

# PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN DE MARKOVITZ CON SVMs APLICADAS A LA PREDICCIÓN Y ANÁLISIS DE VALORES

## TESIS QUE PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS COMPUTACIONALES **PRESENTA**

# ALEJANDRO CALDERÓN AVEITUA

Asesor: Dr. NEIL HERNANDEZ GRESS.

Comité de tesis: Dr. JAIME MORA VARGAS,

Dr. MIGUEL GONZALEZ MENDOZA.

Jurado: Dr. JAIME MORA VARGAS,

Presidente Dr. MIGUEL GONZALEZ MENDOZA, Secretario Dr. NEIL HERNANDEZ GRESS, Vocal Dr. SANTIAGO ARBELECHE GRELA, Vocal Dr. EDUARDO MORALES RAMOS. Vocal

Atizapán de Zaragoza, Edo. Méx., Septiembre de 2005.

## RESUMEN

Esta tesis aborda la administración de portafolios de inversión; la base teórica es *Portfolio Selection* de Harry Markowitz de 1952. A grandes rasgos, la teoría de Markowitz describe un algoritmo de dos pasos:

- 1. Estimación de retornos a futuro de valores que se pretende integren el portafolio de inversión. Este paso se abordó por medio de Máquinas de Soporte Vectorial (SVMs por sus siglas en inglés), desarrolladas por Vladimir Vapnik y descritas en *Theory of Pattern Recognition*, 1979; este enfoque permitió hacer regresiones para estimar el retorno a futuro de valores, usando como entrada de la regresión: índices, razones y precios; que se pueden encontrar fácilmente en fuentes financieras; aquí se encuentra principal aportación de la tesis, ya que dados los resultados favorables, se puede pensar en la posibilidad de llenar con las SVMs, la carencia en la teoría original de Markowitz de un método adecuado para estimar retornos, según lo reporta West Graeme en *An Introduction to Modern Portfolio Theory: Markowitz, CAPM, APT and Black-Litterman*.
- 2. Optimización de los valores que integran el portafolio de inversión. Aquí se usó el enfoque clásico descrito por Markowitz.

La tesis está organizada como sigue: el capítulo 1 justifica, plantea objetivos y alcances del proyecto aquí reportado y proporciona una introducción a la administración de portafolios de inversión para normar nomenclatura financiera e introducir conceptos usados en este trabajo. El capítulo 2 contiene una descripción funcional del software que se desarrolló para este proyecto, con las justificaciones teóricas correspondientes; el capítulo 3 muestra los resultados experimentales obtenidos y las capacidades de análisis del software y el capítulo 4 discute las conclusiones; brevemente, los resultados sugieren que existe una relación causa-efecto entre las estimaciones de retorno obtenidas con las SVMs y los índices, razones y precios usados como entrada para la regresión; esto es importante, ya que en la comunidad financiera se le da mucho peso a una interpretación de la llamada Hipótesis de los Mercados eficientes, que implica que la única información necesaria para predecir precios (dado que es posible obtener retornos a partir de precios con simples operaciones aritméticas, se puede sustituir este término por retornos) de un valor son los precios pasados del mismo valor.

# **CONTENIDO**

LISTA DE FIGURAS	3
LISTA DE TABLAS	5
1. INTRODUCCIÓN	6
1.1 JUSTIFICACIÓN	6
1.2 ANTECEDENTES	9
1.3 INTRODUCCIÓN A LA ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS	10
1.4 OBJETIVOS	15
1.5 ALCANCES DEL SOFTWARE	16
2. DESCRIPCIÓN FUNCIONAL	17
2.1 ESCENARIO DE INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIOS	17
2.1.1 CONFIGURACIÓN DE FECHAS Y TÉRMINO DE LA INVERSIÓN	19
2.1.2 SELECCIÓN DE ACCIONES	19
2.1.3 INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIO	22
2.2 FLUJO DE INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIOS	22
2.2.1 BASE DE DATOS	23
2.2.2 BLOQUE DE PREDICCIÓN	23
2.2.3 PREPROCESO	24
2.2.4 REGRESIÓN	35
2.2.4.1 REGRESIÓN POR MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL	37
2.2.5 CÁLCULO DE PORTAFOLIO ÓPTIMO	41
3. RESULTADOS EXPERIMENTALES	44
3.1 PRUEBA DE MODELOS DE REGRESIÓN	44
3.2 PRUEBA DE REDITUABILIDAD DE PORTAFOLIOS	47
3.3 PORTAFOLIOS EN EL PLANO r-σ	52
4 CONCLUSIONES	57
4.1 ALTERNATIVAS DE DESARROLLO FUTURO	59
ANEXO A: LISTADO DE ACCIONES	63
ANEXO B: LISTADO DE VARIABLES	65
ANEXO C: HEURÍSTICAS PARA EL MODELO DE REGRESIÓN	70
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	61

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tamaño del sistema financiero de varios países para 2002.	7
Figura 2: Plano coordenado riesgo-retorno.	13
Figura 3: Curva de la frontera eficiente en el plano <i>σ-r</i>	14
Figura 4: Escenario de integración de un portafolio de inversión	18
Figura 5: Descripción de la línea de tiempo que permite configurar la etapa de regresión	19
Figura 6: Bloque de predicción como caja negra.	20
Figura 7: Diagrama de bloques del proceso de optimización	22
Figura 8: Bloques constructivos del software de construcción de portafolios.	23
Figura 9: Sub bloques constructivos del bloque de predicción.	24
Figura 10: Diagrama a bloques del algoritmo ACI.	27
Figura 11: Regresión sin preproceso.	29
Figura 12: Regresión ACP, 8 componentes.	30
Figura 13: Regresión ACI, 8 componentes.	31
Figura 14: Regresión usando ACP 3 componentes.	33
Figura 15: Regresión ACI, 3 componentes.	34
Figura 16: Interpretación grafica del problema de regresión.	36
Figura 17: Muestra de una grafica de regresión.	36
Figura 18: Ideograma de ajuste de una función f(X) usando SVMs.	37
Figura 19: Regresión sin preproceso.	46
Figura 20: Regresión con preproceso ACP: 10 componentes.	46
Figura 21: Regresión con preproceso ACI: 10 componentes, 200 iteraciones	47
Figura 22: Ideograma del experimento diseñado para probar el software.	48
Figura 23: Graficas $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 1; incluye gráficas de la tendenc	ia de
la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real.	54
Figura 24: Graficas $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 2; incluye gráficas de la tendenc	ia de
la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real.	55
Figura 25: Graficas $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 3; incluye gráficas de la tendenc	ia de
la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real.	56

Figura 26: Gráfica de la regresión con la configuración base	71
Figura 27: Gráfica de la regresión con C modificada por un factor exp (-10).	71
Figura 28: Gráfica de la regresión con C modificada por un factor exp (10)	72
Figura 29: Gráfica de la regresión con $\gamma$ modificada por un factor exp (-10).	73
Figura 30: Gráfica de la regresión con $\gamma$ modificada por un factor exp (10)	73

# LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Comparación de regresión $f(X)$ vs. $g(X)$ por correlación y rmse	34
Tabla 2: Criterios de decisión de éxito o fracaso de experimentos	48
Tabla 3 Cálculo de rendimientos para ALFA A. CORR (r Real, r Predicho) = 0.323	49
Tabla 4: Cálculo de rendimientos para BIMBO A. CORR (r Real, r Predicho) = 0.178	50
Tabla 5: Cálculo de rendimientos para CEMEX CPO. CORR (r Real, r Predicho) = 0.454	50
Tabla 6 Cálculo de rendimientos para COMERCI_UBC. CORR (r Real, r Predicho) = 0.606	51
Tabla 7 Cálculo de rendimientos para FEMSA UBD. CORR (r Real, r Predicho) = 0.657	51
Tabla 8 Sumario de ponderaciones w y rendimientos r para los portafolios de prueba	52
Tabla 9: Resultados de $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 1	54
Tabla 10: Resultados de $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 2	55
Tabla 11: Resultados de $\sigma$ - $r$ para los portafolios del experimento 3	56
Tabla 12 Correlaciones entre rendimientos real y predicho para las acciones de los portafolios o	de
prueba de la batería de experimentos de la sección 3.2.	58

# 1. INTRODUCCIÓN

...the game commences, for the usual fee plus expenses...

Mark Knopfler

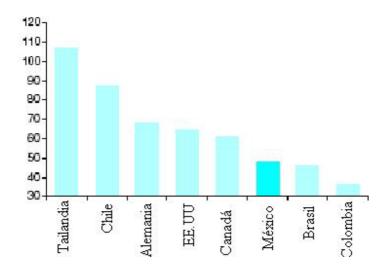
Desde el surgimiento de las primeras bolsas de valores en el siglo XIV, [3], se da de modo natural la administración de portafolios de inversión, entendida esta actividad como la distribución de capital de inversión en una canasta de valores que en el tiempo proporcione un máximo rendimiento; actividad que está atada a la tendencia humana de evitar riesgos. El siguiente paso para sistematizar las inversiones (no solo de portafolio) se da con el desarrollo de técnicas estadísticas que están disponibles desde mediados del siglo XIX. El trabajo *Portfolio Selection* de Harry Markowitz, [9], de 1952, representa el inicio de la teoría moderna de administración de portafolios.

Esta tesis aborda la administración de portafolios de inversión utilizando herramientas no convencionales como lo es el aprendizaje estadístico. De esta forma, se desarrollaron distintas innovaciones para enriquecer y facilitar esta actividad se demuestra su pertinencia a través de diferentes experimentos. El presente documento está organizado como sigue: el capítulo 1 justifica, plantea objetivos y alcances del proyecto aquí reportado y proporciona una introducción a la administración de portafolios de inversión para normar la nomenclatura financiera e introducir conceptos usados en este trabajo. El capítulo 2 contiene una descripción funcional del software que se desarrolló para este proyecto, con las justificaciones teóricas correspondientes; el capítulo 3 muestra los resultados experimentales obtenidos y las capacidades de análisis del software. Finalmente, el capítulo 4 discute las conclusiones, grado de éxito alcanzado y las líneas de desarrollo que podrían suceder a este proyecto.

# 1.1 JUSTIFICACIÓN

Según la página electrónica de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), [27]: Las bolsas de valores de todo el mundo son instituciones que las sociedades establecen en su propio beneficio. A ellas acuden los inversionistas como una opción para tratar de proteger y acrecentar su ahorro

financiero, aportando los recursos que, a su vez, permiten, tanto a las empresas como a los gobiernos, financiar proyectos productivos y de desarrollo, que generan empleos y riqueza [31]. El párrafo anterior es un manifiesto de lo que idealmente debería ser una bolsa de valores y que se da en los mercados de valores de países donde la información financiera relevante es mayormente pública, es decir que están cerca de la total eficiencia; pero para México, no pasa de ser un buen propósito. La figura 1 muestra una comparación del tamaño del sistema financiero como porcentaje del PIB de varios países [21] donde se observa que el tamaño del sistema financiero mexicano rondaba el 50% para el año 2002 cuando en países con sistemas financieros funcionales está por encima del 80%; una lectura de esta gráfica es que la BMV no está cumpliendo con los objetivos para los que fue creada, es decir, el financiamiento de las actividades productivas del país con tasas atractivas para las empresas que emiten valores y el reparto de riqueza entre los inversionistas que participan en ella.



**Figura 1:** Tamaño del sistema financiero de varios países para 2002.

Por otro lado, es un hecho probado empíricamente, [3], que, en el largo plazo, la inversión en bolsa es excelente, mas aún, los mercados emergentes como el mexicano entregan mejores rendimientos que los mercados maduros, con el consiguiente aumento de riesgo. El reto es atraer a más inversionistas, pero todos los inversionistas que cuentan con vastos recursos económicos y de análisis de mercados (que conocen los hechos que se mencionan arriba) ya están participando en la BMV con todas las ventajas que la tecnología y la disponibilidad de información pueden ofrecer. Otro sector de la población con recursos menos vastos tiene la alternativa de entrar en inversiones financieras vía: sociedades de inversión en la que los análisis de inversiones son confiados a terceros (lo que significa que sus intereses no siempre son bien servidos; sin que esto

represente necesariamente un fraude) o cuentas individuales en casas de bolsa, en la que el inversionista asume todos los riesgos de sus decisiones; y de donde surgen mayormente los mitos de fortunas instantáneas o trágicas pérdidas en alguna voltereta del mercado debido a que las decisiones se toman con base a la interpretación de noticias de los medios; la consecuencia es una pobre administración de portafolios.

El propósito de esta introducción no es hacer un análisis exhaustivo que lleve a un diagnóstico y solución de los problemas de la BMV, sino identificar argumentos que justifiquen un proyecto como el que aquí se propone; ya que, con todos sus problemas, la BMV no va a desaparecer y va a continuar siendo factor en la economía de México. Entre los indicadores de que existe una oportunidad de ampliar la base de inversionistas que participan en la BMV están: una inflación relativamente baja y que tiende a estabilizarse; intereses bancarios que no cubren siquiera la inflación; el instrumento tradicionalmente usado por los mexicanos para conservar el valor de sus ahorros –Certificado de Tesorería (CETE)- tiene rendimientos históricamente bajos y a partir de la década de 90s, los inversionistas pequeños son cada vez más significativos en las bolsas de países como EU y España [21]. Dada la globalización del mundo, es de esperarse que, eventualmente, se repita el mismo fenómeno en México; por lo que se puede plantear la hipótesis de que el paradigma de inversión de la sociedad mexicana va a cambiar para dirigirse hacia inversiones en bolsa, este cambio sugiere que hay o habrá demanda de herramientas de análisis financiero para los nuevos inversionistas o instituciones que se dediquen a atenderlos. Ya existen en el mercado varias generaciones de herramientas de software para finanzas orientadas a distintos nichos de consumidores. Los ejemplos de software y nichos identificados son:

**Institucionales y grupos financieros**: esta categoría de usuarios esta constituida por empresas financieras, no financieras y gobierno. La oferta de referencia la representan entre otros:

- Corporate Site Management de SAP.
- Siebel Finance 7 de Siebel.

Casas de bolsa pequeñas y agentes que trabajan por su cuenta: aquí se encuentran profesionales, cuyo enfoque de negocios son las finanzas exclusivamente; cuentan con una oferta de software con capacidades sofisticadas (pero no tanto como la del segmento anterior) como:

- *EPS* de *Sungard* [29].
- POP Portfolio Optimization de Burns Statistics [30].

**Inversionistas individuales**; cuentan con software de administración de finanzas personales que tienen la opción llamada portafolio, que realmente resulta un eufemismo, ya que sus capacidades analíticas son nulas; los ejemplos de la oferta de software para este segmento son:

• *Money* de Microsoft y *Quicken* de Intuit

#### 1.2 ANTECEDENTES

El primer antecedente de una teoría sistemática de administración de portafolios es Portfolio Selection, [9], que está basada en técnicas estadísticas de correlación, varianza y media. Como toda teoría que valga la pena, la teoría de portafolios de Markowitz ha estado sujeta a cambios evolutivos que cubren sus carencias, [23], o corrigen sus errores como una pretendida falta de robustez estadística, [7]; un camino alternativo de evolución lo representan las técnicas de Inteligencia Artificial (IA) y Algoritmos Genéticos (AG), que ya ha producido trabajos que directa, [20], o indirectamente, [5, 6, 15], pertenecen al estado del arte en este campo. Artificial Intelligence in Finance and Investing, [10], es el trabajo fundacional de aplicación de IA a las finanzas y trata de la aplicación de redes neuronales a la predicción de precios, estas técnicas todavía no son del todo aceptadas en la comunidad financiera debido a una interpretación de la hipótesis de los mercados eficientes que implica que la única información necesaria para predecir precios de un valor, son los precios pasados del mismo valor, [6], (ver postulado más completo de esta hipótesis en 1.3),. A grandes rasgos, el punto de discusión está en la posibilidad de reducir el error en la predicción de precios de los valores en el futuro, [1], ya que, según la hipótesis de mercados eficientes, el cambio de precio de las acciones depende de: 1) el arribo de nueva información, que no puede ser predicha y que, de poder serlo, la comunidad financiera se aprovecharía inmediatamente; 2) la otra vertiente del estado del arte que representan los AGs, que están más cerca de la teoría de Markowitz por su capacidad de optimización de funciones objetivo, pero que también tienen sus detractores por la condición de heurísticas de los AGs.

En particular, el antecedente directo del proyecto que aquí se discute es el trabajo de Fernando Ortiz, [1], que desarrolló en el ITESM-CEM. De este trabajo se puede decir que el énfasis

técnico está en la IA y se tomaron: el diagnóstico de la necesidad de software para administración de portafolios, los objetivos generales y la arquitectura del programa.

