aspectos teóricos aún no resueltos por lo que su estudio presenta muchos desafíos en investigación.

La naturaleza de un proceso físico es comúnmente limitada a una modelación de estados continuos, o bien, como sistemas de eventos discretos. Una razón por la cual quizás esto ocurre es por el mejor conocimiento y tratado de estos tipos de sistemas por separado, que el existente sobre la naturaleza de los sistemas híbridos. De cualquier forma no siempre es posible limitar la naturaleza de los sistemas híbridos, por lo que en ciertas aplicaciones se tendrá que tomar en cuenta la dinámica híbrida para obtener una modelación satisfactoria de un sistema físico.

1.3.1. Ejemplos de Comportamiento de Sistemas Híbridos

En la naturaleza no es difícil encontrar ejemplos de sistemas físicos que nos motiven al estudio de los sistemas híbridos, ejemplos de estos sistemas los podemos revisar en la mayoría de la literatura dedicada al estudio de estos sistemas. Por citar solo algunos casos seguidamente describiremos algunos ejemplos.

Procesos Batch o por lotes

En el procesamiento por lotes, un proceso recibe un conjunto de materia prima, la cual es transformada en un nuevo producto mediante mezclas y aplicación de energía. Una vez después de haber terminado de procesar ese lote, éste inicia nuevamente para repetir el mismo proceso o realizar uno nuevo.

Este tipo de procesos los encontramos en la industria siderúrgica, en la industria de alimentos y en gran parte de la industria química donde diferentes productos se producen en la misma planta. Los procesos Batch son por excelencia de naturaleza híbrida ya que en ellos se tienen tanto flujos continuos de material y energía como componentes discretos ya sean actuadores de estado finito o sensores con distintos modos de comportamiento.

En la figura 1.1 se ilustra la naturaleza híbrida de un proceso por lotes, en el cual podemos identificar 2 tipos de elementos. El primero de ellos son los elementos discretos tales como las válvulas de dos estados (abiertas o cerradas), bombas, agitadores y calentadores. El otro tipo son los elementos continuos como son el nivel de los tanques, la temperatura del líquido en el tanque 1 y la velocidad de la banda transportadora.

Supongamos que el arreglo de la figura 1.1, está diseñado para producir una salida de algún tipo de sustancia química, y para llevarse a cabo esta tarea, debe seguirse la siguiente secuencia de proceso. El tanque 1 es llenado inicialmente con dos tipos de sustancias que después deben ser mezcladas y calentadas respectivamente. El lote debe ser transportado hacia el tanque 2 donde posteriormente esta mezcla reacciona con un nuevo componente. La salida es enviada y almacenada en el tanque 3, esperando la presencia de algún recipiente vacío sobre la banda transportadora.

En este ejemplo podemos observar la interacción entre las variables continuas y discretas en el funcionamiento del proceso, dándole al mismo tiempo una característica híbrida.

Termostato

La temperatura de un cuarto es controlada a través de un termostato, el cual continuamente sensa la temperatura y enciende o apaga el calentador. Cuando el calentador está apagado, la temperatura, denotada por la variable x , decrece de acuerdo con la siguiente función exponencial

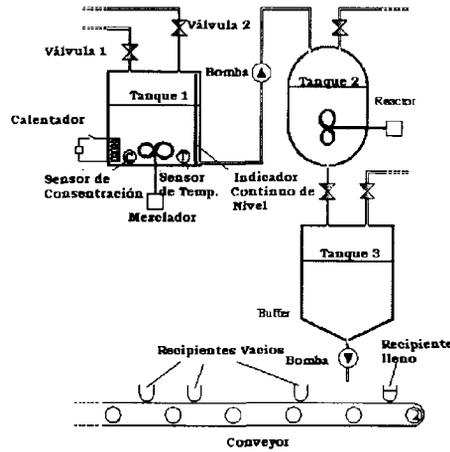


Figura 1.1: Ejemplo de Proceso Batch

$$x(t) = \theta e^{-Kt} \quad (1.1)$$

donde θ es la temperatura inicial, K es una constante determinada por el cuarto y t es el tiempo. Cuando el calentador es encendido la temperatura cambia de acuerdo con la ecuación 1.2, donde h es una constante que depende de la potencia del calentador.

$$x(t) = \theta e^{-Kt} + h(1 - e^{-Kt}) \quad (1.2)$$

El comportamiento deseado del calentador es mantener la temperatura entre un límite inferior y otro superior encendiéndolo o apagándolo. Así el comportamiento dinámico de la temperatura es continuo influenciado por la ocurrencia de eventos discretos (encendido y apagado), dándole de esta manera la característica híbrida.

Monitor de nivel de agua

Supongamos que el nivel de un tanque es controlado a través de un monitor, el cual continuamente al igual que en el termostato del ejemplo precedente, sensa el nivel de agua presente y apaga o enciende una bomba que suministra el agua en el tanque. El nivel cambia como una función lineal continua por partes. Y a manera de ejemplo suponga que cuando la bomba se apaga, el nivel de agua decae a una cierta razón de pulgadas por segundo; mientras que cuando la bomba se enciende el nivel aumenta a una razón de una pulgada por segundo distinta a la supuesta cuando decae el nivel. El monitor de este ejemplo puede entonces clasificarse como un sistema híbrido, ya que el monitor debe de mandar la señal de cambio a la bomba antes que el nivel alcance los

niveles inferior y superior respectivamente creando una interacción entre las variables discretas del sistema (apagar o encender bomba) y la variable continua de nivel.

1.4. Objetivo de la Tesis

Basados en la teoría del autómata híbrido, representar la dinámica de sistemas no lineales y proponer un algoritmo de control híbrido que permita optimizar el desempeño del sistema en lazo cerrado.

1.5. Contenido

A continuación presentamos brevemente el orden y el contenido de este trabajo de tesis, el cual fue dividido como sigue.

El capítulo 1 contiene el material introductorio acerca de los sistemas de control híbrido. Se presenta una reseña histórica y diferentes ejemplos de sistemas híbridos que son comunes de encontrar en la industria. Finalizamos este capítulo presentando el objetivo de este trabajo y un resumen del contenido del mismo.

En el capítulo 2 se presenta la teoría correspondiente a la modelación de los sistemas híbridos, tomando como primer punto una revisión de los sistemas y modelos existentes. Se introducen los conceptos básicos necesarios y utilizados en el desarrollo de la tesis tales como lo son el control en el espacio de estados, el control óptimo, la teoría de autómatas y algunos tópicos selectos de la teoría de control no lineal. A manera de ejemplo, al final de este capítulo se presentan dos modelaciones de sistemas híbridos basadas en la teoría del autómata híbrido. El primer ejemplo se refiere a un termostato simple, mientras que el segundo ejemplo es el control de una barrera de tren.

El capítulo 3 aborda de manera general las principales estrategias de control usadas en la actualidad para los sistemas híbridos, se analiza en específico la técnica de control de modo doble usada como base de la técnica propuesta en el capítulo 4.

El capítulo 4 se dedica a la definición e implementación de la estrategia de control híbrido, se presenta la justificación de la estrategia usada y se aplica a un proceso no lineal de temperatura. Se presenta de manera formal el autómata que describe al proceso, se realiza la simulación de la estrategia propuesta y se presentan los resultados obtenidos de la implementación de dicha estrategia.

Finalmente en el capítulo 5, se presentan las conclusiones y perspectivas futuras de este trabajo de tesis

Capítulo 2

Modelación de Sistemas Híbridos

En la representación de un sistema es necesario entender y modelar correctamente las entradas, los elementos que lo componen y las interacciones de los mismos. Si estos son modelados correctamente, entonces los resultados obtenidos en las salidas serán correctos. Cuando se intenta modelar un sistema, debe hacerse un compromiso entre la simplicidad del modelo y la precisión de los resultados del análisis. Aquí reside el problema común de la modelación: incluir lo suficiente simple como para permitir por medios factibles determinar las salidas. Un modelo en general es una representación o abstracción de la realidad que muestra las relaciones entre causa efecto, entre los objetivos y las restricciones. Debe tomarse en cuenta que un modelo no puede representar todos los aspectos de la realidad por que es únicamente una aproximación del objeto real o situación y que los modelos más fáciles de resolver son también los más fáciles de comprender. Sin embargo, si el modelo se simplifica hasta el grado en donde ya no representa el mundo real, este proporcionará resultados erróneos o dudosos. Por tal motivo hemos elegido al modelo de autómata híbrido para demostrar que en dependencia del proceso, éste representa de mejor manera un proceso de naturaleza híbrida que el que se obtendría con un modelo puramente continuo o puramente discreto.

2.1. Conceptos Básicos

Básicamente y como lo iremos manejando a lo largo de este trabajo, la teoría de sistemas híbridos es una amalgama entre la teoría de control convencional o continuo y la teoría de control discreto, esto se debe a que en múltiples casos los modelos que se obtienen de una representación matemática se ven limitados si solo se usan los conceptos de una u otra teoría para su modelado, análisis y control. Por tanto es necesario definir ciertos conceptos básicos que nos permitan una mejor comprensión

de los sistemas analizados de manera híbrida.

2.2. Revisión de Sistemas y Modelos

La construcción de modelos (abstractos) de partes reales (sistemas) y la investigación de sus propiedades son fundamentalmente los puntos clave de estudio para todos los científicos, los modelos pueden ser mas o menos formales pero todos ellos cuentan con una propiedad importante la cual trata de buscar relaciones de enlace entre el sistema y algún tipo de patrón a seguir.

En particular podemos decir que un modelo de un sistema es una herramienta útil para adquirir algún tipo de información (usado principalmente para predecir el futuro comportamiento o el diseño de un controlador) sobre un sistema sin tener que hacer experimentos previos.

Una de las tareas de las matemáticas es generar modelos para la descripción de sistemas en las diferentes disciplinas. Un modelo matemático formalmente describe la relación entre las diferentes cantidades y variables en el sistema. Tales abstracciones matemáticas (modelos) son comúnmente usados en las distintas ciencias aplicadas a la ingeniería como lo es el caso de la ingeniería de control.

La noción de la palabra sistema, usada en el sentido de que ésta expresa la parte correspondiente a la realidad de un evento es una buena aproximación del significado extenso que puede darse a la palabra, esta realidad está íntimamente relacionada con el modelo del evento que se tenga, de ahí que la palabra sistema puede ser usada para denotar tanto la parte real del evento como el modelo mismo, tal como se muestra en la figura 2.1. En esta tesis la palabra sistema se usará para expresar un relación matemática entre las diferentes cantidades y variables de un sistema.

La información de un sistema bajo investigación es representada mediante variables de estado, las cuales son en cierta forma la memoria del sistema, ya que estas variables nos proporcionan información del estado del sistema en estados anteriores.

Un sistema el cual cambia los valores de sus variables de estado en función del tiempo es comúnmente llamado un sistema dinámico, en contraste con los sistemas estáticos, los cuales mantienen el mismo valor en sus variables de estado en todo momento.

Los sistemas dinámicos pueden ser clasificados en sistemas continuos en el tiempo y sistemas discretos en el tiempo. Una variable de un sistema continuo en el tiempo puede tomar cualquier valor posible en un rango de tiempo determinado, mientras que una variable discreta solo puede tomar valores cuantizados en un intervalo de tiempo.

En general la clasificación de los sistemas se basa en las variables de estado de un sistema. Una variable de estado que toma valores en un conjunto infinito de valores

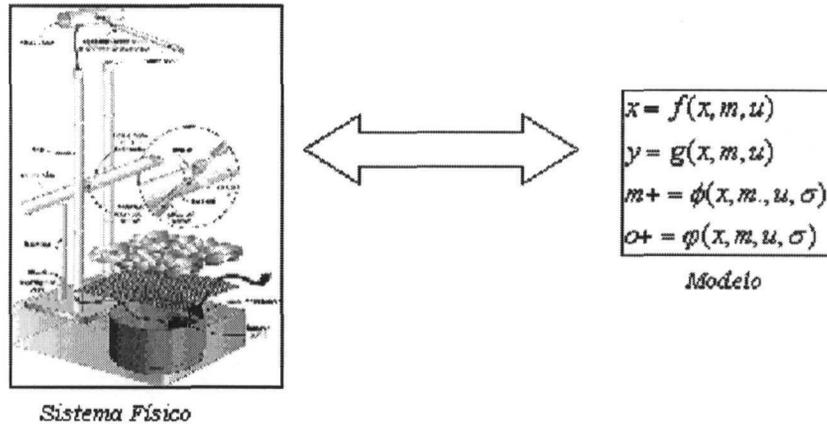


Figura 2.1: modelo matemático describiendo un sistema físico

\mathfrak{R} es llamada una variable de estados continua, mientras que una variable es llamada variable de estados discreta sí toma valores de un conjunto finito de elementos \mathcal{M} . El conjunto \mathcal{M} se conoce con el nombre de conjunto discreto debido a que contiene un número finito de elementos.

Hay muchos ejemplos de variables de estado continuas, como lo son por ejemplo los volúmenes V_1 y V_2 de los tanques en la figura de la página 4, pero también existen muchos otros ejemplos de variables de estado discretas. En la misma figura podemos identificar tales variables en el número de recipientes depositados sobre el conveyor, o los estados discretos de encendido o apagado en el ejemplo del termostato.

2.3. Teoría de Espacio de Estados

La teoría moderna de control está basada en el conocimiento interno de los sistemas, reflejado en las variables que influyen en su dinámica. Estas variables constituyen el concepto de estado del sistema, que será definido en la siguiente sección. El conocimiento de la evolución de todas las variables que influyen en la dinámica del sistema, permite efectuar un control más potente de ésta y su utilización en el control de sistemas más complejos.[25]

2.3.1. Estado Continuo

El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables (denominadas variables de estado) de modo que el conocimiento de estas variables de estado en $t = t_0$, junto con el conocimiento de la entrada para $t > t_0$ determina por completo

el comportamiento del sistema para cualquier tiempo t mayor o igual al tiempo inicial t_o [21].

En general el estado de un sistema lo podemos asociar al concepto natural que manejamos en nuestra vida cotidiana donde el estado representa la situación en la que se encuentra nuestro sistema a todo tiempo t . Así este concepto nos da la información necesaria de nuestro sistema para que en base a tal información se puedan tomar acciones que afecten el comportamiento del mismo.

2.3.2. Variables de Estado

Para conocer el estado interno de un sistema es necesario definir y monitorear las variables que representan información relevante sobre el mismo. A las variables elegidas se les conoce con el nombre de variables de estado y este conjunto de variables no necesariamente son variables medibles pero deberán, al menos ser observables.

2.3.3. Espacio de Estado

Un espacio de estado en principio es un concepto abstracto de la representación vectorial del sistema, matemáticamente éste representa una base ortogonal de vectores llamados vectores de dirección que conforman una región en la cual se mueven los vectores de estado de un sistema a lo largo del tiempo.

En las aplicaciones, el espacio de estado nos ayuda a visualizar en un sistema ordenado como evolucionan las variables internas definidas como variables de estado, y por ende, la dinámica del sistema. En otros términos nos permite visualizar gráficamente el comportamiento dinámico del sistema visto desde el punto de vista de las variables de estado.

2.3.4. Estado Discreto

La teoría de control de eventos discreto necesita del conocimiento y manejo adecuado de sus propios conceptos que son necesarios para la buena comprensión de los sistemas híbridos, por tanto hay que recalcar que en el diseño actual de controladores para sistemas dinámicos complejos la ingeniería se ha visto en la necesidad de satisfacer altos grados de tecnología que anteriormente se resolvía con operadores humanos.

La creciente exigencia de automatización en procesos complejos ha despertado en muchos investigadores la inquietud por el estudio de estrategias de control que involucre en su representación la existencia de la ocurrencia de eventos discretos inherentes en la dinámica del sistema. con este tipo de modelos las plantas y los controladores se representan como un autómata que interactúa con la planta (o proceso físico) a través de una interfaz que facilite el manejo de este tipo de sistemas. El estado discreto se

representa por un punto en un espacio de estado particionado en un conjunto finito de posibilidades que puede modelarse con autómatas

2.4. Control Óptimo

La optimización se refiere a la ciencia de maximizar o minimizar objetivos. El optimizar requiere de una medición del desempeño de manera tal que cuando éste se formula en forma matemática se le conoce como función de costo. Los objetivos se proponen con base a la formulación del problema a optimizar y existen al menos 3 partes fundamentales en los problemas de optimización que son:

- Un objetivo
- Un modelo
- Restricciones

2.4.1. Funciones de Costo

Algunas veces también conocidas como índices de desempeño, donde la meta es encontrar una función $u^*(t)$ que conduzca al sistema de un estado x_0 a un tiempo t_0 a un estado de referencia final x^R en un tiempo t_f .

En muchas situaciones prácticas es deseado llevar los estados de un sistema de un punto a otro dentro del espacio de estados en el mínimo tiempo posible, y es en estos casos en los que la función de costo V esta dada por:

$$V = \int_{t_0}^{t_f} 1 dt \quad (2.1)$$

Consideremos un sistema el cual puede ser lineal, no lineal, variante o invariante en el tiempo descrito por:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.2)$$

$$y = g(x, u, t) \quad (2.3)$$

Donde:

x denota la variable continua

u es la variable de entrada y

t es el tiempo

En general podríamos preguntarnos si es posible construir una entrada óptima $u^*(t)$ la cual conduzca a S desde $x(t_0)$ hasta $x(t_f)$ de tal forma que una función de costo V sea minimizada.

La estructura de una función de costo que permita afrontar tal problema de manera práctica es:

$$V = l(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (2.4)$$

Donde:

L es el Lagrangiano en $t_0 < t < t_f$, quien representa el comportamiento del sistema de control dentro del intervalo.

l es una función escalar que representa el costo terminal a $t = t_f$, como una medición de la precisión del objetivo.

2.4.2. Principio de Mínimo Pontryagin

Los estados de la señal de control $u^*(t)$, $t_0 \leq t \leq t_f$, el cual minimiza a el costo V es aquella que minimiza el Hamiltoniano

$$H = l(x, u, t) + p^T(x, u, t)f(x, u, t) = L(x, u, t) + p^T \dot{x} \quad (2.5)$$

donde p es un vector de costo regido por las ecuaciones de costo

$$\dot{p} = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T \quad (2.6)$$

2.4.3. Tiempo Óptimo

Considere un sistema descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.7)$$

El hamiltoniano (2.5) para este caso en particular esta dado por:

$$H = 1 + P^T(Ax + Bu)$$

Con condición estacionaria o también conocida con el nombre de función de conmutación (tratada con más detalle en el capítulo 3 y 4).

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = P^T B$$

Esto sin embargo no involucra a $u(t)$, por tanto esta señal de control quizás no sea usada para expresar el control en términos de $P(t)$. El problema se debe a que H es una función escalar lineal en u , y para minimizarlo debemos entonces elegir una señal u que haga posible que $P^T B u$ sea tan pequeño como sea posible (pequeño significa que $P^T B u$ tienda a $-\infty$). Esto resulta una hipótesis ilógica, ya que debe considerarse en todo momento la restricción $|u(t)| = U_{\text{máx}}$. De acuerdo con el principio de Pontryagin la señal de control $u^*(t)$ debe satisfacer:

$$1 + P^*(t)^T (Ax^*(t) + Bu^*(t)) \leq 1 + P^*(t)^T (Ax^*(t) + Bu)$$

Por lo que $u^*(t)$ debe cumplir con: $1 + P^*(t)^T B u^*(t) \leq P^*(t)^T B u$, esto significa que la señal de control propuesta $u^*(t)$ y ninguna otra $u(t)$ logran alcanzar tal objetivo.

Nuevamente esto permite expresar a $u^*(t)$ en términos de costos. Por tanto, mediante una simple inspección, y debido que se desea que $p^T B u$ sea lo mas cercano posible a $-\infty$, si $p^T B u$ es positiva entonces $u^*(t) = -U_{\text{máx}}$, de otra manera si $p^T B u$ es negativo entonces $u^*(t) = U_{\text{máx}}$, esto se puede expresar concisamente mediante una función signo, tal que:

$$u^*(t) = -U_{\text{máx}} \text{sign}(p^T B)$$

tal como se muestra en la figura (2.2)

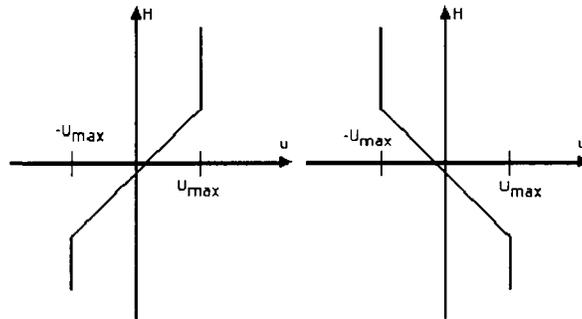


Figura 2.2: Minimización del Hamiltoniano $H - u$

2.5. Sistemas No Lineales

La teoría de sistemas de control se ocupa del análisis y el diseño de componentes interactuantes de un sistema en una configuración que brinde un comportamiento deseado. La configuración esencial usada en teoría de sistemas de control se basa en

el concepto fundamental de realimentación, que consiste en el proceso de medición de las variables de interés en el sistema y usar esa información para controlar su comportamiento

El punto de partida en el análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente como un operador entre entradas y salidas del sistema, o como un conjunto de ecuaciones de diferencia y/o diferenciales. La mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente por teóricos y prácticos del control son lineales. De hecho, los modelos lineales son mucho más manejables que los no lineales, y pueden representar en forma precisa el comportamiento de sistemas reales en muchos casos útiles [26].

Sin embargo, los avances tecnológicos actuales han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia. Por ejemplo, fenómenos no lineales tales como equilibrios múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, corrimiento de frecuencias y caos, se observan comúnmente en aplicaciones modernas importantes en ingeniería. Tales fenómenos no lineales no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales. La cual es una razón ineludible para el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas como la teoría de Autómata que utilizaremos para modelar un sistema de equilibrios múltiples como es el caso expuesto en el capítulo 5.

Los sistemas no lineales trabajan en general con sistemas dinámicos modelados por un número finito de ecuaciones ordinarias de primer orden acopladas entre sí, que representaremos en forma compacta con la ecuación vectorial de primer orden

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.8)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado y $u \in \mathbb{R}^p$ es el vector de entradas (de control). A veces vamos a considerar también una ecuación de salida

$$y = h(x, u) \quad (2.9)$$

Donde $y \in \mathbb{R}^m$ es un vector de variables de interés, por ejemplo variables físicamente medibles o variables que deseamos se comporten de alguna forma especial.

Muchas veces la entrada u no aparece explícitamente en 2.8, ya sea porque la entrada es cero o porque fue especificada como una función del estado $u = \gamma(x)$ Como lo podemos ver en la figura 2.3 (control por realimentación). En este caso la ecuación de estado es la ecuación no forzada

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.10)$$

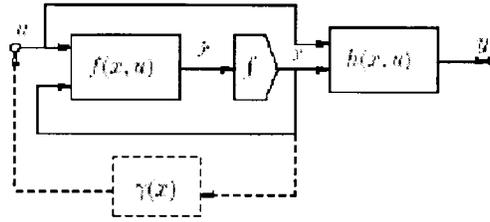


Figura 2.3: Sistema No Lineal

2.5.1. Puntos de Equilibrio

Un concepto importante relacionado con la ecuación de estado 2.10 es el punto de equilibrio que se define como sigue [26]

Un punto $x = x^*$ en el espacio de estado es un punto de equilibrio (PE) de (2.10) si tiene la propiedad de que cuando el estado inicial del sistema es x^* , el estado permanece en x^* en todo tiempo futuro.

Los PE de (2.10) son las raíces de la ecuación

$$f(x) = 0.$$

Un PE puede ser aislado, es decir no tiene otros PE en la vecindad, o puede existir un continuo de PE. Cuando el sistema es lineal, (2.10) tiene la forma conocida

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

y el único PE aislado posible (tomando $u = 0$) es $x = 0$.

