

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE
MONTERREY

CAMPUS TOLUCA



**DISEÑO DE CHASIS PARA VEHÍCULO ELÉCTRICO
USANDO TECNICAS AVANZADAS DE OPTIMIZACIÓN
TOPOLOGICA**

TESIS QUE PRESENTA

JUAN DAVID DURAN TRISTANCHO

**MAESTRÍA EN INGENIERIA AUTOMOTRIZ
MIR 09**

**FECHA
MAYO 2020**

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS TOLUCA



**DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE UN CHASIS PARA UN
VEHÍCULO ELÉCTRICO USANDO TECNICAS
AVANZADAS DE OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA**

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERIA
AUTOMOTRIZ

PRESENTA

JUAN DAVID DURAN TRISTANCHO

Asesor: Dr. Juan de Dios Calderón Nájera
Co-Asesor: Dra. Carmita Camposeco Negrete

Miembros del comité: Dr. Juan de Dios Calderón Nájera
Dra. Carmita Camposeco Negrete
Dr. José Carlos Miranda Valenzuela
Dr. Moisés Jiménez Martínez
M.s.c. Juan David Uribe Posada

Toluca, Edo. Méx., mayo de 2020.

Dedicatoria

Con todo el corazón, a mi mamá.

Agradecimientos

A mi señora madre que, sin ella, nada de esto hubiera sido posible. Por sus enseñanzas, por su esfuerzo y dedicación a cada parte de su vida, y de la mía.

A mis viejos y nuevos amigos, con quienes compartí mucho tiempo, tanto en Colombia como en México, y seguimos igual o más unidos.

A mi novia, con quien compartimos muchas metas, sueños, aspiraciones, por su apoyo, entrega y berraquera.

Al Doctor Juan de Dios Calderón, quien fue mi guía y tutor durante toda mi estancia en la maestría. De él aprendí el valor del trabajo duro, la constancia y la perseverancia.

A la Doctora Carmita Camposeco Negrete, por su apoyo en todo mi proceso como estudiante, sus buenos consejos y profesionalismo en el trabajo.

A todos quienes compartieron conmigo dentro y fuera del CIMA, quienes me dieron su tiempo, compartieron experiencias, brindaron consejos, y me convencieron de ser mejor persona cada día.

A CONACYT por darme su apoyo económico con el cual pude desarrollarme como estudiante, como investigador, y como persona.

DISEÑO DE CHASIS PARA VEHÍCULO ELÉCTRICO USANDO TÉCNICAS AVANZADAS DE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

Por

Juan David Duran Tristancho

Resumen

Los vehículos eléctricos han revolucionado la manera en que se diseña cada componente que lo integra, y por ello, es correcto adecuar las metodologías existentes con nuevos procesos y técnicas que permitan obtener resultados más acordes y apropiados. La optimización topológica brinda a quien la usa la posibilidad de crear diseños completamente nuevos, o rediseñar aquellas partes obsoletas, siempre teniendo como objetivo reducir la cantidad de masa total. En esta tesis se parte desde los conceptos fundamentales para el diseño de un chasis, que abarcan desde criterios como rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzos máximos, modos de vibración, pasando por los tipos de chasis que existen y las cargas a los que estará sometido el vehículo en condiciones normales de operación. Al proceso de optimización topológica convencional se le añaden técnicas avanzadas del software como lo son la implementación de restricciones de simetría y espesor mínimo, esto aplicado a una placa base sometida a cada tipo de carga. Se procede a crear diferentes disposiciones a partir de los resultados obtenidos, donde según criterios de peso, rigidez de torsión y manufacturabilidad, se escoge el mejor de ellos. Se usan diferentes tamaños de PTR de acero A36 para el desarrollo de la disposición seleccionada, para finalmente escoger el PTR más acorde a los requerimientos iniciales, y con la ayuda de un diseño de experimentos, generar dos diseños: uno que tenga un peso máximo aproximado de 100 Kg, sin importar si cumple con los requerimientos de diseño iniciales, y otro que alcance los requerimientos de diseño iniciales teniendo en cuenta que debe tener la menor masa posible. El uso de este proceso es aplicado al diseño de la estructura que soportará la suspensión del vehículo, la cuál es acoplada a las estructuras y evaluadas posteriormente.

Tabla de contenido

	pág.
1. Introducción	12
1.1. Objetivos	13
1.1.1. Objetivo general	13
1.1.2. Objetivos específicos.....	13
1.2. Estado del arte	13
1.3. Metodología	15
1.3.1. Optimización de una región de material.....	17
1.3.2. Obtención del contorno del modelo a diseñar	17
1.3.3. Realización del diseño detallado del producto	17
1.4. Consideraciones de diseño	17
1.4.1. Esfuerzo permisible.....	18
1.4.2. Rigidez de torsión.....	18
1.4.3. Rigidez de flexión	19
1.4.4. Modos de vibración.....	20
1.5. Optimización topológica	20
2. Chasis, generalidades	22
2.1. Tipos de chasis	23
2.1.1. Chasis con carrocería separada.....	23
2.1.2. Chasis tipo plataforma.....	24
2.1.3. Chasis tipo monocasco	25
2.1.4. Chasis tipo “patineta”.....	26
2.2. Tipos de cargas.....	27
2.2.1. Flexión.....	27
2.2.2. Torsión	28
2.2.3. Caso combinado de flexión y torsión	29
2.2.4. Cargas laterales	29
2.2.5. Cargas longitudinales	31
3. Optimización topológica de una región de material para el diseño de la estructura del chasis.....	33
3.1. Definiciones de componentes y distribución de cargas.....	34

3.2. Distribución de masa en la placa según tipos de carga	37
3.2.1. Flexión.....	37
3.2.2. Torsión	39
3.2.3. Cargas laterales	41
3.2.4. Cargas longitudinales	43
3.3. Extracción de geometría y exportación a modelo CAD.....	45
4. Diseño detallado de la estructura del chasis.....	47
4.1. Determinación de las mejores secciones transversales para construcción de la disposición seleccionada	49
4.2. Análisis de convergencia.....	50
4.3. Restricciones para cálculo de rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzos y modos de vibración	53
4.4. Comparación del desempeño de los PTR.....	53
4.5. Mejora de la disposición escogida.....	55
4.5.1. Resultados diseño de experimentos.....	55
4.6. Estructura aproximada a 100 kg.....	56
4.7. Estructura con restricciones de diseño alcanzadas	57
4.8. Comparación con disposición inicial escogida	58
5. Diseño de estructura de la suspensión delantera y suspensión trasera	59
5.1. Definición de región de material.....	60
5.1.1. Proceso de optimización para estructura de suspensión delantera	61
5.1.2. Proceso de optimización para estructura de suspensión trasera	61
5.2. Análisis de convergencia.....	62
5.3. Acople de estructura de la suspensión.....	63
6. Análisis de resultados, conclusiones, trabajo futuro y consideraciones	67
6.1. Análisis de resultados.....	67
6.2. Conclusiones	68
6.3. Trabajo futuro.....	69
6.4. Consideraciones	70
6.4.1. Proceso de diseño y diseño final	70
6.4.2. Vehículo en ruta	71
7. Referencias bibliográficas	73
Anexos.....	75

Lista de figuras

	pág.
Figura 1.1. Metodología de diseño planteada por Carlos Hernández.....	15
Figura 1.2. Metodología reformada empleada.	16
Figura 1.3. Esquema de cargas de torsión[10].	18
Figura 1.4. Esquema de cargas a flexión[10].	19
Figura 1.5. Criterios de frecuencias modales (Hz) para el diseño de un vehículo[11].....	20
Figura 2.1. Comparación de las diferentes disposiciones del tren de potencia en un auto[17].	23
Figura 2.2. Carrocería y chasis separados[19].	24
Figura 2.3. Chasis tipo plataforma (Estructura del Lotus Elise)[19].....	25
Figura 2.4. Chasis tipo monocasco[19].	25
Figura 2.5. Estructura tipo "jaula de pájaro" del Audi A2[19].....	26
Figura 2.6. Chasis tipo "patineta"[21].	26
Figura 2.7. Caso de cargas a flexión[9].....	28
Figura 2.8. Caso de cargas a torsión[9].	28
Figura 2.9. Caso combinado de flexión y torsión[9].	29
Figura 2.10. Caso extremo donde las llantas internas donde el virado su reacción es cero.	30
Figura 2.11. Reacciones y fuerzas que actúan en un vehículo cuando acelera[9].....	31
Figura 2.12. Reacciones y fuerzas que actúan en un vehículo cuando frena o desacelera[9].	32
Figura 3.1 Esquema general de una optimización topológica.	33
Figura 3.2. Placa base para optimización de la región de material.	34
Figura 3.3 Distribución de los componentes sobre la placa base.	35
Figura 3.4 Distribución de la fuerza ejercida por cada componente sobre la viga 2D.	35
Figura 3.5 Representación de cargas puntuales y cargas distribuidas sobre la placa base.	36
Figura 3.6 Posición final de la fuerza ejercida por cada componente sobre la placa.	37
Figura 3.7 Distribución de las fuerzas de cada componente sobre la placa base en el modelo de elementos finitos cuando es sometida a cargas de flexión.	37
Figura 3.8 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión.	38
Figura 3.9 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricciones de simetría y ancho.	38
Figura 3.10 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricción de simetría.....	39
Figura 3.11 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricción de ancho.	39
Figura 3.12 Distribución de las fuerzas de cada componente sobre la placa base en el modelo de elementos finitos cuando es sometida a cargas de torsión.....	40

Figura 3.13 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de torsión (la llanta delantera está separada del suelo).	40
Figura 3.14 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de torsión (la llanta trasera está separada del suelo).	40
Figura 3.15 Proceso de optimización topológica para el primer caso del modelo 1 para cargas laterales...	41
Figura 3.16 Proceso de optimización topológica para el segundo caso del modelo 1 para cargas laterales.	42
Figura 3.17 Proceso de optimización topológica para el tercer caso del modelo 1 para cargas laterales. ...	42
Figura 3.18 Proceso de optimización topológica para el cuarto caso del modelo 1 para cargas laterales. ...	42
Figura 3.19 Proceso de optimización topológica del modelo 2 para cargas laterales.	43
Figura 3.20 Proceso de optimización topológica del modelo 1 para cargas longitudinales.	44
Figura 3.21 Modelos de elementos finitos para el modelo 2 de optimización topológica para cargas longitudinales.	45
Figura 3.22 Resultados de las optimizaciones del modelo.	45
Figura 3.23 Geometría resultante del proceso de optimización topológica.	46
Figura 4.1 Chasis Suzuki Jimny[24].	47
Figura 4.2 Disposiciones creadas a partir de los resultados de la optimización topológica.	48
Figura 4.3. Gráfica de comparación entre los diferentes PTR que vende el proveedor con respecto al momento de inercia vertical y horizontal de cada uno de ellos teniendo en cuenta la masa de un perfil de 1 metro de longitud.	49
Figura 4.4. Gráfica de comparación entre los diferentes PTR que vende el proveedor con respecto al momento polar de inercia de cada uno de ellos teniendo en cuenta la masa de un perfil de 1 metro de longitud.	50
Figura 4.5. Montaje usado para realizar análisis de convergencia de los PTR escogidos.....	51
Figura 4.6. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 3.5"x3.5".....	51
Figura 4.7. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 4"x3".....	52
Figura 4.8. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 4"x4".....	52
Figura 4.9. Restricciones impuestas a el modelo de elementos finitos para el cálculo de rigidez.	53
Figura 4.10. Restricciones impuestas a el modelo de elementos finitos para el cálculo de esfuerzos en la estructura.	53
Figura 4.11. Relación rigidez de torsión/masa para cada PTR y espesor de perfil.	54
Figura 4.12. Relación rigidez de flexión/masa para cada PTR y espesor de perfil.	54
Figura 4.13. Disposición escogida mejorada para alcanzar restricciones de diseño iniciales.	55
Figura 4.14. Gráfica de efectos principales para la rigidez de torsión.	56
Figura 4.15. Contribución de cada barra de la disposición a la rigidez de torsión de la estructura.	56
Figura 5.1. Región de material a optimizar para el diseño de la estructura de la suspensión.	59
Figura 5.2. Posición de las fuerzas y puntos de estricción en la región de material base para el proceso de optimización para la estructura suspensión delantera.	60
Figura 5.3. Posición de las fuerzas y puntos de estricción en la región de material base para el proceso de optimización para la estructura suspensión trasera.	60
Figura 5.4. Resultado de la optimización topológica para la estructura de la suspensión delantera.	61

Figura 5.5. Resultado de la optimización topológica para la estructura de la suspensión trasera.	62
Figura 5.6. Montaje usado para realizar análisis de convergencia del PTR de 1.5"x1.5".....	62
Figura 5.7. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para el PTR de 1.5"x1.5" calibre 12.	63
Figura 5.8. Diseño final derivado de la disposición aproximada a 100kg.	63
Figura 5.9. Diseño final derivado de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.....	64
Figura 5.10. Ensamblaje demostrativo del diseño final derivado de la disposición aproximada a 100kg. ..	64
Figura 5.11. Ensamblaje demostrativo del diseño final derivado de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.	65
Figura 5.12. Nuevas posiciones de los componentes en el chasis.....	65
Figura 5.13. Unión por medio de elementos RBE2 de los puntos donde van posicionados las horquillas y el amortiguador correspondiente a cada llanta.	66

Lista de tablas

pág.

Tabla 3.1. Restricciones de diseño iniciales para el chasis.	34
Tabla 3.2. Componentes.....	34
Tabla 3.3 Magnitud y posición de las fuerzas ejercidas por los componentes sobre la viga 2D.....	35
Tabla 3.4 Distribución de peso del vehículo sobre los ejes en función de la distancia entre ejes.....	36
Tabla 4.1. Matriz de desición de las disposiciones.	48
Tabla 4.2 Peso total de la estructura para cada PTR y cada espesor.	54
Tabla 4.3. Factores y niveles del experimento realizado en HyperStudy.	55
Tabla 4.4. PTR y espesor usado en la disposición inicial para cumplir requerimiento de masa.....	57
Tabla 4.5. Propiedades de la disposición con masa aproximada a 100 kg.....	57
Tabla 4.6. PTR y espesor usado en la disposición inicial para cumplir restricciones de diseño iniciales....	57
Tabla 4.7. Propiedades de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.	58
Tabla 4.8. Comparación disposición escogida contra estructuras diseñadas.	58
Tabla 5.1. Propiedades finales de los diseños.	66
Tabla 6.1. Factores de seguridad alcanzados por las estructuras resultantes.	68

Capítulo 1

1. Introducción

El desempeño de un auto se ve afectado de gran manera por el peso de este, donde el consumo de combustible, y por tanto su eficiencia, disminuye notablemente. Por lo tanto, los ingenieros del sector automotriz han estudiado las múltiples maneras en que pueden reducir el peso de los vehículos que diseñan. La práctica más común en esta reducción de peso es reemplazar los materiales que han usado toda la vida en sus componentes, como por ejemplo un chasis, ya sea por uno más resistente o por uno más ligero, lo cual obliga, en ambos casos, al rediseño de esta.

Rediseñar un componente indica la generación de un nuevo estudio, donde se evalúan todos los posibles factores externos que puedan afectar su funcionamiento, sometiéndolo a cargas extremas y situaciones límites. El uso de softwares computacionales facilita su estudio, donde el usuario puede reproducir situaciones similares a las cuales va a estar sometida la pieza sin tener que gastar tiempo y dinero ejecutándolas en la vida real. Pero de igual manera, la simulación de estos entornos tiene su costo, dado que lo que se ejecuta en la computadora está en un ambiente perfecto, muy diferente a lo que realmente sucede, por eso la necesidad de factores de seguridad que puedan suplir el cambio en el comportamiento que pueda tener la pieza al ser construida.

En el caso del chasis de un vehículo eléctrico, es necesario replantear todo su diseño y forma, puesto que la mayoría de las estructuras que se tienen y optimización de estos, son para vehículos con motores de combustión interna.

Por tanto, es acertado replantear la metodología existente para el diseño del chasis de los vehículos, para ser aplicada en vehículos eléctricos, los cuales cuentan con una distribución de peso diferente, debido principalmente al posicionamiento de las baterías y el control de potencia de ellos, donde igualmente se incluyan las situaciones extremas a los cuales estaría sometido cualquier vehículo, optimizando su estructura para cada caso y así tener un diseño final que cumpla las expectativas planteadas en un principio.

En esta tesis se presentarán diferentes casos donde se usó la optimización topológica para el diseño de partes, las consideraciones de diseño que se deben tener en cuenta a la hora de diseñar un chasis, en este caso para un vehículo eléctrico, los diferentes tipos de tracción y las ventajas que pueden tener unas sobre las otras;

además de los diferentes tipos de chasis y las cargas a los cuales están sometidos los vehículos en condiciones normales de operación.

Se plasma en esta tesis todo el proceso de optimización topológica usada para la creación de las diferentes disposiciones que surgen de los resultados de los análisis, así como la selección del mejor perfil para la estructura, y la creación de dos posibles diseños. También se hace uso de la optimización para el diseño de la estructura de la suspensión del vehículo, teniendo igualmente en cuenta las consideraciones de diseño usadas para el chasis, agregando la estructura de la suspensión a las estructuras previamente diseñadas. Para cada diseño se calculan las propiedades de la estructura diseñada y son comparadas con los valores sugeridos. Finalmente, se exponen ciertas consideraciones a tener en cuenta para el desarrollo del chasis.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Diseñar y optimizar un chasis para un vehículo eléctrico utilitario, que corresponde al nivel 0 de autonomía según la norma SAE J3016, por medio del uso de métodos avanzados de optimización topológica, software especializado en pre-proceso y post-proceso de modelos de elementos finitos, diseño de piezas y diseño de experimentos.

1.1.2. Objetivos específicos

- Realizar las optimizaciones topológicas asociadas a cada tipo de carga, usando las herramientas de HyperWorks, con el objetivo de reducir masa, tomando en cuenta la geometría de los perfiles comerciales y su espesor, así como la manufacturabilidad y resistencias.
- Establecer un criterio de selección con base en criterios de masa, facilidad de manufactura y rigidez torsional.
- Seleccionar el perfil tubular rectangular comercial que de mayor resistencia y rigidez a la estructura.
- Desarrollar dos diseños prototipo mediante la mejora de la disposición escogida anteriormente, donde el primero tenga una masa aproximada a los 100 kg y el segundo prototipo debe respetar las restricciones de diseño y a su vez tenga la menor masa posible.
- Aplicar la metodología de la optimización en la estructura de la suspensión, con los mismos objetivos de reducción de peso y resistencia.

1.2. Estado del arte

El diseño de estructuras y optimización de estas puede ser un proceso tan rápido o tardado como el mismo diseño lo requiera, y esto depende principalmente de las libertades o especificaciones que tenga el diseñador para el proyecto. Por tanto, se busca desde las primeras fases del proceso, los bocetos generados sean pensados para una futura construcción sencilla, pero a su vez sean bocetos con las mínimas cantidades de

masa, volumen, espesor, etc., y que cuenten con las restricciones necesarias para funcionar en el ambiente al cual van a ser destinados.

Wang presenta la optimización de la parte frontal de un vehículo eléctrico, con un método llamado Optimización Colaborativa Mejorada (ICO por su siglas en inglés) basada en una Optimización de Diseño Multidisciplinario (MDO), de modo que variando el grosor de 5 componentes y teniendo como restricciones masa y frecuencia, pueden obtener los tamaños óptimos para el caso de un choque frontal de la estructura[1].

Augusto Millán en su tesis de grado plantea el diseño óptimo para la región de colapso de un chasis perteneciente a un vehículo propulsado por energía eléctrica proveniente de la electrólisis de hidrógeno. Sus diseños fueron puestos a prueba mediante el uso de software de simulación, tanto para los bosquejos y pruebas de impacto, dejando como método de optimización el método de diseño robusto de Taguchi[2].

Li muestra la *Optimización estructural evolutiva* (ESO por sus siglas en inglés), aplicado para diseñar el chasis de un nuevo auto de transporte personal. Esta optimización es usada para identificar la mejor topología de la estructura, consiguiendo así una reducción de peso considerable (hasta el 80% después del cálculo número 14), con el objetivo principal de eliminar las “áreas de menor estrés”. Múltiples estados de cargas fueron usados en la optimización, que se traducen en condiciones normales de manejo a los cuales estaría sometido todo el vehículo[3].

Cavazzuti y sus compañeros desarrollan una metodología para exclusivamente la reducción del peso del chasis de un auto Ferrari, usando optimización topológica, topometría y de tamaño, sin dejar a un lado los requerimientos estructurales que tiene la empresa y que no afecte el comportamiento del vehículo en carretera. Los resultados demuestran la aplicabilidad de este método para obtener un diseño general de la estructura y la distribución de los elementos[4].

Patil optimiza el chasis ya existente de un vehículo de tres ruedas, donde busca la reducción en peso del ya existente, además de considerar una reducción del costo, todo esto en función de los esfuerzos y desplazamientos permisibles para la estructura[5]. En otra publicación, Patil también optimiza el chasis de un tractor, cuyo objetivo es que el diseño final tenga una adecuada rigidez de flexión para mejorar las características de manejo, teniendo en cuenta esfuerzos máximos, esfuerzos laterales y deflexiones máximas permisibles. En la modelación del chasis se consideró una sección transversal tipo C, considerando mediante un arreglo ortogonal de Taguchi los posibles espesores de la sección y su influencia en la optimización[6].

Carlos Hernández hace uso de la optimización topológica para tener un diseño preliminar basado en cargas estáticas, a las cuales aplica un factor de seguridad para abarcar también casos dinámicos, del chasis de un vehículo eléctrico, donde luego de tener varios bosquejos, realiza un diseño de experimentos con el fin de tener la sección transversal y espesor óptimos para todos los elementos de la estructura[7].

Finalmente, todas las optimizaciones tienen un punto en común, la reducción de peso en la estructura, sin descuidar las especificaciones o criterios de diseño iniciales, teniendo en cuenta factores como esfuerzos máximos permisibles, deformaciones, rigidez, facilidad en su manufactura o la reducción en costos.

1.3. Metodología

Para esta tesis de grado, la metodología planteada es basada en la presentada por el Maestro Carlos Hernández Carrasco[7], mostrada en la Figura 1.1.

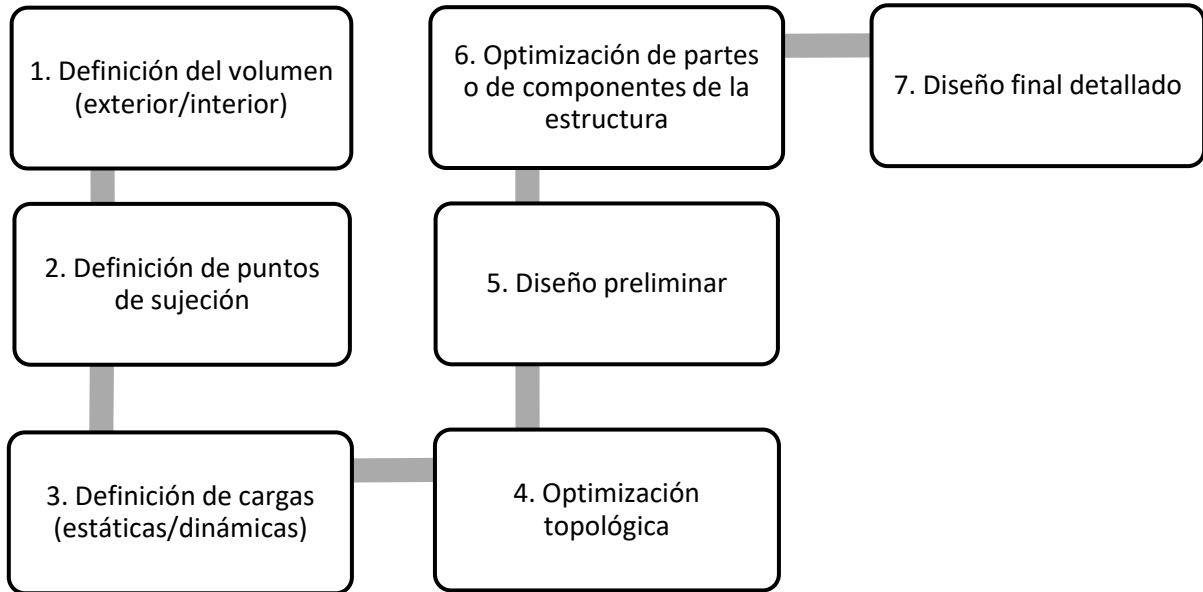


Figura 1.1. Metodología de diseño planteada por Carlos Hernández.

En su metodología, se siguieron los siguientes pasos:

1. Definición del volumen; se establecen las medidas iniciales de ancho y largo de la estructura, además del tipo.
2. Definición de puntos de sujeción; se establece la distancia entre ejes y, por tanto, los puntos de sujeción de la estructura.
3. Definición de cargas (Estáticas/Dinámicas); cálculo de las cargas estáticas pertenecientes a cada componente que soportará la estructura, y cálculo de las cargas dinámicas procedentes del movimiento del vehículo cuando este acelera o frena, o cuando vira en una esquina.
4. Diseño del volumen definido (CAD); creación del modelo CAD en un software de diseño con las medidas ya preestablecidas.
5. Mallado del volumen (CAE); mallado del modelo CAD en un software de simulación CAE.
6. Definición del problema de optimización: Objetivos, restricciones y variables de diseño (Optimización); se crea el ambiente en el software CAE propicio para una optimización topológica, en la cual solo se aplican los objetivos, restricciones y variables de diseño más básicas.
7. Cálculo de optimización topológica (Optimización); desarrollo de la optimización topológica del volumen inicial en con cada uno de los tipos de cargas y cargas combinadas.
8. Realización del diseño preliminar con respecto a la viabilidad (CAD); desarrollo de múltiples estructuras derivadas de los resultados obtenidos de las optimizaciones topológicas, en donde todas las barras usadas para su diseño son completamente macizas.

9. Análisis de verificación (CAE); las estructuras fueron sometidas a cargas de flexión y de torsión, evaluando cuál de ellas tenía los menores desplazamientos y esfuerzos para cada caso, de modo que la comparación y selección de la mejor estructura tuvo en cuenta estos dos criterios.
10. Optimización de partes y componentes (Optimización); se compararon diferentes perfiles estructurales comerciales de aluminio, a los cuales se les hizo un análisis de convergencia a cada uno, seguido de una comparación entre modelos 2D y 3D; una vez escogido los perfiles a usar, se realizó un diseño de experimentos en el cual se dividió la estructura en 4 partes, cada una con un perfil específico y dos espesores.
11. Diseño final detallado (CAD); diseño de la estructura final que cumple con las restricciones de diseño iniciales de rigidez de flexión, rigidez de torsión, esfuerzo máximo y frecuencia natural.

La metodología fue reformada así:

- Adición de restricciones de simetría y espesor mínimo en cada proceso de optimización de la región de material para los diferentes tipos de carga.
- Para las optimizaciones hechas en los casos de cargas laterales y longitudinales, fueron desarrolladas aplicando las fuerzas (fuerzas distribuidas de los componentes o fuerza total de ellos, y fuerzas dinámicas resultantes) directamente en la placa base, o siendo aplicadas en el centro de masa aproximado de la estructura.
- La comparación de las estructuras resultantes (obtención del contorno del modelo) se hizo teniendo en cuenta criterios de peso, manufactura y rigidez de torsión, además de que se usó un perfil comercial para dicha comparación.
- La comparación de los perfiles comerciales se realizó directamente en la estructura seleccionada, evaluando y comparando la rigidez de torsión y rigidez de flexión en cada caso.
- Con el perfil seleccionado, se realizó un experimento completo usando HyperStudy para la estructura, donde se varía el espesor de cada barra y se busca la combinación que tenga mayor rigidez de torsión y a su vez menos peso.
- Se realiza en análisis FEM para determinar los esfuerzos máximos cuando el vehículo se encuentra apoyado en sus cuatro llantas y cuando se encuentra con una llanta levantada, ya sea la llanta delantera o trasera, y se comparan con los esfuerzos máximos permisibles en cada caso.
- Se determinan el primer modo de vibración a flexión y a torsión para la estructura.

