Revista Mexicana de Economía y Finanzas. Nueva Época / Mexican Journal of Economics and Finance
ISSN: 1665-5346
remef@imef.org.mx
Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.

Einar Moreno Quezada, Guillermo; Núñez Mora, José Antonio

APLICACIÓN DE PROCESOS POISSON-GAUSSIANOS A LOS RENDIMIENTOS DE LOS ACTIVOS EN EL: NEW YORK STOCK EXCHANGE

Revista Mexicana de Economía y Finanzas. Nueva Época / Mexican Journal of Economics and Finance, vol. 10, núm. 2, julio-diciembre, 2015, pp. 131-144
Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.
Distrito Federal, México

Revista Mexicana de Economía y Finanzas, Vol. 10, No. 2, (2015), pp. 131-144

APLICACIÓN DE PROCESOS POISSON-GAUSSIANOS A LOS RENDIMIENTOS DE LOS ACTIVOS EN EL: NEW YORK STOCK EXCHANGE

Guillermo Einar Moreno Quezada*

Universidad de las Américas Puebla,

Departamento de Finanzas y Contaduría

José Antonio Núñez Mora

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey,

Departamento de Finanzas y Contabilidad

(*Recibido 30 de octubre 2014, aceptado 08 de enero 2014*)

Resumen

Después de más de 200 años del nacimiento del mercado de valores en la ciudad de New York, USA (1792), los inversionistas siguen buscando la mejor manera de poder predecir el comportamiento de los rendimientos de los activos para maximizar sus ganancias. Bachelier (1900) incorporó al movimiento Browniano como un elemento que, siendo aleatorio, nos ayudaría a modelar mejor el comportamiento de las series de tiempo de los rendimientos. Desafortunadamente, las desventajas al incorporar el Browniano incluyen suponer que los rendimientos de las acciones se comportan como log normales. Este trabajo propone el uso de una modelación distinta a la que sólo incluye distribución normal utilizando los rendimientos de un grupo de activos de la New York Stock Exchange, New York, USA. Se aplica una aproximación propuesta por Sanjiv Das (1998) originalmente aplicada a las tasas de interés, para la obtención de la función de verosimilitud para el caso de once activos pertenecientes al NYSE y las series del 1 de enero de 1994 al 31 de diciembre de 2004.

Abstract

After more than 200 years since the birth of the stock market in the city of New York, USA (1792), investors are looking for the best way to predict the behavior of the asset returns to maximize their profits. Bachelier (1900) did use the Brownian motion as a random element that would help us to have better models to forecast behavior of returns series. Unfortunately, the use of the Brownian motion have disadvantages: for example, we have to assume that the asset returns behave like log - normal. This paper proposes the use of a different modelling which includes normal distribution using the returns of a group of assets of the New York Stock Exchange, in New York, USA. An approach of Sanjiv Das (1998) which was first applied to the interest rates, is used in obtaining the likelihood function for the case of eleven assets belonging of the New York Stock Exchange using corresponding data from January 1st, 1994 to December 31th, 2004.

Clasificación JEL: C1,G1.
Palabras clave: Poisson, Distribución, Serie de Tiempo.

* Universidad de las Américas Puebla, Escuela de Negocios y Economía - Sta. Catarina Mártir, Cholula, Puebla, México. C.P. 72810 Tel. +52 (222) 229 24 60. Correo electrónico: einar.moreno@udlap.mx

1. Introducción

Posterior a la presentación de algunos trabajos empíricos en el caso Mexicano como el realizado por Núñez, Segundo y De la Cruz (2008), se da continuidad en la búsqueda de evidencia sobre un mejor ajuste en el comportamiento de series de tiempo financieras al utilizar distribuciones de probabilidad que consideren saltos.

Ya se ha reunido evidencia para determinar que, para el caso de México, más del 80% de los rendimientos de los activos ajustan mejor a modelos Poisson-Gaussianos (Moreno, 2008) considerando el periodo del 1 de enero de 1994 al 31 de diciembre de 2004. Ahora, comenzaremos a buscar evidencia en otros mercados para determinar si el comportamiento anterior es exclusivo del mercado mexicano o puede compartir sus características con otros mercados en el continente.

