

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY**

CAMPUS MONTERREY

**DIVISIÓN DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA**



**TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.**

“Localización de tiendas minoristas en ambientes competitivos”

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE**

**MAESTRO EN CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD**

**POR:
JORGE MARLON GAMA CABRERA**

MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE 2005

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE MONTERREY**

CAMPUS MONTERREY

**DIVISIÓN DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA**

Los miembros del Comité de tesis recomendamos que la presente tesis del Ing. Jorge Marlon Gama Cabrera sea aceptada como requisito parcial para obtener el grado académico de Maestro en Ciencias con especialidad en:

Sistemas de Calidad y Productividad

Comité de Tesis

Dr. Neale Ricardo Smith Cornejo
Asesor

Dr. Viatcheslav Vitalievitch Kalachnikov
Sinodal

Dr. José Manuel Sánchez García
Sinodal

Aprobado:

Federico Viramontes Brown, Ph.D.
Director del Programa de Graduados en
Ingeniería
Mayo 2004

Dedicatorias

A Dios por permitirme disfrutar de este instante llamado vida, brindándome además las herramientas necesarias para aprovecharlo al máximo y personas especiales para compartirlo.

A Silvia, Jorge y Juan por ser ejemplo con sus acciones, por confiar en mí durante todo este tiempo y por siempre recordarme que no estoy solo.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis Dr. Neale Smith por apoyarme de manera continúa en el desarrollo del presente trabajo de investigación.

Al Dr. Slava por sus valiosos consejos durante la creación de este trabajo.

Al Dr. José Manuel por las aportaciones hechas durante las etapas finales de está investigación.

A la Ing. Susana Lazo por su apoyo a lo largo de mis estudios de maestría.

A Felix, Rox, Aracely, Pablo, Rosa, y a todos los que me brindaron su ayuda en el presente trabajo.

A mis amigos porque forman parte de la inspiración que me ayuda a seguir adelante.

Índice

	Página
Dedicatorias	i
Agradecimientos	ii
Índice	iii
Capítulo 1. Contexto General	1
1.1 Introducción	1
1.2 Planteamiento del problema	2
1.3 Objetivos	3
1.4 Hipótesis	3
1.5 Justificación	3
1.6 Alcances	6
Capítulo 2. Artículo 1. Localización de tiendas minoristas considerando aspectos competitivos	
2.1 Introducción (art. 1)	7
2.2 Modelo (art. 1)	8
2.2.3 Método de solución (art. 1)	12
2.3 Conclusiones (art. 1)	16
2.4 Reconocimientos	16
2.5 Referencias	16
Capítulo 3. Artículo 2. Modelo matemático para la localización de tiendas minoristas en ambientes competitivos	
3.1 Introducción (art. 2)	17
3.2 Modelo (art. 2)	19
3.2.1 Descripción del problema	19
3.2.2 Modelo propuesto	20
3.2.3 Metodología de solución	24
3.2.3.1 Enumeración explícita	24
3.2.3.2 Heurístico	26
3.3 Resultados (art. 2)	30
3.3.1 Escenarios	30
3.3.2 Desempeño del heurístico propuesto	33
3.4 Conclusiones (art. 2)	39
3.5 Referencias (art. 2)	40

Capítulo 4. Conclusiones Generales	
4.1 Conclusiones	42
4.2 Recomendaciones	43
Capítulo 5. Referencias generales	44
Anexo 1. Programa en C++ para la enumeración Explícita	46
Anexo 2. Programa en C++ para el heurístico propuesto	58

Capítulo 1. Contexto General

1.1 Introducción

Las organizaciones actuales se enfrentan continuamente a cambios en el entorno, el cual se vuelve cada vez más competitivo, donde la globalización ha pasado de ser un concepto a ser una realidad (Chingping 2005). Es común ahora ver empresas internacionales competir por oportunidades de negocio locales. Esto provoca que la planeación estratégica ocupe un lugar cada vez más importante para las empresas. Dentro de las decisiones estratégicas a las que se enfrentan las organizaciones, están aquellas relacionadas con la localización de instalaciones. Este aspecto resulta fundamental ya que implica inversiones de largo plazo, impacta en numerosas operaciones e involucra además otras decisiones logísticas (Owen 1998). Al considerar esta planeación se hace evidente que no solo se deben considerar las condiciones actuales, sino que también se deben tomar en cuenta los posibles cambios en el entorno (Ghosh 1983). Es por ello que surge la inquietud de estudiar los problemas de localización, ya que estas decisiones ayudan a *dar forma, estructura y configuración al sistema completo de la cadena de suministros* (Ballou 2004).

En el presente trabajo de investigación se incluyen 2 artículos que tratan el tema de la localización de instalaciones, en particular, tiendas para empresas que se dedican a la venta de productos al usuario final. El primero de ellos se encuentra en proceso de publicación, mientras que para el segundo se está evaluando la posibilidad de enviarlo a una revista arbitrada. El tema de localización es sumamente amplio, y se puede abordar desde diferentes enfoques (Lindquist 2002). Uno de estos enfoques es aquel que considera la localización de instalaciones de forma discreta bajo competencia. Se estudiarán aquellos modelos que involucran decisiones estratégicas, y se hará uso de la teoría de juegos para plantear el conflicto de intereses que se presenta entre los participantes en la el área de estudio (Winston 2004). En estos modelos se estudia las repercusiones que las decisiones de determinada empresa tendrán en el entorno, y en general, las acciones que la competencia tomara para revertir cualquier efecto que le sea adverso (Fischer 2002). Para ello se considera que la toma de decisiones se realiza de manera secuencial. Se adoptará una aproximación desde el punto de vista de la industria privada, donde el objetivo de ambas empresas es maximizar sus ganancias, uno de los principales requisitos para poder usar los conceptos de teoría de juegos a la problemática propuesta (Watson 2004).

Para los modelos propuestos se dejara de lado el aspecto cualitativo de la toma de decisión de localización, y solo se tratará de modelar el aspecto cuantitativo de la misma. Se considerarán probabilidades de compra en base a la cercanía de las tiendas a los puntos de demanda, tal como se presenta en los modelos clásicos, donde la probabilidad que un individuo compre en una tienda particular es igual a la razón del atractivo de una tienda dada con respecto a la suma de los atractivos de todas las tiendas consideradas en el espacio de estudio (Berman 2003).

En los artículos presentados no se incluyen otros factores tales como el tamaño de la tienda, imagen, nivel de servicio, presencia previa de la compañía, etc; solo se considera el atractivo de la tienda en base a las distancias existentes entre los clientes y los puntos de venta. Se toman en cuenta los costos de operación y apertura de las nuevas tiendas, los costos unitarios de los productos, y además se toma en cuenta los costos de transporte que se originan al momento de trasladar los productos desde el almacén centralizado hasta las tiendas. En los primeros trabajos de localización presentados por autores tales como Thüenen, Weber, Palander y Hoover entre otros, se resalta la importancia de estos costos para determinar las ubicaciones óptimas, lo cual aún sigue siendo aplicable a los problemas reales a los cuales se enfrentan las compañías actuales (Ballou 2004).

1.2 Planteamiento del problema

En el presente trabajo se estudiarán los efectos de la toma de decisiones de localización para una empresa minorista considerando las repercusiones que dichas decisiones pueden tener en el entorno, esto es, anticipando las reacciones que los competidores pueden tomar. Para ello se limita el espacio de estudio a un plano en el espacio de dimensiones finitas, donde se tiene un número discreto de posibles ubicaciones para las nuevas tiendas. Esto se determino así ya que en las problemáticas reales muchas veces se cuenta con alternativas limitadas para la ubicación de nuevas tiendas (Hesse 1998). Se asume que en un lote disponible solo puede existir una nueva tienda. Además las distancias entre los puntos se calculan de manera lineal, ya sea entre los diversos lotes disponibles, los clientes (puntos de demanda) y las ubicaciones de almacenes.

Se considerará una capacidad de compra para los puntos de demanda, la cual puede ser diferente entre sí, pero constante a través de todo el período de estudio. Se estudiará el problema desde la perspectiva de una empresa en particular; a todos los demás competidores se les agrupará en una sola empresa, esto con el fin de aportar simplicidad a la problemática. Se asume que no existen acuerdos previos entre los competidores, por lo cual las opciones de ubicación de nuevas tiendas no estan limitadas para ninguno de los dos participantes, sino que por el

contrario cada uno buscará obtener la mayor participación de mercado de acuerdo al atractivo que ofrece cada ubicación para los distintos puntos de demanda. Este tipo de problemas son típicos de las compañías que venden productos al usuario final, y en particular de las cadenas que poseen tiendas llamadas de conveniencia, las cuales ofrecen productos no diferenciados a los clientes finales, y por ende su ventaja competitiva mayor se presenta en agregar valor al cliente al acercar dichos productos al consumidor (González 2005).

1.3 Objetivos

El objetivo general del presente trabajo de investigación es plantear un modelo para la localización de instalaciones en ambientes competitivos, el cual pueda ser aplicable a los procesos de toma de decisiones para empresas dedicadas a la venta de productos al usuario final. Los objetivos particulares son:

- Estudiar las interacciones que ocurren al momento de ubicar instalaciones considerando las acciones futuras emprendidas por la competencia
- Obtener un modelo matemático que considere los factores que afectan los procesos de toma de decisión para la ubicación de instalaciones en ambientes competitivos.
- Crear un heurístico tipo tabú search para la resolución del modelo matemático propuesto
- Establecer escenarios que ayuden a validar el heurístico propuesto

1.4 Hipótesis

Las decisiones de ubicación de instalaciones se ven afectadas por las condiciones de mercado predominantes. La presencia de competidores o la ausencia de los mismos juega un papel fundamental al momento de elegir la mejor opción para ubicar nuevas tiendas.

Las condiciones de mercado serán simuladas a través de la teoría de juegos, para de esta manera incluir situaciones tales como barreras de entrada a nuevos participantes e interacción entre los mismos.

1.5 Justificación

En años recientes ha cambiado la forma en que las organizaciones enfrentan sus problemas logísticos. Antes la principal preocupación era el flujo de materiales a través de los canales de distribución, mientras que ahora se tiene una orientación más sistémica, en donde son considerados los aspectos estratégicos,

de flujo de información y de administración. A este enfoque se le conoce como administración de la cadena de suministro, supply chain management (SCM) por sus siglas en inglés. Encontrar la localización adecuada de las tiendas, de los almacenes, las configuraciones de red óptimas, la estrategia de la cadena de suministro global, entre otros, son los principales problemas que se presentan al momento de hablar de SCM (McCormack 2003). Es, desde esta perspectiva general donde se observa la importancia que tiene el problema de localización para la cadena global, donde decisiones erradas de ubicación de nuevas instalaciones puede afectar la posición competitiva de la organización.

Las decisiones que involucran inversiones de largo plazo dentro de las empresas, muchas veces pueden afectar su desempeño competitivo, ya que limitan su flexibilidad en ese periodo de tiempo, al asignar recursos a determinado proyecto. En particular, las decisiones de localización de instalaciones requieren una inversión considerable para las empresas, la cual no es fácilmente reconfigurable. Al incrementar el número de tiendas en un mismo mercado se puede lograr una mayor participación de mercado (Colomé 2002), pero a su vez esto compromete los recursos de la organización. Además se debe notar que esto puede generar que la competencia haga movimientos en su configuración de tiendas, lo cual puede llevar a que se pierda el mercado recién ganado. Es por ello que las decisiones de localización involucran el aspecto estratégico de la organización (Hesse 1998).

Además de este aspecto, la localización usualmente repercute en altos costos para la empresa, ya sea de compra de terreno, acondicionamiento del mismo, construcción de servicios adicionales, y promoción en el área nueva, entre otros. Tomar este tipo de decisiones basados tan solo en la intuición puede llevar a un gasto innecesario para el negocio o incluso a afectar el desempeño global de la cadena de suministros (McCormack 2003). Es por ello que el uso de modelos para apoyar la toma de decisiones localización se está haciendo cada vez más común en diversas disciplinas, ya sean geógrafos, economistas, ingenieros industriales, analistas de distribución, entre otros (Hale 2003).

En particular, en el sector minorista uno de los principales valores añadidos es el acercamiento físico de productos y servicios desde el fabricante hasta el consumidor final. A esto se le suele llamar conveniencia espacial, la cual está reconocida en las principales teorías de canales de distribución (González 2005). Por ello el planteamiento de una adecuada estrategia de localización brinda un valor agregado a sus clientes; en la industria existe un aforismo ampliamente utilizado, el nos habla de que los principales ingredientes de éxito para un establecimiento minorista son 3: localización, localización y localización (Colomé 2002).

En este punto, lo que ocurre en México puede ayudarnos a entender la importancia de la localización de nuevas instalaciones. El mercado de tiendas de conveniencia se encuentra dominado por la cadena Comercial Oxxo propiedad de FEMSA, donde tan solo en 2004 abrieron 668 nuevas tiendas, reportando ventas por más de 2 billones de dólares (Reporte Anual FEMSA 2004). Para 2005 la cadena presenta cifras positivas, donde reportan un incremento en sus ventas de 23.2% durante los primeros nueve meses del año con relación al mismo periodo del 2004, sumando \$20,762 millones de pesos en ventas netas. Otros participantes que compiten por el mismo mercado son 7 eleven propiedad de Grupo Chapa, Super City propiedad de organización Soriana y tiendas Extra propiedad de Grupo Modelo. Tiendas extra espera un crecimiento de 43% en sus puntos de venta, pasando de 700 en 2004, a poco más de mil tiendas para 2005. De manera global se estima que en 2004 operaban cerca de 5,770 tiendas de conveniencia en México, donde Oxxo controlaba cerca del 60% de estas tiendas (Bárceñas 2005).

Por su parte grupo Chapa espera abrir un total de 100 nuevas tiendas durante el siguiente año, llegando a operar cerca de 600 tiendas en total, lo cual representa una tasa de crecimiento del 15 al 20% anual. Esto es un crecimiento importante, si consideramos que la empresa tardó cerca de 12 años para abrir sus primeras 100 tiendas (Olvera 2005). Para ejemplificar como compite esta empresa frente al líder del segmento, debemos concentrarnos en un área geográfica determinada. Para ello podemos observar la situación que se presenta en Guadalajara, México, donde se observa que algunas veces se ubican tiendas una al lado de la otra. Se estima que Oxxo opera cerca de 200 tiendas en esa ciudad, mientras que grupo Chapa cuenta con cerca de 55 tiendas, planeando abrir 19 más en el transcurso del año para tratar de competir por un mercado que *Martin Lopez Enriquez, director de operaciones de la empresa, considera como una de las ciudades mas importantes para el corporativo, debido a sus características demográficas y su alto índice de actividad comercial y turística* (Velazco 2005).

Así observamos la dura competencia que vive en la actualidad el mercado nacional de las tiendas de conveniencia, lo cual pone de manifiesto lo necesario que se torna el trazar una adecuada planeación de las estrategias de crecimiento para las empresas, ya que si consideramos que abrir una nueva tienda cuesta alrededor de 1.5 a 2.3 millones de pesos (Olvera 2005), este tipo de decisiones son de suma importancia para la empresa, ya que como lo reporta la empresa líder del segmento “para Oxxo la precisión empieza con las ubicaciones optimas” (Reporte Anual 2004).

1.6 Alcances

- Debido a la complejidad de los problemas de localización solo se estudiarán aquellos relacionados con la mejor estrategia para localizar instalaciones cuando estamos en presencia de un juego bi-nivel
- Los datos usados en el presente trabajo solo son usados con el fin de probar la efectividad del mismo, sin en ningún momento tratar de describir un mercado real.
- Se toman en cuenta diversas simplificaciones de la realidad para simplificar el modelo propuesto.
- No se consideran factores como el tamaño de las tiendas, su atractivo hacia el consumidor final, u otros de tipo cualitativo a lo largo del presente trabajo.
- Es importante considerar los posibles efectos de las simplificaciones propuestas a la luz de una problemática real

Localización de tiendas minoristas considerando aspectos competitivos

Jorge Marlon Gama Cabrera¹

¹Centro de Calidad y Manufactura, Campus Monterrey

¹A00789208@itesm.mx

Abstract. La localización de instalaciones representa una decisión importante para la estrategia de cualquier empresa. El resultado de este tipo de decisiones se ve influenciado por las acciones que realizan los competidores, aun y cuando en la mayoría de las ocasiones dichas interacciones no son consideradas. En este resumen se presenta un modelo bi-nivel que toma en cuenta las posibles interacciones que tendrán lugar cuando una empresa se decide a adoptar una estrategia de ubicación de instalaciones, considerando que dicha estrategia generara una respuesta por parte de los competidores.

1 Introducción

Típicamente las decisiones que implican una planeación estratégica a largo plazo incluyen la ubicación de instalaciones. Para que estas estrategias sean exitosas es necesario considerar no solo las condiciones actuales, sino además posibles cambios futuros, tal como acciones tomadas por los competidores para mejorar su posición competitiva (Ghosh 1983). Se debe notar también que las decisiones de localización muchas veces implican inversiones considerables para las empresas, además de que comprometen la viabilidad de las operaciones en ciertas áreas geográficas (Owen 1998).

Usualmente los tomadores de decisión se basan en reportes de mercadotecnia, en análisis demográficos o en otros instrumentos similares para la elección de los sitios adecuados para las nuevas instalaciones. Estos instrumentos frecuentemente reflejan un estado pasado de la situación, por lo que muchas veces no representan la realidad de manera precisa. Los factores que se consideran en estas herramientas son tan variados como: tamaño, imagen, nivel de servicio, presencia de la compañía, distancia hacia puntos de demanda, flujos vehiculares, etc. Todos estos factores implican una gran cantidad de información para el tomador de decisión.