## 1.3 INTRODUCCIÓN A LA ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS

Algunas definiciones de finanzas

- **Plazo o término** *m*: Lapso de tiempo a futuro después del cual, se espera tener una ganancia por posponer el gasto de efectivo en el presente.
- Acciones: Son títulos de propiedad que las compañías públicas pueden vender en los
  mercados de valores para financiar sus actividades. Estas acciones tienen un precio inicial
  que depende de criterios como los contables; al tiempo establecido para la salida al
  mercado de una acción con un precio inicial se le conoce como *Initial Public Offer* (IPO
  por sus siglas en ingles); después su valor fluctúa de acuerdo con la oferta y demanda en
  un mercado secundario como la BMV.
- Dividendos: son participaciones de los accionistas en las ganancias de las compañías. La
  forma de repartición depende de la compañía específica, algunas compañías participan
  dividendos a intervalos regulares, otras decretan dividendos arbitrariamente y existen
  compañías que no pagan dividendos.
- Precio P: es el valor de mercado en moneda de curso legal de las acciones que emite una compañía en el mercado de valores; para el caso México, el precio P de la acción de la compañía i emitida en la BMV está dado en pesos mexicanos. El precio de una acción parte del precio establecido en la IPO y luego varía durante el tiempo de operaciones de la BMV; para propósitos de esta tesis, la referencia para las series de tiempo usadas es el precio al cierre de las operaciones de la BMV.
- **Retorno** *r*: Esta dado por la diferencia del precio final *P<sub>F</sub>* y el precio inicial *P<sub>I</sub>* pagado por una acción como porcentaje, dado por:

$$r = \frac{P_F - P_I}{P_I} \,,$$

o en forma se serie de tiempo que define un conjunto Ri de muestras  $r_{t,i}$  para un periodo N:

$$R_{i} = \left\{ \frac{P_{1,i} - P_{0,i}}{P_{0,i}}, \frac{P_{2,i} - P_{1,i}}{P_{1,i}}, \dots, \frac{P_{N,i} - P_{(N-1),i}}{P_{(N-1)i}} \right\} = \left\{ \frac{P_{ti} - P_{(t-1)i}}{P_{(t-1)i}} \right\}_{t=1}^{N} = \left\{ r_{t,i} \right\}_{t=1}^{N},$$

dode el índice t es un período discreto de tiempo, el índice i se refiere a una acción cualquiera;  $P_{t,i}$  es el precio al final del periodo,  $P_{(t-1,)i}$  es el precio de la acción al inicio del periodo y N es el número de muestras de la serie de precios; finalmente, el rendimiento promedio está dado por

$$\bar{r}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \frac{P_{t,i} - P_{(t-1),i}}{P_{(t-1),i}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} r_{t,i} \text{ donde } r_{t,i} \in R_{i}.$$

$$(1.1)$$

Esta definición no considera los dividendos que las compañías que emiten acciones en la bolsa decretan para sus accionistas, dado su carácter aleatorio, no se pueden considerar dichos dividendos en este proyecto.

Riesgo o volatilidad de retorno σ: es la incertidumbre de que al término de una inversión se cumplan las expectativas de retorno r, se mide como la desviación estándar σ del retorno de la compañía i sobre un término m.

$$\sigma_{i} = \left(\frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^{m} (r_{t,i} - \overline{r_{i}})^{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(1.2)

- Retorno Mínimo: El ahorro representa consumo pospuesto, pero para que sea atractivo ahorrar, se espera que el dinero conserve al menos su poder de compra en el futuro, para ello se requiere un retorno al menos igual a la inflación.
- Tasa Libre de Riesgo ro: Se trata de inversiones que representan una incertidumbre despreciable; normalmente se trata de instrumentos de deuda gubernamental de corto plazo. En México este instrumento es el CETE a 90 días.
- **Índice de Precios y Cotizaciones** IPC: es un índice integrado por la ponderación de precios de acciones que cotizan en la BMV, intenta medir su desempeño; se valúa en pesos mexicanos. La fórmula de ponderación es pública y se puede consultar en [27].
- Inversión: representa consumo pospuesto a condición de obtener un retorno *r* por poner capital en el valor *x* a un término *m*. Para que una inversión tenga sentido, debe cumplir con que:

$$r_r \ge r_{IPC} \ge r_0 \ge r_{inflación}$$

Es decir, es legítimo esperar en un término m una tasa de retorno  $r_x$  superior o igual a la entregada por el IPC y/o a los CETES. Se asume como cierto que entre mayor sea el retorno deseado de una inversión, mayor es el riesgo que se corre de perder el capital invertido:

$$\sigma_x > \sigma_{IPC} > \sigma_0$$

- **Portafolios de inversión**: es una inversión distribuida en un conjunto de acciones con sus retornos y riesgos respectivos sobre el que se tienen expectativas como un todo de: retorno  $E(r_p)$ , riesgo incurrido  $\sigma_p$  a un término m. La idea de distribuir el capital entre acciones es compensar riesgos al incluir acciones cuyos movimientos de precio respondan a diferentes condiciones del entorno macroeconómico mexicano e internacional y pertenezcan a sectores de negocio distintos.
- **Valor presente**: es la suma del valor actual de flujos f de efectivo esperados de una inversión a n plazos, con una tasa de rendimiento r:

$$VP = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{\left(1 + r_i\right)^i}$$

• Valor presente neto: diferencia entre el valor presente VP de una inversión y el valor A pagado por ella:

$$VPN = VP - A$$

- Hipótesis de los mercados eficientes: Establece en su forma débil, que en un mercado donde la información fluye libremente, los precios de las acciones reflejan toda la información disponible y la única información necesaria para predecir precios de valores, es la de los precios mismos dado que la información está dada en forma de noticias, que son eventos estocásticos, [6].
- Factibilidad de portafolios: para propósitos de esta tesis, se define un portafolio factible
  como una canasta de acciones que puede ser adquirido en una casa de bolsa, de acuerdo
  con las reglas que existen para la transacción de compra; es decir, solo se pueden adquirir
  acciones enteras o más aún en lotes de 1000 acciones.

El plano coordenado riesgo-retorno ( $\sigma$ –r) es el método estándar para graficar inversiones. En la figura 2 se nuestra dicho plano con los pares de la inversión libre de de riesgo ( $\theta$ ,  $r\theta$ ) y una inversión x ( $\sigma$ x, rx).

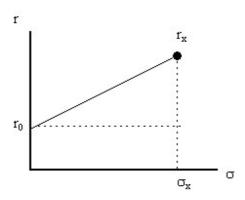


Figura 2: Plano coordenado riesgo-retorno.

La definición de portafolios de inversión habla de una canasta de acciones; ahora, con más precisión el objetivo de la administración de portafolios es ponderar una canasta de acciones para obtener la mejor combinación de retornos de diferentes inversiones para un nivel de riesgo dado, es decir:

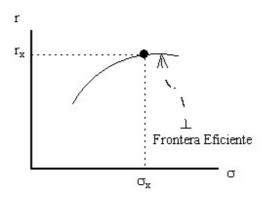
$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2 + \dots + w_n r_n = \sum_{i=1}^n w_i r_i ,$$
(1.3)

donde  $r_p$  es el rendimiento del portafolio, dadas las ponderaciones  $w_i$  de los rendimientos esperados  $r_i$  de cada una de las acciones i que integran el portafolio.

La administración de portafolios se enfoca en la búsqueda de inversiones cuyo retorno esperado está correlacionado de forma negativa y la optimización de riesgo-retorno que permite garantizar que:

- Para un retorno dado, no existe un portafolio con un nivel de riesgo menor.
- Para un nivel de riesgo, no existe un portafolio con retorno mayor.

Los portafolios que cumplen con las condiciones mencionadas arriba se agrupan en una curva del plano  $\sigma$ - r llamada frontera eficiente; como se muestra en la figura 3, al establecer objetivos de retorno o riesgo se va a encontrar un portafolio único que está sobre la curva eficiente.



**Figura 3**: Curva de la frontera eficiente en el plano  $\sigma$ -r.

Para detallar lo anterior, considere una versión muy simplificada el algoritmo de Markowitz que consta de:

1) Etapa de estimación de retorno al término establecido para cada uno de los valores que se pretende que integren el portafolio. Un modelo de predicción de precios popular es *Dividend Discount Model* (DDM por sus siglas en inglés), [3], está basado en el concepto de valor presente. Está definido por:

$$P = \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{\left(1+r\right)^i} \,,$$

donde Ei son las utilidades de la compañía en el periodo i, r es la tasa de descuento para traer el precio al presente; este modelo impone la predicción de ingresos E, lo que nos lleva a preguntar ¿cuál es el modelo de E?. DDM tiene varias formulaciones anteriores y posteriores a la que se presenta aquí, y siempre aparece el problema de estimar el modelo de una variable x que se usó para resolver el problema de otra, por ejemplo de E.

2) Etapa de optimización riesgo-retorno. Una de las críticas al modelo de Markowitz es que requiere del cálculo de muchos parámetros, [22]; para un portafolio de *n* acciones, tantos como:

$$2n + \binom{n}{2}$$
.

La función objetivo de Markowitz se va a tratar hasta la sección 2.2.5, pero es posible intuir este hecho si se considera que hace falta (1.3) mas un termino de riesgo del portafolio  $[\sigma_{n,n}]$  que es una matriz de orden  $n \times n$  para formar la función objetivo. Los modelos de mercado como *Capital Asset Price Model* (CAPM por sus siglas en inglés), [4], que están basados en regresión lineal, fueron creados para simplificar el modelo de Markowitz. Estos modelos tienen la característica de que sólo usan valores pasados del

retorno para crear el modelo, esto como consecuencia de la hipótesis de mercados eficientes; requieren de supuestos que no se sostienen en la realidad [22]. Hay que anotar que existen modelos de mercado más sensibles como *Arbitrage Price Theory* (APT por sus siglas en inglés), [4], que es un caso más general de CAPM basado en factores múltiples, [4, 22].

En la práctica existen problemas para la aplicación de la teoría de administración de portafolios de Markowitz, [7], como:

- La determinación de la correlación (necesaria para hacer un buen balance de riesgos) entre las acciones que integran un portafolio [22].
- El resultado de la optimización generalmente entrega portafolios no factibles.

#### 1.4 OBJETIVOS

- Mostrar un conjunto de teorías de la IA que sirvieron para innovar el proceso de administración de portafolios como:
  - Análisis de Componentes Principales (ACP), Análisis de Componentes Independientes (ACI) y aprendizaje por Maquinas de Soporte Vectorial (SVMs por sus siglas en ingles).
  - o Programación cuadrática.
- Desarrollar software que sirva de plataforma de prueba de las teorías mencionadas arriba.
- Mostrar los resultados obtenidos por el software.
- Mostrar con evidencia empírica que es posible hacer estimaciones de precios a futuro sin validar la hipótesis de mercados eficientes.
- Describir el grado de éxito alcanzado en los objetivos generales listados arriba.

#### 1.5 ALCANCES DEL SOFTWARE

Los objetivos de la sección 1.4 definen una meta de la tesis un tanto abierta todavía, para acotar con más precisión esta tesis y con las definiciones básicas ya planteadas, se presentan ahora directivas que se refieren al entorno en el que se van a crear los portafolios de inversión (es decir, la BMV) y los usuarios del software.

- Para la implementación del software, se presupuso por parte de los usuarios un conocimiento en finanzas que permitió balancear el tiempo de programación y la cobertura de usuarios; es decir:
  - Porque suponía un gran esfuerzo de desarrollo y responsabilidades que pueden alcanzar el ámbito legal, se decidió que al software no se le puede delegar todas las decisiones para la integración de portafolios
- La moneda en que se realizan las inversiones es pesos mexicanos.
- Una vez definido el portafolio, es invariable y se supone que se va a liquidar al vencerse su término.
- El programa trata de considerar peculiaridades del mercado de valores mexicano, como la venta de acciones por lotes.
- Los portafolios que pueden ser integrados comprenden acciones listadas por la BMV solamente (ver apéndice A con detalles de cuales acciones están disponibles).

Se proporciona en sitio de información relevante como son datos históricos de una muestra representativa de instrumentos de inversión listados en la BMV (ver apéndice A); información macroeconómica susceptible de ser interpretada estadísticamente, como la paridad peso-dólar, PIB, etc. (ver apéndice B) y heurísticas para configurar parámetros relevantes del software (ver sección experimental 3 y apéndice C).

# 2. DESCRIPCIÓN FUNCIONAL

... just the basic facts. Can you tell me where it hurts?... Roger Waters.

En la sección 1.3 se habla de un algoritmo de Markowitz de dos pasos, en este capítulo se presentan las soluciones que se programaron para cada paso. En particular, la alternativa para la etapa de predicción de precios que aquí se plantea es un modelo basado en técnicas de IA, que toma como entrada variables que potencialmente explican el comportamiento del precio de la acción bajo examen. El modelo tiene la propiedad de ser de orden superior en contraste con CAPM que es lineal y las variables se pueden obtener e integrar fácilmente al modelo, ya que son: índices, razones, precios y otros indicadores que se encuentran publicados en los análisis de mercado de las casas de bolsa, a diferencia de DDM que como se mencionó, puede llevar al círculo vicioso de arreglar el modelo con una variable cuyo modelo a su vez se desconoce. Para la etapa de optimización riesgo-retorno en principio se va a usar el planteamiento de Markowitz y en la medida de lo posible se intentara usar modelos de optimización alternativos apoyados en AGs, principalmente con la idea de corregir problemas como el de la factibilidad.

Para esta tesis se desarrolló software pensado específicamente para probarlas teorías identificadas como relevantes para la administración de portafolios. En esta sección se describen las funciones del software basadas en estas teorías, empezando con su uso - sección 2.1 - vía la descripción abstracta y sin profundizar en la teoría, para luego entrar en detalles teóricos, las explicaciones están apoyadas por algunos ejemplos en 2.2 y 2.3.

## 2.1 ESCENARIO DE INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIOS

El uso del programa de portafolios se ilustra en la figura 4 en nomenclatura UML; ahí aparecen los agentes, las actividades y los procesos ejecutados por el programa para realizar una inversión en portafolio.

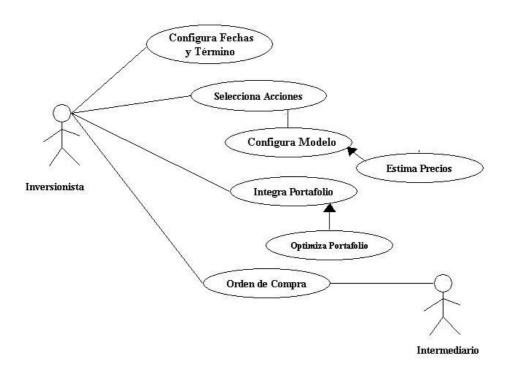


Figura 4: Escenario de integración de un portafolio de inversión.

Los agentes que intervienen son:

- El inversionista, llámese pequeño inversionista o profesional de las finanzas dedicado a la administración de portafolios.
- El programa de administración de portafolios
- El intermediario, que puede ser una casa de bolsa que está tratando una orden de compra con un cuentahabiente o alguno de sus asesores financieros encargado de diseñar un portafolio.

Para usar el programa se presupone que el inversionista conoce:

- i) El término *m* al que desea colocar la inversión;
- ii) La postura respecto al riesgo  $\mu$  (ver sección 2.2.5) que desea asumir, es decir, tolerante al riesgo para favorecer un alto retorno con el consecuente aumento de riesgo o viceversa, donde el rango de mayor a menor tolerancia está dado por  $0 \le \mu \le \infty$ .

La secuencia de pasos que un inversionista ejecutaría al consultar el programa son:

- Configuración de fechas y de término de la inversión.
- Selección de acciones.
- Integración del portafolio.

El programa ejecuta a solicitud del usuario:

- Estimación de precios.
- Optimización de portafolios.

El propósito es obtener una ponderación de acciones como la descrita en (1.3) que forma el portafolio; esta ponderación idealmente deberá ser expresada como una orden de compra para cada acción que integra el portafolio y se concreta como una transacción entre el inversionista y una casa de bolsa <u>sin intervención del programa</u>.

#### 2.1.1 CONFIGURACIÓN DE FECHAS Y TÉRMINO DE LA INVERSIÓN

La primera configuración que requiere el programa es un lapso de tiempo en el pasado que permita estimar un modelo  $f(\mathbf{x})$  del precio de una acción a partir de valores conocidos  $\mathbf{x}$  (los detalles se verán en las secciones 2.1.2 y 2.2.2), este proceso es conocido como aprendizaje; permite usar el modelo aprendido para proyectar estimaciones de precio a futuro hasta el término establecido para la inversión. Las fechas requeridas pueden ser representadas como días calendario y definen una línea de tiempo discreta que se muestra en la figura 5 cuya periodicidad está dada en días sin contar fines de semana;  $t_0$  o 0 representa la fecha de inicio para el aprendizaje,  $t_0$  o  $t_0$ 0 N es la fecha final de aprendizaje (en otras palabras, es la referencia del presente a partir de donde se empieza a contar el término) y  $t_0$ 0 es el término de la inversión en días, o con más precisión, registros de la base de datos (ver sección 2.2.1). Por razones que se van a explicar adelante, se requiere que  $t_0$ 1 > 2 $t_0$ 2 El término  $t_0$ 3 puede variar en una ventana de tiempo desde 0 hasta 70 registros (máximo alcanzado en los experimentos).