De modo que la metodología desarrollada en esta tesis se puede resumir en 3 grandes puntos, mostrados en la Figura 1.2.

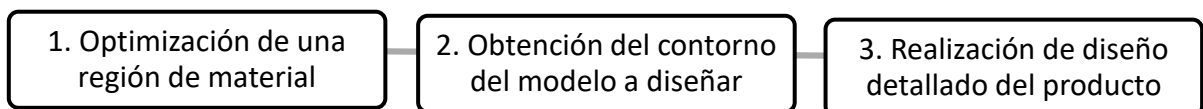


Figura 1.2. Metodología reformada empleada.

1.3.1. Optimización de una región de material

Se parte de la delimitación de un espacio (ancho, alto y largo) que va a estar ocupado por un material (acero, aluminio, etc.), el cuál será sometido por distintos tipos de cargas (tensión, flexión, torsión) como si esta fuera la pieza final, donde, por medio de un análisis de elementos finitos, el software puede calcular de manera aproximada que regiones del espacio conviene conservar en el diseño final y de cuáles regiones se puede prescindir. El resultado obtenido es generalmente el óptimo según las restricciones planteadas, sin embargo, es un modelo tosco y del cual no se puede distinguir, en la mayoría de los casos, algún tipo de forma común en él.

La delimitación de la región de material es dada por el usuario según los requerimientos de tamaño de la pieza, además de su material y el tipo de carga al cual va a estar sometida y, dependiendo de la función que vaya a cumplir, cómo van a estar restringidos sus movimientos cuando el análisis empiece a ser ejecutado.

1.3.2. Obtención del contorno del modelo a diseñar

Luego de obtener una región de material óptima, se procede a refinar el modelo, de modo que se vaya acercando cada vez más al diseño final del producto, considerando factores como el peso, disponibilidad del material y la manufactura de la pieza, con el objetivo de que después de este paso, los cambios al diseño sean mínimos y no afecten al desempeño del misma.

Hay que tener en cuenta que, para una misma pieza, puede haber infinitas formas que solucionen el problema inicial y está a consideración del ingeniero combinar varias de ellas para un diseño final más robusto y adecuado al caso dado.

1.3.3. Realización del diseño detallado del producto

Después de tener el contorno del diseño ajustado, se procede a definir completamente el producto, es decir, especificar los espesores de la pieza, su geometría, la medida de cada parte que la componen, tipos de uniones, etc. Esta definición completa se da por medio de un diseño de experimentos, que permitirá saber a quién está diseñando, los parámetros óptimos para cada característica que se quiera cambiar y mejorar.

En la mayoría de los casos, se está condicionado por quienes proveen el material, ya que generalmente no se cuenta con infinitos espesores u infinitas dimensiones, sino que están estandarizados y hay que tenerlos en cuenta al momento de la selección de las variables en los experimentos.

1.4. Consideraciones de diseño

Para el diseño y optimización de un chasis, se deben tener ciertas consideraciones que contribuyen en gran medida sobre el desempeño y comportamiento del vehículo. La rigidez en casos de flexión y torsión, proveen una absorción de cargas eficientes, diseñando a su vez para una reducción en el peso del chasis[8].

También se deben respetar los límites admisibles para los esfuerzos máximos que tendría la estructura bajo las condiciones de carga más grandes, además de que el chasis sirva como aislante de las vibraciones generadas por sus componentes.

1.4.1. Esfuerzo permisible

Es importante que aún en las peores condiciones de carga, los esfuerzos en la estructura van a estar en un límite aceptable. Al considerar un factor de seguridad para las cargas estáticas, el nivel de esfuerzos debe ser menor que el esfuerzo de cedencia, así, el esfuerzo máximo permisible en la estructura está limitado por[9]:

$$(\text{Esfuerzo debido a cargas estáticas}) \times (\text{Factor de seguridad}) \leq \left(\frac{2}{3}\right) \text{Esfuerzo de cedencia}$$

Este factor de seguridad simularía las peores condiciones en carga dinámica que debe soportar el chasis y se traduciría en que los esfuerzos generados no deben superar el 67% del esfuerzo de cedencia.

1.4.2. Rigidez de torsión

La rigidez de torsión es uno de los parámetros más importantes en el diseño de un vehículo. Este describe la resistencia a rotar del cuerpo cuando este es sometido a fuerzas de torsión (ver Figura 1.3).

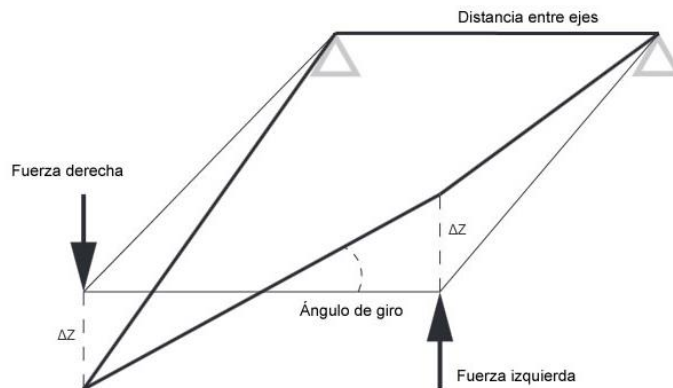


Figura 1.3. Esquema de cargas de torsión[10].

El ángulo de giro puede ser calculado como:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\Delta Z}{0.5 * \text{distancia entre ejes}}\right)$$

el torque como:

$$T = \frac{1}{2} * \text{distancia entre ejes} * (F_{\text{derecha}} + F_{\text{izquierda}})$$

para finalmente, la rigidez de torsión:

$$K \left[\frac{Nm}{\text{grados}} \right] = \frac{T}{\phi}$$

Una situación de manejo donde la rigidez de torsión es importante, se da cuando el vehículo sobrepasa un resalto una rueda a la vez. Todas las fuerzas debidas a esta situación podrían afectar el comportamiento del vehículo.

Comúnmente, quienes manufacturan los vehículos trabajan con una rigidez de torsión en un rango entre $17kNm/grado$ a $40kNm/grado$ [10]. Para el chasis de un vehículos modernos, su rigidez torsional esta entre[11]:

- Sedans: 8 – 18 kNm/grados.
- Camionetas: 10 – 14 kNm/grados.
- Vans: 10 – 12 kNm/grados.

1.4.3. Rigidez de flexión

La rigidez de flexión se entiende como la diferencia entre el ángulo de inclinación de la estructura entre la parte delantera y la parte trasera cuando se aplica una fuerza vertical en ella[10]. Generalmente se define como la fuerza que tiene que aplicarse para deformar una estructura una cantidad especificada[7].

En la Figura 1.4 puede apreciarse un método para la medición de la rigidez de flexión, medida con respecto a un ángulo α o una deformación Z , por dos fuerzas puestas en el centro con soportes en las cuatro esquinas de la estructura

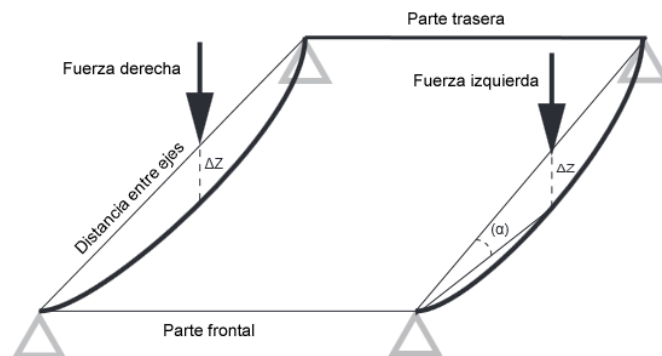


Figura 1.4. Esquema de cargas a flexión[10].

Un valor aceptable de la rigidez con respecto a un desplazamiento lineal varía entre $8000 \frac{N}{mm}$ y $10000 \frac{N}{mm}$ [7], donde se tienen en cuenta factores como:

- La deformación en la parte inferior de la puerta del vehículo, que podría generar un mal acoplamiento de esta o un des alineamiento total.

- Baja deformación en el piso del vehículo, dando la impresión de inseguridad al usuario.
- Reducción de vibraciones.

1.4.4. Modos de vibración

Los modos de vibración de un chasis están muy relacionados con su rigidez de torsión y rigidez de flexión, de tal modo que entre mayor sea su primer modo de vibración, mayor será su rigidez y menor su peso. La frecuencia de resonancia para una carga de torsión en un vehículo completo oscila entre 23 y 24 Hz. Por esta razón, para mejorar esta característica, se suele diseñar el chasis para que tenga su primer modo de vibración entre 35 y 40 Hz para cargas de flexión y entre 30 y 40 Hz para cargas de torsión[11].

Es importante tener en cuenta que, en el caso de un vehículo eléctrico, no cuenta con los modos de vibración del motor a combustión, mostrados en la Figura 1.5, y ahora se debe tener en cuenta no entrar en resonancia con los modos de vibración de un motor eléctrico. En el caso de una llanta con motor, su primer modo de vibración varía entre los 50 y 100 Hz[12].

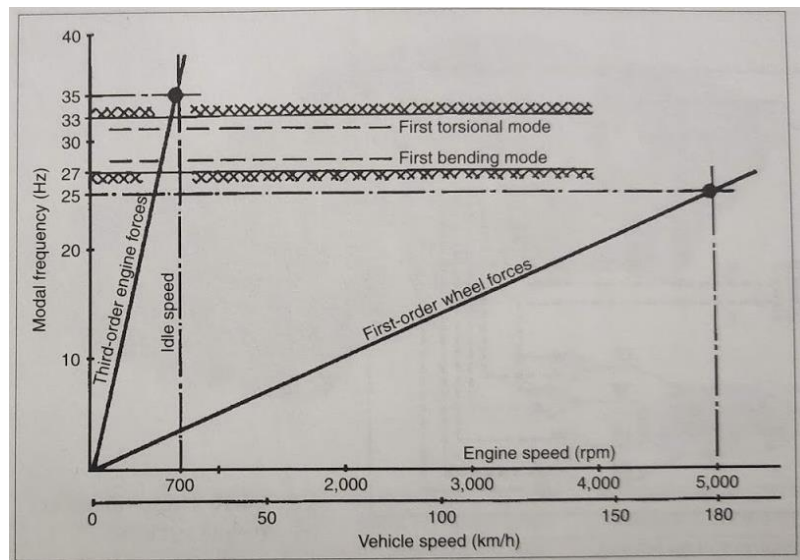


Figura 1.5. Criterios de frecuencias modales (Hz) para el diseño de un vehículo[11].

Generalmente, los eventos relacionados con el manejo, dirección y conducción se encuentran en frecuencias inferiores a los 20Hz; la primera frecuencia natural del cuerpo se encuentra alrededor de los 40Hz[10]

1.5. Optimización topológica

La Real Academia Española define optimizar como buscar la mejor manera de realizar una actividad[13], y puede aplicarse a cualquier concepto de la vida. La optimización de estructuras ha sido objeto de estudio desde tiempos de Galileo Galilei[14], y ha tomado gran auge en los últimos épocas gracias al desarrollo de la programación matemática y mejores artículos tecnológicos que facilitan su uso.

Los problemas de diseño estructural requieren el cumplimiento de objetivos específicos al tiempo que satisfacen un conjunto de restricciones. En el mundo automotriz, esto requiere tradicionalmente numerosas iteraciones que utilizan resultados de análisis de elementos finitos que impulsan cambios en el diseño, y el diseño final a menudo se obtiene a través de un enfoque de prueba y error[15].

Uno de los principales problemas de las viejas metodologías de diseño, es que se basan principalmente en la intuición del diseñador, dando muchas veces como resultado estructuras complejas y demasiado complicadas, muy alejadas de la verdadera solución, cuando el diseño final en realidad es mucho más simple. La optimización topológica genera una propuesta de diseño basada en un espacio de trabajo definido por el usuario, teniendo en cuenta objetivos y restricciones, la cual se puede aplicar para elementos 1-D, 2-D y 3D[16], reduciendo los tiempos de diseño, evitando la experimentación constante y mejorando la calidad del producto.

La herramienta OptiStruct®, ofrece al usuario la posibilidad de hacer una optimización topológica, y su punto fuerte es la de minimizar una función objetivo sujeta a condiciones de frontera compuesta de respuestas de elementos finitos[16]. Se podría hablar de que:

$$\text{Objetivo:} \quad \text{Minimizar } M(x) \quad (1.1)$$

$$\text{Condición de frontera:} \quad e(x) - e^{\text{máximo}} \leq 0 \quad (1.2)$$

$$\text{Variable de diseño:} \quad x^{\text{mínimo}} \leq x \leq x^{\text{máximo}} \quad (1.3)$$

Donde la función objetivo es M y e son condiciones de frontera de respuestas estructurales. Se suele tener como objetivo disminuir masa, fracciones de volumen, frecuencias y desplazamientos, entre otros.

El programa permite variar la densidad de cada elemento finito entre un valor de 0, que representa un elemento vacío, y 1, que representa un elemento sólido o necesario en el diseño final.

El algoritmo buscará una distribución de elementos (o distribución de material basada en sus densidades), recalculando las propiedades de cada elemento tras cada iteración, alternando así entre múltiples posibilidades hasta encontrar una que cumpla mejor con la función objetivo. Esta optimización puede ser aplicada en etapas tempranas del diseño, donde se podrá garantizar que la estructura no sólo cumplirá con los requisitos, si no que represente la mejor solución matemática basada en restricciones de diseño[15].

Capítulo 2

2. Chasis, generalidades

Los componentes que tienen los vehículos tradicionalmente son divididos en tres grupos: tren de potencia, chasis/suspensión y cuerpo. El tren de potencia se encarga principalmente de propulsar el vehículo, el cuerpo provee un lugar para el usuario y la carga que lleve, y el chasis/suspensión es la que permite que el vehículo avance, gire y se detenga[2].

El chasis en general determina en gran medida la seguridad, el confort al viajar, la dinámica y agilidad del vehículo, además de soportar todos los componentes que este lleva. A gran escala, los componentes de un auto son:

- Carrocería, que a su vez está compuesta en su interior y exterior de puertas, vidrios, defensa delantera y trasera, tablero, asientos.
- Suspensión, compuesta de sistema de frenado, sistema de dirección, sistema de amortiguación, componentes de control y soporte de ruedas y llantas.
- Tren de potencia, compuesta por el motor, transmisión, diferencial, acoples.

Los vehículos pueden ser clasificados a su vez según la configuración del tren de potencia que posean. Así como se muestra en la Figura 2.1, existen diferentes disposiciones según la posición del motor y el eje, ya sea frontal o trasero, que tenga la tracción.

El motor puede estar montado sobre el auto de manera transversal o de manera longitudinal, alimentando, adelante o atrás, transmitiendo potencia ya sea al eje delantero (de tracción delantera), al eje trasero (de tracción trasera), o a los dos ejes (conocidos como autos 4x4)[2].

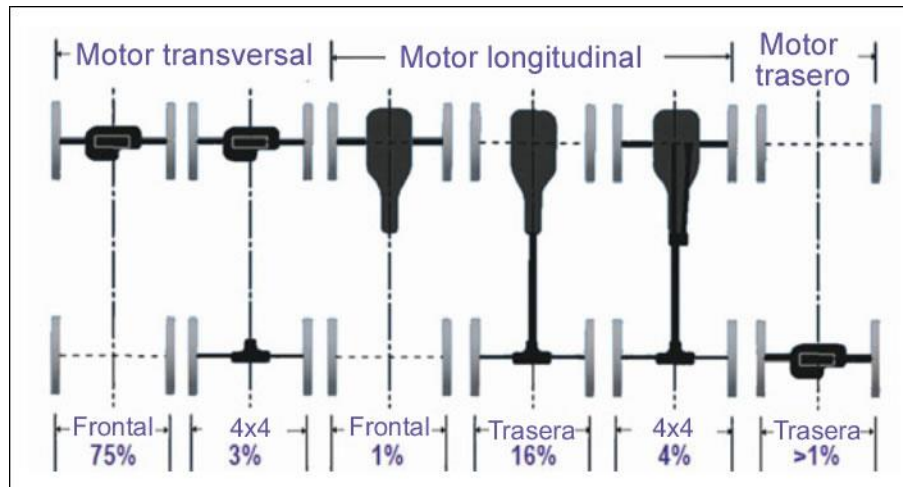


Figura 2.1. Comparación de las diferentes disposiciones del tren de potencia en un auto[17].

Cada configuración tiene sus ventajas y desventajas, pero su uso depende principalmente para la aplicación a la cual va a estar dirigida el vehículo que se quiere diseñar. Para eso se deben tener en cuenta factores tales como:

- Dimensiones exteriores.
- Espacio interior.
- Compatibilidad con el chasis.
- Requisitos de potencia.
- Distribución de peso.
- Tipo de carga.
- Estabilidad del vehículo.

En función de estos factores, a excepción de compatibilidad con el chasis e incluyendo la configuración del tren de potencia, existen diferentes tipos de chasis. Estos pueden ser:

- Carrocería y chasis separada.
- Chasis tipo plataforma.
- Chasis tipo monocasco.
- Chasis tipo "patineta".

2.1. Tipos de chasis

2.1.1. Chasis con carrocería separada

Es el chasis quien soporta todos los componentes mecánicos del vehículo (ver Figura 2.2), logrando rodar incluso sin una carrocería. La carrocería se constituye como un conjunto independiente, con su propio piso, sus accesorios e instalación eléctrica. La carrocería se atornilla al chasis y puede ser separada de este para su posterior reparación[18].

La estructura comprende principalmente vigas unidas, dispuestas en forma transversal o diagonal, donde gracias a esta distribución, posee una elevada resistencia y rigidez, la cual es sometida a todos los esfuerzos de flexión y torsión producidos ya sea cuando el vehículo se encuentra detenido o en movimiento.

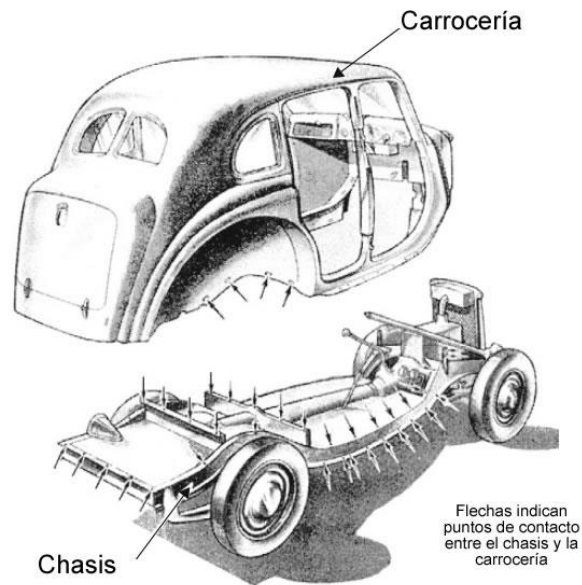


Figura 2.2. Carrocería y chasis separados[19].

Se emplea principalmente en vehículos todo terreno, vehículos industriales medianos (furgonetas), vehículos industriales pesados (camiones), autobuses y vehículos especiales como grúas.

2.1.2. Chasis tipo plataforma

La construcción de este tipo de chasis suele ser generalmente de chapa metálica, en la que los miembros del piso son de largos perfiles de sección cerrada, con buenas uniones entre todos los miembros. Esto genera una estructura con propiedades de alta torsión y flexión localmente en cada una de los segmentos que la componen, por lo cual, en la mayoría de los casos donde se utiliza este tipo de estructura, la parte superior del cuerpo se considera insignificante.

Es usada a menudo en vehículos de baja producción, para los cuales requieren diferentes estilos de carrocería o rápidos cambios al modelo. Un ejemplo de este tipo de estructura es mostrada en la Figura 2.3, siendo el chasis del vehículo Lotus Elise[19].

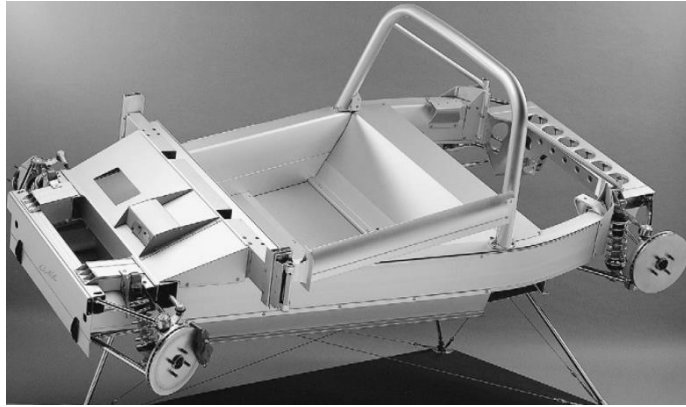


Figura 2.3. Chasis tipo plataforma (Estructura del Lotus Elise)[19].

Esta estructura es generalmente usada en autos descapotables o convertibles, enfocados a una producción en masa[19].

2.1.3. Chasis tipo monocasco

El chasis monocasco realiza una doble función, el de superficie y estructura del vehículo, parecida a la construcción que podría tener un avión. Muy eficiente en relación a su peso, es generalmente usada para autos de carrera (ver Figura 2.4), principalmente porque se requiere que sea una estructura cerrada y el uso de tubos cerrados completamente[19].

Sin embargo, los vehículos requieren espacios para la entrada de los pasajeros, visibilidad hacia el exterior, etc., lo que implica interrupciones en la “carcasa única”, reduciendo así la rigidez de torsión, además de necesitar refuerzos para evitar el pandeo y llevar las cargas a otras partes de la estructura, como lo es en el caso de la suspensión.

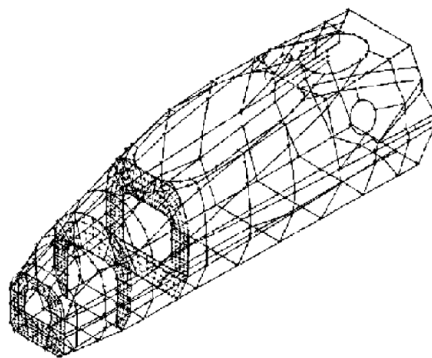


Figura 2.4. Chasis tipo monocasco[19].

Los autos de Fórmula 1 usan este tipo de chasis, cuyo material de manufactura es un material compuesto tipo sándwich con fibra de carbono, dando como resultado una rigidez de torsión superior a 30.000 N-m/grado[19].

Sin embargo, una variación de los chasis tipo caso, más aplicado a los autos modernos, es el chasis tipo “jaula de pájaros” o de espacios perimetrales. En este tipo de estructura, pequeños miembros de sección

tubular son soldados juntos en las uniones o nodos para generar una estructura rígida llamada “ring-beam” o viga de anillo, lo cual le da propiedades de buena resistencia al corte y alta rigidez en las esquinas. El Audi A2 (ver Figura 2.5) es un ejemplo típico, donde distintas partes de su estructura son de aluminio que pasa por un proceso ya sea de extruido o fundido, las cuales posteriormente se van a soldar juntas.

Individualmente este tipo de estructura no es muy buena cuando es sometida a cargas de corte en relación con su peso, pero al sumarse las demás partes del auto y con ellas su resistencia al corte, pasa a tener una estructura integral con rigidez de torsión considerable, esto dependiendo de las partes agregadas[19].

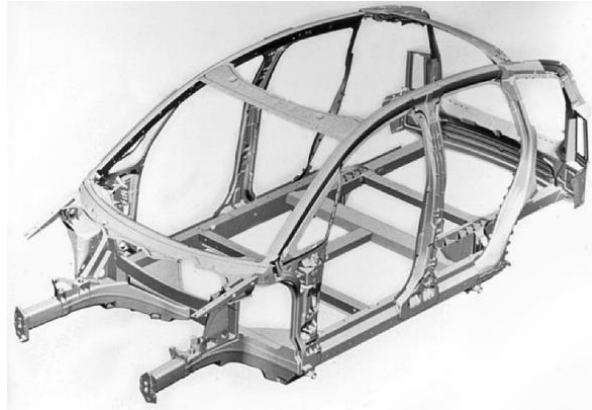


Figura 2.5. Estructura tipo "jaula de pájaro" del Audi A2[19].

2.1.4. Chasis tipo “patineta”

Este tipo de estructura contiene el tren motriz y todos los componentes mecánicos del vehículo, siendo el cuerpo una estructura separada con la cual no hay ningún tipo de enlace mecánico entre los dos. Esto facilita la producción en masa de un “chasis rodante” y deja en absoluta libertad con un número ilimitado de diseños posibles para la construcción del cuerpo[20].



Figura 2.6. Chasis tipo "patineta"[21].

2.2. Tipos de cargas

El chasis de vehículos ya sea de pasajeros o de carga, son sometidos a diferentes cargas constantemente en condiciones normales de manejo. Estas cargas son causadas cuando se atraviesan carreteras en mal estado, desniveles o cuando el conductor realiza maniobras[9].

Las cargas pueden ser consideradas en cinco casos:

1. Cargas de flexión: son cargas debidas al peso de los componentes, que se distribuyen a lo largo del vehículo.
2. Cargas de torsión: el vehículo se somete a un momento aplicado sobre el eje longitudinal del auto, producido por cargas hacia arriba y hacia abajo en cada una de las ruedas.
3. Caso combinado de flexión y torsión: en la realidad, no existen casos de torsión sin flexión, esto debido principalmente a las fuerzas de gravedad que siempre están presentes. Por lo tanto, es correcto considerarlas juntas para representar mejor una situación real.
4. Cargas laterales: ocurre cuando un vehículo está virando en una esquina o zigzaguea para evitar caer en un hoyo en la carretera.
5. Cargas longitudinales: se producen durante la aceleración o frenado. La tracción y fuerzas de frenado genera en las llantas una fuerza de reacción relacionada con la aceleración o desaceleración necesarias para vencer la inercia del vehículo.

Los casos más importantes para el análisis y diseño de un chasis son los casos de flexión, torsión y su combinación, y son estos casos los que determinan una estructura satisfactoria[22].

2.2.1. Flexión

Las fuerzas se dan en el plano vertical x-z (ver Figura 2.7) y dependen principalmente a el peso de los componentes y a la carga útil del vehículo. La primera consideración se da en una condición estática, determinando la distribución de las cargas a lo largo del vehículo, para luego hallar las reacciones de los ejes resolviendo el diagrama de fuerzas que se genera. La estructura del vehículo puede ser tratada como una barra bidimensional donde su simetría es aproximada en el eje longitudinal x. Para este tipo de análisis no se consideran masas de ruedas, discos de frenos/tambores de frenos, partes de suspensión, etc.[9]

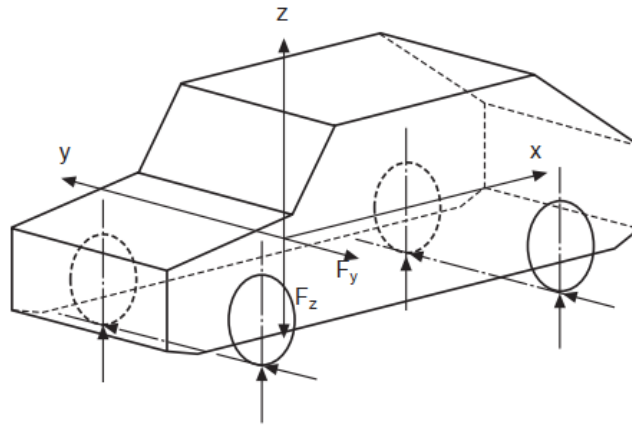


Figura 2.7. Caso de cargas a flexión[9].