2.5.2. Funciones de Lyapunov

En 1892, Lyapunov mostró que algunas otras funciones, no sólo la energía, pueden usarse para determinar la estabilidad de un Punto de Equilibrio (PE). Sea $V : D \rightarrow \mathcal{R}$ una función continuamente diferenciable en un dominio $D \subset \mathcal{R}^n$ que contiene el origen. La derivada de V a lo largo de las trayectorias del PE está dada por

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} f_i(x)$$

$$\dot{V}(x) = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$$

Teorema1(Lyapunov). Sea el origen $x = 0$ un PE de $x = 0$ y sea $D \subset \mathcal{R}^n$ un dominio que contiene el origen. Sea $V : D \rightarrow \mathcal{R}$ una función continuamente diferenciable

tal que

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \text{ en } D - \{0\} \quad (2.11)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } D \quad (2.12)$$

Entonces $x = 0$ es estable.

2.6. Teoría de Autómata

Un autómata finito es un grafo cuyos vértices o nodos son los estados del sistema $(s; p)$ y los arcos representan los eventos continuos del mismo. El sistema evoluciona de un estado a otro por la ocurrencia de estos eventos y existe una ecuación diferencial asociada a cada vértice del grafo y el estado continuo s satisface dicha ecuación en el vértice.

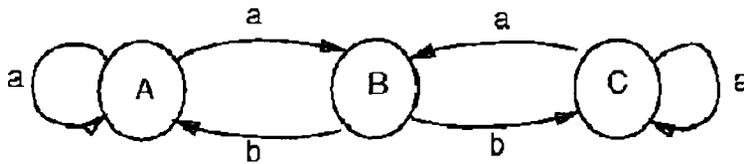


Figura 2.4: Ejemplo de un sistema de transición

Modelo de Branicky

Un modelo propuesto y quizá sea el mas general para los sistemas híbridos es el propuesto por Branicky comparado por Pettersson en [5], consiste en la conexión de una planta híbrida en lazo abierto (OLHP)¹ con un controlador híbrido (HC), que dan como resultado un sistema híbrido en lazo cerrado (CLHS). El modelo propuesto por Branicky presenta a los Sistemas Híbridos como una colección de sistemas dinámicos evolucionando en espacios de variables continuas y sujetos a controles continuos y transiciones discretas. Formalmente un sistema dinámico híbrido controlado (CGHDS) es:

$$Hc = [Q, \Sigma; A; G; V; C; F]$$

Donde:

- Q es el conjunto de estados discretos o estados índices

¹Revisar el Apéndice E para mas detalles sobre los sistemas híbridos en la ing.de control.

- $\Sigma = \{\Sigma_q\}_{q \in Q}$ es la colección de sistemas dinámicos controlados, donde cada $\Sigma_q = [X_q; \Delta_q; f_q; U_q]$ es un sistema dinámico controlado. X_q son espacios de estado continuos; U_q es el conjunto de controles continuos y f_q es la dinámica continua del sistema.
- $A = \{A_q\}_{q \in Q}$, $A_q \in X_q$ para cada $q \in Q$, es la colección de saltos propios.
- $G = \{G_q\}_{q \in Q}$ donde $G_q : A_q \times V_q \rightarrow S$ es la aplicación de transiciones de los saltos propios, parametrizados por el conjunto de control de transiciones V_q , que es un subconjunto de la colección $V = \{V_q\}_{q \in Q}$. Estos representan la dinámica discreta y su control.
- $C = \{C_q\}_{q \in Q}$, $C_q \in X_q$, es la colección del conjunto de saltos controlados.
- $F = \{F_q\}_{q \in Q}$, donde $F_q : C_q \rightarrow 2^S$ es la colección de aplicaciones de destino de saltos

2.7. Autómatas de Estado Finito

Hasta ahora se ha presentado de manera general el comportamiento que debe tener un sistema híbrido, dando pauta a una mejor caracterización de los autómatas.

Por otra parte debemos saber que un sistema discreto puede ser controlado mediante el secuenciamiento adecuado de las entradas que hacen que ocurran las transiciones en el sistema, de modo que los conceptos de estado, controlabilidad y observabilidad clásicos en la teoría de control, se extienden a los sistemas discretos y a los sistemas procedimentales.

Existen diferentes definiciones sobre las máquinas de estado finito o autómatas de estado finito. Chacón en [3] resume a una máquina de estado finito como el modelo matemático para un dispositivo que procesa información, produciendo respuestas a entradas discretas. De una manera más restrictiva, se define como un dispositivo que acepta un lenguaje de acuerdo a unas reglas específicas.

Definición de Autómata de Estado Finito

Un autómata tiene un conjunto finito de estados interno donde la evolución del autómata se realiza mediante cambio en su estado, al recibir una entrada que sea aceptada en el estado presente (Estos cambios en el estado se conocen como transiciones). El conjunto de entradas aceptadas por el autómata forman el alfabeto de entrada. La diferente secuencia de entradas que hacen evolucionar al autómata se conoce como el lenguaje reconocido por el autómata [3]. Una máquina de estados finitos \mathcal{M} está definido por el conjunto:

$$\mathcal{M} = (Q, \Sigma, q_0, F)$$

donde:

- $Q =$ es el conjunto finito de estados definidos por q
- $\Sigma =$ Es el alfabeto de entrada, es un conjunto finito de símbolos de entrada, denotados por σ
- $f_t = Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ es la función de transición o evolución del autómata
- $q_0 \in Q$ es el estado inicial del autómata
- $F \subset Q$ es el conjunto de estados finales de \mathcal{M}

Representación Gráfica de un Autómata

De manera gráfica, un autómata es representado mediante un grafo, donde los nodos representan los estados y los arcos representan las transiciones. Cada transición tiene asociada una entrada para activar su ocurrencia, aunque la misma puede ser nula. En el autómata de la figura 2.5 el conjunto de estados es $Q = \{a; b; c; d; e\}$, el conjunto de símbolos de entrada es $\Sigma = \{a, b, g, d\}$, el estado inicial es a y el final es e . El estado inicial de un autómata se indica mediante una flecha sin origen en otro estado, y los estados finales mediante un doble círculo.

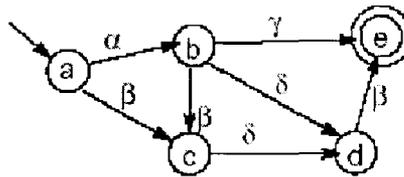


Figura 2.5: Autómata de estado finito

El lenguaje $L(\mathcal{M})$ reconocido por el autómata \mathcal{M} viene dado por el conjunto de las posibles concatenaciones de símbolos aceptadas por el autómata. $L(\mathcal{M}) \subset \Sigma^*$, donde:

$$\Sigma^* = \{\sigma_1; \sigma_2; \dots; \sigma_n; \sigma_1\sigma_2; \dots; \sigma_1\sigma_n; \dots; \sigma_1\dots\sigma_n; \sigma_n\sigma_1\dots\}$$

En el ejemplo anterior, el lenguaje reconocido viene dado por las cadenas:
 $\alpha\gamma, \alpha\beta\delta\beta, \alpha\delta\beta, \beta\delta\beta.$

2.8. Autómata Temporizado

Debido a la imposibilidad de considerar el tiempo como variable en el autómata finito se propuso el modelo del autómata temporizado. Un autómata temporizado (Figura 2.6) es un autómata finito al cual se le ha adicionado un conjunto finito de relojes que registran el tiempo que transcurre dentro de cada estado discreto. Dichos relojes son variables continuas que cambian a una razón constante.

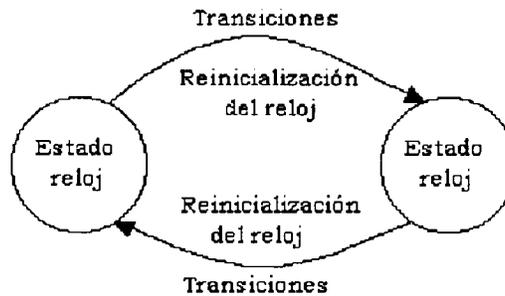


Figura 2.6: Autómata temporizado

O bien como podemos ver en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = 1 \quad (2.13)$$

Separando diferenciales de la ecuación 2.13 e integrando ambos lados de la igualdad obtenemos:

$$x(t) = t \quad (2.14)$$

El valor del reloj puede ser reinicializado como parte de una acción de transición de estado. En la Figura 2.6 se presenta el modelo del autómata temporizado. En este modelo, como en el autómata finito, los estados están representados por vértices o nodos y las transiciones entre dichos estados por arcos. Un autómata temporizado queda totalmente descrito por los estados discretos; los relojes que representan la dinámica continua (figura 2.7) y las transiciones.

2.9. Autómata Híbrido

Un autómata híbrido es una generalización del autómata temporizado, pero las ecuaciones diferenciales continuas no solo representan dinámicas de integradores sino

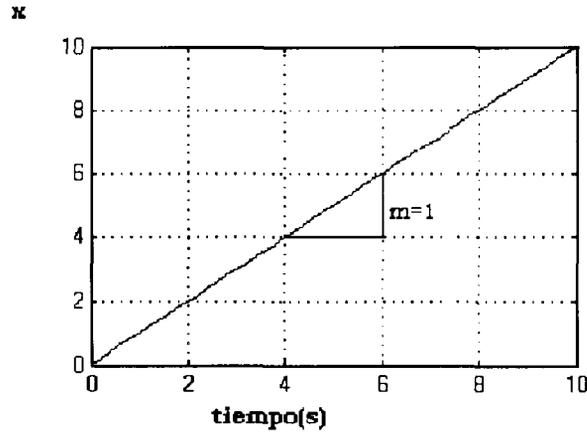


Figura 2.7: Dinámica continua del reloj

también representaciones de primer orden[[1],[11], [12]], y se define completamente en [1] como:

$$H = (X, S, inv, flujo, E, \Sigma, F, Aff, init) \quad (2.15)$$

Donde:

- X (**variables**)= Representa un conjunto finito ordenado $X = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}$ de variables reales y el tamaño de r representa el tamaño del autómata.
- S (**Nodos**)= Es un conjunto finito de n localidades $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ que representan los estados discretos del sistema.
- Inv (**invarianzas**) = Sub regiones dentro del espacio de estados que limitan la evolución continua en cada estado discreto. Por lo general tienen forma de desigualdades definidas por:

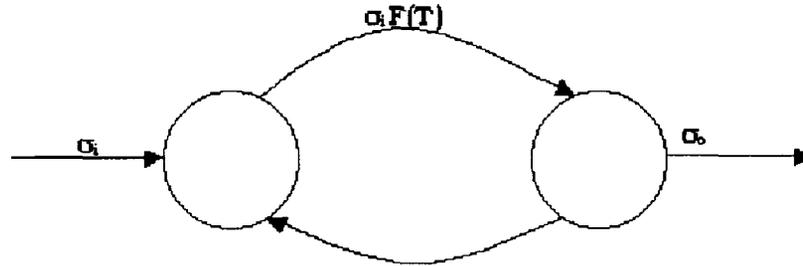
$$a \leq x \leq b \quad (2.16)$$

donde a y $b \in \mathbb{R}$. Una región por lo general esta especificada por la relación:

$$\rho(x) > 0 \quad (2.17)$$

donde $\rho : X \rightarrow \mathbb{R}^r$. El estado x se encuentra dentro de la región, cuando la relación se cumple.

- *flujo* (**condiciones de flujo**) = Funciones que asignan una condición de flujo $flujo(s_i)$ a cada localidad $s_i \in S$, donde la dinámica continua se representa generalmente por ecuaciones diferenciales.
- E (**Edges, Transiciones**) = Conjunto finito de saltos discretos representados por arcos. Cada transición $T_o = (s_i, s_j)$ identifica una localidad origen y una localidad destino.
- Σ (**etiquetas**) = Conjunto de etiquetas Σ tal que para cada transición $T_i \in E$ se puede tener una entrada discreta $\sigma_i \in \Sigma$ para prohibir o autorizar la ejecución de una transición, y/o una salida discreta $\sigma_o \in \Sigma$ que se produzca al instante de la conmutación. La manera en que se utilizan las etiquetas se muestra en la figura 2.8.

Figura 2.8: Representación de Σ

La ausencia de una entrada discreta si sobre un arco del grafo deberá ser interpretada por la condición de salto como $\sigma_i = e$, es decir como un evento que siempre ocurre.

- F (**condiciones de Salto**)= Una función etiquetada como $F(T_i)$ asigna una condición de disparo a cada transición $T_i \in E$. esta función provee las condiciones generales para ejecutar una transición. La cual se representa como una combinación booleana de desigualdades.
- Aff (**Funciones de afectación**) = Son funciones que afectan el punto final de salto de un estado a otro al momento en que se ejecuta una transición discreta.
- $Init$ = Estado inicial del autómata donde la condición inicial se expresa sobre un arco que no tiene nodo origen.

Este modelo representa además de las evoluciones en las transiciones discretas las evoluciones de los procesos continuos afectados por eventos discretos. en general el

estado de un autómata en cualquier instante de tiempo está dado por una localidad de control y valores para todas las variables de estado y puede cambiar de 2 maneras:

- Debido a una transición continua o discreta. Ambos cambios (localidad de control y valor de las variables) cambian de acuerdo a las relaciones de transición.
- Debido a un retraso de tiempo que cambie solo el valor de las variables de acuerdo con la actividad de la localidad en curso.

Dado que un sistema puede estar en una localidad sólo si la invarianza de la localidad es verdadera, algunas transiciones discretas deben tomarse en cuenta antes de que la invarianza sea falsa.

2.10. Propiedades de los Sistemas Híbridos

En esta sección haremos mención de ciertas propiedades referentes al comportamiento inherente de un sistema híbrido, con el fin de justificar la base teórica para los capítulos posteriores, donde será crucial la perfecta comprensión de las propiedades de modelación al momento de diseñar un controlador para un sistema.

2.10.1. Vectores de Campo de Conmutación

El vector f describe la evolución de las variables de estado continuas dependiendo del estado de la variable de estado m . Cada estado discreto $m_i \in \mathcal{M}$ corresponde a un vector de campo específico $f(\cdot, m_i, \cdot), q \in I_l$, y el sistema continuo evoluciona de acuerdo a $\dot{x} = f(\cdot, m_i, \cdot)$ si el estado discreto es m_i . Cuando el valor de m cambia, el resultado de este se proyecta en otro vector de campo específico $f(\cdot, m_j, \cdot), j \in I_l$, describiendo la evolución continua. A estos cambios en el vector de estados f se le conoce comúnmente con el nombre de vector de campo de conmutación. Este fenómeno se presenta usualmente cuando en el vector de campo se ve implicado un cambio abrupto o una discontinuidad en f de modo que las variables de cada vector específico difieran entre sí. Por supuesto, existen discontinuidades en f sin que se presenten cambios en el estado discreto, el vector de campo de conmutación en sistemas físicos como el de la figura 1.1, puede ocurrir debido a actuadores discretos como válvulas (abiertas/ cerradas), bombas(on/ off), etc., estos vectores de campo pueden resultar también como consecuencia de la conjunción de distintos sistemas físicos. O también pueden presentarse en los controladores, donde el vector de campo puede describir una dinámica con integrador la cual cambie abruptamente.

2.10.2. Conjuntos de conmutación (Switch sets)

Los estados discretos pueden cambiar debido a 2 razones, ya sea por un evento externo generado en Σ o bien por un evento interno generado por el proceso continuo. Los eventos externos ocurren sin ninguna influencia de la dinámica continua modelada, mientras que los eventos internos son generados debido a las condiciones en el proceso continuo. Los eventos internos ocasionan un cambio en el estado discreto cuando x y m toman ciertos valores, y pueden en lugar de ser descritos por una función ϕ por un conjunto $S_{i,j}$, el cual esta relacionado con ϕ de acuerdo con la siguiente relación

$$S_{i,j} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid m_j = \phi(x, m_i, \cdot)\}, i \in I_N, j \in I_N \quad (2.18)$$

Donde N es el numero de elementos de \mathcal{M} (posiblemente infinito), y $I_N = \{1, 2, \dots, N\}$; por consiguiente, el conjunto de conmutación indica donde en el espacio de estados continuos \mathbb{R}^n el estado discreto m_i cambia a m_j donde $m_i \neq m_j$. El conjunto de conmutación es a menudo dado como hipersuperficies o hiperplanos geométricos.

2.10.3. Combinación de los Estados Híbridos

Antes que nada, debemos tener en claro que no todas las combinaciones entre los estados discretos y continuos pueden ocurrir en un sistema híbrido, con esto queremos decir que en la naturaleza existen sistemas en los que en ciertos estados discretos la evolución de una variable continua puede no ser factible y viceversa.

2.10.4. Evolución de los Sistemas Híbridos

La evolución de un sistema híbrido descrito por E.1 es a grandes rasgos como sigue: El sistema comienza en un estado inicial $(x_0, m_0) \in H_0$ a tiempo t_0 y evoluciona de acuerdo a $\dot{x} = f(x, m_0, u)$. El estado discreto permanece constante hasta que ocurra un cambio ya sea en por una entrada externa Σ que cambie el estado del sistema o bien que el sistema mismo entre en un estado en el que valor mismo del estado discreto cambie. En ambos casos, el estado híbrido es cambiado a $(x_1, m_1) \in H$ a tiempo t_1 , la dinámica de comportamiento se ilustra en la figura 2.9 donde el estado discreto inicial es igual a m_3 , el siguiente estado discreto m_2 y así consecutivamente.

2.10.5. Puntos de Equilibrio en Sistemas Híbridos

Al igual que en los sistemas no lineales, un concepto importante en los sistemas híbridos son los puntos de equilibrio. Para mostrar este concepto asuma una dinámica descrita por ?? la cual corresponde a un sistema híbrido autónomo [5]. Un punto (x^{eq}, m^{eq}) en un espacio de estados híbridos se dice que es un punto de equilibrio de

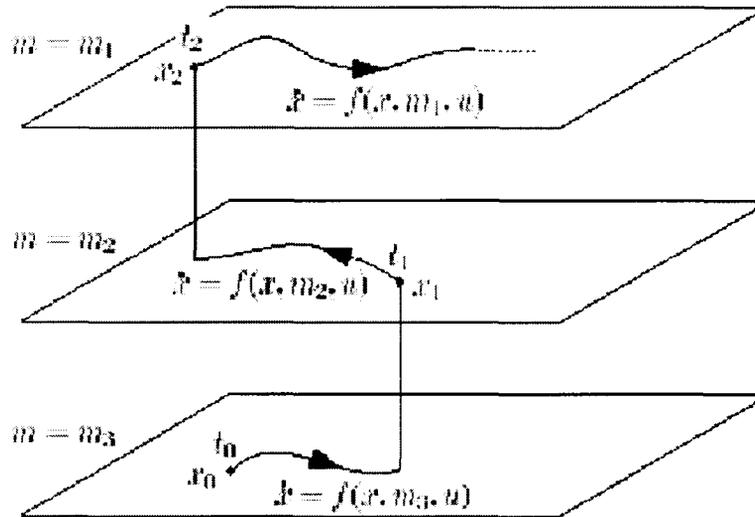


Figura 2.9: Evolución de un sistema híbrido

?? (o simplemente un punto de equilibrio) si cumple con la propiedad de que siempre que el estado híbrido comienza en (x^{eq}, m^{eq}) permanece ahí en cualquier instante de tiempo futuro.

De manera similar para las ecuaciones diferenciales autónomas, el punto de equilibrio híbrido se puede obtener encontrando los estados que satisfagan la relación

$$f(x, m) = 0 \quad (2.19)$$

No obstante, el conjunto de estados que satisfaga esta ecuación no necesariamente es el conjunto de puntos de equilibrio que hagan posible el estado híbrido. En el caso más general en que todos los estados continuos y discretos son posibles estados, entonces todos puntos de equilibrio son posibles estados del sistema híbrido (en cierta región de validación del modelo), pero tal como ocurre en los sistemas no lineales, es posible transformar los sistemas híbridos (con vectores de campo no lineales) de manera tal que un específico punto de equilibrio continuo x^{eq} se encuentre en el origen de un espacio de estados continuos. Esto puede ser llevado a cabo introduciendo una nueva variable

$$z = x - x^{eq}$$

que al sustituir en la ecuación ?? da como resultado

$$\dot{z} = f(z + x^{eq}, m)$$

Ahora en la nueva variable z , el sistema tiene un punto de equilibrio continuo en el origen.

2.10.6. Controlabilidad en Sistemas Híbridos

Como se ha discutido anteriormente un sistema híbrido es un sistema que consiste en la interacción tanto de variables continuas como de variables discretas, en la literatura hemos encontrado numerosos casos de enfoques y teorías para describir el comportamiento de estos sistemas. En nuestro caso usaremos el modelo de autómatas híbrido discutido en el capítulo 1, donde éste consta de transiciones discretas que transfieren al sistema entre un número finito de estados de control o localidades. Los estados globales del sistema pueden cambiar continuamente con el tiempo de acuerdo a leyes físicas. Estos cambios son controlados por cada localidad de control mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales, además cada localidad es etiquetada con condiciones de invarianza que deben mantenerse mientras el control reside en esa localidad, y a cada transición se etiqueta con una serie de asignaciones llamadas guard conditions para proteger tales transiciones.

Un sistema híbrido se define controlable si existe al menos una ejecución aceptable entre cada par ordenado de estados marcados como inicio y final (localidad origen y localidad destino). Esto es, el sistema puede ser controlado para satisfacer todas las especificaciones, mientras exista una transferencia entre dos estados marcados. Y se dice que ha sido controlado si mediante la manipulación de todos los eventos controlables se pudo forzar al controlador a satisfacer todas las especificaciones.

O formalmente:

Definición 1 *Un sistema se define controlable con respecto a una transición de estado $\Phi(s_1, s_2)$ con s_1 y $s_2 \in S$ y a la invarianza Inv , para cada localidad s_i , si existe al menos una secuencia entradas de control discretas que den como resultado una ejecución aceptable para H . [23]*

El problema principal es decidir si un sistema híbrido es controlable o no. Esta pregunta también es de importancia para los diseñadores de sistemas, dado que un sistema incontrolable significa que las especificaciones del sistema no son compatibles con los objetivos de control.

2.11. Termostato Simple

En el capítulo 1 como una introducción a los sistemas híbridos se propuso como ejemplo de comportamiento híbrido un termostato simple, sistema que por naturaleza es de comportamiento híbrido.

Siendo congruentes con la metodología propuesta² en [1], nos encontramos con que el **primer paso** para modelar un sistema deseado (termostato simple) es identificar las entidades continuas y discretas tal como se muestra a continuación:

- Dinámica Continua = Temperatura
- Estados Discretos = Estados On/ Off

Paso 2, Modelación de la Parte Continua:

La elección de la ecuación matemática que represente de mejor manera el comportamiento de la dinámica continua es de la forma 1.1 y 1.2

Paso 3, Modelación de la Parte Discreta: Este paso también es muy sencillo, ya que como hemos dicho el termostato es un mecanismo simple que solo cuenta con 2 estados discretos, ya sea encendido o apagado.

Paso 4, Análisis de las Acciones de Control

Las restricciones que debe de cumplir nuestro modelo son en general muy simples ya que se especifica con detalle que el sistema debe de mantener la temperatura entre un límite superior y otro inferior y por lo tanto el termostato debe estar encendido solo en estos rangos predefinidos

Paso 5, Integración de las Representaciones Obtenidas:

El modelo de autómatas híbridos para este ejemplo cuenta solo con dos estados y dos arcos que muestran el estado activo o inactivo del sistema y sus transiciones posibles, este se muestra en la siguiente figura.