Recordemos brevemente los modelos de derivados que usan como supuesto básico el uso del movimiento geométrico Browniano. Fisher Black y Myron Scholes (1973) presentan una de las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden más populares del sector financiero, misma que es la base para valuar diversos productos derivados. Recordemos los supuestos de su modelo:

i. El activo subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vida del contrato;

ii. El precio del activo subyacente es conducido por el movimiento geométrico browniano, es decir, el precio es log-normal,

iii. La volatilidad del precio en el activo subyacente se mantiene constante en el tiempo,

iv. Las ventas en corto del subyacente son permitidas,

v. El mercado subyacente es líquido y divisible lo que significa que el subyacente se puede comprar o vender en cualquier fracción del título,

vi. No existen los costos de transacción,

vii. El mercado opera en forma continua,

viii. Existe un mercado de crédito, un sistema bancario, en el que los agentes pueden prestar y pedir prestado a una tasa de interés constante para todos los plazos y libre de riesgo,

ix. Todos los agentes comparten exactamente la misma información (información simétrica) y,

x. Los mercados están en equilibrio lo que equivale a que no existen oportunidades de arbitraje.

Si leemos con atención los incisos ii y iii encontramos que debido a la dinámica de los activos del New York Stock Exchange, no podemos asumir los supuestos del modelo propuesto por Black & Scholes. El movimiento Browniano supone un comportamiento con distribución normal.

El concepto de distribución normal o gaussiana por sí mismo ha sido el eje para el desarrollo de la teoría financiera. Históricamente, la mayor parte de los trabajos se han hecho bajo la hipótesis de normalidad. De hecho, se ha vuelto común pensar en la industria que los rendimientos de un activo siguen una distribución normal. Inclusive sabemos que si tenemos observaciones de alta frecuencia (intradía) sobre los rendimientos de los activos estos no se comportan normalmente. Si comparáramos las distribuciones empíricas de los rendimientos diarios de varios de los títulos que cotizan en los mercados de capitales contra las distribuciones teóricas observaríamos que las primeras presentan, casi siempre, sesgo, curtosis excesiva y colas anchas por lo que no podríamos ajustar las series observadas con las distribuciones teóricas. Además, los precios de un activo no pueden ser normales, simplemente porque estos nunca son negativos. Por el contrario, los rendimientos si pueden ser positivos y negativos. Esta característica nos será útil en la realización de este trabajo, debido al trabajo desarrollado por Das (1998). Revisemos algunos de los modelos de tasas que también presentan supuestos de normalidad en el comportamiento de las tasas de interés. El cálculo de la llamada tasa spot, instantánea o tasa corta es en dónde la mayor parte de los modelos que se tienen disponibles para la valuación de bonos cupón cero se concentran.

Ha sido complicado que teniendo el cálculo de la tasa corta podamos pronosticar el futuro. El problema por resolver se trata de poder explicar el comportamiento de la tasa corta en el mercado. Es decir, buscamos explicar propiedades estadísticas tales como el precio promedio, tendencia, sesgo, reversión y desde luego la curtosis que presente.

Al trabajar en el cálculo de la tasa corta no podemos aceptar que su comportamiento este determinado por una función conocida en el tiempo. La tasa corta presenta un comportamiento difícil de predecir debido a que depende de la oferta y demanda de los títulos de deuda al plazo más corto disponible en el mercado. Por las dificultades existentes se ha visto la posibilidad de modelar la tasa corta a través de un proceso estocástico. Efectivamente, estamos hablando de que existen muchos modelos de tasa corta que incorporan un movimiento Browniano.

Es evidente de un gran número de autores representativos de la teoría financiera actual utilizan supuestos de normalidad como condiciones básicas en sus propuestas: para el área de derivados podríamos revisar los modelos de Heston (1993), Hull y White (1987), Barone-Adesi y Whaley (1987), Goldman-Sosin y Gatto (1979) entre otros, para el área de tasas el de Vasicek (1977), Cox, Ingersoll, Ross (1985), Ho-Lee (1986), y Black, Derman, Toy (1990).