Las cargas dinámicas pueden surgir cuando el vehículo atraviesa un terreno irregular. Un ejemplo de esto puede ser cuando las llantas dejan de estar en contacto con el suelo, ya sea por pasar un resalto en la carretera, y caen nuevamente contra el piso, generando un aumento considerable en las fuerzas sobre la estructura. Las experiencias ganadas por fabricantes del área automotriz indican que las cargas estáticas aumentan en un factor de entre 2.5 y 3, por lo tanto, recomiendan un factor de seguridad de 4[22].

2.2.2. Torsión

Las reacciones generan una acción de giro o momento de torsión alrededor del eje longitudinal x, y en su caso más simplificado, las fuerzas aplicadas en un eje, su reacción se dará en el otro eje (ver Figura 2.8). Un caso donde se podrá presentar este caso es cuando se está sobrepasando un resalto, pero las llantas no suben al mismo tiempo, una llanta primero y luego la otra, sometiendo la estructura a torsión[7].

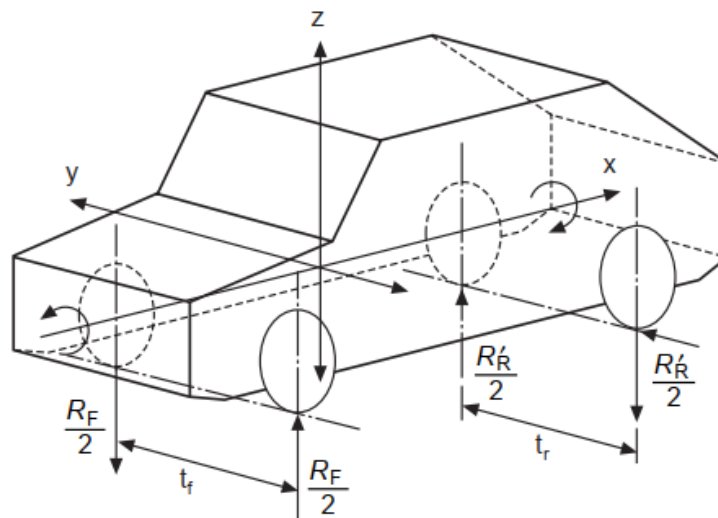


Figura 2.8. Caso de cargas a torsión[9].

Nuevamente, las cargas estáticas aumentan en un factor de 1.3[22]. Para camiones el factor de seguridad recomendado es de 1.5 y para vehículos comerciales usualmente se usa un valor de 1.8.

2.2.3. Caso combinado de flexión y torsión

Esta situación es representada cuando una rueda en un eje se eleva debido a un borde en el camino y el resto de las ruedas permanece sobre el camino, bajo esta condición la reacción del eje es aplicada sobre la rueda que se eleva. Para el cálculo de la reacción en la llanta que se eleva, se puede suponer que la reacción en esa llanta es cero, y las otras tres llantas soportan todo el peso, de modo que si

$$\frac{R_F}{2} t_f = \frac{R_R}{2} t_r \quad (2.1)$$

se da para el caso de torsión pura, donde las reacciones frontal o trasera depende exclusivamente de su opuesto y la distancia entre ejes (t_f y t_r , distancia entre ejes frontal y trasera), para el caso combinado sería:

$$R_{RTR-L} = \frac{R_{R-L}}{2} \pm \frac{R'_{R-L}}{2} \quad (2.2)$$

donde R'_{R-L} es la reacción resultante en el eje sin tener en cuenta la flexión y R_{R-L} la reacción original de la llanta. En la Figura 2.9 se muestra un ejemplo cuando la llanta delantera derecha se levanta y se calculan las nuevas reacciones en las llantas traseras.

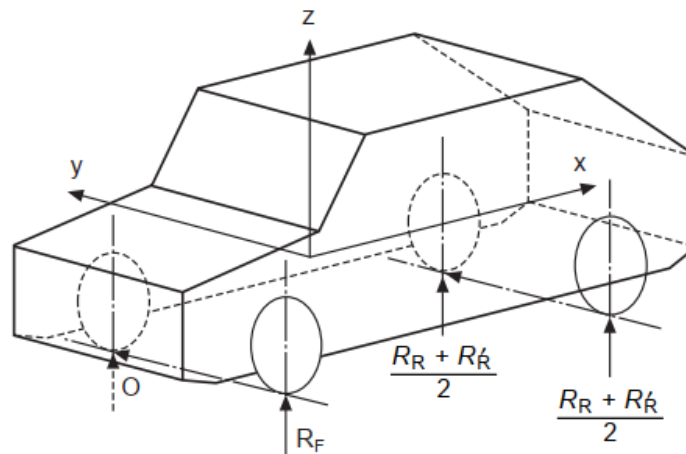


Figura 2.9. Caso combinado de flexión y torsión[9].

Este caso se aplica para cualquier llanta del auto que se levante, ya sea delantera o trasera.

2.2.4. Cargas laterales

Estas cargas ocurren cuando el vehículo está virando en una esquina, y se generan por el contacto de las llantas con el piso, las cuales son creadas por la fuerza centrífuga. La peor condición posible se da en el momento que la reacción en las llantas internas durante el virado son cero, y las llantas externas tienen que

soportar todas las cargas. Para este caso, la fuerza centrífuga y la fuerza debido al peso es soportada por llantas exteriores (punto A, ver Figura 2.10).

Fuerza centrífuga está dada por $\frac{MV^2}{R}$, donde M es la masa del vehículo, V la velocidad lineal y R el radio de giro. En el caso extremo,

$$\frac{MV^2}{R} h = Mg \frac{t}{2} \quad (2.3)$$

La aceleración lateral estaría dada por:

$$\frac{V^2}{R} = \frac{gt}{2h} \quad (2.4)$$

Por lo tanto, la fuerza lateral en la llanta delantera sería:

$$Y_F = \frac{Mgt}{2h} \frac{b}{a+b} \quad (2.5)$$

y la fuerza lateral en la llanta trasera sería:

$$Y_R = \frac{Mgt}{2h} \frac{a}{a+b} \quad (2.6)$$

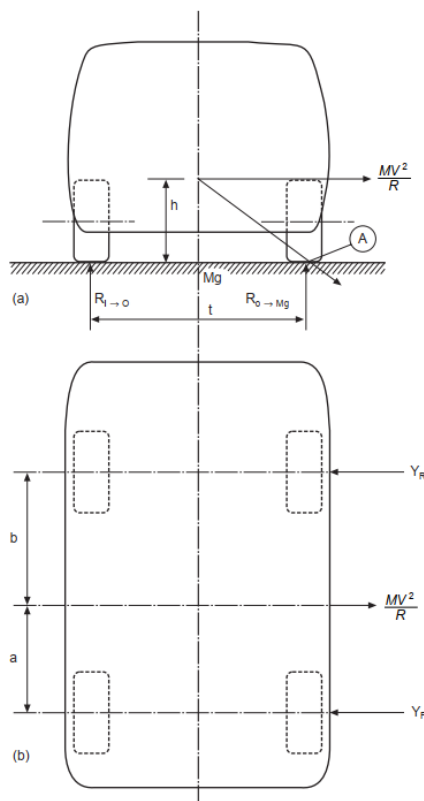


Figura 2.10. Caso extremo donde las llantas internas donde el virado su reacción es cero.

Normalmente, el incremento o decrecimiento de la aceleración lateral se mide con respecto a la gravedad. En condiciones normales de rodadura, el límite de la aceleración es $0.75g$ [9]. Para casos extremos, se considera que la estructura fácilmente proveería la fuerza y rigidez necesarias para soportarlas, además de que el diseño de la suspensión debería reducir las cargas sobre el chasis. Por razones de seguridad, las cargas laterales se asumen como el doble de las cargas estáticas al momento de su análisis.

2.2.5. Cargas longitudinales

Cuando el vehículo acelera o desacelera, se produce una fuerza debido a la inercia que se debe vencer. Como el centro de gravedad se encuentra por encima del suelo, la fuerza debida a la inercia genera una carga sobre el eje frontal o el eje trasero. Mientras el vehículo acelera, el peso o carga soportada por el eje delantero es transferido hacia el eje trasero, y viceversa cuando se frena o desacelera[9].

Un modelo simplificado considera únicamente la fuerza generada por el centro de gravedad del vehículo, proporcionando información útil sobre las cargas en los ejes, puesto que es bastante difícil poder medir con exactitud todos los momentos generados por cada parte del vehículo.

Las reacciones en los ejes cuando el auto acelera (ver Figura 2.11) son:

$$R_F = \frac{Mg(L - a) - Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} \quad (2.7)$$

$$R_R = \frac{Mga + Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} \quad (2.8)$$

Donde M es la masa total del vehículo, g es la gravedad, L es la distancia entre ejes, a la distancia del eje delantero al centro de gravedad, h distancia del centro de gravedad del auto con respecto al piso y $\frac{dV}{dt}$ la aceleración del auto.

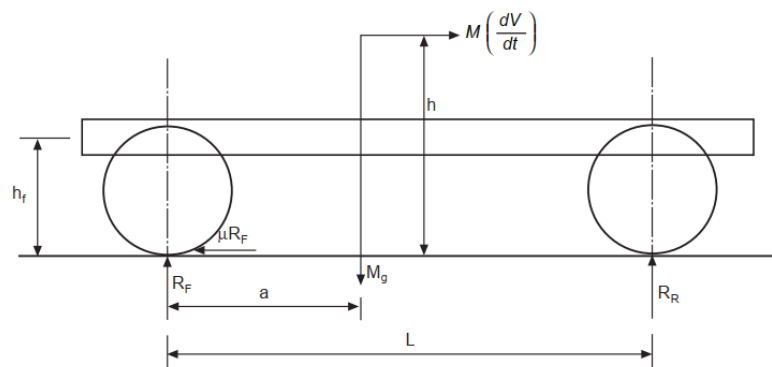


Figura 2.11. Reacciones y fuerzas que actúan en un vehículo cuando acelera[9].

Igualmente, para el caso de frenado, como se muestra en la Figura 2.12, las reacciones en los ejes son:

$$R_F = \frac{Mg(L - a) + Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} \quad (2.9)$$

$$R_R = \frac{Mga - Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} \quad (2.10)$$

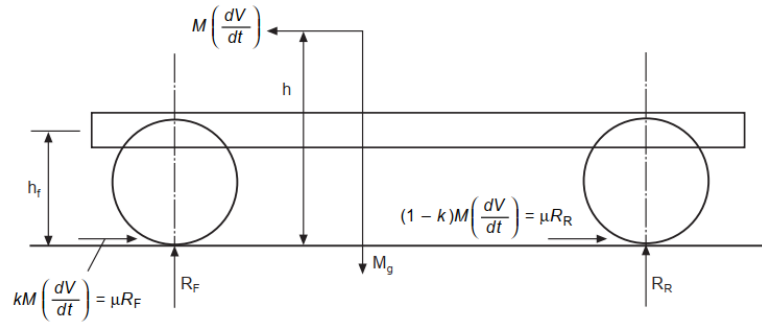


Figura 2.12. Reacciones y fuerzas que actúan en un vehículo cuando frena o desacelera[9].

Las fuerzas de tracción y frenado tienen un límite y son controladas por el coeficiente de adhesión entre las llantas y el piso, que general igualmente una carga de flexión en chasis.

Capítulo 3

3. Optimización topológica de una región de material para el diseño de la estructura del chasis

En el esquema mostrado en la Figura 3.1 se puede ver el objetivo de optimización topológica, las variables de diseño usadas y las restricciones aplicadas al modelo. El objetivo es la reducción de la masa total de la pieza, de modo que respete siempre un esfuerzo máximo en la estructura; el esfuerzo máximo permitido varía según el tipo de carga aplicada. OptiStruct permite que, en el momento de ejecutarse la optimización, pueda establecerse simetría en la forma final, además de que tenga un espesor mínimo general para toda la estructura.

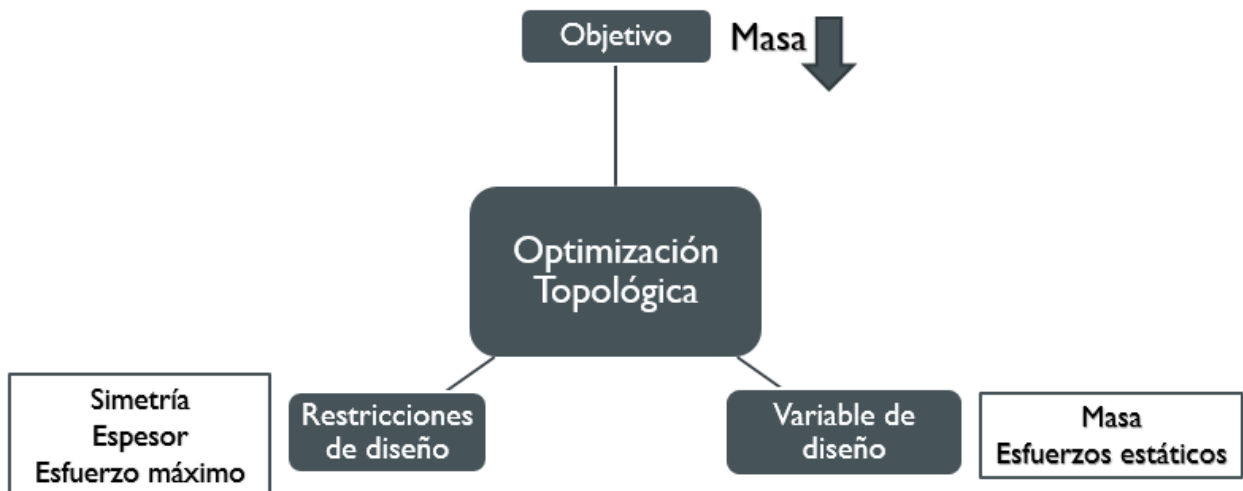


Figura 3.1 Esquema general de una optimización topológica.

Una vez esclarecida la metodología que se lleva a cabo en este proyecto de tesis y la configuración establecida en el software, se procede a ser aplicada para el diseño de un chasis. Las restricciones de diseño antes mencionadas y que se esperan alcanzar son mostradas en la Tabla 3.1. El primer paso es la definición de una región de material; consta de una placa maciza, como la que se muestra en la Figura 3.2, que cuenta con las medidas de 1.1m de ancho, 3.6m de largo y un espesor de 0.1m, la cual es sometida a los distintos tipos de cargas que soporta la estructura, explicados anteriormente. El vehículo base del cual se tomaron medidas de ancho y largo para la placa es el Goupil G4[23], así como la altura del piso al centro de masa.

Tabla 3.1. Restricciones de diseño iniciales para el chasis.

Rigidez de torsión mínima	8000 Nm/grado
Rigidez de flexión mínima	8000 N/mm
Esfuerzo máximo a flexión	56 MPa
Esfuerzo máximo a torsión	167 MPa
Primer modo de vibración a torsión	Entre 30 y 40 Hz
Primer modo de vibración a flexión	Entre 35 y 40 Hz

La placa fue modelada con elementos 3D por medio de una malla automática de HyperMesh, con elementos R-trias (tetraedros de primer orden) y un tamaño de elemento de 20mm a los que se les asignó propiedades de un acero.

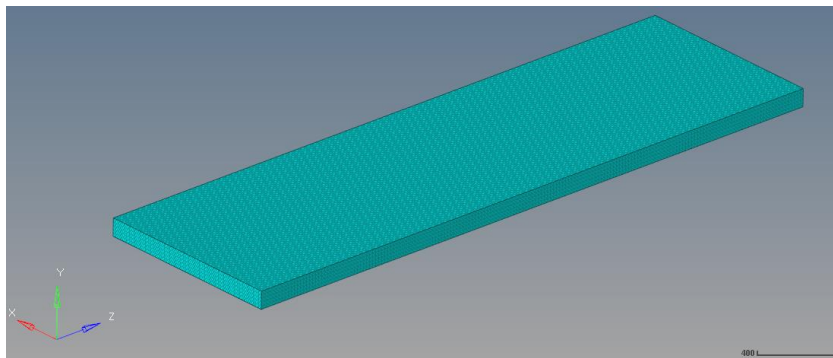


Figura 3.2. Placa base para optimización de la región de material.

3.1. Definiciones de componentes y distribución de cargas

En primer lugar, como parte del diseño, se deben esclarecer cuáles serán los componentes que deberán ser soportados por el chasis. La capacidad de carga del vehículo será de 1000kg; esto se traduce al peso máximo de la estructura trasera que puede soportar, debido principalmente a que se piensa que sea multifuncional y modular. En la Tabla 3.2 se especifican cada uno de ellos, su masa y por ende la fuerza que ejercerán sobre la estructura, mientras que en la Figura 3.3 se muestra la distribución de cada uno de los componentes.

Tabla 3.2. Componentes.

Componente	Masa (kg)	Fuerza (N)
Defensa delantera	25	245.25
Estructura delantera	100	981
Asientos (2 personas)	200	1962
Estructura trasera	1000	9810
Control de potencia	70	686.7
Baterías	300	2943
Motor	30	294.3
Defensa trasera	25	245.25

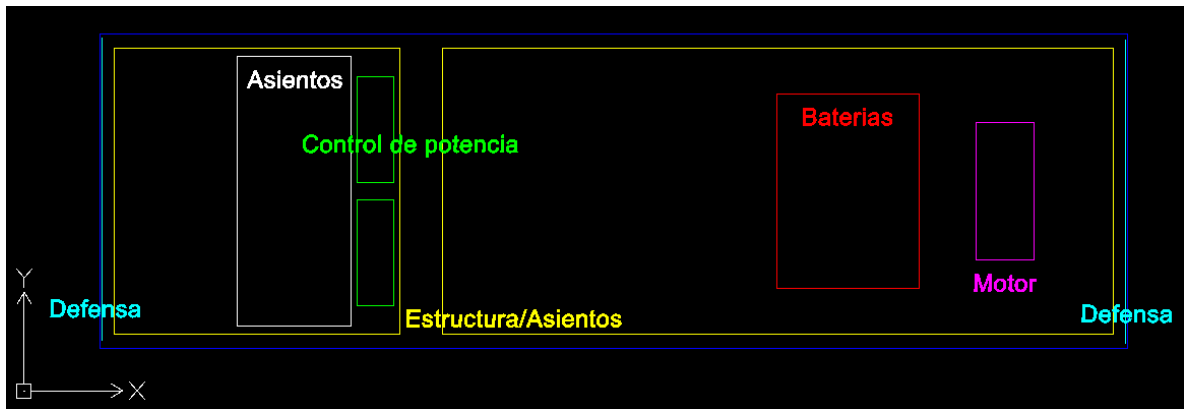


Figura 3.3 Distribución de los componentes sobre la placa base.

La distancia entre ejes y la distancia del eje delantero a la parte frontal del chasis fueron hallados para encontrar la mejor distribución de peso en los ejes del vehículo, de modo que la estructura se tomó como si fuera una viga bidimensional sometida a cargas puntuales y cargas distribuidas que representan la fuerza de cada componente, y dos puntos de apoyo que representan los ejes.

Mediante el programa MDSolids, se agregaron las cargas a la biga bidimensional, como se muestra en la Figura 3.4, dónde el programa permite cambiar los puntos de apoyo y calcular nuevamente la distribución de peso.

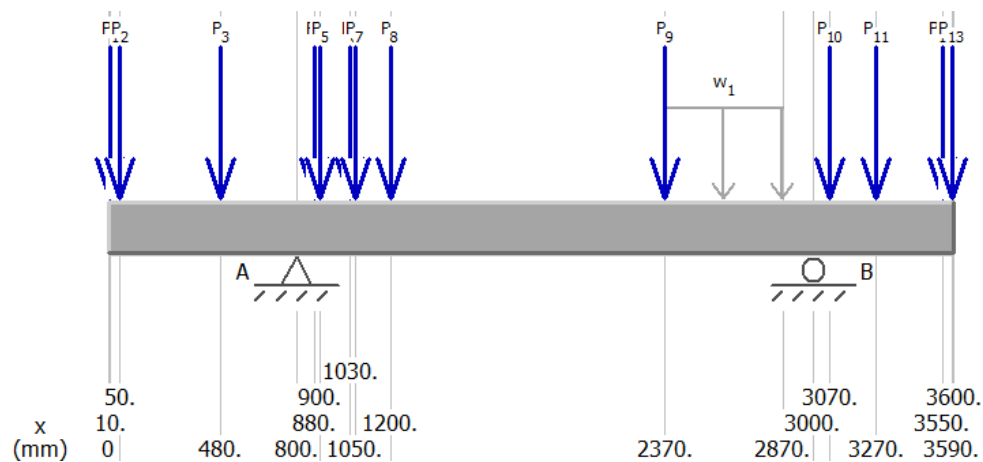


Figura 3.4 Distribución de la fuerza ejercida por cada componente sobre la viga 2D.

La magnitud de las fuerzas y su posición con respecto a la parte frontal de la barra, en este caso $x = 0$, se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Magnitud y posición de las fuerzas ejercidas por los componentes sobre la viga 2D.

Fuerza	Componente	Magnitud (N)	Distancia X (mm)
F1	Defensa delantera	245.25	10
F2	Estructura Delantera	490.5	50
F3	Asientos	981	480
F4	Asientos	981	880
F5	Control de potencia	343.35	900
F6	Control de potencia	343.35	1030

F7	Estructura delantera	490.5	1050
F8	Estructura trasera	3270	1200
F9	Estructura trasera	3270	2370
F10	Motor	147.15	3070
F11	Motor	147.15	3270
F12	Estructura trasera	3270	3550
F13	Defensa trasera	245.25	3590
W1	Baterías	5.886 (1/mm)	2370 – 2870

La fuerza de cada parte se distribuyó en la viga según como se tiene pensado que estas estarán apoyadas en la estructura, de modo que, si la fuerza de la estructura trasera se dividió en tres puntos, esta parte en la estructura estará apoyada en seis puntos, con excepción del control de potencia, que estará apoyado en ocho puntos. En la Figura 3.5 se puede ver la distribución de cada una de ellas sobre la placa. Las “equis” representan las cargas puntuales y las líneas punteadas representan las cargas distribuidas.



Figura 3.5 Representación de cargas puntuales y cargas distribuidas sobre la placa base.

El cálculo de la distribución de peso se hizo para tres distancias entre ejes, donde se tomó la distribución que cumpliera con el requisito de que el mayor peso debe ser soportado por el eje trasero a carga máxima y, a su vez, esté acorde con la distribución de las partes en el vehículo. En la Tabla 3.4 se muestran los resultados obtenidos, donde finalmente se escogió la distancia entre ejes de 2.2m y la distancia del eje delantero a la parte frontal de la estructura de 0.8m.

Tabla 3.4 Distribución de peso del vehículo sobre los ejes en función de la distancia entre ejes.

Distancia entre ejes (m)	Distancia del primer eje a la parte frontal de la estructura (m)	Distribución de peso (%)
2.4	0.6	43/57
2.3	0.7	41/59
2.2	0.8	39/61

En la Figura 3.6 se puede ver la posición final de cada fuerza en la placa, y la posición de los ejes que se traduce como un punto de sujeción en el modelo de elementos finitos. Teniendo claro la posición de cada carga, estas fueron aplicadas en la placa, como se muestra en la Figura 3.7.

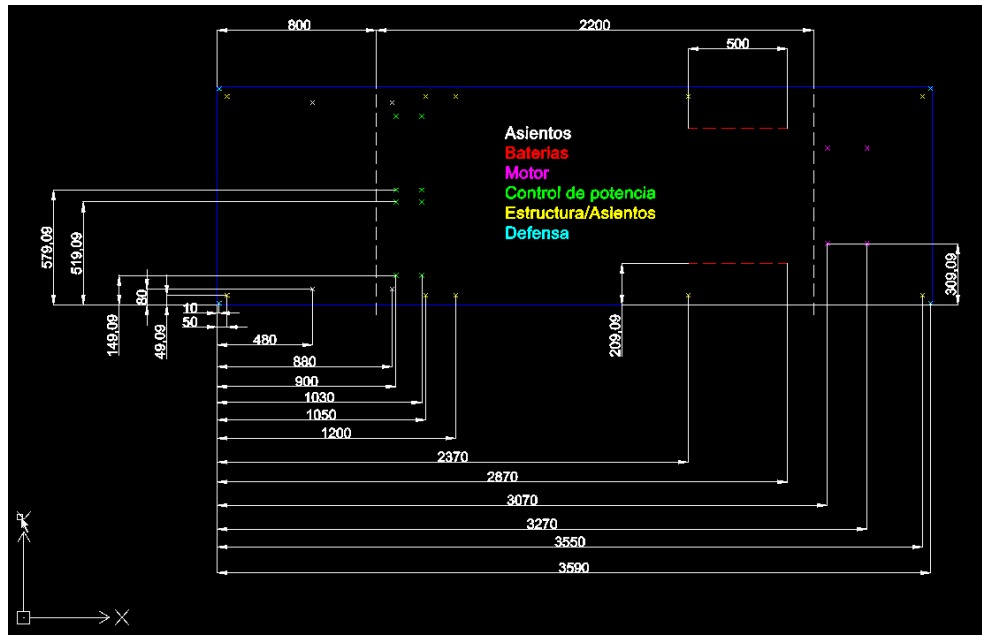


Figura 3.6 Posición final de la fuerza ejercida por cada componente sobre la placa.

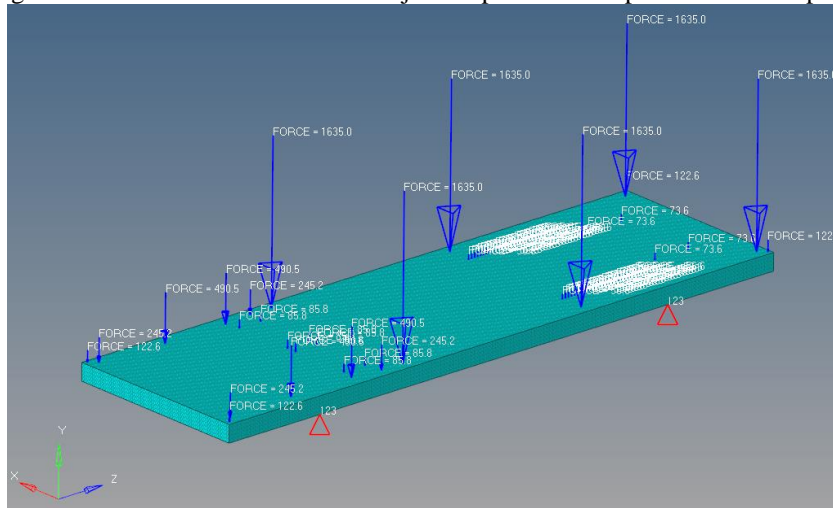


Figura 3.7 Distribución de las fuerzas de cada componente sobre la placa base en el modelo de elementos finitos cuando es sometida a cargas de flexión.

3.2. Distribución de masa en la placa según tipos de carga

Una vez agregadas las fuerzas de los componentes en los puntos respectivos sobre el modelo, y las sujeciones asociadas a la posición de los ejes, se ejecuta el software OptiStruct para la optimización de la región de material.