En este trabajo se utilizaran 4 factores principales para la localización de las nuevas instalaciones: clientes que ya están localizados, instalaciones presentes y futuras, un espacio de estudio donde clientes e instalaciones están ubicados, y las distancias entre ambos conjuntos; este enfoque es típico en problemas de

localización (ReVelle 2005). Se considerara asimismo que la selección de las ubicaciones es secuencial, es decir, una vez que una empresa escogió una estrategia de localización, la competencia puede decidir la respuesta que mejor le convenga a sus intereses (Fischer 2002). Se considerará una probabilidad de que un cliente en particular, considerados dentro de los puntos de demanda, compre en un sitio en función de la distancia entre dicho punto y la ubicación seleccionada. Esta aproximación ha sido utilizada por otros autores (Berman 2003), ya que es posible adaptarla para incluir otros factores que se consideren importantes para el tomador de decisión. Así se tiene un modelo muy similar al presentado por (Gosh 1983), solo que en lugar de buscar un equilibrio de Nash, estamos buscando un equilibrio de Stackleberg donde se tiene dos empresas que actúan de manera secuencial, y una hace el papel de líder mientras la otra hace el de seguidor.

2 Modelo Bi-nivel

2.1 Descripción del problema

Al momento de tomar decisiones sobre ubicación muchas veces es necesario hacer simplificaciones de la realidad del problema, para de esta manera lograr una mejor comprensión del mismo. En particular se estudiaran los efectos de la toma de decisiones para una empresa minorista, donde se limita el espacio de estudio a un plano en el espacio. Se tomaran distancias lineales entre los diversos puntos, clientes y ubicaciones de instalaciones.

El problema se tratara de manera discreta, ya que solo se consideraran un número limitado de ubicaciones posibles (lotes disponibles), sin considerar todo el espectro de posibilidades que ofrece el plano. Se estimara una capacidad de compra para los puntos de demanda, la cual puede ser diferente entre sí. Además se considera que no existen acuerdos previos entre los competidores que limiten las opciones que tiene cada uno para ubicar sus nuevas tiendas, sino que por el contrario cada uno buscara obtener la mayor participación de mercado de acuerdo al atractivo que ofrece cada ubicación para los distintos puntos de demanda.

2.2 Modelo

Se considera una empresa minorista que llamaremos A, la cual esta considerando la apertura de nuevas tiendas en un espacio geográfico determinado. Existe un número discreto de K de posibles ubicaciones para las nuevas tiendas, las cuales pueden ser ocupadas por la firma A o por sus competidores, los cuales agruparemos en una sola empresa que llamaremos B,

esto con el fin de aportar simplicidad al modelo. Además se cuenta con número finito de puntos de demanda i los cuales son miembros del conjunto I . Cada punto tiene nivel de poder adquisitivo C_i .

Se desea establecer el número de tiendas óptimo a abrir, así como las mejores ubicaciones para dichas tiendas, considerando la posible respuesta de su competidor, el cual puede ocupar los lugares no seleccionados por A, afectando de esta manera el escenario considerado originalmente por la empresa, y en consecuencia cambiando el resultado de la decisión previamente considerada por la empresa A. Para cada lote disponible se proponen los mismos costos, tanto de apertura como de operación. A lo largo del modelo se utilizarán los siguientes parámetros:

- i : índice de los I posibles puntos de demanda
- j : índice de las K posibles ubicaciones para las tiendas
- d_{ij} : distancia lineal entre el punto de demanda i y la posible ubicación j
- C_i : poder adquisitivo en el punto de demanda i
- P_{ij}^A : probabilidad para la empresa A de que el cliente i compre en la tienda j
- P_{ij}^B : probabilidad para la empresa B de que el cliente i compre en la tienda j
- d_{Aj} : distancia lineal entre el almacén de A y la posible ubicación j
- d_{Bj} : distancia lineal entre el almacén de B y la posible ubicación j
- U : contribución unitaria de venta del producto (\$/unidad)
- F : costo fijo por abrir una nueva tienda (\$)
- M^A : Número de tiendas adicionales que abrirá A
- M^B : Número de tiendas adicionales que abrirá B
- k' : máximo índice de tiendas ocupadas por B (de 1 a k' pertenecen a B)
- k'' : máximo índice de tiendas ocupadas por A (de $k'+1$ a k'' pertenecen a A)
- K : número total de lotes disponibles

Para el modelo se usara una adaptación del modelo propuesto por Huff (incluido en Ghosh 1983) para seleccionar las mejores ubicaciones para las empresas A y B, considerando un modelo bi-nivel, donde se considera que la empresa A es el líder y la B es el seguidor. Para ello se cuenta con las siguientes variables de decisión:

- X_j : igual a 1 si la empresa A se decide a abrir una tienda en la ubicación j , o 0 si se decide no abrir la tienda en dicha ubicación.
- Y_j : igual a 1 si la empresa B se decide a abrir la tienda en la ubicación j , o 0 si se decide no abrir la tienda en dicha ubicación.

Así tenemos la siguiente formulación matemática:

$$\max\{\varphi_p(X) \mid X \text{ factibles}\}$$

donde

$$\varphi_p(X) = \min\{F_A(X, Y) \mid Y \in \Psi(X)\};$$

aquí

$$\Psi(X) = \text{Arg max}_Y \{F_B(X, Y) \mid Y \text{ factibles}\}.$$

El problema superior, $\max_{X,Y} F_A(X, Y)$, se define como:

$$\max_{X,Y} F_A(X, Y) = U \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^A X_j - F \sum_{j=k'+1}^K X_j \quad (1)$$

s.a.

$$P_{ij}^A = \begin{cases} \frac{X_j}{d_{ij}} & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} > 0 \\ \frac{\sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\}}{d_{ig}} & \\ 0 & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} = 0 \end{cases} \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_{j=k'+1}^K X_j \leq M^A \quad (3)$$

$$X_j, Y_j = 0 \quad \forall j \quad (4)$$

$$X_j = 1 \quad \text{para } j = k'+1, \dots, k'' \quad (5)$$

$$Y_j = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, k' \quad (6)$$

$$X_j = \{0,1\} \quad \forall j \quad (7)$$

$$\sum_{j=k''+1}^K Y_j \leq M^B \quad (8)$$

$$Y_j = \{0,1\} \quad \forall j \quad (9)$$

El problema inferior, $\max_Y F_B(X, Y)$, se define como:

$$\max_Y F_B(X, Y) = U \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^B Y_j - F \sum_{j=k''+1}^K Y_j \quad (10)$$

s.a.

$$P_{ij}^B = \begin{cases} \frac{\frac{Y_j}{d_{ij}}}{\sum_{g=1}^K \frac{\max\{X_g, Y_g\}}{d_{ig}}} & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} > 0 \\ 0 & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} = 0 \end{cases} \quad \forall i, j \quad (11)$$

incluyendo también las restricciones (3), (4), (5), (6), (7), (8), y (9) del problema superior.

La función objetivo (1) del problema principal maximiza las ganancias esperadas por la empresa A, considerando las tiendas que puede poseer la compañía, ya sean actuales o nuevas (X_j) y las tiendas que puede tener la competencia (Y_j) en el mismo espacio geográfico de estudio. Así, vemos que tenemos la contribución de las ventas totales esperadas (definido por el poder adquisitivo de los clientes (C) y la probabilidad de que compren en cierta ubicación

(P_{ij})), menos el gasto que representa abrir la nueva tienda y su operación (F). La primera restricción del problema superior (2) nos indica cual es la probabilidad de que un cliente ubicado en la posición i , compre a una tienda propiedad de la empresa A ubicada en la posición j .

Esta probabilidad es una función del número de tiendas que la empresa A posee actualmente, las que se decidirá abrir (considerando su localización), las tiendas que posee la empresa B además de las que dicha empresa piensa abrir, todo dentro del espacio de estudio. En (3) vemos el número total de tiendas adicionales que va a incluir la empresa A. La ecuación (4) nos limita que un lote disponible solo puede ser ocupado por una empresa, ya sea por una tienda propiedad de A, o una tienda propiedad de B.

La siguiente restricción (5) nos representa las tiendas actualmente propiedad de la empresa A, mientras que la ecuación (6) nos indica las tiendas que B posee actualmente. Además en (7) se establece que X_j es una variable binaria. La ecuación (8) nos proporciona el número total de tiendas adicionales que tiene contemplado abrir la empresa B. La empresa B tiene la posibilidad de abrir tiendas en los lotes disponibles, como se observa al considerar Y_j como una variable binaria, tal como lo marca la ecuación (9).

El problema inferior (10) queda establecido como la función objetivo para la empresa B, la cual es muy similar a la establecida para la empresa A, solo que en este caso se debe optimizar únicamente sobre la variable Y_j , y el conjunto de opciones disponibles para dicha empresa se encuentra supeditado a las opciones previamente escogidas por la empresa A. La ecuación (11) nos representa la primera restricción para el problema secundario, indicándonos cual es la probabilidad de que un cliente ubicado en la posición i , compre a una tienda propiedad de la empresa B ubicada en la posición j . Esta probabilidad es una función del número de tiendas que la empresa A posee actualmente, las que decidió abrir, las tiendas que posee la empresa B actualmente y las tiendas que dicha empresa piensa abrir, todo considerado en el espacio de estudio. Además se deben reconsiderar en este nuevo problema las restricciones (4), (6), (8), (9) y (10) del problema original, ya que estas influyen en los valores que puede tomar la variable Y_j .

2.3 Método de solución

Al buscar las mejores formas de resolver el problema propuesto, se optó por en primera instancia buscar una solución mediante enumeración explícita, ya que de esta manera se garantiza obtener la mejor solución para el problema propuesto. En este punto solo se consideran problemas de un tamaño pequeño y moderado,

donde los tiempos de cómputo sean razonables. Para problemas donde el número de opciones crece de manera significativa se hace necesario el uso de algún procedimiento heurístico.

Se plantea un escenario simple (véase la figura 1) para observar de mejor manera las implicaciones de considerar la competencia en los problemas de localización: se cuenta con 2 puntos de demanda identificados con el mismo poder adquisitivo, 7 ubicaciones disponibles para nuevas tiendas, donde la empresa A tiene ubicada 1 tienda en el espacio de estudio. Se plantea la problemática de si abrir o no una nueva tienda, y de hacerlo, en que ubicación de las disponibles se realizaría. Se considera para simplicidad del ejemplo, que la competencia solo abrirá una sola tienda, y que la propia compañía A solo puede abrir una nueva tienda. Así se comparan los resultados obtenidos cuando se considera la competencia y cuando no se toma en cuenta este factor. En la figura 1 se observa esquemáticamente el problema propuesto, donde se ve que los puntos representan los puntos de demanda existentes, los triángulos nos indica las ubicaciones disponibles para nuevas tiendas, y las líneas cruzadas nos indican la ubicación de la tienda A existente. Las coordenadas de la tienda existente de A, los lotes disponibles y los clientes se documentan en la tabla 1.

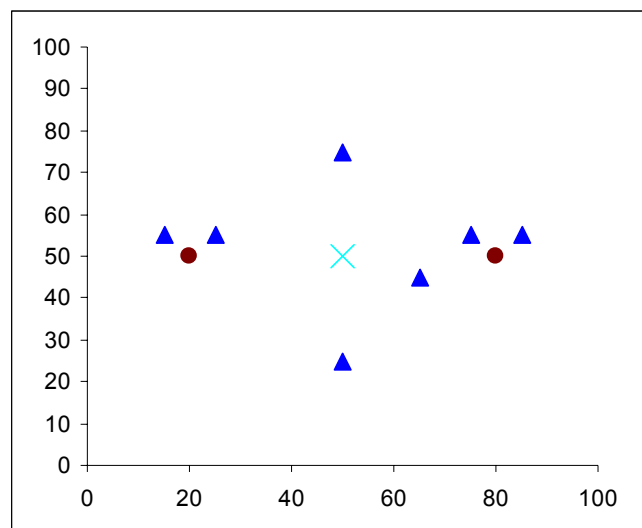


Fig. 1. Esquema del escenario propuesto

Es importante hacer mención que se considera que la competencia (descrita por medio de la empresa B) toma sus decisiones de localización de manera razonable y siempre con el mismo criterio. Así una vez que la empresa A elige

una ubicación para las nuevas tiendas, la empresa B siempre elige la opción que le brinda una mayor participación de mercado. Este criterio es importante, ya que la aplicación del modelo propuesto puede verse afectada si esta condición no se cumple. Los resultados para una combinación particular de costos de apertura y precio unitario del producto aparecen en la tabla 2, donde se muestra como cambia la ganancia obtenida por la empresa B. La primera columna nos marca la ubicación seleccionada por la empresa A para abrir nuevas tiendas, donde si encontramos 0 significa que no se abra ninguna nueva tienda. La primera fila nos indica la ubicación seleccionada por la empresa B para abrir su nueva tienda. Así los puntos intermedios nos marcan la ganancia esperada por B dada una combinación de las decisiones de ambas empresas.

	X	Y
Lote disponible 1	25	55
Lote disponible 2	85	55
Lote disponible 3	50	75
Lote disponible 4	50	25
Lote disponible 5	65	45
Lote disponible 6	15	55
Lote disponible 7	75	55
Tienda A	50	50
Puntos de demanda 1	20	50
Puntos de demanda 2	80	50

Tabla 1. Ubicaciones marcadas en el escenario propuesto

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	9,113	8,744	6,189	6,189	8,034	8,744	9,113
1	0	NV	5,640	2,102	2,102	4,137	4,270	5,772
2	0	5,878	NV	2,225	2,225	3,279	5,746	4,684
3	0	6,908	6,623	NV	3,557	5,402	6,623	6,908
4	0	6,908	6,623	3,557	NV	5,402	6,623	6,908
5	0	6,263	5,610	2,756	2,756	NV	6,055	5,905
6	0	4,684	5,746	2,225	2,225	4,273	NV	5,878
7	0	5,772	4,270	2,102	2,102	3,161	5,640	NV

Tabla 2. Ganancias esperadas para la empresa B

Se observa que si la empresa B se decide a no abrir ninguna tienda en el espacio de estudio, no obtendrá ninguna participación de mercado. Por ello asumiremos que la empresa desea participar en dicho mercado. Si la empresa considera que la otra compañía, es decir A, no abrirá ninguna tienda nueva, entonces las mejores alternativas para ubicarse son los lotes disponibles 1 y 7, los

cuales nos ofrecen la misma ganancia esperada, la cual es mayor que para cualquiera de las otras opciones. Para cada decisión de la empresa A, se encuentra la mejor alternativa para la empresa B. En la tabla 3 se muestra la ganancia obtenida por la empresa A, donde los puntos marcados en color oscuro representan las elecciones lógicas de la competencia (empresa B).

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	20,000	8,387	8,756	11,311	11,311	9,466	8,756	8,387
1	17,500	NV	9,360	12,898	12,898	10,863	10,730	9,228
2	17,500	9,122	NV	12,775	12,775	11,721	9,254	10,316
3	17,500	8,092	8,377	NV	11,443	9,598	8,377	8,092
4	17,500	8,092	8,377	11,443	NV	9,598	8,377	8,092
5	17,500	8,737	9,390	12,244	12,244	NV	8,945	9,095
6	17,500	10,316	9,254	12,775	12,775	10,727	NV	9,122
7	17,500	9,228	10,730	12,898	12,898	11,839	9,360	NV

Tabla 1. Ganancia esperada para la empresa A

A partir de estos resultados vemos que si se considera que la competencia no tiene planeado abrir ninguna tienda en el espacio de estudio considerado, la mejor opción es no abrir ninguna nueva tienda, ya que actualmente se cuenta con toda la participación de mercado, ya que no existe competencia en esta zona. Si consideramos que la competencia planea incursionar en este mercado, entonces debemos elegir una respuesta que garantice la mejor participación de mercado posible, sin importar la acción elegida por la competencia. Este punto se obtiene trasladando las opciones de B, a la tabla de ganancia de la empresa A. De ahí se selecciona aquel que nos brinde la mayor ganancia esperada, con lo cual se garantiza que sin importar la elección de la empresa B, la empresa obtendrá la mayor participación de mercado dada la configuración de lotes disponibles y puntos de demanda observados. Así, para el esquema propuesto se observa que la mejor elección para la empresa A es escoger ya sea el lote 1 o 7.

Cabe mencionar que las decisiones tomadas considerando el efecto de la competencia son marcadamente diferentes de las decisiones que se tomarían usando el método de localización en el centroide de la demanda. Por ejemplo, si la empresa B localizara su tienda lo más cerca posible del centroide de la demanda, suponiendo que la empresa A tiene sólo la tienda central (en el punto marcado con la X), seleccionaría el lote número 5. Con esta elección lograría una utilidad de 8,034. Sin embargo, tomando en cuenta la competencia, seleccionaría el lote número 1 o 7, logrando una utilidad de 9,113. Este ejemplo demuestra que bajo competencia, el método del centroide no es el más adecuado y puede resultar en decisiones equivocadas.

3 Conclusiones

A través de ejemplos sencillos muchas veces es más fácil observar los alcances de los modelos. En este caso en particular, vemos que a partir de un escenario sencillo, podemos entender como funcionan las interacciones que se dan durante la ubicación de instalaciones bajo competencia. Se aprecia que los resultados obtenidos cuando no se considera el impacto de competencia presente o futura, son inferiores a los que se alcanzan al considerar las implicaciones de la entrada de nuevas empresas a mercados dominados por una sola compañía. Es claro que el modelo puede ser aplicado a problemáticas más complejas, donde las interacciones son más difíciles de apreciar. Tal es el caso cuando se observan puntos de demanda con diferente poder adquisitivo, un número mayor de puntos de demanda, más opciones de lotes disponibles, y diferente número de tiendas ya existentes para las empresas. Cuando los factores que afectan la decisión de localización son tan variados, se hace necesario contar con herramientas que ayuden a elegir la mejor alternativa, ya que elegir opciones que no son óptimas puede hacer perder participación de mercado a las empresas.

4 Reconocimientos

Se agradece a la cátedra de investigación Mty-Manufactura por apoyar esta investigación.