Debemos entender que estos autores nos permiten actualmente calcular precios de los contratos en productos derivados o calcular la tasa corta. La diferencia es que algunos años después nos estamos dando cuenta de que es preciso ajustar estos modelos considerando distribuciones de probabilidad que ofrezcan un mejor ajuste a las series de tiempo financieras. Este artículo está dividido en cuatro secciones, la segunda sección describe el modelo utilizado, la tercera sección muestra el análisis empírico y finalmente se presentan las conclusiones.

2. El modelo

El presente artículo está principalmente basado en artículo Das (1998), donde se propone y estima una clase de procesos poisson-gaussianos que permite tener saltos en las tasas de interés. La estimación se realiza usando estimadores para tiempo continuo y tiempo discreto. Se encuentra que los procesos con saltos tienen características especiales que los modelos de difusión no llegan a capturar.

En ese trabajo se desarrolla la función característica, momentos y densidad de la ecuación de difusión.

El trabajo de Das (1998) aplicado a las tasas de interés tiene una limitante: los posibles resultados en la modelación incluyen valores positivos y negativos para las tasas, hecho que no es posible en la realidad de los mercados financieros. A diferencia de la tasa corta, los rendimientos consecuencia de los precios de un activo si pueden presentar valores negativos y positivos. Debido al dinamismo económico quizá sea el momento de utilizar modelos que incluyan procesos con saltos. Es difícil encontrar series de precios continuas como consecuencia de los niveles de bursatilidad. La modelación que incorpore saltos en el comportamiento de las series de tiempo financieras nos ayudará a tener mejores aproximaciones en series que muestran la excesiva curtosis y colas anchas observadas en los datos.

Debido al dinamismo económico quizá sea el momento de utilizar modelos que incluyan procesos con saltos. Es difícil encontrar series de precios continuas como consecuencia de los niveles de bursatilidad. La modelación que incorpore saltos en el comportamiento de las series de tiempo financieras nos ayudará a tener mejores aproximaciones en series que muestran la excesiva curtosis y colas anchas observadas en los datos.

2.1 El proceso estocástico

Partiendo de la ecuación diferencial estocástica,

$$dr = k(\theta - r)dt + \upsilon dz + Jd\pi(h)$$

θ es un parámetro de tendencia central para la tasa de interés "r" que revierte a la tasa "k". La tasa de interés se explica con un movimiento de reversión a la media y dos términos variables; el primer término es un proceso de difusión y el segundo término es la incorporación de un proceso Poisson con salto variable J. El coeficiente de la varianza en la difusión es "ν" y la llegada de los saltos está controlada por un proceso Poisson "π" con parámetro de frecuencia "h" que denota el número de saltos por unidad de tiempo. Los procesos sin saltos y los procesos Poisson son independientes, además de ser al mismo tiempo independientes de "J".

Para determinar el impacto de los saltos en las tasas de interés se requiere un análisis de la distribución de probabilidad sobre un proceso de difusión con saltos y los momentos de esa distribución. La función característica de los procesos de difusión con saltos ofrece la obtención de la función de densidad y además de las funciones de los cuatro momentos. Se está interesado en la distribución de $r(T)$ dado que el valor de r se define en el tiempo cero como $r(0) = r_0 = r$. Se utiliza la ecuación de Kolmogorov inversa para la obtención de la función característica $F(r; T = 0; s)$ sujeta a la condición:

$$F(r, T = 0; s) = \exp(isr) \text{ donde i} = \sqrt{-1}$$

La ecuación inversa de Kolmogorov es:

$$0 = \frac{\partial F}{\partial r}k(\theta - r) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}\upsilon^2 - \frac{\partial F}{\partial T} + hE[F(r + J) - F(r)]$$

Se obtiene la siguiente solución:

$$F(r, T=0; s) = \exp[A(T; s) + rB(T; s)]$$
$$A(T; s) = \int (k\theta B(T; s) + \frac{1}{2}\upsilon^2 B(T; s)^2 + hE[e^{JB(T;s)} - 1])dt.$$
$$B(T; s) = is\exp(-kT)$$

Teniendo la función característica se procede a obtener las funciones de la densidad y momentos para cualquier selección en la distribución de saltos.