3.2.1. Flexión

Se dice que un vehículo está sometido a cargas de flexión en el momento que está apoyado en sus cuatro llantas; esto se traduce en que el modelo de elementos finitos tiene cuatro puntos donde existe una

restricción. En la Figura 3.7 se pueden ver dos de los cuatro puntos de restricción mencionados. El resultado del proceso de optimización de la placa es mostrado en la Figura 3.8, la cual es una estructura que, si es construida tal cual como se muestra, soportaría los esfuerzos generados de cargas a flexión.

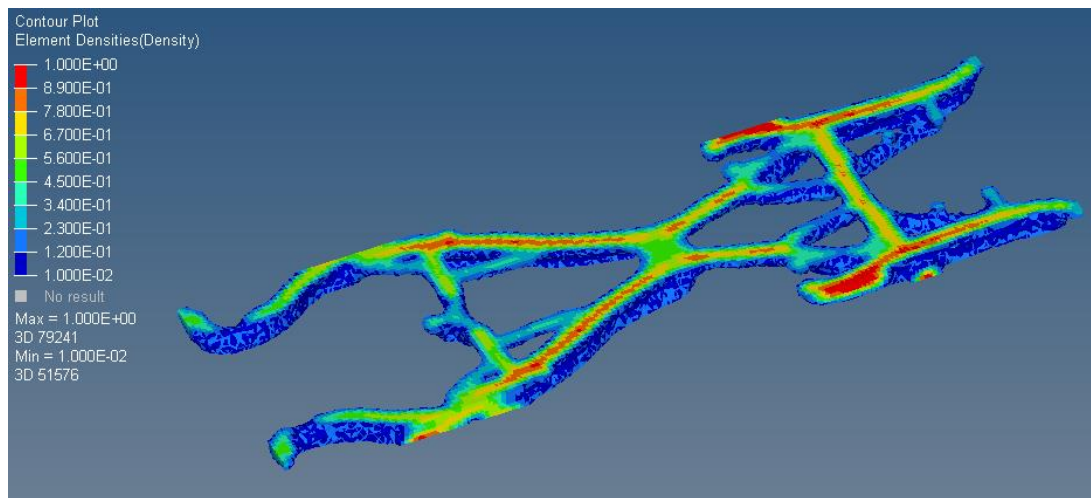


Figura 3.8 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión.

3.2.1.1. Caso de estudio del modelo de optimización

A modo de verificar que las restricciones de simetría y ancho impuestas para el proceso de optimización del software permiten generar un mejor resultado, se realizaron tres análisis: el primero sin ninguna restricción (Figura 3.9); el segundo con solamente la restricción de ancho (Figura 3.10) y el tercero con solamente la restricción de simetría (Figura 3.11).

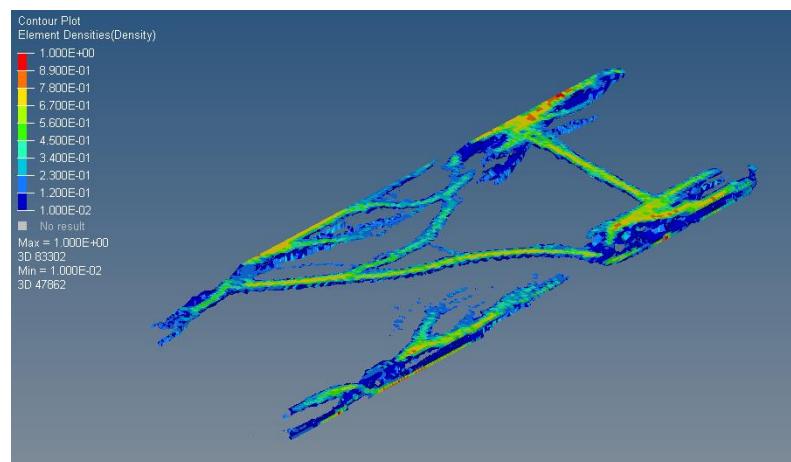


Figura 3.9 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricciones de simetría y ancho.

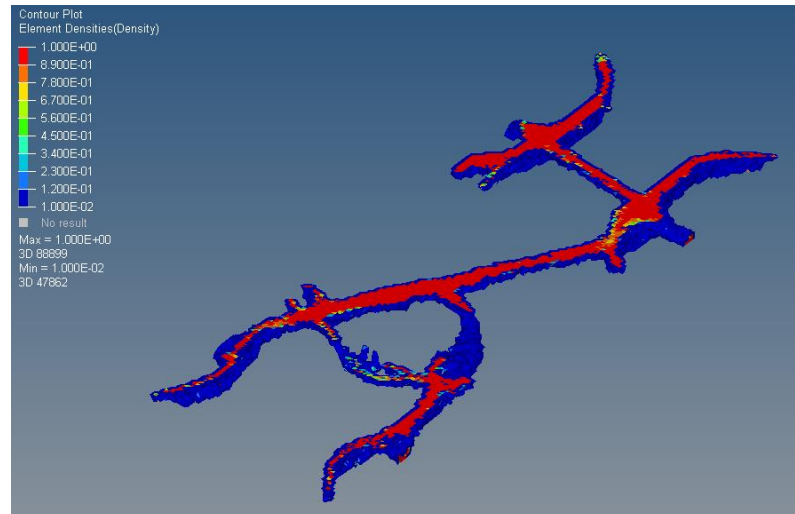


Figura 3.10 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricción de simetría.

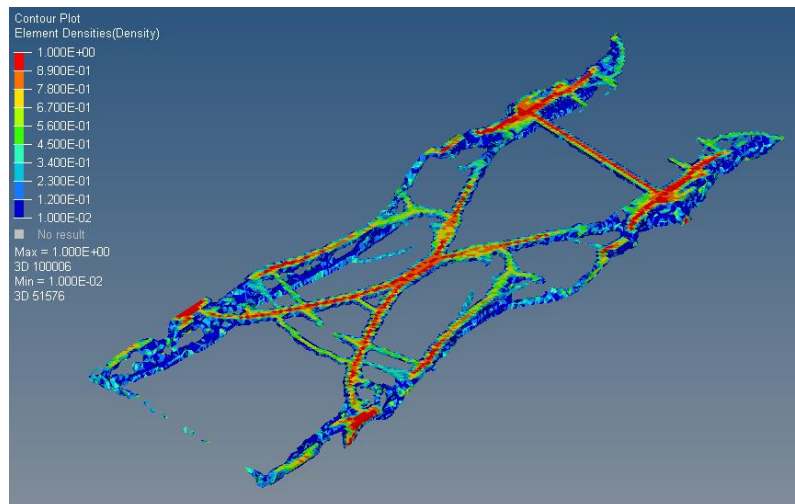


Figura 3.11 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de flexión sin restricción de ancho.

En la primera optimización, el resultado no es nada parecido a lo que se esperaría de la estructura de un chasis; el software interpretó que la forma mostrada es la indicada para este caso. La segunda optimización presenta una forma ligeramente simétrica y respeta la restricción de espesor mínimo, pero su forma no es tan clara ni comprensible. La tercera optimización no muestra una homogeneidad en la estructura con respecto a los perfiles usados, lo cual no es conveniente si se quiere tener un diseño inicial semejante al de un chasis convencional.

3.2.2. Torsión

La torsión en el caso más extremo en un vehículo se presenta cuando una de sus llantas se encuentra totalmente despegada del piso. Con esto en cuenta, se pueden presentar dos situaciones. La primera es cuando una de las llantas delanteras está completamente separada del suelo; la segunda es cuando una de las llantas traseras está completamente separada del suelo. En el modelo de elementos finitos, uno de sus

puntos de restricción, ya sea delantero o trasero, es suprimido para la ejecución del análisis (ver Figura 3.12) según sea el caso.

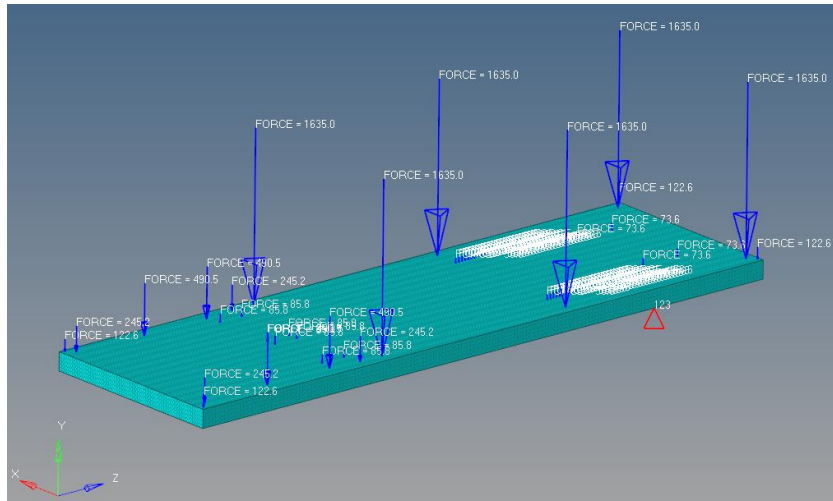


Figura 3.12 Distribución de las fuerzas de cada componente sobre la placa base en el modelo de elementos finitos cuando es sometida a cargas de torsión.

En la Figura 3.13 se muestra el resultado de la optimización cuando una de las llantas delanteras se encuentra separada del suelo, y en la Figura 3.14 se muestra el resultado en el caso contrario. Se puede apreciar una forma similar para ambos resultados, indicando necesariamente una estructura más ancha en el centro, al contrario del resultado de la carga a flexión.

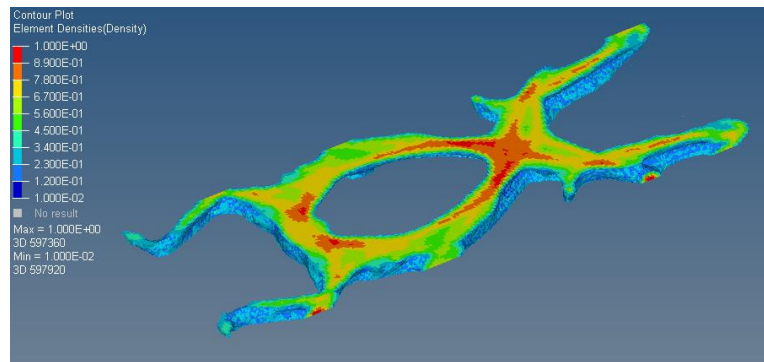


Figura 3.13 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de torsión (la llanta delantera está separada del suelo).

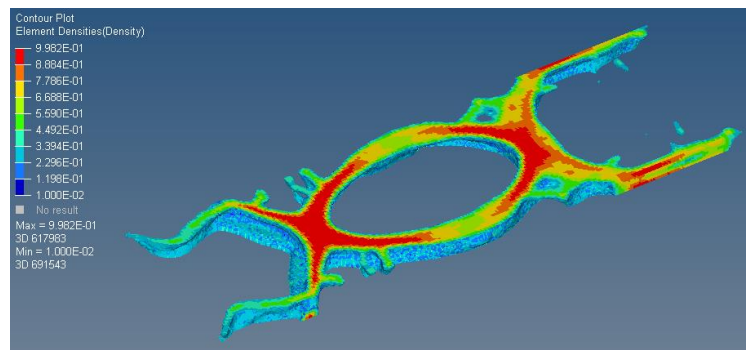


Figura 3.14 Resultado de la optimización topológica después de someter la placa base a cargas de torsión (la llanta trasera está separada del suelo).

3.2.3. Cargas laterales

El caso extremo de carga lateral máxima se presenta cuando el auto está virando en una esquina y las llantas internas se levantan, dejando que las llantas externas soporten todo el peso del vehículo, además de las fuerzas generadas por el giro mismo. Para simular esta situación, se generaron dos modelos de elementos finitos; un modelo donde las cargas laterales generadas son aplicadas directamente en la placa, y otro donde los nodos en los cuales se aplican las fuerzas de los componentes en la placa están conectados al centro de gravedad del vehículo; en este modelo las cargas laterales son aplicadas en el centro de gravedad.

Para el caso de cargas laterales, dado que sólo las dos llantas externas del vehículo están en contacto con el piso, se traduce a que sólo en dos puntos está restringido el modelo, generando que cualquier fuerza que genere un momento con respecto a los nodos restringidos en placa haría que esta “gire infinitamente”. Por lo tanto, se debe restringir más de un nodo en cada punto, de modo que impida esta libertad en el modelo. El cálculo del centro de masa y las cargas laterales se encuentra en el Anexo A.

3.2.3.1. Modelo 1

Se dieron cuatro casos de optimización; el primer caso es mostrado en la Figura 3.15-(a), donde las fuerzas de reacción en cada eje son aplicadas en el punto donde se encontrarían las llantas levantadas al igual que las fuerzas debidas a las cargas laterales apuntando en la dirección de los puntos de restricción. El resultado se puede ver en la Figura 3.15-(b), cuyo resultado sugiere el uso de barras longitudinales para la forma final.

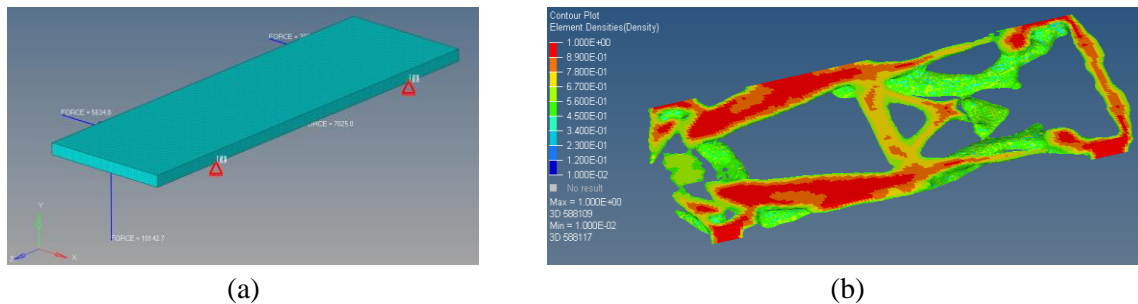


Figura 3.15 Proceso de optimización topológica para el primer caso del modelo 1 para cargas laterales; (a) modelo de elemento finitos, (b) resultado de la optimización.

El segundo caso se deriva del primero; se aplican las fuerzas de los componentes en toda la placa, pero manteniendo las fuerzas laterales en el mismo lugar con la misma dirección, así como se muestra en la Figura 3.16-(a). El resultado de la optimización se puede ver en la Figura 3.16-(b).

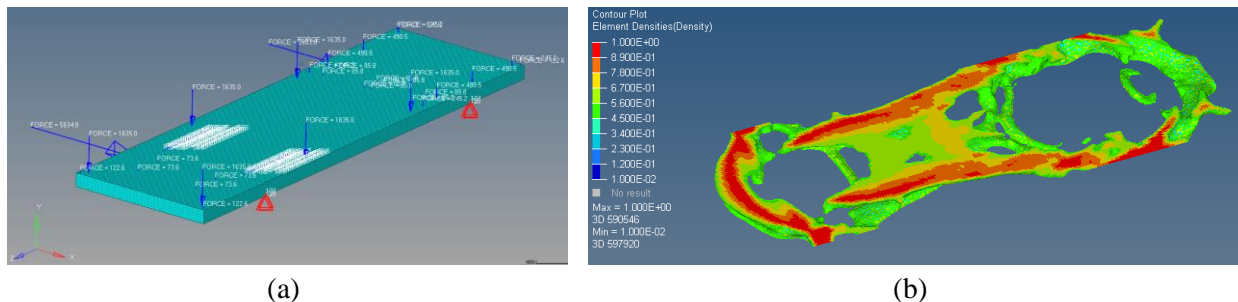


Figura 3.16 Proceso de optimización topológica para el segundo caso del modelo 1 para cargas laterales; (a) modelo de elemento finitos, (b) resultado de la optimización.

El tercer caso es idéntico al segundo, con la variante que ahora las fuerzas de las cargas laterales apuntan en sentido contrario como se ve en la Figura 3.17-(a). El resultado de la optimización es mostrado en la Figura 3.17-(b).

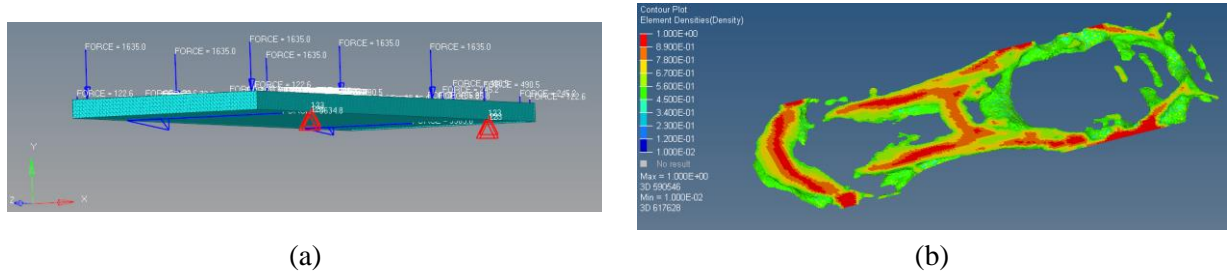


Figura 3.17 Proceso de optimización topológica para el tercer caso del modelo 1 para cargas laterales; (a) modelo de elemento finitos, (b) resultado de la optimización.

En el cuarto caso, las fuerzas de los componentes siguen estando aplicadas sobre la placa según la posición a la que corresponden, pero ahora las fuerzas laterales están aplicadas en los puntos de apoyo. Ésta fuerza es aplicada en el nodo vecino superior al nodo restringido, así como se muestra en la Figura 3.18-(a). El resultado de este caso es mostrado en la Figura 3.18-(b).

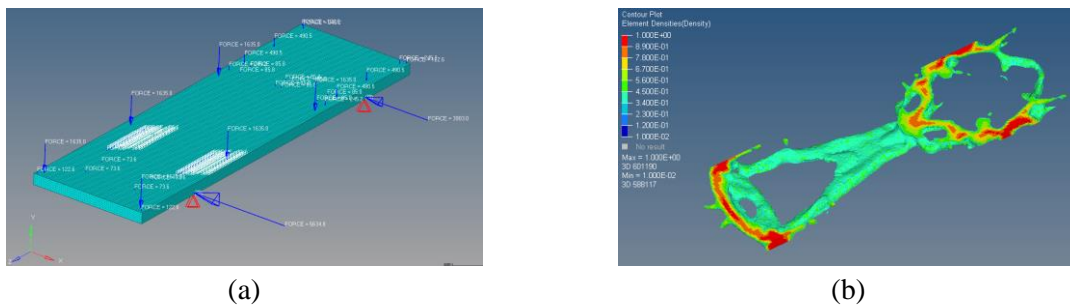


Figura 3.18 Proceso de optimización topológica para el cuarto caso del modelo 1 para cargas laterales; (a) modelo de elemento finitos, (b) resultado de la optimización.

3.2.3.2. Modelo 2

Se realizaron dos optimizaciones. En la primera optimización, la fuerza total de los componentes y la carga lateral total son aplicadas en el centro de masa, el cual está conectado a los nodos donde se aplican las fuerzas los componentes en la placa (Figura 3.19-(a)). La fuerza lateral está en dirección de la aceleración centrípeta, es decir, se dirige hacia donde están las restricciones. En la segunda optimización, únicamente la fuerza lateral está aplicada en el centro de masa y la fuerza de los componentes está aplicada en sus respectivas posiciones sobre la placa (Figura 3.19-(b)).

Los resultados de ambas optimizaciones se muestran en la Figura 3.19-(c) y la Figura 3.19-(d) respectivamente. El resultado de la primera optimización no permite inferir de forma clara una estructura conforme, al contrario del segundo resultado, donde se puede ver una estructura más ordenada y uniforme.

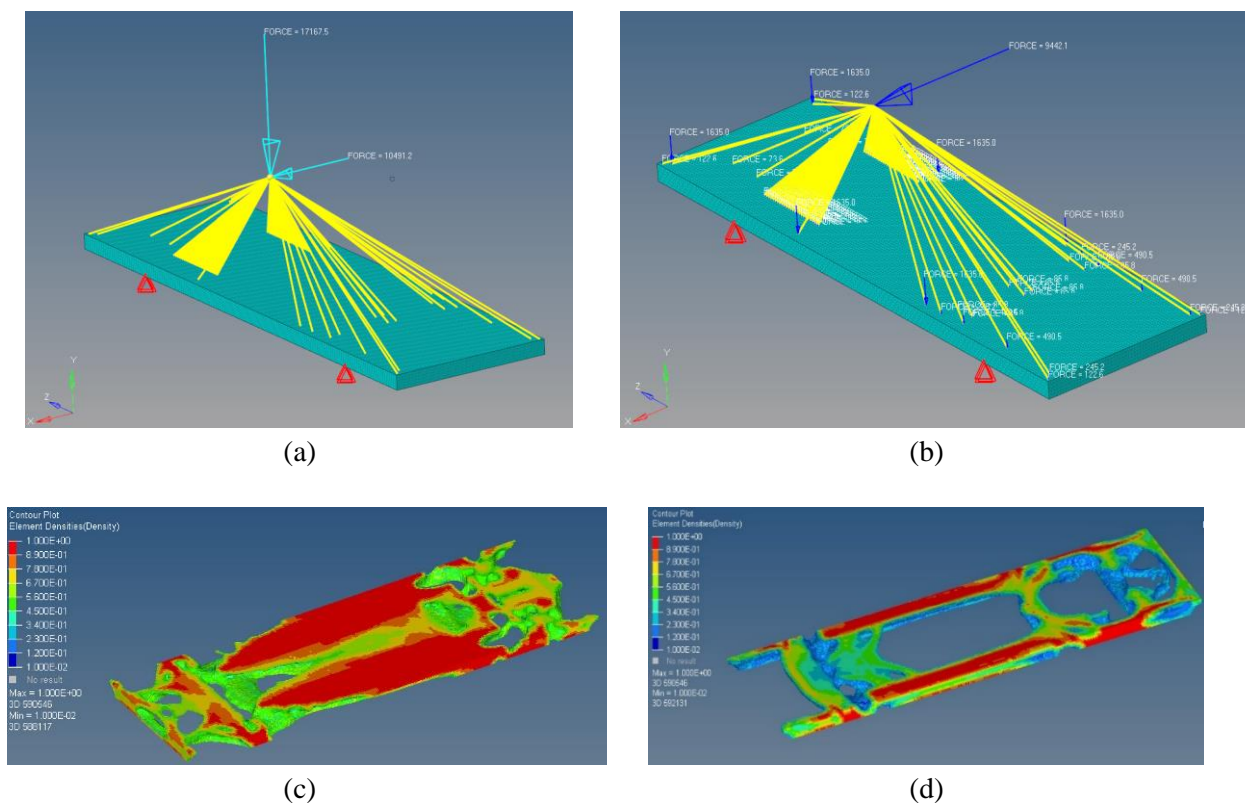


Figura 3.19 Proceso de optimización topológica del modelo 2 para cargas laterales; (a) modelo de elemento finitos con fuerza del peso ejercido sobre el centro de masa, (b) modelo de elemento finitos con las fuerzas distribuidas sobre la placa, (c) resultado de la primer optimización, (d) resultado de la segunda optimización.

3.2.4. Cargas longitudinales

Las cargas longitudinales se generan cuando el vehículo está acelerando o frenando. Al igual que para el caso de cargas laterales, se hicieron dos modelos de elementos finitos. Un modelo donde las cargas longitudinales se ejercen directamente en la placa, y otro donde los nodos en los cuales se aplican las fuerzas de los componentes están conectados al centro de gravedad y la carga longitudinal total se aplican a ese punto.

Dada la experiencia obtenida modelando los diferentes casos de cargas laterales, se omitieron para esta optimización los casos donde las fuerzas de los componentes están en aplicadas sobre la placa para el modelo 1. Los cálculos de las fuerzas longitudinales se encuentran en el Anexo A.

3.2.4.1. Modelo 1

En la Figura 3.20-(a) y la Figura 3.20-(b) se presentan los dos casos, aceleración y frenado, respectivamente. Las fuerzas son aplicadas en el nodo adyacentes superior a donde se tiene la restricción.

Los resultados obtenidos (Figura 3.20-(c) y Figura 3.20-(d)) muestran claramente que la estructura final debe llevar un refuerzo cerca a los ejes del vehículo, aunque no muestre en su totalidad cómo debería ser el resto de la estructura.

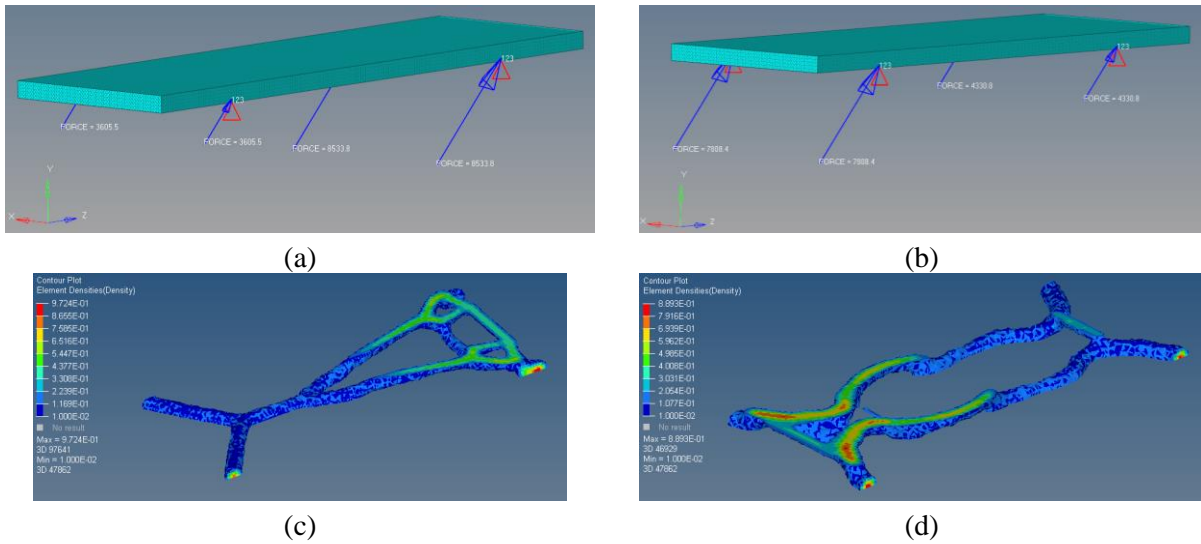
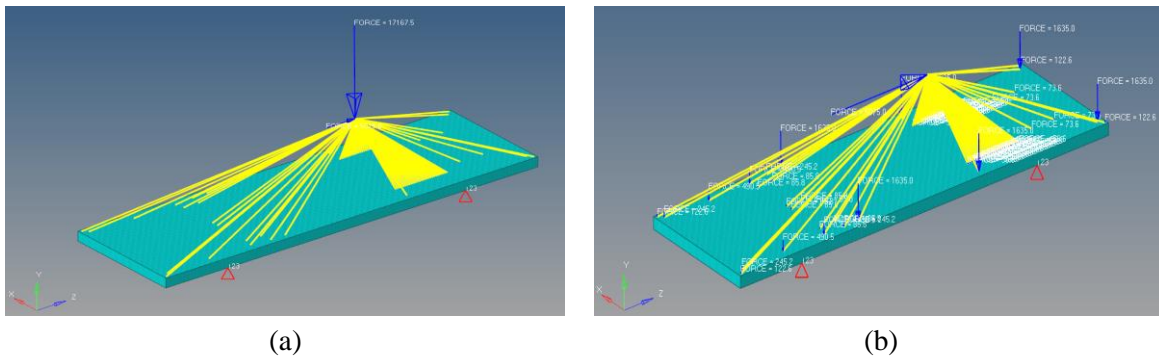


Figura 3.20 Proceso de optimización topológica del modelo 1 para cargas longitudinales; (a) modelo de elemento finitos cuando el vehículo acelera, (b) modelo de elemento finitos cuando el vehículo frena, (c) resultado de la optimización cuando el vehículo acelera, (d) resultado de la optimización cuando el vehículo frena.