Figura 5: Descripción de la línea de tiempo que permite configurar la etapa de regresión.

#### 2.1.2 SELECCIÓN DE ACCIONES

Durante esta actividad, el inversionista construye de manera iterativa un modelo de predicción de precio para una acción seleccionada de entre las disponibles (ver apéndice A). La figura 6

muestra el modelo de predicción como caja negra, donde se observa que entran variables que se presume pueden componer un precio:

$$\left\{\mathbf{x}_{1,t}, \mathbf{x}_{2,t}, \dots, \mathbf{x}_{D,t}\right\} = \left\{\mathbf{x}\right\}_{i=1}^{D},$$
 (2.1)

donde D es la dimensión de la base de datos de variables disponibles. Así, se obtiene una estimación de precio  $P_t$  para el instante t a partir del modelo  $f(\mathbf{x})$ , que es una aproximación de la función original  $g(\mathbf{x})$  desconocida, para el cual nos fueron dados los valores conocidos

$$G = \{ (\mathbf{x}_t, y_t) \}_{t=0}^N, \tag{2.2}$$

donde N es la longitud de muestras; a este problema se le conoce como regresión [5], a  $y_t$  se le conoce como *conjunto objetivo* y a  $\mathbf{x}_t$  como *conjunto de entrenamiento*.

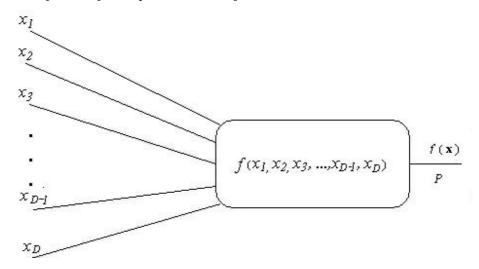


Figura 6: Bloque de predicción como caja negra.

La razón para almacenar el *conjunto objetivo* habla por sí misma y, por lo pronto, se le va a identificar como el *precio real de la acción Pt* que sirve de referencia durante el proceso de entrenamiento. El *conjunto de entrenamiento* merece más explicaciones; este conjunto provee al modelo de regresión de un contexto para alcanzar los *objetivos Pt*. Este contexto es relativo a la acción o mejor dicho a la compañía que representa; tiene los atributos de actuar en un área de negocio y del que obtiene cierto nivel de ventas y tiene requerimientos de materias primas; etc. Para facilitar el análisis de operación de la empresa, estos atributos han tratado de ser medidos objetivamente por medio de índices varios, precios y razones contables; se les encuentra reportados en estados financieros [3, 8]; ejemplos de variables que miden los signos vitales de las empresas son:

• Precio/Valor en libros,

- Cantidad de acciones de la compañía vendidas en un día en la BMV,
- Precio de materias primas.

Este tipo de variables son específicos de cada compañía y tratan de captar el riesgo único (*unique risk*, [8]), así llamado en la literatura de negocios.

La compañía actúa dentro del sistema macroeconómico mexicano que a su vez depende de la macroeconomía internacional. El comportamiento de estos sistemas también puede ser analizado objetivamente por medio de índices, precios y razones; este tipo de variables las reportan los bancos centrales, [25], y agencias internacionales como el Centro de Estudios para América Latina; ejemplos de este tipo de variables son:

- Índice de precios y cotizaciones de la bolsa mexicana,
- Paridad peso-dólar,
- Índice Dow Jones de Nueva York.

Estas variables son comunes a todas las empresas usadas para este proyecto; tratan de capturar el llamado riesgo del mercado ( $market\ risk$ , [8]). La colección completa de variables tiene una dimensión D, que está identificada en (2.1).

El resultado parcial es un modelo  $f(\mathbf{x})$  de la acción candidata a formar parte del portafolio, que permite obtener una estimación de la serie de tiempo de retorno PN, PN+1, ..., PN+m a la que se le puede aplicar (1.1) para luego calcular el retorno y el riesgo al término establecido para dicha inversión, que son parámetros requeridos por el algoritmo de Markowitz.

En este punto las posibles acciones a seguir son:

- Reconfigurar el modelo de predicción (ver sección 2.2.4.1 y apéndice C)
- Salvar modelo en el portafolio y continuar con la selección de acciones
- Pasar a la integración del portafolio.

En el antecedente de este proyecto [1] se usaron redes neuronales para modelar las  $f(\mathbf{x})$ ; para esta tesis se consideró que el paso lógico hacia delante era usar Máquinas de Soporte Vectorial (SVMs) porque, además de que está probada la potencia de este método, habilitó el uso de índices, precios y razones contables para hacer estimaciones de precios lo que representa la principal aportación de esta tesis.

### 2.1.3 INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIO

Cuando existe una colección de acciones en el portafolio mayor a dos, el programa puede calcular una ponderación de acciones, dada una postura de tolerancia al riesgo  $\mu$ . En la figura 7 se muestra a bloques el proceso descrito. Ahí se observa que las estimaciones de precios  $P_j$  entran a bloques que calculan los rendimientos  $r_j$  por medio de (1.1) para luego pasar al bloque de optimización del portafolio que entrega la ponderación descrita en (1.3).

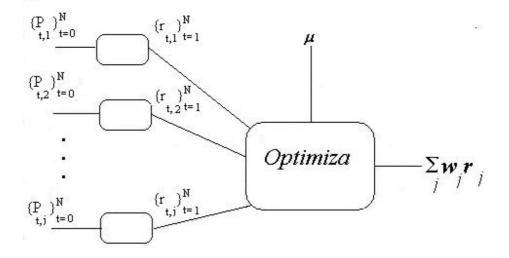


Figura 7: Diagrama de bloques del proceso de optimización.

En este punto el inversionista puede:

- Integrar más acciones al portafolio,
- Variar configuración de riesgo  $\mu$  y comparar la variación de retorno.

## 2.2 FLUJO DE INTEGRACIÓN DE PORTAFOLIOS

Ahora, las cajas negras presentadas en 2.1 van a ser analizadas con más detalle, la figura 8 muestra a bloques el software, ahí se ve en un recuadro con líneas interrumpidas un bloque de predicción, que corresponde con la caja negra de la figura 6 y, los conjuntos de entrenamiento y objetivo descritos en (2.2) se almacenan en la base de datos identificada como DB. El bloque en

el recuadro de optimización corresponde a la figura 7 que, básicamente recibe información procesada en forma de estimación de precios  $P_j$  para entregar el portafolio optimizado.

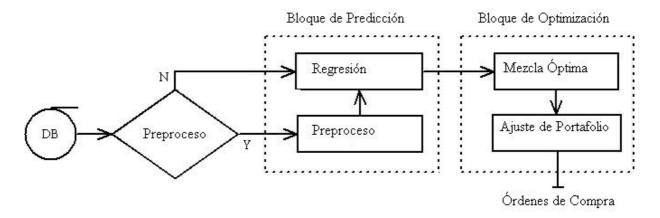


Figura 8: Bloques constructivos del software de construcción de portafolios.

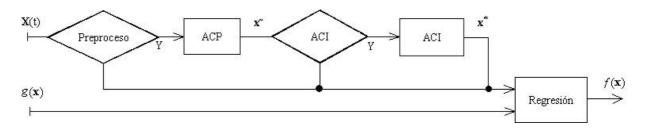
#### 2.2.1 BASE DE DATOS

Las variables (2.2) se almacenan en la base de datos y cada registro de la base representa un día hábil, esto es, para conservar la métrica de semana constante a cinco días de lunes a viernes sin importar si se trata de días festivos; si un registro de la base de datos apunta a un día hábil sin actividad en los mercados, se almacena una copia del registro más cercano en el pasado. En lo sucesivo, cuando se hable de término m en el resto de la tesis, se referirá a una métrica basada en registros, introduciendo el concepto de tiempo en la base de datos; por lo que no hay posibilidad de que un término caiga en un fin de semana, pero puede suceder que sea un día festivo.

## 2.2.2 BLOQUE DE PREDICCIÓN

La tarea de este bloque consiste en estimar el precio a un término dado para cada una de las acciones que forman el portafolio; esto se hace aprendiendo un modelo  $f(\mathbf{x})$  de la acción dados los conjuntos objetivo  $g(\mathbf{x})$  y entrenamiento  $\mathbf{x}(t)$  como entradas;  $f(\mathbf{x})$  permite estimar el precio de la acción, para luego calcular el retorno.

El conjunto de entrenamiento  $\mathbf{x}(t)$  esta formado por variables de varios tipos (apéndice B) y la hipótesis de esta tesis es que las variables  $\mathbf{x}(t)$  explican algún componente del precio P de una acción, pero intuitivamente se puede afirmar que no todas las variables son relevantes y seguramente están correlacionadas entre si. Esto significa que se introduce información redundante al modelo de predicción. La elección de variables relevantes para construir un modelo de precios por medio del método de aprendizaje estadístico propuesto aquí, es cuestión de experiencia; referencias como [3, 14] pueden ofrecer pistas para elegir un buen subconjunto de  $\mathbf{x}$  que arroje un buen modelo  $f(\mathbf{x})$ , que puede ser mejorado con la ayuda de un preproceso basado en métodos de factores estadísticos como Análisis de Componentes Principales (ACP) y Análisis de Componentes Independientes (ACI). La figura 9 muestra el flujo que sigue el conjunto de entrenamiento  $\mathbf{x}(t)$ , donde se aprecia que pude entrar a la regresión crudo o preprocesado con ACP o ACI.



**Figura 9**: Sub bloques constructivos del bloque de predicción.

#### 2.2.3 PREPROCESO

Algunas preguntas esenciales que plantean los mercados de valores son ¿qué acciones e índices están correlacionados? y ¿cómo funcionan en conjunto? Explicaciones a estas preguntas y otras planteadas por las correlaciones existentes en la información de los mercados de valores pueden ser encontradas por métodos de análisis estadístico. En particular, dada la entrada de variables de entrenamiento, la etapa de preproceso permite reducir problemas de ruido y correlación; a la salida de la etapa de preproceso obtenemos:

- Conjunto de entrenamiento filtrado,
- Información extra que puede ser usada como una herramienta de minería de datos.

Una consecuencia del filtrado por los métodos propuestos aquí es que se puede reducir la dimensión de los datos de entrada originales, esto es, si el conjunto de entrenamiento esta compuesto por n vectores, después del preproceso se van a usar un conjunto de entrenamiento con una dimensión menor a n, esencialmente con la misma información sin ruidos ni redundancias. Es posible saber cuales variables proveen la mayor cantidad de información, que luego permita formar un muevo conjunto de entrenamiento; por medio de un procedimiento iterativo es posible eliminar índices inútiles. Las teorías usadas para reducir la dimensionalidad son ACP e ACI, [11, 13]. Brevemente, se asume el siguiente modelo estadístico lineal [11]:

$$X = YS + B \tag{2.3}$$

Donde  $X = [x_1^t ... x_n^t]$  es una matriz n.p de muestras (en este caso el conjunto de entrenamiento), con media cero y covarianza finita.  $Y = [y_1^t ... y_n^t]$  son los componentes buscados con vectores estadísticamente descorrelacionados. S es una matriz cuadrada de rotación, finalmente B es ruido con distribución desconocida.

El modelo ACP esta dado por:

$$Y = X^{\sim} = XK = XMV \tag{2.4}$$

Donde  $X^{\sim}$  es la nomenclatura usada para la matriz de componentes principales; K es la matriz de separación de componentes principales; M es una matriz de métrica conocida y V son eigenvectores (también conocidos en español como: valores propios o autovalores) que se obtienen de la solución de:

$$R_{\nu}MV = \lambda V;$$

donde Rx es la matriz de correlación:

$$R_{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_{i} x_{i}^{t}$$

y  $\lambda$  son eigenvalores. La parte relevante del método ACP es que nos permite encontrar la matriz de separación de componentes principales K y los eigenvalores que nos permiten conocer la cantidad de información aportada por cada componente, ya que  $\lambda_1 > \lambda_2 > ... > \lambda_n$ . La propiedad principal de los componentes principales es que son no correlacionados; un concepto más fuerte es el de independencia [13], que a grandes rasgos, para dos variables aleatorias con distribuciones de probabilidad  $p_1(y_1)$  y  $p_2(y_2)$ , significa que su distribución de probabilidad conjunta es factorizable:

$$p(y_1, y_2) = p_1(y_1)p_2(y_2)$$

El modelo ACI esta dado por:

$$\mathbf{V} = \mathbf{X}^* = \mathbf{X}\mathbf{W} \tag{2.4.1}$$

donde  $X^*$  es la nomenclatura usada para la matriz de componentes independientes; W es la matriz de separación de componentes independientes. La condición para aplicar el método ACI es que las distribuciones de probabilidad de Y no deben ser gausianas, ya que, en términos burdos no se puede estimar W al no haber esquinas hacia donde rotar X; pero esto difícilmente es un problema para aplicaciones de finanzas, ya que las series de tiempo obtenidas de sus procesos raramente tienen una distribución gausiana, [15].

La medida más importante de no-gausanidad desde el punto de vista de ACI es la de negentropía, que está sustentada en el concepto de entropía de la teoría de información. La entropía de una variable aleatoria se puede interpretar como la cantidad de información que una variable observada provee; entre más carente de estructura e impredecible, dicha variable tiene una mayor entropía y para una variable discreta está dada por

$$H(Y) = -\sum_{i} P(Y = a_i) \log P(Y = a_i),$$

donde *ai* son los valores posibles de *Y*. Para obtener una medida de no-gausanidad, esto es, cero para una variable gausiana; se usa una versión modificada de la definición de entropía llamada negentropía, que se define como sigue

$$J(y) = H(y_{gaus}) - H(y).$$

El problema con el uso de la negentropía es que computacionalmente es muy costosa. Para evitar este problema se puede usar una aproximación a la negentropía dada por

$$J(y) \approx \sum_{i=1}^{p} k_i [E\{G_i(y)\} - E\{G_i(v)\}]^2,$$

donde  $k_i$  son constantes positivas, v es una variable gausiana normalizada (i.e. de media cero y unitaria); se asume que y es una variable normalizada y  $G_i$  son funciones no cuadráticas. Para el caso de que la aproximación no sea muy precisa, se puede usar una medida de no gausanidad consistente en el sentido de que siempre sea positiva e igual a cero cuando y tenga una distribución gausiana. Para el caso de que se use solo una función no cuadrática G, la aproximación se convierte en

$$J(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(y)\}]^2$$
.

La clave del método está en elegir las funciones G; en particular, eligiendo una G que no crezca demasiado rápido, se obtiene un estimador más robusto. Las siguientes opciones, [13], han probado ser muy útiles

$$G_1(u) = \frac{1}{a_1} \log \cosh(a_1 u), \ G_2(u) = -\exp(\frac{-u^2}{2}),$$

donde  $a_1$  es una constante en el rango  $1 \le a_1 \le 2$ .

Ahora para continuar con ACI, por conveniencia, se va a incluir ACP en la teoría para obtener los componentes independientes. En la figura 10 se muestra el diagrama a bloques del algoritmo ACI que se tomó de [13], que es básicamente el de la figura 9 sin etapa de regresión, donde las etapas de centrado y blanqueo corresponden con el bloque ACP.

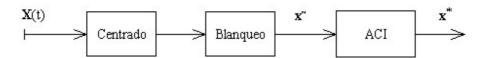


Figura 10: Diagrama a bloques del algoritmo ACI.

El centrado consiste en sustraer a los vectores  $\mathbf{x}$  sus medias  $m=E\{\mathbf{x}\}$  de modo que obtenemos nuevos vectores con media cero. El blanqueo consiste en obtener vectores no correlacionados, que cumplen con la propiedad de que su matriz de covarianzas es la identidad

$$E\{\boldsymbol{x}^{\sim}\boldsymbol{x}^{\sim T}\} = \boldsymbol{I}$$

en otras palabras, el blanqueo obtiene los componentes principales.

A continuación se describe el algoritmo de ACI para un solo vector columna de W; este algoritmo trata de encontrar la dirección de un vector unitario  $\mathbf{w}$  tal que la proyección de  $\mathbf{w}^T\mathbf{x}$  maximiza la no-gausanidad medida como la aproximación de la negentropía  $J(\mathbf{w}\mathbf{x}^T)$ . Un modo de obtener la negentropía es por un proceso iterativo de aproximación de Newton; por este método, designamos g como la derivada de los estimadores G de donde se obtiene

$$g_1(u) = \tanh(a_1 u), \ g_2(u) = u \exp(-u^2/2);$$

donde  $1 \le a_1 \le 2\,$  y con frecuencia  $a_1 = 1\,$ . El algoritmo básico fastICA consiste en:

1) Elegir un valor inicial de w (posiblemente aleatorio)

2) 
$$\mathbf{w}^+ = E\{xg(\mathbf{w}^T\mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{w}^T\mathbf{x})\}\mathbf{w}$$

28

$$3) \quad \mathbf{w} = \mathbf{w}^+ / \|\mathbf{w}^+\|$$

4) Si no converge, ir a 2

Aquí se usa convergencia en el sentido de si el valor anterior  $\mathbf{w}$  y el nuevo  $\mathbf{w}^+$  apuntan en la misma dirección.