Para obtener los momentos se diferenció la función característica sucesivamente respecto de s para después encontrar el valor de la derivación cuando $s = 0$. Se denota μ_n para cualquier enésimo momento y será la derivación enésima de "F" con respecto de "s" por lo que $F_n = \frac{\partial^n F}{\partial s^n}$ y entonces $\mu_n = \frac{1}{i^n}[F_n|s=0]$. Así mismo, definimos $E(J^n)$ con $n = 1, 2, 3, 4$ como el enésimo momento en el que se dan los saltos. Los cuatro primeros momentos son:

$$\mu_1 = \left(\theta + \frac{hE[J^2]}{k}\right)(1 - e^{-kT}) + re^{-kt}$$
$$\mu_2 = \frac{\upsilon^2 + hE[J^2]}{2k}(1 - e^{-2kT}) + \mu_1^2$$
$$\mu_3 = hE[J^3](\frac{1 - e^{-3kT}}{3k}) + 3\mu_1(\upsilon^2 + hE[J^2])(\frac{1 - e^{-2kT}}{2k}) + \mu_1^3$$
$$\mu_4 = hE[J^4](\frac{1 - e^{-4kT}}{4k}) + 3((\upsilon^2 + hE[J^2])(\frac{1 - e^{-2kT}}{2k}))^2$$
$$+ 4\mu_1 hE[J^3](\frac{1 - e^{-3kT}}{3k}) + 6\mu_1^2((\upsilon^2 + hE[J^2])(\frac{1 - e^{-2kT}}{2k})) + \mu_1^4$$

No debemos olvidar que cualquier distribución con saltos donde los momentos son conocidos es finita y admisible.

La estimación con un proceso Poisson-Gaussiano en tiempo continuo requiere de la función de probabilidad de densidad condicional correspondiente a la función del proceso de difusión de saltos. Si t es el día de hoy y "τ" es el tiempo del intervalo, entonces el horizonte de tiempo al final se puede escribir como $T = t + \tau$. Así, el autor aplicando la inversa de Fourier a la función característica $F(r(t), \tau; s)$ obtiene la función de densidad $f(r(t), \tau)$:

$$f[r(t+\tau)|r(t)] = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}[\exp(-isr(t+\tau))F(r(t), \tau; s)]ds$$

La estimación se obtiene usando máxima verosimilitud usando una serie de tasas de interés discreta $r(t), t = 0......T$. Si a los intervalos entre las observaciones se les llama entonces la función de máxima verosimilitud que debe ser maximizada es:

$$L = \max_{k;\theta;\upsilon;h\{(E[J^n]\},\forall n} \sum_{t=0}^{T-1} \log(f[r(t+\Delta)|r(t)])$$

donde

$$\max_{k;\theta;\upsilon;h\{(E[J^n]\},\forall n} \sum \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}[\exp(-isr(t+\Delta))F(r(t),\Delta;s)]ds$$

2.1 Aproximación en tiempo discreto

Se estima una tasa de interés Poisson-Gaussiana usando una aproximación de bernoulli que nos dice que en cada momento del tiempo puede o no ocurrir un salto. Tenemos la expresión:

$$\Delta r = k(\theta - r)\Delta t + \upsilon \Delta z + J(\mu,\gamma^2)\Delta\pi(q)$$

dónde:

Δr es el rendimiento del activo.

k es la tasa de reversión del rendimiento.

θ es un parámetro de tendencia central.

ν es la desviación estándar.

Δz es el movimiento browniano estándar.

$J(\mu,\gamma^2)$ es el shock del salto.