5 Referencias

1. Berman, O., Drezner, Z., Wesolowsky, O.: Locating service facilities whose reliability is distance dependent, *Computers & Operations Research* 30 (2003) 1683-1695
2. Fischer, K.: Sequential discrete p-facility models for competitive location planning, *Annals of Operations Research* (2002) 253-270
3. Ghosh, A., Craig, S.: Formulating Retail Location Strategy in a Changing Environment, *Journal of Marketing*, Vol 47, No 3 (1983) 56-80
4. Owen, S., Daskin, M.: Strategic facility location: A review. *European Journal of Operation Research* 111 (1998) 423-447
5. ReVelle, C., Eiselt, H.: Location analysis: A synthesis and survey, *European Journal of Operational Research* (2005) 1-19

Modelo matemático para la localización de tiendas minoristas en ambientes competitivos

Jorge Marlon Gama Cabrera¹

¹Centro de Calidad y Manufactura, Campus Monterrey

¹A00789208@itesm.mx

Resumen. El presente trabajo de investigación muestra un modelo para la localización de tiendas minoristas, donde se consideran como factores principales la distancia entre los puntos de venta y los clientes, además de las interacciones que ocurren entre los competidores. Se desarrollan esquemas donde se encuentra todos los puntos de equilibrio de Stackelberg, para así determinar el punto óptimo para ubicar las instalaciones; posteriormente se usa un algoritmo de resolución basado en el heurístico tabu search para obtener el punto óptimo para problemas que involucren un número considerable de puntos factibles para ubicar las nuevas instalaciones.

1 Introducción

Los ambientes de negocios actuales se caracterizan por una alta globalización, donde es común observar que firmas de diversos países participen en un mismo mercado. Esto propicia una alta competencia entre los participantes, lo cual hace que los estándares de servicio sean cada vez más elevados, que los precios sean cada vez más competitivos, y que se busque la mejor manera de manejar presupuestos (Chingping 2005). En este último punto, es importante considerar las decisiones que implican inversiones de largo plazo para las empresas, ya que esto puede influir en las operaciones presentes y futuras de la organización (Hesse 1998). Dentro de estas decisiones encontramos aquellas relacionadas con la localización de instalaciones. Existe en la literatura un gran número de investigaciones en este campo, ya sea desde el punto de vista meramente geográfico, matemático o incluso desde el aspecto de la administración de negocios (Lindquist 2002). La gran variedad de campos de investigación que forman parte de la localización de instalaciones nos da indicios de lo amplia que es la problemática, es por ello que es preciso definir adecuadamente el acercamiento que se requiere para una situación particular.

En algunas ocasiones será suficiente con una aproximación cualitativa de la toma de decisión de localización, donde factores como infraestructura carretera, mano de obra calificada, disponibilidad de la tierra, cercanía a mercados importantes, proximidad a las materias primas, consideraciones del clima de la localidad, impuestos y consideraciones legales, aspectos sociales y proximidad con otros negocios (Sule 2001). Estos factores se consideran de manera

subjetiva, donde se les asigna un peso específico según el tipo de negocio de que se trate, y se le asigna una calificación a cada factor, la cual es determinada por los tomadores de decisión. Es así como, con una metodología simple, se elige el mejor punto para ubicar una nueva instalación.

También se pueden tratar estos problemas desde el punto de vista cuantitativo, donde se realizan análisis más profundos, se formulan modelos matemáticos que describen la problemática, y se decide en base a los resultados que los mismos arrojan los puntos óptimos para ubicar las nuevas instalaciones (Ballou 2004). Estos modelos pueden diferir en su función objetivo, en la forma de medir las distancias, en el número y tamaño de las instalaciones a localizar y en el espacio de análisis considerado, entre otras cosas. Todas las posibles combinaciones de estos factores dan lugar a una gran variedad de modelos de localización de instalaciones (Hale 2003).

Existen diversas clasificaciones de estos modelos, de las cuales podemos mencionar aquellas que tienen relación con la forma en que se asignan los lotes disponibles en el área de estudio, lo cual se puede hacer de manera continua, de manera discreta y en redes. Estos modelos a su vez se pueden subdividir en modelos que consideran demandas fijas para un período de planeación y aquellos que manejan esta variable de manera estocástica. Es típico que para problemas de localización continuos, que en muchas ocasiones son tratados en planos, la solución se obtenga por medio de problemas de optimización no lineales. Por otra parte, se ha observado que los problemas discretos muchas veces resultan en problemas enteros o problemas combinatorios (ReVelle 2004). También se presentan clasificaciones de modelos basadas en la forma de estimar la participación de mercado para los problemas de localización, en particular Drezner (1998) presenta un resumen de algunas de las más importantes. Otra de las clasificaciones más populares es aquella relacionada con el objetivo general, es decir, si se busca cubrir el área máxima con un cierto número de instalaciones, si se tienen modelos basados en la preferencia de los consumidores, modelos de franquicias, modelos que tratan de disminuir la distancia entre clientes e instalaciones (p -media), y aquellos que involucran una probabilidad de compra en base a las distancias y otros factores (p -choice), por mencionar algunas (Colomé 2002).

En el presente trabajo nos enfocaremos a los modelos de localización de instalaciones enfocados a tiendas minoristas, y más específicamente a aquellos modelos que incluyen aspectos competitivos en su resolución. Una de las primeras aproximaciones a este tipo de problemas fue hecha por Hotelling donde propuso la competencia de dos compañías (dúopolio) en una línea recta, las cuales competían en base a posición en la línea y en base a precios (Revelle

2005). Dicho modelo planteaba que ambos competidores tomaban las decisiones de precio y ubicación al mismo tiempo. Existen otros modelos que proponen que dichas decisiones se realizan de manera secuencial (Revelle 2005). En ambos tipos de modelos el factor competencia puede ser incluido por medio de la teoría de juegos. La suposición principal detrás de esta aproximación es que los competidores se comportarán de manera razonable, es decir, que se realizarán sus decisiones de acuerdo a ciertos patrones previamente establecidos (Watson 2002).

Típicamente se manejan modelos de dos competidores, donde se plantean juegos no cooperativos, donde los participantes no pueden tener acuerdos previos. Además se establece la forma en que los jugadores toman sus decisiones, ya sea al mismo tiempo, o si por el contrario, se tiene un orden preasignado para ello, donde uno hace el papel de líder, y el otro el papel del seguidor (Osborne 2004). Cada jugador tiene un conjunto de acciones posibles, y buscará maximizar sus utilidades con alguna de dichas acciones, pero anticipando la respuesta del otro jugador (Winston 2004). Estos modelos capturan las interacciones entre los jugadores, permitiendo que cada jugador se vea afectado por las acciones de los otros jugadores, no solo por sus propias acciones. Algunos autores (Ghosh 1983, Revelle 2005, García 2003) presentan aplicaciones de conceptos usados en teoría de juegos al establecimiento de estrategias de localización considerando no solo las condiciones actuales, sino además los posibles cambios que se espera sucedan en el entorno.

2 Modelo

A continuación se presenta una breve descripción de la problemática analizada, donde se plantea la toma de decisiones de localización para una empresa dedicada a la venta de productos al consumidor final, tal como tiendas de conveniencia, farmacias, etc. Asimismo se presenta un modelo matemático para facilitar la toma de dicha decisión.

2.1 Descripción del problema

Se estudiará la localización de tiendas minoristas en un espacio geográfico determinado. Para ello se considera una empresa de estudio, a la cual llamaremos A, la cual puede o no tener presencia en el área de estudio. Se considera asimismo que la competencia está representada por una empresa que llamaremos B. Para cada posible acción de la empresa A (apertura de nuevas tiendas) se anticipa una posible respuesta por parte de la competencia. Para poder enfrentar esta problemática, se proponen algunas simplificaciones de la realidad. Tanto para la empresa A, como para su competencia solo será posible seleccionar puntos

discretos dentro del plano para ubicar nuevas tiendas, los cuales son determinados con anterioridad. Dichos puntos pueden ser ocupados por la empresa A o por la competencia, la cual esta representada en una sola empresa denominada B. Se consideran distancias lineales entre los lotes disponibles, y se toman en cuenta puntos de demanda identificados en el área de estudio.

Estos puntos de demandan están asociadas a aglomeraciones de población, tales como edificios de departamentos, escuelas, hospitales, etc. Estos puntos de demanda tienen una capacidad de compra preestablecida para el período de estudio, la cual es determinada en base a su tamaño. Los precios de los productos se fijan de manera previa, así como los costos de transporte y los costos de apertura de nuevas tiendas, los cuales son iguales para ambas compañías. Se establece que tanto la firma A, como la firma B buscan maximizar sus ganancias, y que dichas compañías no tienen acuerdos previos que limiten las posibilidades de ubicar nuevas tiendas.

Con el fin de lograr generalidad para el modelo propuesto, por el momento no se incluyen factores de tipo cualitativo para las tiendas tales como tamaño, capacidad de estacionamiento, número de productos, etc; estos factores pueden ser incluidos por medio de modelos tipo MCI (Multiplicative Competitive Interaction). Se debe mencionar que se tiene que tener cuidado al establecer los factores clave, ya que estos son muy particulares para cada industria. Por ello el modelo propuesto solo considera la distancia entre las tiendas, los lotes disponibles y los puntos de demanda para la selección de la estrategia óptima de localización.

2.2 Modelo propuesto

Se asume que la empresa A esta considerando la apertura de nuevas tiendas en el área geográfica de estudio. Existe un número discreto K de posibles ubicaciones para las nuevas tiendas, las cuales pueden ser ocupadas por la firma A o por sus competidores; entre dichas ubicaciones se establecen distancias lineales. Para ello la compañía buscará maximizar la ganancia obtenida en el proceso, pero debe considerar las acciones que la competencia tomará en base sus decisiones de localización. Por tal motivo se plantea un modelo bi-nivel para estudiar la decisión óptima para la empresa A, donde se considera que está empresa hace el papel de líder, y la competencia hace el papel de seguidor.

El área de estudio cuenta con número finito de puntos de demanda i los cuales son miembros del conjunto I , cada uno de los cuales tiene un nivel de poder adquisitivo C_i , el cual se preestablece para todo el periodo de estudio. Se cuenta con costos de apertura de una nueva tienda, así como con costos de operación para las tiendas los cuales se denominan F .

Se plantea un producto ficticio con un costo unitario U , el cual engloba de manera general los productos ofertados en las tiendas. Se asume además que todos los productos son surtidos a las tiendas por un almacén centralizado con un costo por producto de T . Se considera que todas las compañías que compiten en el área de estudio comparten los mismos costos de apertura, de manejo, costos unitarios y costos de transporte. Además se definen las siguientes variables, las cuales serán utilizadas a lo largo de todo el modelo:

- i : índice de los I posibles puntos de demanda
- j : índice de las K posibles ubicaciones para las tiendas
- d_{ij} : distancia lineal entre el punto de demanda i y la posible ubicación j
- C_i : poder adquisitivo en el punto de demanda i
- P_{ij}^A : probabilidad para la empresa A de que el cliente i compre en la tienda j
- P_{ij}^B : probabilidad para la empresa B de que el cliente i compre en la tienda j
- d_{Aj} : distancia lineal entre el almacén de A y la posible ubicación j
- d_{Bj} : distancia lineal entre el almacén de B y la posible ubicación j
- U : contribución unitaria de venta del producto (\$/unidad)
- T : costo de transportar el producto del almacén al punto de venta [\$(/km-unidad)]
- F : costo fijo por abrir una tienda (\$)
- M^A : Número de tiendas adicionales que abrirá A
- M^B : Número de tiendas adicionales que abrirá B
- k' : máximo índice de tiendas ocupadas por B (de 1 a k' son de B)
- k'' : máximo índice de tiendas ocupadas por A (de $k'+1$ a k'' son de A)
- K : número total de lotes para ubicar tiendas (las opciones para nuevas tiendas de $k''+1$ a K)

Se cuenta con las siguientes variables de decisión:

- X_j : igual a 1 si la empresa A se decide a abrir una tienda en la ubicación j , o 0 si se decide no abrir la tienda en dicha ubicación.
- Y_j : igual a 1 si la empresa B se decide a abrir la tienda en la ubicación j , o 0 si se decide no abrir la tienda en dicha ubicación.

Así tenemos la siguiente formulación matemática:

El problema superior, $\max_{X,Y} F_A(X,Y)$, se define como:

$$\max_{X,Y} F_A(X,Y) = U \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^A X_j - T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^A X_j d_{Aj} - F \sum_{j=k''+1}^K X_j \quad (1)$$

s.a.

$$P_{ij}^A = \begin{cases} \frac{X_j}{d_{ij}} & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} > 0 \\ \sum_{g=1}^K \frac{\max\{X_g, Y_g\}}{d_{ig}} & \\ 0 & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} = 0 \end{cases} \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_{j=k'+1}^K X_j \leq M^A \quad (3)$$

$$X_j Y_j = 0 \quad \forall j \quad (4)$$

$$X_j = 1 \quad \text{para } j = k'+1, \dots, k'' \quad (5)$$

$$Y_j = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, k' \quad (6)$$

$$X_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \quad (7)$$

$$\sum_{j=k''+1}^K Y_j \leq M^B \quad (8)$$

$$Y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \quad (9)$$

El problema inferior, $\max_Y F_B(X, Y)$, se define como:

$$\max_Y F_B(X, Y) = U \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^B Y_j - T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^K C_i P_{ij}^B Y_j d_{Bj} - F \sum_{j=k'+1}^K Y_j \quad (10)$$

s.a.

$$P_{ij}^B = \begin{cases} \frac{\frac{Y_j}{d_{ij}}}{\sum_{g=1}^K \frac{\max\{X_g, Y_g\}}{d_{ig}}} & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} > 0 \\ 0 & \text{si } \sum_{g=1}^K \max\{X_g, Y_g\} = 0 \end{cases} \quad \forall i, j \quad (11)$$

y las restricciones (4) a (9) del problema superior.

La función objetivo (1) del problema principal maximiza las ganancias esperadas por la empresa A, considerando las tiendas que puede tener, ya sean actuales o nuevas (X_j), y las tiendas que puede tener la competencia (Y_j) en el espacio de estudio. Se tiene una contribución por las ventas totales esperadas, las cuales se ven influenciadas por el poder adquisitivo de cada cliente (C_i), y por el número de tiendas que se poseen. Esto último afecta la probabilidad (P_{ij}) de que un cliente compre en cierta ubicación. En el renglón de los gastos tenemos los costos de transporte del almacén de la compañía a las tiendas, el cual depende del volumen de ventas, y de los costos unitarios por transportar la mercancía. Por último tenemos los costos de apertura de nuevas tiendas y su operación (F).

Las restricciones que limitan el problema superior son en primera instancia aquella que nos indica la probabilidad de que un cliente ubicado en la posición i , compre a una tienda propiedad de la empresa A ubicada en la posición j (2). Esta probabilidad es función del número de tiendas que la empresa A posee actualmente, las que se decidirá abrir (considerando su localización), las tiendas que posee la empresa B además de las que dicha empresa piensa abrir, todo dentro del espacio de estudio.

En la siguiente restricción vemos que el número total de tiendas adicionales que va a incluir la empresa A se ve restringido a un valor previamente asignado por la gerencia (3). La ecuación (4) nos limita que una ubicación solo puede ser ocupada ya sea por la compañía A, por una tienda propiedad de la compañía B o permanecer vacío. La ecuación (5) representa el número total de tiendas que A posee actualmente, y en (6) vemos las tiendas que son propiedad de la empresa B. La restricción (7) nos indica que la variable de decisión X_j es binaria. En (8) asumimos un número de tiendas que la empresa B tiene planeado abrir en el espacio de estudio. Por último para el problema superior vemos que Y_j es una variable binaria, tal como lo marca la ecuación (9).

El problema inferior establecido en la ecuación (10) nos representa la función objetivo para la empresa B, donde se busca optimizar la ganancia esperada para la compañía. Esta empresa solo considera sus propias decisiones de localización para calcular dicha ganancia, a diferencia de la empresa A. Es importante observar que las opciones para B se encuentran limitadas por las decisiones previamente tomadas por la empresa líder, es decir, A. La primera restricción para este nuevo problema está descrita en la ecuación (11) donde analizamos la probabilidad de que un cliente ubicado en la posición i , compre a una tienda propiedad de la empresa B ubicada en la posición j . Tal como se definió para A, esta probabilidad es una función del número de tiendas que ambas compañías poseen, ya sean actuales o nuevas. Por último, debido a que este problema es muy similar al superior, debemos de volver a tomar en cuenta las restricciones (4), (5), (6), (7), (8) y (9) del problema original.

2.3 Metodología de solución

Para resolver el modelo propuesto en primera instancia se optó por usar un método de resolución exhaustivo de enumeración explícita, para determinar todos los puntos de equilibrio de Stackelberg para problemas de tamaño pequeño y moderado, logrando con esto una mejor comprensión de las interacciones que ocurren en este tipo de situaciones. Posteriormente se utilizó un heurístico basado en tabu search para problemas de tamaño grande, donde se busca obtener la estrategia de localización cercana al óptimo. Para ello se muestran los resultados computacionales arrojados por ambos modelos, donde se observa la efectividad del heurístico propuesto.

2.3.1 Enumeración explícita

Una manera de garantizar obtener la mejor solución a la luz del modelo propuesto es a través de la obtención de todas las posibles soluciones al problema, por lo cual se optó en primera instancia por resolver mediante enumeración explícita la problemática propuesta. Para ello solo se consideran problemas de un tamaño pequeño y moderado, donde los tiempos de cómputo sean razonables. Este enfoque muchas veces es llamado aproximación de “fuerza bruta” ya que el número de operaciones computacionales involucradas es muy alto. Para problemas donde el número de opciones crece de manera significativa se hace necesario el uso de algún procedimiento heurístico, ya que los tiempos de cómputo crecen de manera exponencial al número de ubicaciones disponibles para la localización de las nuevas tiendas. La descripción del procedimiento general para la resolución de los problemas se muestra en la figura 1, donde se presenta el diagrama de flujo para realizar la enumeración.

La metodología usada es sencilla, pero aun así nos permite obtener estrategias óptimas para problemas propuestos. En la sección siguiente se presenta algunos resultados obtenidos por este método.

