

Primera edición

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles

Claudia Camacho-Zuñiga
Gilberto Solís Rosas
Sandra Ilián Alcántara Conde



**EDITORIAL
DIGITAL**
TECNOLÓGICO DE MONTERREY

Primera edición

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles

Claudia Camacho-Zuñiga
Gilberto Solís Rosas
Sandra Ilián Alcántara Conde

EDITORIAL
DIGITAL
TECNOLÓGICO DE MONTERREY

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles
Primera edición

Claudia Camacho-Zuñiga, Gilberto Solís Rosas y
Sandra Ilián Alcántara Conde

De venta en: Amazon Kindle, Apple Books,
Google Books y Amazon.

Fragmento editado, diseñado, publicado y distribuido por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio sin previo y expreso consentimiento por escrito del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

Ave. Eugenio Garza Sada 2501 Sur Col.
Tecnológico C.P.
64849 |

Monterrey, Nuevo León | México.

amazonkindle



Get it on

Apple Books



GET IT ON

Google Play

available at

amazon

	Página
Índice	3
Acerca de Editorial Digital	7
Acerca de los autores	9
Prefacio	13
Capítulo 1. Expansión volumétrica	17
1.1 El caso atípico del agua	21
Conclusión del capítulo 1	35
Ejercicio integrador del capítulo 1	36
Capítulo 2. Termodinámica en la convección	43
2.1 Efectos del cambio de temperatura	48
Conclusión del capítulo 2	58
Ejercicio integrador del capítulo 2	59
Capítulo 3. Transferencia de calor	63
Conclusión del capítulo 3	74
Ejercicio integrador del capítulo 3.....	75
Capítulo 4. Calor	83
Conclusión del capítulo 4	94
Ejercicio integrador del capítulo 4.....	95

Capítulo 5. Trabajo termodinámico	99
Conclusión del capítulo 5	113
Ejercicio integrador del capítulo 5.....	114
Referencias	121

Créditos

Aviso legal

Acerca de Editorial Digital



Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles

Claudia Camacho-Zuñiga | Gilberto Solís Rosas |
Sandra Ilián Alcántara Conde

El Tecnológico de Monterrey presenta su colección de libros de texto para programas de nivel preparatoria, profesional y posgrado. En cada título se integran conocimientos y habilidades que utilizan diversas tecnologías de apoyo al aprendizaje.

El objetivo principal de este sello es el de divulgar el conocimiento y experiencia didáctica de los profesores del Tecnológico de Monterrey a través del uso innovador de los recursos. Asimismo, apunta a contribuir a la creación de un modelo de publicación que integre en el formato de eBook, de manera creativa, las múltiples posibilidades que ofrecen las tecnologías digitales.

Con la Editorial Digital, el Tecnológico de Monterrey confirma su vocación emprendedora y su compromiso con la innovación educativa y tecnológica en beneficio del aprendizaje de los estudiantes dentro y fuera de la institución.

D.R. © Instituto Tecnológico y de Estudios
Superiores de Monterrey, México 2021.

Acerca de los autores

Sandra Ilián Alcántara Conde

Estudiante del Tecnológico de Monterrey (Campus Toluca) cursa el segundo año de Ingeniería Industrial y de Sistemas. Cuenta con experiencia en gestión de proyectos, logística y administración. Su alto desempeño académico la ha hecho acreedora a ser becaria TEC y del corporativo “La Moderna”. Actualmente participa en el programa de Mentoría de Campus Toluca, apoyando a alumnos de primer ingreso de ingeniería para alcanzar el éxito académico. Forma parte del equipo representativo de *volleyball* de liga mayor en este mismo campus. Su compromiso social la ha motivado a ser voluntaria en la asociación civil “Pioneros del cambio” y a colaborar como diseñadora gráfica en la primera edición de “TEDx TecdeMtyToluca 2020”. Es miembro activo de grupos estudiantiles enfocados en la preservación del medio ambiente y empoderamiento femenino. Sus intereses están enfocados en la ilustración digital, edición de contenido multimedia, gestión de proyectos artísticos, siempre con el objetivo de desarrollar sus competencias para su crecimiento profesional.

Gilberto Solís Rosas

Estudiante del Tecnológico de Monterrey (Campus Toluca) cursa el segundo año de Ingeniería Mecánica. Su alto desempeño académico le ha hecho acreedor a ser becario TEC y comparte esta experiencia con estudiantes de nuevo ingreso como miembro del programa "Peer Mentor". Fue delegado, presidente del comité y participó en los Foros de Investigación del ISBMUN, con enfoque en la evolución estética, mecánica y tecnológica de los autos alemanes. Durante su educación se-

cundaria obtuvo el primer lugar en la feria de ciencias con un proyecto de energía eólica. Tuvo la oportunidad de estar como observador y asistente en el área de finanzas, actuaría en la Universidad Autónoma del Estado de México y en investigaciones referentes a manchas solares en Centro de Docencia y Apoyo Pedagógico S.C. Toluca. Actualmente, es asistente de investigación del proyecto “Bases de datos para la aplicación multidisciplinaria de fármacos” del departamento de Bioingeniería y Ciencias del Campus Toluca. Complementa su formación tocando, desde hace 10 años, batería y guitarra. Apasionado de la física, las matemáticas, la computación y la preservación del medio ambiente, hoy se prepara para continuar sus estudios de posgrado en Física Teórica y Matemáticas.

Claudia Camacho-Zuñiga

Profesora del Tecnológico de Monterrey (Campus Toluca) en el Departamento de Bioingeniería realiza investigación en docencia de la ciencia para fortalecer tanto competencias disciplinares, como competencias éticas y ciudadanas en sus estudiantes. Es Dra. en Ciencia de Materiales por la Universidad Autónoma del Estado de México y Maestra en Ciencias en Ingeniería Química e Ingeniera Física por la Universidad Iberoamericana. Formó parte del grupo de polímeros de la Universidad Iberoamericana con quien ha publicado artículos en revistas indexadas sobre nuevos materiales poliméricos para membranas de separación de mezclas gaseosas. Es fundadora de Sistema Tlamatini, una microempresa innovadora de servicios educativos complementarios, galardonada como el mejor Emprendimiento Social en 2014 por el H. Ayuntamiento de Toluca. Tiene más de 20 años de experiencia docente a nivel universitario y es autora del libro *Experimentar y Medir. Cómo aprender en el mundo real*, editado por la Universidad Iberoamericana.

Prefacio

Comprender la termodinámica y sus leyes es fundamental para entender la evolución del Universo, sin embargo, requiere herramientas de cálculo y estadística. La termodinámica es la ciencia del equilibrio y de cómo los sistemas llegan a él; de la energía y de su transformación. Debido a sus múltiples aplicaciones ingenieriles y a su impacto para otras áreas, forma parte esencial en los currículos profesionales de ciencias e ingeniería. Tal relevancia también requiere el manejo de herramientas matemáticas que un estudiante recién iniciado no siempre domina y sin las cuales puede retrasar o desmotivar su aprendizaje.

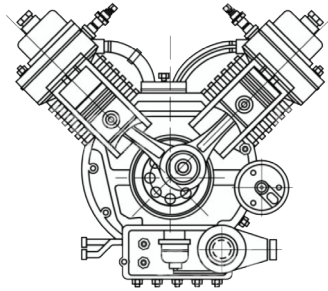
En el presente libro, como estudiante, hallarás tópicos introductorios a la termodinámica, compaginadas con herramientas matemáticas estadísticas y de cálculo. En los cinco capítulos, analizaremos algunas propiedades termodinámicas básicas y la ecuación de estado de gas ideal utilizando un lenguaje comprensible para cualquier universitario. Además, presentamos las matemáticas sin ahondar demasiado en detalles formales, sino recalcando su utilidad como herramienta indispensable de comunicación y desarrollo científico y tecnológico.

Como profesor, hallarás un texto que reforzará las habilidades matemáticas de tus estudiantes desde las aplicaciones de la termodinámica. Toma en cuenta que este libro fue escrito para cubrir los requerimientos de un modelo educativo universitario basado en competencias y centrado en el estudiante, en el conocimiento y en la evaluación. En este sentido, traté de hacer una aproximación a los temas desde conceptos centrales e ideas globales, integrando los nuevos conocimientos a los previos y promoviendo ejercicios aplicados a situaciones reales.