El siguiente ejemplo tiene la intención de explicar la aplicación del preproceso y sólo con propósito demostrativo se va a usar regresión para producir gráficas que permitan hacer comparaciones. Sin dar mayores detalles sobre su uso (la explicación sobre regresión aparece en la sección 2.2.4), la idea es mostrar como es posible reducir la dimensionalidad de los datos de entrenamiento  $\boldsymbol{X}$  por medio de ACP e ACI sin que haya un efecto apreciable entre la regresión con variables originales  $f(\boldsymbol{X})$  y la regresión con variables preprocesadas  $f(\boldsymbol{X})$  o  $f(\boldsymbol{X})$  respectivamente para ACP o ACI; el término usado para el ejemplo es de 0 registros:

Acción: GCARSO A1.

Fecha: de '1998-08-31' a '2003-04-29'

Variables únicas:

- Retorno en la última semana, medido por BMV, semanal.
- Precio/Valor en libros medido por BMV, diario.
- Valor de las acciones en circulación BMV, diario

Variables macroeconómicas:

- Paridad peso dólar, diario.
- IPC en dólares, diario.
- CETES 90 días, diario.
- Dow Jones, diario.
- US T-Bond 30 años.

Entrenamiento: 500 registros

Estimación: 200 registros;

Total de índices de entrenamiento: 8

El ejemplo parte de una regresión con datos de entrada X; la gráfica de los resultados de g(X) y f(X) producidos por la regresión se muestra en la figura 11.

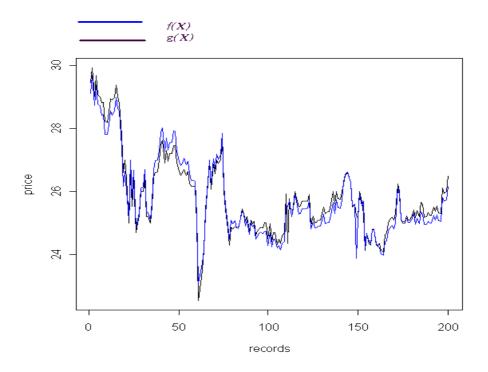


Figura 11: Regresión sin preproceso (original en color).

A continuación se muestra la matriz de eigenvalores  $\lambda$  inherente al método ACP

$$\lambda_{1} = \begin{bmatrix}
5.35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0
\end{bmatrix};$$

en  $\lambda_1$  se puede observar que solo los primeros tres eigenvalores son diferentes de cero, por lo que solo se necesitan tres componentes de los métodos ACP o ACI.

Ahora la matriz K calculada para el método ACP usando tantos componentes como variables de entrada hay en X(ocho) es la siguiente:

$$\boldsymbol{K}_{i} = \begin{bmatrix} -4.307 \times 10^{-8} & -2.819 \times 10^{-6} & -3.112 \times 10^{-4} & -7.043 \times 10^{-3} \\ -1.744 \times 10^{-7} & -6.492 \times 10^{-6} & -1.120 \times 10^{-3} & -2.321 \times 10^{-2} \\ -2.19 \times 10^{-7} & -4.650 \times 10^{-5} & -1.708 \times 10^{-3} & -5.117 \times 10^{-2} \\ -1.96 \times 10^{-8} & 2.098 \times 10^{-6} & 1.826 \times 10^{-4} & 1.902 \times 10^{-4} \\ -6.542 \times 10^{-9} & -2.658 \times 10^{-7} & 1.900 \times 10^{-5} & 5.835 \times 10^{-5} \\ -6.216 \times 10^{-7} & 5.881 \times 10^{-5} & 3.021 \times 10^{-2} & -3.847 \times 10^{-3} \\ -2.504 \times 10^{-4} & 2.328 \times 10^{-4} & -1.300 \times 10^{-4} & -9.561 \times 10^{-7} \\ -2.136 \times 10^{-5} & -2.730 \times 10^{-3} & 6.719 \times 10^{-4} & 8.512 \times 10^{-4} \\ & -0.027 & 2.154 \times 10^{-1} & 1.158 \times 10^{-2} & -6.810 \times 10^{-3} \\ -0.107 & -5.670 \times 10^{-2} & 8.000 \times 10^{-3} & -0.024 \\ 0.052 & -3.900 \times 10^{-3} & -7.282 \times 10^{-3} & 0.026 \\ -0.003 & 4.202 \times 10^{-3} & -4.926 \times 10^{-1} & 0.045 \\ -3.487 \times 10^{-4} & -2.615 \times 10^{-6} & 1.946 \times 10^{-3} & 11.764 \\ -0.001 & -1.301 \times 10^{-4} & 2.986 \times 10^{-3} & -7.144 \times 10^{-3} \\ 9.098 \times 10^{-5} & 7.547 \times 10^{-6} & 4.847 \times 10^{-5} & 1.561 \times 10^{-4} \\ -6.334 \times 10^{-4} & -2.010 \times 10^{-5} & -2.172 \times 10^{-4} & 1.659 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Ahora; usando ACP, se calculan los componentes X = XK con ocho componentes como entrada de la regresión f(X) que se muestra en la figura 12.

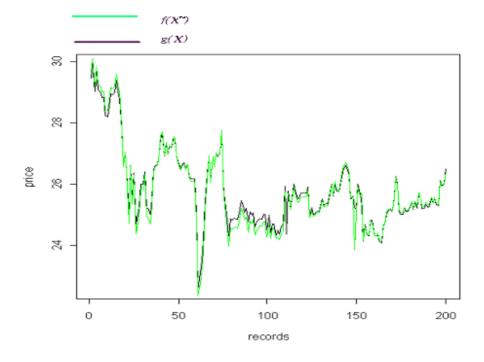


Figura 12: Regresión ACP, 8 componentes (original en color).

Ahora, la matriz Wcalculada por el método ACI:

$$\boldsymbol{W}_{1} = \begin{bmatrix} 0.03 & -0.2 & -0.53 & 0.41 & 0.4 & 0.35 & -0.35 & -0.34 \\ 0.02 & 0.21 & 0.57 & 0.6 & 0.25 & -0.36 & -0.25 & -0.1 \\ 0 & 0.93 & -0.14 & -0.04 & -0.05 & 0.25 & 0.04 & -0.21 \\ 0.1 & -0.14 & -0.4 & 0.01 & -0.38 & -0.31 & 0.22 & -0.83 \\ 0.09 & 0.02 & 0.16 & -0.67 & 0.57 & -0.18 & -0.29 & -0.28 \\ -0.04 & 0.01 & 0.02 & -0.12 & -0.56 & 0 & -0.82 & 0.02 \\ 0.98 & 0.03 & -0.08 & 0.04 & -0.04 & -0.04 & -0.02 & 0.14 \\ -0.11 & 0.17 & -0.59 & 0.04 & 0.06 & -0.74 & -0.06 & 0.22 \end{bmatrix}$$

permitió calcular los componentes  $X^* = XW$ , de donde se obtuvo la regresión  $f(X^*)$  que se muestra en la figura 13.

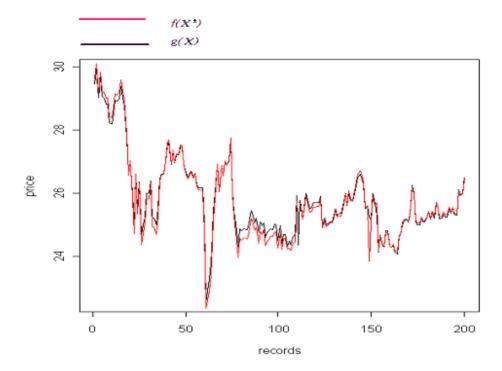


Figura 13: Regresión ACI, 8 componentes (original en color).

Usando la información obtenida de la matriz de eigenvalores  $\lambda I$ , damos un paso iterativo seleccionando 3 componentes de preproceso para obtener las nuevas matrices K y W respectivamente para los métodos ACP e ACI.

Como es de esperarse, la segunda matriz de eigenvalores  $\lambda_2$  es igual a  $\lambda_1$ , ya que la cantidad de información contenida en las variables de entrada X es la misma.

$$\lambda_2 = \begin{bmatrix} 5.35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 \end{bmatrix}$$

La nueva matriz K calculada para el método ACP para tres componentes es la siguiente:

$$\boldsymbol{K}_{2} = \begin{bmatrix} -4.307 \times 10^{-8} & -2.819 \times 10^{-6} & -3.112 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.744 \times 10^{-7} & -6.492 \times 10^{-6} & -1.12 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.19 \times 10^{-7} & -4.650 \times 10^{-5} & -1.708 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.961 \times 10^{-8} & 2.098 \times 10^{-6} & 1.826 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6.542 \times 10^{-9} & -2.658 \times 10^{-7} & 1.900 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6.216 \times 10^{-7} & 5.881 \times 10^{-5} & 3.021 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.504 \times 10^{-4} & 2.328 \times 10^{-4} & -1.300 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.136 \times 10^{-5} & -2.730 \times 10^{-3} & 6.719 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

que permitió calcular los componentes  $X_2$ , de donde se obtuvo la nueva regresión  $f(X_2)$  que se muestra en la figura 14.

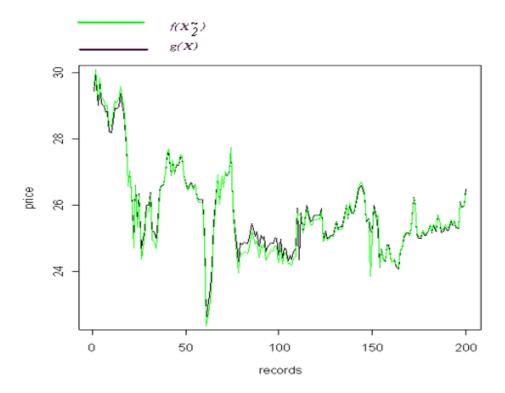


Figura 14: Regresión usando ACP 3 componentes (original en color).

Finalmente, la nueva matriz W calculada por el método ACI para tres componentes es la siguiente:

$$\mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} -0.624 & 0.255 & 0.736 \\ 0.689 & -0.259 & 0.676 \\ -0.363 & -0.931 & 0.013 \end{bmatrix}$$

que permitió calcular los componentes  $\textbf{\textit{X}}_2^*$  que fueron usados como entrada para la regresión  $f(\textbf{\textit{X}}_2^*)$  que se muestra en la figura 15.

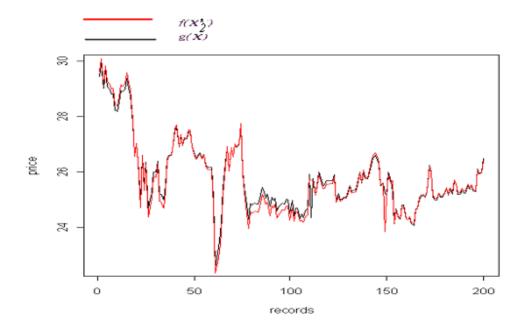


Figura 15: Regresión ACI, 3 componentes (original en color).

La tabla 1 sumariza la precisión con que se realizó la regresión en cada una de las pruebas del ejemplo usando dos métricas:

1) Correlación:

2) Error cuadrático medio (rmse por sus siglas en inglés),

rmse 
$$(f(\mathbf{X}), g(\mathbf{X}))$$
.

**Tabla 1:** Comparación de regresión f(X) vs. g(X) por correlación y rmse.

	Corr	Rmse
Datos crudos	0.9785	0.12241
ACP 8	0.980622	0.1088
ACI 8	0.980615	0.1088
ACP 3	0.991721	0.1088
ACI 3	0.991721	0.1088

### 2.2.4 REGRESIÓN

Dado un conjunto de observaciones en un periodo  $\tau$  entre muestras y un instante de observación n, conocemos por el teorema de empotramiento de Takens (*embedding theorem* [2, 5]):

$$x(n\tau) = f(x((n-m)\tau), x((n-m-1)\tau), x((n-m-2)\tau), \dots, x((n-M-m)\tau))$$
(2.5)

donde n es el instante actual, m es el término de la inversión, M es el número de registros (parte del empotramiento) que se utilizan para entrenamiento; donde  $m \ge 0, M > 2m$ . Por lo tanto, si la función de regresión f es conocida, el valor de x en el instante  $n\tau$  se determina únicamente por los M+m valores en el pasado. Por simplicidad en la notación, definimos el vector M-dimensional:

$$\mathbf{X}_{m,M}(n\,\tau) = \left\{x((n-m)\tau), x((n-m-1)\tau), x((n-m-2)\tau), \dots, x((n-M)\tau)\right\} = \left\{x(k\,\tau)\right\}_{k=n-M-m}^{n-m}$$

que define el vector de entrada de las series de tiempo  $x(n\tau)$  (conjunto de entrenamiento, preprocesado o no), redefiniendo la ecuación (2.5) de la siguiente manera:

$$x(n) = f(\mathbf{\tilde{x}}_{n,m}(n)), \tag{2.6}$$

en donde n indicará intervalos regulares de muestreo  $n\tau$ .

Si se conocen N observaciones, de la serie de tiempo x(n), entonces, se conocen N-M-m valores de la función f, definiendo un problema de aprendizaje de un sistema dinámico, que aquí se resuelve usando Máquinas de Soporte Vectorial (SVMs por sus siglas en inglés). La figura 16 muestra al conjunto objetivo  $f(\mathfrak{X}_{n,m}(n))$  que va a ser alimentado a la SVM para entrenamiento en la línea horizontal superior; la línea horizontal del medio f(x(t)) muestra los primeros m-1 valores objetivo no utilizados, luego un segmento continuo de m a N-m; el último segmento semipunteado va de N-m+1 a N+m donde f(x(N+m)) es el precio estimado.

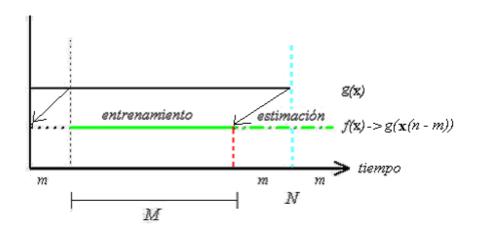


Figura 16: Interpretación grafica del problema de regresión (original en color).

Los valores de f(x(m)) a f(x(N+m)) son usados para calcular el riesgo. En la figura 17 se muestra un gráfico producido con la herramienta programada para este proyecto que se presenta para reforzar el párrafo anterior y para enseñar como leerlas. El gráfico en negro representa el precio de la acción g(x(t)) mientras que el gráfico en verde es la estimación del f(x(t)); la línea vertical roja es el límite de entrenamiento N-m; la línea vertical cian muestra el final de los N valores conocidos de g(x(t)) y el punto inicial del término; a la derecha de la línea cian están los valores estimados f(x) hasta el término m. En la parte superior, el tiempo está etiquetado en registros de la base de datos y en el fondo en días calendario.

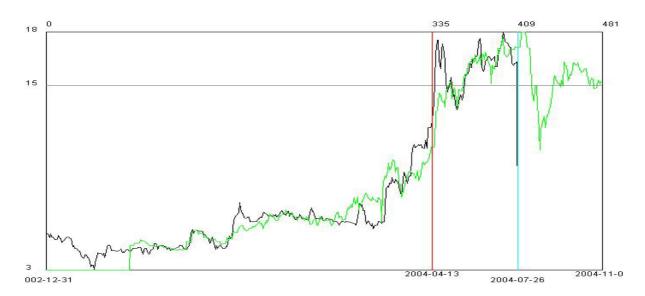
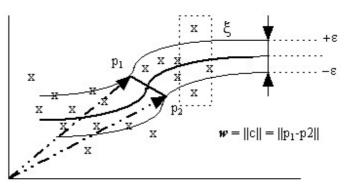


Figura 17: Muestra de una grafica de regresión (original en color).

## 2.2.4.1 REGRESIÓN POR MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL

Esta sección trata de cómo se obtiene  $f(\mathbf{x})$ , se van a tratar los aspectos teóricos relevantes de la regresión por SVMs, usando como referencia [5], que es uno de los documentos base de esta tesis, pero que sólo contiene un resumen muy compacto sobre SVMs; la sección se apoya en desarrollos extraídos de [24, 25, 32] para completar una explicación del tema SVMs que aclare el porqué de los parámetros que requiere el software. Vale la pena mencionar que todas las referencias de esta sección tienen como origen el trabajo de Vapnik [16]. En la figura 18 se muestra gráficamente la idea del método, que es minimizar la margen descrita por  $\mathbf{w}$ , ajustando las muestras que se encuentran dentro de los límites de error  $\varepsilon$  y entregar la curva que pasa por la mitad de la margen encontrada



**Figura 18**: Ideograma de ajuste de una función f(X) usando SVMs.

El aprendizaje estadístico intenta aproximar funciones de la forma:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{D} c_i \Phi_i(\mathbf{x}) + b;$$
(2.7)

donde a  $\mathbf{H} \in \{\phi(\mathbf{x})\}_{i=1}^D$  se les conoce como *features* (características) que están en un espacio del producto punto  $\mathbf{H}$ , con la característica de que puede ser diferente de  $\mathbf{R}^N$ ;  $\boldsymbol{b}$  y  $\{c_i\}_{i=1}^\infty$  son conocidos como coeficientes; a este tipo de aproximación se le puede considerar como un hiperplano D-dimensional en el espacio de características  $\phi(\mathbf{x})$ . Los coeficientes desconocidos pueden ser estimados minimizando la siguiente función:

$$\mathbf{R}(\mathbf{c}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \xi_i + \lambda \|\mathbf{c}\|^2,$$
(2.8)

donde  $\lambda$  es una constante y, dado un umbral  $\xi$ , la función de error relativo a los objetivos  $y_i$  está dada por:

$$|\xi|_{\varepsilon} = 0$$
; Si  $|y_i - f(x_i, c)| < \varepsilon$  de otro modo,  $|\xi|_{\varepsilon} = |y_i - f(x_i, c)| - \varepsilon$ .