$\Delta\pi(q)$ es el incremento Poisson dado por una distribución Bernoulli con parámetro: $q = h\Delta t + O(\Delta t)$ cuando $\Delta t \to 0$

a) El modelo (tiempo discreto)

La densidad condicionada es:

$$f[r(s)|r(t)] = q\exp(\frac{-(r(s)-r(t)-k(\theta-r(t))\Delta t-\mu)^2}{2(\upsilon^2\Delta t+\gamma^2)}\frac{1}{\sqrt{2\pi(\upsilon^2\Delta t+\gamma^2)}}$$
$$+(1-q)\exp(\frac{-(r(s)-r(t)-k(\theta-r(t))\Delta t)^2}{2\upsilon^2\Delta t})\frac{1}{\sqrt{2\pi\upsilon^2\Delta t}} \quad s>t$$

Ahora, la aproximación de bernoulli se alcanza de la siguiente manera: definimos $Yi = 1$ si un salto ocurre y de lo contrario tenemos que $Yi = 0$ para toda $i = 1, 2, 3, .., N$ y donde $\Delta t = T/N$ para la serie que pasa por T. Entonces tenemos que:

$$\Pr[Y_i = 0] = 1 - h\Delta t + O(\Delta t)$$
$$\Pr[Y_i = 1] = h\Delta t + O(\Delta t) \qquad \Delta t \to 0$$
$$\Pr[Y_i > 1] = P(\Delta t)$$

Ahora, denotemos donde $M = \sum_{i=1}^N Y_i$ donde M es distribuida binomial y es la suma de las variables Bernoulli independientes. Para x eventos tenemos que,

$$\Pr[M=x] = {}^N C_x(hT/N)^x(1-hT/N)^{N-x}, \forall x$$
$$\lim_{N\to\infty}\Pr[M=x] = \frac{e^{-hT}(hT)^x}{x!}$$

Entonces, tenemos que la aproximación de bernoulli converge con la densidad del proceso de Poisson. El modelo puede adquirir valores negativos, hecho que en la realidad no es posible, por lo que descuida la dinámica natural positiva de las tasas de interés.

Este fenómeno no se presenta en nuestro ya que reemplazando los valores de tasas de interés por valores de rendimientos en activos del Mercado de Valores de New York, mismos que si pueden llegar a presentar valores tanto positivos como negativos. Para fortalecer las conclusiones de este trabajo presentaremos dos cálculos adicionales. Primero obtendremos un proceso ARCH Poisson Gaussiano, incorporando a nuestro modelo base un componente ARCH para modelar la volatilidad:

$$v(s+\Delta t)^2 = a_0 + a_1[r(s) - E(r(s))]^2$$

Para este caso, tendremos que estimar dos nuevos parámetros: a_0 y a_1. Segundo, probaremos el ajuste de un proceso ARCH Gaussiano puro y compararemos nuestros tres candidatos.

3. Análisis empírico

Se escogieron 11 activos tomando de cada uno la serie comprendida a partir del 1 de enero de 1994 hasta el 31 de diciembre del 2004. La hipótesis nula se define como que los rendimientos de los activos seleccionados ajustan a modelos Poisson-Gaussianos o a modelos ARCH Poisson Gaussianos con un 95% de confiabilidad.

La hipótesis alternativa es que los rendimientos de los activos seleccionados ajusten a un modelo ARCH Gaussiano puro. Observemos de inicio el comportamiento de los primeros cuatro momentos de las series de rendimientos (cuadro 1).

Cuadro 1. Momentos de los incrementos de los rendimientos de los activos.

	Media	Varianza	Sesgo	Curtosis
Bank of America	0.0006	0.0004	-0.0796	3.5914
Bristol Myers Squib	0.0003	0.0004	-0.9968	14.8190
Caterpillar	0.0005	0.0004	-0.0071	2.8639
General Electric	0.0006	0.0003	0.0176	3.4733
Halliburton	0.0004	0.0009	-1.9863	46.4226
Hershey	0.0007	0.0003	0.9621	20.5852
Home Depot	0.0006	0.0005	-1.2133	19.3399
Kimberly Clark	0.0004	0.0003	-0.1343	6.5699
Penny JC	0.0001	0.0006	0.4582	4.5746
PEPSICO	0.0004	0.0003	0.3706	6.9292
Target Co	0.0008	0.0005	0.0178	4.7433

Fuente: Elaboración propia.