Finalmente, agradezco a mis estudiantes y a ti la oportunidad de compartir mis conocimientos y mi amor por la física a través de las siguientes páginas.

Dra. Claudia Camacho-Zuñiga

Agosto 2020



Capítulo 1. Expansión volumétrica



¿Te has dado cuenta que al aumentar la temperatura, un anillo en tu dedo puede ser más difícil de sacar?

¡Enhorabuena! Has experimentado la expansión volumétrica.

No es que las moléculas se hagan más “chonchas”. Ellas ya tienen un tamaño definido. En el volumen ocupado por un material, la temperatura también juega un rol importante. La temperatura es una medida de la energía cinética promedio de las partículas; por lo que, a mayor temperatura, mayor movimiento.

Imaginemos a cinco niños, primero tranquilos. Los podemos acomodar en un lugar pequeño, ¿no? Ahora imaginemos que comienzan a moverse, brincar, girar. Entonces el espacio debe de ser más grande. Justo eso pasa con las moléculas en movimiento: ocupan mayor espacio.

Antes de hablar de las características propias de la expansión o dilatación, veamos una de sus aplicaciones. La cinta bimetálica es un dispositivo que ocupa la expansión térmica para formar un *switch*, abierto o cerrado. Consiste en adherir dos tiras de diferentes metales. Al ser diferentes, su tasa de expansión también lo es. Al expandirse uno más que el otro, la tira se pandea en una dirección. Pero, el que más expande, es también el que más se contrae. Así, al enfriarse se curva hacia el otro lado. Por eso es un dispositivo tan eficiente, pues es un efecto termo-mecánico.

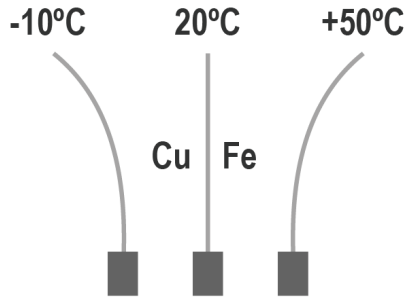


Figura 1.1

Veamos: la expansión es un fenómeno físico indiscutible, sin embargo, ¿cómo podríamos modelarlo desde el punto de vista matemático? ¿Cómo se podría medir la expansión volumétrica? ¿Qué tendríamos que medir? ¡El cambio de volumen! Pero, hay que ser más precisos. Recordemos que existe una diferencia entre el volumen V y el cambio en volumen ΔV . Esta última es una diferencia de volumen: $\Delta V = V_2 - V_1$, donde V_2 es el volumen final, y V_1 es el volumen inicial. Si ΔV es positivo, indica expansión, y si es negativo, indica contracción.

¿Qué más tendríamos que medir? Para evaluar qué ocasiona la contracción o la expansión, debemos medir los cambios en la temperatura del cuerpo: $\Delta T = T_2 - T_1$, donde T_2 es la temperatura final, y T_1 es la temperatura inicial.

¡Debemos tener cuidado!
Aquí se utiliza una notación
similar a la descripción de
un movimiento,
 $\frac{dv}{dt}$, solo que esas son
minúsculas. v es velocidad
y t es tiempo.

Además, falta considerar otro factor: el volumen inicial, V_i . Considera un $1m^3$ de un líquido que se expande $1 mm^3$ ante un cierto cambio de temperatura. ¿Qué ocurrirá si sometemos el doble volumen de líquido, $2m^3$, al mismo cambio de temperatura? En efecto, se expandirá el doble. Es decir, la razón de cambio del volumen respecto a la temperatura es directamente proporcional al volumen inicial:

$$\frac{dV}{dT} \propto V_i$$

Solo nos resta considerar el efecto del material, ¿los efectos de la temperatura en el volumen para un material son los mismos que en otro? ¡No! El cambio de volumen ΔV no es el mismo para diferentes materiales, aunque el cambio de temperatura ΔT sea el mismo. Por cierto, esto explica la experiencia incómoda de un anillo que aprieta tu dedo en un día caluroso. Aunque los cambios de temperatura son los mismos tanto para el dedo como para el anillo, dado que los materiales son diferentes, la expansión será diferente.

Los diferentes efectos de expansión en los materiales se cuantifican mediante el llamado coeficiente de expansión volumétrica, β . Este valor es característico para cada material y se define como:

$$\beta = \frac{1}{V_i} \frac{dV}{dT} \quad (\text{Ecuación 1.1})$$

Líquido	$\beta(\times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$
Alcohol	1.1
Benceno	1.24
Glicerina	0.51
Mercurio	0.18
Agua	0.21
Gasolina	0.95
Acetona	1.5
Aire (20°C)	3.41×10^{-3}
Aire (0°C)	43.67×10^{-3}

Tabla 1.1 Coeficiente de expansión volumétrica para diferentes materiales

La tabla 1.1 muestra valores de β para distintos materiales.

Si revisamos sus unidades quedarían como:

$$[\beta] = \frac{1 \text{ m}^3}{\text{m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Eliminando los metros cúbicos, quedaría como:

$$[\beta] = \frac{1}{^\circ\text{C}} = \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Por otro lado, ¿por qué se le llama coeficiente de expansión volumétrica? ¿Por qué no solo se le llama expansión?

Aquí se refiere al cambio ocasionado en el volumen, aunque debemos considerar que también existe la expansión lineal

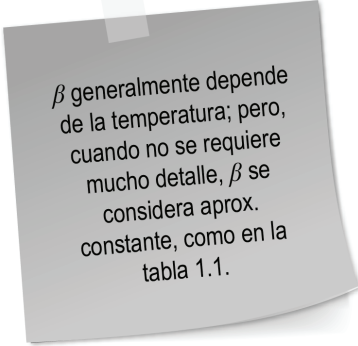
y superficial. ¿Eso implica que algunas moléculas se expanden en una dirección, otras en dos y otras en tres? No, la situación es diferente.

En realidad, un alambre tiene tres dimensiones, aunque dos de ellas son muy pequeñas. Es decir, una dimensión domina. Es por eso que, al describir un alambre, generalmente se enuncia solo una dimensión; pero no implica la carencia de las otras. Lo que sucede es que no nos conviene analizar la expansión del espesor, por ser extremadamente pequeña. Entonces, existe expansión lineal, superficial y, en la que nos vamos a enfocar, la volumétrica.

1.1 El caso atípico del agua

• **C** Alguna vez has introducido una botella de agua al congelador? ¡No lo hagas si no quieres tener un desastre! ¿Por qué el agua se derrama si originalmente cabía perfectamente en la botella? Al congelarse, el líquido se expande más allá del volumen del contenedor.

¿Esto ocurre con todos los líquidos? ¿O por qué se le llama comportamiento atípico? En general, si yo tengo un material y lo caliento, su volumen aumenta, y si lo enfrío se contrae. Esto no ocurre para el agua en cierto intervalo de temperatura.



β generalmente depende de la temperatura; pero, cuando no se requiere mucho detalle, β se considera aprox. constante, como en la tabla 1.1.

En general, el coeficiente de expansión volumétrica tiene cierta dependencia de la temperatura, aunque frecuentemente se considere como constante. Analicemos con más detalle el caso del agua. La tabla 1.2 muestra la razón de cambio del volumen del agua respecto a su temperatura. Desde 4°C a 100°C es positiva. Esto significa que, al aumentar la temperatura, aumenta el volumen, y al disminuir la temperatura, se reduce el volumen. Sin embargo, en el intervalo de 0°C a 4°C, la razón de cambio es negativa. En otras palabras, si enfriamos el agua en este intervalo, ¡en lugar de contraerse se va a expandir!

Temperatura [°C]	Coeficiente de expansión volumétrica [10 ⁻⁴ /°C]
0.1	-0.680
1	-0.500
4	0.003
7	0.50
10	0.88
15	1.51
20	2.07
25	2.57
30	3.03
35	3.45
40	3.84
45	4.20
50	4.54
55	4.86
60	5.16

65	5.44
70	5.71
75	5.97
80	6.21
85	6.44
90	6.66
95	6.87
100	7.03

Tabla 1.2 Coeficiente de expansión volumétrica del agua líquida a diferentes temperaturas

¡Esto explica el desastre que ocurre cuando introducimos una botella cerrada llena con agua en el congelador! Al enfriarse entre los 4°C y los 0°C , la botella se contrae; sin embargo, el agua se expande y la botella deja de ser suficiente para contenerla.