3.2.4.2. Modelo 2

Al igual que en el modelo para las cargas laterales, se realizaron dos optimizaciones para cada caso de carga longitudinal; dos para cuando el vehículo acelera y dos para cuando el vehículo frena. Para el caso de aceleración, los dos modelos son mostrados en la Figura 3.21-(a) y Figura 3.21-(b), donde el primero tiene la fuerza total de los componentes aplicada en el centro de masa y el segundo la fuerza de cada componente es aplicada en su posición sobre la placa. Sucede lo mismo para el caso de frenado (ver Figura 3.21-(c) y Figura 3.21-(d)).



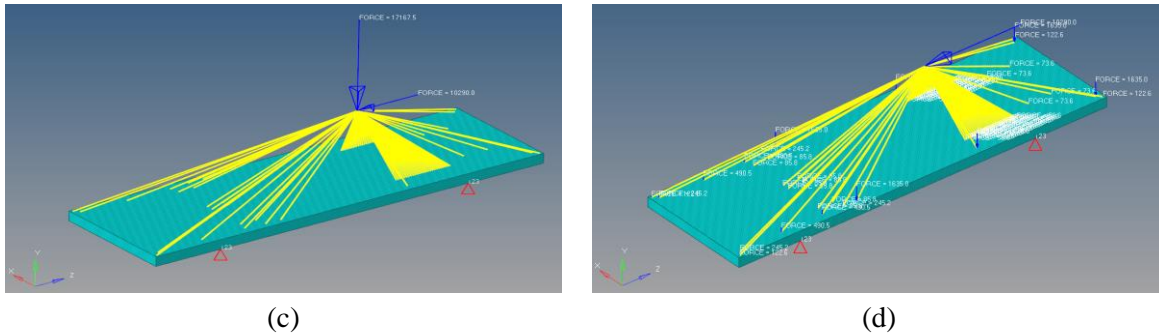


Figura 3.21 Modelos de elementos finitos para el modelo 2 de optimización topológica para cargas longitudinales; (a) modelo de elemento finitos con fuerza del peso ejercido sobre el centro de masa cuando el vehículo acelera, (b) modelo de elemento finitos con las fuerzas distribuidas sobre la placa cuando el vehículo acelera, (c) modelo de elemento finitos con fuerza del peso ejercido sobre el centro de masa cuando el vehículo frena, (d) modelo de elemento finitos con las fuerzas distribuidas sobre la placa cuando el vehículo frena.

Los resultados obtenidos de la optimización para el caso de aceleración son mostrados en la Figura 3.22-(a) y Figura 3.22-(b), y para el caso de frenado son mostrados en la Figura 3.22-(c) y Figura 3.22-(d).

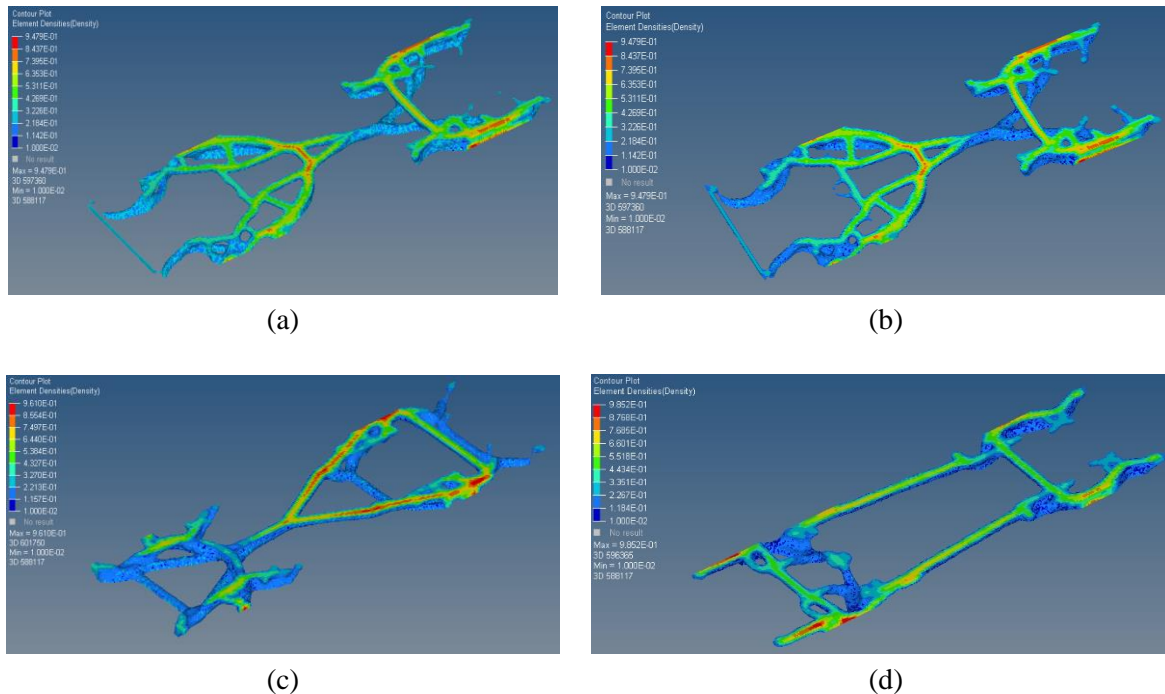


Figura 3.22 Resultados de las optimizaciones del modelo 2; (a) resultado del modelo 2 con fuerza del peso ejercido sobre el centro de masa cuando el vehículo acelera, (b) resultado del modelo 2 con las fuerzas distribuidas sobre la placa cuando el vehículo acelera, (c) resultado del modelo 2 con fuerza del peso ejercido sobre el centro de masa cuando el vehículo frena, (d) resultado del modelo 2 con las fuerzas distribuidas sobre la placa cuando el vehículo frena.

3.3. Extracción de geometría y exportación a modelo CAD

Una vez realizadas todas las optimizaciones, se procedió a extraer las geometrías resultantes. La extracción se hizo a través de la herramienta OSSmooth (complemento incluido en HyperMesh para el post

procesamiento de resultados de optimizaciones), que permite tomar las formas obtenidas y con estas crear en un archivo IGES que cualquier software CAD puede leer.

Para el proceso de creación del nuevo archivo, se usa el modelo de elementos finitos con el cual se hizo la optimización y el archivo de resultados de la optimización, y es llevado a cabo dentro de la interfaz de HyperMesh. En la Figura 3.23 se presenta el resultado obtenido para el caso de cargas a flexión, reproduciendo el proceso antes mencionado para cada caso de carga.

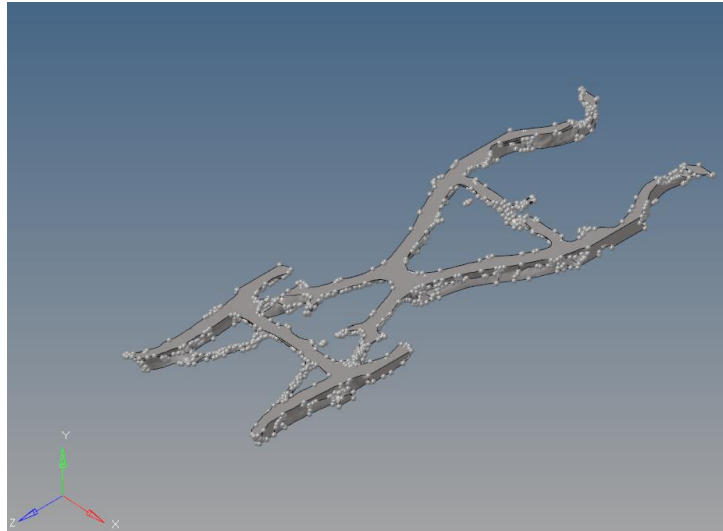


Figura 3.23 Geometría resultante del proceso de optimización topológica.

La intención de extraer todas las geometrías de cada caso es tener medidas exactas de las posibles posiciones en las cuales podrían ir ubicadas las barras PTR en la estructura. Con esto, poder crear diferentes disposiciones de las barras y así, tener diferentes geometrías para comparar y analizar.

Capítulo 4

4. Diseño detallado de la estructura del chasis

En el capítulo 3 se realizó la optimización de la región de material según cada tipo de carga que soporta un chasis en condiciones normales de operación. Es importante tener en cuenta que las disposiciones creadas puedan ser fácilmente construidas en el laboratorio del CIMA. Se entiende como un buen diseño aquellas partes que puedan ser hechas rápida y eficazmente. Esto significa que se deben mantener las piezas simples, uso de material bajo y procesos de manufactura al mínimo. Estructuras complejas como la del Suzuki Jimny (ver Figura 4.1) están aún fuera del alcance para el laboratorio.



Figura 4.1 Chasis Suzuki Jimny[24].

De las geometrías extraídas, se modelaron cuatro diferentes disposiciones, las cuales son mostradas en la Figura 4.2. Se escogió aquella que posea una masa menor con respecto a las otras y, a su vez, presente menos esfuerzos. Su evaluación se hizo en el Software SolidWorks, sometiendo la estructura a una carga de torsión. Todas las disposiciones fueron evaluadas tomando como referencia el perfil cuadrado de 4" y 5mm de espesor usado en la tesis "Diseño óptimo del chasis para un vehículo eléctrico utilizando optimización topológica como herramienta de diseño"[7] para toda la estructura. La matriz de decisión es mostrada en la Tabla 4.1, donde la disposición 3 es la de mayor puntuación.

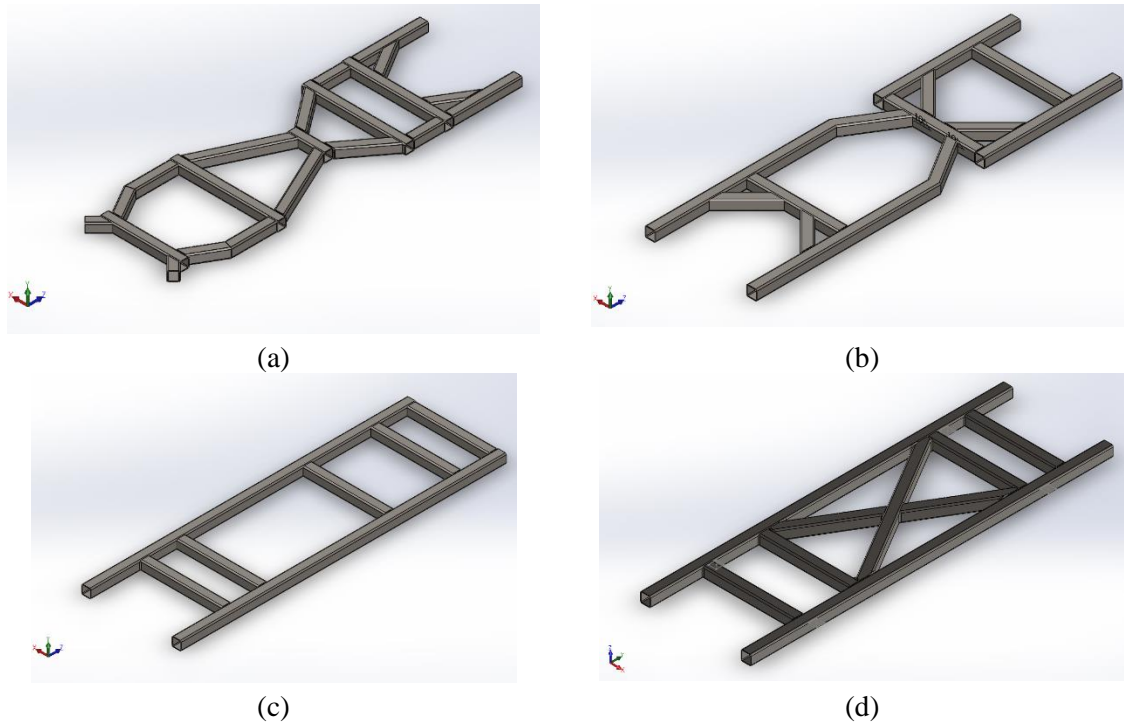


Figura 4.2 Disposiciones creadas a partir de los resultados de la optimización topológica; (a) disposición 1, (b) disposición 2, (c) disposición 3, (d) disposición 4.

Tabla 4.1. Matriz de decisión de las disposiciones.

Criterios	Valor	Alternativas de diseño			
		Disposición 1	Disposición 2	Disposición 3	Disposición 4
Peso	4	0	0	0	-1
Manufactura	5	-1	0	1	1
Rígidez de torsión	4	-1	-1	1	1
Suma positivos (+)		0	0	9	9
Suma negativos (-)		9	4	0	4
Suma general		-9	-4	9	5

El uso de SolidWorks para la comparación de las disposiciones creadas es debido a que cuenta con un paquete de simulación altamente preciso. Esto se debe, principalmente, al control que tienen los usuarios sobre la malla que se crea al discretizar los diseños elaborados en el mismo software; esta puede ser hecha manualmente o de forma automática mediante mallas adaptativas h o p, disminuyendo así el error de discretización. Además, SolidWorks cuenta con “solvers” rápidos y bien diseñados, que reducen el error de redondeo numérico acumulado[25].

4.1. Determinación de las mejores secciones transversales para construcción de la disposición seleccionada

Teniendo en cuenta las secciones transversales ofrecidas por el proveedor (Ferreceros Tollocan[26]), se evaluó su aporte a la estructura teniendo en cuenta el momento de inercia, tanto para el plano horizontal como vertical, así como su momento polar de inercia. Para la comparación, se usó el peso que tiene por metro de longitud cada una de las barras, de modo que se escogieron aquellas con mejor relación $\frac{I_x}{Masa}$, $\frac{I_y}{Masa}$ y $\frac{J}{Masa}$.

En la Figura 4.3 se muestran las relaciones momento de inercia-peso para cada uno de los PTR. Se puede ver que aquellos con mejor relación respecto a su eje horizontal son los de 4"x2", 4"x3" y 4"x3.5"; en cambio, los que mejor relación tienen respecto a su eje vertical son los de 3.5"x3.5", 4"x3" y 4"x4". La Figura 4.4 indica que los PTR que mejor relación momento polar de inercia-peso tienen son los de 3.5"x3.5", 4"x3" y 4"x4".

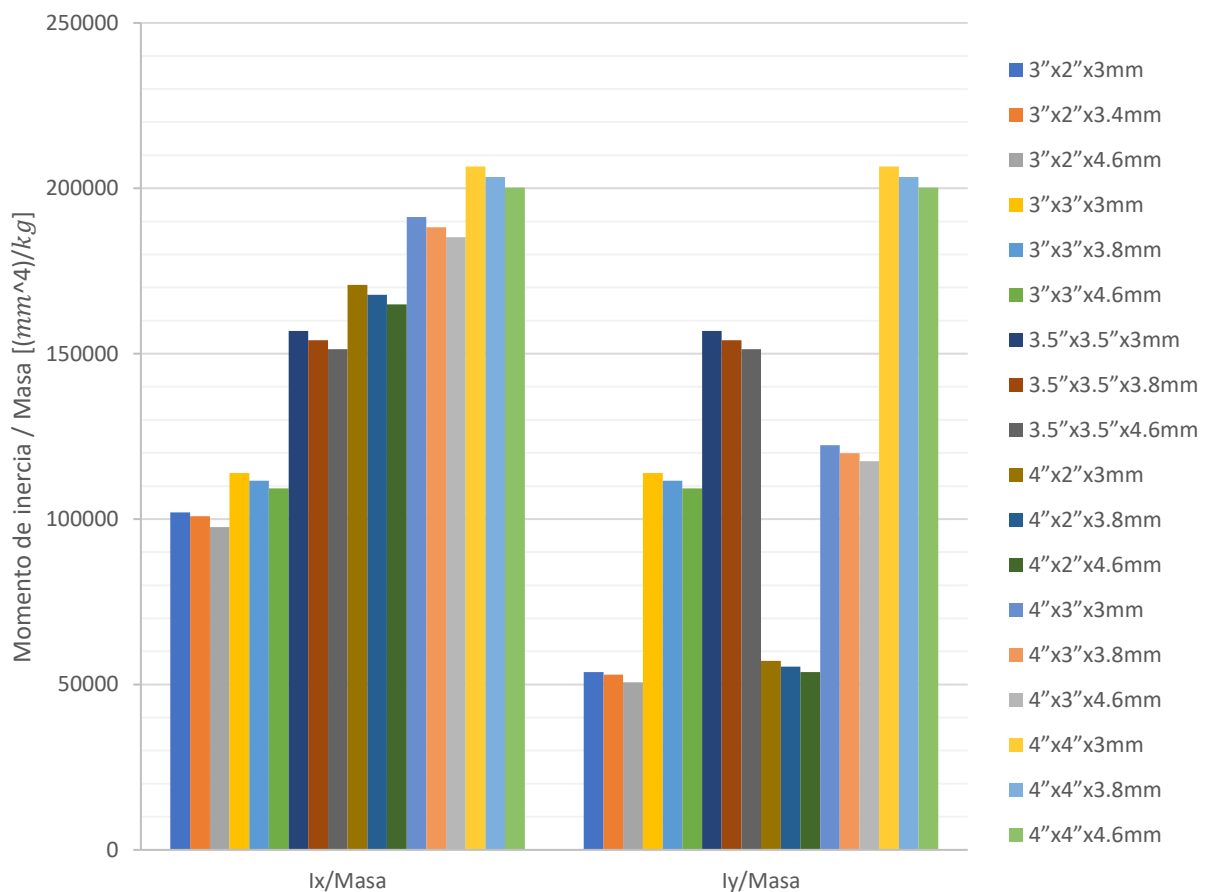


Figura 4.3. Gráfica de comparación entre los diferentes PTR que vende el proveedor con respecto al momento de inercia vertical y horizontal de cada uno de ellos teniendo en cuenta la masa de un perfil de 1 metro de longitud.

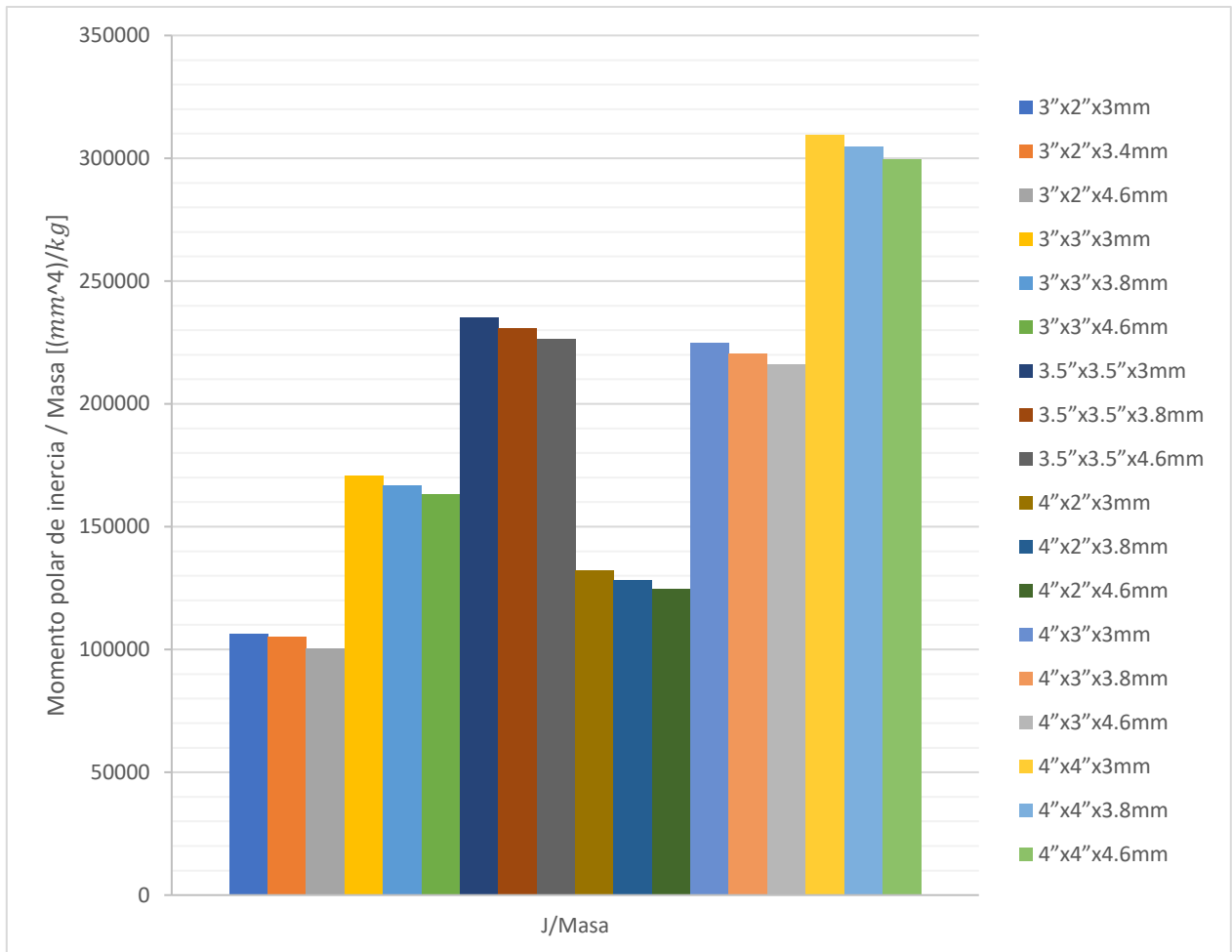


Figura 4.4. Gráfica de comparación entre los diferentes PTR que vende el proveedor con respecto al momento polar de inercia de cada uno de ellos teniendo en cuenta la masa de un perfil de 1 metro de longitud.

Teniendo en cuenta los que mejor relación tiene en ambos aspectos, se seleccionaron los PTR 3.5"x3.5", 4"x3" y 4"x4", de modo que se pueda evaluar el desempeño de cada uno de ellos en la disposición escogida y encontrar cual es el que ofrece mayor rigidez con menos peso.

4.2. Análisis de convergencia

Un análisis de convergencia permite tener mayor exactitud en los resultados obtenidos luego de realizar un análisis con elementos finitos. Para este análisis, se tomó un elemento representativo de la estructura. Como se muestra en la Tabla 4.5, se fijó en un extremo la pieza, mientras que en el otro extremo se le aplicó una fuerza perpendicular.

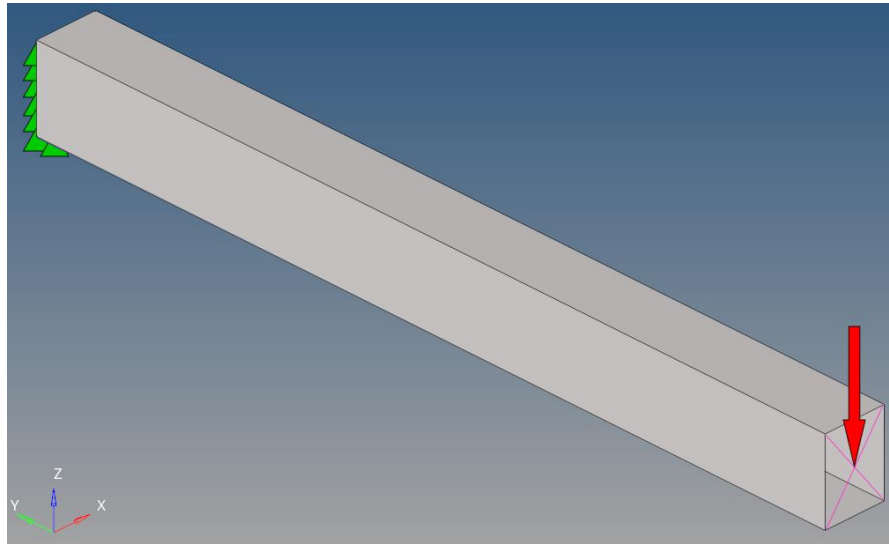


Figura 4.5. Montaje usado para realizar análisis de convergencia de los PTR escogidos.

La fuerza era distribuida a los nodos por medio de elementos RBE3; en el otro extremo, todos los nodos eran restringidos en sus grados de libertad 1, 2 y 3. Debido al tipo de análisis hecho, se buscaba el tamaño de elemento donde la solución fuera la más cercana a la solución teórica. Para ello, y debido a la simetría de la pieza, se tomaba el esfuerzo que presentaban los elementos adyacentes que estaban restringidos en las esquinas de la pieza.

El análisis fue hecho para cada espesor de los PTR seleccionados. La Figura 4.6, Figura 4.7 y Figura 4.8 muestran el porcentaje de error con respecto al valor teórico contra los grados de libertad presentes para cada tamaño de elementos de los PTR 3.5"x3.5", 4"x3" y 4"x4", respectivamente. Los valores usados en las gráficas se encuentran en las tablas del Anexo D.

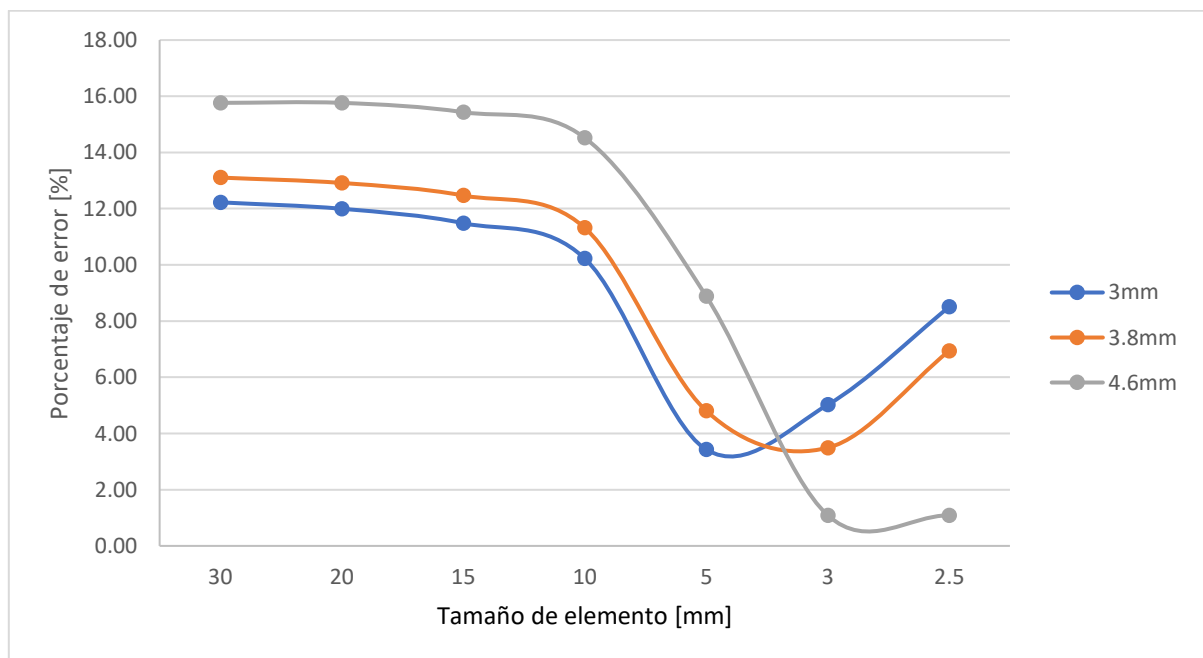


Figura 4.6. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 3.5"x3.5".