Paso 6, Análisis del Sistema Obtenido:

Para este caso en específico el análisis del cumplimiento de las transiciones lo podemos verificar de una mejor manera si realizamos el paso siguiente, ya que es en éste donde podremos corroborar de manera gráfica si el sistema está llevándose a cabo de manera correcta, y de no ser así entonces regresar al paso 6 hasta encontrar la solución.

Paso 7, Simulación del Modelo y Evaluación de Resultados:

El primer tropiezo que nos podemos encontrar para la realización de este paso y por consecuencia de esta metodología es que la persona encargada de la modelación

²Un resumen de la Metodología Para el Modelado y Desarrollo de Análisis de sistemas Híbridos se puede revisar en el Apéndice A

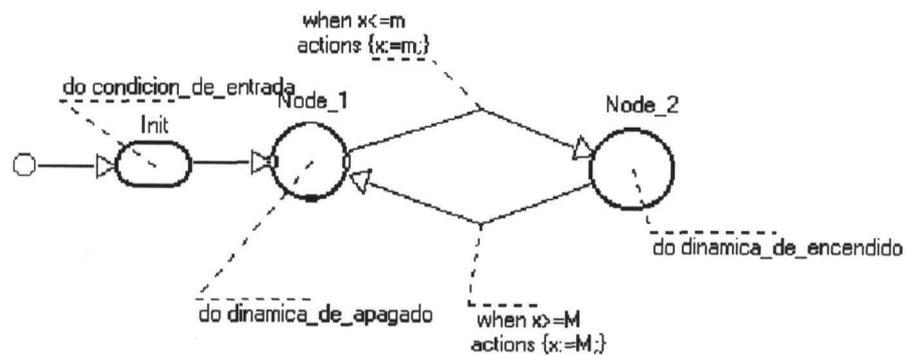


Figura 2.10: Modelo de autómata para el termostato simple

debe conocer perfectamente el software con el que se está trabajando, es por eso que recomendamos ampliamente que antes de introducirse en el tema de modelación de sistemas híbridos se considere un previo entrenamiento con el software a usar. A lo largo de esta tesis haremos uso amplio de softwares como MATLAB & SIMULINK, y MODEL VISION STUDIUM que nos permiten una mejor observación del como trabajan este tipo de sistemas.

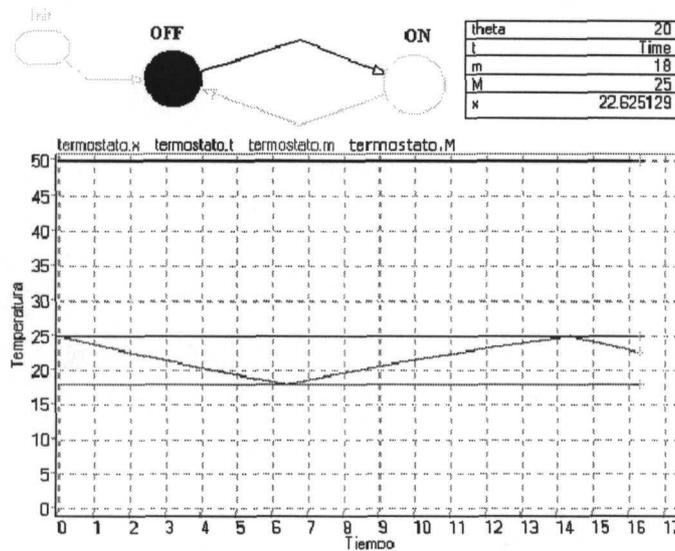


Figura 2.11: Ejecución del termostato en MVS

En la figura 2.11 podemos ver la ejecución del autómata en el software MVS que

nos muestra tanto el estado activo OFF y la gráfica de la dinámica de la temperatura que se mantiene entre los límites predefinidos $m = 18$ y $M = 25$

2.12. Control de Barrera de Tren

El objetivo para este ejemplo es modelar una barrera de control de paso de un cruceo de tren para mostrar la efectividad del modelado híbrido mediante autómatas. Este ejemplo es un poco más elaborado que el ejemplo anterior, ya que en este caso para modelar el comportamiento de la barrera de control se modela tanto el comportamiento del tren como la lógica de ejecución del controlador híbrido, tal como se muestra en la figura 2.12.

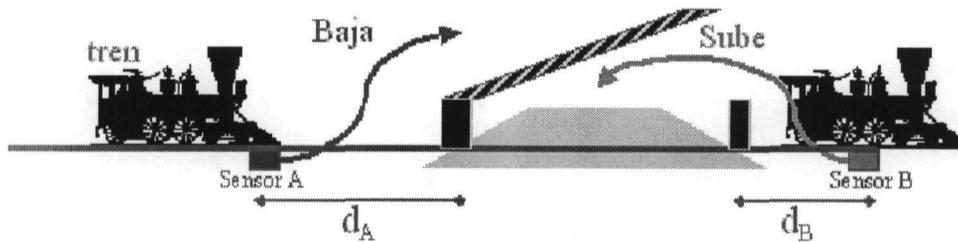


Figura 2.12: Control de barrera de tren

2.12.1. Especificaciones

Las especificaciones para este modelo son las siguientes:

La velocidad del tren $v[m/s]$ cuando se encuentra lejos es: $48 < v < 52$, mientras que cuando este está cerca la velocidad es: $40 < v < 52$.

Existen 2 sensores A y B que emiten señales aprox. y saliendo respectivamente. cuando pasa el tren.

La velocidad máxima de la barrera es 20 grados/s .

La distancia mínima entre trenes es $1500m$.

El controlador emite señales sube y baja.

Las distancias $d_A = 1000m$, y $d_B = 100m$.

2.12.2. Elementos del Lazo de Control

El lazo de control retroalimentado de la figura 2.13 muestra la interacción de las señales usadas en MVS para la ejecución de los autómatas que modelan el comportamiento local de cada uno de los sistemas, para una mejor ejemplificación de este lazo

de control, desglozaremos cada una de las partes de las que se compone este lazo de control.

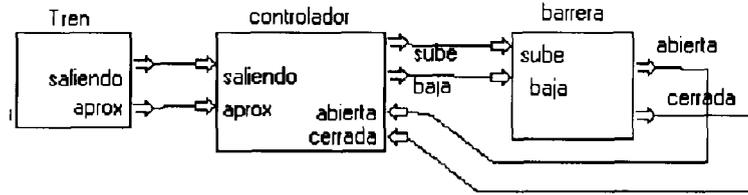


Figura 2.13: Elementos del lazo de control

2.12.3. Modelo del Tren

Por especificaciones de desempeño físico, el modelo de tren debe de contemplar en su totalidad las dinámicas continuas y discretas inherentes del sistema, para ello tenemos que hacer recurso de las siguientes ecuaciones deducidas de las leyes de movimiento.

Desplazamiento como función del tiempo

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (2.20)$$

Velocidad como función del desplazamiento

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} \quad (2.21)$$

Con condiciones iniciales:

$$v_0 = 48$$

$$a = 0,1$$

$$x_0 = 2000$$

De modo tal que el autómata que representa el comportamiento híbrido del tren es como se muestra en la figura 2.14

2.12.4. Modelo de la Barrera

Nuevamente para describir el comportamiento de la barrera de control hacemos uso del autómata híbrido figura 2.15y su funcionamiento es como sigue:

$$H = \{X, S, inv, flujo, E, \Sigma, F, Aff, init\}$$

$$X = \{y, sube, baja\}$$

Consideramos los siguientes 4 estados:

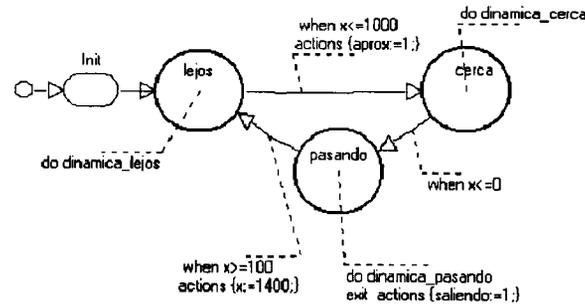


Figura 2.14: Modelo del Tren

$$S = \{Subiendo, Abierta, Bajando, Cerrada\}$$

Inv :

Para y

Si está en “subiendo” ($y \geq 90$)and($y \geq 0$)

Si está en “bajando” ($y \leq 90$)and($y \leq 0$)

$$Flujo = \left\{ \frac{dy}{dt} = 20, \frac{dy}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = -20, \frac{dy}{dt} = 0 \right\}$$

$$E = \{tr2, tr3, tr4, tr5, tr6\}$$

Donde:

$$Tr2 = Subiendo - Abierta$$

$$Tr3 = bajando - cerrada$$

$$Tr4 = abierta - bajando$$

$$Tr5 = cerrada - subiendo$$

$$Tr6 = subiendo - bajando$$

$$S = \{baja = 1\}$$

$$F = \{abierta = 0\}$$

Aff:

En abierta $\{y := 90; abierta := 1; \}$

en cerrada $\{cerrada := 1; y := 0; \}$

$$init = \{Subiendo\}$$

2.12.5. Modelo del Controlador

El diseño del controlador para este ejemplo se hizo de una manera heurística, debido a que la lógica de funcionamiento se puede intuir sin aplicar todavía alguna técnica específica de diseño, la parte dedicada al diseño de controladores para sistemas híbridos se analiza con detalle en el capítulo 4.

El análisis de las acciones del controlador se puede realizar de la siguiente manera:

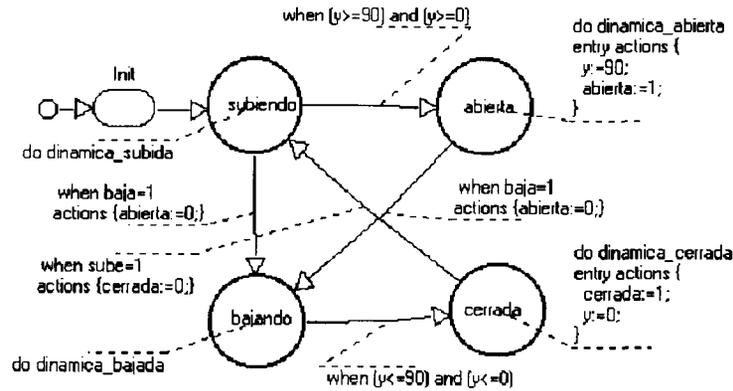


Figura 2.15: Barrera de control

Entra al estado reposo cuando:

- La barrera está abierta o en su defecto cerrada.

Sale del estado reposo cuando:

- Se emite la señal aprox o saliendo

Entra al estado baja_barra cuando:

- se emite la señal aprox.

Sale del estado baja_barra cuando:

- Se emite la señal cerrada

Entra al estado sube barra cuando:

- Se emite la señal saliendo

Sale del estado sube barra cuando:

- Se emite la señal aprox, o bien abierta

El modelo del autómata descrito anteriormente lo podemos observar en la figura 2.16. donde se muestra que las condiciones anteriores son las entradas y cada uno de los estados son las salidas o acciones de control.

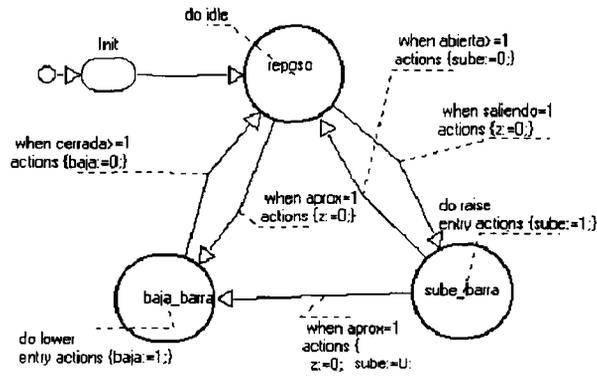


Figura 2.16: Modelo del controlador

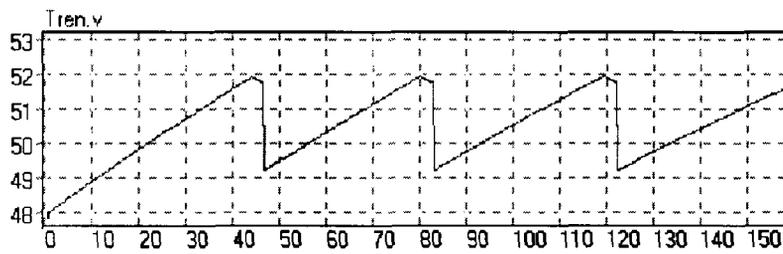


Figura 2.17: Velocidad del tren

2.12.6. Simulación del Sistema Tren-Controlador-Barrera

En la figura 2.17 se ilustra el comportamiento de la variable velocidad del objeto tren, que como podemos ver cumple con las especificaciones de modelación de estar entre los rangos inferior y superior de 48 y 52 respectivamente.

En la gráfica de la figura 2.18 podemos observar la variable de distancia del objeto tren, donde la línea punteada corresponde la inicialización del autómata, es decir la consideración de un tren distinto.

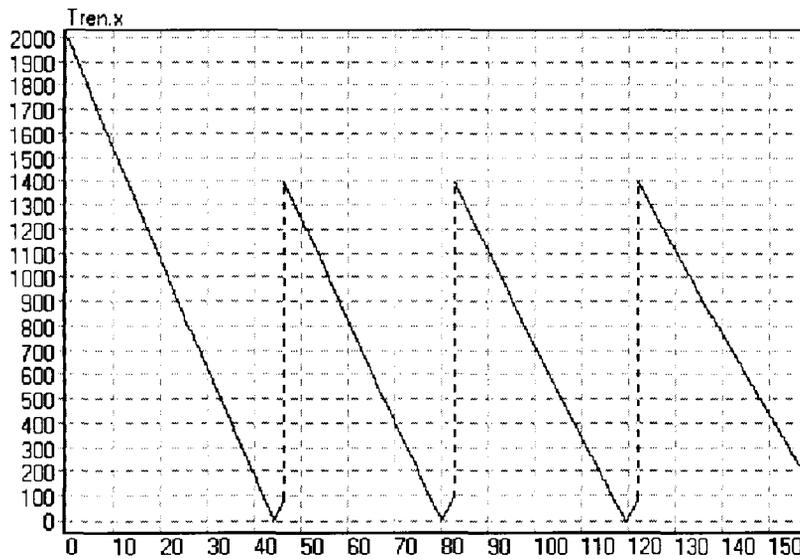
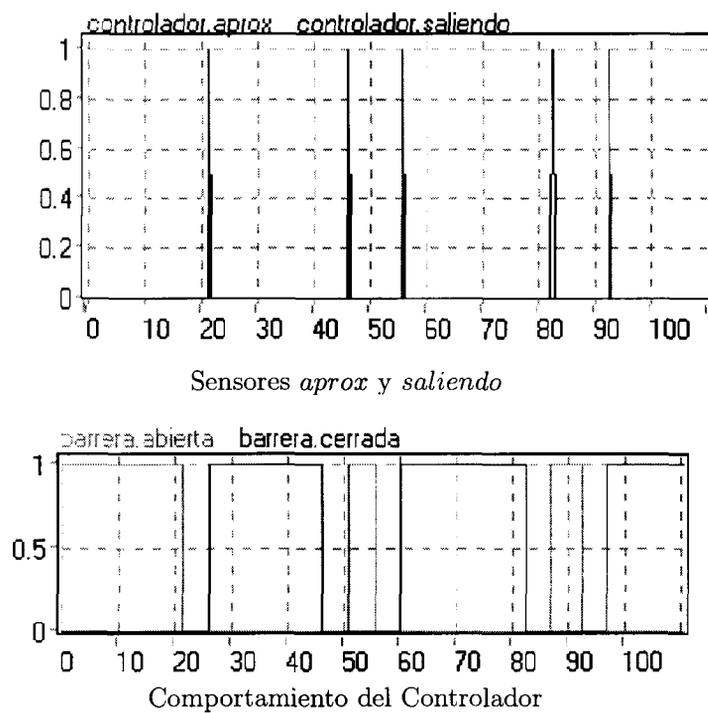


Figura 2.18: Variable de distancia del objeto tren

Por último mostramos dos gráficas que muestran el comportamiento activo de las variables del controlador híbrido asociado a este ejemplo, en la gráfica superior podemos ver las señales enviadas por los sensores A y B, correspondientes a *aprox* y *saliendo*, mientras que en la gráfica inferior se muestra la temporización de los estados abierto y cerrado.



Capítulo 3

Estrategias y Enfoques de Diseño de Controladores Híbridos

Un tópico fundamental en la ingeniería de control es el diseño de controladores tales que cumplan con los requerimientos del sistema en lazo cerrado y a menudo es necesario tener un amplio conocimiento de la planta en lazo abierto para tener éxito en el diseño del controlador. Existen muchas estructuras de controladores que sí bien con distintos valores de sus parámetros satisfacen los requerimientos de la planta a controlar, no siempre es fácil o no resulta tan evidente encontrar una estructura con parámetros que satisfagan tales necesidades.

En la actualidad existen ciertas estructuras de controladores muy bien asociadas a las dinámicas de ciertos tipos de comportamientos de sistemas en lazo cerrado, casos como el P, PI o el PID donde quizás los controladores sean los ideales para sistemas continuos con una respuesta rápida y estable en lazo cerrado.

Estas estructuras de controladores combinadas con la posibilidad de hacer ciertas adaptaciones en sus parámetros dan como resultado el control adaptable de un cierto tipo de sistemas llamados sistemas adaptables.

Otro enfoque común son los métodos de control óptimo donde los controladores son diseñados bajo la minimización de algunos criterios como el tiempo mínimo de respuesta ante un cambio en la referencia. El requerimiento es obtener el mejor posible sistema en lazo cerrado para una estructura de controlador en particular. Por ejemplo, el método lineal-cuadrático (LQ) es útil en los controladores lineales que trabajan con índices de desempeño cuadrático.

Muchas técnicas de diseño requieren de modelos lineales de la planta en lazo abierto, sin embargo existen métodos aplicados a sistemas no lineales donde las técnicas de

diseño de sistemas lineales pueden ser aplicadas a sistemas no lineales como lo es el caso de la ganancia programada (Gain Scheduling) o la teoría de Autómata donde con el uso de un autómata híbrido se puede llegar a modelar de manera confiable un sistema no lineal en estados lineales dentro de un espacio de estados.

El diseño de controladores para plantas en lazo cerrado es una rama un poco nueva en el campo de la investigación. En algunos casos un controlador híbrido se puede obtener como el resultado de aplicar métodos de diseño para sistemas continuos y discretos en el tiempo. Nosotros revisaremos en las próximas secciones algunos métodos donde se contemplan modelos de esquemas para el control de sistemas híbridos con el fin de analizar tanto sus bondades como sus contrapuestas que presentan para una posible implementación física del controlador resultante.

3.1. Modelo de Control Incluyendo una Imagen de la Planta

En este primer modelo, la planta es controlada de manera híbrida, y mediante sensores (generadores de eventos discretos), se extrae información de la misma para deducir el estado y de esa manera ajustar el controlador, tal como se muestra en la figura 3.1. La supervisión se realiza a través de un modelo discreto de la planta, el cual es actualizado a partir de los valores del supervisor y de un generador de eventos de la planta.

Los elementos que componen el sistema son una parte discreta, resultado de la discretización del sistema continuo mediante la captura de eventos que indican el arribo del sistema continuo a una región o la imposición de una región mediante un control discreto, la parte continua comandada mediante una secuencia de controles continuos y una interfaz.

3.1.1. Modelo sin Imagen de la Planta

Un segundo modelo de sistemas híbridos viene dado por la composición de la planta y su controlador, donde el controlador es un sistema continuo, y el supervisor secuencia cambios en el controlador. El supervisor contempla en su especificación el modelo de la planta híbrida, no necesitándose la imagen de la planta para efectuar el control, figura 3.2

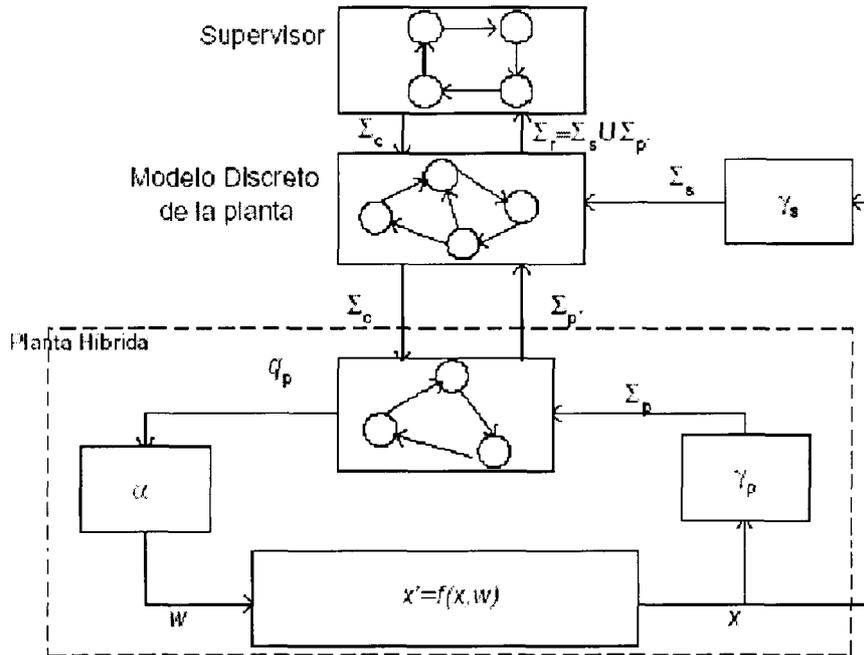


Figura 3.1: Supervisión en lazo cerrado de sistemas híbridos

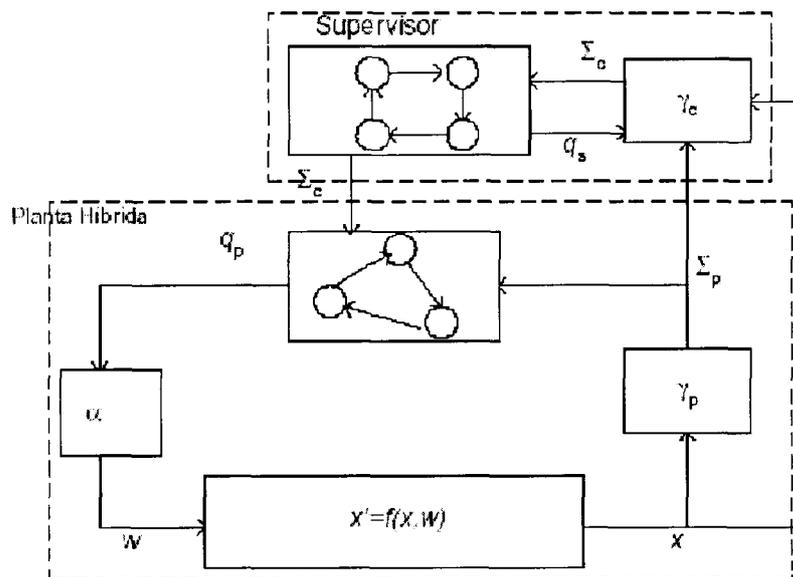


Figura 3.2: Supervisión en lazo cerrado de sistemas híbridos sin imagen de la planta

3.2. Controladores Híbridos Multi-Objetivos

En esta sección hablaremos de una técnica basada en los principios de control óptimo para determinar una clase de controlador de mínima restricción que satisfaga el objetivo de diseño mas importante (al cual nos referiremos como condición de seguridad). El desempeño del sistema con respecto al objetivo de mínima prioridad (referido en lo posterior como eficiencia) puede ser optimizado mediante esta clase de controladores.

Esta estrategia de control se centra en tratar sistemas híbridos que surgen debido a su misma naturaleza híbrida (por ejemplo sistemas continuos controlados por switches) y primordialmente nos preocuparemos por problemas donde los requerimientos múltiples se imponen desde la fase de diseño.