¿Podemos representar toda la información de la tabla 1.2 en una forma más concreta? ¡Claro, utilicemos funciones! Una función puede representarse de tres formas: analítica, gráfica (x,y) o numérica (tablas).

En este caso, para el coeficiente de expansión volumétrica conocemos la tabla y, a partir de ella, podemos generar la gráfica. Solo haría falta desarrollar la ecuación. Pero, ¿cómo la encontraríamos? Muy sencillo, utilizando una regresión. Una regresión es un proceso estadístico mediante el cual, a partir de un conjunto de coordenadas, obtenemos la relación matemática que los representa. Sin embargo, debemos ser precavidos en su uso, pues este método siempre nos dará un resultado, sin ser necesariamente significativo.

Mostremos el punto con ayuda de una hoja de cálculo. La regresión se agrega utilizando la herramienta denominada línea de tendencia. Esta puede tener diferentes formas y comportamientos. De hecho, nos ofrece varias opciones. Ocupemos una que todos conozcamos, la lineal. Como su nombre lo dice, nos da una línea recta, representada por la expresión $y=mx+b$, siendo m la pendiente y b la ordenada al origen. Los datos y la ecuación de regresión se muestran en la figura 1.2. La pregunta que nos debemos hacer es: ¿es coherente tener una línea recta para representar los datos de la tabla 1.2? ¡No, la línea no representa el comportamiento mostrado por todos los datos! Estando cerca de 75°C , es una buena aproximación. Pero si estamos en 100°C , definitivamente no funciona. Lo mismo ocurre a temperaturas menores.

A esto nos referíamos al decir que el método de regresión se puede aplicar, y siempre nos terminará dando una ecuación. Pero es nuestra labor decidir si nos va a servir o no.

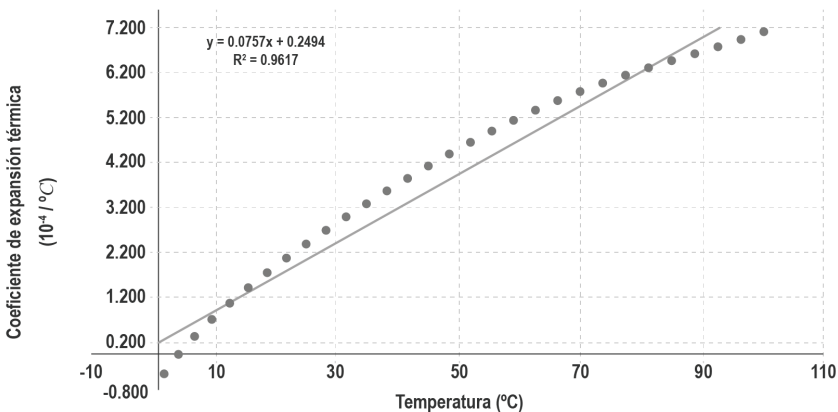


Figura 1.2 Variación del coeficiente de expansión térmica del agua y un ajuste lineal inadecuado

Probemos algo diferente: una función logarítmica. La ecuación de regresión y la gráfica se muestran en la figura 1.3. Sin embargo, tampoco ajusta, no es representativa.

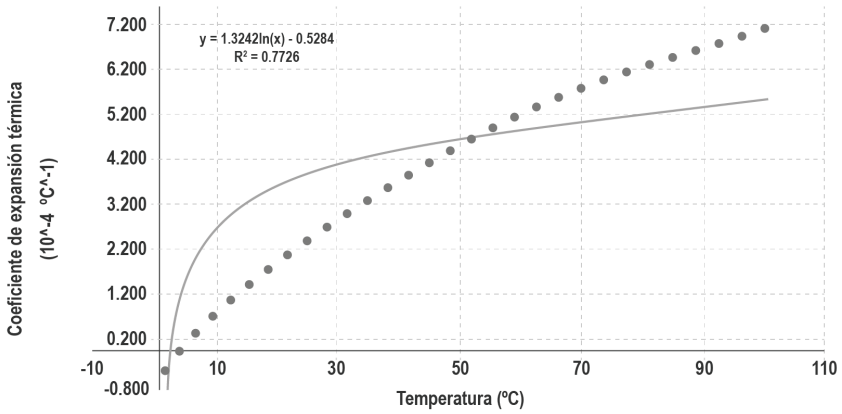


Figura 1.3 Variación del coeficiente de expansión térmica del agua y un ajuste logarítmico no adecuado

Probamos una función polinómica. Recordemos: una función polinómica de grado uno corresponde a la gráfica de una línea recta y una de grado dos es una parábola. La regresión a una función cuadrática se muestra en la figura 1.3. Podemos observar ciertas diferencias entre los puntos y la curva. Intentemos entonces con una de grado tres, como se muestra en la figura 1.4. Si observamos cuidadosamente, esta se ajusta bastante bien, ¿cierto?

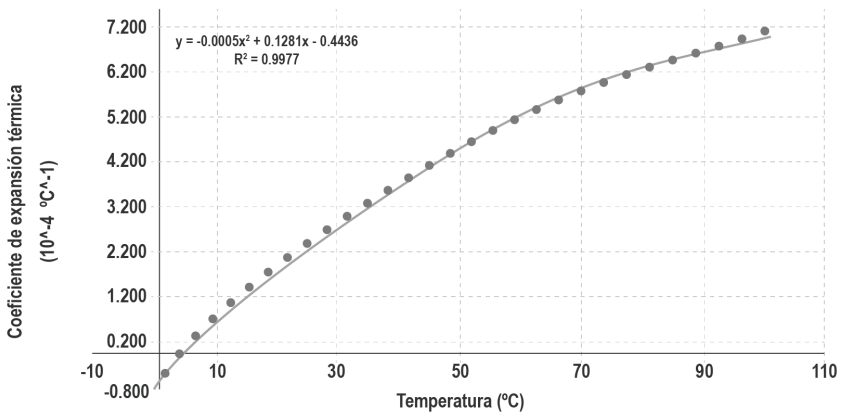


Figura 1.4 Variación del coeficiente de expansión térmica del agua y su ajuste a una función polinómica de grado 2

Algo importante de analizar, es el coeficiente de correlación (R al cuadrado). Esta es una medida de qué tanto se puede ajustar la ecuación a los datos dados. Este coeficiente varía de 0 a 1, donde 0 significa que no hay correlación, y 1 significa que hay un perfecto ajuste.

Los coeficientes de correlación obtenidos para las diferentes regresiones se resumen en la tabla 1.3. Observemos que el coeficiente de relación de una función polinómica de grado tres es de 0.999. ¡Mucho mejor que con una lineal o una cuadrática! De hecho, entre más alto sea el grado del polinomio, más alto será el coeficiente de correlación. Entonces, al hacer un ajuste hay que considerar que el coeficiente de correlación es mejor si el grado del polinomio es mucho mayor, sin embargo, será más complicado de trabajar. Como ingenieros debemos de saber qué es lo que se quiere lograr, así como los recursos dispuestos a invertir. Por conveniencia, quedémonos con un grado tres.

Tipo	Ecuación	Coficiente de correlación R^2
Línea	$y=mx+b$	$R^2=0.9617$
Parábola	$y=ax^2+bx+c$	$R^2=0.9977$
Logarítmica	$y=aLn(x)\pm c$	$R^2=0.7726$
Tercer grado	$y=ax^3+bx^2+cx+d$	$R^2=0.9997$

Tabla 1.3 Funciones propuestas para la regresión
y su coeficiente de correlación

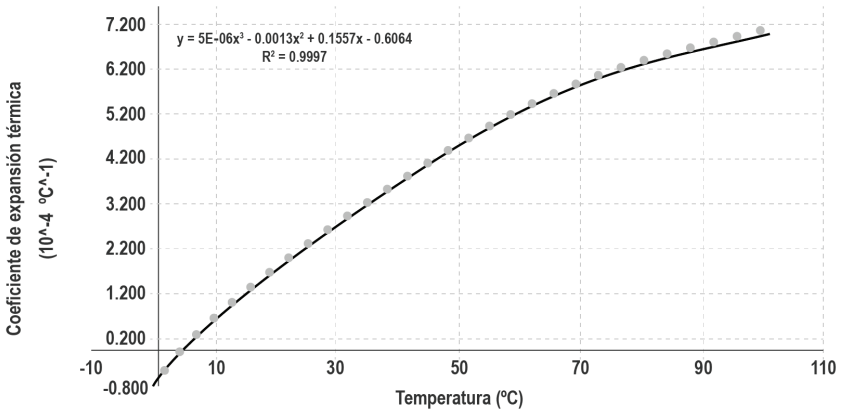


Figura 1.5 Variación del coeficiente de expansión térmica del agua y su ajuste a una función polinómica de grado 3

La ecuación de tercer grado obtenida mediante regresión es:

$$\beta = 5.06 \times 10^{-6}T^3 - 1.2919 \times 10^{-3}T^2 + 1.5567 \times 10^1T - 6.064 \times 10^{-1}$$

Obsérvese que el resultado obtenido en la hoja de cálculo relaciona variables x y y. Sin embargo, en nuestro resultado ya sustituimos $x = \text{temperatura } (^\circ\text{C})$ y $y = \beta$, el coeficiente de expansión volumétrica ($\times 10^{-4} \text{ l}/(^\circ\text{C})$).