Ya que las variables escalares  $c_i$  representan la norma de vectores (ver figura 18), se puede redefinir  $\mathbf{w} = \|\mathbf{c}\|$ , que es la notación más común en la literatura para los coeficientes, y definen la margen de patrones que contribuyen para estimar  $f(\mathbf{x})$  tomando en cuenta solo aquellos que caen fuera y  $\lambda$  define la mitad de la margen por donde pasa  $f(\mathbf{x})$ , (2.7) se puede reescribir como

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{D} w_i \Phi_i(\mathbf{x}) + b;$$
(2.8)

el problema de optimización (2.8) consiste en encontrar las **w** más pequeñas (*flatness*) se puede replantear el problema de optimización primal como:

$$\min \frac{1}{2} \mathbf{w}^{T} \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^{N} (\xi_{i} + \xi_{i}^{*})$$
 (2.10)

Sujeto a

$$y_i - w\Phi(x_i) - b \le \varepsilon + \xi_i$$
$$w\Phi(x_i) + b - y_i \le \varepsilon + \xi_i^*$$
$$\xi_i, \xi_i^* \ge 0$$

donde  $\xi_i^*$  son variables de holgura que permiten evitar que las restricciones no sean factibles. Dado que es más fácil resolver el problema dual de (2.10), que se plantea por medio del Lagrangiano que dice que para un problema de optimización del tipo:

$$\min f(\mathbf{x})$$

sujeto a: 
$$\sum_{i} g_i(\mathbf{x}) \ge 0$$

El lagrangiano está dado por:

$$L(x,\lambda) = \nabla f(\mathbf{x}) - \sum_{i} \lambda_{i} \nabla g_{i}(\mathbf{x}) = 0.$$
 (2.11)

Ahora (2.10) se puede replantear como un problema de maximización sin restricciones del siguiente modo:

$$L = \frac{1}{2} \mathbf{w}^{T} \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^{D} (\xi_{i} + \xi_{i}^{*}) - \sum_{i=1}^{D} \alpha_{i} (\varepsilon + \xi_{i} - y_{i} - w \Phi(x_{i}) - b) - \sum_{i=1}^{D} \alpha_{i}^{*} (\varepsilon + \xi_{i}^{*} + y_{i} - w \Phi(x_{i}) - b)$$
$$- \sum_{i=1}^{D} (\eta_{i} \xi_{i} + \eta_{i}^{*} \xi_{i}^{*}).$$
(2.12)

A  $\alpha_i, \alpha_i^*, \eta_i, \eta_i^* \ge 0$  se les conoce como variables duales. La condición de optimalidad es que la derivada del lagrangiano respecto a las variables primales  $w, b, \xi_i, \xi_i^*$  debe ser igualada a cero, de donde se sigue:

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \sum_{i=1}^{D} (\alpha_i^* - \alpha_i), \qquad (2.13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^{D} (\alpha_i^* - \alpha_i) \Phi(x_i), \qquad (2.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i^{(*)}} = C - \alpha_i^{(*)} - \eta_i^{(*)}. \tag{2.15}$$

De (2.14) se deduce que w es igual a

$$\mathbf{w} = \sum_{i=q}^{D} (\alpha_i - \alpha_i^*) \Phi(\mathbf{x}_i). \tag{2.16}$$

Para obtener *b*, se requiere aplicar las condiciones Karush-Khun-Tucker (KKT) que establecen que en la solución óptima, el producto de las restricciones con las variables duales es igual a cero, siguiendo con el ejemplo (2.11) las condiciones KKT son:

$$\lambda_i g_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ y } \lambda_i \ge 0 \text{ para toda } i.$$
 (2.17)

De las restricciones  $g_i(\mathbf{x})$  se puede decir que están activas o inactivas dependiendo de si  $\mathbf{x}$  lleva a la función g a una zona factible o no. En el caso de las restricciones estén inactivas  $g_i(\mathbf{x}) \neq 0$  por lo tanto  $\lambda i = 0$ ; si las restricciones están activas  $g_i(\mathbf{x}) = 0$  y  $\lambda i \neq 0$  tiene la función de atraer a  $\mathbf{x}$  hacia la zona factible, este es el caso que se va a considerar para calcular b. Las condiciones KKT de (2.12) son:

$$\alpha_i(\varepsilon + \xi_i - y_i + w\Phi(x_i) + b) = 0, \qquad (2.18)$$

$$\alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* + y_i - w\Phi(x_i) - b) = 0, \qquad (2.19)$$

$$\eta_i \xi_i = (C - \alpha_i) \xi_i = 0, \tag{2.20}$$

$$\eta_i^* \xi_i^* = (C - \alpha_i^*) \xi_i^* = 0, \qquad (2.21)$$

De (2.18) y (2.19) se obtiene *b*:

$$b = y_i - w\Phi(x_i) - \varepsilon$$

$$b = y_i - w\Phi(x_i) + \varepsilon$$

Donde se puede observar que  $\xi_i^{(*)} = 0$ ; esto es válido por los siguientes hechos: sólo las muestras  $(x_i, y_i)$  con valores correspondientes a  $\alpha_i^{(*)} = C$  caen fuera de la margen definida por  $\varepsilon$ , no pueden existir conjuntos de variables duales  $\alpha_i, \alpha_i^*$  cuyo valor sea diferente de cero simultáneamente, ya que esto requeriría holguras diferentes de cero en ambos lados del margen; para  $\alpha_i^{(*)} \in (0, C)$  necesariamente  $\xi_i^{(*)} = 0$ ; y segundo factor de (2.18), (2.19) tiene que ser cero. Sustituyendo el equivalente en variables duales de  $\mathbf{w}$  definido en (2.16) en (2.9) nos queda la función de regresión:

$$f(x,\alpha,\alpha^*) = \sum_{i=1}^{N} (\alpha_i^* - \alpha_i) \Phi(x_i) + b$$
(2.22)

Con (2.22), **w** y b se resuelve el problema de regresión para el caso lineal; ahora, el artificio llamado kernel permite formar trazos no lineales; los pasos del artificio kernel son:

1. El algoritmo tiene que ser expresado usando productos punto de los datos de entrada. Es decir, dado el hiperplano  $\mathbf{w}^T \mathbf{z} = 0$ , se puede decir por el teorema de la representación (*representer theorem*, [26]) que  $\mathbf{w}$  es una combinación lineal de los datos de entrada  $x_j$ ; es decir  $\mathbf{w} = \sum_i \lambda_i \mathbf{z}_i$  por lo tanto  $\mathbf{w}^T \mathbf{z} = \sum_i \lambda_i \mathbf{z}_i \mathbf{z} = 0$ ; lo que nos permite expresar (2.9) del siguiente modo:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{D} w_i \Phi_i(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x}) + b;$$
(2.23)

 Mapear los datos originales a un espacio no lineal de mayor dimensión; el ejemplo clásico de mapeo Φ: R² → R³ es el siguiente:

$$\phi(x_1, x_2) = (z_1, z_2, z_3) = (x_1^2, \sqrt{2}x_1x_2, x_2^2)$$

con este mapeo, el hiperplano mencionado arriba queda:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{z} = \sum_{i} \lambda_i \mathbf{z}_i \mathbf{z} = \lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_1 x_2 + \lambda_3 x_2^2 = 0$$

3. En lugar de realizar el producto punto del nuevo conjunto de datos, construir una función K(x, y) que permita representar el producto punto. A esta función se le conoce como kernel; la última forma que va a tomar la función de regresión es:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{D} w_i K(\mathbf{x}^T, \mathbf{x}) + b;$$
(2.24)

los kernels disponibles en el programa son los siguientes:

Lineal  $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T \mathbf{y}$ 

Polinomial  $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (-\gamma \mathbf{x}^T \mathbf{y} + r)^d$ 

RBF  $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp(-\gamma ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||^2)$ 

Sigmoidal  $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \tanh(-\gamma \mathbf{x}^T \mathbf{y} + r)$ 

Los parámetros a configurar por el usuario en el programa son:  $\gamma$  de, C de y  $\epsilon$  de (ver anexo C).

#### 2.2.5 CÁLCULO DE PORTAFOLIO ÓPTIMO

Ahora se va a desarrollar el modelo de optimización de Markowitz a partir de las definiciones de rendimiento promedio de una acción  $\bar{r_i}$  (1.1) y de rendimiento de un portafolio (1.3) replanteada en la forma:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i = \mathbf{w}^T \mathbf{r} , \qquad (2.25)$$

donde  $r_p$  es el rendimiento del portafolio, dadas las ponderaciones  $w_i$  de los rendimientos esperados  $r_i$  de cada una de las acciones i. El riesgo del portafolio está dado por:

$$\sigma_p(r)^2 = E[(r-r)^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n w_i(r_i-r_i)\right)^2\right] = E\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j(r_i-r_i)(r_j-r_j)\right],$$

$$\sigma_p(r)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E[w_i w_j (r_i - \overline{r_i})(r_j - \overline{r_j})] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \operatorname{cov}(r_i, r_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{i,j},$$

$$\sigma_{p}(r)^{2} = \mathbf{w}^{T} \mathbf{\Sigma} \mathbf{w} , \qquad (2.26)$$

$$\sigma_p(r) = (\mathbf{w}^{\mathsf{T}} \mathbf{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2}, \qquad (2.27)$$

donde  $\mathbf{w}^T = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_i \end{bmatrix}^T \mathbf{y} \mathbf{\Sigma} = [\sigma_{i,i}]$  es la matriz de varianza-covarianza.

A continuación se presenta la función objetivo para optimizar portafolios según el planteamiento de *Portfolio Selection* [9], la función objetivo a optimizar en términos del retorno de un portafolio compuesto por *i* acciones se puede deducir de (2.25) y (2.26) y es

Maximizar 
$$\mathbf{w}^T \mathbf{r} - \mu \mathbf{w}^T \sum \mathbf{w}$$
 (2.28)

 $\mu$  es el factor de aversión al riesgo donde el rango de mayor a menor tolerancia está dado por  $0 \le \mu < \infty$ .

Sujeto a las restricciones

$$\sum_{j} \mathbf{w}_{j} = 1 \tag{2.29}$$

$$\mathbf{w}_j \ge 0 \tag{2.30}$$

La restricción (2.30) significa que no se permiten ventas en corto, es decir, que no se permiten préstamos de acciones en el portafolio.

A manera de ejemplo, a continuación se presenta un listado -tal como es arrojado por la herramienta que se programó para esta tesis, con encabezados en inglés- de un portafolio optimizado; la figura 7 muestra a bloques el proceso de optimización; ahí se observa que entran vectores de precios (identificados como  $P_j$  en la sección 2.1.3) de las acciones (*assets*, es el encabezado que aparece en el listado) que forman el portafolio –elegidas durante el proceso de selección de acciones descrito en 2.1.2- y el factor de tolerancia al riesgo  $\mu$ ; el listado consta de dos partes:

- Informativa en la parte superior; que contiene datos que pueden ayudar a deducir la calidad del portafolio; contiene:
  - O La correlación de los vectores de retorno (identificados como  $r_j$  en la sección 2.1.3), en el listado se identifica esta parte con el encabezado Corr (\*, \*).
  - Mediciones estadísticas (media o mean y varianza o variance) efectuadas sobre los vectores r.

• Portafolio óptimo (*optimal portfolio*) en la parte inferior; contiene el cálculo de las ponderaciones (*Fraction*) *wj*; adicionalmente, también se muestra el cálculo del riesgo (*risk*) y retorno (*return*) calculados para el portafolio.

El portafolio de ejemplo consta de las siguientes acciones  $r_j$ : alfa\_a, bimbo\_a, cemex\_cpo, comerci\_ubc y femsa\_ubd, el factor de tolerancia al riesgo  $\mu$  es de 200 (poca tolerancia); el listado se muestra a continuación:

#### Corr [\*,\*]

:	alfa_a	bimbo_a	cemex_cpo	comerci_ubc	femsa_ubd :=
alfa_a	1	-0.243012	0.122759	0.445603	0.218428
bimbo_a	-0.243012	1	0.251978	-0.291792	-0.000839497
cemex_cpo	0.122759	0.251978	1	-0.0212617	0.32412
comerci_ubc	0.445603	-0.291792	-0.0212617	1	0.324269
femsa_ubd	0.218428	-0.000839497	0.32412	0.324269	1

Asset	Mean	Variance
alfa_a	-0.0025130	0.0014906
bimbo_a	-0.0023134	0.0003688
cemex_cpo	-0.0019241	0.0001285
comerci_ubc	-0.0027644	0.0003381
femsa ubd	-0.0036542	0.0003862

# **Optimal Portfolio:**

Asset	Fraction		
bimbo_a	0.2058386		
cemex_cpo	0.5064324		
comerci_ubc	0.2848991		
femsa_ubd	0.0028299		

Risk: 0.008692846967563832 Return:-0.15739114567454035

Una lectura de este listado es: que se trata de un portafolio bien balanceado, ya que las acciones no están fuertemente correlacionadas entre sí; pero este no es un portafolio en el que se deba comprometer cantidad alguna de dinero ya que el retorno esperado es negativo.

## 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

You buy and sell / You wheel and deal But you're living on instinct 10cc

En esta sección se prueban las teorías explicadas en el capítulo 2 con la herramienta de software desarrollada para esta tesis. En la sección 3.1 se prueba la capacidad de desarrollar modelos de acciones que provee el bloque de predicción (sección 2.2.2) haciendo regresiones (sección 2.2.4) para acciones, con y sin preproceso (2.2.3). Posteriormente, en la sección 3.2, se prueba la capacidad del software de producir portafolios por medio de experimentos a posteriori de portafolios y comparaciones entre los resultados real y estimado, se presentan las tablas respectivas con métricas que permitan sacar conclusiones. Finalmente, en una prueba diseñada para complementar a la anterior, en la sección 3.3 se van a volver a comparar en gráficas en el plano  $\sigma$ -r, los resultados de portafolios a posteriori contra portafolios de referencia.

Para realizar los experimentos, contamos con 20 acciones listadas en la BMV. Para permitir la diversificación de portafolios, las acciones pertenecen a varios sectores como: cemento, alimentos, acero, telecomunicaciones y medios. La base de datos cuenta con registros desde septiembre de 1998 hasta julio de 2004. Hay 66 variables, de las cuales 24 son únicas y 42 son macroeconómicas (los detalles de los contenidos de las bases de datos se pueden consultar en los anexos A y B)

# 3.1 PRUEBA DE MODELOS DE REGRESIÓN

A continuación se presenta una estimación de precios completa a un término diferente de cero. La acción elegida es HYLSAMEX, que es una compañía acerera. Se eligió esta acción por la dificultad de producir un buen modelo para esta compañía, ya que durante el período de entrenamiento que va de diciembre 31 de 2002 a abril 14 de 2004. La compañía empieza con un precio de la acción bajo debido a la escasa demanda del acero, altos precios del gas y problemas

internos. Sin embargo, el precio se mueve bruscamente hacia arriba debido a la revaloración del precio del acero provocada por la demanda China.

Acción: HYLSAMEX B

Fecha de entrenamiento del modelo: de '2002-12-31' a '2004-07-26'

Variables de entrada al modelo seleccionadas:

Únicas:

Tipo de variable	Periodicidad
Precio de la acción con desplazamiento 0	diaria
Retorno de la acción en la última semana, medida por la BMV.	semanal
Volatilidad medida por la BMV	semanal
Precio/Valor en libros	diaria
Acciones de la compañía que circulan en la BMV	variable
Valor en libros	variable

#### Macroeconómicas:

Tipo de variable	Periodicidad
CETES a 91 días	semanal
Paridad peso-dólar	diaria
IPC en dólares	diaria
Índice Dow Jones de Nueva York (NYSE)	diaria
Índice FTSE de la bolsa de Londres.	diaria
Índice de precios al consumidor	trimestral

Termino:	70 registros,	de 2004-07-26 a	2004-10-23

Registros para entrenamiento:266Registros para estimación:200Número total de variables de entrada:12Preproceso:No

Configuración de la SVM

Kernel: RBF

γ:	10E-4
Cost	1000

#### Resultados:

Precio estimado: Mx\$16.25
Precio real: Mx\$25.32

Número de vectores de soporte: 246

Las figuras 19 a 21 muestran gráficamente los resultados de las regresiones con datos de entrada crudos f(X), con preproceso ACP  $f(X^{\sim})$  y con preproceso ACI  $f(X^{\ast})$ .