En tales conjuntos multiobjetivos algunos requerimientos usualmente se asume que unos son mas importantes que otros ya sea de manera explícita o de manera implícita. La clasificación de los requerimientos puede ser ignorada si el objetivo final es verificar el desempeño del sistema híbrido dado, como en este caso el objetivo es asegurar que todos los requerimientos del sistema sean encontrados, la prioridad es importante desde el punto de vista de síntesis de controladores, aunque nosotros idealmente *deseáramos* asegurar que las especificaciones de máxima prioridad no violaran las especificaciones de mínima prioridad.

La metodología de diseño consiste en diseñar controladores híbridos para sistemas híbridos que constan de conjuntos multiobjetivos. Por simplicidad restringiremos nuestra atención en dos criterios de desempeño, en general usaremos la condición de seguridad para referirnos al criterio de máxima prioridad y a la condición de eficiencia para referirnos al criterio de mínima prioridad. Usando las herramientas de control óptimo intentamos determinar el controlador con el conjunto de máxima invarianza de seguridad, por ejemplo el máximo conjunto de estados para cual existe un control tal que se satisfagan todos los requerimientos de seguridad. En el proceso también determinaremos el control mínimo de seguridad, por ejemplo todos los controles que pueden ser usados para satisfacer las condiciones de seguridad de los estados seguros.

3.3. Control Óptimo para Sistemas Híbridos con Integrador

Esta estrategia se considera especialmente a los sistemas híbridos en los cuales sus vectores de campo no son función del estado continuo x , pero que cuentan con vectores constantes resultantes de los sistemas híbridos. La primer meta en esta sección es elegir dichos vectores de conmutación de manera tal que el sistema en lazo cerrado

converja al origen lo más rápido posible. Sin embargo esto no significa que la solución de tiempo óptimo propuesta sea la única solución, lo cual implica que se pueden considerar muchas otras necesidades distintas a las que aquí se discutirán.

3.3.1. Objetivos de Diseño y Consideraciones del Modelo

Asuma que un número de N estados discretos y sus correspondientes vectores de conmutación continuos se encuentran disponibles en diferentes regiones del espacio de estados. La región en el espacio de estados continuos donde el vector de campo $f(x, m_i)$ puede ser elegido dentro de un conjunto específico continuo de estados denotado por $\tilde{\Omega}_i$. Defina $F(x, m)$ por

$$F(x, m) = \{f(x, m_i) \mid f(x, m_i) \text{ puede ser elegido en } \tilde{\Omega}_i\},$$

Lo cual denota al conjunto de todos los vectores que son permitidos para el estado continuo x . Debe asumirse también que el conjunto $F(x, m)$ no es un conjunto vacío en cada estado de la región de validación $\tilde{\Omega}$, por lo que al menos algunos vectores de campo pueden ser elegidos en cada estado continuo x . Eso puede ser expresado por la siguiente condición de convergencia

$$\bigcup_{i=1}^N \tilde{\Omega}_i = \tilde{\Omega}$$

En general el problema de diseño como ya lo habíamos mencionado antes puede resumirse en escoger un vector de campo de $F(x, m)$ para cada estado x , de manera tal que los requerimientos en lazo cerrado del sistema sean satisfechos.

A menudo se piensa que los sistemas híbridos con integrador son una clase de sistemas un poco limitados, pero la realidad es que son sistemas realmente relevantes. Específicamente ellos son útiles en la descripción de procesos batch los cuales cuentan con actuadores discretos donde una simple acumulación de masa y energía es el fenómeno predominante en muchos de los casos.

El primer objetivo de diseño es seleccionar los vectores de campo integradores de manera tal que se obtenga en un tiempo óptimo para un sistema en lazo cerrado. Esto ciertamente asumiendo que todos los vectores integradores permitidos se puedan elegir de una región completa, llamada región de validación. Esto resulta razonable al menos para los procesos batch, donde los estados discretos y los correspondientes vectores integradores usualmente son el resultado del posicionamiento de los actuadores discretos los cuales a menudo pueden ser controlados independientemente de los estados continuos. Existe quizás la posibilidad de que estados discretos y sus correspondientes vectores integradores, los cuales no sean posibles de elegir sean considerados como

estados prohibidos de la región de validación, por lo que el conjunto N de estados discretos válidos será denotado por \mathcal{M} en las siguientes secciones.

3.3.2. Caracterización de la Solución

La ventaja de tener sistemas con vectores de campo integradores en lugar de tener ordinarios vectores de campo no lineales es la fácil caracterización de la solución obtenida cuando se seleccionan diferentes vectores de campo es el uso de ecuaciones del tipo ?? . esto implica que la relación entre el estado inicial $x_0 \in \tilde{\Omega}$ y algunos estados $x_f \in \tilde{\Omega}$ están dadas por:

$$x_f(t) = x_0 + \sum_{i=1}^N \tau_i B(m_i), \quad \tau_i \geq 0; \quad i \in I_N. \quad \sum_{i=1}^N \tau_i = t \quad (3.1)$$

Donde τ_i denota el tiempo de residencia acumulado cuando el vector de campo integrador $B(m_i)$ es elegido, así x_f es alcanzado mediante vectores de adición con vectores de longitudes proporcionales al tiempo acumulado.

La búsqueda para cual vector de campo alcanza x_f en un tiempo óptimo puede ser formulado como un simple problema de programación lineal formulado de la siguiente manera:

$$\text{mín } c^T \tau \quad (3.2)$$

sujeito a:

$$A\tau = b; \tau \geq 0$$

Si existe una solución a 3.2, entonces conoceremos cuales estados discretos deben ser seleccionados para alcanzar el estado final en un tiempo óptimo. Sin embargo la solución sólo da información de cuanto tiempo le corresponde a cada vector integrador y no está directamente relacionado con los estados continuos. Existen muchas desventajas con este tipo de controladores. Primero el estado inicial puede no conocerse a prior, lo cual implica que tiene que resolverse en línea en muchos casos prácticos. Segundo es muy poco probable que al usar tiempos de switcheo precalculados lleven al sistema hacia un estado final deseado debido a que pueden existir perturbaciones en el sistema. Para eliminar estas posibles inconvenientes es necesario expresar al vector de campo integrador como función de los estados continuos de la siguiente manera:

Sea x_0 y x_f los mencionados por 3.1. El conjunto de todos lo estados continuos $x = x_0$ que alcanzarán $R(x_f, t)$ en un tiempo menor o igual a t por todas las posibles selecciones del vector integrador definido por

$$R(x_f, t) = \{x \in \tilde{\Omega} \mid x = x_f - \sum_{i=1}^N \tau_i B(m_i), \quad \tau_i \geq 0; \quad i \in I_N. \quad \sum_{i=1}^N \tau_i \leq t\} \quad (3.3)$$

Obviamente hay una solución a 3.2 solo si $x_0 \in \lim_{t \rightarrow \infty} R(x_f, t)$

3.4. Controladores de Tiempo Óptimo.

Todos los estados en el límite de $R(x_f, t)$ alcanzan a x_f en un tiempo t pero no en menor tiempo. Esto se puede ver fácilmente si $R(x_f, t_2)$ es estrictamente mayor que $R(x_f, t_1)$ para todo $t_1 < t_2$. donde los puntos $x = x_f - tB(m_i)$ los cuales son vértices de $R(x_f, t)$ son estados en el cual x_f es alcanzado en un tiempo óptimo t seleccionando el correspondiente vector de campo $B(m_i)$. En este caso todos los estados están dados por combinaciones convexas $x_f - tB(m_i)$ y $x_f - tB(m_j)$ que son a su vez vértices de $R(x_f, t)$.

El problema del diseño de controladores de tiempo óptimo es decidir que vértices $x_f - tB(m_i)$ forman la cara donde se encuentra x . Todos los puntos en la misma cara alcanzan a x_f en un tiempo óptimo usando el mismo vector de campo, pero en distintas proporciones. Esto significa que el problema de diseño es cuestión de tener una descripción completa del límite de $R(x_f, t)$. puesto que el límite de $R(x_f, t)$ es idéntico a $R(x_f, 1)$, excepto en que cada punto es escalado por el tiempo t , las regiones obtenidas por la variación de t particiona el espacio de estados en regiones donde los vectores de campo de conmutación corresponden a las distintas caras en las que se encuentra el estado final x_f , tal como se muestra en la siguiente figura.

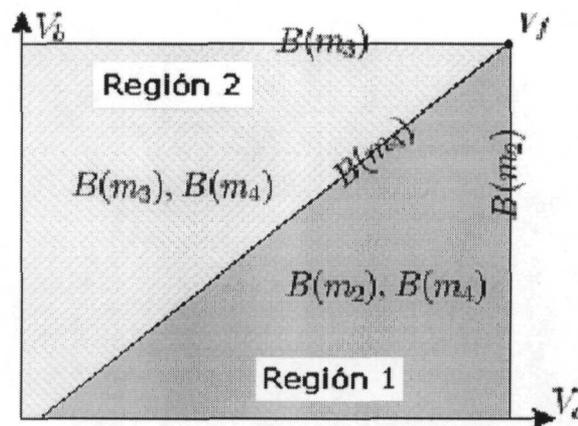


Figura 3.3: Espacio de estados particionado en regiones para decidir que vector de campo alcanza V_f en tiempo óptimo

3.5. Controladores Híbridos Múltiples

3.5.1. Estructura del Controlador.

Al usar un esquema de control híbrido es posible combinar algunos algoritmos de control y así obtener un controlador que consiste de varios subcontroladores, cada uno diseñado para un propósito específico (similar a lo que se hace en control convencional cuando se usa la estrategia de control en cascada). Un ejemplo de la estructura de controladores múltiples se muestra en la siguiente figura

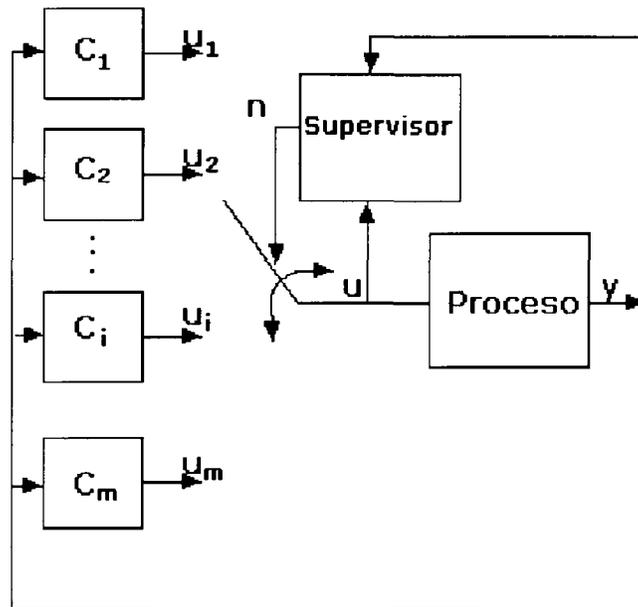


Figura 3.4: Arquitectura de controladores múltiples

La idea básica en esta técnica propuesta consiste en que la salida del proceso denotada por y , se retroalimente a un conjunto de controladores denotados por C_m a los cuales cada controlador calcula una señal de control y es el supervisor quien se encarga de decidir que acción de control es la que se debe tomar.

3.5.2. Controlador de Modo Doble

Este controlador consiste en una estructura con dos subcontroladores y un supervisor de conmutación. Su funcionamiento es tal que mientras la dinámica del sistema y en consecuencia el conjunto de estados se encuentre lejos del punto de referencia un controlador de tiempo optimo será el designado para llevar a cabo la acción de control,

mientras que cuando el conjunto de estados se vaya acercando al punto de referencia un controlador PID (o cualquier otro tipo de estructura) automáticamente se intercambiara para reemplazar el controlador de tiempo óptimo. En cada SetPoint diferente el controlador será rediseñado, manteniendo la misma estructura, pero usando el punto de referencia dependiente de los parámetros.

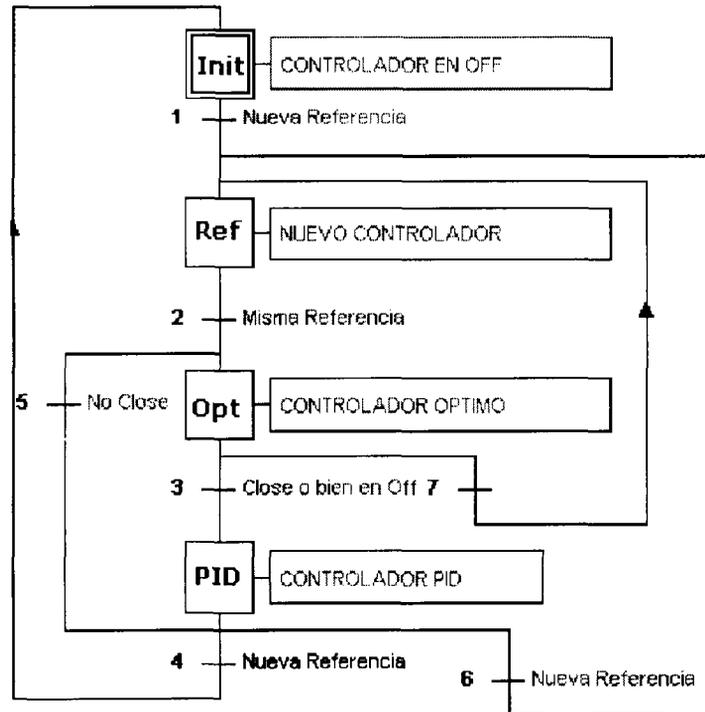


Figura 3.5: Algoritmo de control

La figura 3.5 describe el algoritmo mediante un diagrama de Gráfct donde a cada estado se le asocia una acción de control la cual es ejecutada siempre que el estado se encuentre activo, una transición puede ser disparada si la condición es verdadera y el estado anterior esta activo.

Para este algoritmo se cuenta con cuatro estados donde inicialmente no se encuentra ninguna acción de control activa, es decir el controlador se encuentra apagado y se le asigna el nombre **Init**. A este estado se le conoce con el nombre de estado inicial, el estado **Opt** es el estado en el cual se activa el controlador óptimo, mientras que en el estado **PID** se activa el controlador PID. El estado **Ref** es un estado intermedio el cual es usado para calcular los parámetros del nuevo controlador antes de que el PID sea remplazado por el nuevo controlador óptimo. La señal close es quien decide si el controlador debe usar el PID o el controlador óptimo.

3.6. Esquema de Estabilización en la Conmutación

Cuando se decide conmutar entre controladores se corre el riesgo de que esto puede encaminar hacia una región de inestabilidad del controlador en lazo cerrado por tanto es necesario contar con esquemas de conmutación que garanticen la estabilidad del sistema.

Considere el sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u_i, t) \\ u_i &= C_i(x, t) \\ i(t) &\in \{1, 2, \dots, n\}\end{aligned}\tag{3.4}$$

Donde $C_i(x, t)$, representa los diferentes controladores. En un sistema de control híbrido los controladores son intercambiados ya sea para diferentes regiones del espacio de estados o bien en diferentes modos de operación como ya hemos visto en secciones anteriores y representado en la figura 3.3. El esquema que se usará para garantizar la estabilidad del sistema es el esquema llamado min-switch strategy desarrollado con detalle en [5].

3.7. Estrategia de Conmutación Mínima (Min-Switch Strategy)

Sea V_i una función de Lyapunov asociada a cada controlador C_i en 3.4, además sea el controlador C_i un controlador llamado admisible en la región de validación Ω_i , la idea entonces es usar el controlador correspondiente al mínimo valor de la función de Lyapunov. De manera formal [17]:

Definición 1: Sea $f_i(x, t)$ el lado derecho de la ecuación 3.4 cuando la ley de control C_i es considerada se usa una señal de control u^* tal que:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x, t)\tag{3.5}$$

donde $\alpha_i \geq 0$ satisface $\sum \alpha_i = 1$, y $\alpha_i = 0$ para cualquier $x \notin \Omega_i$ o si $V_i(x, t) > \min_j [V_j(x, t)]$ si solo un controlador alcanza el mínimo entonces α_i será igual a uno para ese controlador y mientras que para los otros α_i restantes este será cero.

El conmutar entre controladores puede resultar en ocasiones una estrategia caótica, ya que al controlar un proceso con un cierto tipo de controlador y después cambiar a un controlador distinto o con parámetros de sintonía diferentes se debe asegurar la estabilidad entre uno y otro controlador.

Para resolver este problema se propone un esquema de conmutación haciendo uso de una función de Lyapunov (definida en el capítulo anterior), tal como se hace en [17], donde el diseño de un control híbrido, usando la estrategia de mínima conmutación, puede reducirse a separar el diseño de las n diferentes leyes de control y su correspondiente función de Lyapunov. Para mejorar el desempeño a menudo es conveniente cambiar la colocación de las superficies de conmutación, esto con el fin de alcanzar ciertos grados mediante distintas transformaciones de las funciones de Lyapunov. Un ejemplo es hacer una transformación del tipo $V_i = g_i(V_i)$, donde $g(\cdot)$ es una función que incrementa de manera monótona.

En algunos casos puede ser que exista una conmutación rápida (fenómeno conocido como “chattering”) entre dos o más controladores que tengan el mismo valor en su respectiva función de Lyapunov. El controlador híbrido puede que se encuentre en un estado donde aún se está estabilizando pero esto puede no dirigir al comportamiento deseado en una implementación práctica. Una manera de evadir el “chattering” entre controladores es sumar una constante Δ a las funciones de Lyapunov que se intercambian y se resta Δ a las funciones de Lyapunov que se va a intercambiar, esto entonces funciona como una función de histéresis. Para dos controladores con funciones de Lyapunov V_1 y V_2 , las ecuaciones son $V_1 + \Delta$ y $V_2 = V_2$ si el controlador dos está en uso y $V_1 = V_1$ y $V_2 = V_2 + \Delta$ si el controlador uno es quien esta controlando el proceso. Esto garantiza que un controlador esté trabajando por un periodo de tiempo $t > 0$ antes de que éste sea intercambiado por un nuevo controlador

Capítulo 4

Implementación de la Estrategia de Control Híbrido

El control automático desempeña un papel realmente importante en los procesos de manufactura, industriales, navales, aeroespaciales, robótica, económicos, biológicos, etc. Y va ligado a prácticamente todas las ingenierías (eléctrica, electrónica, mecánica, sistemas, industrial, química, entre otros). En el capítulo anterior, revisamos una serie de distintos enfoques y métodos de diseño de control híbrido que nos servirán como fundamento teórico de la técnica de diseño que a continuación presentaremos. Esta es basada en la técnica de controladores híbridos múltiples [17] como la presentada en el capítulo 3.

4.1. Estrategia Propuesta

La metodología que se propone en esta tesis consiste en 6 puntos que consideramos fundamentales para obtener resultados satisfactorios en el control de procesos que por su naturaleza híbrida resultan complejos en su manera de controlar utilizando controladores convencionales que por su estructura son solamente continuos o discretos, tales puntos a considerar son los siguientes:

- Identificar las entidades continuas y discretas del proceso.
- Modelar el proceso usando el concepto de autómata híbrido.
- Validar el modelo
- Diseñar el esquema de control híbrido múltiple.
- Simular el controlador obtenido

- Programar el controlador y evaluar los resultados

En este capítulo se presenta un ejemplo práctico que nos muestra la factibilidad de implementación de la estrategia propuesta, así como un mejor desempeño del controlador híbrido diseñado con respecto a un controlador convencional PID, considerando como índices de desempeño el tiempo de estabilización y la integral del valor absoluto del error del sistema en respuesta ante cambios en referencia y perturbaciones. El ejemplo de implementación que se presenta trata del control de temperatura de una secadora industrial de los laboratorios de control continuo de procesos del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. El proceso de temperatura considerado es un proceso que cuenta con ciertas no linealidades en su funcionamiento debido al sistema de control por modulación de ancho de pulso inherente a su diseño electrónico. El método de control propuesto está basado en una partición del espacio de estados en regiones en las que el comportamiento se puede aproximar muy satisfactoriamente de manera lineal.

4.2. Proceso de Temperatura (Secadora Industrial T01)

Consideremos un proceso de temperatura que consiste de una secadora industrial la cual puede ser manipulada mediante un puerto de comunicación proveniente de una computadora externa. La especificación de control es mantener el nivel de temperatura en un valor deseado dentro de una escala de 0 a 100°C controlando el ángulo de disparo de un dispositivo SCR, lo cual se logra mandando una manipulación de 0 a 10v la cual es proporcional a la cantidad de calórico suministrada por la secadora.

La figura 4.1 muestra el diagrama a bloques del lazo de control para la secadora industrial T01

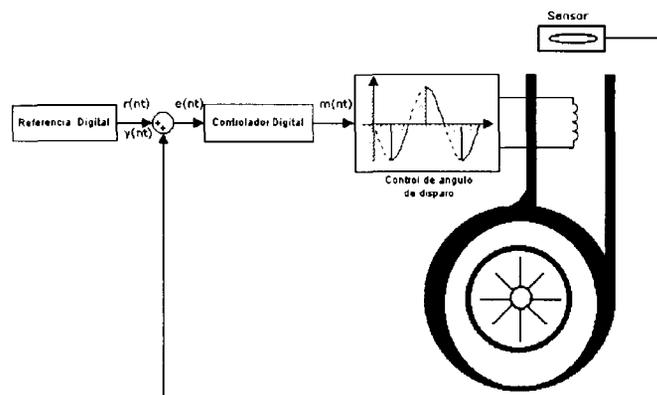


Figura 4.1: Lazo de control para secadora Industrial T01

4.3. Entidades Continuas y Discretas del Proceso

La modelación y control del sistema la realizamos considerando el modelo de autó-mata híbrido basado en la identificación de las entidades discretas del sistema a partir de la partición del espacio de estados continuo y la identificación de la dinámica continua lineal dentro de cada subregión del espacio particionado.

Para realizar la partición antes mencionada consideramos al sistema en lazo abierto y aplicamos escalones de igual magnitud (positivos y negativos) verificando así la no linealidad del sistema.

Estas pruebas en distintos rangos en lazo abierto nos sirvieron para hacer la identificación lineal de la planta que se modeló y que sirvió como base para el diseño del controlador. En base a la respuesta al escalón del sistema se propuso, para cada rango, un modelo de segundo orden sobreamortiguado 4.1, con constantes de tiempo τ_1 y τ_2

Manipulación (10)	Función de Transferencia
(2-12)	$G(s) = \frac{1,41}{(19,72s+1)(1,27s+1)}$
(12-22)	$G(s) = \frac{2,40}{(23,554s+1)(0,1s+1)}$
(22-32)	$G(s) = \frac{2,02}{(25,39s+1)(0,570s+1)}$
(32-42)	$G(s) = \frac{1,79}{(28,63s+1)(0,1s+1)}$

Tabla 4.1: Resultados de la identificación para manipulaciones positivas

Manipulación(-10)	Función de Transferencia
(42-32)	$G(s) = \frac{1,70}{(28,62s+1)(0,5s+1)}$
(32-22)	$G(s) = \frac{1,98}{(24,91s+1)(0,1s+1)}$
(22-12)	$G(s) = \frac{2,38}{(24,06s+1)(0,689s+1)}$
(12-2)	$G(s) = \frac{1,58}{(22,46s+1)(0,1s+1)}$

Tabla 4.2: Resultados de la identificación para manipulaciones negativas

$$G(s) = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (4.1)$$

Utilizando el software comercial Control Station por la ventaja computacional que éste presenta ante un método gráfico como el método de los dos puntos o el de la recta tangente se obtuvieron los siguientes resultados de identificación.