Ejercicio 1

Se tiene un litro de agua a 25°C , ¿cuál será su volumen a 75°C ?

Solución:

Los datos son:

$$T_i = 25^\circ\text{C}$$

$$V_i = 1 \text{ L}$$

$$T_f = 75^\circ\text{C}$$

$$V_f = \text{Incógnita}$$

¿Qué necesitamos? Para conocer el volumen final, requerimos calcular el cambio acumulado de volumen. Recordemos que, en el método de Euler, a partir del valor inicial, y conociendo la tasa cambio, es posible estimar el cambio acumulado. Otra opción es integrar para obtener el valor exacto del cambio acumulado. En el caso del agua la razón de cambio no es constante. Tenemos que:

$$\beta = \frac{1}{V_i} \frac{dV}{dT}$$

Si queremos calcular el volumen a partir de un diferencial, ¡debemos de integrar! Establezcamos el diferencial de volumen primero despejando dV :

$$V_i \cdot \beta = \frac{dV}{dT}$$

$$\rightarrow V_i \cdot \beta \cdot dT = dV$$

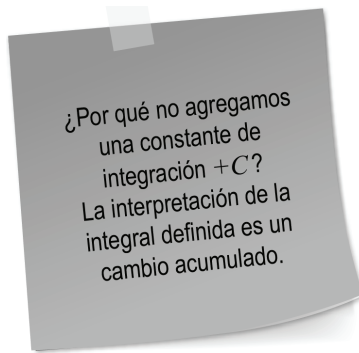
Ya dimos el primer paso para resolver el problema, es decir, establecimos la diferencial. Podemos proseguir a integrar.

Tengamos primero en cuenta que, existen integrales definidas e indefinidas. La diferencia entre estas dos es que la primera da como resultado un número, mientras que la segunda corresponde a una función o familia de funciones. Al necesitar un valor o constante, establecemos nuestra integral como definida.

No olvidemos que la integración nos da un cambio acumulado total. La integral, nos establecerá del lado derecho, el cambio entre el volumen inicial (1 L) y el volumen final (V_f). Mientras el lado izquierdo, la diferencial de temperatura, entre la inicial (25°C) a la final (75°C). Recordemos que la tabla 1.2 está en °C, por ende, todo lo debemos expresar en esas unidades. Esto es:

$$\int_{25}^{75} V_i \beta dT = \int_{V_i = 1 L}^{V_f} dV$$

β , o el coeficiente de expansión volumétrica, al ser variable, se debe dejar dentro de la integral. Por otra parte, nuestro volumen inicial V_i , al ser constante, lo podemos sacar de la integral.



$$V_i \int_{25}^{75} \beta dT = V_f - 1$$

Del lado derecho, si solo integramos el diferencial de volumen, estaríamos calculando el cambio acumulado de volumen:

$$V_f - V_i = V_f - 1$$

Observemos nuevamente la integral, ¿qué es lo que nos falta? Poner todo nuestro integrando en términos de la variable de integración. En este caso β en función de T , que como ya habíamos obtenido anteriormente, es una polinómica, y se puede integrar fácilmente:

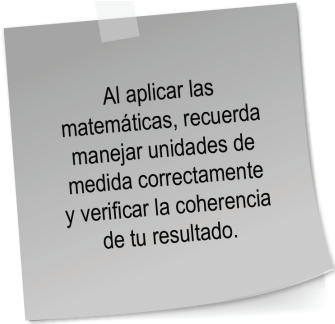
$$V_i \int_{25}^{75} 5.06 \times 10^{-6} T^3 - 1.2919 \times 10^{-3} T^2 + 1.5567 \times 10^1 T - 6.064 \times 10^{-1} dT = V_f - 1$$

$$V_i \left[5.06 \times 10^{-6} \frac{1}{4} T^4 - 1.2919 \times 10^{-3} \frac{1}{3} T^3 + 1.5567 \times 10^1 \frac{1}{2} T^2 - 6.064 \times 10^{-1} T \right]_{25}^{75} = V_f - 1$$

Al evaluar la integral, y sustituir el valor del volumen inicial, se obtiene:

$$1(223.45) = V_f - 1$$

$$V_f = 224.45 \text{ L (¡Precaución! Ver adelante)}$$



Al aplicar las matemáticas, recuerda manejar unidades de medida correctamente y verificar la coherencia de tu resultado.

¿224.45 L como volumen de la integral? Pero, ¿1L a 25°C se expande a 224.45 L a 75°C? ¡Imposible! Esto no suena muy coherente ¿o sí?

¡Recordemos las unidades que estamos manejando!

$$[\beta] = 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

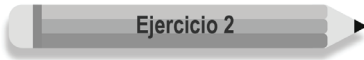
El resultado terminaría siendo:

$$1\text{L}(223.45 \times 10^{-4}) = V_f - 1$$

Una cantidad razonablemente pequeña, dando como cambio 22 mililitros, aproximadamente dos cucharadas soperas. Ese es el cambio de volumen esperado para un litro de agua originalmente a 25°C. ¿Eso era lo que nos estaban pidiendo? No, nos pedían el volumen final. Despejando V_f , tendríamos que:

$$V_f = 1.022 \text{ L}$$

Acabamos de establecer la integral de un polinomio. Al ser aplicada, debe ser tratada con mucho cuidado, como el manejo de unidades y la identificación de límites, detalles que abordamos en esta sección.



Hagamos otro ejemplo con agua:

Tenemos 1 L a 25°C, y lo enfriamos solamente 4°C. ¿Cuál será su volumen a 21°C?

Solución:

Los datos son:

$$T_i = 25^\circ\text{C}$$

$$V_i = 1 \text{ L}$$

$$T_f = 21^\circ\text{C}$$

$$V_f = \text{Incógnita}$$

¿Qué cambiará? Solamente el intervalo de integración.

$$\int_{25}^{21} V_i \beta dT = \int_1^{V_f} dV$$

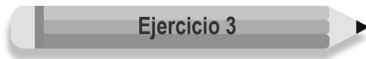
$$\int_{25}^{21} V_i \beta dT = V_f - 1$$

$$V_i \int_{25}^{21} 5.06 \times 10^{-6} T^3 - 1.2919 \times 10^{-3} T^2 + 1.5567 \times 10^1 T$$

$$- 6.064 \times 10^{-1} dT = V_f - 1$$

$$V_f = 0.99905 \text{ L}$$

El volumen disminuyó 1 ml al disminuir su temperatura en solo 4°C. Es decir, hubo una contracción. Las moléculas perdieron un poco de energía cinética y ahora están más tranquilas, ocupando un volumen menor.



Ejercicio 3

Hagamos otro problema, similar, con agua. Tenemos 1 L a 4°C, ¿qué pasa si lo enfriamos a 0°C?

Solución:

Los datos son:

$$T_i = 4^\circ\text{C}$$

$$V_i = 1 \text{ L}$$

$$T_f = 0^\circ\text{C}$$

$$V_f = \text{Incógnita}$$

$$\int_4^0 V_i \beta dT = \int_1^{V_f} dV$$

$$\int_4^0 V_i \beta dT = V_f - 1$$

$$V_i \int_4^0 5.06 \times 10^{-6} T^3 - 1.2919 \times 10^{-3} T^2 + 1.5567 \times 10^{-1} T \cdot$$

$$- 6.064 \times 10^{-1} dT = V_f - 1$$

$$V_f = 1.2 \text{ L}$$

¿Qué significa ese resultado?