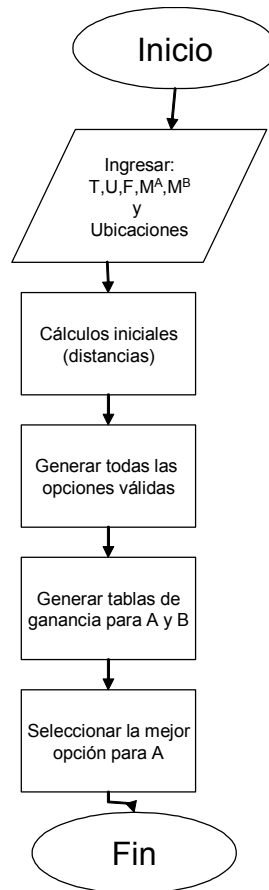


Figura 1. Diagrama de Flujo para la enumeración explícita

Al inicio del algoritmo se deben ingresar los valores de los costos unitarios de producto, costos unitarios de transporte y costos de apertura para las nuevas tiendas. Además se deben incluir las ubicaciones de los lotes disponibles, los almacenes de las empresas, las tiendas con las que cuentan actualmente las empresas, y las ubicaciones de los puntos de demanda. También se debe establecer la cantidad de tiendas que cada participante planea abrir para el periodo de estudio.

Con estos datos, en primer lugar se calculan las distancias existentes entre los puntos, para luego generar todas las combinaciones de ubicaciones posibles que puede tener cada empresa de acuerdo al número de lotes disponibles, y al número

de tiendas que tiene permitido abrir. Se calculan tablas de ganancia (como se muestra en la tabla 2) en base a las combinaciones de posiciones, donde se eliminan aquellos puntos que de acuerdo a la definición del problema no son válidos (dos tiendas en el mismo lote). El siguiente paso es determinar en la tabla de ganancias de B el mejor punto por renglón, lo cual nos brinda la opción que maximiza la ganancia esperada para dicha empresa. Es así que para la empresa B no hay mejor opción que dicho conjunto de puntos, dadas las condiciones propuestas.

Posteriormente se comparan dichas ubicaciones con los valores de ganancia obtenidos para la empresa A en los puntos marcados, y de ellos se selecciona aquella solución que brinde la mayor ganancia esperada para la compañía A. Así, lo que se está haciendo, es obtener el conjunto de soluciones esperadas para la empresa B (seguidor), para posteriormente calcular cual es la ganancia esperada para la empresa A (líder) en cada solución, y a partir de estos conjuntos de solución se obtiene aquel que minimiza las pérdidas esperadas para A, es decir, que maximiza la ganancia esperada de acuerdo a los movimientos que se anticipa haga el competidor. Es así como se obtiene la mejor estrategia de localización para la compañía A.

2.3.2 Heurístico

Para problemas combinatorios como el descrito por el modelo propuesto, se hace necesario el uso de procedimientos alternativos de solución, ya que para tamaños de problemas grandes el método de enumeración explícita se hace poco práctico. Por tal motivo se propone un procedimiento heurístico basado en tabu search, el cual es una adaptación de la metodología básica. Debido a que nos enfrentamos a un problema bi-nivel, se hace necesario utilizar un algoritmo tabú anidado dentro de otro. Por esta razón se busca mantener la simplicidad del procedimiento de solución, buscando así que los tiempos de ejecución para el procedimiento heurístico propuesto fueran razonables, ya que al estar anidado el algoritmo del problema inferior dentro del algoritmo del problema superior, se debe cuidar que los tiempos de ejecución no crezca de manera significativa.

En la figura 2 se presenta el algoritmo utilizado para resolver el problema superior, mientras que en la figura 3 se presenta el algoritmo utilizado para resolver el problema inferior. El esquema general para ambos es muy similar, con la diferencia de que el procedimiento de búsqueda para el problema inferior se encuentra limitado por las opciones previamente seleccionadas por el problema superior, lo cual hace que el número de soluciones válidas para dicho problema sea menor.

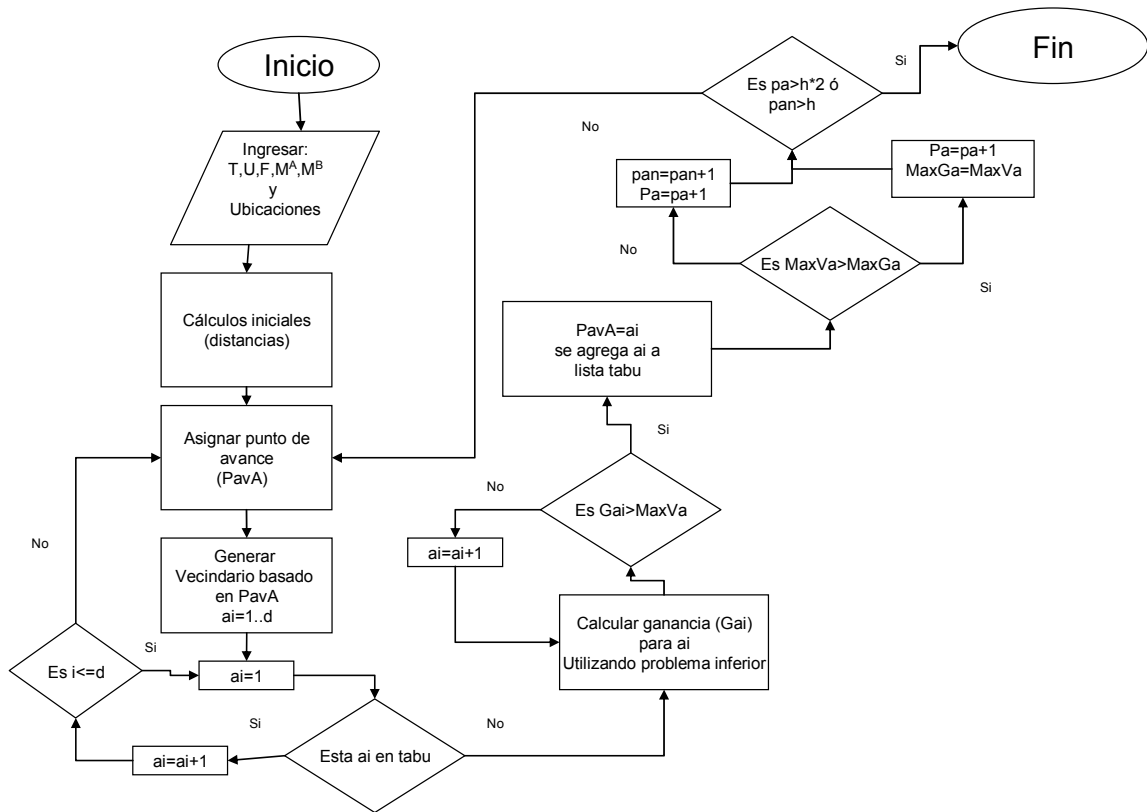


Figura 2. Algoritmo utilizado para resolver el problema superior

Para el problema superior el primer paso es ingresar los valores de los costos unitarios de producto, costos unitarios de transporte y costos de apertura para las nuevas tiendas. Además se incluyen las ubicaciones de los lotes disponibles, los almacenes de las empresas, las tiendas con las que cuentan actualmente las empresas, y las ubicaciones de los puntos de demanda, con su respectivo poder adquisitivo. Se incluye además la cantidad de tiendas que cada participante planea abrir para el periodo de estudio. Con estos datos se realizan los cálculos previos, donde se calculan las distancias entre los puntos considerados

El siguiente paso es, a partir de las opciones de lotes que tiene la empresa A, se genera una posición inicial para la compañía (estrategia de localización inicial). Esto se hace de manera sistemática. Si el número de tiendas que se permite abrir es igual al número total de lotes, se asigna como primera solución todas las posiciones a la empresa A, y a partir de ahí se comienza la búsqueda tabú. Por el contrario, si el máximo de tiendas que se permite abrir es menor al número total de lotes disponibles, se empieza considerando que la empresa A no abre ninguna nueva tienda, y a partir de ahí se continúa la búsqueda tabú.

Si el número de iteraciones que no se ha mejorado el máximo global alcanza la mitad del total de iteraciones permitidas sin mejorar, se asigna como punto de avance la estrategia opuesta a la tomada en la primera iteración (la cual depende del valor de M^A) y a partir de ahí se recomienza la búsqueda de acuerdo al procedimiento marcado. En cualquier otro caso, la asignación se hace de manera aleatoria y a partir de dicha estrategia se genera un vecindario de estrategias posibles. La generación de vecindarios se hace tal como se muestra en la tabla 1, donde se observa que para el primer punto del vecindario, se toma el primer lote disponible; si el punto de avance en este lote es 0, en el vecindario este valor se cambia por 1. Para el segundo punto del vecindario se considera el segundo lote disponible, como este tiene un valor de 1, se cambia por 0. Este procedimiento se sigue hasta que se llega al último lote disponible en el punto de avance, cambiando siempre la asignación hecha a los lotes que coinciden con el punto del vecindario.

Punto de avance			
0	1	1	0
Vecindario			
1	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1

Tabla 1. Asignación de vecindarios

El siguiente paso es seleccionar el primer punto del vecindario, y checar que no se encuentre en la lista tabú del problema superior. Si se encuentra en la lista tabú se regresa a seleccionar la siguiente estrategia del vecindario. Si no se encuentra en tabú se prosigue a calcular la ganancia esperada para dicha estrategia, para lo cual es necesario utilizar el algoritmo del problema inferior, el cual sirve para obtener las mejores opciones para la empresa B, y a partir de ellas se estima la ganancia esperada para la empresa A en ese vecindario. Esta ganancia se compara con la mejor obtenida hasta el momento para el vecindario de A, si es mayor se actualiza la mejor estrategia obtenida para dicho vecindario ($MaxVa$). Se continúa con este procedimiento hasta agotar las opciones para dicho vecindario.

Una vez terminado el análisis del vecindario se utiliza la mejor estrategia como punto de avance para generar un nuevo vecindario ($PavA$), además de agregar dicho punto de avance a la lista tabú del problema superior. Dicha lista contiene los últimos 7 puntos de avance que se han tenido. Además cada $PavA$ se compara con el máximo global obtenido hasta este punto ($MaxGa$) y en caso de ser mayor se actualiza dicho máximo. El problema se detiene cuando se llega a un número de iteraciones previamente definido, o cuando se llega a cierto número de repeticiones sin mejorar el máximo global.

El algoritmo utilizado para el problema inferior, el cual se muestra gráficamente en la figura 3, es muy similar al del problema superior, con la diferencia de que para cada punto del vecindario, se debe checar que además de no estar presente en la lista tabu para B, este punto es un punto valido, esto es, que de acuerdo a la selección hecha previamente por la empresa A, no existe ningún punto donde se tengan 2 tiendas para la misma ubicación.

Una vez que se ha comprobado esto, se prosigue al cálculo de la ganancia esperada para dicha estrategia utilizando el modelo propuesto. A partir de ahí se obtiene la mejor estrategia del vecindario (MaxVb), se toma como nuevo punto de avance (PavB) y se agrega a la lista tabú del problema inferior, la cual se maneja de manera idéntica al problema superior. El algoritmo se detiene cuando se ha alcanzado un número de iteraciones máximo, o cuando el número de repeticiones que se ha hecho sin mejorar el máximo global de B alcanza un valor dado.

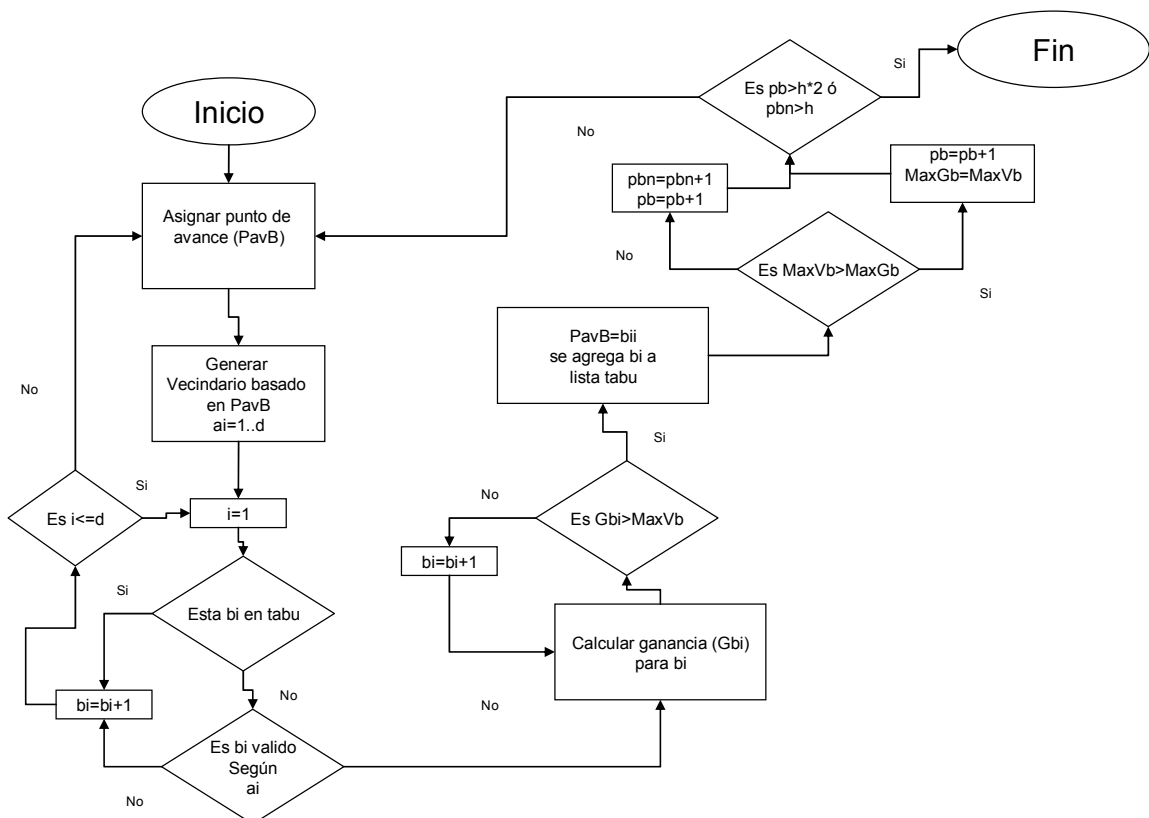


Figura 3. Algoritmo utilizado para resolver el problema inferior.

El trabajar con métodos de solución no óptimos como los son los heurísticos, hace necesario validar el desempeño del mismo. Para hacerlo, el algoritmo propuesto se analiza por medio de un diseño de experimentos, el cual se presenta en la siguiente sección.

3 Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos por medio de las metodologías de solución propuestas, primero se presentan algunos escenarios interesantes encontrados al momento de resolver los problemas por el método de enumeración. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos al comparar el heurístico propuesto con las soluciones obtenidas con el procedimiento exhaustivo. En ambos casos se utilizó una computadora con procesador Pentium® III-M a 1200Mhz con 256 MB de RAM. Los programas elaborados para resolver ambas metodologías fueron compilados usando Microsoft Visual C++ ® 6.0, corriendo sobre un sistema operativo Windows XP Home Edition Service Pack 2. El código desarrollado para resolver por enumeración se presenta en el anexo 1, mientras que el código desarrollado para resolver el problema por medio del método heurístico se presenta en el anexo 2.

3.1 Escenarios

Se plantea una situación donde tenemos dos empresas compitiendo en un espacio de estudio dado. Cada una de ellas cuenta con una tienda establecida, con la cual capturan parte del mercado. La empresa A (marcada como un cuadrado) pretende establecer nuevas tiendas en dicho espacio geográfico para ganar una mayor participación de mercado, ya que ha observado que existen puntos de demanda (marcados como líneas cruzadas) demasiado alejados de su tienda actual. Para ello debe cuidarse de la posible respuesta de la empresa B (marcada como un triángulo), ya que si dicha acción daña sus ganancias, evidentemente no le es conveniente abrir las nuevas tiendas. Ambas compañías cuentan con los mismos costos de apertura de nuevas tiendas, de transporte y costos unitarios de producto, tal como se marca en la tabla 2. Pueden escoger cualquier lote disponible (marcado como rombo), siempre tomando en cuenta que no puede haber dos tiendas en el mismo lote.

	Valores (\$)
Costo de apertura	2500
Costo de transporte unitario	0.12
Costo unitario de producto	10

Tabla 2. Costos comunes a ambas tiendas

La figura 5 muestra esquemáticamente la problemática propuesta para el escenario 1, donde se da la opción de que cualquiera de las dos empresas solo puede abrir 1 nueva tienda. Se considera que todos los clientes tienen el mismo poder adquisitivo para el período de estudio. Los almacenes de la compañía A se identifican con el cuadrado sin relleno, mientras que los de la compañía B se identifican por el triángulo sin relleno.

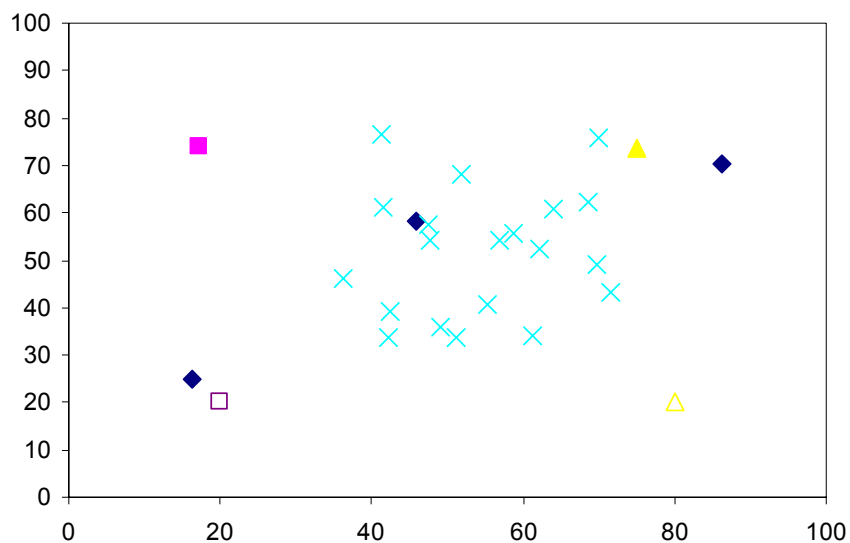


Figura 5. Esquema del escenario 1

Al encontrar todos los valores para las posibles combinaciones posibles para ubicar los puntos, obtenemos las tablas de ganancia 3 y 4. El procedimiento para calcular los mejores valores para la compañía A es el siguiente:

- 1) En la tabla de ganancia de B se determina para cada renglón el punto de ganancia máxima.
- 2) Estas posiciones se trasladan a la tabla A
- 3) Se comparan las ganancias para la empresa A en dichas posiciones
- 4) Se elige aquel valor de ganancia que sea el mayor para la compañía A

			0	1	0	0
			0	0	1	0
			0	0	0	1
0	0	0	31,890	13,714	20,789	22,424
1	0	0	59,673	NV	47,925	50,269
0	1	0	18,463	8,434	NV	13,760
0	0	1	74,538	38,213	53,653	NV

Tabla 3. Tabla de ganancia esperada para A

			0	1	0	0
			0	0	1	0
			0	0	0	1
0	0	0	102,025	88,373	91,395	83,372
1	0	0	48,878	NV	51,259	45,203
0	1	0	66,638	70,110	NV	59,439
0	0	1	72,176	73,698	71,123	NV

Tabla 4. Tabla de ganancia esperada para B

En este ejemplo se observa que el mejor punto para la compañía A, considerando que solo se permite abrir 1 nueva tienda es colocando dicha tienda en el punto (45.98, 58.15). Así la mejor respuesta que puede ofrecer la empresa B es abrir una nueva tienda en el punto (86.21, 70.26). En este ejemplo pequeño la solución parece muy obvia, pero es importante notar que esta metodología facilita la resolución de problemáticas más complejas, donde por ejemplo tenemos una gran número de clientes en la región exterior del problema del estudio, y conviene observar si se obtiene una mejor ganancia cuando se tienen lotes disponibles en la periferia del área de estudio, o si por el contrario, conviene más localizar las tiendas cerca del área donde se encuentran los clientes.