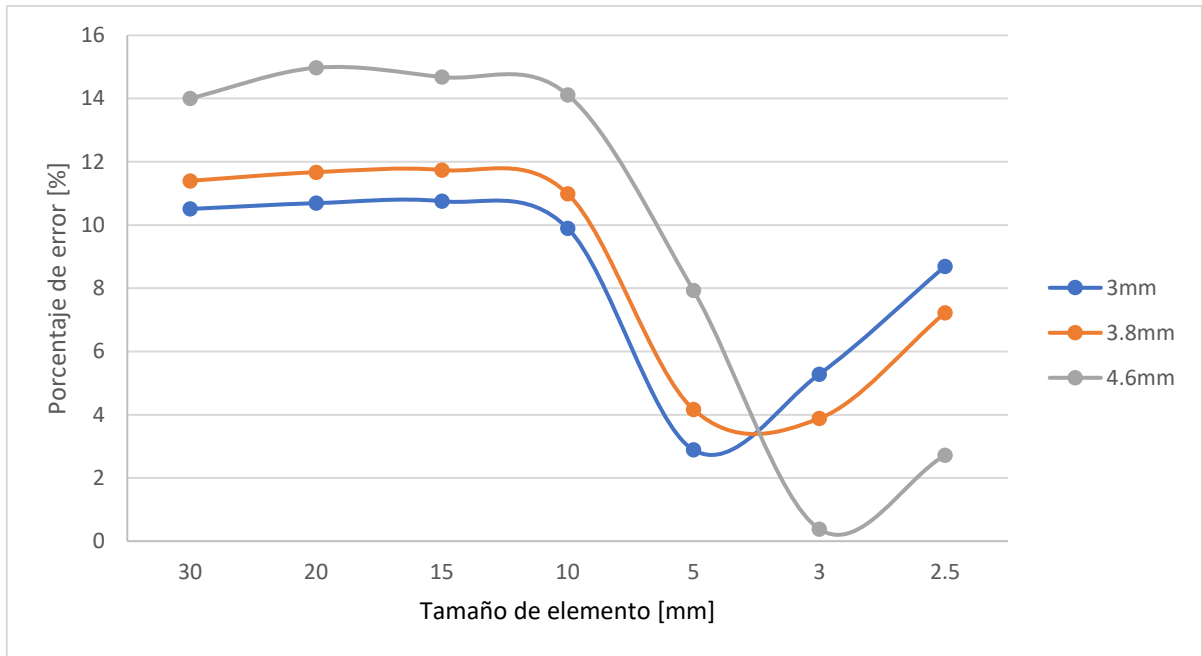


Figura 4.7. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 4''x3''.

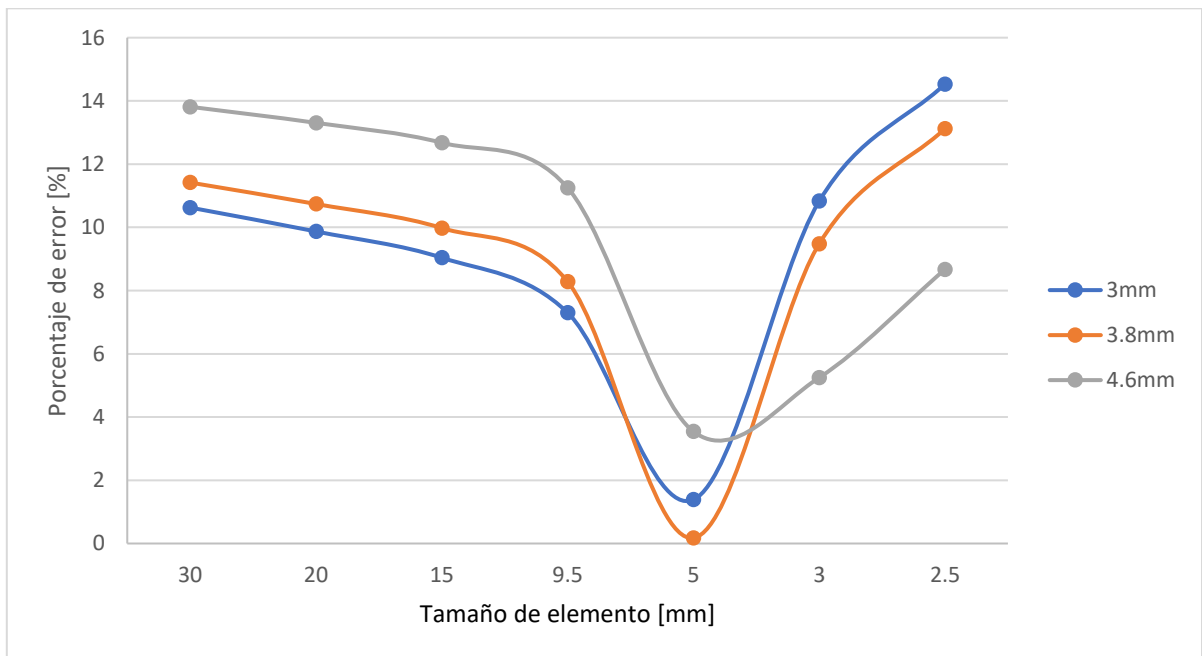


Figura 4.8. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para cada espesor vendido para el PTR de 4''x4''.

Para los tres perfiles, el error más pequeño se presenta con tamaños de elemento entre 5mm y 3mm. Esto es consecuente con el tamaño de elemento que se usa generalmente en la industria, el cual es de 5mm.

4.3. Restricciones para cálculo de rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzos y modos de vibración

La manera en que se realizan los análisis para encontrar rigidez, esfuerzos máximos y modos de vibración, es afectada directamente por los grados de libertad que se restringen o dejan libres en el modelo de elementos finitos. Por ello, las restricciones empleadas son mostradas en la Figura 4.9 para los análisis de rigidez[27], y en la Figura 4.10 para los análisis de esfuerzos. Para el análisis de los modos de vibración, se realiza en un entorno conocido como “body-in-white”, realizando las mediciones en condiciones contorno libre-libre (free-free boundary conditions)[27].

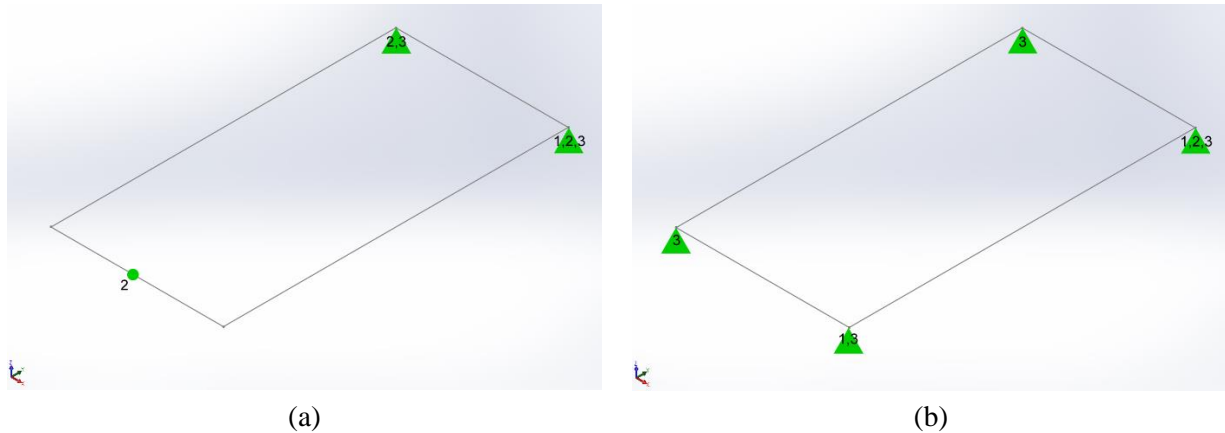


Figura 4.9. Restricciones impuestas a el modelo de elementos finitos para el cálculo de rigidez; (a) restricciones para cálculo de rigidez de torsión, (b) restricciones para cálculo de rigidez de flexión.

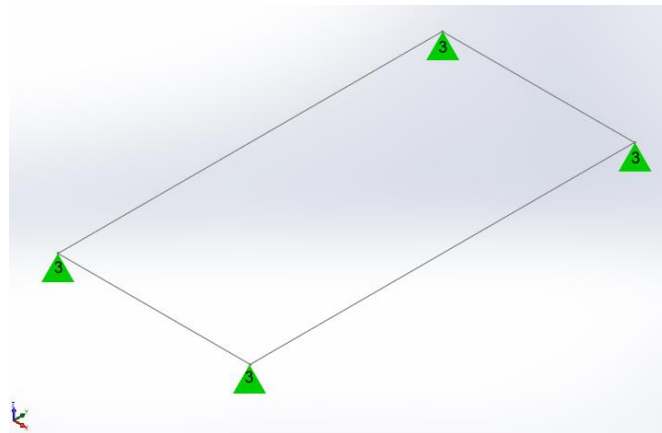


Figura 4.10. Restricciones impuestas a el modelo de elementos finitos para el cálculo de esfuerzos en la estructura.

4.4. Comparación del desempeño de los PTR

Con los PTR seleccionados, se halló la rigidez de torsión y rigidez de flexión de cada uno de ellos aplicándolos en la disposición seleccionada. El valor de masa de cada una de ellas es mostrado en la Tabla 4.2. Igual que en la selección de los perfiles, se comparó la rigidez con la masa en cada caso. La Figura 4.11 y la Figura 4.12 muestran la relación rigidez de torsión-masa y la rigidez de flexión-masa, respectivamente.

Tabla 4.2 Peso total de la estructura para cada PTR y cada espesor.

PTR	Espesor		
	3mm	3.8mm	4.6mm
3.5"x3.5"	99kg	125.2kg	151.2kg
4"x3"	98.5kg	124.7kg	151.03kg
4"x4"	110.21kg	139.6kg	168.99kg

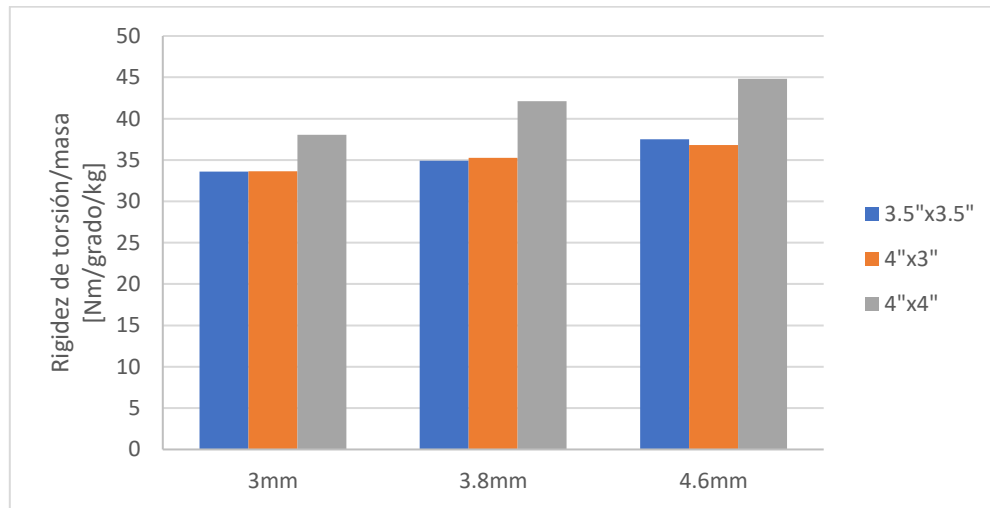


Figura 4.11. Relación rigidez de torsión/masa para cada PTR y espesor de perfil.

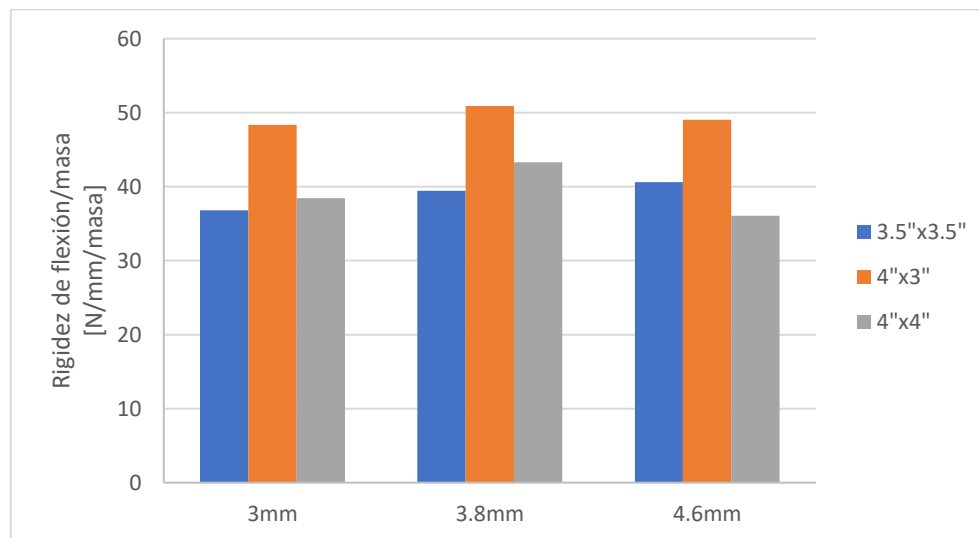


Figura 4.12. Relación rigidez de flexión/masa para cada PTR y espesor de perfil.

La mejor relación RT/masa la tiene el PTR de 4"x4", mientras que los otros dos perfiles se mantienen iguales en los tres espesores. Para la relación RF/masa, el PTR de 4"x3" es quien tiene la mejor relación. Tomando en cuenta los dos resultados, se escogió el PTR de 4"x3", que a pesar de tener ser muy parecido al de 3.5"x3.5" en cuanto a masa y rigidez de torsión, destaca respecto a la rigidez de flexión, que es igual de importante en un chasis.

4.5. Mejora de la disposición escogida

Una vez seleccionado el PTR que proporciona a la disposición mejor relación rigidez de torsión/masa y rigidez de flexión/masa, es necesario la mejora de ella. Con el fin de alcanzar las restricciones de diseño de rigidez, se agregaron barras a la disposición tomando en cuenta los resultados de las optimizaciones. En la Figura 4.13 se puede ver la nueva estructura con las nuevas barras agregadas.

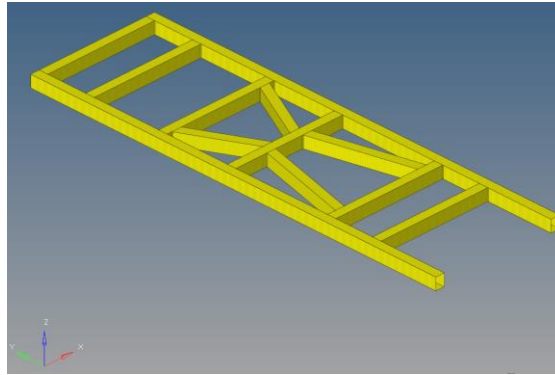


Figura 4.13. Disposición escogida mejorada para alcanzar restricciones de diseño iniciales.

Debido a que se buscan dos prototipos diferentes, uno cuya masa sea aproximada a los 100 kg, y otro que cumpla las restricciones de diseño, pero que su masa igualmente fuera la menor posible, se desarrolló un diseño de experimentos para ello. Con el diseño de experimentos se buscaba saber cuáles son las barras que más influyen en la estructura, al igual que su espesor, en la rigidez de torsión.

El diseño de experimentos se realizó en HyperStudy, donde la estructura se dividió en 9 barras, con dos espesores cada una. Se desarrolló una factorial completa para el experimento. La Tabla 4.3 muestra los factores con sus respectivos niveles.

Tabla 4.3. Factores y niveles del experimento realizado en HyperStudy.

Factores	Niveles	
	1	2
Espesor barra 1	3mm	3.8mm
Espesor barra 2	3mm	3.8mm
Espesor barra 3	3mm	3.8mm
Espesor barra 4	3mm	3.8mm
Espesor barra 5	3mm	3.8mm
Espesor barra 6	3mm	3.8mm
Espesor barra 7	3mm	3.8mm
Espesor barra 8	3mm	3.8mm
Espesor barra 9	3mm	3.8mm

4.5.1. Resultados diseño de experimentos

En la Figura 4.14 se puede ver la gráfica de efectos principales, y en la Figura 4.15 la contribución de cada una de las barras. Se aprecia que las barras más influyentes en la estructura son la barra 1, seguida de la

barra 5. Las barras restantes tienen contribuciones menores al 2%. No obstante, debido a la posición de los componentes, algunas barras son indispensable que se mantengan en la estructura.

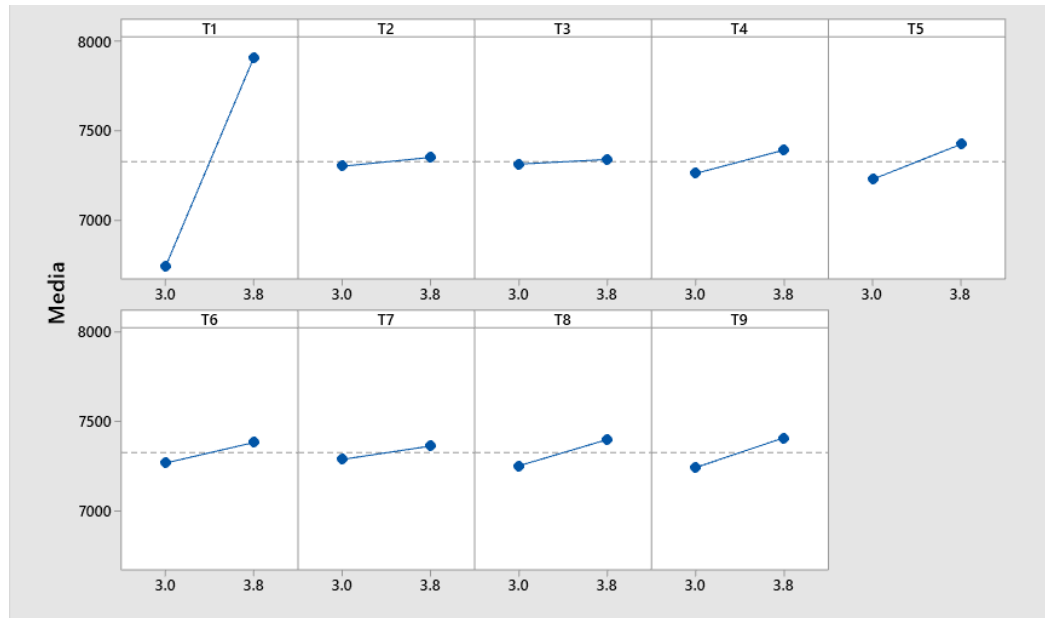


Figura 4.14. Gráfica de efectos principales para la rigidez de torsión.

Fuente	GL	SC Sec.	Contribución
Modelo	45	190965976	100.00%
Lineal	9	190883313	99.95%
T1	1	174603576	91.43%
T2	1	316020	0.17%
T3	1	85868	0.04%
T4	1	2192318	1.15%
T5	1	4978307	2.61%
T6	1	1685077	0.88%
T7	1	711484	0.37%
T8	1	2749168	1.44%
T9	1	3561495	1.86%

Figura 4.15. Contribución de cada barra de la disposición a la rigidez de torsión de la estructura.

4.6. Estructura aproximada a 100 kg

De la disposición creada, se retiraron las barras 8 y 9. Las barras 2, 3 y 7 ahora tienen un PTR de 4"x2", mientras que las barras 1, 4, 5 y 6 conservaron el perfil de 4"x3". Todas tienen espesor de 3mm. La disposición es mostrada en la figura #. En la Tabla 4.4 se puede ver de manera resumida lo antes mencionado.

Tabla 4.4. PTR y espesor usado en la disposición inicial para cumplir requerimiento de masa.

Barra	Perfil	Espesor (mm)
T1	4" x 3"	3
T2	4" x 2"	3
T3	4" x 2"	3
T4	4" x 3"	3
T5	4" x 3"	3
T6	4" x 3"	3
T7	4" x 2"	3

Los resultados obtenidos para peso, rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzo máximo a flexión, esfuerzo máximo a torsión, delantera y trasera, y modos de vibración se pueden ver en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Propiedades de la disposición con masa aproximada a 100 kg.

Resultados	
Rigidez de torsión	4190 Nm/grado
Rigidez de flexión	2597 N/mm
Esfuerzo máximo a flexión	104 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – delantera	139 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – trasera	160 MPa
Primer modo de vibración a torsión	37.52 Hz
Primer modo de vibración a flexión	41.35 Hz
Masa	103.3 kg

4.7. Estructura con restricciones de diseño alcanzadas

Según los resultados del diseño de experimentos, con la disposición mejorada se pueden alcanzar los valores mínimos de las restricciones de diseño para rigidez de torsión. Es correcto evaluar también la rigidez de flexión para la disposición mejorada.

Los espesores resultantes para cada barra se pueden ver en la Tabla 4.6, además de los resultados obtenidos para peso, rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzo máximo a flexión, esfuerzo máximo a torsión, delantera y trasera, y modos de vibración están plasmados en la Tabla 4.7.

Tabla 4.6. PTR y espesor usado en la disposición inicial para cumplir restricciones de diseño iniciales.

Barra	Perfil	Espesor (mm)
T1	4" x 3"	3.8
T2	4" x 3"	3
T3	4" x 3"	3
T4	4" x 3"	3.8
T5	4" x 3"	3.8
T6	4" x 3"	3.8
T7	4" x 3"	3
T8	4" x 3"	3.8
T9	4" x 3"	3.8

Tabla 4.7. Propiedades de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.

Resultados	
Rigidez de torsión	8275 Nm/grado
Rigidez de flexión	5730 N/mm
Esfuerzo máximo a flexión	45 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – delantera	100 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – trasera	125 MPa
Primer modo de vibración a torsión	47.32 Hz
Primer modo de vibración a flexión	44.95 Hz
Masa	158.4 kg

4.8. Comparación con disposición inicial escogida

Con el fin de saber si las estructuras diseñadas han mejorado con respecto a la disposición inicial, la cual es base para las nuevas, se comparan respecto a la rigidez de torsión, rigidez de flexión y masa de cada una de ellas. La disposición inicial se está construida con PTR de 4”x4”. En la Tabla 4.8 se pueden ver los resultados y el aumento o disminución de las propiedades antes mencionadas. Se evaluó la disposición con espesores de 3mm y 5mm, que corresponden a las columnas 2 y 5 de la tabla, y el aumento o disminución de sus propiedades en porcentaje de los nuevos diseños se encuentran en las columnas 4 y 7.

Tabla 4.8. Comparación disposición escogida contra estructuras diseñadas.

	Espesor 3 mm	Diseño 1	Diferencia	Espesor 5 mm	Diseño 2	Diferencia
Rigidez de torsión [Nm/grado]	4250	4190	-1.41%	8390	8275	-1.37%
Rigidez de flexión [N/mm]	2500	2597	3.88%	5102	5730	12.31%
Masa [Kg]	110.2	103.3	-6.26%	183.69	158.4	-13.77%

El diseño 1 se comparó con la disposición de espesor de 3mm y el diseño 2 con la disposición de espesor de 5mm; esto debido a que su rigidez de torsión es cercana. Para ambos casos, la rigidez de torsión se reduce alrededor de 1.4%, pero se aumenta la rigidez de flexión del 3.88% y del 12.31% para el diseño 1 y el diseño 2, respectivamente. A su vez, hay una reducción de masa del 6.26% para el diseño 1 y una reducción de masa del 13.77% para el diseño 2.

Capítulo 5

5. Diseño de estructura de la suspensión delantera y suspensión trasera

Con la metodología usada en el diseño de la estructura del chasis, ahora se procede a ser aplicada en el diseño de la estructura que soportará la suspensión. Se parte de un bloque con una forma similar a la que se quiere obtener después de la optimización topológica. La Figura 5.1-(a) y la Figura 5.12-(b) muestran la región de material que se va a optimizar.

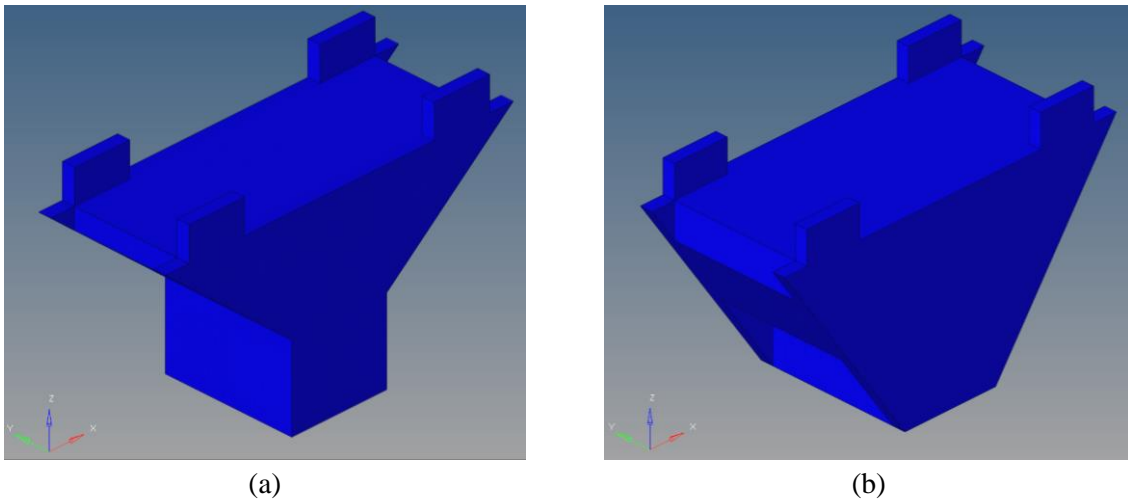


Figura 5.1. Región de material a optimizar para el diseño de la estructura de la suspensión; (a) región de material para la estructura de la suspensión delantera, (b) región de material para la estructura de la suspensión trasera.

Los bloques constan inicialmente de las siguientes medidas:

- Ancho: 476mm
- Largo: 1100mm
- Altura: 580mm

La forma de la estructura para la suspensión delantera es basada en la del Goupil G4[23] y la de la suspensión trasera en la del Polaris eM1400 Electric[28].

5.1. Definición de región de material

El PTR seleccionado para la estructura es un perfil cuadrado de 1.5 pulgadas calibre 12, que soportara la suspensión Double Wishbone y amortiguadores MonoShock. Estas consideraciones están basadas en la experiencia obtenida en el desarrollo de proyectos relacionados con el diseño de suspensiones por parte del CIMA.

Conociendo qué tipo de suspensión será empleada en el vehículo, se sabe los puntos en los cuales conectarán las horquillas con la estructura de la suspensión. Además, se conoce también en que puntos la estructura de la suspensión estará unida a la estructura del chasis. Las fuerzas usadas son acordes a lo que soportará cada eje y se aplican en el centro de la unión de las estructuras. En la Figura 5.2 se puede ver la posición de la fuerza y los puntos donde son aplicadas las restricciones de movimiento para la estructura de la suspensión delantera. De igual manera en la Figura 5.3 se puede ver la posición de la fuerza y los puntos donde son aplicadas las restricciones para la estructura de la suspensión trasera.