Para que hubiera una contracción, la integral de la izquierda debería de ser negativa, pero es positiva. Es decir, ¡se ha expandido! Si comparamos con el caso anterior, ambos son enfriamientos con la misma diferencia de temperatura $\Delta T = -4^\circ\text{C}$. Sin embargo, aquí hubo una expansión.

¡Por eso se llama comportamiento atípico del agua! El cual solo ocurre de 0°C a 4°C .

Conclusión del capítulo 1

La dilatación volumétrica se refiere al cambio de volumen ocasionado por un cambio de temperatura y dependiendo del tipo de material. Este influye en el coeficiente de expansión volumétrica, que representa la variación del volumen de un material respecto a la temperatura a presión constante. Este tipo de expansión a diferencia de la lineal y la superficial abarca tres dimensiones de un cuerpo.

En general, al aumentar la temperatura de un material, este se dilata y al disminuir la temperatura, este se contrae. Sin embargo, para el agua, próximo al punto de congelación ($0^{\circ}\text{C} - 4^{\circ}\text{C}$) ocurre lo contrario. A esto se refiere el llamado comportamiento atípico del agua.

Para calcular cómo varía el volumen necesitamos conocer la razón de cambio. Si dicha razón no es constante podemos integrar o aplicar métodos como Euler para calcular el cambio acumulado. Una integral será definida, cuando se desee obtener un valor acumulado o indefinida cuando se desee la familia de funciones. Utilizar una o la otra depende de nuestro objetivo.

Ejercicio integrador del capítulo 1

1. Define coeficiente de expansión lineal y coeficiente de expansión superficial. ¿Cómo se comparan con el volumétrico? ¿Cuándo se utiliza cada uno de ellos?
2. Obtén la forma analítica de la función volumen dependiendo de la temperatura para: 1 L de agua que inicialmente se encuentra a temperatura ambiente.
 - A) ¿Cuál es el rango y cuál es el dominio de esta función?
 - B) Representala gráficamente.
3. Considera que 1L de agua a 25°C tiene una masa de 0.99713 Kg. Si la masa se mantiene constante, grafica la densidad como función de la temperatura para un rango entre 0°C y 100°C .

4. Investiga (cita tus fuentes):
- ¿Por qué el agua tiene este comportamiento atípico?
 - ¿Qué implicaciones tiene este fenómeno para los icebergs y la vida acuática?
 - ¿Existe alguna otra sustancia con un comportamiento similar?
5. La figura 1.6 muestra la variación del coeficiente de dilatación volumétrica del agua entre 4°C y 20°C . La densidad del agua a 4°C es de 1000 kg/m^3 . Calcule la densidad del agua a 20°C .

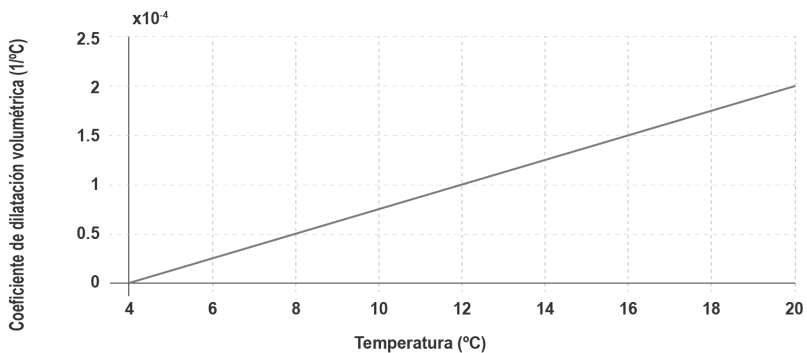


Figura 1.6 Variación del coeficiente de dilatación volumétrica del agua entre 4°C y 20°C

6. La densidad es la masa dividida por el volumen. Si el volumen V depende de la temperatura, entonces también su densidad ρ .

A) Demuestre que el cambio de densidad $\Delta\rho$ con el cambio de temperatura ΔT está dado por

$$\Delta\rho = -\beta\rho\Delta T$$

donde β es el coeficiente de dilatación volumétrica.

B) Explica el signo menos de esta expresión.

7. Demuestre que si el coeficiente de expansión lineal α depende de la temperatura T , entonces la longitud como función de la temperatura puede calcularse como

$$L \cong L_i \left[1 + \int_{T_i}^{T_f} \alpha(T) dT \right],$$

donde L_i es la longitud de la temperatura de referencia T_i .

8. La ecuación de estado para un alambre se puede expresar como:

$$L=L(T,\tau),$$

donde L es la longitud del alambre, T es su temperatura y τ es la tensión en el alambre. Se pueden definir, además, para este alambre, las siguientes dos cantidades:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right),$$

$$Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_{\tau}.$$

α recibe el nombre de expansividad lineal (coeficiente de expansión lineal), y a Y se le conoce como módulo isotérmico de Young. El área de la sección transversal del alambre es A . Demostrar que si se supone que α , Y y A son constantes, se tiene:

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_{\tau} = -\alpha AY.$$

9. Para una sustancia cuya ecuación de estado es de la forma

$$V = V(p, T),$$

Se pueden definir las siguientes cantidades:

$$\beta \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p,$$

$$k \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T.$$

A la primera se le conoce como coeficiente de expansión, mientras que la segunda recibe el nombre de compresibilidad isotérmica. Demostrar que:

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - k dp.$$



Capítulo 2. Termodinámica en la convección



¿Has intentado enfriar tu café soplándole?
Lo que estás haciendo es forzar el flujo de líquido
y aumentar el contacto con el aire en el ambiente.
¡Esto es convección!

• **C**ómo se transfiere el calor? Entenderlo nos ayuda a controlar los procesos ingenieriles de calentamiento o enfriamiento.

Recordemos que el calor se transfiere por diferentes mecanismos: **conducción**, **convección** o **radiación**. Contacto o conducción térmica es el proceso donde a escala atómica existe un intercambio de energía cinética entre partículas microscópicas, y las partículas menos energéticas ganan energía en colisiones con partículas más energéticas. Convección, es la transferencia de calor por flujo de una sustancia. Radiación, es la transferencia de calor en forma de ondas electromagnéticas, exista un medio material o no. Frecuentemente no ocurre solo uno de ellos, sino una combinación, como veremos en este ejemplo.

Consideremos un cuerpo de agua, un río, un lago o un estanque, que se encuentra a diferente temperatura que el ambiente. ¿Cómo cambia su temperatura? Supongamos que el aire circundante está a -5°C y el agua inicialmente está a 25°C . Primera pregunta: ¿En qué dirección va a ir el flujo de calor? ¡Hacia arriba! El calor empieza a fluir del agua hacia la atmósfera. ¿Qué pasa entonces con la temperatura del agua? Si estaba a 25°C empieza a disminuir 24, 23, 22, 21... y con ello va cambiando su densidad. ¿Se hará más densa o menos densa? Más densa, pues la temperatura disminuye y el volumen se contrae.

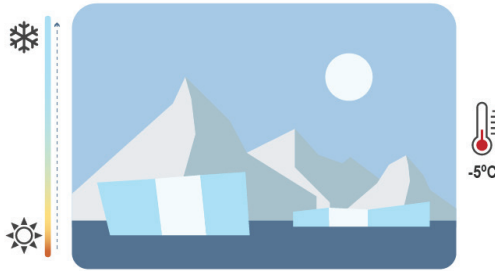


Figura 2.1

Como mencionamos anteriormente, el cuerpo de agua se enfriará tanto por contacto como por convección. De hecho, el cuerpo de agua no se enfría todo simultáneamente. ¿Cuál se va a enfriar primero? La superficie del agua se enfriará por contacto con el aire circundante. Observa: supongamos que la superficie del agua baja a 24°C , y el resto del cuerpo está a 25°C . Entonces el agua de la superficie se hará más densa que el resto y se desplazará hasta el fondo, permitiendo que el líquido de abajo suba a la superficie para enfriarse también. Este flujo cíclico continúa y la convección ayuda al proceso de enfriamiento hasta los 4°C .

Imaginemos que todo el volumen de agua está a 4°C . A continuación, el líquido de la superficie se enfría por debajo de los 4°C . ¿Qué va a pasar en ese momento? Como el agua tiene un comportamiento atípico, deja de contraerse. Comienza a expandirse, y al tener menos densidad, el agua por debajo de los 4°C se mantendrá en la superficie.