Un ejemplo de este tipo se presenta en la figura 6, donde se observa que se cuenta con lotes disponibles cerca de los puntos de demanda, y también se cuenta con un lote ubicado cerca de donde se esperaría encontrar el centroide del problema analizado. Además vemos que el número de lotes disponibles es de 8, y el número de clientes que se considera para el área geográfica es de 20.

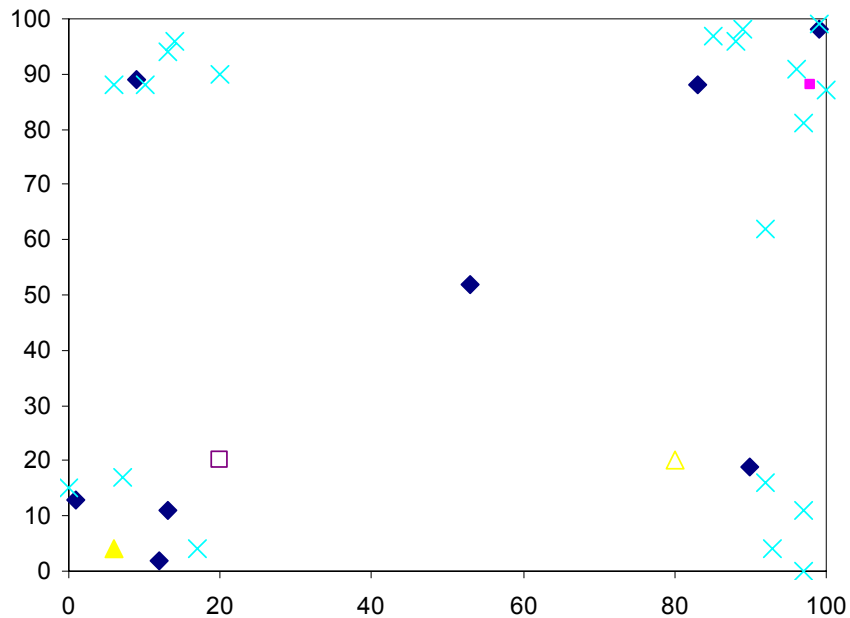


Figura 6. Representación esquemática del escenario 2

En este caso se limitó la cantidad de tiendas que cada participante puede abrir a tan solo una, para de esta manera observar si se tiene preferencia por el punto central, o por los puntos cercanos a la demanda. Nuevamente se consideran los costos propuestos en la tabla 2, y se asume que son iguales para ambas compañías. Así se observa que el mejor punto es el (13,11), esto debido a que se tienen altos costos de transporte del producto al almacén. Así la mejor respuesta de B es abrir una tienda en el punto (90,19), el cual también se encuentra cercado a su almacén. Para eliminar este factor se propone un costo de transporte bajo, y se observa que ahora el punto seleccionado por la empresa A es el lote (9,89), dejándole como mejor opción a B el punto (99,98). Así se observa que estas soluciones no parecen tan obvias a la luz de la información proporcionada, ya que la mejor opción para A es ir a tratar de conquistar el mercado aglomerada en las posiciones ubicadas en el segundo cuadrante, mientras que para B, la mejor opción es competir con la empresa A por un mercado de tamaño considerable en el primer cuadrante de la figura 6.

3.2 Desempeño del Heurístico propuesto

Para validar que el desempeño del heurístico propuesto sea aceptable, se propusieron escenarios similares a los comentados en la sección anterior, solo que en este caso las instancias se generaron de manera aleatoria. Se propuso un diseño de experimentos tipo 2k, donde se consideraron 4 factores, para cada uno de los

cuales se propuso un valor alto y uno bajo. Los factores considerados, así como los valores seleccionados se muestran en la tabla 5.

	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)
Valor Alto	30	100	0.12	50,000.00
Valor Pequeño	3	10	0.01	2,500.00

Tabla 5. Factores usados para el diseño de experimentos

A continuación se compararon las estimaciones obtenidas por medio del heurístico, y se obtuvo la diferencia porcentual en relación a los resultados obtenidos por el enumerador. Esto se realizó para diferentes niveles con dos replicas para cada uno de los niveles, donde en cada replica se permite abrir un número de tiendas nuevas igual al número total de lotes. Además, se repitió el experimento variando el número de lotes disponible para cada diseño. En las tablas 6 a 10 se muestran los resultados obtenidos.

Experimento #	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)	Diferencia % para replica 1	Diferencia % para replica 2
1	30	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
2	30	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
3	30	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
4	30	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
5	30	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
6	30	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
7	30	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
8	30	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0
9	3	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
10	3	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
11	3	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
12	3	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
13	3	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
14	3	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
15	3	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
16	3	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0

Tabla 6. Diseño realizado con 2 lotes disponibles

Experimento #	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)	Diferencia % para replica 1	Diferencia % para replica 2
1	30	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
2	30	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
3	30	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
4	30	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
5	30	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
6	30	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
7	30	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
8	30	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0
9	3	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
10	3	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
11	3	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
12	3	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
13	3	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
14	3	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
15	3	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
16	3	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0

Tabla 7. Diseño realizado con 4 lotes disponibles

Experimento #	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)	Diferencia % para replica 1	Diferencia % para replica 2
1	30	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
2	30	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
3	30	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
4	30	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
5	30	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
6	30	10	0.12	2,500.00	-12.4	0.0
7	30	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
8	30	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0
9	3	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
10	3	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
11	3	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
12	3	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
13	3	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
14	3	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
15	3	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
16	3	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0

Tabla 8. Diseño realizado con 8 lotes disponibles

Experimento #	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)	Diferencia % para replica 1	Diferencia % para replica 2
1	30	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
2	30	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
3	30	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
4	30	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
5	30	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
6	30	10	0.12	2,500.00	-6.8	0.0
7	30	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
8	30	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0
9	3	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
10	3	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
11	3	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
12	3	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
13	3	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
14	3	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
15	3	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
16	3	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0

Tabla 9. Diseño realizado con 10 lotes disponibles

Experimento #	# clientes	Costo unitario de producto (U)	Costo de transporte (T)	Costo de apertura (F)	Diferencia % para replica 1	Diferencia % para replica 2
1	30	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
2	30	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
3	30	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
4	30	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
5	30	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
6	30	10	0.12	2,500.00	-29.3	0.0
7	30	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
8	30	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0
9	3	100	0.12	50,000.00	0.0	0.0
10	3	100	0.12	2,500.00	0.0	0.0
11	3	100	0.01	50,000.00	0.0	0.0
12	3	100	0.01	2,500.00	0.0	0.0
13	3	10	0.12	50,000.00	0.0	0.0
14	3	10	0.12	2,500.00	0.0	0.0
15	3	10	0.01	50,000.00	0.0	0.0
16	3	10	0.01	2,500.00	0.0	0.0

Tabla 10. Diseño realizado con 11 lotes disponibles

En la tabla 11 se muestra la diferencia global obtenida para cada diseño de experimentos realizado. Donde se observa que la máxima diferencia global observada es de 0.9%.

Número de lotes en el diseño	Diferencia porcentual global
2	0.0
4	0.0
8	0.4
10	0.2
11	0.9

Tabla 11. Diferencias globales observadas

En la figura 7 se muestra la gráfica de las comparaciones obtenidas al reportar la ganancia esperada en función del número de lotes para cada diseño de experimentos.

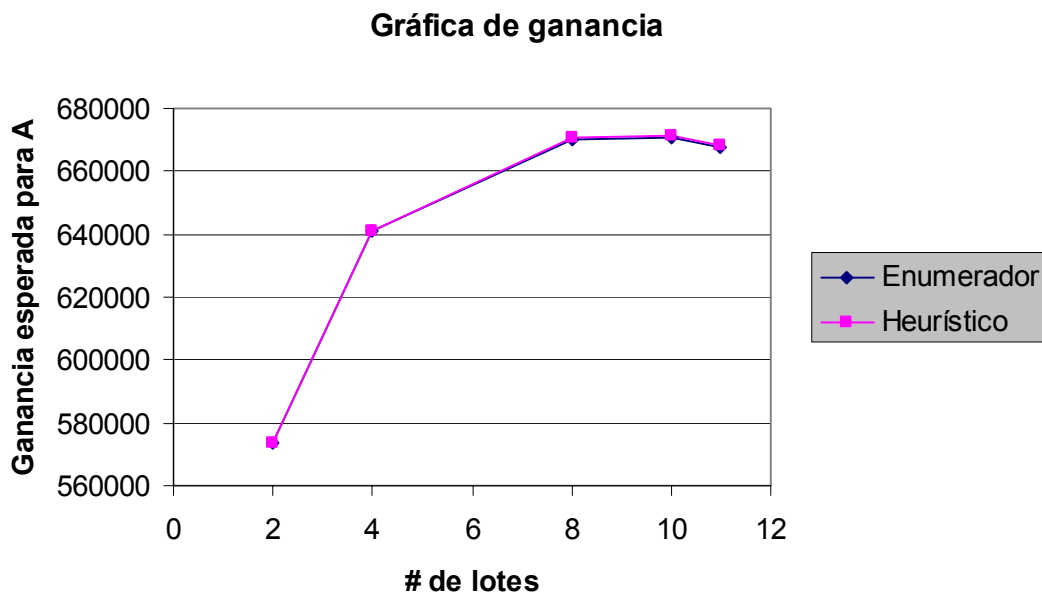


Figura 7. Comparativo de ganancia esperada en función del número de lotes

En la tabla 12 se muestra los tiempos de ejecución promedio para los diseños de experimentos usados, en donde se incluyen 30 clientes, y se considera que tanto A como B pueden abrir un número total de nuevas tiendas igual al número total de lotes disponibles. Se reportan asimismo el número de iteraciones máximos usados para los cálculos realizados para el procedimiento heurístico.

Número de lotes en el diseño	Tiempo de ejecución para el enumerador (seg)	Tiempo de ejecución para el heurístico (seg)	Número de iteraciones maximo (solo para heurístico)
2	0.0	0.0	40
4	0.0	0.6	80
8	0.6	19.6	150
10	6.6	42.1	180
11	20.8	88.0	200

Tabla 12. Comparativo de tiempos de ejecución

En la figura 8 se muestra gráficamente el comparativo de los tiempos de ejecución obtenidos para el heurístico propuesto en relación al procedimiento de enumeración explícita.

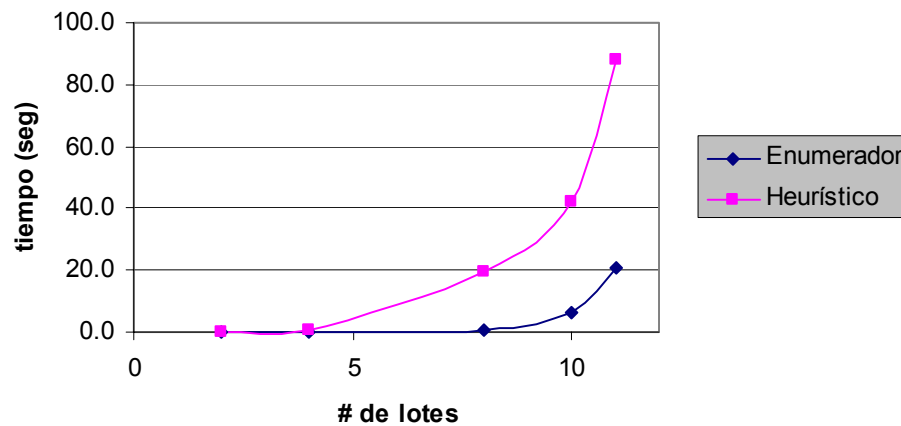


Figura 8. Gráfica comparativa de los tiempos de ejecución

Se observa que los tiempos de ejecución son mayores para el procedimiento heurístico que para el enumerador, esto es debido a que para cada aumento en el número de lotes, se aumento el número máximo de iteraciones permitido para el programa en c++, tal como se muestra en la columna 4 de la tabla 12. Esto se hizo con el fin de garantizar la obtención de una solución cercana al óptimo para cada tamaño de problema.

4 Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo a los resultados observados, el modelo propuesto facilita la identificación de las mejores estrategias de localización, tal como se observa al analizar los datos obtenidos por medio de la enumeración explícita, donde los resultados obtenidos al considerar costos de transporte altos son diferentes a los obtenidos cuando los costos de transporte son bajos. Es así que incluir los costos de operación y los costos de transporte de mercancías a las tiendas puede ayudar a formular una mejor estrategia de localización. Además, al considerar el aspecto competitivo por medio de la teoría de juegos se toma en cuenta la posible respuesta de la competencia a la nueva estrategia, y se anticipa dicho movimiento, minimizando los efectos adversos que esto puede tener en la propia compañía.

Es interesante observar lo que ocurre conforme aumenta el número de lotes disponibles, ya que como se observa en la figura 7, cuando el número de lotes disponibles es pequeño, las diferencias en ganancia que se obtienen al seleccionar los puntos óptimos es significativa, pero al aumentar el número de lotes, esta diferencia tiende a disminuir. Incluso se observa una tendencia donde cae la ganancia esperada para la empresa A, al aumentar el número de lotes disponibles. Esto se explica ya que al aumentar el número de lotes disponibles, la competencia tiene más opciones para responder a los movimientos hechos por la empresa A, lo cual hace que se llegue a un punto en que existen tantos lotes disponibles, que la competencia tendrá la oportunidad de igualar la participación de mercado de la compañía A.

Se observa que el heurístico propuesto presenta resultados globales razonables en comparación con la solución obtenida por medio de la enumeración explícita. Así se presenta como una alternativa a problemas donde el número de opciones disponibles crece de manera significativa. En lo que respecta a los tiempos de ejecución del mismo, se observa que estos crecen de manera importante al elevarse el número de lotes disponibles, lo cual hace necesario que se busque un balance entre el número máximo de iteraciones permitido y el porcentaje de eficiencia que se quiere lograr al momento de utilizar el procedimiento, ya que si se quiere garantizar la obtención de una solución cercana al óptimo el número de iteraciones máximo permitido debe establecerse en un valor razonable.

Para trabajos futuros se recomienda la inclusión de factores cualitativos dentro del modelo, para estudiar los efectos que dichos aspectos pueden tener en las interacciones observadas. También se pone de manifiesto la necesidad de considerar horizontes de planeación adicionales, para así considerar los efectos que cambios de más largo plazo puedan tener en la situación en estudio. Asimismo se plantea la posibilidad de mejorar el algoritmo heurístico propuesto, o proponer una nueva metodología que arroje mejores resultados con tiempos de computo razonables.

5 Referencias

1. Ahn, H., Cheng, S., Cheong, O., Golin, M., van Oostrum, R. (2004) Competitive facility location: the Voronoi game, *Theoretical Computer Science*, 310
2. Berman, O., Drezner, Z., Wsolowsky, O. (2003) Locating service facilities whose reliability is distance dependent, *Computers & Operations Research*, 30
3. Colomé, R., (2002) Consumer Choice in Competitive Location Models, Tesis doctoral, Universitat Pompeu Fabra
4. Chingping, H., Montri D., (2005) Stochastic modeling of a two-echelon multiple sourcing supply chain system with genetic algorithm, *Journal of Manufacturing Technology Management*, 16
5. Daskin, M., Coullard, C., Max, Z. (2001) An inventory-Location Model: Formulation, Solution Algorithm and Computational Results, Working paper
6. Drezner, Z., Atsuo, S. (2004) The big triangle small triangle method for the solution of nonconvex facility location problems, *Operations Research* 52
7. Drezner, T., Drezner, Z. (2002a) Validating the gravity-based competitive model using inferred attractiveness, *Annals of Operations Research*, 111
8. Drezner, T., Drezner, Z. (2002b) Retail facility location under changing market conditions, *Journal of Management Mathematics*, 13
9. Drezner, T., Said, S. (2003) Solving the multiple competitive facilities location problem, *Working Paper*
10. Drezner, Z., Wsolowsky, G., Drezner T. (1998) On the logit approach to competitive facility location, *Journal of Regional Science*, 38, 2
11. Fischer, K. (2002) Sequential discrete p-facility models for competitive location planning, *Annals of Operations Research*, 111
12. García, D., Pelegrín, B., (2003) All Stackelberg Location Equilibria in the Hotelling's Duopoly Model on a Tree with Parametric Prices, *Annals of Operations Research*, 122
13. Ghosh, A., Craig, S., (1983) Formulating retail location strategy in a changing environment, *Journal of Marketing*, 47
14. González, O. (2005) Papel de la localización en en la selección de establecimiento minoristas, un enfoque tridimensional, *Distribución y Consumo*, Marzo-Abril
15. Gordon, H. (1996) Localization economies, vertical organization, and trade, *The American Economic Review*, 86
16. Hale, T., Moberg, Ch. (2003) Location science review, *Annals of Operations Research*, 123
17. Hesse, S., Daskin, M., (1998) Strategic facility location: A review; *European Journal of Operational Research*, 111
18. Lindquist, P., (2002) Visualizing alternative models and their objective functions in the solution of optimal location problems, *The Journal of Geography*, 101

19. Marianov, V., Serra, D. (2003) Location of Multiple Server Common Service Centers or public Facilities for minimizing general congestion and travel cost functions, *Working paper*, 6
20. ReVelle, C., Eiselt, H. (2004) Location analysis: A synthesis and survey, *European Journal of Operational Research*, 165
21. Osborne, M. (2004) *An introduction to Game Theory*, EUA, Oxford University Press
22. Sherali, H., Loughani, A., Subramanian, S. (2002) Global optimization procedures for the capacitated Euclidean and (lp) distance multifacility location-allocation problems, *Operations Research*, 50
23. Snyder, L., (2004) Facility location under uncertainty: A review, *Technical Report #04T-015*, Lehigh University
24. Sule, D. (2001) *Logistics of Facility Location and Allocation*, EUA, Marcel Dekker Inc
25. Watson, J. (2002) *An introduction to Game Theory*, EUA, W.W. Norton & Company

Capítulo 4. Conclusiones Generales

A continuación se resumen las principales conclusiones obtenidas por medio de los artículos presentados, así como las líneas de investigación futuras que se desprenden de dichos trabajos.