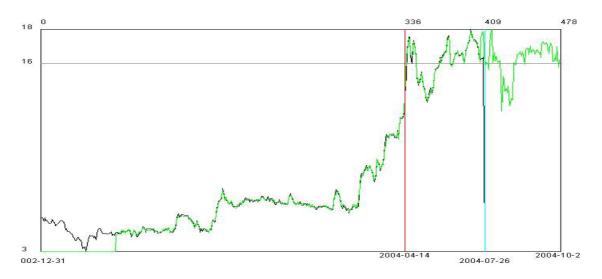


Figura 19: Regresión sin preproceso (original en color).

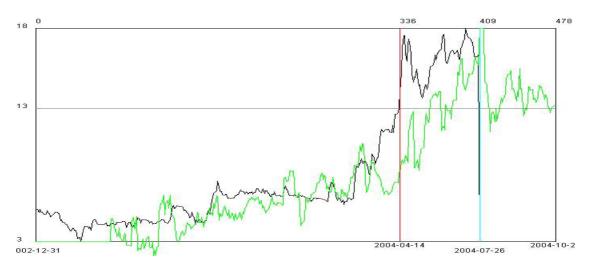


Figura 20: Regresión con preproceso ACP: 10 componentes (original en color).

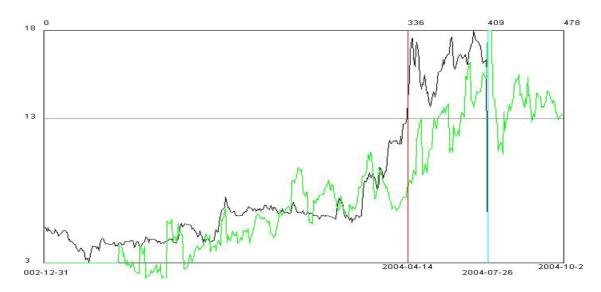


Figura 21: Regresión con preproceso ACI: 10 componentes, 200 iteraciones (original en color).

#### 3.2 PRUEBA DE REDITUABILIDAD DE PORTAFOLIOS

Esta sección pretende medir la capacidad del programa para crear portafolios redituables; el experimento diseñado para este fin es el siguiente: dada la disponibilidad de registros históricos en las bases de datos del programa denominada L, se formo un portafolio arbitrario cuya línea de tiempo (ver sección 2.3.2)  $N+m \ll L$ ; el retorno del portafolio se calculó sobre diferentes intervalos de tiempo de prueba *a posteriori*; este planteamiento se aprecia en la figura 22.

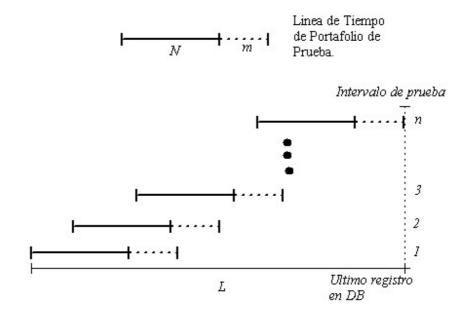


Figura 22: Ideograma del experimento diseñado para probar el software.

Dado que se conocen los rendimientos reales y estimados durante los intervalos de prueba, es posible comparar ambos rendimientos, luego la métrica de redituabilidad usada consiste en el porcentaje de portafolios exitosos; la tabla 2 explica el criterio de éxito de un portafolio (+  $\bf r$  positivo y –  $\bf r$  negativo):

**Tabla 2:** Criterios de decisión de éxito o fracaso de experimentos

r Real	r Predicho	Éxito
>0	>0	Verdadero
>0	≤0	Falso
≤0	>0	Falso
≤0	≤0	Verdadero

Se eligió un portafolio con las mismas acciones para la prueba, las acciones elegidas son: Alfa\_a, Bimbo\_a, Cemex\_cpo, Comerci\_ubc y Femsa\_ubd; se procuró que las variables elegidas para crear el modelo de la acción también fueran constantes, las variables elegidas, para la gran mayoría de los modelos de las acciones de prueba son los siguientes (ver anexo B); rate7, rate30, rate365, volat, p\_vl, upa, CETES91, Peso\_dolar, IPCvol, IPCdol, DowJones, tBond30, Dinpc; se escogió un factor de tolerancia baja al riesgo  $\mu$ =200. A continuación se muestran las tablas 3 a 7 con resultados de rendimientos reales y estimados para cada una de las acciones y cada una de las pruebas que integran los 21 portafolios de prueba (Nota: Inicio, Presente, Término son fechas que

definen la línea de tiempo, las r son rendimientos real y predicho y w es la ponderación calculada por la optimización):

**Tabla 3** Cálculo de rendimientos para **ALFA A**. CORR (r Real, r Predicho) = 0.323

Inicio	Presente	Termino	r Real	r Predicho	w
8/31/1998	8/30/1999	12/3/1999	0.154	0.20132	0.297
9/28/1998	10/14/1999	1/7/2000	0.084	0.1159	0.002
11/2/1998	11/3/1999	2/8/2000	0.0309	0.07	0.2
11/30/1998	12/1/1999	3/7/2000	-0.094	-0.01	0.258
12/28/1998	12/29/1999	4/4/2000	-0.19	-0.1046	0
1/18/1999	1/19/2000	4/25/2000	-0.36	-0.556	0.295
2/15/1999	2/16/2000	5/23/2000	-0.29	0.354	0.15
3/15/1999	3/16/2000	6/21/2000	-0.11	-0.062	0
4/12/1999	4/13/2000	7/19/2000	0.095	0.136	0
5/11/1999	5/12/2000	8/17/2000	0.337	0.097	0.349
7/1/1999	7/4/2000	10/6/2000	-0.17	0.063	0
8/23/1999	8/24/2000	11/29/2000	-0.453	0.129	0
10/18/1999	10/19/2000	1/24/2001	-0.038	0.074	0.253
12/13/1999	12/14/2000	3/21/2001	0.014	0.36	0
2/4/2000	2/5/2001	5/11/2001	0.039	0.073	0.266
4/3/2000	4/4/2001	7/10/2001	-0.026	0.082	0.11
5/26/2000	5/28/2001	8/31/2001	-0.177	0.448	0
7/24/2000	7/25/2001	10/30/2001	-0.263	0.17	0
9/18/2000	9/19/2001	12/25/2001	0.242	0.15	0.185
11/10/2000	11/12/2001	2/15/2002	0.529	0.388	0.033
1/5/2001	1/7/2002	4/12/2002	0.395	-0.005	0

Tabla 4: Cálculo de rendimientos para BIMBO A. CORR (r Real, r Predicho) = 0.178

Inicio	Presente	Termino	r Real	<b>r</b> Predicho	W
8/31/1998	8/30/1999	12/3/1999	-0.04	0103	0.29
9/28/1998	10/14/1999	1/7/2000	-0.187	0.1328	0.308
11/2/1998	11/3/1999	2/8/2000	0.061	0.033	0.43
11/30/1998	12/1/1999	3/7/2000	-0.18	0.013	0
12/28/1998	12/29/1999	4/4/2000	-0.24	0.011	0.027
1/18/1999	1/19/2000	4/25/2000	-0.35	0.147	0
2/15/1999	2/16/2000	5/23/2000	-0.19	-0.067	0
3/15/1999	3/16/2000	6/21/2000	0.118	0.437	0.109
4/12/1999	4/13/2000	7/19/2000	0.179	0.41	0.219
5/11/1999	5/12/2000	8/17/2000	0.21	0.113	0.068
7/1/1999	7/4/2000	10/6/2000	0.024	0.00005	0
8/23/1999	8/24/2000	11/29/2000	-0.06	0.003	0.594
10/18/1999	10/19/2000	1/24/2001	-0.0026	0.105	0.017
12/13/1999	12/14/2000	3/21/2001	0.063	0.137	0.344
2/4/2000	2/5/2001	5/11/2001	0.03	0.004	0.345
4/3/2000	4/4/2001	7/10/2001	0.244	0.233	0.432
5/26/2000	5/28/2001	8/31/2001	0.585	0.034	0.295
7/24/2000	7/25/2001	10/30/2001	0.211	0.022	0.212
9/18/2000	9/19/2001	12/25/2001	0.034	-0.173	0.098
11/10/2000	11/12/2001	2/15/2002	0.062	0.05	0.142
1/5/2001	1/7/2002	4/12/2002	0.294	0.026	0.016

Tabla 5: Cálculo de rendimientos para CEMEX CPO. CORR (r Real, r Predicho) = 0.454

Inicio	Presente	Termino	r Real	r Predicho	w
8/31/1998	8/30/1999	12/3/1999	0.15	0.505	0.141
9/28/1998	10/14/1999	1/7/2000	0.088	0.1328	0.496
11/2/1998	11/3/1999	2/8/2000	0.061	0.094	0
11/30/1998	12/1/1999	3/7/2000	-0.03	-0.062	0.58
12/28/1998	12/29/1999	4/4/2000	-0.135	-0.061	0.593
1/18/1999	1/19/2000	4/25/2000	-0.19	-0.055	0.182
2/15/1999	2/16/2000	5/23/2000	-0.192	0.0913	0
3/15/1999	3/16/2000	6/21/2000	-0.09	-0.007	0
4/12/1999	4/13/2000	7/19/2000	0.164	0.078	0.06
5/11/1999	5/12/2000	8/17/2000	0.157	0.19	0.117
7/1/1999	7/4/2000	10/6/2000	-0.103	-0.039	0.202
8/23/1999	8/24/2000	11/29/2000	-0.116	0.061	0.08
10/18/1999	10/19/2000	1/24/2001	0.07	0.34	0.006
12/13/1999	12/14/2000	3/21/2001	0.164	0.167	0.229
2/4/2000	2/5/2001	5/11/2001	0.039	0.059	0.007
4/3/2000	4/4/2001	7/10/2001	0.22	0.11	0
5/26/2000	5/28/2001	8/31/2001	-0.026	-0.01	0.611
7/24/2000	7/25/2001	10/30/2001	-0.139	-0.023	0.326
9/18/2000	9/19/2001	12/25/2001	0.127	0.076	0.347
11/10/2000	11/12/2001	2/15/2002	0.063	0.094	0.737
1/5/2001	1/7/2002	4/12/2002	0.225	-0.043	0.193

Tabla 6 Cálculo de rendimientos para COMERCI\_UBC. CORR (r Real, r Predicho) = 0.606

Inicio	Presente	Termino	r Real	r Predicho	W
8/31/1998	8/30/1999	12/3/1999	0.146	0.12	0
9/28/1998	10/14/1999	1/7/2000	0.384	0.13	0.166
11/2/1998	11/3/1999	2/8/2000	0.327	0.384	0.08
11/30/1998	12/1/1999	3/7/2000	0.0579	0.121	0.033
12/28/1998	12/29/1999	4/4/2000	0.05	-0.012	0.378
1/18/1999	1/19/2000	4/25/2000	-0.07	0.005	0.209
2/15/1999	2/16/2000	5/23/2000	-0.266	-0.015	0.472
3/15/1999	3/16/2000	6/21/2000	-0.134	-0.013	0.317
4/12/1999	4/13/2000	7/19/2000	0.073	0.13	0.342
5/11/1999	5/12/2000	8/17/2000	0.1577	0.495	0.228
7/1/1999	7/4/2000	10/6/2000	0.141	0.149	0.391
8/23/1999	8/24/2000	11/29/2000	-0.13	0.013	0.204
10/18/1999	10/19/2000	1/24/2001	-0.16	0.034	0.276
12/13/1999	12/14/2000	3/21/2001	-0.05	0.111	0.235
2/4/2000	2/5/2001	5/11/2001	-0.13	-0.07	0.29
4/3/2000	4/4/2001	7/10/2001	0.116	0.076	0.145
5/26/2000	5/28/2001	8/31/2001	-0.013	-0.023	0.092
7/24/2000	7/25/2001	10/30/2001	-0.302	-0.15	0
9/18/2000	9/19/2001	12/25/2001	0.006	0.43	0.143
11/10/2000	11/12/2001	2/15/2002	0.152	0.406	0
1/5/2001	1/7/2002	4/12/2002	0.187	0.12	0.067

**Tabla 7** Cálculo de rendimientos para **FEMSA UBD**. CORR (r Real, r Predicho) = 0.657

Inicio	Presente	Termino	r Real	r Predicho	W
8/31/1998	8/30/1999	12/3/1999	0.186	0.1213	0.27
9/28/1998	10/14/1999	1/7/2000	0.399	0.36	0.026
11/2/1998	11/3/1999	2/8/2000	0.383	0.207	0.281
11/30/1998	12/1/1999	3/7/2000	0.329	0.19	0.122
12/28/1998	12/29/1999	4/4/2000	0.036	0.122	0
1/18/1999	1/19/2000	4/25/2000	-0.137	-0.004	0.312
2/15/1999	2/16/2000	5/23/2000	-0.344	0.026	0.377
3/15/1999	3/16/2000	6/21/2000	-0.18	-0.181	0.572
4/12/1999	4/13/2000	7/19/2000	-0.022	-0.12	0.377
5/11/1999	5/12/2000	8/17/2000	0.25	0.401	0.235
7/1/1999	7/4/2000	10/6/2000	-0.145	0.00004	0.405
8/23/1999	8/24/2000	11/29/2000	-0.097	0.037	0.12
10/18/1999	10/19/2000	1/24/2001	-0.066	0.082	0.446
12/13/1999	12/14/2000	3/21/2001	0.047	0.102	0.19
2/4/2000	2/5/2001	5/11/2001	0.17	0.25	0.089
4/3/2000	4/4/2001	7/10/2001	0.103	0.095	0.301
5/26/2000	5/28/2001	8/31/2001	-0.04	0.061	0
7/24/2000	7/25/2001	10/30/2001	-0.198	0.065	0.46
9/18/2000	9/19/2001	12/25/2001	0.193	0.197	0.224
11/10/2000	11/12/2001	2/15/2002	0.214	0.498	0.086
1/5/2001	1/7/2002	4/12/2002	0.309	0.039	0.722

Los portafolios de prueba se muestran en la tabla 8 (para ahorrar espacio solo se muestra la fecha de término de la línea de tiempo):

Tabla 8 Sumario de ponderaciones w y rendimientos r para los portafolios de prueba

	w	w	w	W	w		r	
Termino	Alfa	Bimbo	Cemex	Comerci	Femsa	r Real	Predicho	Éxito
12/3/1999	0.297	0.29	0.141	0	0.27	0.1055	0.167	V
1/7/2000	0.002	0.308	0.496	0.166	0.026	0.060338	0.137943	V
2/8/2000	0.2	0.43	0	0.08	0.281	0.166193	0.117077	V
3/7/2000	0.258	0	0.58	0.033	0.122	0.000397	-0.01137	F
4/4/2000	0	0.027	0.593	0.378	0	-0.06764	-0.04041	V
4/25/2000	0.295	0	0.182	0.209	0.312	-0.19815	-0.17423	V
5/23/2000	0.15	0	0	0.472	0.377	-0.29874	0.055822	F
6/21/2000	0	0.109	0	0.317	0.572	-0.13258	-0.06002	V
7/19/2000	0	0.219	0.06	0.342	0.377	0.065713	0.09369	V
8/17/2000	0.349	0.068	0.117	0.228	0.235	0.244968	0.270862	V
10/6/2000	0	0	0.202	0.391	0.405	-0.0244	0.050397	F
11/29/2000	0	0.594	0.08	0.204	0.12	-0.08308	0.013754	F
1/24/2001	0.253	0.017	0.006	0.276	0.446	-0.08283	0.068503	F
3/21/2001	0	0.344	0.229	0.235	0.19	0.056408	0.130836	V
5/11/2001	0.266	0.345	0.007	0.29	0.089	-0.00157	0.023161	F
7/10/2001	0.11	0.432	0	0.145	0.301	0.150371	0.149291	V
8/31/2001	0	0.295	0.611	0.092	0	0.155493	0.001804	V
10/30/2001	0	0.212	0.326	0	0.46	-0.09166	0.027066	F
12/25/2001	0.185	0.098	0.347	0.143	0.224	0.136261	0.142786	V
2/15/2002	0.033	0.142	0.737	0	0.086	0.091096	0.13201	V
4/12/2002	0	0.016	0.193	0.067	0.722	0.283756	0.028315	V

El porcentaje de éxito de los portafolios de prueba fue de 66% y además se calculó la correlación de

Corr (
$$\mathbf{r}$$
 Real,  $\mathbf{r}$  Predicho) = 0.6138

### 3.3 PORTAFOLIOS EN EL PLANO $\sigma$ -r

Aquí se presentan grupos de portafolios optimizados por la herramienta comparados contra portafolios de referencia, los resultados se muestran en tablas y graficados sobre el plano  $\sigma$ -r con nombres y colores distintivos para permitir su contraste. Los grupos de portafolios de referencia son:

- Estimado: es un grupo de portafolios con la misma composición usada en la sección 3.2, es decir: Alfa\_a, Bimbo\_a, Cemex\_cpo, Comerci\_ubc y Femsa\_ubd; se obtuvieron varios portafolios optimizados por la herramienta con factores de tolerancia al riesgo μ diferentes, con el fin de graficar la tendencia de la curva eficiente estimada.
- Sombra: es un portafolio compuesto por las acciones de "Estimado" pero las ponderaciones no son óptimas, la regla para asignar las ponderaciones de "Sombra" es que las w son una fracción proporcional al número de componentes del portafolio, es decir, el portafolio tiene 5 acciones, luego los pesos w van a ser de 0.2 para cada acción.
- **IPC**: es el Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV para el cual se midieron el retorno y el riesgo.
- **Real**: es el portafolio con los mismos componentes de "Estimado" para el que se usaron los rendimientos reales para calcular las ponderaciones optimas respectivas, se obtuvieron varios portafolios de este tipo con diferentes factores de tolerancia al riesgo  $\mu$  que siguen a los usados para "Estimado" para graficar la tendencia de la curva eficiente.