¡Es ahí cuando se detiene la convección! Entonces, el líquido más frío se mantiene en la superficie. Debido al contacto con el aire de los alrededores, el líquido continúa enfriándose a 3°C , 2°C , 1°C , hasta 0°C . En ese momento se congela la superficie, creando un aislante térmico y evitando que todo el cuerpo de agua cambie a estado sólido. Este efecto permite la vida acuática debajo de la capa de hielo.

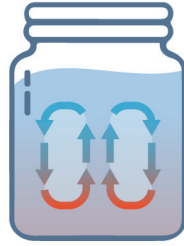


Figura 2.2

Analicemos un poco la teoría. ¿Cómo sería el flujo de calor? Va a depender de la diferencia de temperaturas. El calor fluye de donde está más caliente a donde está más frío.

¿De qué otros factores dependen el flujo de calor a través de un material? Consideraremos:

- Material (Coeficiente del material)
- Área transversal
- Espesor del material
- Cantidad del material.

Veamos otro ejemplo. En Toluca, ¿cuáles son las casas más frías? Aquellas con ventanas. Entre más grande sea la ventana se escapa más fácil el calor, provocando menores temperaturas al interior. También depende del área de contacto, pues entre más pequeña sea, hay un menor flujo de calor.

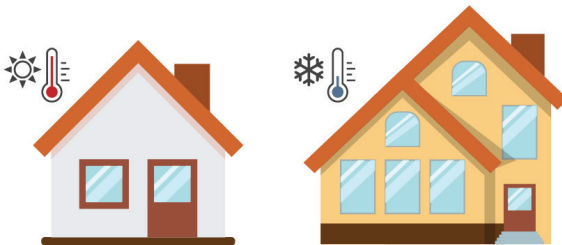


Figura 2.3

De hecho, ¿quién sufre más frío, los hombres o las mujeres? En general, son las mujeres; porque, en promedio, los hombres tienen menor superficie corporal. Eso hace que las mujeres sean más susceptibles a los cambios de temperatura.

La tasa de flujo de calor se expresa como el cociente entre el diferencial del calor transmitido dQ y el diferencial de tiempo dt . Esto es:

$$\text{Flujo} = \frac{dQ}{dt}$$

Esta tasa de flujo de calor es inversamente proporcional al espesor l del material. Es decir, si aumenta el espesor, el flujo de calor disminuye.

$$\frac{dQ}{dt} \propto \frac{1}{l}$$

La tasa de flujo de calor también es directamente proporcional al área transversal A o área disponible para el flujo. Entre mayor sea esta área mayor será el flujo.

$$\frac{dQ}{dt} \propto A$$

El flujo de calor se ocasiona por una diferencia de temperatura ΔT y es proporcional a ella. Esta condición es la más importante porque podemos tener un material de cierto espesor y área; pero si no hay diferencia de temperatura no existirá flujo de calor. Entre mayor sea la diferencia de temperatura mayor es el flujo de calor. A la diferencia de temperatura se le llama fuerza motriz pues se genera del flujo de calor.

$$\frac{dQ}{dt} \propto \Delta T$$

Los ingenieros generalmente no trabajamos con símbolos de proporcionalidad. ¿Qué es más útil: una igualdad o una relación de proporcionalidad? Las ecuaciones expresadas mediante igualdades son más útiles por su exactitud. Así, para que esto se convierta en una igualdad debemos incluir una constante de proporcionalidad que sea característica del material. Esto se concreta de la siguiente manera:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{KA\Delta T}{l} \quad (\text{Ecuación 2.1})$$

donde K es la constante del material y se denomina conductividad térmica. Sus unidades están dadas en $[K]=W/(m \text{ } ^\circ\text{C})$ y algunos valores para diferentes materiales se muestran en la tabla 2.1.

Sustancia	Conductividad térmica
Metales (a 25°C)	
Aluminio	238.0
Cobre	397.0
Oro	314.0
Hierro	79.5
Plomo	34.7

Plata	427.0
No metales (Valores aproximados)	
Asbesto	0.080
Concreto	0.800
Diamante	2300.000
Vidrio	0.800
Hielo	2.000
Caucho	0.200
Agua	0.600
Madera	0.080
Gases (a 20°C)	
Aire	0.023
Helio	0.138
Hidrógeno	0.172
Nitrógeno	0.023
Oxígeno	0.024

Tabla 2.1 Conductividad térmica de diferentes materiales

2.1 Efectos del cambio de temperatura

• Cuál es el efecto de quitar o agregar calor a un cuerpo? La energía cinética de sus partículas cambia, sin embargo, los efectos pueden ser físicos o químicos dependiendo de la cantidad de calor agregado. En general, a cantidades pequeñas de calor agregado los efectos se reflejan como cambios físicos. Aquí ana-

lizaremos cambios en su temperatura, volumen y densidad; pero también puede cambiar su elasticidad, su viscosidad, su resistencia eléctrica y algunas otras propiedades físicas de interés para los ingenieros. Mientras que, al agregar grandes cantidades de calor, podemos alcanzar las energías requeridas para cambiar en la estructura química del material.

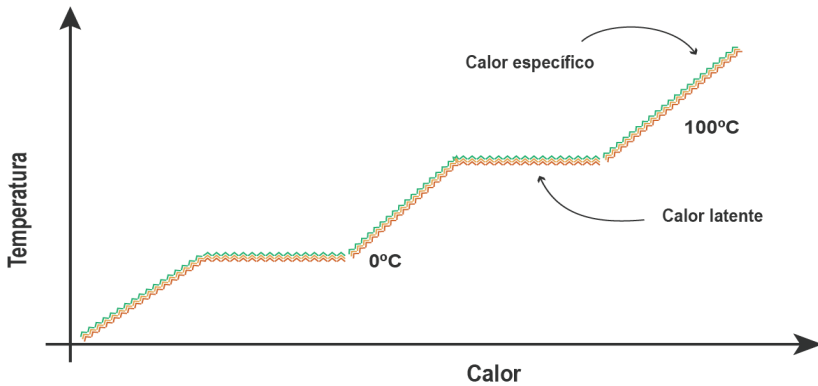
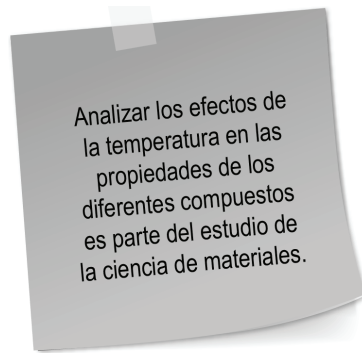


Figura 2.4 Representación gráfica del calor específico y latente

Analicemos entonces los cambios físicos generados en un bloque de hielo. Controlaremos el calor agregado durante este experimento y estudiaremos el efecto en la temperatura. Esto lo vamos a representar en una gráfica temperatura vs. calor. En el eje de las “x” o abscisas representaremos el calor y en el eje de las “y” u ordenadas la temperatura. Iniciamos con un cubo de hielo a -10°C y le agregamos calor. ¿Cómo va a ser la razón de cambio de la temperatura respecto al calor añadido? ¿Sería positiva o negativa? Es positiva, significa que la temperatura aumenta y sería $-9, -8, -7, -6, -5, -4\dots$ hasta llegar a 0°C . ¿Qué pasará en ese momento? El agua a 0°C se funde. Su temperatura se mantendrá constante, aunque sigamos agregando calor. Este se ocupa para cambiar de fase sólida a líquida. A este cambio se le denomina fusión. Una vez que todo el cubo de hielo pasó a fase líquida,

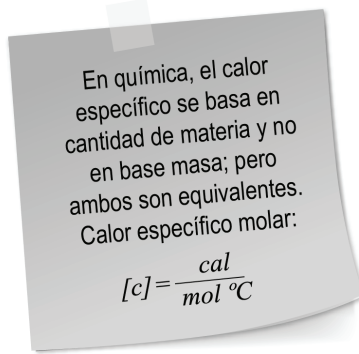
¿qué ocurre? Su temperatura vuelve a subir, porque le sigo agregando calor. Esto continuará hasta alcanzar los 100°C. Ahí el agua líquida cambiará a fase gaseosa, evaporándose. Durante ese cambio llamado ebullición, la temperatura se mantiene constante pues el calor añadido se utiliza para el cambio de fase. Una vez que toda el agua está en fase gaseosa agregar calor incrementa su temperatura. Toda esta descripción se esquematiza en la figura 2.4. La curva específica que se genera es diferente para diferentes sustancias, porque cada una tendrá valores correspondientes a su estructura y composición.