Observemos con detenimiento los valores en la columna del cuarto momento y veamos como de los once activos ocho presentan valores que superan considerablemente los valores de curtosis que pertenecen a una distribución normal. Revisemos los resultados correspondientes a los tres modelos para cada uno de los activos estudiados. Revisaremos sus parámetros, error estándar y el valor de verosimilitud (Log-likelihood).Posterior a revisar cada activo se mostrará una tabla resumen para concentrar los resultados.

Para el cálculo de los errores y derivado de la función de verosimilitud al encontrar los parámetros óptimos , se utilizó la matriz del Hessiano: $Y = \frac{\partial^2 L}{\partial\Omega\partial\Omega'}$. Es decir los errores se calcularon de la manera: $\sqrt{diag(-Y^{-1})}$. No hay que perder de vista que buscamos los errores estándar menores y el máximo valor de verosimilitud (Log-likelihood). Veamos los resultados de los once activos.

Activo 1. BANK OF AMERICA.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0003	-0.0002	0.0002
	(1.8022)	(0.5973)	(0.4091)
θ	5.1426	0.4772	3.5761
	(1.1761)	(0.8156)	(0.8497)
υ	24.5175		
	(2.2065)		
μ	0	0.0001	
	(8.3707)	(1.3546)	
γ	7.2283	1.4687	
	(1.7340)	(0.9994)	
q	0.2491	0.9909	
	(1.8202)	(0.5208)	
a0		1.3437	2.2323
		(1.0042)	(0.9963)
a1		3.0067	9.1346
		(1.2279)	(0.7522)
log-likelihood	0.00001385	0.0015	0.0003312

Fuente: Elaboración propia.

Activo 2. BRISTOL.

BRISTOL			
Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	-0.0046	.001	0.0006
	(8.2149)	(0.5973)	(0.7274)
θ	7.0527	0.2655	3.5032
	(1.0735)	(0.8156)	(0.2255)
υ	30.9564		
	(15.4017)		
μ	0.0168	0.0001	
	(33.9145)	(1.3546)	
γ	-3.2807	1.6802	
	(31.3365)	(0.9994)	
q	0.9931	0.6037	
	(0.6271)	(0.5208)	
a0		1.5139	2.1278
		(1.0042)	(0.9990)
a1		4.0092	9.0459
		(1.2279)	(0.9859)
log-likelihood	0.000007748	0.00088135	0.0002803

Fuente: Elaboración propia.

Activo 3. CATERPILLAR.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0016	-0.0014	0.0002
	(14.3314)	(1.6411)	(0.6332)
θ	9.1663	2.586	3.699
	(21.6714)	(0.2736)	(0.2239)
υ	45.2624		
	(12.2128)		
μ	-0.0125	-0.0006	
	(89.3234)	(1.1840)	
γ	-39.4292	1.637	
	(205.61)	(1.0029)	
q	0.9995	0.2866	
	(0.6048)	(0.7615)	
a0		1.9154	2.116
		(1.0794)	(0.9970)
a1		7.5191	8.895
		(2.9307)	(0.8392)
log-likelihood	0.000001428	0.0005554	0.0004401

Fuente: Elaboración propia.

Activo 4. GE.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	-0.0021 (5.3105)	0.0009 (0.5798)	-0.0002 (0.9933)
θ	6.0503 (1.2505)	2.9093 (0.5487)	1.481 (0.3134)
υ	22.9617 (10.6749)		
μ	0.0069 (17.4064)	0.0002 (2.0191)	
γ	1.829 (10.478)	1.2406 (0.9999)	
q	0.9997 (0.0903)	0.0749 (1.1866)	
a0		2.1284 (0.9972)	3.9309 (1.0240)
a1		7.4834 (0.8720)	17.8891 (1.4879)
log-likelihood	0.00001518	0.0003980	0.0001098

Fuente: Elaboración propia.