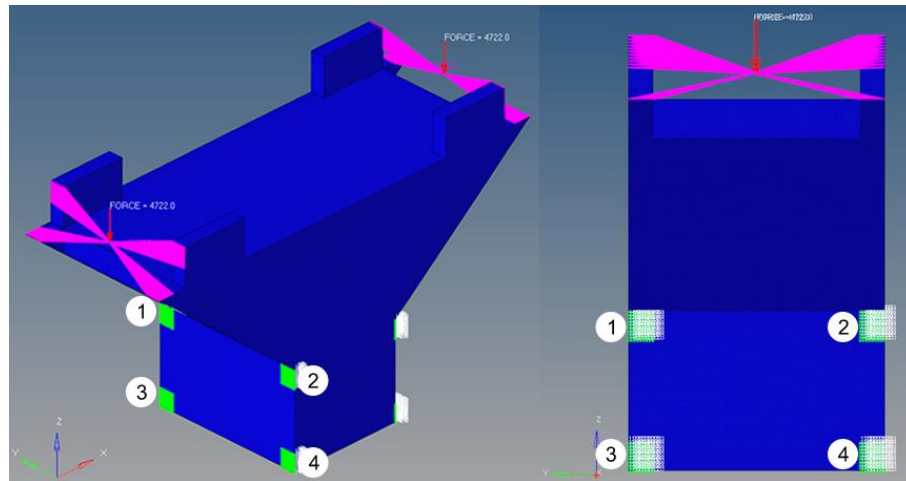


Figura 5.2. Posición de las fuerzas y puntos de restricción en la región de material base para el proceso de optimización para la estructura suspensión delantera.

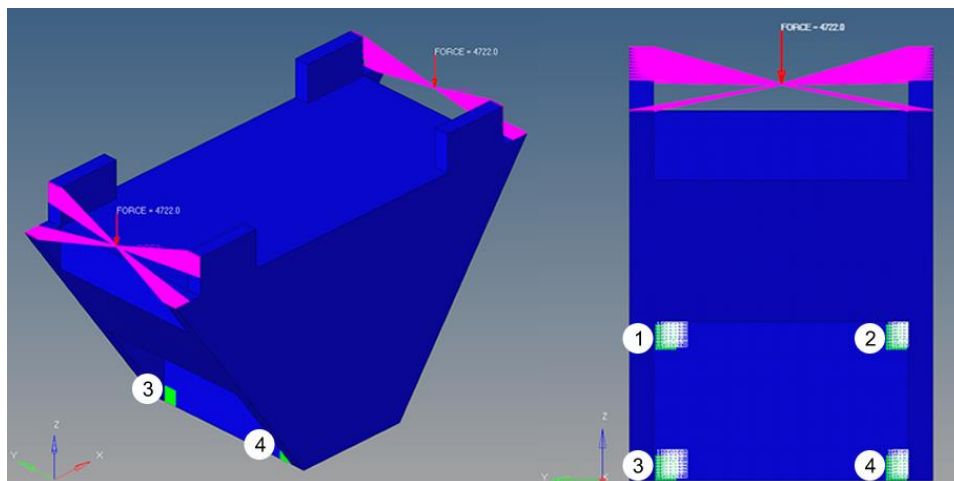


Figura 5.3. Posición de las fuerzas y puntos de restricción en la región de material base para el proceso de optimización para la estructura suspensión trasera.

Igual que para la estructura del chasis, se aplicaron las restricciones de simetría, espesor mínimo de las barras y esfuerzo máximo en la estructura. Para ambas optimizaciones, el tipo de material y tipo de malla es el mismo. Debido a características en la programación del software, este solamente optimiza hasta la primera restricción de movimiento que encuentre. Por eso, se realizaron varios análisis de modo que se puedan cubrir todos los puntos donde haya restricciones para finalmente desarrollar una estructura conjunta con los resultados.

5.1.1. Proceso de optimización para estructura de suspensión delantera

La Figura 5.4-(a) muestra el resultado de la optimización cuando las restricciones en los puntos 1 y 2 están aplicadas en el modelo de elementos finitos, mientras que en la Figura 5.4-(b) se muestra cuando sólo se está restringido el modelo en los puntos 3 y 4.

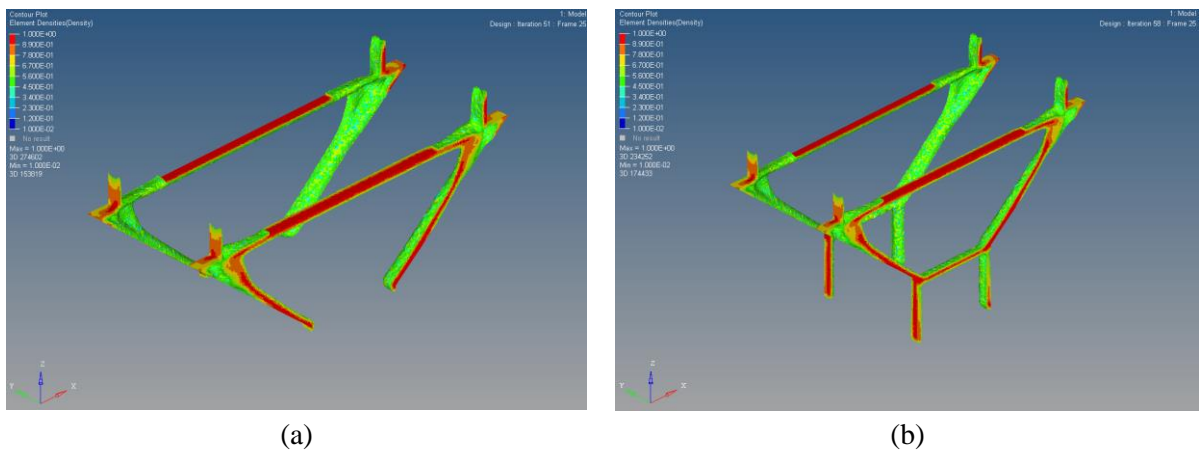


Figura 5.4. Resultado de la optimización topológica para la estructura de la suspensión delantera; (a) resultado de la optimización con restricciones en los puntos 1 y 2 aplicadas, (b) resultado de la optimización con restricciones en los puntos 1 y 2 suprimidas y 3 y 4 aplicadas.

Este resultado ya se tenía previsto debido a la manera que se ejecutó el análisis y también a la forma del bloque. Las barras transversales superiores son un factor común en ambos análisis ya que impiden que la estructura colapse en el medio. Estas barras pueden ser omitidas en el diseño final ya que, debido a la forma del chasis, esta cumpliría la función de evitar que se colapse.

5.1.2. Proceso de optimización para estructura de suspensión trasera

Al igual que en el proceso de optimización para la suspensión delantera, en la Figura 5.5-(a) se muestra el resultado de la optimización cuando las restricciones en los puntos 1 y 2 están aplicadas en el modelo de elementos finitos, mientras que en la Figura 5.5-(b) se muestra cuando sólo se está restringido el modelo en los puntos 3 y 4.

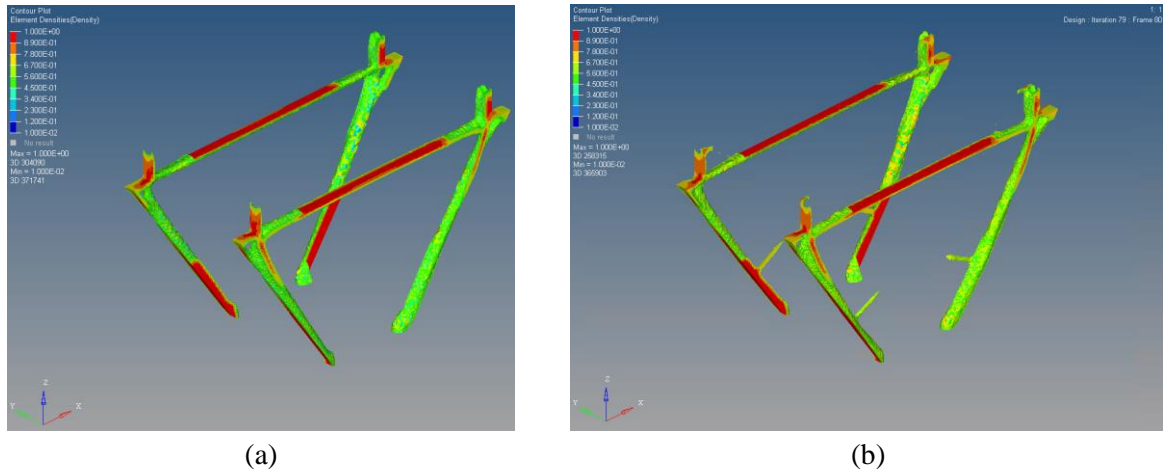


Figura 5.5. Resultado de la optimización topológica para la estructura de la suspensión trasera; (a) resultado de la optimización con restricciones en los puntos 1 y 2 aplicadas, (b) resultado de la optimización con restricciones en los puntos 1 y 2 suprimidas y 3 y 4 aplicadas.

Los resultados son los esperados nuevamente, de modo que se procede a la realización del modelo en conjunto con la estructura del chasis.

5.2. Análisis de convergencia

Se realizó un análisis de convergencia para conocer el tamaño de elemento con el fin de mejorar la exactitud de las soluciones obtenidas en los análisis. Este consistió en fijar la barra en un extremo y aplicar una fuerza perpendicular en el otro extremo. En la Figura 5.6 se puede ver el montaje. La Figura 5.7 muestra el porcentaje de error con respecto al valor teórico contra los grados de libertad presentes para cada tamaño de elementos del PTR de 1.5" x 1.5" calibre 12. En la Tabla E.1 se muestra el tamaño de los elementos y el error obtenido en cada caso.

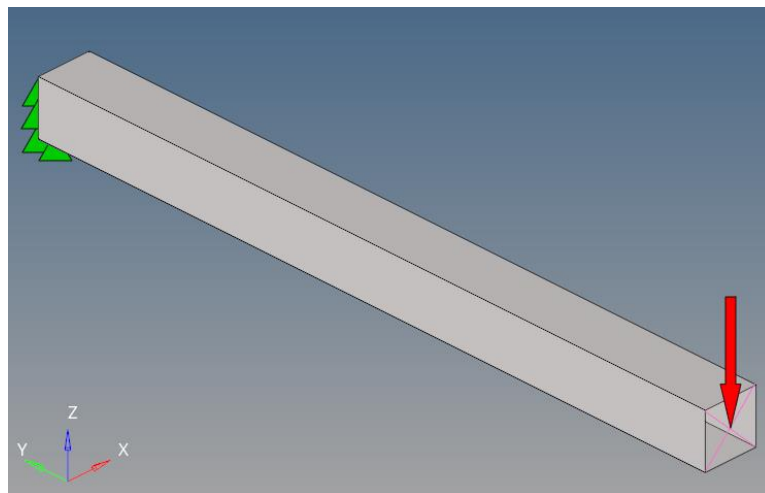


Figura 5.6. Montaje usado para realizar análisis de convergencia del PTR de 1.5" x 1.5".

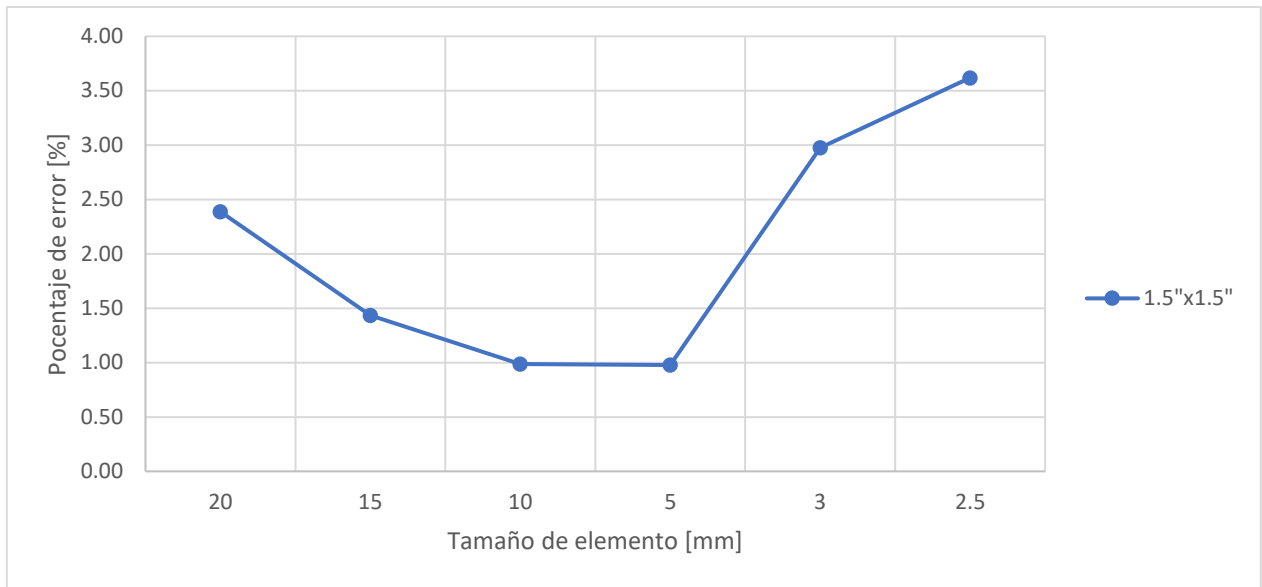


Figura 5.7. Tamaño de los elementos contra el error de los esfuerzos calculados por el software respecto al valor teórico calculado para el PTR de 1.5"x1.5" calibre 12.

Se puede apreciar que con tamaños de elemento de 10mm y 5mm el error es bastante pequeño. El tamaño de elemento que fue usado es el de 5mm; esto, para mantener uniformidad con el tamaño de los elementos usados anteriormente en la malla de la estructura superior.

5.3. Acople de estructura de la suspensión

La estructura de la suspensión delantera y trasera fueron dibujadas y agregadas a las estructuras diseñadas. En la Figura 5.8 se puede ver el modelo para el diseño de 100kg y en la Figura 5.9 el modelo para el diseño que cumple con las restricciones. La parte frontal de ambas estructuras fue modificada de modo que se puedan posicionar dos asientos sobre la plataforma, de manera similar al Goupil G4, y reducir peso. El soporte del amortiguador agregado está basado en soportes usados convencionalmente para los mismos.

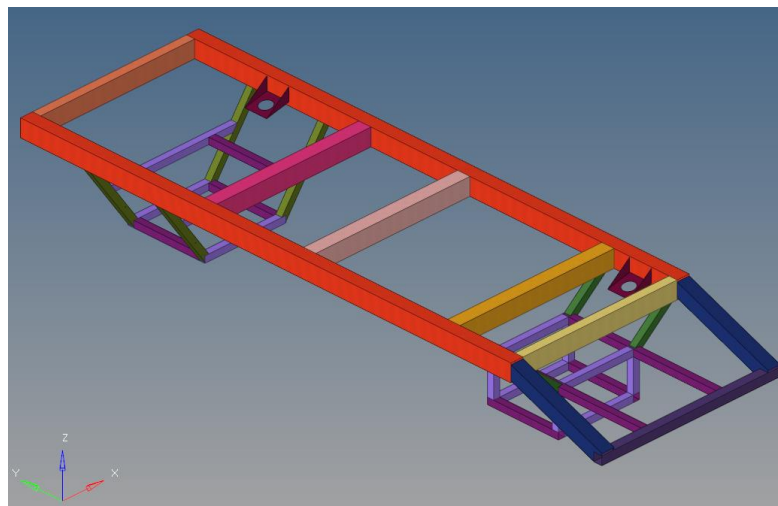


Figura 5.8. Diseño final derivado de la disposición aproximada a 100kg.

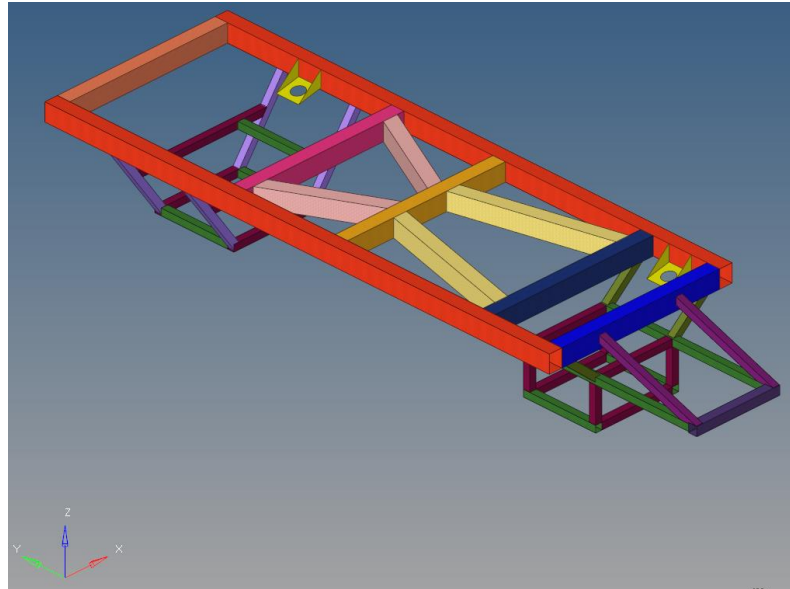


Figura 5.9. Diseño final derivado de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.

Se construyó un ensamblaje demostrativo, en el cual, se ubicaron de manera preliminar los principales componentes para que el vehículo pueda funcionar, exceptuando las baterías y el volante. Los componentes del ensamblaje son los siguientes:

- Llantas.
- Knuckle.
- Horquillas.
- Amortiguadores.
- Dirección.
- Motor.
- Diferencial.
- Flechas de velocidad.
- Chasis.

En la Figura 5.10 se puede ver el ensamblaje con el diseño de 100kg; mientras que en la Figura 5.11 se puede ver el ensamblaje con el diseño que cumple los requerimientos.



Figura 5.10. Ensamblaje demostrativo del diseño final derivado de la disposición aproximada a 100kg.



Figura 5.11. Ensamblaje demostrativo del diseño final derivado de la disposición con restricciones de diseño aproximadas.

Debido a la nueva posición de los componentes, se reubicaron las fuerzas de cada uno de ellos en el modelo de elementos finitos. Ahora, la estructura de la suspensión trasera soportará el motor, mientras que la estructura de la suspensión delantera soportará el sistema de control de potencia, lo cual se aplica para ambos diseños. La Figura 5.12 muestra las nuevas posiciones.

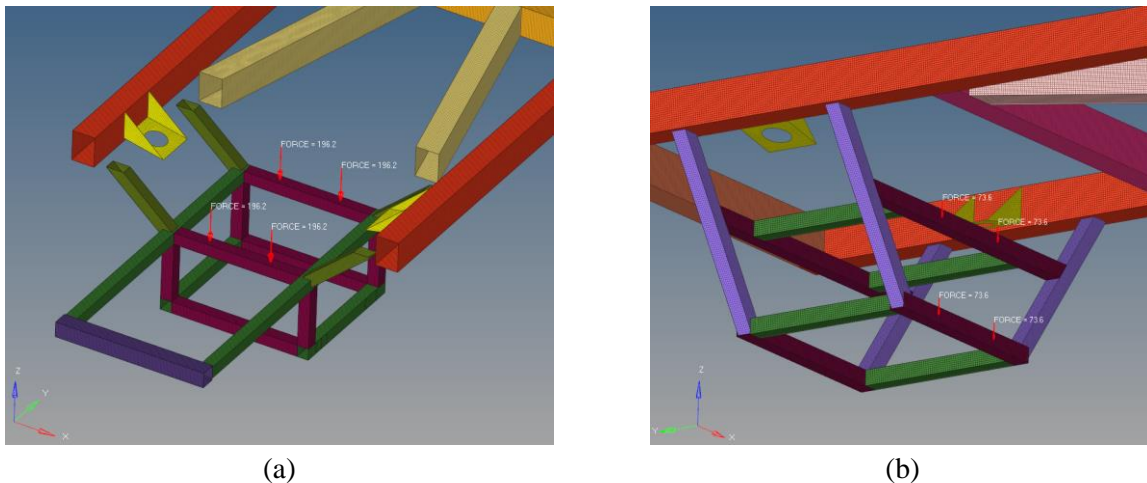


Figura 5.12. Nuevas posiciones de los componentes en el chasis; (a) nueva posición del sistema de control de potencia, (b) nueva posición del motor.

Igualmente, se conectaron los nodos donde van ancladas las horquillas de la suspensión y el amortiguador a un solo punto mediante elementos RBE2; se muestran en la Figura 5.13. La conexión se hizo únicamente para hallar los esfuerzos de flexión y esfuerzos de torsión.

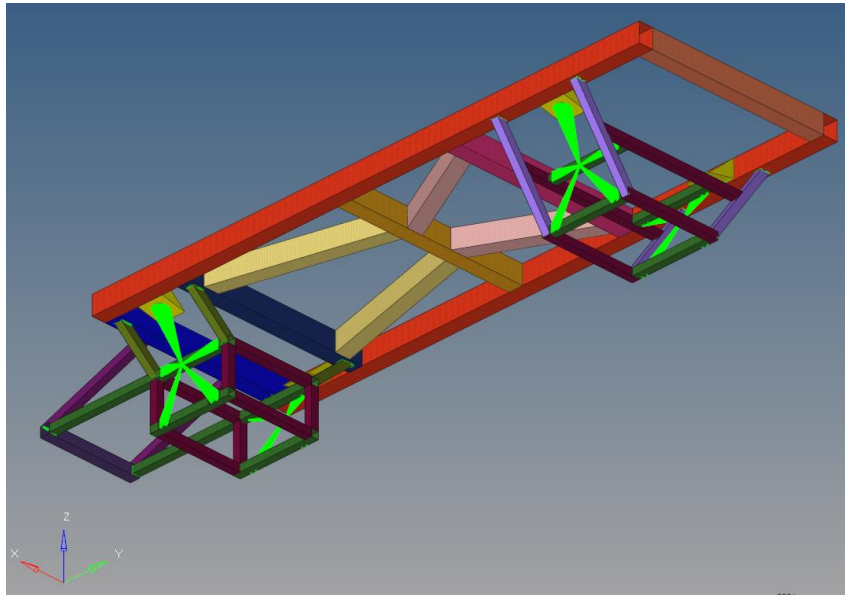


Figura 5.13. Unión por medio de elementos RBE2 de los puntos donde van posicionados las horquillas y el amortiguador correspondiente a cada llanta.

Los resultados obtenidos para peso, rigidez de torsión, rigidez de flexión, esfuerzo máximo a flexión, esfuerzo máximo a torsión, delantera y trasera, y modos de vibración para cada diseño se pueden ver en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Propiedades finales de los diseños.

Resultados		
	Diseño 1	Diseño 2
Rigidez de torsión	5780 Nm/grado	9350 Nm/grado
Rigidez de flexión	2724.8 N/mm	5717.55 N/mm
Esfuerzo máximo a flexión	104 MPa	40 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – delantera	132 MPa	126 MPa
Esfuerzo máximo a torsión – trasera	160 MPa	136 MPa
Primer modo de vibración a torsión	35 Hz	49.2 Hz
Primer modo de vibración a flexión	32.9 Hz	46.8 Hz
Masa	149 kg	190 kg

Capítulo 6

6. Análisis de resultados, conclusiones, trabajo futuro y consideraciones

6.1. Análisis de resultados

El diseño 1 y el diseño 2, sin la estructura de la suspensión acoplada, se comparó con la disposición seleccionada, la cual tiene un PTR de 4"x4" y un espesor inicial de 5mm. Para la comparación, se calculó la rigidez de torsión y rigidez de flexión de la disposición con espesores de 3mm y 5mm. El diseño 1 se comparó con la disposición de espesor de 3mm y el diseño 2 con la disposición de 5mm; entre los diseños tienen rigidez de torsión similar. Los nuevos diseños presentan un aumento de la rigidez de flexión del 3.8% y del 12.3% frente a su homólogo, a la vez que tienen una disminución de la masa total del 6.2% y del 13.7%, respectivamente, reduciéndose así alrededor del 1% la rigidez de torsión.

Sin tener en cuenta la estructura de la suspensión, el diseño 1, tanto la rigidez de torsión, como la rigidez de flexión, se encuentran un 47% y 67.5% por debajo del valor sugerido para cada criterio de diseño, respectivamente. El diseño 2 tiene un valor por encima del 3.4% con respecto al valor sugerido para la rigidez de torsión, aunque su rigidez de flexión se encuentra un 28% por debajo del valor sugerido. La diferencia entre ambos se debe principalmente a la configuración de las barras en la estructura, y con ello, un aumento de peso del 53.3% del diseño 2 en relación con el diseño 1.

Con la estructura de la suspensión acoplada a cada diseño, el diseño 1 se encuentra un 27.8% por debajo del valor sugerido para la rigidez de torsión, y un 66% por debajo del valor sugerido para la rigidez de flexión. El diseño 2 está un 16.8% por encima del valor sugerido para la rigidez de torsión, sin embargo, la rigidez de flexión se encuentra un 28.5% por debajo del valor sugerido. La diferencia de peso entre el diseño 2 en relación con el diseño 1 es del 27.5%, la cual disminuye debido principalmente a que se agrega prácticamente el mismo peso de la estructura de la suspensión para ambos diseños; la rigidez de torsión aumenta un 19% y un 13.4%, respectivamente, lo que permite señalar que, al añadirla, mejora esta propiedad, mientras que la rigidez de flexión se mantiene aproximadamente igual.

El esfuerzo máximo que debe presentar la estructura cuando es sometida a cargas de flexión y torsión en situaciones límites son de 56 MPa y 166MPa, respectivamente. Para el diseño 1 sin la estructura de la suspensión acoplada, los valores de los esfuerzos calculados son de 104MPa para cargas a flexión, y de 139MPa y 160MPa para cargas a torsión tanto delantera como trasera; para el diseño 2 sin la estructura de la suspensión acoplada, fueron de 45MPa para cargas a flexión, y de 100MPa y 125MPa para cargas a

torsión tanto delantera como trasera. Al agregar la estructura de la suspensión, los valores de esfuerzo calculados para el diseño 1 son de 104MPa para cargas a flexión, y de 132MPa y 160MPa para cargas a torsión tanto delantera como trasera; para el diseño 2 sin la estructura de la suspensión acoplada, fueron de 40MPa para cargas a flexión, y de 126MPa y 136MPa para cargas a torsión tanto delantera como trasera. Los diseños se encuentran por debajo de los esfuerzos máximos calculados, exceptuando el esfuerzo a flexión para el diseño 1. El aumento de los esfuerzos en el diseño 2 puede deberse al acople de la estructura de la suspensión, debido a que ahora soportan una parte de las fuerzas provenientes de los componentes del vehículo.

Las frecuencias halladas para el diseño 1 para cuando está sin la estructura de la suspensión como con ella, son de 37.52Hz y 35Hz para el primer modo de vibración a torsión, y de 41.35Hz y 32.9Hz para el primer modo de vibración a flexión; para el diseño 2 son de 47.32Hz y 49.2Hz para el primer modo de vibración a torsión, y de 44.95Hz y 46.8Hz para el primer modo de vibración a flexión. Para ambos diseños, el margen de frecuencias está entre los 35Hz y 50Hz, inferior al primer modo de vibración que tienen algunos motores eléctricos(50Hz) y mayor a eventos relacionados con el manejo, dirección y conducción (alrededor de los 20Hz[10]). Sin embargo, el diseño 1 se encuentra en el margen de las frecuencias planteadas en los requerimientos de diseño iniciales, exceptuando el modo a torsión de 41.35Hz.

Los factores de seguridad alcanzados finalmente por las estructuras sin y con la suspensión acoplada son mostrados en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1. Factores de seguridad alcanzados por las estructuras resultantes.