Aquí se mencionaron dos posibles efectos del calor en las propiedades físicas de un material: el aumento de temperatura y el cambio de fase. Se le llama “calor sensible” a aquel que se hace evidente mediante aumentos de temperatura y, “calor latente”, al que ocasiona un cambio de fase. Latente se refiere al calor agregado que no afecta a la temperatura; significa que el calor está ahí pero no se manifiesta.

Analicemos cuantitativamente el calor sensible agregado a un sistema. El cambio de temperatura que provoca es directamente proporcional al calor agregado Q . Es decir, a mayor calor mayor cambio de temperatura: $\Delta T \propto Q$.

El cambio de temperatura es inversamente proporcional a la masa m del sistema para una cantidad de calor dada. Es decir, si fijo la cantidad de calor añadida, entonces para una masa pequeña el cambio de temperatura será mayor que para una masa muy grande: $\Delta T \propto 1/m$.



El cambio de temperatura ocasionado al agregar calor también dependerá del tipo de material del sistema, y esto se introduce mediante la constante de proporcionalidad c :

$$\Delta T \propto \frac{Q}{m}$$

$$Q = mc\Delta T \text{ (Ecuación 2.2)}$$

Aquí, c , llamado calor específico tiene unidades de $[c] = \text{cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$, o su equivalente en otros sistemas de unidades. Su valor puede encontrarse en tablas para diferentes materiales.

Sustancia	Calor específico [J/kg °C]
Aluminio	900
Berilio	1830
Cadmio	230
Cobre	387
Germanio	322
Oro	129
Hierro	449
Plomo	128
Silicio	703

Tabla 2.2 Calor específico de diferentes materiales

A diferencia del calor sensible, el calor latente no genera un cambio de temperatura, por lo cual esta no debe de ser una variable a considerar. Entonces, ¿de qué dependerá? ¿Es lo mismo el calor ocupado para fundir un solo gramo de hielo que para fundir un kilo de hielo? ¡Claro que no! Por ende, el calor requerido depende de la masa: a mayor masa, mayor calor o energía necesitamos. El calor es directamente proporcional a la masa: $Q \propto m$.

El tipo de material también juega un rol importante. No es el mismo requerimiento energético para hacer ebullición un litro de agua que un litro de mercurio o de cualquier otro material. Por esta razón, las sustancias puras tienen puntos de fusión y ebullición diferentes. Además, este efecto se introduce en los cambios de fase mediante la constante de proporcionalidad L :

$$Q = mL \text{ (Ecuación 2.3)}$$

donde L , llamado calor latente, puede encontrarse en tablas para diferentes materiales y sus unidades son: $[L]=cal/(g)$, o su equivalente en otros sistemas de unidades.

Sustancia	Punto de fusión (°C)	Calor latente de fusión (J/kg)	Punto de ebullición	Calor latente de vaporización (J/kg)
Helio	-272.2	5.23×10^3	-268.93	2.09×10^4
Oxígeno	-218.79	1.38×10^4	-182.97	2.13×10^5
Nitrógeno	-209.97	2.55×10^4	-195.81	2.01×10^5
Alcohol etílico	-114	1.04×10^5	78	8.54×10^5
Agua	0	3.33×10^5	100	2.26×10^6
Sulfuro	119	3.81×10^4	444.6	3.26×10^5
Plomo	327.3	2.45×10^4	1750	8.70×10^5
Aluminio	660	3.97×10^5	2450	1.14×10^7
Plata	960.8	8.82×10^4	2193	2.33×10^6
Oro	1063	6.44×10^4	2660	1.58×10^6
Cobre	1083	1.34×10^5	1187	5.06×10^6

Tabla 2.3 Calor latente de diferentes materiales para la fusión y la ebullición

Ejercicio 1

Tenemos un cuerpo de agua, líquida, con su superficie congelada a 0°C y con un espesor de 4 cm. El aire está a -10°C , y debajo de la capa de hielo, agua líquida. ¿Cuánto tiempo tardará en aumentar el espesor del hielo a 8 cm si inicialmente estaba a 4 cm?

Solución:

Este ejercicio se resuelve mediante la ecuación 2.1, pues tiene que ver con el tiempo, y sabemos que existe un flujo de calor de abajo hacia arriba.

Para este caso, el espesor de la capa de hielo va cambiando. Por conveniencia, representaremos el espesor como x . Nuestra ecuación quedaría así:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{KA\Delta T}{x}$$

Para establecer correctamente nuestros diferenciales (y posteriormente nuestras integrales), debemos relacionar el espesor con el tiempo o con el calor agregado.

Pensemos en el calor, ¿para qué se usará? Para la fusión, para convertir el agua en hielo. Siendo así, este será representado como latente, pues el sensible ocasiona cambios de temperatura y el latente cambio de fase.

Ahora, ¿cómo se va congelando el agua? ¿Se congela todo de repente? No. Primero se congela una pequeña capa, es decir, un diferencial de masa. Si expresamos esto matemáticamente, para congelar un diferencial de masa dm requerimos una cantidad diferencial de calor dQ :

$$dQ = Ldm$$

Las cosas se ven más claras, pero sigamos analizando. ¿Cómo podemos relacionar el diferencial de masa con el espesor? ¿Cómo relacionamos masa con espacio? ¡Mediante el volumen! ¿Y con qué se relaciona el volumen? ¡Con la densidad ρ ! Esta es igual a masa sobre volumen, y en su forma diferencial se puede expresar como:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Despejando el diferencial de masa dm , nos queda:

$$dm = \rho dV$$

Sustituyendo en la expresión para el calor nos quedaría como:

$$dQ = L\rho dV$$

El volumen se calcula como el área de la base por la altura o espesor. Pensemos en un espesor muy pequeño, es decir dx y un área prácticamente invariable A . ¿Cómo se expresa el volumen de esta capa delgada? $dV=A dx$. Sustituyendo en la ecuación anterior tenemos:

$$dQ = L\rho A dx$$

¡Y las cosas se ven mucho mejor! Pues podemos sustituir en la ecuación original y nos quedaría como:

$$\frac{L\rho A dx}{dt} = \frac{KA\Delta T}{x}$$

¡Se ve hermoso! Pero hace falta un paso más, despejar dt . Vamos más cerca de la solución porque tenemos un diferencial de tiempo y podríamos calcular el cambio acumulado en el tiempo. Haciendo algo de álgebra, todo quedaría así:

$$xL\rho A dx = KA\Delta T dt$$

Observemos que tenemos el área en ambos lados de la igualdad y se pueden simplificar a:

$$xL\rho dx = K\Delta T dt$$

Para remover las diferenciales integramos ambas partes:

$$\int xL\rho dx = \int K\Delta T dt$$

Pero, ¿qué hacemos para integrar fácilmente? Sacar las constantes. Observemos con detenimiento los dos lados de la ecuación. Del lado izquierdo podemos sacar L y ρ , ambas constantes. Nuestras variables serían x y dx . Mientras que, del lado derecho, asumiendo que todo el tiempo la temperatura del ambiente es a -10°C , y la del agua es 0°C , ΔT y K son constantes. Todo esto haría que la integral terminara como:

$$L\rho \int x dx = K\Delta T \int dt$$

Todo se ve muy bien. Leamos de nuevo el problema, ¿qué nos piden? ¿una constante o una función? Nos piden el tiempo, ¿cómo debemos de responder? Con un valor. Es decir, debemos tener una integral definida y asignar valores tanto para el espesor como para el tiempo.

Para el espesor, los límites corresponden a los valores inicial y final entre los que se llevará a cabo la expansión; pero cuidado, porque no es de 4 cm a 8 cm, sino de 0.04 m, a 0.08 m.

(Recordemos que estamos realizando nuestros cálculos en el Sistema MKS —metros, kilogramos, segundos).