Con los rangos de manipulaciones en los que se hicieron las pruebas recorrimos el rango completo de temperatura. Así, la partición del espacio de estados se hizo en base a los 4 rangos de operación presentados en las tablas 4.1 y 4.2 y por consecuencia la entidad discreta del sistema híbrido se conforma por un conjunto de 8 estados discretos definidos como sigue:

$$S = \{\text{Rango Bajo Positivo, RangoBajo Negativo,} \quad (4.2)$$

$$\text{RangoMedio Positivo, RangoMedio Negativo,}$$

$$\text{RangoAlto Positivo, Rango Alto Negativo,}$$

$$\text{RangoMáximo Positivo, Rango Máximo Negativo}\},$$

Donde:

La entidad continua para el sistema híbrido se conforma por el conjunto de temperatura

$$X = \{0^\circ, 1^\circ, 2^\circ \dots 100^\circ\} \quad (4.3)$$

Rango	Valor de Temperatura
$(s_1 \text{ y } s_2)$ Rango Bajo (positivo y negativo)	$0 \leq Temperatura < 45$
$(s_3 \text{ y } s_4)$ Rango Medio (positivo y negativo)	$45 \leq Temperatura < 70$
$(s_5 \text{ y } s_6)$ Rango Alto (positivo y negativo)	$70 \leq Temperatura < 92$
$(s_7 \text{ y } s_8)$ Rango Máximo (positivo y negativo)	$92 \leq Temperatura < 100$

Tabla 4.3: Estados discretos del sistema

4.4. Modelación Híbrida del Proceso

En el capítulo 1, vimos que un autómata híbrido es una colección de elementos, tal que la ecuación 2.15 se satisfaga.

En el apartado anterior obtuvimos la identificación del conjunto de estados discretos así como el conjunto de variables continuas, por tanto el autómata completo que define a la secadora industrial T01, es como sigue:

$$H = (X, S, inv, flujo, E, \Sigma, F, Aff, init)$$

$$X = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8\}$$

$$S = \text{Conjunto 4.2}$$

$$Inv = \{0 \leq Temp < 45, 45 \leq Temp < 70, 70 \leq Temp < 92, 92 \leq Temp < 100\}$$

$$flujo = \{\text{Tabla 4.1, Tabla 4.2}\}$$

$$E = \{E1, E2, E3 \dots E24\}$$

donde:

Nodo origen	Transición	Nodo destino
s_1	E_1	S_2
s_1	E_2	S_3
s_1	E_3	S_4
s_1	E_4	S_5
s_2	E_5	S_3
s_2	E_6	S_4
s_2	E_7	S_6
s_3	E_8	S_4
s_3	E_9	S_7
s_4	E_{10}	S_8
s_5	E_{11}	S_1
s_6	E_{12}	S_5
s_6	E_{13}	S_2
s_7	E_{14}	S_6
s_7	E_{15}	S_5
s_7	E_{16}	S_3
s_8	E_{17}	S_7
s_8	E_{18}	S_6
s_8	E_{19}	S_5
s_8	E_{20}	S_4
$init$	E_{21}	S_1
$init$	E_{22}	S_2
$init$	E_{23}	S_3
$init$	E_{24}	S_4

$$\Sigma = \{switch, setpoint\}$$

las etiquetas que autorizan o prohíben la habilitación de una transición son dos banderas que se encienden cuando existe un cambio de SetPoint, o bien cuando existe ya sea un cambio positivo (o negativo) en la manipulación del proceso, tales etiquetas se pueden ejemplificar en la figura 4.2.

$$F = \{\text{Funciones definidas en la tabla 4.3}\}$$

$$Aff = \{\text{no existen funciones de afectación}\}$$

$$Init = \{off, s_1, s_2, s_3, s_4\}$$

Por último en la figura 4.2 tenemos el modelo de autómata híbrido que modela el proceso de temperatura del que hemos estado hablando y que se construyó en base a 2.15

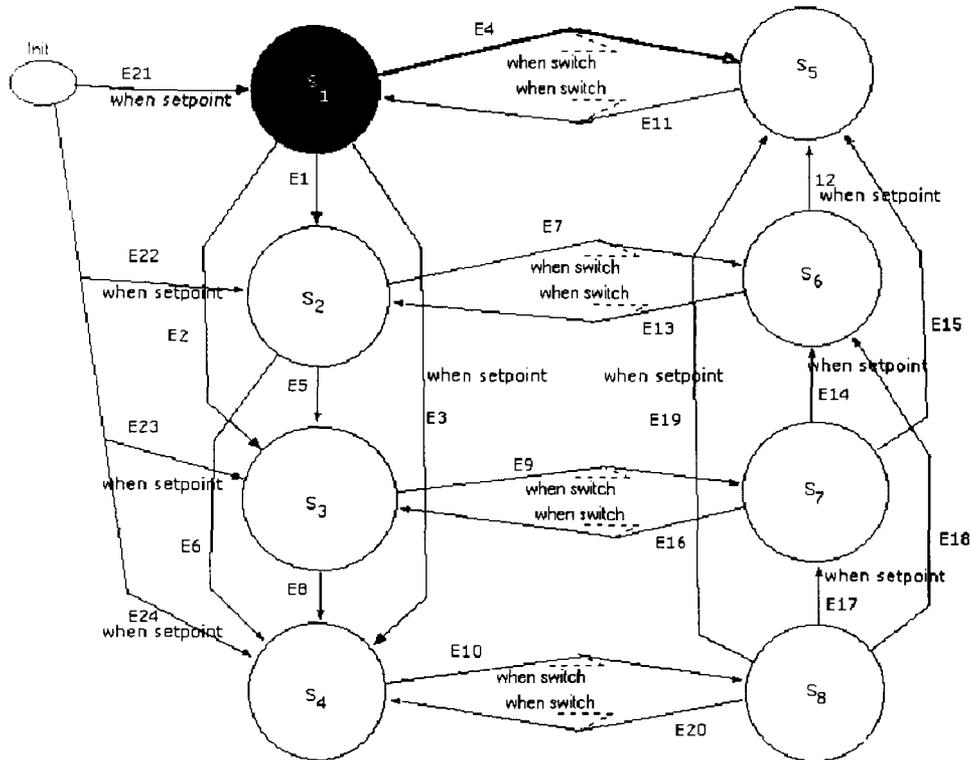


Figura 4.2: Modelo de automata para la secadora T01

El autómata de la figura 2.15 fue programado en el software Model Vision Studium, de modo que en cada nodo se consideró cada una de las funciones de transferencia de la tabla 4.1 y 4.2. Dado que el modelo que se obtiene de la identificación de la planta es un modelo continuo, es necesario tener una expresión equivalente de la función de transferencia en ecuaciones de estado que nos garantice la controlabilidad del sistema en cada uno de los rangos identificados. Por tal razón consideramos la forma canónica controlable de la ecuación de estado, tal como se muestra a continuación:

Consideremos un sistema de la forma:

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 u^{(n)} + b_1^{(n-1)} + \dots + b_{n-1} \dot{u} + b_n u \quad (4.4)$$

en donde u es la variable de entrada y y es la variable de salida, la cual se puede expresar como

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{(n-1)} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (4.5)$$

Para llevarlo a una ecuación de estado 2.7 en la forma canónica controlable consideremos la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ x_1 \end{bmatrix} u \quad (4.6)$$

$$y = \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 & \vdots & b_{n-1} - a_{n-1} b_0 & \vdots & \dots & \vdots & b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b_0 u \quad (4.7)$$

por tanto tenemos que:

Para el estado s_1 .

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1,41}{(19,72s+1)(1,27s+1)} = \frac{1,41}{25,044s^2 + 20,99s + 1}$$

La forma canónica controlable es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{25,044} & -\frac{20,99}{25,044} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,41}{25,044} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_2

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1,58}{(22,46s+1)(0,1s+1)} = \frac{1,58}{2,246s^2 + 22,56s + 1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2,246} & -\frac{22,56}{2,246} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,58}{2,246} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_3

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2,40}{(23,554s+1)(0,1s+1)} = \frac{2,40}{2,3554s^2 + 23,654s + 1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2,3554} & -\frac{23,654}{2,3554} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2,40}{2,3554} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_4

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2,38}{(24,06s+1)(0,689s+1)} = \frac{2,38}{16,577s^2+24,749s+1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{16,577} & -\frac{24,749}{16,577} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2,38}{16,577} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_5

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2,02}{(25,39s+1)(0,570s+1)} = \frac{2,02}{14,472s^2+25,96s+1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{14,472} & -\frac{25,96}{14,472} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2,02}{14,472} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_6

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1,98}{(24,91s+1)(0,1s+1)} = \frac{1,98}{2,491s^2+25,01s+1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2,491} & -\frac{25,01}{2,491} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,98}{2,491} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_7

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1,61}{(27,67s+1)(1,27s+1)} = \frac{1,61}{35,141s^2+28,94s+1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{35,141} & -\frac{28,94}{35,141} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,61}{35,141} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para el estado s_8

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1,70}{(28,62s+1)(0,5s+1)} = \frac{1,70}{14,31s^2+29,12s+1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{14,31} & -\frac{29,12}{14,31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,70}{14,31} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

4.5. Validación del Modelo

Una vez que se programó cada una de las ecuaciones de estado presentadas es necesario validar la respuesta del sistema propuesto con respecto al sistema real, esto se logró haciendo una prueba escalón en lazo abierto en cada uno de los rangos tomando como índice de comparación el valor de la suma del cuadrado de los errores 4.8 en los rangos probados ¹. De modo que se obtuvieron los siguientes resultados en un rango

¹Vea el Apéndice C para las demás pruebas de Validación del Modelo

intermedio de operación.

$$E = \sum_{k=1}^N [e_1^2(k) - e_2^2(k)] \quad (4.8)$$

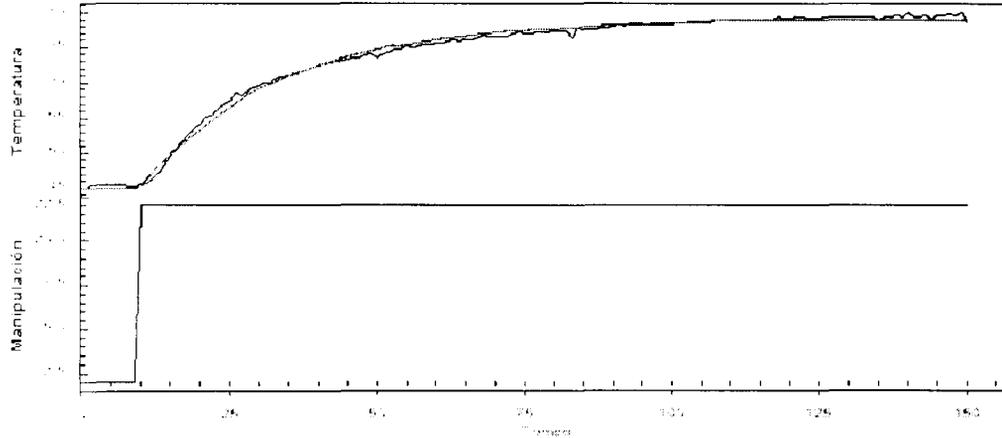


Figura 4.3: Validación gráfica del modelo

Con

$$E(\text{Autómata}) = 42,4$$

$$E(\text{1er orden}) = 43,24$$

4.6. Diseño del Controlador Híbrido

En esta sección se describe el esquema de control híbrido implementado el cual se compone de dos partes; el controlador PID y el controlador óptimo. El controlador híbrido ejecutará la acción de control haciendo uso de la técnica de control múltiple mencionada en el capítulo 3.

4.6.1. Controlador PID

Existen distintas estructuras de controladores PID, por nuestra parte usaremos una estructura clásica de PID modificada por Åstrom [24] tal que:

$$M(s) = K_c \left[(bR(s) - Y(s)) + \frac{1}{\tau_i s} E(s) - \frac{\tau_d s}{\tau_a s + 1} Y(s) \right] \quad (4.9)$$

donde: $Y(s) = \text{respuesta}$, $E(s) = \text{error}$, $R(s) = \text{referencia}$, $M(s) = \text{manipulación}$

Esta estructura cuenta con ciertas ventajas ante la estructura clásica, ya que en el caso en que $b = 0$ en el controlador propuesto, la estructura 4.9 sufre la siguiente transformación:

$$M(s) = K_c \left[-Y(s) + \frac{1}{\tau_i s} E(s) - \frac{\tau_d s}{\tau_a s + 1} Y(s) \right] \quad (4.10)$$

De donde podemos observar que la acción proporcional y derivativa se encuentra actuando sobre la salida con signo cambiado y una acción de filtrado actuando sobre la misma. Una ventaja que se presenta al usar esta nueva estructura de control es que cuando la medición de la variable control cuenta con variaciones paramétricas aleatorias (ruido), la derivada instantánea del error puede ser muy grande en tal instante, lo cual provoca oscilaciones no deseadas sobre la acción de manipulación, para resolver este problema se usan comúnmente 2 estrategias, la primera de ellas se refiere a provocar que la acción derivativa actúe sobre la respuesta con signo cambiado lo cual hemos logrado al elegir la estructura 4.10, mientras que una segunda técnica consiste en filtrar la acción derivativa para reducir las oscilaciones en la respuesta. Estas 2 estrategias se ven implementadas al considerar $b = 0$ en la estructura 4.9 obteniendo entonces un controlador que presenta una eliminación considerable de los porcentajes de sobretiro que se obtendrían con una estructura 4.9.

4.6.2. Controlador Óptimo

El problema de respuesta del SetPoint se puede visualizar como un problema totalmente determinístico: Cambiar el estado del proceso de un valor a otro en el menor tiempo posible y posiblemente sin ningún sobretiro sujeto a restricciones en la señal de control. Estas restricciones típicamente son limitaciones de la señal de control tal como lo es en nuestro caso, ya que la manipulación solo puede alcanzar valores mínimo y máximo de 0 y 100 % respectivamente. A este problema se le puede dar solución mediante la aplicación de la teoría de control óptimo la cual es aplicada derivando estrategias para llevar al sistema tan rápido como sea posible desde un SetPoint a otro deseado. El control de tiempo óptimo es la solución del siguiente problema de optimización:

$$u^* = \min \int_{t_0}^{t_f} 1 \cdot dt \quad (4.11a)$$

bajo las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned}
 x(0) &= \begin{bmatrix} x_1^0 & x_2^0 \end{bmatrix}^T \\
 x(t_f) &= \begin{bmatrix} x_1^R & x_2^R \end{bmatrix}^T \\
 u &\in [0, 100]
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Esto junto con la dinámica del sistema hacen la ley de control. Para una amplia clase de sistemas y la solución a 4.11a es de un tipo llamada “bang-bang” donde la señal de control óptimo se intercambia entre valores extremos. Los puntos de equilibrio y las curvas de los conjuntos de conmutación (2.18) alrededor de ellos pueden ser derivados de la representación del espacio de estados. Estas curvas de conmutación pueden ser usadas entonces como trayectorias de referencia, pero para muchos sistemas el encontrar una expresión analítica para las curvas de conmutación es realmente complicado. Por lo que una solución común es usar curvas de aproximación a las curvas de conmutación. Por otra parte en nuestro caso tales curvas de conmutación las hemos emulado haciendo uso del autómata híbrido, donde la señal de control propuesta está dada por:

$$u^* = -U_{\text{máx}} \text{sign}(P^T B) \tag{4.13}$$

Donde:

$P^T B$ = es la condición estacionaria.

$U_{\text{máx}}$ = Valor extremo de la señal de control

Tal condición estacionaria se cumple cuando el sistema llega a un valor de estado estable después de haber aplicado un cambio en referencia o bien en presencia de alguna perturbación, de modo que cumpliendo con el principio de máximo pontryagin es el valor del error de estado estable el índice de desempeño considerado como condición estacionaria, es decir

$$P^T B = e_{ss} \tag{4.14}$$

El Autómata que describe el comportamiento de las ecuaciones 4.9, 4.13, 4.14 fue creado en base al algoritmo propuesto en el capítulo 3. figura 3.5, de manera tal que:

$H = (X, S, inv, flujo, E, \Sigma, F, Aff, init),$

Donde:

$X = \{Temperatura\}$

$S = \{Ref, PID, OPT, \}$

$inv = \{\text{Conjunto de restricciones 4.12}\}$

$flujo = \{TOC, ecuacion_PID, wait_Ref\}$

Nodo Origen	Transición	Nodo Destino
<i>Ref</i>	T_1	<i>OPT</i>
<i>OPT</i>	T_2	<i>PID</i>
<i>OPT</i>	T_3	<i>Ref</i>
<i>PID</i>	T_4	<i>OPT</i>
<i>PID</i>	T_5	<i>Ref</i>
<i>PID</i>	T_6	<i>Init</i>
<i>Init</i>	T_7	<i>Ref</i>

Tabla 4.4: Transiciones del automata que describe el controlador híbrido

$$E = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7\}$$

Considerando las transiciones como se muestran en la tabla 4.4

$$\Sigma = \{close, newref, lyapunov\}$$

Tales etiquetas son banderas que nos dan información del sistema, es decir si éste se encuentra cerca del valor de referencia, si existe una nueva referencia, o bien a que valor nominal del error se debe conmutar al siguiente controlador.

$$F = \{newref = 1, newref = 0, abs(e) \leq Histeresis\}$$

$$Aff = \{0\}$$

$$init = \{Init\}$$

Por último y para finalizar esta parte de la estrategia mostramos en la figura 4.4 el grafo que representa al autómata del controlador híbrido diseñado

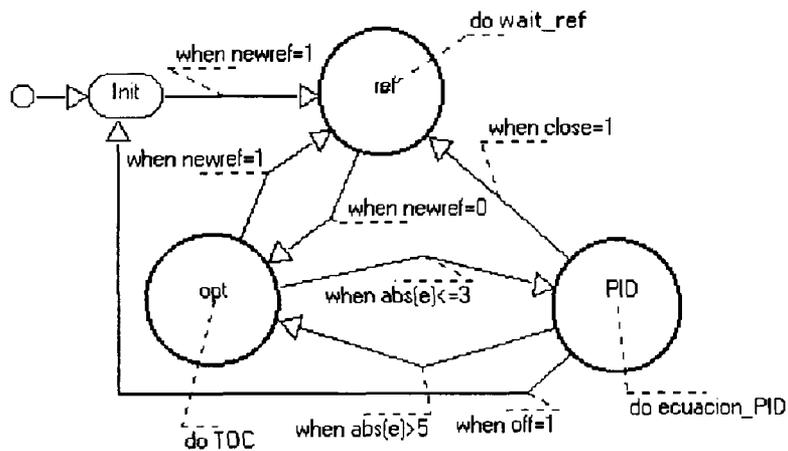


Figura 4.4: Modelo de autómata del controlador híbrido

4.7. Simulación del Controlador Híbrido

Una parte importante en el diseño de un controlador es la simulación del mismo, ya que como sabemos la simulación del proceso es el resultado de una previa modelación del sistema. En nuestro caso particular en los pasos anteriores de la estrategia hemos modelado tanto el proceso a controlar como el control mismo, por tanto la simulación del lazo de control Proceso-Controlador-Interfase de usuario mostrada en la figura 4.5 se realizó usando Model Vision studium² tal como se explica a continuación.

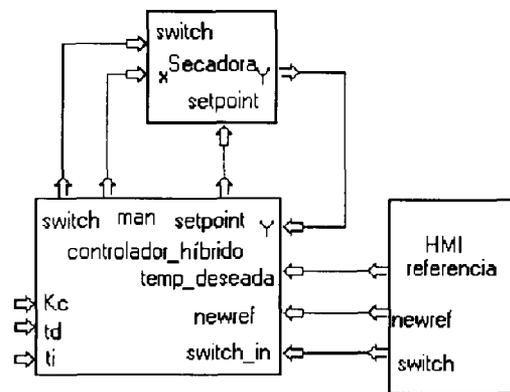


Figura 4.5: Lazo de control para el proceso Controlador-Secadora-Interfase

El contar con una herramienta computacional poderosa para la simulación de los sistemas híbridos es un punto importante a considerar, ya que el manejo del lenguaje de autómatas, así como el diseño de máquinas de estado y sus ecuaciones en general resultan complicadas tanto de simular como de comprender si no se cuenta con esta herramienta. Para este caso particular contamos con la ventaja que nos da el usar un software que fue diseñado precisamente para modelación y análisis de sistemas híbridos, donde podemos crear perfectamente los nodos, transiciones, condiciones de salto y cada uno de los elementos que debe contener un autómata híbrido.

En la figura 4.5 se muestra un diagrama a bloques del lazo de control Proceso-Controlador-Interfase, donde cada uno de los elementos del lazo de control cuenta en su interior un autómata híbrido que modela el sistema en particular.

4.7.1. Resultados de la Simulación

La figura 4.6 muestra en la parte superior la gráfica de temperatura contra tiempo ante 4 escalones de magnitud 20 dentro de un rango de 0 a 95, mientras que en la

²Para más detalles sobre la simulación de la estrategia vea el apéndice F.

parte inferior se gráfica la variable de manipulación con respecto al tiempo.

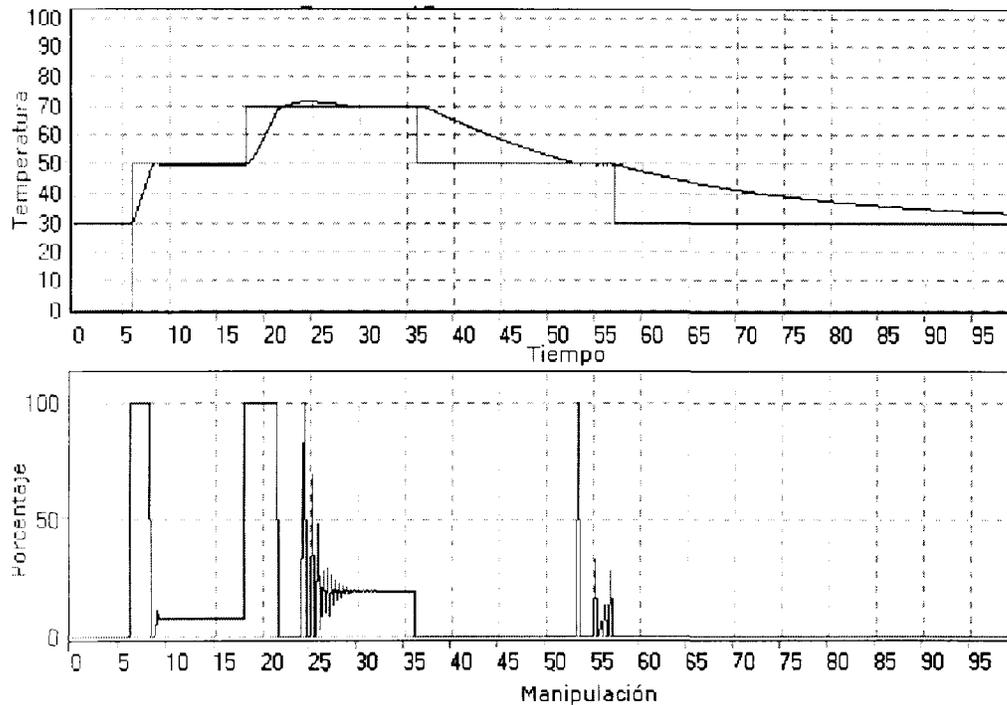


Figura 4.6: Proceso simulado

Como podemos observar en la figura 4.6, inicialmente el sistema se encuentra en un valor de temperatura estable (30°) y a tiempos aproximados de 7, 18, 36 y 57 segundos se aplican 2 escalones positivos y 2 negativos respectivamente. Es en éste mismo instante cuando podemos ver que la acción de manipulación toma los valores máximos de manipulación, lo cual es debido a la acción de control óptimo quien al detectar un valor de error de estado estable distinto de cero (condición estacionaria no cumplida), éste trata de llevar a los estados del sistema (x_1 y x_2) de un punto inicial (x_1^0, x_2^0) a un punto de referencia final (x_1^R, x_2^R).