Activo 5. HALLIBURTON.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.3366 (4.2898)	-0.0033 (0.9511)	.0001 (0.8541)
θ	-25.3543 (3.0125)	2.5086 (0.6545)	-638.42 (382.1471)
υ	37.6287 (10.9397)		
μ	9.3697 (3.9025)	0.0004 (0.4579)	
γ	4.4311 (1.4657)	0.8349 (1.1964)	
q	1 (12.5714)	0.9619 (0.3101)	
a0		1.7538 (1.0163)	273.6236 (143.0525)
a1		5.1809 (1.3047)	728.342 (435.9415)
log-likelihood	0.0001934	0.0037	0.000002267

Fuente: Elaboración propia.

Activo 6. HERSHEY.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.3505 (5.1164)	0.0002 (0.1923)	0.0007 (0.8802)
θ	-24.9036 (3.6464)	5.5154 (0.6698)	3.4296 (0.2268)
υ	37.1524 (13.262)		
μ	9.5988 (5.2138)	-0.0012 (2.2902)	
γ	4.5228 (1.7031)	1.1635 (0.9997)	
q	1 (14.9616)	0.0546 (1.3816)	
a0		1.6097 (0.9959)	2.0962 (1.0027)
a1		5.7301 (0.7776)	8.8679 (1.1615)
log-likelihood	0.0002168	0.0003992	0.0002095

Fuente: Elaboración propia.

Activo 7. HOME DEPOT.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0273 (0.6562)	0.0001 (0.1015)	0.0001 (0.5488)
θ	-113.0317 (0.9236)	7.2648 (0.7344)	3.6397 (0.2189)
υ	183.7291 (0.6637)		
μ	3.4858 (1.0001)	-0.0006 (1.3423)	
γ	3.0658 (0.9999)	1.2618 (0.9998)	
q	0.9082 (1.0885)	0.1352 (0.5519)	
a0		1.4399 (0.9982)	2.0718 (0.9944)
a1		4.9195 (0.8672)	8.8515 (0.7292)
log-likelihood	0.00009045	0.001	0.0004291

Fuente: Elaboración propia.

Activo 8. KIMBERLY.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	-0.0001 (5.5497)	-0.001 (3.6820)	0.0001 (0.0645)
θ	4.4044 (0.2595)	4.0682 (0.1784)	13.6974 (0.4529)
υ	17.2579 (10.7829)		
μ	0.0004 (5.7408)	0.0024 (2.9505)	
γ	7.2533 (3.7731)	2.1945 (1.3239)	
q	0.927 (0.4289)	0.9537 (0.7461)	
a0		2.2464 (1.1947)	1.3491 (0.9967)
a1		14.3721 (6.8503)	5.2647 (0.3580)
log-likelihood	0.00002622	0.00006785	0.0003090

Fuente: Elaboración propia.

Activo 9. PENNY JC.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0012 (n/a)	-0.0025 (1.5042)	-0.002 (1.6711)
θ	12.633 (114.574)	2.7866 (0.6964)	3.1171 (0.1899)
υ	8.9821 (60.6231)		
μ	-0.0113 (n/a)	-0.0014 (0.7622)	
γ	2.7058 (76.2115)	1.2113 (1.001)	
q	0.9996 (0.9798)	0.9931 (1.5007)	
a0		1.744 (1.0041)	1.965 (1.0316)
a1		7.3188 (1.2789)	8.8856 (2.2957)
log-likelihood	0.0004079	0.0007126	0.0005509

Fuente: Elaboración propia.

Activo 10. PEPSICO.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0166 (0.7601)	-0.0009 (2.8764)	-0.0006 (2.0812)
θ	-105.4764 (0.8866)	3.9815 (0.4283)	3.0167 (0.1613)
υ	198.1109 (0.9286)		
μ	4.7161 (1.0056)	0.0012 (2.6985)	
γ	4.5769 (0.9999)	2.3388 (1.3691)	
q	0.3832 (1.0424)	0.9342 (0.9461)	
a0		2.3364 (1.2256)	1.8259 (1.0438)
a1		13.3955 (6.5476)	8.8156 (2.9251)
log-likelihood	0.000374	0.00009965	0.0001933

Fuente: Elaboración propia.

Activo 11. TARGET.