Por el limitado espacio disponible solo se ofrecen tres experimentos ubicados en la parte inicial, media y final de la base de datos. A pesar de la pequeña cantidad de experimentos, esta distribución permite ubicarlos en contextos históricos bastante diferentes, lo que pone más estrés a la herramienta.

El contexto histórico de los experimentos es el siguiente; de los años cubiertos por la base de datos (1998-2004), la parte inicial 1998-2000 corresponde a los años de crecimiento explosivo de las bolsas mundiales cuya punta de lanza fueron las acciones tecnológicas vinculadas a Internet; la parte media 2001-2002 corresponde al rompimiento de la burbuja especulativa que permitió el crecimiento en la etapa anterior y se revelan los escándalos contables de Enron, Worldcom, etc.; la parte final 2003-2004 corresponde con un periodo de estancamiento y recuperación de precios de las acciones (Nota: esta breve reseña histórica narra acontecimientos sucedidos en EU, pero es un hecho empíricamente conocido que dada la correlación entre los mercados y economías de EU y México, estos eventos se pueden considerar como locales. No se justifica aquí esta afirmación, pero en [3 y 14] se pueden encontrar reflexiones puntuales al respecto).

### **Experimento 1**

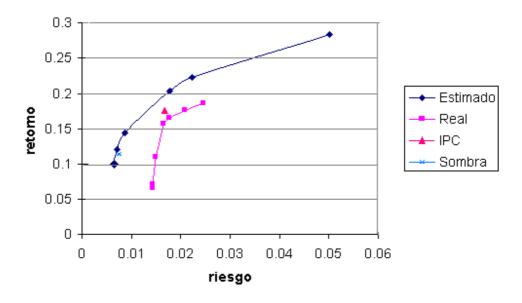
Entrenamiento: de 31-de agosto de 1998 al 29 de agosto de 1999

Término: 70 registros

Fecha de término: 3 de diciembre de 1999.

**Tabla 9:** Resultados de  $\sigma$ -r para los portafolios del experimento 1.

	Estim	ado	Rea	al	IPO	C	Som	bra
μ	σ	r	σ	r	σ	r	σ	r
n/a					0.01684	0.1755	0.00751	0.1136
0	0.0502	0.284	0.0246	0.1864				
1	0.0224	0.2235	0.0209	0.1767				
2	0.01769	0.204	0.01775	0.1654				
10	0.00873	0.1446	0.0166	0.1564				
20	0.00709	0.1207	0.015	0.1106				
100	0.00647	0.1015	0.0145	0.0716				
200	0.00645	0.0991	0.0144	0.0667				·



**Figura 23:** Graficas  $\sigma$ -r para los portafolios del experimento 1; incluye gráficas de la tendencia de la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real (original en color).

### **Experimento 2**

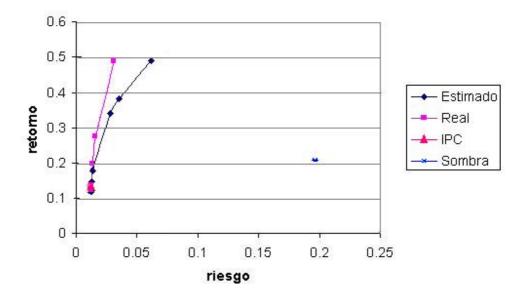
Entrenamiento: de 10 de octubre de 2000 al 12 de octubre de 2001.

Término: 70 registros

Fecha de término: 18 de enero de 2002.

**Tabla 10:** Resultados de  $\sigma$ -r para los portafolios del experimento 2.

	Estim	ado	Rea	al	IP(	2	Som	nbra
$\mu$	σ	r	σ	r	σ	r	σ	r
n/a					0.01194	0.1335	0.1971	0.2156
0	0.062	0.49	0.031	0.486				
1	0.0349	0.3827	0.031	0.486				
2	0.02784	0.3416	0.031	0.486				
10	0.01388	0.1786	0.01633	0.276				
20	0.01265	0.1482	0.01351	0.1972				
100	0.01294	0.1221	0.01247	0.1341				
200	0.01218	0.1188	0.01243	0.1247				



**Figura 24:** Graficas  $\sigma$ -r para los portafolios del experimento 2; incluye gráficas de la tendencia de la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real (original en color).

### **Experimento 3**

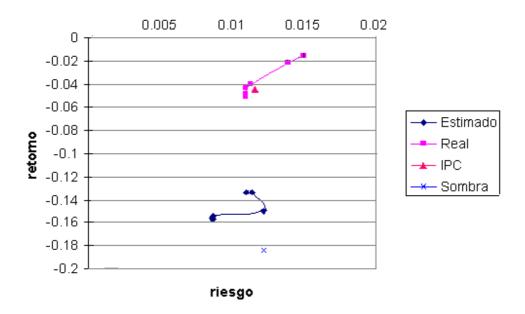
Entrenamiento: de 16 de abril de 2003 al 16 de abril de 2004.

Término: 70 registros

Fecha de término: 23 de julio de 2004.

**Tabla 11:** Resultados de  $\sigma$ -r para los portafolios del experimento 3.

	Estim	nado	Re	al	IF	P.C	Som	bra
$\mu$	σ	r	$\sigma$	r	σ	r	$\sigma$	r
n/a					0.0116	-0.0449	0.0122	-0.184
0	0.011	-0.134	0.015	-0.016				
1	0.011	-0.134	0.015	-0.016				
2	0.0114	-0.134	0.0139	-0.022				
10	0.0122	-0.15	0.0113	-0.04				
20	0.0087	-0.154	0.011	-0.044				
100	0.0086	-0.1567	0.011	-0.049				
200	0.00869	-0.1573	0.011	-0.051				



**Figura 25:** Graficas *σ-r* para los portafolios del experimento 3; incluye gráficas de la tendencia de la curva eficiente para los portafolios Estimado y Real (original en color).

#### 4. CONCLUSIONES

It is hard to live with an itch that you can not scratch. Ridley Scott

Es un lugar común -no por eso menos cierto- el decir que los fenómenos sociales son demasiado complejos para ser descritos por métodos matemáticos, sin pretender que esto sea imposible pero si dificil; en el caso de las finanzas, el haber tenido el primer método sistemático para la administración de portafolios en épocas tan tardías -en comparación por ejemplo de la física clásica que tiene modelos que datan del siglo XVII- como 1952 habla en este sentido; la hipótesis de los mercados eficientes también parece una capitulación ante una realidad demasiado compleja para ser analizada por métodos matemáticos. Esta tesis trata la alternativa de la aplicación de métodos de IA para aprovechar sus capacidades de aprender de una base de datos de experiencia sin coherencia aparente, para producir modelos de predicción de precios sin tener que pasar por las formalidades exigidas por la matemática para validar dichos modelos (en sección 2.2.4.1 y bibliografía asociada está la justificación de la teoría de aprendizaje por SVMs); pero como en toda predicción se cometen errores, se prefirió para esta tesis el enfoque de la teoría de portafolios que permite reducir el riesgo de invertir en un sólo valor por medio de la diversificación en una canasta de valores (sección 2.2.5), a únicamente producir modelos de estimación de precios que produzcan errores pequeños en experimentos a posteriori. Debe observarse que el producir modelos con la más alta precisión posible si fue importante para lograr los objetivos de esta tesis, ya que esto permite lograr portafolios de mejor calidad y la comprensión de las variables que afectan el comportamiento del precio de una acción.

Predecir el comportamiento futuro de acciones financieras con cierto grado de éxito, por medio de eventos expresados en forma de precios, índices y razones contables, de los que se presume que componen el precio de una acción y contienen información de su comportamiento futuro, pone al menos a discusión la completa validez de la hipótesis de mercados eficientes en su parte que le resta valor al análisis de otros indicadores diferentes a los precios pasados de la acción. La tabla 12 muestra que en la batería de experimentos de la sección 3.2 se obtuvieron resultados buenos (comerci ubc, femsa ubc), regulares (cemex cpo) y malos (alfa a, bimbo a).

**Tabla 12** Correlaciones entre rendimientos real y predicho para las acciones de los portafolios de prueba de la batería de experimentos de la sección 3.2.

	Correlación
Alfa a	0.2747
Bimbo a	0.1811
Cemex cpo	0.4822
Comerci ubc	0.624
Femsa ubd	0.675

La evidencia experimental presentada aquí muestra una relación causa—efecto entre las variables usadas tradicionalmente por la comunidad financiera para estudiar una acción bajo examen y los precios de dicha acción. Sin embargo, no se cuenta con una bola de cristal como lo muestran los resultados para alfa\_a y bimbo\_a, que obtuvieron una correlación pobre a lo largo de los 21 experimentos usados para la prueba de la sección 3.2. A pesar de esto, los portafolios integrados con los métodos descritos aquí fueron exitosos en el 66% de las pruebas del mismo experimento (ver tabla 8) y la correlación entre los rendimientos para los portafolios reales y predichos es de 61% (p. 52); todo esto habla que la distribución de riesgo vía diversificación de valores, dadas buenas estimaciones del precio (obtenidas por SVMs) de dichos valores está funcionando en buena medida.

Por tanto, se puede decir que con las SVMs se cuenta con una herramienta objetiva de estimación de precios a futuro, que permitió validar la experiencia empírica contenida en documentos como [3]. Según los experimentos, variables usadas en el experimento 3.1 como entrada para las SVMs representan un buen punto de partida para crear modelos de otras acciones y otros periodos de tiempo, estas variables fueron tomadas mayormente de [3]. Las estimaciones pueden ser mejoradas por prueba y error de variables, o cono se ofrece en el capitulo 2.2.3, aplicando preproceso (capítulo 2.2.3) a las 66 variables disponibles para seleccionar aquellas variables que aporten la mayor información (algunas variables de los experimentos fueron elegidas por preproceso); aunque esto último es posible, probó ser complicado de usar en el estado actual de desarrollo de la herramienta, ya que la información que hay que interpretar, para seleccionar variables útiles de las que no lo son, es muy grande y no existen todavía bases de datos adecuadas para acumular experiencia que permita facilitar la elección de variables.

Si se acepta que las SVMs proporcionan buenas estimaciones de precios y por tanto de retornos (ver formula 1.1 y figura 7) a futuro; los resultados obtenidos aquí hasta ahora y los que se pueden obtener con la plena utilización del preproceso son importantes en el contexto proporcionado por West [22] (referencia de 2004), que en el capítulo dedicado a la forma de encontrar la frontera eficiente menciona (p.15) que: *la alternativa histórica no va a ser usada para obtener el retorno esperado...* ya que por esta vía ...es improbable obtener una buena medida de los retornos esperados, cuando se refiere a la forma de obtener el portafolio llamado *Optimum Portfolio of Risky Assets* (OPRA; portafolio que ofrece la mejor combinación de retorno y riesgo, que evidentemente está sobre la frontera eficiente) y ofrece respuesta parcial al problema de encontrar el OPRA, no sin antes mencionar que se trata de una limitación severa del modelo.

En el experimento de la sección 3.3 se muestra que los métodos aplicados aquí, permiten obtener buenas aproximaciones de curvas eficientes que en muchos casos (experimentos 1 y 2) se tienen errores de retorno del orden de centésimas de punto y en el peor caso (experimento 3), aunque se puede decir que los errores son grandes, aún es posible observar la tendencia general que muestra pérdidas para el portafolio para cualquier grado de tolerancia al riesgo.

#### 4.1 ALTERNATIVAS DE DESARROLLO FUTURO

La más importante carencia de este reporte es la falta de medios para proporcionar portafolios factibles, ya que las ponderaciones obtenidas el los experimentos de la sección 3 no permiten comprar dichos portafolios; esto se debe a una falta de desarrollo de la función objetivo de Markowitz, que no considera restricciones de: capital disponible, costos por transacción y que las acciones se venden por lotes; el incluir estas restricciones en el planteamiento de Markowitz no es trivial. En su trabajo, Ortiz, [1], tiene en cuenta el capital disponible y los lotes en que se venden las acciones; plantea el problema de optimización por medio de AGs, pero usa como medida de riesgo el error cuadrático medio (RMSE por sus siglas en inglés); esta medida de riesgo no se consideró adecuada para esta tesis por los siguientes motivos:

- La medida de riesgo basada en la desviación estándar ha tenido un gran impacto, tanto así
  que ahora representa un campo de estudio por derecho propio, por lo que en la
  comunidad financiera se da por un hecho que la métrica de riesgo está basada en la
  desviación estándar.
- El uso del RMSE como medida de riesgo implica el buscar estimaciones de precio con el menor RMSE posible con la idea de obtener los mejores resultados posibles; al usar SVMs se encontró que no era ese el caso, la figura 30 es un ejemplo de lo que sucede cuando se hacen estimaciones de precios con la idea de reducir al mínimo el error; en la figura se observa que el ajuste de la curva f(X) con respecto a g(X) está prácticamente libre de error durante la etapa de entrenamiento, pero durante la etapa de estimación la curva f(X) se estaciona en una constante.

Por estos motivos se decidió seguir el enfoque clásico de Markowitz para comprenderlo a profundidad, antes de proponer cambios; ahora se puede decir que el uso de AGs es una vía valida a explorar para resolver el problema de factibilidad, siempre y cuando no se cambie la métrica de riesgo. Siguiendo la idea de proporcionar portafolios lo más generales posible, se puede considerar incluir otros instrumentos de inversión como bonos, divisas y finalmente se podría considerar portafolios con instrumentos internacionales tasados en distintas monedas.

El término de inversión máximo probado es de 70 registros (tres meses y medio), aunque el autor tiene algunas experiencias con la herramienta usando términos de hasta 140 registros (siete meses); se requieren de más experimentos para ver hasta donde es posible hacer estimaciones de precios a futuro.

# REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- [1] ORTIZ-ROSSAINS, F.; CALDERÓN-AVEITUA, A.; HERNANDEZ-GRESS, N. Stock exchange prediction and portfolio administration by statistics and artificial neural networks. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> Joint Conference on Information Sciences.*, Sep 2003, p. 1157-1160.
- [2] TAKENS, F. *Detecting strange attractors in fluid turbulence*. In D. Rand and L.S. Young, editors, Dynamical Systems and Turbulence. Berlin: Springer-Verlag, 1981.
- [3] HEYMAN, T. Mexico for the global investor. Mexico: Milenio, 2002.
- [4] ELTON, E.; GUBER, M. Modern portfolio theory and investment analysis. USA: Jhon Whiley & Sons, 1995.
- [5] MUKHERJEE, S., et al. *Nonlinear prediction of chaotic time series using support vector machines*. Center for Biological and Computational Learning. USA: MIT, 1997.
- [6] STEPHENS, C.R., et al. *Mercados financieros adaptivos*. Instituto de Ciencias Nucleares. México: UNAM.
- [7] FESER, V.; PIA, M. Robust portfolio selection. Switzerland: Universite de Geneve, 2000.
- [8] BEARLY, R.A.; MAYERS, S.C. *Principles of corporate Finance*. USA: Irwin, McGraw Hill, 2000.
- [9] MARKOWITZ, H.M. Portfolio selection. *Journal of Finance*. March 1952, Vol. 7, p. 77-91.
- [10] TRIPPI, L. Artificial intelligence in finance and investing. USA: Irwin, 1986.
- [11] HERNÁNDEZ-GRESS N.; SANTANA-DIAZ A., Feature extraction: a comparison between principal and independent component analyses for neural network classification models. France: LAAS-CNRS.
- [12] SWINGLER, K. *Financial prediction, some pointers, pitfalls and common errors*. Center for Computational Neuroscience. USA: Stirling University.
- [13] HYVÄRINEN, A.; OJA, E. *Independent component analysis: a tutorial*. Helsinki: University of Technology, 1999.
- [14] TORRES-GARCÍA, A. Estabilidad en variables nominales y el ciclo económico: el caso México. *Gaceta de Economía, ITAM.*, Año 7, No especial, p. 62-118.
- [15] BACK, A.D.; WEIGEND, A.S. *Discovering structure using independent component analysis*. Japan: RIKEN, and, USA: Stern School of Business New York University; 1997.