De la misma gráfica podemos deducir que la respuesta del sistema ante escalones de igual magnitud no tienen el mismo comportamiento a lo largo de la escala de prueba, esto es causado por la no linealidad con la que cuenta el proceso, sin embargo esto no resulta ningún inconveniente para el controlador quien al considerar distintas regiones de operación conmuta al controlador PID cuando la respuesta del sistema llega a un cierto valor de una banda de histeresis propuesta como límites de conmutación entre controladores. Cada banda de histéresis propuesta se calcula de manera heurística, ya que el proceso al ser no lineal, en cada rango de operación esta banda es distinta.

Sobre este análisis de resultados en simulación podemos decir que el controlador propuesto presenta una eliminación favorable de los sobre impulsos que se pudiesen presentar ante cambios en referencia de magnitudes considerables y un tiempo de estabilización que aunque depende del rango de operación en el que se este trabajando, al menos se asegura que en el peor de los casos el controlador híbrido alcanzará a la referencia en el mismo tiempo que lo haría un controlador PID.

En la siguiente sección corroboraremos la utilidad de la estrategia de implementación propuesta, ya que es en el campo real donde verdaderamente se desea obtener resultados satisfactorios como los obtenidos en simulación.

4.8. Programación del Controlador Híbrido

Para la verificación de los resultados teóricos, así como las simulaciones realizadas en el capítulo anterior se diseñó una interfase hombre máquina (HMI) usando la herramienta de programación LabWindows CVI, la cual usa un lenguaje de programación que combina la sencillez de la programación por objetos, con la eficiencia de C++. Tal interfase se muestra en el Apéndice D.

Como ya hemos comentado en el inicio de este capítulo, la estructura del controlador híbrido consta de 2 subcontroladores que se intercambian para elegir la mejor acción de control para llevar a los estados del sistema a puntos de equilibrio estables dentro del espacio de estado.

4.8.1. Discretización del PID

Para la implementación del controlador se eligió obtener un equivalente en el dominio discreto de la ecuación (4.9), tal que:

$$M(s) = P(s) + I(s) + D(s)$$

Donde:

$$P(s) = Kc(bR(s) - Y(s))$$

$$I(s) = \frac{Kc}{\tau_i s} E(s)$$

$$D = -\frac{Kc\tau_d s}{\tau_a s + 1}$$

Un paso importante en la implementación del controlador es precisamente transformar la ecuación del dominio continuo al dominio discreto, Según Ogatta en [22] una de las transformadas que ofrece una buena preservación de la estabilidad, es la transformada bilineal, es por eso que en este caso para el término integral se utilizó la transformada bilineal, mientras que para el termino derivativo, se utilizó la transformada hacia atrás ya que de no hacerlo se corre el riesgo de que se presente el

fenómeno llamado polo de timbre, el cual se presenta cuando se discretiza el termino derivativo (con filtro) y td es muy pequeña. Por tanto las expresiones discretas que se programaron son de la siguiente manera;

Término proporcional:

$$P(s) = Kc(bR(s) - Y(s))$$

$$P(s) = KcbR(s) - kcY(s)$$

Por lo que la expresión discreta será entonces:

$$p(k) = p(k-1) + bKc[r(k) - r(k-1)] - Kc[y(k) - y(k-1)]$$

Término Integral

$$I(s) = \frac{Kc}{\tau_i s} E(s); \text{ con } s = \frac{2}{T} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}$$

$$i(k) = 2i(k-1) - i(k-2) + \frac{Tkc(E(k) - E(k-2))}{2\tau_i s}$$

Término Derivativo

$$D = -\frac{Kc\tau_d s}{\tau_a s + 1}, \text{ usando la transformación de diferencias hacia atrás, con } s = \frac{(1-z^{-1})}{T}$$

$$d(k) = d(k-1) + \frac{(d(k-1) - d(k-2))\tau_a}{(\tau_a + T)} - \frac{Kc\tau_d(y(k-1) - y(k-2))}{(\tau_a + T)}$$

Dado que la ecuación continua de la manipulación para el PID, está dada por $M(s) = P(s) + I(s) + D(s)$, la correspondiente ecuación discreta estará dada por $M(z) = P(z) + I(z) + D(z)$, es decir, en variables absolutas la expresión para la manipulación es:

$$m(k) = p(k) + i(k) + d(k)$$

4.8.2. Implementación del Controlador Óptimo

El controlador en este caso y como ya lo hemos mencionado anteriormente, opera de acuerdo a una estructura llamada Bang Bang, donde a partir de las ecuaciones (4.13) y (4.14), se calcula una manipulación Todo o Nada.

4.8.3. Función de conmutación (switcheo)

La función de conmutación que se programó en el controlador es una función de histéresis que se propuso de manera heurística, ya que tal función de conmutación es distinta según la región de operación en la que se esté trabajando. El valor de la función de conmutación nos indica el punto en el que se debe de conmutar de controlador.

La formalización matemática de la función propuesta es de la siguiente manera:

$$V = \begin{bmatrix} X_1 - X_1^R \\ X_2 - X_2^R \\ \vdots \\ X_n - X_n^R \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Donde

X_n es el valor de la variable de estado "*n*-ésima" al momento de elegir la conmutación al nuevo controlador

X_n^R es el valor de la variable de estado "*n*-ésima" que determina el estado de referencia deseado, tal como se muestra en la figura 4.7

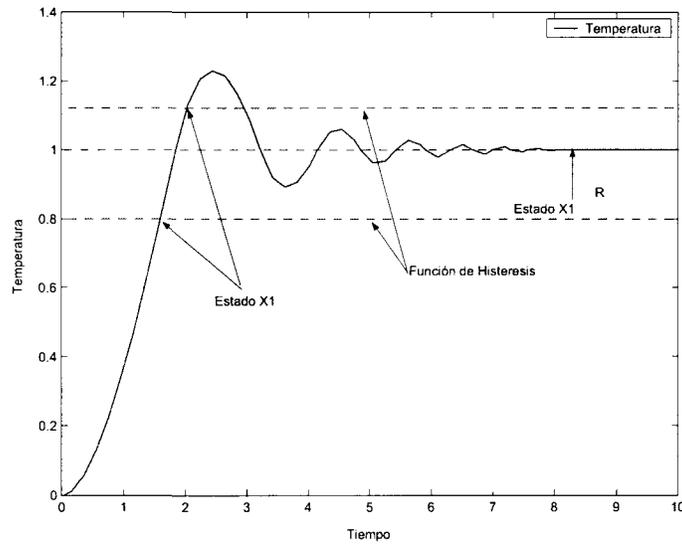


Figura 4.7: Descripción gráfica de la función de conmutación implementada

Dado que en nuestro caso la única variable de estado continua considerada es la temperatura, la función de conmutación puede ser expresada como:

$$V = [T - R] \quad (4.16)$$

Donde

T es la temperatura

R es el valor de temperatura deseada

Podemos ver claramente que 4.16 es definida entonces como el valor del de error al momento que se desea cambiar entre controladores, y es este valor de error quien se ajusta de manera heurística para obtener el mejor comportamiento deseado del sistema.

Rango	Valor de Temperatura
$(s_1 \text{ y } s_2)$ Rango Bajo (positivo y negativo)	$0 \leq \text{Temperatura} < 35$
$(s_3 \text{ y } s_4)$ Rango Medio (positivo y negativo)	$35 \leq \text{Temperatura} < 63$
$(s_5 \text{ y } s_6)$ Rango Alto (positivo y negativo)	$63 \leq \text{Temperatura} < 82$

Tabla 4.5: Partición del espacio de estado

Rango	Sintonía	Parámetros del Controlador
Rango Bajo (+/-)	ISEP	$Kc = 6,5858, \tau_i = 3,07, \tau_d = 1,046$
Rango Medio (+/-)	ISEP	$Kc = 9,5878, \tau_i = 3,638, \tau_d = 1,046$
Rango Alto (+/-)	ITAEP	$Kc = 13,7575, \tau_i = 2,95, \tau_d = 04,56$

Tabla 4.6: Parámetros de sintonía del controlador híbrido

4.8.4. Partición del Espacio y Sintonización del Controlador

El espacio de estados disponible se dividió en regiones, tal como se realizó en el proceso de simulación tomando en cuenta las modificaciones mostradas en la Tabla 4.5.

La sintonización del controlador híbrido se realizó con base a la identificación de cada rango de operación y se hizo un ajuste fino en cada rango de sintonía para obtener los resultados que se muestran en la siguiente sección.

Una tabla de sintonía del controlador PID definida en 4.9 con los parámetros para cada rango se muestra en 4.6

Para el controlador PID (Modo simple), se eligió una sintonía definida para un rango de identificación intermedio, y después de haber hecho un ajuste fino de la misma manera que se hizo con el controlador híbrido se obtuvo la sintonización mostrada en la tabla 4.7

4.8.5. Resultados Experimentales

Se realizaron varios experimentos en proceso real considerando distintos cambios en referencia a lo largo de la escala de prueba, así como la presencia de una perturbaciones sobre el sistema. Tales resultados los podemos observar en la figura 4.8, mientras que en la figura 4.9 se muestra la gráfica de respuesta en manipulación para los cambios

Criterio de Sintonía	Parametros del Controlador
ITAER	$Kc = 7,6018, \tau_i = 3,069, \tau_d = 1,05047$

Tabla 4.7: Parámetros de sintonía del controlador PID-ISA

en referencia efectuados³.

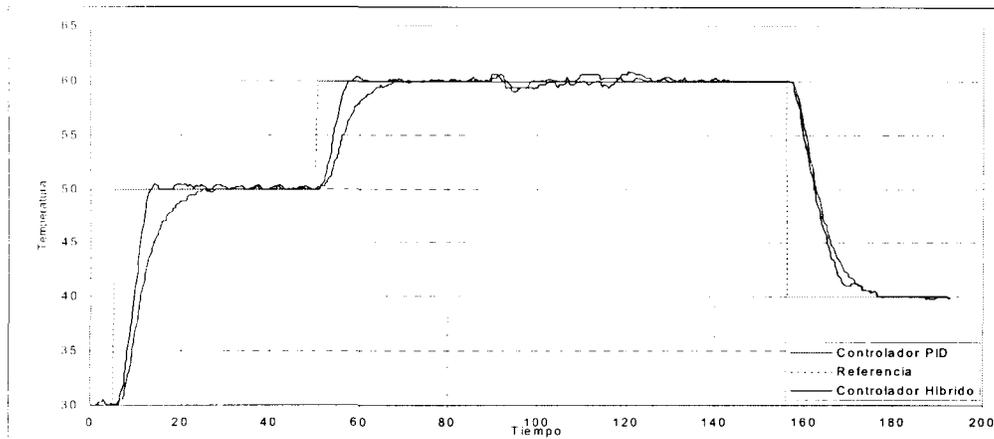


Figura 4.8: Respuesta del sistema ante cambios en referencia y perturbaciones

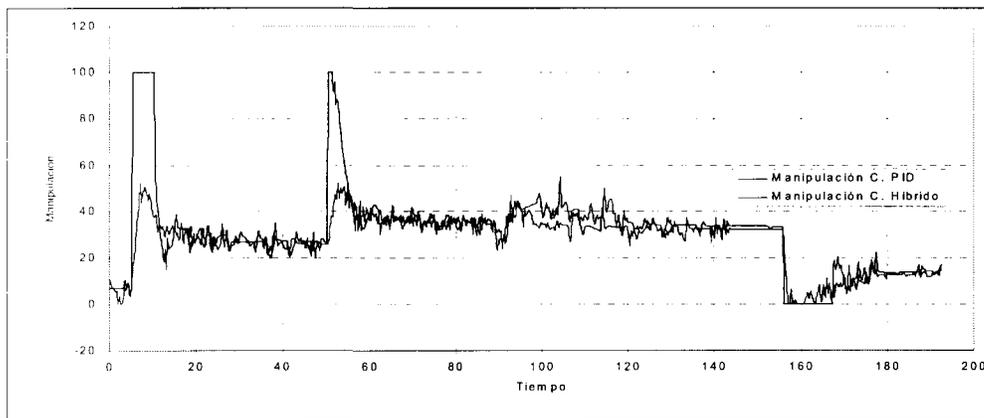


Figura 4.9: Respuesta en manipulación al sistema de la figura 4.8

En la gráfica de la figura 4.8, se muestran los resultados de 3 cambios en referencia efectuados sobre el sistema usando los dos tipos de controladores analizados (PID o Híbrido), se muestra un primer cambio de referencia de magnitud 20, un segundo cambio de magnitud 10 y en un tiempo intermedio entre éste y el tercer escalón de magnitud -20 se muestra la acción de una perturbación sobre el sistema. En primera instancia la gráfica 4.8 nos muestra en los dos escalones iniciales una respuesta con un tiempo de establecimiento menor por parte del controlador híbrido al que se obtiene con

³Vea el Apéndice C para revisar los Resultados obtenidos en los demás Rangos de Prueba

Controlador	Índice de desempeño
PID	IAE=140.2765 $t_s = 25,2$
Híbrido	IAE=101.2456 $t_s = 11,1$

Tabla 4.8: Comparación de los índices de desempeño

la estructura PID, no siendo así del todo en el tercer cambio en referencia, donde a pesar que la pendiente de descenso de temperatura es mayor, el tiempo de establecimiento del sistema calculado por ambos controladores es prácticamente el mismo.

Ante perturbaciones podemos ver claramente que el sistema para esa zona es controlado únicamente por la acción de control PID, lo cual resulta una ventaja con respecto a la estructura de controlador PID simple, ya que la sintonización del controlador Híbrido va cambiando de manera independiente en cada rango de operación.

Sin embargo aunque en las gráficas 4.8 y 4.9 se tenga una buena apreciación visual del comportamiento de cada uno de los controladores, es necesario contar con índices de desempeño⁴ que nos permitan hacer una comparación cuantitativa de los controladores para poder dar una respuesta con fundamentos analíticos sobre las cualidades del propio sistema, por tal razón en la tabla 4.8 se muestra una relación entre los índices de desempeño para la gráfica 4.10, donde se muestra un solo cambio en referencia de magnitud 20, mientras que en la figura 4.11 se presenta su correspondiente manipulación.

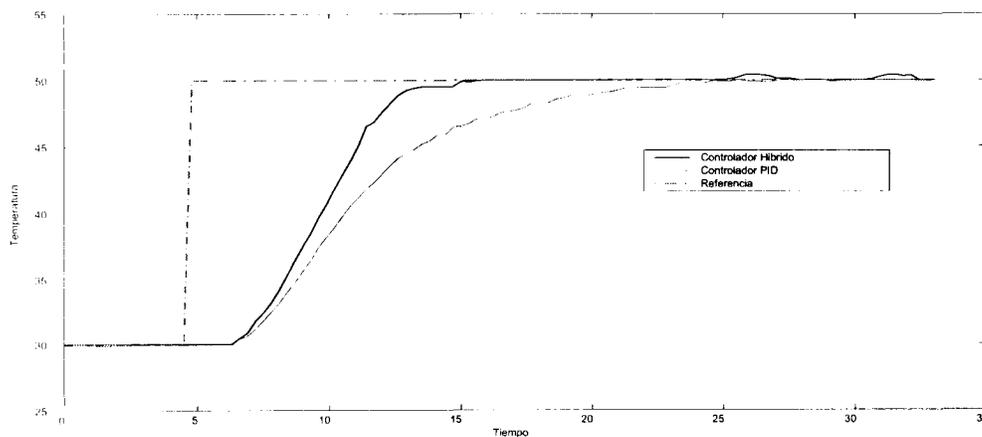


Figura 4.10: Respuesta del sistema ante un escalón positivo de magnitud 20

⁴Vea las tablas B.1 y B.2 del Apéndice B donde se muestran los índices de desempeño así como sus correspondientes gráficas de respuesta y manipulación analizados para distintos rangos de prueba.

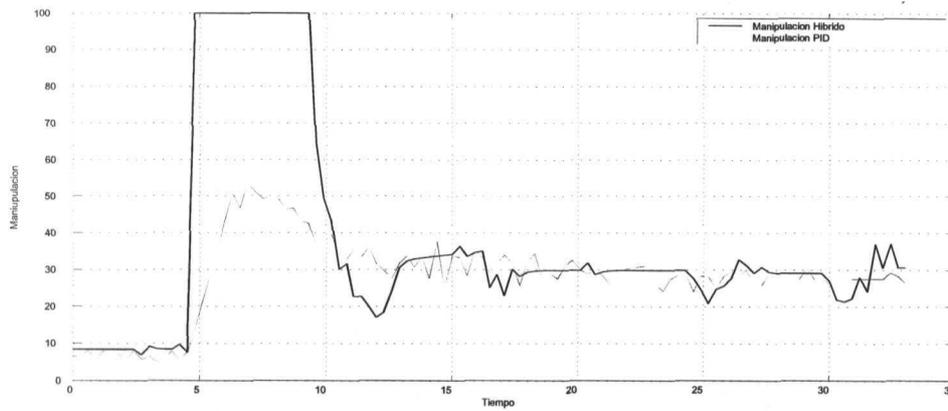


Figura 4.11: Respuesta en manipulación correspondiente a la figura 4.10

Los índices de desempeño elegidos para el análisis de la respuesta transitoria del sistema son el tiempo de establecimiento y el valor de la integral del valor absoluto del error, ya que este índice de desempeño dado que representa el área bajo la curva (figura 4.12) que se genera entre la curva de respuesta y la de referencia nos da una mejor idea de que controlador es el que brinda un mejor desempeño (ecuación 4.17).

$$A = \frac{1}{2} \left(y_1 + 2 \sum_{i=2}^{n-1} (y_i + y_n) \right) \Delta x \quad (4.17)$$

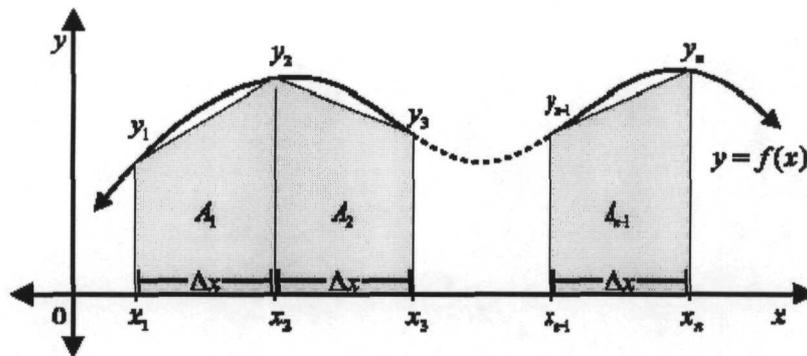


Figura 4.12: Interpretación geométrica del índice de desempeño IAE

Capítulo 5

Conclusiones y Perspectivas

5.1. Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se propone un nuevo enfoque de control híbrido aplicado a un proceso no lineal de temperatura. La modelación del proceso no lineal se realizó con base en el modelo del autómata híbrido, como un conjunto de sistemas lineales, mediante la partición del espacio de estados continuo. Así, para cada estado discreto del autómata se definieron dos subcontroladores; un PID y un Bang-Bang. Este esquema permitió el control de tiempo óptimo del sistema aplicándole una estrategia de conmutación entre los dos controladores basada en el error entre la señal de salida y la referencia.

Para validar tanto los resultados en la simulación como en la implementación del controlador, se hizo un estudio comparativo del controlador híbrido contra un controlador PID, obteniendo con el controlador híbrido una IAE menor a la obtenida con el PID en todos los rangos analizados, además de tiempos de estabilización menores a 12 segundos ante escalones positivos y menores a 40 segundos para escalones negativos, mientras que con la estructura PID se obtuvieron resultados ante escalones de igual magnitud menores a 25.5 y 46 segundos respectivamente.

5.2. Perspectivas

Algunas observaciones sobre el desarrollo de sistemas de control híbrido son las siguientes:

1. Extender la estrategia de control híbrido a esquemas diferentes al PID, tal como las estructuras RST o difusa.
2. Aplicar el enfoque de adaptabilidad y autosintonía para autómatas híbridos.
3. Realizar un análisis teórico que garantice la estabilidad y robustez en los sistemas de control híbrido modelados con autómatas.

Apéndice A

Metodología para el Modelado y Desarrollo de Análisis de Sistemas Híbridos

Metodología

- 1 **Identificar las entidades continuas y/o discretas que integran el proceso.**

Esta parte de la metodología consiste en analizar perfectamente el proceso que se quiere controlar, de modo que se tengan perfectamente definidas las variables continuas y discretas del proceso con base a lo siguiente:

Un espacio de estados de un sistema como se define en el capítulo 2 es el conjunto de todos los posibles valores (estados) que pueden tomar las variables de estado. Un sistema de estados continuos tiene solamente variables de estado continuas, de modo que el espacio de estados es un conjunto que está determinado por el producto cartesiano $\mathfrak{R}^n = \mathfrak{R} \times \dots \times \mathfrak{R}$ de todos los espacios individuales \mathfrak{R} y las variables de estado son variables continuas en el tiempo comúnmente utilizadas para representar la evolución del sistema en el tiempo mediante ecuaciones diferenciales, tal que:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (\text{A.1})$$

Donde:

x = es el vector de estado continuo

u = es el vector de entradas externas

f = es un vector de campo que describe la tasa de cambio de \dot{x} . Un sistema de estados discretos es un conjunto que consta solo de variables de estado discretas, de modo que el espacio de estados discretos denotado por \mathcal{M} es un conjunto finito que consiste del producto cartesiano $M_1 \times \dots \times M_k$ de los espacios de estados individuales M_q . $q \in I_k = \{1 \dots k\}$. Un sistema de eventos discretos (SED) es comúnmente descrito mediante ecuaciones de la forma.

$$m^+(t) = \phi(m(t), \sigma(t)) \quad (\text{A.2})$$

Donde:

m = variable de estado discreta

σ = es la entrada discreta

f = es una función que describe el cambio de m

m^+ = es el sucesor de $m(t)$

2 Modelación de la parte continua.

Esta parte implica seleccionar el modelo matemático que más se ajuste a las propiedades físicas del comportamiento continuo a modelar. Hay que recordar que se pueden utilizar desde ecuaciones diferenciales simples hasta muy complejas para representar las dinámicas continuas.

3 Modelación de la parte discreta.

Aquí se determina el número de estados discretos necesarios basado en los diferentes modos de comportamiento físico, las entradas y las salidas discontinuas.

4 Analizar las acciones de control.

Una vez planteados los aspectos generales y el comportamiento de los sistemas, se procede a presentar especificaciones que típicamente introducen restricciones en la dinámica del sistema. En este caso para los sistemas híbridos dichas especificaciones se refieren a especificaciones para la parte continua y especificaciones para la parte discreta, de modo que en la parte continua, las especificaciones se pueden asumir como una restricción de estado, lo que implica que el vector de estado $x(t)$ está restringido a permanecer en una región deseada. Por lo tanto, una restricción de estado puede ser considerada como una partición del espacio de estado donde el complemento de la región deseada puede ser considerada como una región prohibida, mientras que en las especificaciones para la parte discreta se determinan los nodos (s_j) que serán utilizados como inicio y final, y aquellos nodos que se clasifiquen como estados prohibidos o no deseados. La determinación de los nodos de inicio y final se puede utilizar para trazar una trayectoria de comportamiento discreto, y los estados prohibidos para limitar el comportamiento dinámico discreto. Para optimizar la síntesis de la ley control por lo general se tienen que analizar todos los casos posibles para ver cual es el que genera la mejor solución por ejemplo en el caso de sistemas con dinámicas continuas que describen procesos con integrador, usualmente se recurre a una optimización del tiempo en que se recorren las trayectorias.

5 Integración de las representaciones obtenidas de la modelación individual utilizando el modelo del autómata híbrido.

Consideremos el caso general en el cual la estructura del autómata de la figura 2.8 tiene un nodo s_j con las siguientes especificaciones:

- Tiene una transición de entrada y una de salida.