Parámetro	Poisson-Gaussiano	ARCH-Poisson Gaussiano	ARCH Gaussiano
k	0.0029 (4.6036)	-0.0004 (0.7921)	-0.0007 (0.4091)
θ	6.2169 (1.1618)	2.4795 (0.3050)	1.7608 (0.8497)
υ	23.9839 (10.1677)		
μ	-0.0082 (15.9034)	-0.004 (4.1317)	
γ	4.765 (7.6466)	1.3925 (1.0113)	
q	0.9939 (0.7341)	0.0173 (1.3029)	
a0		3.2614 (1.0070)	1.5004 (0.9963)
a1		11.6625 (1.4679)	4.1107 (0.7522)
log-likelihood	0.00002051	0.0003623	0.0017

Fuente: Elaboración propia.

4. Conclusiones

Tenemos que de los 11 activos estudiados, 9 aceptan la hipótesis nula que recordemos decía: " los rendimientos de los activos seleccionados ajustan a modelos Poisson-Gaussianos o a modelos ARCH Poisson Gaussianos con un 95% de confiabilidad". Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula en un 81.81% de los casos. Podemos decir entonces que los modelos Poisson-Gaussianos y ARCH Poisson Gaussianos ciertamente funcionan para las series de activos que pertenecen al NYSE.

Retomando lo mencionado en nuestra introducción, este trabajo está en búsqueda de evidencia para dar continuidad al trabajo de Moreno (2008) y determinar si las conclusiones presentadas en dicho trabajo son exclusivas del mercado mexicano o se replican en otros mercados del continente americano. Con los resultados de este trabajo ahora tenemos evidencia de que los modelos con saltos ajustan bien a nuestros datos, hecho que nos motiva a seguir trabajando en la continuidad de esta investigación. Será relevante demostrar paulatinamente el cumplimiento de la hipótesis nula en distintos mercados de valores. El objetivo desde luego es acercarnos cada vez más a la construcción de una teoría financiera que considere las características propias de las series de tiempo financieras.

Bibliografía

Das, Sanjiv R. (1998). Poisson Gaussian Processes and the Bond Markets. NBER Working Paper Series, No. 6631.

Black F. y Scholes M. (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), pp. 637-654.

Heston, S. I. (1993). A closed-form solution for options with Stochastic volatility with application to bond and currency options. *Review of Financial Studies.* 6(2), pp. 327-343.

Hull, J. C. y A. White (1987). The Pricing of Options on Assets with Sthochastic Volatility. *Journal of Finance*, 42(2), pp. 281-300.

Barone-Adesi, G. y R. E. Whaley (1987). Efficient Analytic Approximation of American Option Values. *Journal of Finance*, 42(2), pp. 301-320.

Goldman, M. B., H. B. Sosin y M. A. Gatto (1979). Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High. *The Journal of Finance.* 34(5), pp. 1111-1127.

Merton, R. C. (1973). On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *The Journal of Finance* 29(2), pp. 449-470.

Vasicek, O. (1977). An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics*, 5(2), pp. 177-188.

Cox, J. C., J. E. Ingersoll y S. A. Ross (1985). A Theory of the Term Strcuture of Interest Rates. *Econometrica*, 53(2), pp.363-384.

Ho, T. y S. Lee (1986). Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims. *Journal of Finance*, 41(5), pp. 1129-1142.

Black, F., E. Derman, y W. Toy (1990). A One-Factor Model of Interest Rates and its application to Treasury Bond Options. *Financial Analysts Journal*, 46(1), pp. 33-39.

Trejo Bárbara, Núñez José A., y Lorenzo A. (2006). Distribución de los rendimientos del mercado mexicano accionario, *Estudios Económicos*, El Colegio de México, A.C.

Núñez J. A., A. Segundo, J. L. de la Cruz, (2008). Procesos poisson-gaussianos para el análisis de rendimientos en el mercado accionarial en México. *Estudios aplicados de economía.* Universidad Autónoma de Madrid.

Moreno G. Einar (2008). Aplicación de procesos poisson-gaussianos a los activos nacionales: desechando la distribución normal. *Revista de Administración, Finanzas y Economía*, 2(2), pp. 136-149.