- [16] VAPNIK, V.; CHERVONENKIS, A. *Theory of pattern recognition*. Germany: Akademie-Berlag, 1979.
- [17] FERNANDO, K.V. Practical portfolio optimization. UK: NAG LTD.
- [18] OSUNA, E.; FREUND, R.; GIROSI, F. Training support vector machines: an application of face detection. *Proceedings of Computer vision and Pattern Recognition.*, 1997, pp. 130-136.
- [19] HERNANDEZ-GRESS, N.; LUCIEN-GAMBOA, A. Increasing training speed of support vector machines by barycentric correction. *Procedure in Wseas Transactions on Systems*. May, 2004, Vol. 3, No 3.
- [20] GILLI, M.; KELLEZI, E. *Heuristic approaches for portfolio optimization*. Netherlands: Kluwer Academia Publishers, 2000.
- [21] SECRETARÍA DE HACIENDA Y CRÉDITO PÚBLICO. *Programa nacional de financiamiento al desarrollo 2002-2006*. México: SHCP, 2002.
- [22] WEST, G. An introduction to modern portfolio theory: Markowitz, CAPM, APT and Black-Litterman;. Sud Africa: University of the Witwatersran, 2004.
- [23] COVER, T. M.; THORAS, J. A. *Universal portfolios*. Mathematical Finance., Jan, 1991, Vol. 1, No 1.
- [24] SMOLA, A.; SCHÖLKOPF, B. *A tutorial on support vector regression*. NeuroCOLT2 Technical Report Series, 1998.
- [25] LEWIS, J.P. A short (support vector machine) tutorial. USA: U. Southern California, 2004.
- [26] SCHÖLKOPF, B., et al. A generalized representer theorem. NeuroCOLT2 Technical Report Series, 2000.
- [27] BOLSA MEXICANA DE VALORES. Página principal, México. <a href="http://www.bmv.com.mx/">http://www.bmv.com.mx/</a> (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [28] BANCO DE MÉXICO. México. <a href="http://www.banxico.org.mx/eInfoFinanciera/reportes/cuadernos/ce/dic/ce.html">http://www.banxico.org.mx/eInfoFinanciera/reportes/cuadernos/ce/dic/ce.html</a> (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [29] SUNGARD. USA. <a href="http://www.sungard.com/products\_and\_services/sis/eps/default.htm">http://www.sungard.com/products\_and\_services/sis/eps/default.htm</a> (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [30] BURNS, P. Burns Statistics. Página principal, UK. <a href="http://www.burns-stat.com/">http://www.burns-stat.com/</a> (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [31] BOLSA MEXICANA DE VALORES. México. http://www.bmv.com.mx/BMV/HTML/sec1\_quesbmv.html (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [32] JORDAN, M. Statistical Learning Theory.
- http://www.cs.berkeley.edu/~jordan/courses/281B-spring04/lectures.html (Consulta: 15 de mayo, 2005).
- [33] VALMEX. Página principal, <a href="http://www.valmex.com.mx/index1.html">http://www.valmex.com.mx/index1.html</a> (Consulta: 15 de mayo, 2005).

# **ANEXO A: LISTADO DE ACCIONES**

Listado de acciones de la BMV disponibles en el programa. Actualmente se cuenta con listados que van desde el 31 de agosto de 1998 hasta el 23 de julio de 2004. Al día de redacción de este documento, no se pretende que ésta sea una lista definitiva pues variará de acuerdo con necesidades técnicas y recomendaciones de expertos.

Los mnemónicos usados la base de datos para identificar las acciones de las empresas; siguen la siguiente regla:

<mnemónico de la acción>\_<serie de la acción>

#### Listado de acciones:

Mnemónico	Sector
ALFA_A	controladora
BIMBO_A	alimentos y bebidas
CEMEX_CPO	cemento
COMERCI_UBC	comercio
DESC_B	controladora
FEMSA_UBD	alimentos y bebidas
GCARSO_A1	controladora
GEO_B	vivienda
GFNORTE_O	banca
GMEXICO_B	minera
GMODELO_C	alimentos y bebidas.
HYLSAMX_B	siderurgica
KYMBER_A	celulosa y papel
KOF_L	alimentos y bebidas
MASECA_B	alimentos y bebidas
SORIANA_B	comercio

Mnemónico	Sector
TELMEX_B	comunicaciones
TLEVISA_CPO	comunicaciones
TVAZTCA_CPO	comunicaciones
VITRO_A	minerales no metálicos

## ANEXO B: LISTADO DE VARIABLES

Actualmente se cuenta con listados que van desde el 31 de agosto de 1998 hasta el 23 de julio de 2004. Las variables se presentan con el mnemónico con el que aparecen en el programa, junto con una breve explicación de su significado. La selección de variables disponibles en el programa depende de la fuente de la que fueron extraídas, en este caso los informes diarios de la casa de bolsa Valmex [34]. En general, esto no tiene ninguna consecuencia para las variables extrínsecas, ya que todas las casas de bolsa reportan las mismas, pero pueden haber algunas diferencias con la nomenclatura de las razones contables (parte de las variables intrínsecas, ver abajo) que reportan las casas de bolsa. La descripción de las variables es breve e incluso incompleta, porque cubrirlas exhaustivamente implica profundizar en temas de finanzas y contabilidad que están muy lejos de la cobertura de esta tesis. Se recomienda consultar [3, 8] para abarcar, con más profundidad, el significado de las variables listadas aquí.

# Intrínsecas o *unique risk*.

La mayoría de estas variables son valores extraídos de estados financieros reportados por las empresas a la BMV cada tres meses, o razones compuestas a partir de los valores antes mencionados (excepto: shareVal, rate7, rate30, rate365, y Beta) y publicados por las casas de bolsa. En el caso de esta tesis se usaron los reportes de Valmex. Como se mencionó previamente, pueden existir diferencias entre las razones reportadas por las casas de bolsa, o incluso llegan a presentarse diferencias entre las razones reportadas por una misma casa de bolsa en diferentes periodos de tiempo, excepto para razones como la upa o p\_vl; que parecen tener consistencia universal; esta variabilidad se debe a que es fácil componer nuevas razones a partir de valores básicos que ayuden a extraer conclusiones sobre algún parámetro del comportamiento de una empresa. Lo anterior no es tan malo como parece, ya que por simples operaciones de multiplicación o división es posible descomponer o componer razones y mantener consistente la información disponible, a lo largo de toda la base de datos.

shareVal Valor de la acción; cuando esta variable es parte de alguna razón contable aparece

con el mnemónico p.

rate7 Tasa de rendimiento de la acción a 7 días.

rate30 Tasa de rendimiento de la acción a 1 mes.

rate365 Tasa de rendimiento de la acción a 1 año.

uepaCurr (Utilidad de Efectivo Por Acción) actual = [Utilidad Neta 12 meses + Pérdida

Cambiaria 12 meses + Resultado por posición monetaria 12 meses + Depreciación

12 meses (Todo expresado al último trimestre reportado)] /# acciones actuales.

uepaPrev UEPA del trimestre anterior.

uepa12 UEPA de los últimos 12 meses.

p ue Precio de la acción / utilidad de la empresa; reportado en el último trimestre;

indica el número de pesos que un inversionista está dispuesto a pagar, por cada

peso que se genera de utilidad neta.

p ueCurr Precio de la acción/ utilidad de la empresa; estimado a valor corriente.

p uePrev Precio de la acción/ utilidad de la empresa; estimado a valor corriente del trimestre

anterior.

volat Riesgo medido por la BMV.

uaiid12 Utilidad Antes de Impuestos Intereses y Depreciación (EBITDA por sus siglas en

inglés) de los últimos 12 meses.

uaiidCurr UAIID del último reporte trimestral.

uaiidPrev UAIID del penúltimo reporte trimestral.

ve uaiid12 Razón del Valor de la Empresa/uaiid12

ve\_uaiidCurr Razón del Valor de la Empresa/uaiidCurr

ve uaiidPrev Razón del Valor de la Empresa/uaiidCurr; del trimestre anterior.

p\_vl Razón contable precio-valor en libros.

Acciones Número de acciones de la empresa en circulación en la BMV.

Valor Valor de las acciones de la empresa en circulación en la BMV.

Upa Utilidad por acción.

p\_u Precio/utilidad por acción.

vl Valor en libros

Beta Valor de la pendiente β, según el modelo de precios CAPM medido por BMV.

#### Extrínsecas o market risk

CETES28 Tasa de rendimiento en pesos de los CETES a 28 días.

CETES91 Tasa de rendimiento en pesos de los CETES a 91 días.

CETES364 Tasa de rendimiento en pesos de los CETES a 364 días.

PrimeRate Tasa de interés para clientes preferentes ofrecida por los bancos en Estados

Unidos para préstamos en dólares.

Libor90 London Interbank Offered Rate; tasa de interés ofertada en Londres para

préstamos en euros.

T bills90 Tasa de interés de los bonos del tesoro estadounidense a 90 días.

CD NY30 Tasa de interés del certificado de depósito de Nueva York a 30 días.

Peso Dolar Paridad del peso contra el dólar.

IPCmax Precio máximo en pesos del IPC durante el día.

IPCclose Precio en pesos del IPC al cierre del día.

IPCvol Volumen de acciones comerciadas en la BMV durante el día.

IPCdol Valor del IPC convertido a dólares.

DowJones Índice de las bolsas de Nueva York ponderado por Dow Jones.

Ftse Índice de la bolsa de Londres.

Nikkei Índice de la bolsa de Tokio.

Bovespa Índice de la bolsa de Brasil.

Merval Índice de la bolsa de Argentina.

BradyMxPar Valor impreso al frente del bono de deuda soberana de México. Esta clase de bonos a 20 años, cotizados en dólares, fueron emitidos en 1990; son importantes porque permiten evaluar el llamado riesgo país. Actualmente están fuera de circulación, ya que aunque no han vencido, se han prepagado y sustituidos por varias versiones de bonos denominados UMS (existen registros de estos bonos en la base de datos hasta el 26 de abril de 2002). Para evaluar el riesgo país, ahora se usa el bono ums26. En particular, la denominación "par" significa que el bono tiene el valor mostrado en la cara del documento, pero al rendimiento mencionado en la cara del documento hay que hacerle un descuento establecido por el

BradyMxDesc Este documento está vinculado con el anterior, pero al valor mostrado en la cara del bono, hay que hacerle un descuento establecido por el mercado; el rendimiento del bono es el marcado en la cara del documento.

mercado.

arg27

tBond30

ums05 Bono de deuda soberana de México a 5 años cotizado en dólares. ums09 Bono de deuda soberana de México a 9 años cotizado en dólares. ums16 Bono de deuda soberana de México a 16 años cotizado en dólares. ums26 Bono de deuda soberana de México a 26 años cotizado en dólares. Bono de deuda soberana de Brasil a 5 años cotizado en dólares. bra05 bra09 Bono de deuda soberana de Brasil a 9 años cotizado en dólares. bra20 Bono de deuda soberana de Brasil a 20 años cotizado en dólares. bra27 Bono de deuda soberana de Brasil a 27 años cotizado en dólares. Bono de deuda soberana de Argentina a 5 años cotizado en dólares. arg05 arg09 Bono de deuda soberana de Argentina a 9 años cotizado en dólares. arg17 Bono de deuda soberana de Argentina a 17 años cotizado en dólares.

Tasa de rendimiento del bono del tesoro de los Estados Unidos a 30 años.

Bono de deuda soberana de Argentina a 27 anos cotizado en dólares.

#### Variables INEGI

Este es un subconjunto de variables extrínsecas que tienen la particularidad de que son reportadas por el Instituto Nacional de Geografía e Informática (INEGI), al momento sólo se tienen en la base de datos:

- INPC: índice nacional de precios al consumidor, reportado cada 15 días.
- Dinpc: el cambio del inpc del reporte anterior respecto del actual.

La idea de reservar este espacio de variables en la base de datos, es incluir más variables que pueden ser de interés y que reporta este el INEGI.

# ANEXO C: HEURÍSTICAS PARA EL MODELO DE REGRESIÓN

Aquí se muestra la configuración recomendada como base del modelo de regresión y direcciones de cómo modificar su comportamiento, junto con un ejemplo.

### Ejemplo base:

Bimbo a,

Entrenamiento de 10 del octubre de 2000, hasta el 12 de octubre de 2001.

Término: 70 registros, hasta el 18 de enero de 2002.

Precio inicial real: \$19.99

Precio final real: \$19.76

### Configuración base

Kernel: RBF

**y**: 10 exp (-7)

**C**: 100

Precios inicial y final estimados con la configuración base:

Precio inicial: \$20.09

Precio final: \$18.72

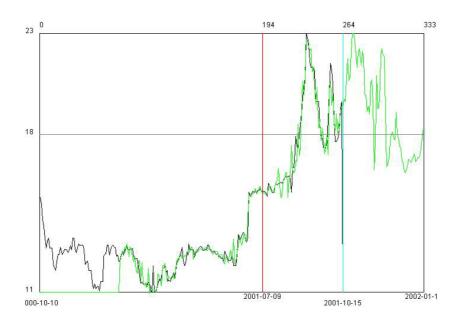


Figura 26: Gráfica de la regresión con la configuración base (original en color)

Para agregar componentes de alta frecuencia y amplitud, multiplicar **C** por un factor de exp -10; por ejemplo, a partir de la configuración base, la nueva **C** ahora va a ser de 10 exp (3):

Resultado: precios inicial y final estimados con la nueva configuración:

Precio inicial: \$20.00

Precio final: \$20.40

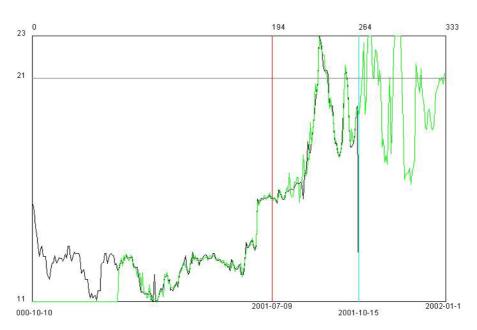


Figura 27: Gráfica de la regresión con C modificada por un factor exp (-10) (original en color).

Para quitar componentes de alta frecuencia y amplitud, disminuir C por un factor de exp 10; por ejemplo, a partir de la configuración base la nueva C ahora va a ser de 10 exp (1):

Resultado: precios inicial y final estimados con la nueva configuración:

Precio inicial: \$19.87

Precio final: \$17.42

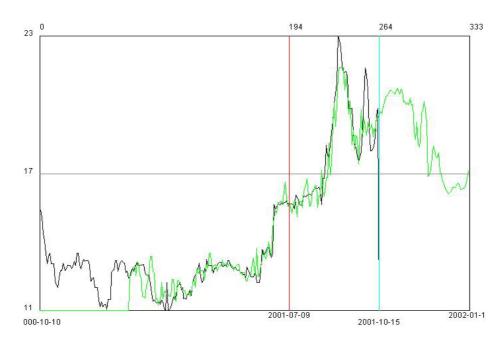


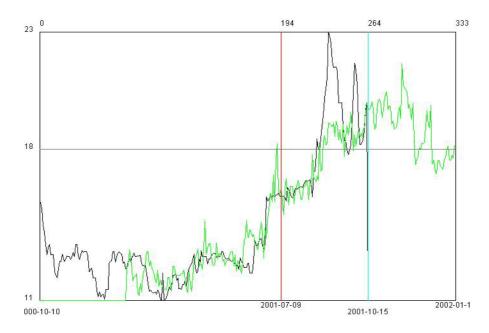
Figura 28: Gráfica de la regresión con C modificada por un factor exp (10) (original en color).

Si se quiere manipular el error durante las fases de entrenamiento y estimación, hay que modificar  $\gamma$ , para permitir un mayor error de estimación; por ejemplo, para modificar  $\gamma$  por un factor de exp (-10), a partir de la configuración base la nueva  $\gamma$  es de 10 exp (-7).

Resultado: precios inicial y final estimados con la nueva configuración:

Precio inicial: \$19.72

Precio final: \$18.19

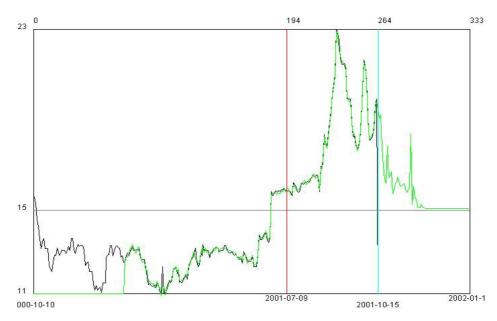


**Figura 29:** Gráfica de la regresión con  $\gamma$  modificada por un factor exp (-10) (original en color).

Para reducir el error durante las fases de entrenamiento y estimación, hay que modificar g por un factor de exp (10); por ejemplo, a partir de la configuración base, la nueva  $\gamma$  es de 10 exp (-5). Resultado: precios inicial y final estimados con la nueva configuración:

Precio inicial: \$19.17

Precio final: \$15.30



**Figura 30:** Gráfica de la regresión con  $\gamma$  modificada por un factor exp (10) (original en color).