- Una representación de flujo continuo invariante en el tiempo y lineal. Considere x_p y x_q donde $x_q, x_p \in \mathfrak{R}$ y son variables no acopladas, es decir independientes en sus condiciones iniciales y de salto.
- K_{ip}, K_{jq} son valores reales constantes donde los subíndices i, j denotan el nodo fuente de la transición y los subíndices p y q se refieren a las variables p -ésima y q -ésima del vector de estado $x(t)$ después de un tiempo de residencia i en el nodo s_j , esto es $x_p = x(\partial i)[p], x_q = x(\partial i)[q]$.

Figura A.1: Nodo SISO

En el nodo de la figura A.2, la ecuación $\dot{x} = A_j x + B_j u$ modela la evolución dinámica continua para un horizonte fijo definido en un intervalo cerrado $I_j = [j]$. Donde el tiempo de residencia j se define como la cantidad de tiempo transcurrido en el estado discreto (nodo) s_j antes del disparo de una transición T_j . La evolución del vector de estados $x(t) \forall t \in I_j$ está dada por:

$$x(t) = e^{A_j t} x(t) + \int_0^t e^{A_j(t-\tau)} B_j u(\tau) d\tau \quad (\text{A.3})$$

para $t = \partial j$ obtenemos

$$K_j = e^{A_j \partial j} x(\partial j) + \int_0^{\partial j} e^{A_j(\partial j-\tau)} B_j u(\tau) d\tau \quad (\text{A.4})$$

Favela resalta en [12] ciertas propiedades de los autómatas híbridos desacoplados, donde para analizar tal sistema utiliza un modelo autómata híbrido **HCLID**. En la representación asume que $s_j \in S$, y que se tiene una matriz diagonal $A_j = \text{Diag}[a_{j1} \cdots a_{jr}]$ y un vector constante real $B_j [b_{j1} \cdots b_{jr}]^T$. Aquí, se consideran disparos de transición no determinísticos asumiendo una región inicial $R_{in} \subset \mathfrak{R}$ (en el nodo de entrada s_j), y la zona de conmutación $R_{jq} \subset \mathfrak{R}$ definida en la condición de salto $F(T_j)$ como se muestra en la figura A.2. Sea K_{jq} un punto en la región R_{jq} al instante de transición T_j , y K_{in} un punto inicial en la región inicial R_{in} .

De modo que el tiempo de residencia ∂_j en cada uno de los nodos $s_j \in S$ está determinado por:

$$\partial_j = \frac{1}{a_{jq}} \ln \left[\frac{K_{jq} - P_{jq}}{K_{in} - P_{jq}} \right] \quad \text{si } a_{jq} \neq 0 \quad (\text{A.5})$$

Figura A.2: Nodo S_j de un autómata híbrido desacoplado H_{CLID}

$$\partial_j = \left[\frac{K_{jq} - P_{jq}}{K_{in} - P_{jq}} \right] \quad \text{si } a_{jq} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Donde $P_{jq} = -\frac{b_{jq}}{a_{jq}}$ es un punto de equilibrio

Las propiedades mencionadas anteriormente y las siguientes, analizadas en [1], nos ayudaran a obtener un mejor modelo y más confiable del sistema híbrido que se esté analizando, por lo tanto dado un autómata híbrido H_{CLID} , para todas las locaciones $s_j \in S$ la condición necesaria y suficiente para la habilitación de T_j está dada por las siguientes ecuaciones lógicas [12]:

$$[P_{jq} < K_{jq} \leq K_{in}] \vee [P_{jq} > K_{jq} \geq K_{in}] = 1; \quad \text{si } a_{jq} < 0 \quad (\text{A.7})$$

$$[P_{jq} < K_{in} \leq K_{jq}] \vee [P_{jq} > K_{in} \geq K_{jq}] = 1; \quad \text{si } a_{jq} > 0 \quad (\text{A.8})$$

$$[K_{jq} \leq K_{in}][b_{jq} < 0] \vee [K_{jq} \geq K_{in}][b_{jq} > 0] = 1; \quad \text{si } a_{jq} = 0 \quad (\text{A.9})$$

La prueba de las relaciones anteriores es simple y se basa en el hecho de que para la habilitación de una transición T_j es suficiente que $\exists \partial_j \mid \partial_j \in \mathbb{R} \geq 0$. Un análisis más de tallado de estas propiedades se encuentran en [12, 1].

Analizando lo anterior podemos concluir que si para todos los nodos $s_j \in S$ la transición de salida T_j es habilitada si para al menos un punto $K_{jq} \in R_{jq}$ existe al menos un punto $K_{in} \in R_{in}$ que satisface la relación A.7, la A.8 o la A.9. y por consecuencia podemos asegurar que en el nodo s_j existe al menos una trayectoria desde R_{in} hasta R_{jq} para algún punto en R_{jq} . Este último concepto puede ser usado también para propósitos de análisis de alcanzabilidad [2].

6 Realizar un análisis del sistema híbrido obtenido.

Esto es con el fin de asegurar que todas las condiciones previamente establecidas se cumplan.

7 Simular el sistema modelado y evaluar los resultados.

En esta parte se puede emplear algún programa comercial para llevar a cabo la simulación o programar un algoritmo de análisis. En nuestro caso haremos uso de dos programas básicos para simular los sistemas a evaluar, uno de ellos muy conocido en el desarrollo de sistemas de control como es el **MATLAB** y el otro de ellos llamado **Model Vision Studium**. Este último no tan conocido en el ambiente desarrollado por la ingeniería de control, pero muy útil en la representación de sistemas híbridos, tema principal de nuestra investigación.

Apéndice B

Resultados en Proceso Real

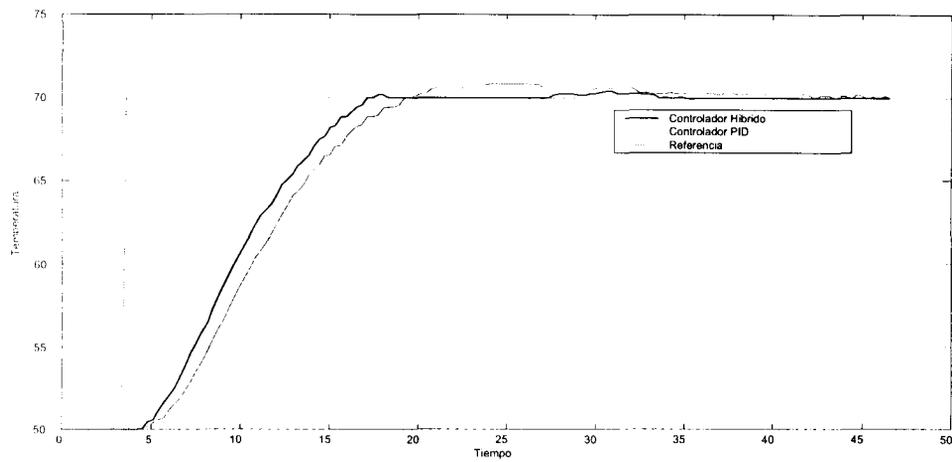


Figura B.1: Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 50-70)

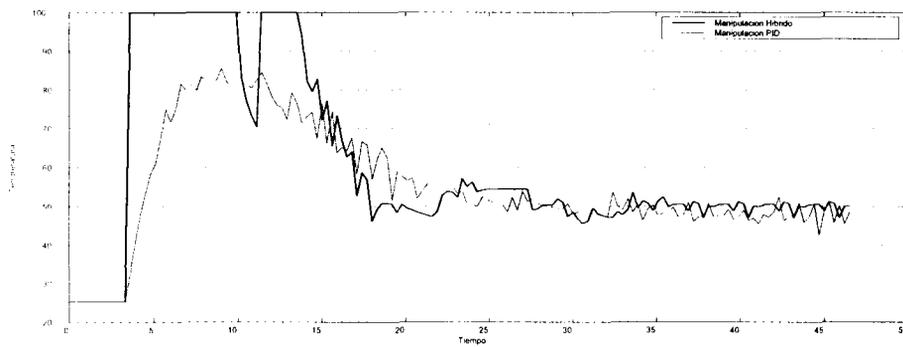


Figura B.2: Respuesta de Manipulación ante cambio en referencia (Rango 50-70)

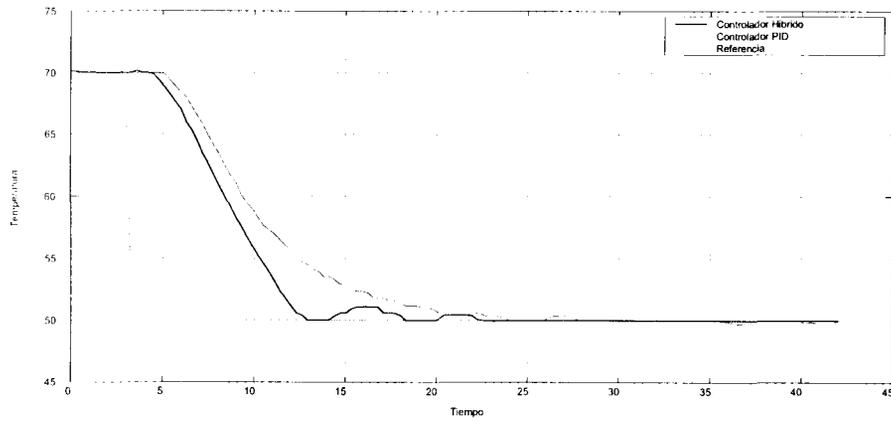


Figura B.3: Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 30-50)

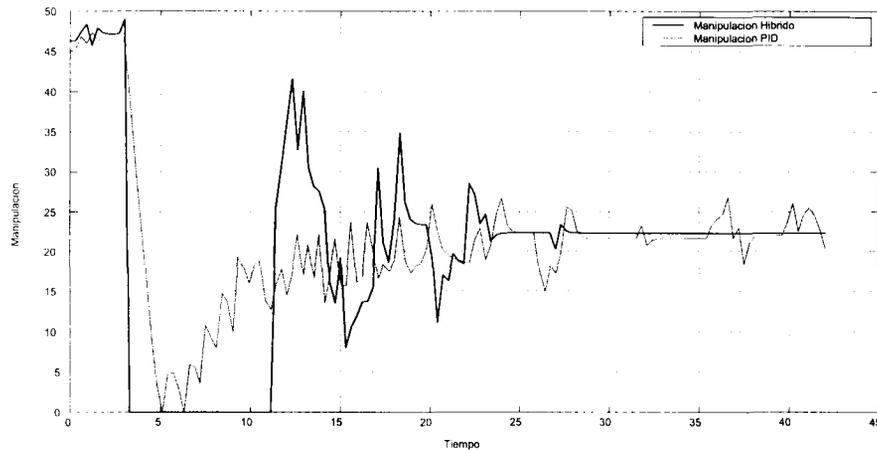


Figura B.4: Respuesta de manipulación ante cambio en referencia (Rango 30-50)

Magnitud del escalón	Controlador	Indice de Desempeño
10	Híbrido	IAE = 130,4823 $t_s = 14,7s$
-10	Híbrido	IAE = 110,7529 $t_s = 18,6s$
-20	Híbrido	IAE = 230,8412 $t_s = 39,6s$

Tabla B.1: Índices de desempeño para el controlador híbrido

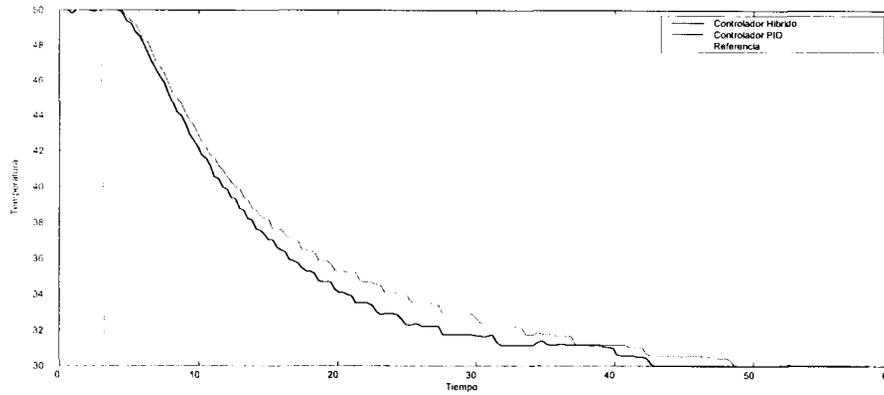


Figura B.5: Respuesta del sistema ante cambio en referencia (Rango 50-30)

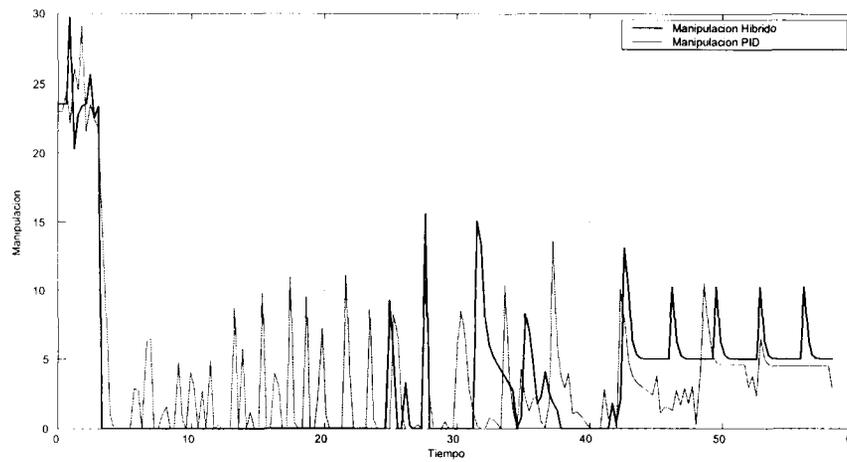


Figura B.6: Respuesta de manipulación ante cambio en referencia (Rango 50-30)

Magnitud del escalón	Controlador	Índice de Desempeño
10	PID	IAE = 138,6706 $t_s = 42,9s$
-10	PID	IAE = 144,5293 $t_s = 24,6s$
-20	PID	IAE = 268,7177 $t_s = 45,65s$

Tabla B.2: Índices de desempeño para el controlador PID-ISA

Apéndice C

Validación del Modelo Simulado

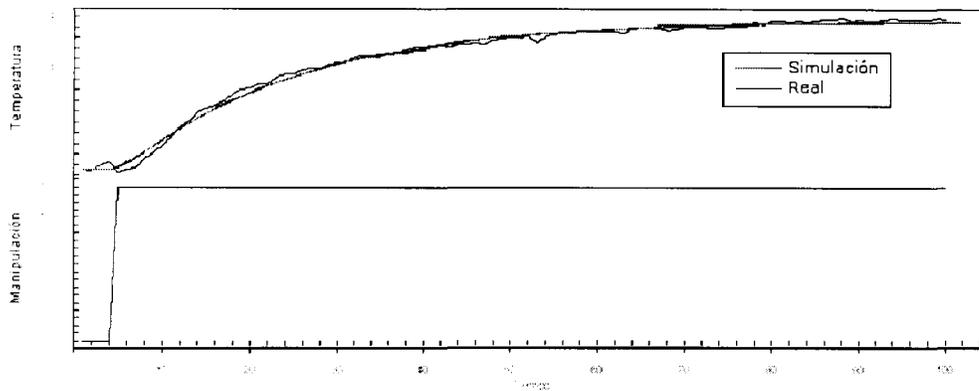


Figura C.1: Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 2-12) SSE=10.07

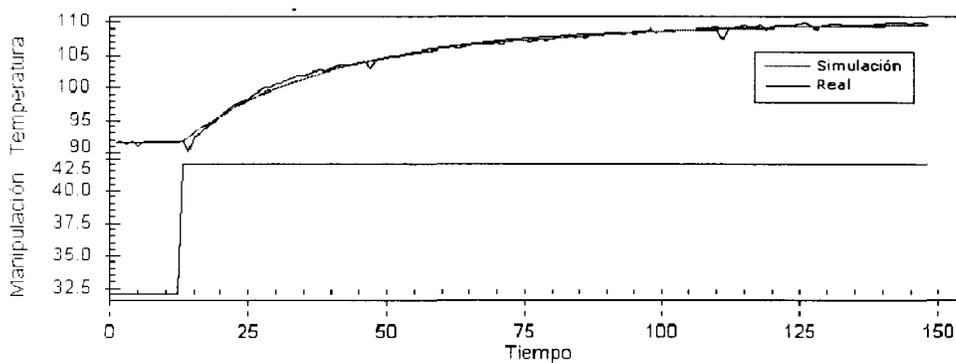


Figura C.2: Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 32-42) SSE=27.04

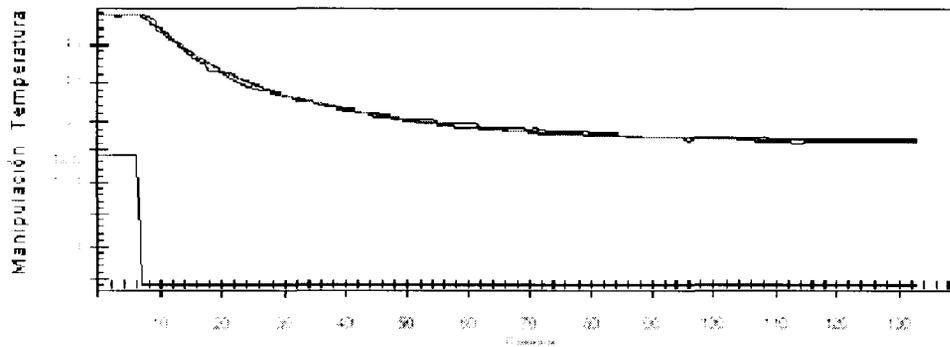


Figura C.3: Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 12-2) SSE=14.81

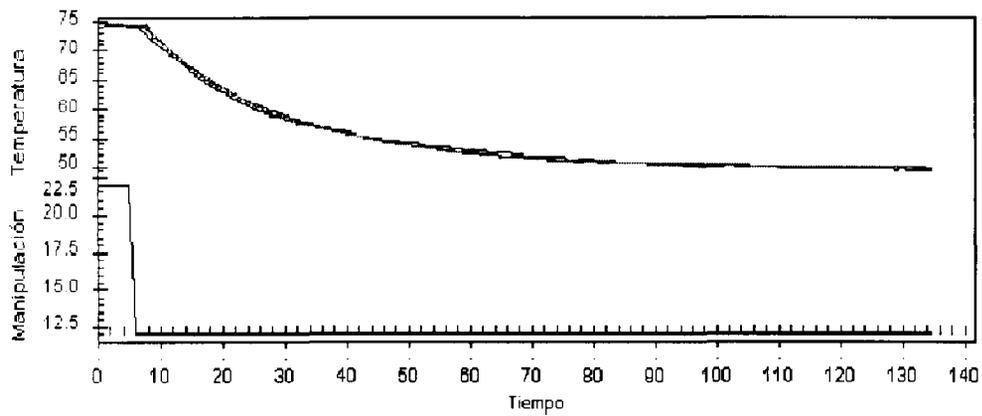


Figura C.4: Planta en lazo abierto (cambio en manipulación 2-12) SSE=27.16

Apéndice D

Interfase Hombre Máquina

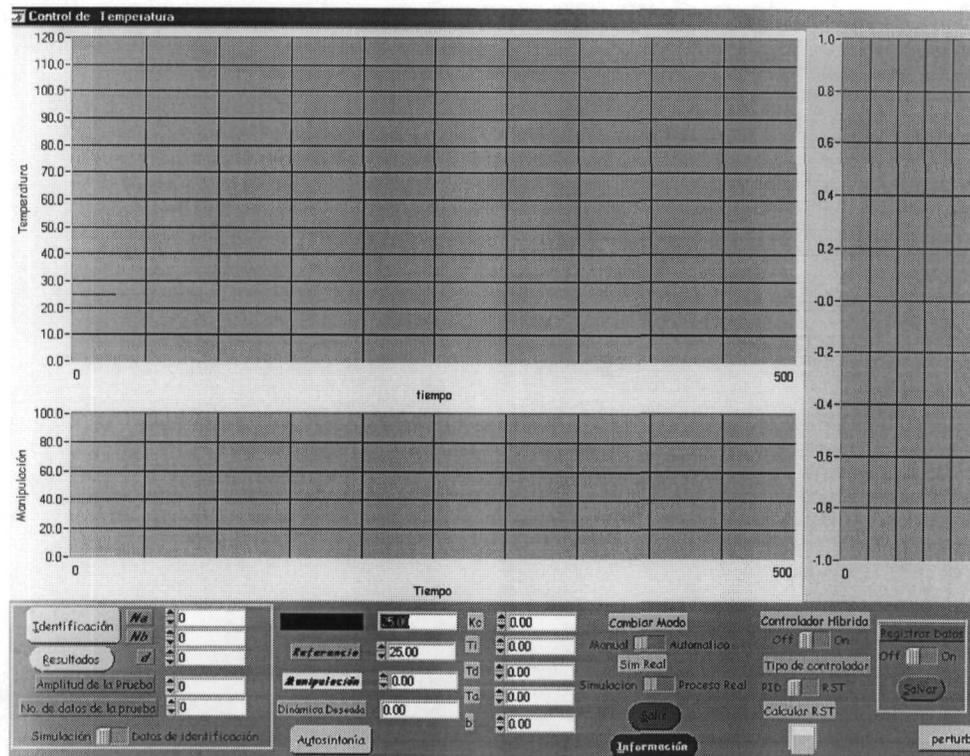


Figura D.1: Interfase Hombre Máquina

Apéndice E

Sistemas Híbridos en la Ingeniería de Control.

En este apéndice presentamos a los sistemas híbridos desde un punto de vista muy importante en la industria, el cual es el caso de la ingeniería de control, esto significa que la conexión en retroalimentación de una planta en circuito abierto (**OLHP**) y un controlador híbrido (**HC**) dan como resultado un sistema híbrido en circuito cerrado (**CLHS**), de acuerdo con la figura E.6 el OLHP representa un modelo de un sistema físico y el HC es un controlador que observa la dinámica del OLHP a través de las entradas externas. A continuación explicaremos más afondo estas partes con el fin de una mejor comprensión de las necesidades de diseño de controladores híbridos.

E.1. Sistemas Híbridos

Es posible definir un sistema híbrido de muchas maneras dependiendo de que tipo de dinámica se quiera expresar. En general y como ya lo hemos mencionado anteriormente, la característica esencial de un sistema híbrido es que este consiste conceptualmente de dos tipos de variables de estado llamadas continuas y discretas. Una definición formal de un sistema híbrido definida por Pettersson en [5] es entonces

Un sistema Híbrido $H = (\mathbb{R}^n \times \mathcal{M}, \mathbb{R}^p \times \Sigma, f, \phi)$, y consiste de:

- Un conjunto no vacío $H = \mathbb{R}^n \times \mathcal{M}$ llamado el espacio de estados de H ;
- Un conjunto $\mathbb{R}^p \times \Sigma$ llamado el espacio de entradas externas de H ;
- Funciones de transición $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}^n$ y $\phi : D_\phi \rightarrow \mathcal{M}$, donde:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), m(t), u(t)), \\ m^+(t) &= \phi(x(t), m(t), u(t)), \\ & y \\ D_f &\subseteq \mathbb{R}^n \times \mathcal{M} \times \mathbb{R} \\ D_\phi &\subseteq \mathbb{R}^n \times \mathcal{M} \times \mathbb{R}^p \times \mathcal{M} \end{aligned} \tag{E.1}$$

Cada elemento continuo del vector x en el sistema híbrido H es llamada variable de estado continua y cada elemento discreto del vector m es llamada variable de estado discreta, cada variable real del vector de entradas u es llamada entrada continua mientras que σ es llamada una entrada discreta o evento de entrada. Como podemos ver la definición anterior solo incluye elementos o señales de entrada, de modo que un sistema híbrido que incluya elementos o señales de salida se define también como un sistema híbrido H en conjunto con

- Un conjunto $\mathbb{R}^q \times \mathcal{O}$ llamado el espacio de salidas de H
- Una relación de salida $g : D_g \rightarrow \mathbb{R}^q$ y $\varphi : D_\varphi \rightarrow \mathcal{O}$, donde

$$\begin{aligned} y(t) &= g(x(t), m(t), u(t)) \\ o^+(t) &= \varphi(x(t), m(t), u(t), \sigma(t)) \end{aligned} \tag{E.2}$$

En este caso cada elemento continuo del vector y es llamada una salida continua mientras que o es llamado como una salida discreta o evento de salida. En general un sistema híbrido puede definirse ya sea de la forma E.1 o E.2 dependiendo del contexto utilizado y su representación gráfica es de la siguiente manera.