4.1 Conclusiones

Como se observa en el artículo 1, a partir de ejemplos sencillos es posible entender más fácilmente las interacciones que ocurren en los modelos, y así observar las diferencias entre hacer una selección de ubicaciones basados tan solo en los puntos disponibles para ello, a considerar las posibles acciones que la competencia puede tomar frente a las decisiones tomadas. Un modelo matemático sencillo como el planteado en el artículo 1, puede ser modificado para incluir más factores importantes para los procesos de toma de decisión de ubicaciones, como se muestra en el artículo 2, donde se consideran los costos de transporte involucrados en el proceso. Este modelo matemático facilita la obtención de estrategias de localización para empresas, ya que además de considerar el aspecto competitivo, incluye los costos que afectan el proceso de seleccionar las mejores ubicaciones para establecer nuevas tiendas.

Esto es sumamente importante, ya que ubicar una nueva tienda representa un alto costo para las empresas, además de que puede afectar su participación de mercado. Al plantear un escenario donde se cuenta con un número de lotes disponibles limitado, y con costos fijos e iguales para ambas empresas, se observa que la participación de mercado varía tal como se muestra en las tablas de ganancia presentadas en el artículo 2, donde el seleccionar ubicaciones sub-óptimas, representa diferencias significativas en cuanto a nivel de ingresos esperado. Además se observa que costos de transporte altos limitan las opciones que las empresas tienen para ubicar instalaciones, ya que las empresas tienden a ubicar las nuevas tiendas en lotes vacíos que se encuentran cerca de los almacenes de la compañía.

El realizar una enumeración de todas las estrategias posibles de localización que tiene la compañía en determinado escenario, solo es viable cuando el número de ubicaciones disponibles es pequeño, cuando este número crece se hace necesario el uso de procedimientos de solución heurísticos. En el artículo 2 se propone un algoritmo de resolución basado en tabú search (búsqueda con memoria) para resolver problemas donde el número de ubicaciones crece de manera importante. Asimismo se reporta una diferencia en eficiencia global del heurístico de cerca del 0.9% (en el peor de los casos) en comparación con la solución óptima (para problemas donde es posible hacer dicha comparación).

4.2 Recomendaciones

Para trabajos futuros se recomienda la inclusión de factores cualitativos dentro del modelo propuesto, para así estudiar los efectos que dichos aspectos pueden tener en las interacciones observadas. Se sugiere el uso de metodologías tipo MCI, donde se debe de tener cuidado en la selección de los factores a considerar para cada compañía. También se propone la posibilidad de incluir más horizontes de planeación en el modelo, de manera que se puedan estudiar las decisiones de localización en el largo plazo, para así ser capaces de incluir posibles cambios demográficos en el espacio geográfico de estudio.

Se recomienda asimismo la aplicación del modelo a una problemática real, donde se puedan apreciar los beneficios económicos que un modelo de esta naturaleza pueda aportar a una compañía. Por ultimo se plantea utilizar algún otro procedimiento heurístico que ofrezca tiempos de computo razonables, y que además presente una mejoría con respecto a la eficiencia global presentada por el heurístico basado en tabú search.

Capítulo 5. Referencias Generales

1. Ahn, H., Cheng, S., Cheong, O., Golin, M., van Oostrum, R. (2004) Competitive facility location: the Voronoi game, *Theoretical computer Science*, 310
2. Ballou, Ronald H. (2001) Unresolved issues in supply chain network design, *Information System Frontiers*, 3, 4
3. Ballou, R. (2004) *Logística, Administración de la cadena de suministro*, México, Pearson Prentice Hall, 5ta Edición
4. Bárcenas, A. (2005) Arden las tiendas de conveniencia, *Crain communications-El asesor de Monterrey*, Nov 7, 2005
5. Berman, O., Drezner, Z., Wsolowsky, O. (2003) Locating service facilities whose reliability is distance dependent, *Computers & Operations research*, 30
6. Chingping, H., Montri D., (2005) Stochastic modeling of a two-echelon multiple sourcing supply chain system with genetic algorithm, *Journal of Manufacturing Technology Management*, 16
7. Colomé, R., (2002) Consumer Choice in Competitive Location Models, Tesis doctoral, Universitat Pompeu Fabra
8. Corbett, Charlesd J. y Karmarkar, Uday S. (2001) Competition and structure in serial supply chains with deterministic demand, *Management Science*, 47, 7
9. Daskin, M., Coullard, C., Max, Z. (2001) An inventory-Location Model: Formulation, Solution Algorithm and Computational Results, Working paper
10. Drezner, Z., Atsuo, S. (2004) The big triangle small triangle method for the solution of nonconvex facility location problems, *Operations Research* 52
11. Drezner, T., Drezner, Z. (2002a) Validating the gravity-based competitive model using inferred attractiveness, *Annals of Operations Research*, 111
12. Drezner, T., Drezner, Z. (2002b) Retail facility location under changing market conditions, *Journal of Management Mathematics*, 13
13. Drezner, T., Said, S. (2003) Solving the multiple competitive facilities location problem, *Working Paper*
14. Drezner, Z., Wsolowsky, G., Drezner T. (1998) On the logit approach to competitive facility location, *Journal of Regional Science*, 38, 2
15. Fischer, K. (2002) Sequential discrete p-facility models for competitive location planning, *Annals of Operations Research*, 111
16. García, D., Pelegrín, B., (2003) All Stackelberg Location Equilibria in the Hotelling's Duopoly Model on a Tree with Parametric Prices, *Annals of Operations Research*, 122
17. Ghosh, A., Craig, S., (1983) Formulating retail location strategy in a changing environment, *Journal of Marketing*, 47
18. González, O. (2005) Papel de la localización en en la selección de establecimiento minoristas, un enfoque tridimensional, *Distribución y Consumo*, Marzo-Abril
19. Gordon, H. (1996) Localization economies, vertical organization, and trade, *The American Economic Review*, 86

20. Hale, T., Moberg, Ch. (2003) Location science review, *Annals of Operations Research*, 123
21. Hesse, S., Daskin, M., (1998) Strategic facility location: A review; *European Journal of Operational Research*, 111
22. Lindquist, P., (2002) Visualizing alternative models and their objective functions in the solution of optimal location problems, *The Journal of Geography*, 101
23. Lowson, R (2003) How supply network operations strategies evolve, *International Journal of Operations and Production Management*, Vol 33, 1
24. Marianov, V., Serra, D. (2003) Location of Multiple Server Common Service Centers or public Facilities for minimizing general congestion and travel cost functions, *Working paper*, 6
25. McCormack, Kevin P. y Johnson, William C. (2003) *Supply Chain Networks and business process orientation*, EUA, The St. Lucie Press
26. ReVelle, C., Eiselt, H. (2004) Location analysis: A synthesis and survey, *European Journal of Operational Research*, 165
27. Olvera, S. (2005) Duplicara 7-Eleven sus tiendas en 5 años, *Palabra Saltillo*, México, Feb 18, 2005
28. Osborne, M. (2004) *An introduction to Game Theory*, EUA, Oxford University Press
29. Reporte anual de resultados FEMSA (2004) www.femsa.com, página visitada por última vez 20/11/2005
30. Reporte anual de resultados Grupo Modelo (2004) www.gmodelo.com.mx, página visitada por última vez 20/11/2005
31. Sherali, H., Loughani, A., Subramanian, S. (2002) Global optimization procedures for the capacitated Euclidean and (lp) distance multifacility location-allocation problems, *Operations Research*, 50
32. Snyder, L., (2004) Facility location under uncertainty: A review, *Technical Report #04T-015*, Lehigh University
33. Spekman, R y Davis, E, (2004) Risky business: expanding the discussion on risk and the extended enterprise, *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, Vol 34, 5
34. Sule, D. (2001) *Logistics of Facility Location and Allocation*, EUA, Marcel Dekker Inc
35. Velazco, J. (2005) Pelean mercado 7-Eleven y Oxxo, *Mural. Guadalajara*, México: Feb 25, 2005
36. Watson, J. (2002) *An introduction to Game Theory*, EUA, W.W. Norton & Company
37. Wayne, W. (2004) *Investigación de operaciones, Aplicaciones y Algoritmos*, México, Thomson, 5ta edición

Anexo 1. Programa en C++ para la enumeración explícita

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <iostream.h>

int main() {

int tamanod=11;
int tamanoa=1;
int tamanob=1;
int tamanoc=3;

double almacena2[1][2]={20,20};
double almacenb2[1][2]={80,20};
double lotesd2[11][2]={97.83, 94.67, 14.91, 5.12, 16.84, 22.85, 56.87,
25.21, 16.11, 18.66, 75.18, 87.35, 34.11, 45.62, 82.37, 88.82, 34.62,
25.83, 59.88, 5.99, 91.84, 76.7};
double lotesa2[1][2]={33.27, 95.78};
double lotesb2[1][2]={56.23, 39.76};
double lotesc2[3][3]={47.52, 62.87, 1000, 2.87, 42.63, 1000, 38.93, 82.57,
1000};

double *almacena;
almacena=(double *)calloc(2, sizeof(double));
almacena[0]=20;
almacena[1]=20;
double *almacenb;
almacenb=(double *)calloc(2, sizeof(double));
almacenb[0]=80;
almacenb[1]=20;
double *lotesd;
lotesd=(double *)calloc(tamanod*2, sizeof(double));
double *lotesa;
lotesa=(double *)calloc(tamanoa*2, sizeof(double));
double *lotesb;
lotesb=(double *)calloc(tamanob*2, sizeof(double));
double *lotesc;
lotesc=(double *)calloc(tamanoc*3, sizeof(double));

int i=0;
int j=0;
int e1=0;
int e2=0;
int cont;
double t=.01;
double u=10;
double f=50000;
double r=1;
int ma=tamanod;
int mb=tamanod;
int temp=1;
int tamand=tamanod;
```

```
int tamana=tamanoa;
int tamanb=tamanob;
int tamanc=tamanoc;
int *puntosav;
puntosav=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int *puntosbv;
puntosbv=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int punto1=0;
int punto2=0;
int v1=0;
int v2=0;
int salida=0;
int salida2=0;
int salida3=0;
int sal=0;
int tamant=0;
int maxrb;
int d = tamanod;
int a = tamanoa;
int b = tamanob;
int c = tamanoc;
int k = 1;
int l=0;
double temporal=0;
int ita=0;
int itb=0;
int h1=0;
int h2=0;
int h=1;
l=a+b+d;
tamant=l+c+2;
double *tablat;
tablat=(double *)calloc(tamant*2, sizeof(double));
int conta=0;
int contb=0;
int w2b=0;
double tablatemp=0;
double *tabladist;
tabladist=(double *)calloc(tamant*tamant, sizeof(double));
int *puntos;
puntos=(int *)calloc(l*2, sizeof(int));
double *pija;
pija=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *pijb;
pijb=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *sumaa;
sumaa=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *sumab;
sumab=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
int maxxy=0;
double *sumax;
sumax=(double *)calloc(c, sizeof(double));
double *sumay;
sumay=(double *)calloc(c, sizeof(double));
```

```
double sumaat=0;
double sumabt=0;
double tempa;
double tempb;
h=1;
for(i=0;i<tamanod;i++){
h=h*2;
}
int *puntosan;
puntosan=(int *)calloc(h*tamanod,sizeof(int));
int *puntosbn;
puntosbn=(int *)calloc(h*tamanod,sizeof(int));
int i2=0;
int *tablaa;
tablaa=(int *)calloc(h*tamanod,sizeof(int));
int *tablab;
tablab=(int *)calloc(h*tamanod,sizeof(int));
double *tablaga;
tablaga=(double *)calloc(h*h,sizeof(double));
double *tablagb;
tablagb=(double *)calloc(h*h,sizeof(double));
int maximota;
int *maximotb;
maximotb=(int *)calloc(h,sizeof(int));
int *maximotba;
maximotba=(int *)calloc(h,sizeof(int));
double maximoa;
double maximob;
double maximoa2;
double *maximob2;
maximob2=(double *)calloc(h,sizeof(double));
int maxra;
int maxrba;
double *hoja3;
hoja3=(double *)calloc(3,sizeof(double));
double *sumaxc;
sumaxc=(double *)calloc(1,sizeof(double));

for(i=0;i<2;i++){
almacena[i]=almacena2[0][i];
almacenb[i]=almacenb2[0][i];
}

for(j=0;j<tamanod;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotesd[(j*2+i)]=lotesd2[j][i];
}
}

for(j=0;j<tamanoa;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotesa[(j*2+i)]=lotesa2[j][i];
}
}
```

```
for(j=0;j<tamanob;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotesb[(j*2+i)]=lotesb2[j][i];
}
}

for(j=0;j<tamanoc;j++){
for(i=0;i<3;i++){
lotesb[(j*3+i)]=lotesb2[j][i];
}
}

// principio de escritura archivo
FILE *ptrCf;

    if ((ptrCf=fopen("clientesmio2.dat","w"))==NULL){
        printf("el archivo no pudo abrirse\n");
    }
    else{
// tabla de puntos incluidos

i=0;

    for(j=0;j<2;j++){
        tablat[i]=almacena[j];
        i=i+1;
    }

    for(j=0;j<2;j++){
        tablat[i]=almacenb[j];
        i=i+1;
    }

for (j=0;j<tamanod*2;j++){
    tablat[i]=lotesd[j];
    i=i+1;
}

for (j=0;j<tamanoa*2;j++){
    tablat[i]=lotesa[j];
    i=i+1;
}

for (j=0;j<tamanob*2;j++){
    tablat[i]=lotesb[j];
    i=i+1;
}

e1=0;
e2=0;
for (j=0;j<tamanoc*2;j++){
    tablat[i]=lotesb[j+e1];
    i=i+1;
```

```
    if(e2>=1){
    e2=0;
    e1=e1+1;
    }
    else{
    e2=e2+1;
    }
}

fprintf(ptrCf,"X, Y");
for(j=0;j<tamant;j++){
    for(i=0;i<2;i++){
        fprintf(ptrCf," %8.2f, ",tablat[(j*2+i)]);
    }
    fprintf(ptrCf, " \n");
}

i=0;
j=0;
// tabla de distancias

for(j=0;j<tamant;j++){
    for(i=0;i<tamant;i++){
        tablatemp=(pow((tablat[j*2+0]-tablat[i*2+0]),2)+pow((tablat[j*2+1]-
        tablat[i*2+1]),2));
        tabladist[j*tamant+i]=sqrt(tablatemp);
        fprintf(ptrCf," %5.2f",tabladist[j*tamant+i]);
    }
    fprintf(ptrCf,"\n");
}

// tabla de puntos ocupados

    // reinicializa variables
punto1=0;
punto2=0;
for(j=0;j<tamand;j++){
puntosav[j]=0;
} // fin for j
i=1;
for(j=0;j<tamand;j++){
    puntosan[j]=0;
} // fin for

while (salida==0){
    while (salida2==0){
        if (puntosav[v1]<tamand-v2){
            puntosav[v1]=puntosav[v1]+1;
            for (j=0;j<v1;j++){
                puntosav[v1-j-1]=puntosav[v1-j]+1;
            } // fin for j
            salida2=1;
        }
    }
}
```

```
else{
    v1=v1+1;
    v2=v2+1;
    puntol=v1;
    salida2=0;
}
} // salida2
salida2=0;
v1=0;
v2=0;
for(j=0;j<tamand;j++){
puntosan[i*d+j]=puntosav[j];
} // fin for
i++;
if (puntol>ma-1 ){
salida=1;
}
else if(puntosav[tamand-1]==1){
    salida=1;
}
else {
salida=0;
}
conta=conta+1;
} // salida

if(ma==tamand){
ita=i;
}
else{
ita=i-1;
}
// fin de obtención opciones para a

// reinicializa variables
punto1=0;
punto2=0;
for(j=0;j<tamand;j++){
puntosbv[j]=0;
}
i=1;
salida=0;
salida2=0;
for(j=0;j<tamand;j++){
    puntosbn[j]=0;
} // fin for

while (salida==0){
    while (salida2==0){
        if (puntosbv[v1]<tamand-v2){
            puntosbv[v1]=puntosbv[v1]+1;
```