		Factor de seguridad	
		Sin estructura de la suspensión	Con estructura de la suspensión
Diseño 1	Flexión	1.6	1.6
	Torsión delantera	1.2	1.26
	Torsión trasera	1.04	1.04
Diseño 2	Flexión	3.7	4.15
	Torsión delantera	1.66	1.31
	Torsión trasera	1.33	1.22

6.2. Conclusiones

- El uso de la optimización topológica para el diseño de nuevas piezas es favorable cuando se posicionan las fuerzas en los lugares correctos y se restringe adecuadamente el modelo, además, si se agregan las funciones avanzadas que contiene el software, se generan distribuciones de masa fáciles de interpretar y por ende sea más sencillo crear estructuras escuetas y con baja complejidad de manufactura. Por lo tanto, este tipo de optimización no puede ser limitada únicamente a piezas automotrices y afines, sino, a cualquier tipo de pieza mecánica sometida a fuerzas que pueda ser usada en una máquina u otro oficio.
- La selección adecuada del PTR y la implementación de un diseño de experimentos, teniendo en cuenta los requerimientos de diseño iniciales, aplicados en conjunto permite la mejora de las disposiciones y

distribuciones de barras resultantes de la superposición de los diferentes resultados obtenidos de las optimizaciones, da como resultado estructuras cuyas propiedades finales serán óptimas según los recursos disponibles.

- Para la selección de los criterios usados en la matriz de decisión se debe tener en cuenta aspectos globales como: resultados obtenidos de las optimizaciones, requerimientos de diseño iniciales, nivel de manufactura con la que se cuenta y complejidad de manufactura de la pieza, no solo factores puntuales como el peso, manufacturabilidad y rigidez de torsión, debido principalmente a que la disposición escogida requirió ser alterada y modificada para alcanzar los requerimientos iniciales, compartiendo a su vez pocas similitudes en relación a los resultados obtenidos de las optimizaciones.
- Los valores de rigidez conseguidos para el diseño 1 como para el diseño 2, son los valores máximos que pueden ser alcanzados con PTR de acero comercial A36 sin aumentar demasiado la masa total de la estructura. Así mismo, la diferencia en la magnitud de los esfuerzos entre los diseños se ve relacionada con la magnitud de la rigidez de cada uno de ellos; entre más rigidez, la magnitud de los esfuerzos baja.
- La aplicación a la cual está destinada una pieza limita el esfuerzo máximo que debe presentar al estar sometida a distintos tipos de cargas, por ello, se suelen sobreestimar los factores de seguridad y cálculo del esfuerzo máximo permisible.
- Los análisis a estructuras hechos mediante simulación, a pesar de estar efectuados en ambientes donde se busca que sean muy parecidos a los que enfrentará la pieza en condiciones reales de operación, es necesario que los resultados sean corroborados mediante experimentos reales, de forma que se puedan encontrar correlaciones entre los experimentos reales y los simulados.

6.3. Trabajo futuro

- Construcción y validación de las estructuras diseñadas en esta tesis.
- Desarrollo del vehículo completo que incluye:
 - Suspensión y dirección.
 - Control de potencia.
 - Sistema de transmisión de potencia.
 - Banco de baterías.
 - Carenado del vehículo.

Nota: tener en cuenta que el desempeño final del chasis se verá afectado si las masas de los componentes diseñados y agregados a él son mayores con respecto a las masas con las cuales fue diseñado en un principio.

- Determinar la geometría del perfil a extruir que permita lograr de mejor manera los objetivos de peso y resistencia.
- Análisis de la rigidez de la estructura mediante análisis dinámicos.
- Creación de las estructuras que irán en la parte superior del vehículo, de modo que pueda ser multipropósito.

- Aplicar las pruebas experimentales para validar los resultados obtenidos de la metodología.

6.4. Consideraciones

Las consideraciones descritas a continuación, tienen la finalidad de servir como guía para mejorar la metodología de diseño planteada en esta tesis. Se toman como referencia los aprendizajes, experiencias y vivencias del autor, con el objetivo de que quién retome el trabajo y decida continuar con él, enriquezca favorablemente al suyo. Es recomendable leer previamente el documento para entender las ideas plasmadas.

6.4.1. Proceso de diseño y diseño final

La metodología propuesta en esta tesis está orientada al diseño de un chasis tipo plataforma, de modo que la estructura superior pueda ser multifuncional. Se plantea una estructura superior delantera, la cual tiene la función de ser la cabina del piloto y copiloto, y una estructura superior trasera, la cual se espera sea multifuncional. Este hecho permite que haya infinitos arreglos para las dos partes. Las siguientes consideraciones deberían ser tomadas en cuenta para delimitar el diseño:

- Medidas y partes inferiores que irán acopladas al chasis: ancho, largo, altura de la parte superior del chasis respecto al piso; tipo de suspensión y sus medidas, tipo de amortiguador/resorte y sus medidas (éstas dos limitan el tipo de mangueta de dirección a usar); tipo de dirección y cómo afectará al radio de giro del vehículo con respecto a la posición de los ejes; tamaño de rin y llanta; correcta posición de las baterías en la estructura y su modo de acople al chasis (si estarán en un compartimiento aparte que se conecta al chasis o se sitúan en un espacio previamente acoplado a la estructura); definición del tren de potencia y su posición en el vehículo, que involucra motor y diferencial con eje rígido o diferencial independiente, el cual limita el tipo de amortiguador, resorte y suspensión que se usará; posición del control de potencia del vehículo y sus tamaños; tipo de frenos, limitado por el tipo de tren de potencia.
- Criterios de diseño: deben ser establecidos según el entorno en el que va a operar el vehículo; los valores recomendados en la literatura para rigidez de torsión y rigidez de flexión son para tener un mejor confort del vehículo y evitar casos donde la puerta no encaje al agregar masa. Los factores de seguridad usados para cargas a flexión y torsión tienen el propósito de simular las cargas dinámicas que pueda presentar el vehículo. Frecuencias recomendadas para primeros modos normales de vibración a flexión y torsión del chasis buscan prevenir entrar en resonancia con frecuencias provenientes de eventos de manejo, como rodadura y giro en curvas, cuyo valor máximo puede ser alrededor de 20Hz; este valor máximo de frecuencia varía principalmente en función del terreno para el cual va a estar diseñado el vehículo. Siempre se querrá respetar y alcanzar las sugerencias hechas en la literatura, por ello, deben ser evaluadas todas dentro de las optimizaciones.
- Optimizaciones: dependiendo de si se quiere diseñar la parte plana del chasis aparte de la estructura de la suspensión, o todo el conjunto a su vez, las restricciones de esfuerzo máximo, simetría y espesor mínimo son cruciales para la ejecución de las optimizaciones. Además, agregar restricciones para el primer modo de vibración para cargas a flexión y cargas a torsión teniendo como base los criterios de diseño. Para casos de cargas laterales y cargas longitudinales, los

resultados obtenidos teniendo en cuenta el centro de masa del vehículo brindan información más clara respecto a la posición de las barras en la estructura, que cuando se aplican las fuerzas directamente a la placa. Añadir optimizaciones teniendo en cuenta la rigidez de torsión y rigidez de flexión aportaría más información para el diseño de las disposiciones; es decir, añadir restricción de desplazamiento máximo calculado a partir de la fuerza aplicada en el modelo. El tamaño de la región de material a optimizar y el valor de espesor mínimo puede variar dependiendo del tamaño del PTR que se espera usar; el objetivo es poder diseñar un PTR que permita a la estructura alcanzar las restricciones de diseño iniciales. Se espera, igualmente, que el acero usado en el PTR tenga un esfuerzo de cedencia mayor que el del acero convencional ASTM A36.

- **Distribución de peso y componentes:** se desea que la distribución de peso del vehículo se mantenga al menos de 50/50 cuando esté sin carga, para que no afecte la conducción del vehículo, afectado directamente por la posición de los ejes. La ubicación de los componentes y la manera en que se conectan al chasis deberían ser considerados previamente; estas afectan directamente en los cálculos de esfuerzos. Puntos de unión de la suspensión, amortiguador y resorte también son factores que afectan en el cálculo de esfuerzos en la estructura.
- **Disposiciones, criterios de diseño y matriz de decisión:** las disposiciones creadas a partir de los resultados de las optimizaciones deben respetar las restricciones de diseño iniciales. Además, es indispensable que su nivel de manufactura y su masa sean los más bajos posibles; igualmente, mantener una similitud con los resultados de las optimizaciones. La idea de crear un PTR y definición de su espesor para cada disposición creada es factible en esta parte del proceso. La selección de la mejor disposición será en función del valor que se le dé a cada criterio en la matriz de decisión; esto es propio de cada diseñador. En esta parte es esencial tener conocimiento de qué tipo de suspensión, amortiguador y resorte se va a usar, pues sus puntos de unión deberían estar ya agregados. La aplicación de una optimización topográfica a la disposición seleccionada ayudaría a reducir aún más la masa total.
- **Diseño final:** se debe calcular todas las propiedades de la disposición seleccionada, de modo que cumpla con los requerimientos de diseño iniciales, incluido los casos extremos que simulan los factores de seguridad. La estructura debe tener los puntos de unión de los componentes para así poder corroborar que no afectará en sus propiedades. Simular el comportamiento del vehículo completo (con todas sus partes) y evaluar su desempeño es crucial antes de su manufactura.

6.4.2. Vehículo en ruta

Las superficies irregulares generan en el vehículo movimientos oscilatorios que a su vez se traducen como vibraciones, las cuales afectan no solo a toda la estructura, si no también a los pasajeros. La correcta selección de la suspensión permite reducir las vibraciones provenientes del terreno, generando así un manejo más placentero. El tipo de carga y el terreno al cual va a estar sometido el vehículo, son criterios importantes al momento de estudiar el impacto de las vibraciones generadas por el camino en el chasis y todos los componentes.

Para asegurar que el chasis y ninguno de los componentes entrarán en resonancia con las frecuencias resultantes de eventos relacionados con el manejo, es correcto hacer un análisis de vibraciones, recorriendo el espectro de frecuencias de entre 1Hz a 50Hz.

Saber si el chasis entrará en resonancia con las frecuencias generadas por el camino, se tienen que conocer de antemano este rango de frecuencias. Esto se puede hacer a partir de datos reales medidos en un vehículo, mediante el uso de acelerómetros ubicados estratégicamente en la estructura, el cual se hace pasar por diferentes tipos de terrenos. Esta prueba debe ser hecha en una plataforma parecida al chasis o pieza que se pretenda construir. De encontrarse la estructura dentro del rango de frecuencias, deberá ser modificada y alterada.

7. Referencias bibliográficas

- [1] W. Wang, F. Gao, Y. Cheng, and C. Lin, “MULTIDISCIPLINARY DESIGN OPTIMIZATION FOR FRONT STRUCTURE OF AN ELECTRIC CAR BODY-IN-WHITE BASED ON IMPROVED COLLABORATIVE OPTIMIZATION METHOD,” *Int. J. Automot. Technol.*, vol. 18, no. 6, pp. 1007–1075, 2017.
- [2] A. Millán Gardea, “Optimización de los largueros automotrices bajo impacto por medio de diseño robusto,” 2014.
- [3] C. H. G. Li, “Design of the lower chassis of a monorail personal rapid transit (MPRT) car using the evolutionary structural optimization (ESO) method,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 54, no. 1, pp. 165–175, 2016.
- [4] M. Cavazzuti, A. Baldini, E. Bertocchi, D. Costi, E. Torricelli, and P. Moruzzi, “High performance automotive chassis design: A topology optimization based approach,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 44, no. 1, pp. 45–56, 2011.
- [5] R. V. Patil, P. R. Lande, Y. P. Reddy, and A. V. Sahasrabudhe, “Optimization of Three Wheeler Chassis by Linear Static Analysis,” *Mater. Today Proc.*, vol. 4, no. 8, pp. 8806–8815, 2017.
- [6] R. V. Patil, J. U. Marathe, A. P. Tadamalle, and Y. P. Reddy, “Optimization of tractor trolley chassis using orthogonal array method,” *Mater. Today Proc.*, vol. 4, no. 8, pp. 8796–8805, 2017.
- [7] C. H. Carrasco, “Diseño óptimo del chasis para un vehículo eléctrico utilizando optimización topológica como herramienta de diseño,” 2010.
- [8] J. Denny, K. Veale, S. Adali, and F. Leverone, “Conceptual design and numerical validation of a composite monocoque solar passenger vehicle chassis,” *Eng. Sci. Technol.*, vol. 21, pp. 1067–1077, 2018.
- [9] P. . Leaney and R. Marshall, *An Introduction to Modern Vehicle Design*, vol. 39, no. 5. 2001.
- [10] O. Danielsson and A. G. Cocana, “Influence of Body Stiffness on Vehicle Dynamics Characteristics in Passenger Cars,” p. 82, 2015.
- [11] H. . Braess and U. Seiffert, *Handbook of Automotive Engineering*. 2005.
- [12] Y. Mao, S. Zuo, X. Wu, and X. Duan, “High frequency vibration characteristics of electric wheel system under in-wheel motor torque ripple,” *J. Sound Vib.*, vol. 400, pp. 442–456, 2017.
- [13] “optimizar | Definición de optimizar - Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario.” [Online]. Available: <http://dle.rae.es/?id=R7YxPPp>. [Accessed: 15-Nov-2018].
- [14] S. Sanchez-Caballero, M. Ángel Sellés cantó, R. Pla-Ferrando, M. Ángel Peydró Rasero, and N. DE Técnicas Optimización De Estructuras, “Nuevas técnicas de optimización de estructuras,” *3Ciencias*, p. 19, 2012.
- [15] L. V Fornace, “Weight Reduction Techniques Applied to Formula SAE Vehicle Design: An Investigation in Topology Optimization,” 2006.
- [16] “Structural Analysis Solver for Linear & Nonlinear | Altair OptiStruct.” [Online]. Available: <https://altairhyperworks.com/product/OptiStruct>. [Accessed: 25-Nov-2018].
- [17] M. E. Bernd Heiβing, *Chassis Handbook*, vol. 136, no. 1. 2007.
- [18] J. M. N. Eduardo Águeda Casado, José Luis García Jiménez, Tomás Gómez Morales, Jaquín Gonzalo García, “Carrocería, elementos Amovibles, Mantenimiento de vehículos autopropulsados.,” *Thomson - Paraninfo*, vol. 3, 2006.
- [19] D. A. Crolla, *Automotive engineering*, vol. 1, no. 3. 2009.
- [20] A. Gonçalves and N. Ferreira, “Automobile Front-End Structure : Modularity and Product Platform,” 2003.
- [21] T. Nash, “Tom Nash GM’s Futuristic ‘Skateboard,’” no. April, pp. 52–55, 2002.
- [22] J. Pawlowski, *Vehicle Body Engineering*. 1964.
- [23] GEM, “Goupil G4.” [Online]. Available: <http://www.goupil-industrie.com/goupil-gem/g4.html>. [Accessed: 11-Sep-2018].
- [24] “Suzuki Jimny Chassis | VehicleCuE.” [Online]. Available: <https://vehiculecue.it/suzuki-jimny-fuoristrada/11457/suzuki-jimny-2019-1600-10/>. [Accessed: 04-Feb-2020].
- [25] “3D CAD Design Software | SOLIDWORKS.” [Online]. Available: <https://www.solidworks.com/>.

- [Accessed: 26-Jun-2019].
- [26] “Acero | Perfiles | Fierro | Perfiles y Aceros Tollocan.” [Online]. Available: <http://www.ferreacerosollocan.com/>. [Accessed: 10-Feb-2020].
- [27] J. Helsen, L. Cremers, P. Mas, and P. Sas, “Global static and dynamic car body stiffness based on a single experimental modal analysis test,” *Proc. ISMA 2010 - Int. Conf. Noise Vib. Eng. Incl. USD 2010*, no. January, pp. 2505–2521, 2010.
- [28] “GEM eM 1400 LSV | Polaris GEM.” [Online]. Available: <https://gem.polaris.com/en-us/em1400-lsv/>. [Accessed: 05-Feb-2020].

Anexos

Anexo A. Cálculo de cargas longitudinales y cargas laterales

El cálculo del centro de masa, cargas laterales y cargas longitudinales se explica a continuación y se hizo teniendo en cuenta una masa de 1750 kg, una distancia entre llantas $t = 1.1\text{m}$, distancia entre ejes de $L = 2.2\text{m}$, y altura del centro de masa respecto al suelo aproximada $h = 0.897\text{m}$ tomada del vehículo base Goupil G4[23]. En la Figura B.1 y Figura B.2 se puede ver con más claridad las medidas antes mencionadas.

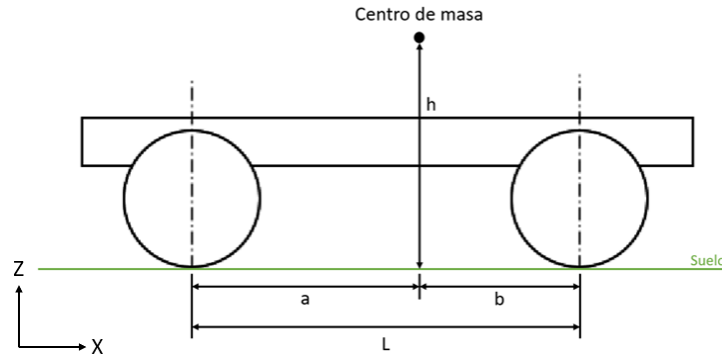


Figura A.1. Ubicación del centro de masa en el plano Z-X.

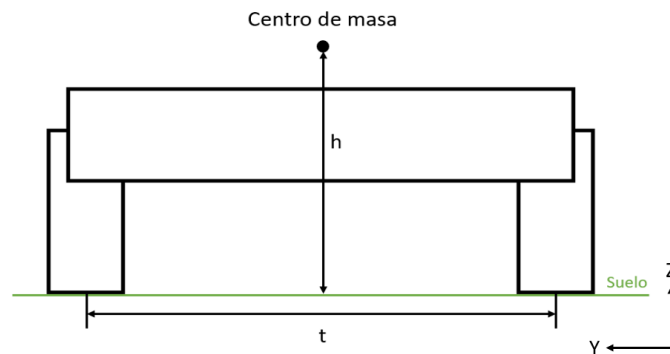


Figura A.2. Ubicación del centro de masa en el plano Z-Y.

Cálculo del centro de masa

El análisis se hace cuando el vehículo se encuentra en reposo, por tanto, todas las cargas dinámicas equivalen a cero; las sumas de las fuerzas y momentos en cualquier punto son iguales a cero, así:

$$\sum M_{fw} = 0 = F_{cm} * a - F_{rw} * L$$

$$\therefore a = \frac{F_{rw} * L}{F_{cm}} = \frac{1750 * 9.81 * 0.61 * 2.1}{1750 * 9.81}$$

$$a = 1.281 \text{ m}$$

$$L = a + b$$

$$\therefore b = L - a = 2.2 - 1.281$$

$$b = 0.919 \text{ m}$$

Cargas laterales

Usando las ecuaciones 2.5 y 2.6 para el cálculo de las carga lateral delantera y carga lateral trasera respectivamente, el resultado es:

- Carga lateral delantera

$$Y_F = \frac{Mgt}{2h} \frac{b}{a+b}$$

$$Y_F = \frac{1750 * 9.81 * 1.1}{2 * 0.9} * \frac{0.919}{1.281 + 0.919}$$

$$Y_F = \mathbf{4382\ N}$$

- Carga lateral trasera

$$Y_R = \frac{Mgt}{2h} \frac{a}{a+b}$$

$$Y_R = \frac{1750 * 9.81 * 1.1}{2 * 0.9} * \frac{1.281}{1.281 + 0.919}$$

$$Y_R = \mathbf{6109\ N}$$

Cargas longitudinales

El cálculo de las reacciones en los ejes trasero y delantero cuando el auto acelera se hicieron con las ecuaciones 2.7 y 2.8, respectivamente, y para las reacciones en los ejes trasero y delantero para cuando frena se hicieron con las ecuaciones 2.9 y 2.10, respectivamente.

- Reacciones cuando el auto acelera

$$R_F = \frac{Mg(L - a) - Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} = \frac{1750 * 9.81 * (2.2 - 1.281) - 1750 * 0.897 * (2.8)}{2.2} = \mathbf{5173\ N}$$

$$R_R = \frac{Mga + Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} = \frac{1750 * 9.81 * 1.281 + 1750 * 0.897 * (2.8)}{2.2} = \mathbf{11994\ N}$$

- Reacciones del auto cuando frena

$$R_F = \frac{Mg(L - a) + Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} = \frac{1750 * 9.81 * (2.2 - 1.281) + 1750 * 0.897 * (5.88)}{2.2}$$

$$= \mathbf{11367\ N}$$

$$R_R = \frac{Mga - Mh\left(\frac{dV}{dt}\right)}{L} = \frac{1750 * 9.81 * 1.281 - 1750 * 0.897 * (5.88)}{2.2} = \mathbf{5801\ N}$$

El caso más crítico se da cuando el coeficiente de adherencia con el suelo es igual a 1, por tanto, los valores máximos para los dos tipos de cargas son los hallados anteriormente:

Tabla A.1. Fuerzas resultantes para los casos de cargas laterales y cargas longitudinales.

Carga	Resultante en el eje delantero	Resultante en el eje trasero
Lateral	4382 N	6109 N
Longitudinal – Aceleración	5173 N	11994 N
Longitudinal – Frenado	11367 N	5801 N

Anexo B. Momento de inercia, momento polar de inercia y peso por metro de cada PTR

Tabla B.1. Momento polar de inercia con respecto el eje horizontal y eje vertical de la sección, momento polar de inercia y peso por metro de longitud de los PTR vendidos por el proveedor.

Sección transversal	I_x (mm ⁴)	I_y (mm ⁴)	J (mm ⁴)	Peso (kg/m)
3"x2"x3mm	581500.7	306457.8	607077.1	5.7
3"x2"x3.4mm	647438.3	339815.4	673633.8	6.4
3"x2"x4.6mm	830396.3	430511.4	854579.6	8.5
3"x3"x3mm	785763.9	785763.9	1176669.5	6.9
3"x3"x3.8mm	964057.2	964057.2	1442113.0	8.6
3"x3"x4.6mm	1130302.0	1130302.0	1688483.8	10.3
3.5"x3.5"x3mm	1269225.8	1269225.8	1901519.3	8.1
3.5"x3.5"x3.8mm	1564393.9	1564393.9	2341921.2	10.2
3.5"x3.5"x4.6mm	1842640.1	1842640.1	2755754.7	12.2
4"x2"x3mm	1177903.4	393624.5	910373.9	6.9
4"x2"x3.8mm	1449699.5	478414.9	1108966.6	8.6
4"x2"x4.6mm	1704986.6	555617.5	1290245.1	10.3
4"x3"x3mm	1548424.3	990027.2	1819299.0	8.1
4"x3"x3.8mm	1911530.9	1217256.8	2238766.9	10.2
4"x3"x4.6mm	2255072.4	1430207.7	2632084.2	12.2
4"x4"x3mm	1918945.3	1918945.3	2875755.8	9.3
4"x4"x3.8mm	2373362.4	2373362.4	3554677.1	11.7
4"x4"x4.6mm	2805158.3	2805158.3	4198295.8	14.0

Anexo C. Tablas de resultados para diferentes PTR

PTR 3.5"x3.5"

Tabla C.1. Análisis de convergencia para PTR de 3.5"x3.5" y 3mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2.42E+03	5000	153.7	12.22
20	800	4.85E+03	5000	154.1	12.00
15	1608	9.73E+03	5000	155	11.48
10	3600	2.17E+04	5000	157.2	10.23
5	14400	8.66E+04	5000	169.1	3.43
3	39960	2.40E+05	5000	183.9	5.02
2.5	57600	3.46E+05	5000	190	8.51

Tabla C.2. Análisis de convergencia para PTR de 3.5"x3.5" y 3.8mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2.42E+03	5000	136.1	13.11
20	800	4.85E+03	5000	136.4	12.91
15	1608	9.73E+03	5000	137.1	12.47
10	3600	2.17E+04	5000	138.9	11.32
5	14400	8.66E+04	5000	149.1	4.81
3	39960	2.40E+05	5000	162.1	3.49
2.5	57600	3.46E+05	5000	167.5	6.94

Tabla C.3. Análisis de convergencia para PTR de 3.5"x3.5" y 4.6mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2.42E+03	5000	101.6	15.77
20	800	4.85E+03	5000	101.6	15.77
15	1608	9.73E+03	5000	102	15.43
10	3600	2.17E+04	5000	103.1	14.52
5	14400	8.66E+04	5000	109.9	8.88
3	39960	2.40E+05	5000	119.3	1.09
2.5	57600	3.46E+05	5000	119.3	1.09

PTR 4"x3"

Tabla C.4. Análisis de convergencia para PTR de 4"x3" y 3mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	146.8	10.51
20	900	5460	5000	146.5	10.69
15.2	1608	9726	5000	146.4	10.75
9.5	3600	21714	5000	147.8	9.90
5	14000	84216	5000	159.3	2.89
3	39294	236124	5000	172.7	5.28
2.5	56000	336426	5000	178.3	8.69

Tabla C.5. Análisis de convergencia para PTR de 4"x3" y 3.8mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	129.9	11.40
20	900	5460	5000	129.5	11.67
15	1608	9726	5000	129.4	11.74
9.5	3600	21714	5000	130.5	10.99
5	14000	84216	5000	140.5	4.17
3	39294	236124	5000	152.3	3.88
2.5	56000	336426	5000	157.2	7.22

Tabla C.6. Análisis de convergencia para PTR de 4"x3" y 4.6mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	96.86	14.01
20	900	5460	5000	96.5	14.33
15	1608	9726	5000	96.1	14.68
9.5	3600	21714	5000	96.73	14.12
5	14000	84216	5000	103.7	7.93
3	39294	236124	5000	112.2	0.39
2.5	56000	336426	5000	115.7	2.72

PTR 4"x4"

Tabla C.7. Análisis de convergencia para PTR de 4"x4" y 3mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	118.3	10.63
20	1000	6066	5000	119.3	9.87
15	1876	11346	5000	120.4	9.04
9.5	4000	24126	5000	122.7	7.30
5	16000	96246	5000	134.2	1.39
3	45288	272142	5000	146.7	10.83
2.5	64000	384486	5000	151.6	14.53

Tabla C.8. Análisis de convergencia para PTR de 4"x4" y 3.8mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	104.7	11.42
20	1000	6066	5000	105.5	10.74
15	1876	11346	5000	106.4	9.98
9.5	4000	24126	5000	108.4	8.29
5	16000	96246	5000	118.4	0.18
3	45288	272142	5000	129.4	9.48
2.5	64000	384486	5000	133.7	13.12

Tabla C.9. Análisis de convergencia para PTR de 4"x4" y 4.6mm de espesor.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
30	396	2418	5000	78.04	13.81
20	1000	6066	5000	78.5	13.31
15	1876	11346	5000	79.07	12.68
9.5	4000	24126	5000	80.36	11.25
5	16000	96246	5000	87.34	3.54
3	45288	272142	5000	95.3	5.25
2.5	64000	384486	5000	98.4	8.67

Anexo D. Tablas de resultados para PTR de 1.5"x1.5" calibre 12

Tabla D.1. Análisis de convergencia para PTR de 1.5"x1.5" calibre 12.

Tamaño de elemento (mm)	Número de elementos	Grados de libertad	Fuerza (N)	Esfuerzo (MPa)	Error (%)
20	200	1230	1000	98.87	2.39
15	396	2418	1000	97.95	1.43
10	800	4854	1000	97.52	0.99
5	3200	19302	1000	97.51	0.98
3	8684	52266	1000	99.44	2.98
2.5	12000	72186	1000	100.06	3.62