Figura E.1: Diagrama a bloques de un sistema Híbrido

E.2. Planta en Circuito Abierto (OLHP)

Una planta en circuito abierto(OLHP) es también un sistema híbrido como en la definición E.2. esta planta entonces consiste en general de variables de estado continuas y discretas, entradas externas continuas y discretas y salidas del mismo tipo. Las entradas externas pueden ser divididas en dos partes, una parte la cual puede ser controlada directamente y por lo tanto a esta se le conoce con el nombre de entrada

controlable y una parte que no pertenece al control directamente llamada entradas no controlables o entradas perturbadas. A las entradas continuas no controlables se les conoce con el nombre de perturbaciones las cuales a su vez pueden ser divididas en perturbaciones de proceso y perturbaciones de medición. Las perturbaciones del primer tipo se refieren a perturbaciones que afectan la evolución del estado dinámico del sistema, mientras que las del segundo tipo se refieren a perturbaciones que afectan a las salidas del sistema. Una representación gráfica de una planta en circuito abierto se puede observar en la figura E.2, donde la entrada continua controlable se denota por u , la entrada controlable discreta es denotada por σ_u , la entrada continua no controlable esta denotada por v , y la entrada discreta no controlable denotada por σ_v . Las variables de estado y las relaciones de transición se denotan por un subíndice p el cual hace referencia a la planta híbrida.

Figura E.2: Planta en circuito abierto.

E.3. Controlador Híbrido (HC)

Un controlador es también un sistema híbrido como en la definición ??, y consiste también en general de variables de estado continuas y discretas, entradas externas continuas y discretas y por supuesto salidas continuas y discretas. Las entradas externas del controlador pueden ser divididas en dos partes, una parte que viene de la planta en circuito abierto y una parte que no lo hace. En la figura E.3 podemos observar que las entradas externas continuas y discretas respectivamente del controlador están denotadas por c y σ_c , mientras que las otras entradas continuas y discretas están denotadas por r y σ_r . Las variables de estado así como las relaciones de transición están denotadas por el subíndice c el cual se refiere al controlador híbrido.

Figura E.3: Controlador Híbrido.

E.4. Modos de Interacción entre Sistemas Híbridos

La construcción de modelos locales interconectados entre sí en diferentes configuraciones es un enfoque común para construir modelos de sistemas físicos, muchos sistemas complejos son usualmente construidos por tales composiciones modulares ya que es prácticamente imposible construir modelos globales y más allá de la posibilidad de construir modelos globales el uso de construir modelos locales es útil desde el punto de vista económico ya que éste incrementa la oportunidad de reutilizar los modelos locales en contextos totalmente diferentes. La intención de esta sección es mostrar que se pueden construir sistemas híbridos con las configuraciones anteriormente mencionadas ya que tales configuraciones son muy comunes en aplicaciones para la ingeniería de control.

E.4.1. Conexión en Cascada

La conexión en serie (cascada) de dos sistemas híbridos es tal como se muestra en la figura E.4.

Sea el sistema híbrido de la izquierda llamado a y el sistema híbrido de la derecha llamado b , esto implica que las correspondientes variables de estado, entradas externas y relaciones de transición tienen un subíndice a y b respectivamente. Sea la entrada continua $u = u_a$, la entrada discreta $\sigma = \sigma_a$, la salida continua $y = y_b$, y la salida discreta $o = o_b$. Una conexión en cascada o serial significa que la salida del primer sistema corresponde directamente a la entrada del segundo sistema, de modo que $u_b = y_a$, y $s_a = o_b$. Esto por supuesto requiere que las dimensiones de u_b e y_a sean las mismas y que $\mathcal{O}_a \in \Sigma_b$. En general la conexión en serie de dos sistemas híbridos puede ser descrita por

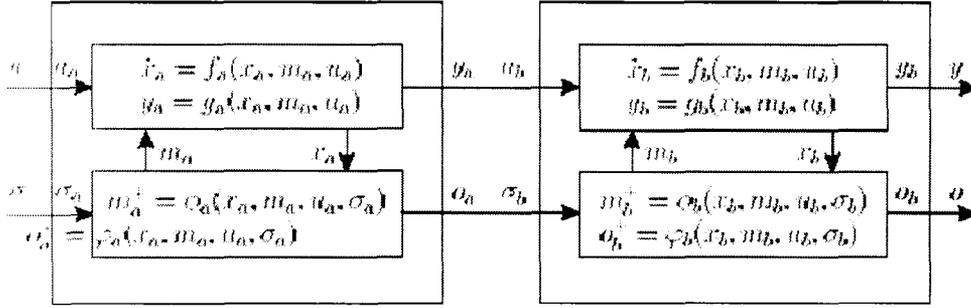


Figura E.4: Conexión en cascada de dos sistemas híbridos

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_a &= f_a(x_a, m_a, u_a), \\
 \dot{x}_b &= f_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u)), \\
 m_a^+ &= \phi_a(x_a, m_a, u_a, \sigma), \\
 m_b^+ &= \phi_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u), \varphi_a(x_a, m_a, \sigma)), \\
 y &= g_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u)), \\
 o^+ &= \varphi_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u), \phi_a(x_a, m_a, \sigma))
 \end{aligned}$$

De lo anterior se define

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix}, m = \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \end{bmatrix}, \\
 f(x, m, u) &= \begin{bmatrix} f_a(x_a, m_a, u_a) \\ f_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u)) \end{bmatrix} \\
 \phi(x, m, u, \sigma) &= \begin{bmatrix} \phi_a(x_a, m_a, \sigma) \\ \phi_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u), \varphi_a(x_a, m_a, \sigma)) \end{bmatrix} \\
 g(x, m, u) &= \begin{bmatrix} g_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u)) \\ \varphi_b(x_b, m_b, g_a(x_a, m_a, u), \phi_a(x_a, m_a, \sigma)) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Por lo que el sistema esta dado entonces por

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= f(x, m, u) \\
 m^+ &= \phi(x, m, u, \sigma)
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

$$\begin{aligned}
 y &= g(x, m, u) \\
 o^+ &= \phi(x, m, u, \sigma)
 \end{aligned} \tag{E.4}$$

Lo cual implica que la conexión en cascada de dos sistemas híbridos es también un sistema híbrido, y el procedimiento puede ser repetido n veces si existen n sistemas conectados en serie.

E.4.2. Conexión en Paralelo de Sistemas Híbridos

Para sistemas continuos una conexión en paralelo entre dos sistemas significa que existe una entrada común y la salida es la suma de las salidas de los dos sistemas, por supuesto asumiendo que las dimensiones de las entradas y las salidas continuas de cada sistema son las mismas. Esto no es tan evidente como lo es en el caso de sistemas discretos ya que para estos la conexión paralela de dos eventos (discretos) no necesariamente debe contener el mismo número de elementos en Σ_a y Σ_b , y los vectores \mathcal{O}_a y \mathcal{O}_b , no son vectores con un operador de suma definido, como es el caso de sistemas continuos, de cualquier manera una interpretación natural para definir la conexión paralela es de la siguiente manera. La entrada de una conexión en paralelo de dos sistemas es un evento $\sigma \in \Sigma = \Sigma_a \cup \Sigma_b$, si ocurre un evento $\sigma \in \Sigma$ el cual esta contenido en el alfabeto $\Sigma_a(\Sigma_b)$ y $\Sigma_a = \sigma(\sigma_b = \sigma)$; o de otra manera el evento σ no es factible en el sistema $a(b)$, y la salida esta dada por una relación binaria denotada por \oplus que actúa sobre los elementos de los dos conjuntos de salida \mathcal{O}_a y \mathcal{O}_b , llevando la salida a $o \in \mathcal{O}$. Un posible caso puede ser que \mathcal{O} contenga a todos y cada uno de los elementos de \mathcal{O}_a y \mathcal{O}_b , y todas las posibles combinaciones entre estos. o bien Tal como en todas las definiciones un caso natural que se puede presentar es que ocurran eventos en cada una de las salidas en el mismo instante. Si esto no ocurre, entonces $\mathcal{O} = \mathcal{O}_a \cup \mathcal{O}_b$ y \oplus es un operador or ordinario. En la siguiente figura se puede observar la conexión paralela entre dos sistemas híbridos de la que hemos hablado.

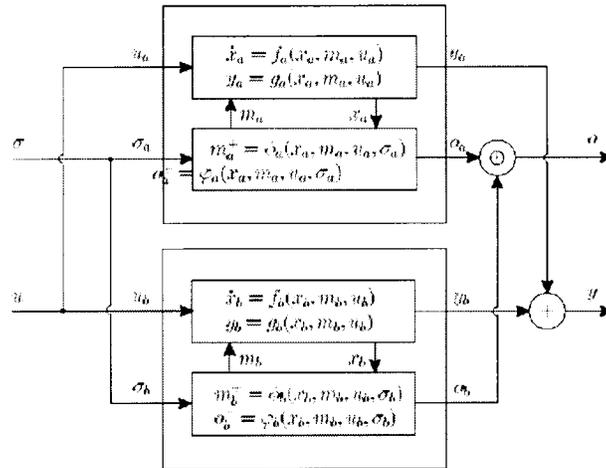


Figura E.5: Conexión paralela de dos sistemas híbridos

De lo anterior podemos concluir que una conexión en paralelo de dos sistemas híbridos esta dado por:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_a &= f_a(x_a, m_a, u), \\
\dot{x}_b &= f_b(x_b, m_b, u), \\
m_a^+ &= \phi_a(x_a, m_a, u, \sigma), \\
m_b^+ &= \phi_b(x_b, m_b, u, \sigma), \\
y &= g_a(x_a, m_a, u) + g_b(x_b, m_b, u), \\
o^+ &= \varphi_a(x_a, m_a, u, \sigma) \oplus \varphi_b(x_b, m_b, u, \sigma)
\end{aligned}$$

y nuevamente tenemos para este caso

$$\begin{aligned}
x &= \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix}, m = \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \end{bmatrix}, \\
f(x, m, u) &= \begin{bmatrix} f_a(x_a, m_a, u) \\ f_b(x_b, m_b, u) \end{bmatrix} \\
\phi(x, m, u, \sigma) &= \begin{bmatrix} \phi_a(x_a, m_a, u, \sigma) \\ \phi_b(x_b, m_b, u, \sigma) \end{bmatrix} \\
g(x, m, u) &= \begin{bmatrix} g_a(x_a, m_a, u) + g_b(x_b, m_b, u) \\ \varphi_a(x_a, m_a, u, \sigma) \oplus \varphi_b(x_b, m_b, u, \sigma) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Por lo que entonces el sistema esta dado por E.3 y E.4, lo cual implica que la conexión en paralelo de dos sistemas híbridos es también un sistema híbrido, y el procedimiento puede entonces repetirse n veces si existen n sistemas híbridos conectados en paralelo.

E.4.3. Conexión en Retroalimentación

La retroalimentación de dos sistemas híbridos mostrada en la figura E.6 consta de entradas continuas y discretas descompuestas en dos partes, una parte puede ser considerada como una entrada externa $u_{a1}, \sigma_{a1}, u_{b1}$ y σ_{b1} y la otra parte corresponde a las señales de retroalimentación $u_{a2}, \sigma_{a2}, u_{b2}$ y σ_{b2} .

De modo que siendo $u_a = u_{a1}, \sigma_a = \sigma_{a1}, u_b = u_{b1}$ y $\sigma_b = \sigma_{b1}$, la parte correspondiente al sistema retroalimentado dentro del sistema a no está directamente presente en la función de salida del sistema a esto con el fin de evadir lazos algebraicos inherentes. La salida del primer sistema es la entrada retroalimentada del segundo sistema y viceversa. De acuerdo con la notación de la figura E.6 $u_{b2} = y_a, \sigma_{b2} = o_a, u_{a2} = y_b$ y $\sigma_{a2} = o_b$. y así tenemos que:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_a &= f_a(x_a, m_a, u_{a1}, g_b(x_b, m_b, u_{b1}, g_a(x_a, m_a, u_{a1}))), \\
\dot{x}_b &= f_b(x_b, m_b, u_{b1}, g_a(x_a, m_a, u_{a1})), \\
m_a^+ &= \phi_a(x_a, m_a, u_{a1}, g_b(x_b, m_b, u_{b1}, g_a(x_a, m_a, u_{a1})), \\
&\quad , \sigma_{a1}, \varphi_b(x_b, m_b, u_{b1}, g_a(x_a, m_a, u_{a1}), \sigma_{b1}, \varphi_a(x_a, m_a, u_{a1}, \sigma_{a1}))), \\
m_b^+ &= \phi_b(x_b, m_b, u_{b1}, g_a(x_a, m_a, u_{a1}), \sigma_{b1}, \varphi_a(x_a, m_a, u_{a1}, \sigma_{a1}))
\end{aligned}$$

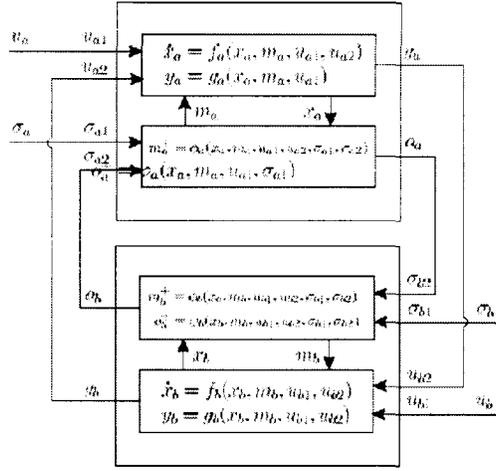


Figura E.6: conexión en retroalimentación de dos sistemas híbridos

Como podemos observar la conexión en retroalimentación de dos sistemas híbridos es de la forma E.3. O bien si se desea, también se puede obtener una salida de la forma E.4 si se considera lo siguiente

$$g(x, m, u) = g_a(x_a, m_a, u_a),$$

$$\varphi(x, m, u, \sigma) = \varphi_a(x_a, m_a, u_a, \sigma_a),$$

o también

$$g(x, m, u) = g_b(x_b, m_b, u_b, u_b),$$

$$\varphi(x, m, u, \sigma) = \varphi_b(x_b, m_b, u_a, u_b, \sigma_b, \sigma_b),$$

lo cual significa que los pares (y_a, o_a) y (y_b, o_b) son salidas, o mejor dicho aún

$$g(x, m, u) = \begin{bmatrix} g_a(x_a, m_a, u_a) \\ g_b(x_b, m_b, u_b, u_b) \end{bmatrix}$$

$$\varphi(x, m, u, \sigma) = \begin{bmatrix} \varphi_a(x_a, m_a, u_a, \sigma_a) \\ \varphi_b(x_b, m_b, u_a, u_b, \sigma_b, \sigma_b) \end{bmatrix}$$

El implica que $[y_a \ y_b]^T$ y $[O_a \ O_b]^T$ son salidas. El procedimiento se puede repetir “n” veces si existen “n” sistemas híbridos conectados en retroalimentación.

Podemos entonces concluir la parte correspondiente a las conexiones serie paralelo y retroalimentación de sistemas híbridos diciendo que los modelos globales pueden ser construidos por estas configuraciones y por lo tanto las operaciones para cada una de las configuraciones también son validas. En los casos analizados anteriormente se

tomaron en cuenta solo las entradas o salidas conectadas directamente a los sistemas, pero existen muchas otras señales que se pueden considerar (si se desea) sin cambiar las características de las conexiones ya mencionadas.

Apéndice F

Simulación de la Estrategia Propuesta Usando MVS

En este apéndice se muestra con detalle la programación de la estrategia propuesta en el capítulo 4 en el software Model Visión Studium, con el fin de que el lector pueda comprender los resultados mostrados en este mismo capítulo.

F.1. Controlador:

En el bloque del controlador podemos observar que existen tanto señales de entrada como señales de salida. Las señales de entrada al controlador las podemos dividir en dos tipos, directas e indirectas.

Entradas directas: las señales directas al controlador son los parámetros de sintonización de la estructura PID programada en forma diferencial F.1 K_c, τ_i, τ_d , la señal de salida de temperatura y , el valor de *SetPoint* deseado

$$M = K_c \left(e + \int \frac{1}{\tau_i} + \tau_d \frac{d(e)}{dt} \right) \quad (\text{F.1})$$

Entradas indirectas: La etiqueta o bandera que indica si existe una nueva referencia (*newref*) y una variable de conmutación (*switch*) para detectar si el cambio en manipulación se hizo de magnitud positiva o negativa son las entradas consideradas como indirectas.

Salidas: las salidas del bloque de control solo son 3 y se refieren al valor de manipulación calculada (*man*), ya sea mediante el controlador óptimo o mediante el PID, al valor de *SetPoint* deseado que aunque para la secadora ésta no sea una variable que sea de interés, el autómatas necesita este dato como etiqueta de habilitación de las transiciones tal como lo vimos en la sección anterior

F.2. Secadora:

El bloque asignado al proceso cuenta de igual forma con entradas directas e indirectas definidas como sigue:

Entradas directas: consideramos las entradas directas al valor continuo de temperatura (x) y el valor de SetPoint deseado (*setpoint*).

Entradas indirectas: la única entrada indirecta que existe para este bloque es el valor que el controlador le pasa a la etiqueta switch, ya que el autómata asociado al proceso debe saber también si el cambio en manipulación fue de magnitud positiva o negativa.

Salida : la única variable de salida que proporciona el bloque de proceso es el valor de temperatura en cada instante, dicha variable es la única requerida para la ejecución del autómata asociado al controlador.

F.3. Interfase

En este bloque del lazo de control no existen entradas al autómata, esto se debe a que el autómata asociado a este bloque solo funciona como un tomador de decisiones ante manipulaciones positivas o negativas. Figura F.1

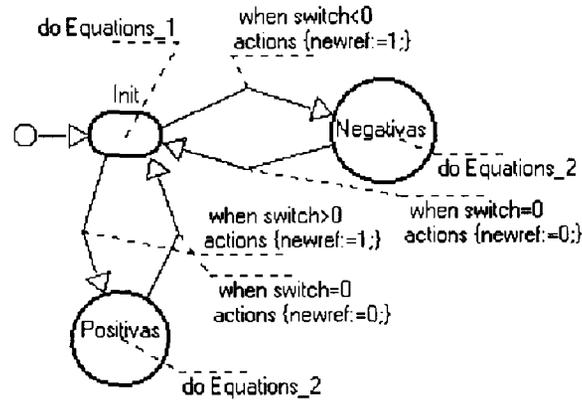


Figura F.1: Autómata asociado a la interfase de usuario

Sin embargo este bloque tiene gran importancia debido a que es aquí donde el usuario puede tener interacción con la simulación de los autómatas de las figuras (4.2), (4.4) y (F.1), tal como se puede observar en la figura (F.2)

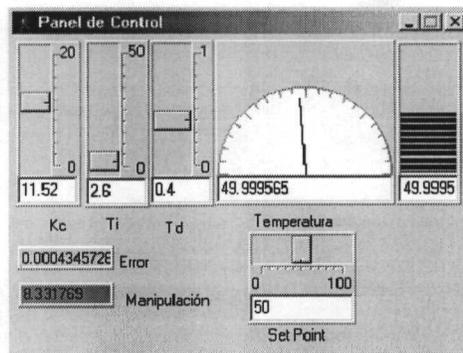


Figura F.2: Interfase de usuario para proceso simulado

Bibliografía

- [1] Desarrollo de una metodología y algoritmo de análisis de sistemas híbridos basados en el modelo del autómata híbrido, Braulio José Cruz Jiménez, 2001.
- [2] The algorithmic analysis of hybrid systems, R. Alur, T.A. Henzinger, 1998
- [3] Automatización integral de sistemas de producción, Edgar Chacón, Gisela de Sarrazin, 1998.
- [4] A class of hybrid state continuous-time dynamic systems IEEE Trans. On automatic control, H.S Witsenhausen, 1966.
- [5] Analysis and design of hybrid systems, Stefan Pettersson, 1999
- [6] Hybrid Automata: an algorithmic approach to specification and verification of hybrid systems. R. Alur, C. Courcoubetis, T.A Henzinger, and P.H. Ho., Denmark, 1992
- [7] Decidable Hybrid systems, Anuj Puri and Pravin Varaiya
- [8] Optimal control class of hybrid systems, Christos G. cassandras, David L Pepyne, IEEE Trans. On automatic control, 2001
- [9] Forward Algorithms for optimal control of a class of hybrid systems, Young C. Cho, Christos G. cassandras, David L Pepyne, IEEE conference on decision and control, 2000
- [10] Introduction to Optimal Control, McCuasland I. John Wiley & Sons, INC.
- [11] Symbolic analysis of hybrid systems, R. Alur, T.A. Henzinger, Howard Wong-toi, 1997
- [12] Hybrid Automata Models in Continuous-Linear Hybrid Systems Analysis, Favela, A.. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Intelligent Control/Intelligent Systems and Semiotics, Cambridge, MA., pp.11-16, 1999
- [13] An introduction to hybrid dynamical systems, Schaft, A. J. van der., Schumacher, Johannes. New York: Springer, 2000
- [14] Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications, On condition/event system with discrete state realizations, R. S. Sreenivas and B. H. Krogh., 1991

-
- [15] Modeling and analysis of hybrid control systems, in proc. Of the 31 st IEEE conference on decisions and control, J.A stiver and P.J Antsaklis, Tucson Arizona 1992
- [16] Multi-Objective Hybrid controller synthesis: Intelligent Machines and Robotics laboratory University of California, Berkley, CA94720, John Lygeros, Claire Tomlin and Shankar Sastry 2002
- [17] Design and implementation of a hybrid control strategy, Johan Eker and jörgen Malmberg. Department of automatic control at Lund institute of technology, Sweden 1999
- [18] M. Tittus. An algorithm for the generation of control laws for linear hybrid systems. Technical report CTH/RT/R-93/0013, contr. Eng. Lab. Chalmers Univ. of Techn. Gothenburg, Sweden, 1993
- [19] F. E. Cellier. Combined Continuous/Discrete System Simulation by Use of Digital Computers: Techniques and Tools. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland, 1979.
- [20] Hong Ki and Hung V. A case study on formal design of hybrid control systems The united Nation University, the international institute for software technology IEEE, 2001
- [21] Katsuhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, Tercera edición P.H 1998
- [22] Katsuhiko Ogata, Sistemas de control en tiempo discreto, Tercera edición P.H 1998
- [23] Control Design for Integrator Hybrid Systems, M.Tittus and B.Egardt, IEEE TAC v43, n4, April 98.
- [24] Karl J. Åstrom, Computer Controlled System
- [25] Control en el Espacio de Estado. Dominguez S., Campoy P., Sebastián J.M y Jimenez A. Pearson Educación, S.A., Madrid, 2002
- [26] Khalil, H. Nonlinear Systems. Segunda Edición. Prentice Hall, NY, 1996.

Centro de Información-Biblioteca



30002006244792