```
        for (j=0;j<v1;j++){
            puntosbv[v1-j-1]=puntosbv[v1-j]+1;
        } // fin for
salida2=1;
    }
    else{
        v1=v1+1;
        v2=v2+1;
        punto1=v1;
        salida2=0;
    }
} // salida2
salida2=0;
v1=0;
v2=0;

for(j=0;j<tamand;j++){
puntosbn[i*d+j]=puntosbv[j];
} // fin for
i++;
if (punto1>mb-1 ){
salida=1;
}
else if(puntosbv[tamand-1]==1){
    salida=1;
}
else {
    salida=0;
}
contb=contb+1;
} // salida

if(mb==tamand){
itb=i;
}
else{
itb=i-1;
}

// tablas

for(h2=0;h2<ita;h2++){
salida3 = 0;
i2 = 0;
for(i=0;i<d;i++){
    while(salida3==0){
        if(puntosan[h2*d+i2]==i+1){
            tablaa[h2*d+i]=1;
            salida3 = 1;
        }
        else{
            tablaa[h2*d+i]=0;
        }
    }
}
```

```
    salida3 = 0;
    }
    i2 = i2 + 1;
    if(i2>d-1){
        salida3=1;
    }
} // fin while salida3==0

i2 = 0;
salida3 = 0;
} //fin for i
} // fin for h2

for(h1=0;h1<itb;h1++){

salida3 = 0;
i2 = 0;
for(i=0;i<d;i++){
    while(salida3==0){
        if(puntosbn[h1*d+i2]==i+1){
            tablab[h1*d+i]=1;
            salida3 = 1;
        }
        else{
            tablab[h1*d+i]=0;
            salida3 = 0;
        }
    }

i2 = i2 + 1;
if(i2>d-1){
salida3=1;
}

    }// fin while salida3==0

i2 = 0;
salida3 = 0;
} // fin for i

} // fin for h1

// comienza calculo de valores

for(h1=0;h1<itb;h1++){
for(h2=0;h2<ita;h2++){

w2b=0;
for(i=0;i<d;i++){
    if(tablab[h1*d+i]>0){
        if(tablaa[h2*d+i]==tablab[h1*d+i]){
            w2b=w2b+1;
        }
    }
}
```

```

    }
} // fin for i

if(w2b==0){

for(i=0;i<d;i++){
puntos[i*2+0]=tablaa[h2*d+i];
puntos[i*2+1]=tablab[h1*d+i];
}

for(i=d;i<a+d;i++){
puntos[i*2+0]=1;
puntos[i*2+1]=0;
}

for(i=d+a;i<d+a+b;i++){
puntos[i*2+0]=0;
puntos[i*2+1]=1;
}

for(i=0;i<3;i++){
hoja3[i]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
sumax[i]=0;
}
for(j=0;j<d+a+b;j++){
sumaxc[j]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
for(j=0;j<d+a+b;j++){
sumaxc[j]=puntos[j*2+0]+puntos[j*2+1];
sumax[i]=sumax[i]+(sumaxc[j]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)]);
} // fin for j
} //fin for i

for(i=0;i<c;i++){
for(j=0;j<d+a+b;j++){
if(sumax[i]>0){

pija[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+0]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)])/sumax[i];
pijb[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+1]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)])/sumax[i];
//printf("pija%f", pija[i*(d+a+b)+j]);
//printf("pijb%f\n", pijb[i*(d+a+b)+j]);
}
else{
printf("error");
} // fin if
} // fin for j
} // fin for i

```

```

sumaat=0;
sumabt=0;
tempa=0;
tempb=0;
for(i=0;i<c;i++){
  for(j=0;j<d+a+b;j++){
    sumab[i*(d+a+b)+j]=0;
    sumaa[i*(d+a+b)+j]=0;
  }
}

for(i=0;i<c;i++){
  for(j=0;j<d+a+b;j++){
    if(i==0){
      if(j<d){

        sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]) -
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
            j+2)])) - (f*puntos[j*2+0]);
      }
      else{
        sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]) -
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
            j+2)]));
      }
    }
    else{
      sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]) -
        ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
          j+2)]));
    }
    if(i==0){
      if(j<d){
        sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]) -
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
            j+2)])) - (f*puntos[j*2+1]);
      }
      else{
        sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]) -
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
            j+2)]));
      }
    }
    else{
      sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]) -
        ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
          j+2)]));
    }
    sumaat=sumaat+sumaa[i*(d+a+b)+j];
    sumabt=sumabt+sumab[i*(d+a+b)+j];

  } // end for j
} // end for i

```

```
    tablaga[h1*itb+h2]=sumaat;
    tablagb[h1*itb+h2]=sumabt;
}
else {
    sumaat=-0.01;
    sumabt=-0.01;
    tablaga[h1*itb+h2]=sumaat;
    tablagb[h1*itb+h2]=sumabt;
} // fin de w2b==0

} // fin h2
} // fin h1

// maximos

maxrb=0;
maxra=0;
maximoa2=0;
maximoa=0;

for(h2=0;h2<ita;h2++){
    for(h1=0;h1<itb;h1++){

        if(h1==0){
            maximob2[0]=tablagb[h1*itb+h2];
            maximotb[0]=h1;
        } // end if
        else{
            if(tablagb[h1*itb+h2]>maximob2[0]){
                maxrb=0;
                maximob2[0]=tablagb[h1*itb+h2];
                maximotb[0]=h1;
            } // end if
            else{
                if(tablagb[h1*itb+h2]==maximob2[0]){
                    maxrb=maxrb+1;
                } // end if
            } // end else
        } // end else h1==0
        // printf("max b:%f, ", maximob2[0]);
        // printf("maxtb %d, ", maximotb[0]);
        // printf("tablab %f\n", tablagb[h1*itb+h2]);
    } // fin for h1

    // printf("tabla a: %f\n, ", tablaga[maximotb[0]*itb+h2]);
    if(h2==0){
        maximota=h2;
        maximotba[0]=maximotb[0];
        maximoa=tablaga[maximotba[0]*itb+maximota];
        maxrba=maxrb;
    }
}
```

```

        maxrb=0;
        maxra=0;
    } // end if
else{
    if(tablaga[maximotb[0]*itb+h2]>maximoa){
        maxra=0;
        maximoa=tablaga[maximotb[0]*itb+h2];
        maximota=h2;
        maxrba=maxrb;
        maxrb=0;
        maximotba[0]=maximotb[0];
    } // end if
    else{
        if(tablaga[maximotb[0]*itb+h2]==maximoa){
            maxra=maxra+1;
        } // end if mayor o igual
    } // end else interior
} // end else

} // fin for h2
fprintf(ptrCf,"\n");

fprintf(ptrCf,"u:%f, t:%f, f:%f\n",u,t,f);
fprintf(ptrCf,"ma:%d, mb:%d\n",ma,mb);
fprintf(ptrCf,"Para A tenemos el vecindario\n");
for(j=0;j<tamand;j++){
    fprintf(ptrCf,"%d, ", tablaa[maximota*d+j]);
    printf("%d, ", tablaa[maximota*d+j]);
} // fin for i
fprintf(ptrCf,"%10.2f\n",maximoa);
printf("%10.2f\n",maximoa);
fprintf(ptrCf,"Para B tenemos el vecindario\n");
for(j=0;j<tamand;j++){
    fprintf(ptrCf,"%d, ", tablab[maximotba[0]*d+j]);
} // fin for j
fprintf(ptrCf,"%10.2f\n",tablagb[maximotba[0]*itb+maximota]);
fprintf(ptrCf,"repetidos a: %d\n",maxra);
fprintf(ptrCf,"repetidos b: %d\n",maxrba);

} // fin de escritura de archivo

return 0;

}

```

Anexo 2. Programa en C++ para el heurístico propuesto

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <iostream.h>

/* Define the constants */

#define MODLUS 2147483647
#define MULT1 24112
#define MULT2 26143

/* Set the default seeds for all 100 streams */

static long zrng[] =
{
    0, 1973272912, 281629770, 20006270, 1280689831, 2096730329, 1933576050,
    913566091, 246780520, 1363774876, 604901985, 1511192140, 1259851944,
    824064364, 150493284, 242708531, 75253171, 1964472944, 1202299975,
    233217322, 1911216000, 726370533, 403498145, 993232223, 1103205531,
    762430696, 1922803170, 1385516923, 76271663, 413682397, 72646604,
    336157058, 1432650381, 1120463904, 595778810, 877722890, 1046574445,
    6891191, 2088367019, 748545416, 622401386, 2122378830, 640690903,
    1774806513, 2132545692, 2079249579, 78130110, 852776735, 1187867272,
    1351423507, 1645973084, 1997049139, 922510944, 2045512870, 898585771,
    243649545, 1004818771, 773686062, 403188473, 372279877, 1901633463,
    498067494, 2087759558, 493157915, 597104727, 1530940798, 1814496276,
    536444882, 1663153658, 855503735, 67784357, 1432404475, 619691088,
    119025595, 880802310, 176192644, 1116780070, 277854671, 1366580350,
    1142483975, 2026948561, 1053920743, 786262391, 1792203830, 1494667770,
    1923011392, 1433700034, 1244184613, 1147297105, 539712780, 1545929719,
    190641742, 1645390429, 264907697, 620389253, 1502074852, 927711160,
    364849192, 2049576050, 638580085, 547070247
};

/* Generate the next random number */

double rand(int stream)
{
    long zi, lowprd, hi31;

    zi = zrng[stream];
    lowprd = (zi & 65535) * MULT1;
    hi31 = (zi >> 16) * MULT1 + (lowprd >> 16);
    zi = ((lowprd & 65535) - MODLUS) + ((hi31 & 32767) << 16) + (hi31 >> 15);
    if(zi < 0) zi += MODLUS;
    lowprd = (zi & 65535) * MULT2;
    hi31 = (zi >> 16) * MULT2 + (lowprd >> 16);
    zi = ((lowprd & 65535) - MODLUS) + ((hi31 & 32767) << 16) + (hi31 >> 15);
    if(zi < 0) zi += MODLUS;
    zrng[stream] = zi;
    return((zi >> 7 | 1) + 1) / 16777216.0;
}

```

```
/* Set the current zrng for stream "stream" to zset */

void randst(long zset, int stream)
{
    zrng[stream] = zset;
}

/* Return the current zrng for stream "stream" */

long randgt(int stream)
{
    return zrng[stream];
}

int main() {

    int tamanod=20;
    int tamanoa=1;
    int tamanob=1;
    int tamanoc=3;

    double almacena2[1][2]={20,20};
    double almacenb2[1][2]={80,20};
    double lotesd2[20][2]={31.79, 32.74, 61.06, 11.68, 63.87, 23.49, 29.94,
        74.26, 92.46, 63.09, 99.55, 18.73, 2.75, 84.88, 58.73, 48.11, 61.52,
        51.69, 56.81, 45.8, 76.21, 22.53, 19.78, 99.03, 89.07, 64.88, 12.59,
        30.52, 44.85, 78.27, 57.63, 88.58, 60.78, 92.99, 21.29, 9.98, 23.77,
        92.12, 64.32, 37.51};
    double lotesa2[1][2]={34.79, 0.99};
    double lotesb2[1][2]={48.07, 23.09};
    double lotesc2[30][3]={29.68, 37.91, 1000, 49.89, 60.85, 1000, 8.8, 8.91,
        1000};
    int h11a=200;
    int h22a=200;
    int h11b=200;
    int h22b=200;

    double *almacena;
    almacena=(double *)calloc(2, sizeof(double));
    almacena[0]=20;
    almacena[1]=20;
    double *almacenb;
    almacenb=(double *)calloc(2, sizeof(double));
    almacenb[0]=80;
    almacenb[1]=20;
    double *lotesd;
    lotesd=(double *)calloc(tamanod*2, sizeof(double));
    double *lotesa;
    lotesa=(double *)calloc(tamanoa*2, sizeof(double));
    double *lotesb;
    lotesb=(double *)calloc(tamanob*2, sizeof(double));
```

```
double *lotesc;
lotesc=(double *)calloc(tamanoc*3+10, sizeof(double));

int i=0;
int j=0;
int e1=0;
int e2=0;

for(i=0;i<2;i++){
almacena[i]=almacena2[0][i];
almacenb[i]=almacenb2[0][i];
}

for(j=0;j<tamanod;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotesc[(j*2+i)]=lotesc2[j][i];
}
}

for(j=0;j<tamanoa;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotesa[(j*2+i)]=lotesa2[j][i];
}
}

for(j=0;j<tamanob;j++){
for(i=0;i<2;i++){
lotescb[(j*2+i)]=lotescb2[j][i];
}
}

for(j=0;j<tamanoc;j++){
for(i=0;i<3;i++){
lotesc[(j*3+i)]=lotesc2[j][i];
}
}

double t;
double u;
double f;
double r=1;
int ma=tamanod;
int mb=tamanod;
double temp=0;
int tamand=tamanod;
int tamana=tamanoa;
int tamanb=tamanob;
int tamanc=tamanoc;
int v1=0;
int v2=0;
int salida1=1;
int salida2=1;
int tamant;
int d = tamanod;
```

```
int a = tamanoa;
int b = tamanob;
int c = tamanoc;
int l;
double temporal=0;
int ita=0;
int itb=0;
int cb=0;
int ca=0;
int pa=0;
int pan=0;
int pb=0;
int pbn=0;
int maxra=0;
int maxrba=0;
int maxrb=0;
int entabub=0;
int entabua=0;
int novalidob=0;
double b1;
l=a+b+d;
tamant=l+c+2;
double *tablat;
tablat=(double *)calloc(tamant*2, sizeof(double));
double *tabladist;
tabladist=(double *)calloc(tamant*tamant, sizeof(double));
double tablatemp;
int *puntos;
puntos=(int *)calloc(l*2, sizeof(int));
double *pija;
pija=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *pijb;
pijb=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *sumaa;
sumaa=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
double *sumab;
sumab=(double *)calloc(c*l, sizeof(double));
int h;
h=1;
for(i=0; i<tamanod; i++){
h=h*2;
}
int *aleatorioa;
aleatorioa=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int *aleatoriob;
aleatoriob=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int *pava;
pava=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int *pavb;
pavb=(int *)calloc(tamanod, sizeof(int));
int *vecindarioa;
vecindarioa=(int *)calloc(tamanod*tamanod, sizeof(int));
int *vecindariob;
vecindariob=(int *)calloc(tamanod*tamanod, sizeof(int));
```

```
double *vecindarioag;
vecindarioag=(double *)calloc(tamanod,sizeof(int));
double *vecindariobg;
vecindariobg=(double *)calloc(tamanod,sizeof(int));
int *tabua;
tabua=(int *)calloc(7*tamanod,sizeof(int));
int *tabub;
tabub=(int *)calloc(7*tamanod,sizeof(int));
int camax=0;
double a1;
int s1=0;
int s2;
int ai=0;
int ta=0;
int qb=0;
int z=0;
int w=0;
int qa=0;
int q3a=1;
int q3b=1;
int q4a=1;
int q4b=1;
int q5a=1;
int q5b=1;
int q6a=1;
int q6b=1;
int q7a=1;
int q7b=1;
int q8a=0;
int q8b=0;
int w2a=0;
int w2b=0;
int cbmax=0;
int bi=0;
int tb=0;
int *cambiob;
cambiob=(int *)calloc(tamanod,sizeof(int));
int *cambioa;
cambioa=(int *)calloc(tamanod,sizeof(int));
double *hoja3;
hoja3=(double *)calloc(3,sizeof(double));
int maxxy=0;
double *sumax;
sumax=(double *)calloc(c,sizeof(double));
double *sumay;
sumay=(double *)calloc(c,sizeof(double));
double sumaat=-0.1;
double sumabt=-0.1;
double *sumaxc;
sumaxc=(double *)calloc(1,sizeof(double));
int *maxvecb;
maxvecb=(int *)calloc(d,sizeof(int));
double maxvecbg;
int *maxglobalb;
```

```
maxglobalb=(int *)calloc(d,sizeof(int));
double maxglobalbg;
int *maxveca;
maxveca=(int *)calloc(d,sizeof(int));
int *maxvecab;
maxvecab=(int *)calloc(d,sizeof(int));
double maxvecag;
double maxvecabg;
int *maxglobala;
maxglobala=(int *)calloc(d,sizeof(int));
int *maxglobalab;
maxglobalab=(int *)calloc(d,sizeof(int));
double maxglobalag;
double maxglobalabg;

// principio de escritura archivo
FILE *ptrCf;

    if ((ptrCf=fopen("heuris2.dat","w"))==NULL){
        printf("el archivo no pudo abrirse\n");
    }
    else{
// tabla de puntos incluidos

i=0;

    for(j=0;j<2;j++){
        tablat[i]=almacena[j];
        i=i+1;
    }

    for(j=0;j<2;j++){
        tablat[i]=almacenb[j];
        i=i+1;
    }

for (j=0;j<tamanod*2;j++){
    tablat[i]=lotesd[j];
    i=i+1;
}

for (j=0;j<tamanoa*2;j++){
    tablat[i]=lotesa[j];
    i=i+1;
}

for (j=0;j<tamanob*2;j++){
    tablat[i]=lotesb[j];
    i=i+1;
}

e1=0;
e2=0;
for (j=0;j<tamanoc*2;j++){
```

```
    tablat[i]=lotesc[j+e1];
    i=i+1;
    if(e2>=1){
        e2=0;
        e1=e1+1;
    }
    else{
        e2=e2+1;
    }
}

fprintf(ptrCf,"X, Y");
for(j=0;j<tamant;j++){
    for(i=0;i<2;i++){
        fprintf(ptrCf," %8.2f, ",tablat[(j*2+i)]);
    }
    fprintf(ptrCf, " \n");
}

i=0;
j=0;
// tabla de distancias

for(j=0;j<tamant;j++){
    for(i=0;i<tamant;i++){
        tablatemp=(pow((tablat[j*2+0]-tablat[i*2+0]),2)+pow((tablat[j*2+1]-
        tablat[i*2+1]),2));
        tabladist[j*tamant+i]=sqrt(tablatemp);
        fprintf(ptrCf," %5.2f",tabladist[j*tamant+i]);
    }
    fprintf(ptrCf,"\n");
}

// limpieza lista de orden de a

for(i=0;i<d;i++){
    maxglobala[i]=8;
    maxglobalab[i]=8;
}
maxglobalag=-0.01;
maxglobalabg=-0.01;

// reinicializacion lista tabu a

for(j=0;j<7;j++){
    for(i=0;i<d;i++){
        tabua[j*d+i]=8;
    }
} // fin reinicializacion tabu a

// comienza ciclo de busqueda para a
```

```
qa=0;
q7a=0;
q3a=1;
pa=0;
pan=0;

while(salida1==1){
    camax=0;
    ca=0;

// limpiar maximo vecindario
    for(i=0;i<d;i++){
        maxveca[i]=8;
        maxvecab[i]=8;
    } // end for i
    maxvecag=-0.01;
    maxvecabg=-0.01;

    if(pa==0){
        if(ma==d){
            pava[0]=0;
            for(i=1;i<d;i++){
                pava[i]=1;
            }
        }
        else{
            pava[0]=1;
            for(i=1;i<d;i++){
                pava[i]=0;
            }
        }
    }
    else{
        if(pan==h22a/2){
            if(ma==d){
                pava[0]=1;
                for(i=1;i<d;i++){
                    pava[i]=0;
                }
            }
            else{
                pava[0]=0;
                for(i=1;i<d;i++){
                    pava[i]=1;
                }
            }
        }
        else{
            s1=0;
            if(q3a==1){
                // generador aleatorio
                for(i=0;i<d;i++){
                    a1=rand(2);
```

```
        if(a1>0.5){
            if(s1<ma){
                aleatorioa[i]=1;
            }
            else{
                aleatorioa[i]=0;
            }
        }
        else{
            aleatorioa[i]=0;
        } // end if a1
        s1=s1+aleatorioa[i];
    } // endfor i

    salidal=0;
    for(i=0;i<d;i++){
        pava[i]=aleatorioa[i];
    } // fin de for i
} // end if q3a

    } // fin de if pan>h22a/2

    } // fin de if pa=0

q3a=0;
// generador de vecindario basado en PAVa
for(j=0;j<d;j++){
s2=pava[j];
    for(i=0;i<d;i++){
        if(i==j){
            if(pava[j]==1){
                vecindarioa[j*d+i]=0;
            }
            else{
                if(s2<=ma){
                    vecindarioa[j*d+i]=1;
                }
                else{
                    vecindarioa[j*d+i]=0;
                }
            } // fin if pavaa
        }
        else{
            vecindarioa[j*d+i]=pava[i];
            s2=s2+vecindarioa[j*d+i];
        } // fin if i==j
    } // fin for i
} // fin for j

ai = 0;
```

```
// analizar el vecindario para a
ta = 0;
while(ai<d){

// buscar repetidos en lista tabu a
z=0;
while(z<7){
w=0;
for(i=0;i<d;i++){

if(vecindarioa[ai*d+i]==tabua[z*d+i]){
w=w+1;
} // fin if
} // fin for i

if(w==d){
z=7+1;
q4a=1;
}
else{
z=z+1;
q4a=0;
} // fin if w==d
} // fin while z<7

// condición para aumenta ai porque ai actual esta en tabu
s2=0;
for(i=0;i<d;i++){
s2=s2+vecindarioa[ai*d+i];
}

if(q4a==1){
entabua=1;
q5a=0;
q6a=0;
q7a=0;
}
else{
if(s2>ma){
q6a=0;
q5a=0;
q7a=0;
}
else{
q5a=1;
q6a=1;
}
} // end if q4a==1
```

```
// empieza generador de ganancia para a

// generar ganancia esperada para b

    if(q6a==1){

// comienza ciclo de busqueda para b
qb=0;
q3b=1;
q7b=1;
q6b=1;
salida2=1;
pb=0;
pbn=0;
// limpieza maximo b
for(i=0;i<d;i++){
    maxglobalb[i]=8;
}
maxglobalbg=-0.01;

// reinicializacion lista tabu b

for(j=0;j<7;j++){
    for(i=0;i<d;i++){
        tabub[j*d+i]=8;
    }
} // fin reinicializacion tabu b

while(salida2==1){

// limpiar lista de orden
for(i=0;i<d;i++){
    maxvecb[i]=8;
} // end for i
maxvecbg=-0.01;
q6b=0;
q7b=0;

if(pb==0){
    if(mb==d){
        pavb[0]=1;
        for(i=1;i<d;i++){
            pavb[i]=0;
        }
    }
    else{
        pavb[0]=0;
        for(i=1;i<d;i++){
            pavb[i]=1;
        }
    } // end if mb==d
}
else{
```

```
if (pbn==h22b/2) {
if (mb==d) {
    pavb[0]=0;
    for (i=1;i<d;i++) {
        pavb[i]=1;
    }
}
else{
    pavb[0]=1;
    for (i=1;i<d;i++) {
        pavb[i]=0;
    }
} // end if mb==d
}
else{

s1=0;
if (q3b==1) {
    // Genera aleatorio B
    for (i=0;i<tamanod;i++) {
        b1=rand(2);
        if (b1>0.5) {
            if (s1<mb) {
                aleatoriob[i]=1;
            }
            else{
                aleatoriob[i]=0;
            }
        }
        else{
            aleatoriob[i]=0;
        } // end if a1
        s1=s1+aleatoriob[i];
    } // endfor

    for (i=0;i<d;i++) {
        pavb[i]=aleatoriob[i];
    } // end for i

} // fin de if q3b==1

} // fin de pbn>=h22b/2

} // fin de if pb==0

q3b=0;
// generador de vecindario basado en PAVB
for (j=0;j<d;j++) {
s2=pavb[j];
for (i=0;i<d;i++) {
    if (i==j) {
        if (pavb[j]==1) {
            vecindariob[j*d+i]=0;

```

```
    }
    else{
        if(s2<=ma){
            vecindariob[j*d+i]=1;
        }
        else{
            vecindariob[j*d+i]=0;
        }
    } // fin if pavab
}
else{
    vecindariob[j*d+i]=pavb[i];
    s2=s2+vecindariob[j*d+i];
} // fin if i==j
} // fin for i

} // fin for j

bi = 0;

// Analizar el vecindario
tb = 0;
while(bi<d){

// buscar repetidos en lista tabu
z=0;
while(z<7){
w=0;
for(i=0;i<tamanod;i++){

if(vecindariob[bi*d+i]==tabub[z*d+i]){
w=w+1;
} // fin if
} // fin for i

if(w==d){
z=7+1;
q4b=1;
}
else{
z=z+1;
q4b=0;
} // fin if w==d
} // fin while z<7

// condicion para aumenta bi porque bi actual esta en tabu

s2=0;
for(i=0;i<d;i++){
s2=s2+vecindariob[bi*d+i];
}

if(q4b==1){
entabub=1;
```

```
q5b=0;
q6b=0;
q7b=0;
}
else{
    if(s2>mb){
        q5b=0;
        q6b=0;
        q7b=0;
    }
    else{
        q5b=1;
        tb=1;
    }
}

} // end if q4b==1

// checar que sea un punto valido que no este en vecindario de a
if(q5b==1){
w2b=0;
for(i=0;i<d;i++){
    if(vecindarioa[ai*d+i]>0){
        if(vecindariob[bi*d+i]==vecindarioa[ai*d+i]){
            w2b=w2b+1;
        }
    }
}
} // fin for i

}
else{
w2b=1;
} // fin de checar punto valido

// para checar que sea valido
if(w2b==0){
q6b=1;
}
else{
novalidob=1;
q6b=0;
} // fin if w2b==0

// generar ganancia esperada para b

if(q6b==1){

for(i=0;i<d;i++){
puntos[i*2+0]=vecindarioa[ai*d+i];
puntos[i*2+1]=vecindariob[bi*d+i];
}

for(i=d;i<a+d;i++){
```

```

puntos[i*2+0]=1;
puntos[i*2+1]=0;
}

for(i=d+a;i<d+a+b;i++){
puntos[i*2+0]=0;
puntos[i*2+1]=1;
}

for(i=0;i<3;i++){
hoja3[i]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
sumax[i]=0;
}
for(j=0;j<d+a+b;j++){
sumaxc[j]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
for(j=0;j<d+a+b;j++){
sumaxc[j]=puntos[j*2+0]+puntos[j*2+1];
sumax[i]=sumax[i]+(sumaxc[j]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)]);
} // fin for j
} //fin for i

for(i=0;i<c;i++){
for(j=0;j<d+a+b;j++){
if(sumax[i]>0){

pija[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+0]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)])/sumax[i]
;
}
else{
printf("error");
} // fin if
if(sumax[i]>0){

pijb[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+1]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)])/sumax[i]
;
}
else{
printf("error");
} // fin if
} // fin for j
} // fin for i

sumaat=0;
sumabt=0;
for(i=0;i<c;i++){
for(j=0;j<d+a+b;j++){
sumab[i*(d+a+b)+j]=0;
sumaa[i*(d+a+b)+j]=0;
}
}

```

```

    }
}

for(i=0;i<c;i++){
  for(j=0;j<d+a+b;j++){
    if(i==0){
      if(j<d){

        sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
            j+2)]))- (f*puntos[j*2+0]);
          }
        else{

          sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
            ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
              j+2)]));
            }

        }
      else{
        sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
          ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
            j+2)]));
          }
        }
      if(i==0){
        if(j<d){
          sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
            ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
              j+2)]))- (f*puntos[j*2+1]);
            }
          else{
            sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
              ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
                j+2)]));
              }
            }
          }
        else{
          sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
            ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
              j+2)]));
            }
          }
        sumaat=sumaat+sumaa[i*(d+a+b)+j];
        sumabt=sumabt+sumab[i*(d+a+b)+j];
        } // end for j
      } // end for i

    vecindarioag[ai]=sumaat;
    vecindariobg[bi]=sumabt;
    bi=bi+1;
  }
  else {

```

```
        if(entabub==1){
            sumaat=-0.1;
            sumabt=-0.1;
        }
        else{
            sumaat=-0.08;
            sumabt=-0.08;
        }

vecindarioag[ai]=sumaat;
vecindariobg[bi]=sumabt;
bi=bi+1;
} // fin if q6b==1

// rankear ganancia esperada para b
if(q6b==1){
q7b=1;
    if(bi-1==0){
        for(i=0;i<d;i++){
            maxvecb[i]=vecindariob[(bi-1)*d+i];
        }
        maxvecbg=vecindariobg[(bi-1)];
    }
    else{

        if(vecindariobg[(bi-1)]>maxvecbg){
            for(i=0;i<d;i++){
                maxvecb[i]=vecindariob[(bi-1)*d+i];
            } // end for i
            maxvecbg=vecindariobg[(bi-1)];
        } // end if vecindariobg[(bi-1)*d+0]>maxvecbg

    } // end if bi-1==0
} // end if q6b==1

q5b = 1;
q6b = 1;

} // fin de analizar el vecindario bi<d

// checar punto de avance y agregar a tabu b

if(q7b==1){

// mayor vecindario igual a pavb
for(i=0;i<d;i++){
    pavb[i]=maxvecb[i];
}

if(qb<7){
    for(i=0;i<d;i++){
        tabub[qb*d+i]=pavb[i];
    }
}
```

```
    qb=qb+1;
}
else{
    qb=0;
    for(i=0;i<tamanod;i++){
        tabub[qb*d+i]=pavb[i];
    }
} // en if tabu
// fin de Pavb

// checar contra maximo global b

if(pb==0){
    pb=pb+1;
    for(i=0;i<d;i++){
        maxglobalb[i]=maxvecb[i];
    } // end for i
    maxglobalbg=maxvecbg;
} // end if
else{

if(maxvecbg>maxglobalbg){
    maxrb=0;
    pb=pb+1;
    for(i=0;i<d;i++){
        maxglobalb[i]=maxvecb[i];
    } // end for i
    maxglobalbg=maxvecbg;
} // end if
else{
    pbn=pbn+1;
    pb=pb+1;
    if(maxglobalbg==maxvecbg){
        maxrb=maxrb+1;
    } // end if
} // end else

} // end else h1==0

}
else{
    pbn=pbn+1;
    pb=pb+1;
} // fin de q7b=1

q7b = 0;

// condicion de salida b

if(pb>h1b){
    salida2=0;
    ai=ai+1;
}
```

```

else{
    if(pbn>h22b){
        salida2=0;
        ai=ai+1;
    }
    else{
        salida2=1;
    }
} // fin de if pb>h

} // fin de ciclo de busqueda para b

// calculo de ganancia para a

for(i=0;i<d;i++){
    puntos[i*2+0]=vecindarioa[(ai-1)*d+i];
    puntos[i*2+1]=maxglobalb[i];
}

for(i=d;i<a+d;i++){
    puntos[i*2+0]=1;
    puntos[i*2+1]=0;
}

for(i=d+a;i<d+a+b;i++){
    puntos[i*2+0]=0;
    puntos[i*2+1]=1;
}

for(i=0;i<3;i++){
    hoja3[i]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
    sumax[i]=0;
}
for(j=0;j<d+a+b;j++){
    sumaxc[j]=0;
}

for(i=0;i<c;i++){
    for(j=0;j<d+a+b;j++){
        sumaxc[j]=puntos[j*2+0]+puntos[j*2+1];
        sumax[i]=sumax[i]+(sumaxc[j]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)]);
    } // fin for j
    // printf("% f\n",sumax[i]);
} //fin for i

for(i=0;i<c;i++){
    for(j=0;j<d+a+b;j++){
        if(sumax[i]>0){

            pija[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+0]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)]/sumax[i]

```

```

;
pijb[i*(d+a+b)+j]=(puntos[j*2+1]/tabladist[(i+1+2)*tamant+(j+2)]/sumax[i]
;
    //printf("pija%f", pija[i*(d+a+b)+j]);
//printf("pijb%f\n", pijk[i*(d+a+b)+j]);
    }
    else{
        printf("error");
    } // fin if
} // fin for j
} // fin for i

sumaat=0;
sumabt=0;

for(i=0;i<c;i++){
    for(j=0;j<d+a+b;j++){
        sumab[i*(d+a+b)+j]=0;
        sumaa[i*(d+a+b)+j]=0;
    }
}

for(i=0;i<c;i++){
    for(j=0;j<d+a+b;j++){
        if(i==0){
            if(j<d){

                sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
                ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
                j+2)]))- (f*puntos[j*2+0]));
            }
            else{
                sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
                ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
                j+2)]));
            }
        }
        else{
            sumaa[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0])-
            ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pija[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+0]*tabladist[0*tamant+(
            j+2)]));
        }
        if(i==0){
            if(j<d){
                sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
                ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
                j+2)]))- (f*puntos[j*2+1]));
            }
            else{
                sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
                ((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
                j+2)]));
            }
        }
    }
}

```

```

else{
sumab[i*(d+a+b)+j]=(u/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1])-
((t/r)*(lotesc[i*3+2]*pijb[i*(d+a+b)+j]*puntos[j*2+1]*tabladist[1*tamant+(
j+2)]));
}
sumaat=sumaat+sumaa[i*(d+a+b)+j];
sumabt=sumabt+sumab[i*(d+a+b)+j];

} // end for j
} // end for i

vecindarioag[(ai-1)]=sumaat;
q3a=0;
q7a=1;
} // fin de if q7a=1
else{

sumaat=0.1;
vecindarioag[(ai-1)]=sumaat;
ai=ai+1;
q6a=0;
q7a=0;
} // fin de else q7a=1

// rankear ganancia esperada para a
if(q6a==1){

if(ai-1==0){
for(i=0;i<d;i++){
maxveca[i]=vecindarioa[(ai-1)*d+i];
maxvecab[i]=maxglobalb[i];
}
maxvecag=vecindarioag[(ai-1)];
maxvecabg=maxglobalbg;
}
else{

if(vecindarioag[(ai-1)]>maxvecag){

for(i=0;i<d;i++){
maxveca[i]=vecindarioa[(ai-1)*d+i];
maxvecab[i]=maxglobalb[i];
}
maxvecag=vecindarioag[(ai-1)];
maxvecabg=maxglobalbg;

} // end if vecindarioag[(ai-1)*d+0]>maxvecag

} // end else

} // end if q6b==1

```

```
q5a = 1;
q6a = 1;

} // fin de analizar vecindario para a

if(maxvecag== -0.01){
q3a=1;
}

// checar punto de avance y agregar a tabu a

if(q7a==1){

// mayor vecindario igual a pavb
for(i=0;i<d;i++){
pava[i]=maxveca[i];
}

if(qa<7){
for(i=0;i<d;i++){
tabua[qb*d+i]=pava[i];
}
qa=qa+1;
}
else{
qa=0;
for(i=0;i<d;i++){
tabua[qa*d+i]=pava[i];
}
} // en if tabu a
// fin de Pava

// checar contra maximo global a

if(pa==0){
pa=pa+1;
for(i=0;i<d;i++){
maxglobala[i]=maxveca[i];
maxglobalab[i]=maxvecab[i];
} // end for i
maxglobalag=maxvecag;
maxglobalabg=maxvecabg;
} // end if
else{
if(maxvecag>maxglobalag){
maxra=0;
pa=pa+1;
for(i=0;i<d;i++){
maxglobala[i]=maxveca[i];
maxglobalab[i]=maxvecab[i];
} // end for i
maxglobalag=maxvecag;
maxglobalabg=maxvecabg;
} // end if
```

```

        else{
            pan=pan+1;
            pa=pa+1;
            if(maxvecag==maxglobalag){
                maxra=maxra+1;
            } // end if
        } // end else
    } // end else pa==0

}
else{
pan=pan+1;
pa=pa+1;
} // fin de q7a=1

q7a = 0;
// condición de salida a

if(pa>h11a){
salidal=0;
}
else{
    if(pan>h22a){
        salidal=0;
    }
    else{
        salidal=1;
    }
} // fin de if pa>h

} // fin de búsqueda para a
fprintf(ptrCf, "\n");
fprintf(ptrCf, "u:%f, t:%f, f:%f\n", u, t, f);
fprintf(ptrCf, "ma:%d, mb:%d\n", ma, mb);
fprintf(ptrCf, "maximo global para búsqueda a\n");
fprintf(ptrCf, "para vecindario a\n");
for(i=0; i<d; i++){
    fprintf(ptrCf, "%d, ", maxglobala[i]);
} // end for i
fprintf(ptrCf, "%10.2f \n", maxglobalag);
fprintf(ptrCf, "para vecindario b\n");
for(i=0; i<d; i++){
    fprintf(ptrCf, "%d, ", maxglobalab[i]);
} // end for i
fprintf(ptrCf, "%10.2f \n", maxglobalabg);

} // fin de escritura de archivo

return 0;

}

```