Del lado derecho, ¿cuáles serían los límites? 0 a t . Pero, ¿por qué 0? ¿Qué indica eso? El tiempo 0 corresponde al momento en el cual iniciamos a medir. Los límites quedarían de 0 a t , siendo t nuestra incógnita:

$$L\rho \int_{0.04m}^{0.08m} x dx = K\Delta T \int_0^t dt$$

A partir de ese punto, se puede resolver y determinar el valor de nuestra incógnita. Dejamos este trabajo para el lector.

Conclusión del capítulo 2

El calor puede ser útil para el cambio de fase o el cambio de temperatura de un sistema. Y de acuerdo con su efecto puede diferenciarse como latente o específico, respectivamente. Dentro de las aplicaciones de la termodinámica a procesos ingenieriles, los métodos de transferencia de calor son fundamentales. Uno de ellos, la convección, ocurre por las diferentes densidades ocasionadas al momento de generarse un cambio de temperatura. Estos cambios en densidades son consecuencias de haber agregado calor.

En la sección anterior fuimos conscientes del comportamiento inusual del agua, aquí podemos observar que gracias a ese comportamiento es que hay vida marina en la Tierra.

Ejercicio integrador del capítulo 2

1. Tomando en cuenta los valores anteriores.

A) ¿Cuánto tiempo tomará el que la capa de hielo duplique su espesor? (Explica tu procedimiento).

B) ¿Cuánto tiempo tomará que la capa de hielo triplique su espesor?

C) Obtén una función del espesor de la capa de hielo respecto al tiempo. Determina su dominio y su rango y graficar.

2. ¿Será posible congelar todo el océano? Discute.
3. En primavera, se tiene una capa de hielo de 4 cm de espesor sobre un lago. Si la temperatura ambiente es 25°C y la del agua del lago se mantiene fija a 0°C . ¿Cuánto tardará en descongelarse la capa de hielo?



Capítulo 3. Transferencia de calor



Aunque no lo creas, el pizarrón de placa metálica y el escritorio de madera en el salón están a la misma temperatura.

¿Por qué entonces lo percibimos diferente?

Imaginemos que estamos en nuestro salón de clases y te piden determinar qué está más caliente, el pizarrón de placa metálica o el escritorio de madera. ¿Qué harías? Tu primera reacción sería tocarlos y responder inmediatamente que el pizarrón está más frío que el escritorio. Sin embargo, en esta ocasión ¡has fallado! Todo es consecuencia de cómo se transfiere el calor, como veremos en esta sección.

Consideremos una esfera de hierro de 10 cm de radio, la cual por alguna razón está a una temperatura constante de 800°C . Luego de una capa aislante hecha de poliestireno de 3 cm de espesor, hay un flujo de aire suficiente para garantizar que la temperatura del ambiente va a ser constante a 25°C . ¿Cómo podemos saber cuánto calor pierde la esfera en 5 minutos? ¿Cómo podemos saber cómo cambia la temperatura a través del aislante?

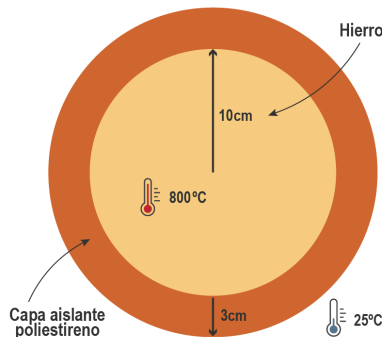
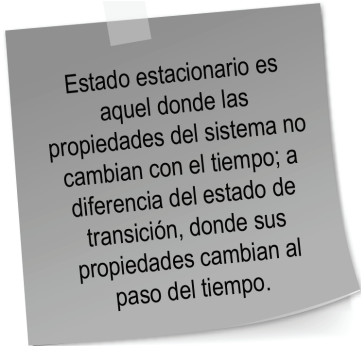
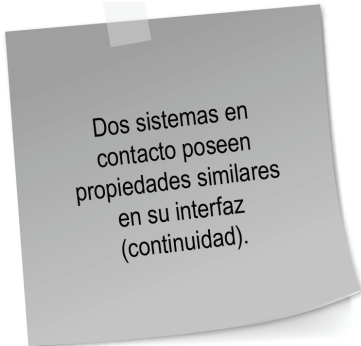


Figura 3.1

Debemos tener en cuenta varios factores: la conductividad térmica del poliestireno K ; su densidad, ya que cuando es baja o alta la forma en la que transmite el calor puede ser diferente; además, necesitamos revisar los cambios de fase del hierro, para saber en qué estado se encuentra a 800°C . Sabiendo que el punto de fusión del hierro es 1500°C , entonces el centro de la esfera se encontraría en estado sólido. También es importante el calor específico del poliestireno, pues parte de la energía que pierde el hierro inicialmente se utilizará para calentar el poliestireno antes de pasar al ambiente. Sin embargo, en el análisis que haremos a continuación ignoraremos el tiempo inicial (cuando el poliestireno recién se puso en contacto con la esfera) llamado estado transitorio y nos enfocaremos en el estado estacionario (cuando la distribución de temperaturas a lo largo del poliestireno deja de cambiar).



Estado estacionario es aquel donde las propiedades del sistema no cambian con el tiempo; a diferencia del estado de transición, donde sus propiedades cambian al paso del tiempo.



Dos sistemas en contacto poseen propiedades similares en su interfaz (continuidad).

De hecho, la capa de poliestireno no se encuentra toda a una misma temperatura, sino que habrá una variación a lo largo del espesor (más específicamente, a lo largo del radio); pues la capa de aislante justo en contacto con la esfera estará a 800°C (como la esfera de hierro) y la capa más externa estará a 25°C (como el ambiente). Estos valores en matemáticas son llamados condiciones de frontera y aseguran que el cambio de temperatura es continuo en las fronteras del material.

La temperatura del poliestireno a un radio de 10 cm es igual a 800°C y a un radio de 13 cm es igual a 25°C . A la forma como cambia la temperatura a lo largo del radio ρ se le llama perfil de temperaturas y es una función de la forma $T(\rho)$.

Ya teniendo estas condiciones establecidas, recordemos:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{KA\Delta T}{l} \text{ (Ecuación 3.1)}$$

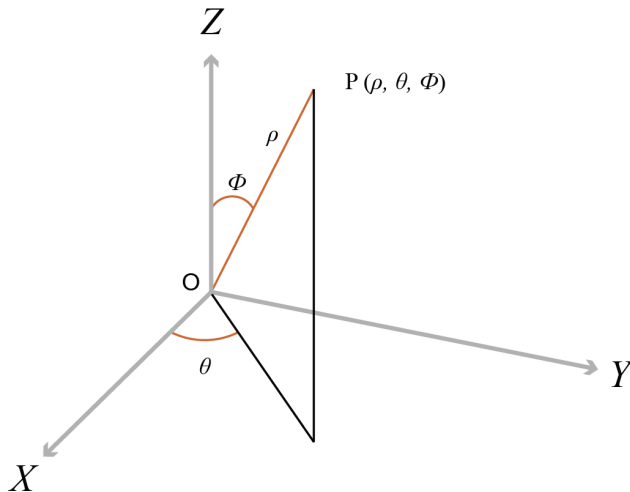


Figura 3.2 Coordenadas esféricas

¿En qué dirección fluye el calor? De adentro hacia afuera, porque en el centro está más caliente. Eso significa que fluye en todas direcciones. No solo de arriba hacia abajo o de izquierda a derecha, sino de adentro hacia afuera. Respondamos esta pregunta en términos de coordenadas esféricas: ¿En qué dirección fluye? El calor fluye en dirección de Rho (ρ), es decir, del radio. Cualquier flujo que atravesase el espesor (o una superficie esférica), es perpendicular a la superficie y va en dirección del radio.

¡Empecemos ahora a utilizar el cálculo! Imaginemos una capa diferencial de poliestireno, es decir, un volumen en forma de esfera hueca. ¿Qué dimensiones nos interesan para describir esta capa? El radio ρ y el grosor; pero, ¿cuál sería el espesor? $d\rho$! Porque es un elemento diferencial. ¿Qué más necesitamos? Su área superficial. Si el área de una esfera está dada por $A=4\pi r^2$, su área será $A=4\pi \rho^2$.

¿Cómo es el flujo de calor a lo largo de diferentes capas diferenciales? Más cerca de la esfera y hierro la temperatura es mayor, pero esto no implica que haya más flujo de calor. Recordemos que el flujo de calor es energía en tránsito por unidad de tiempo: $H=dQ/dt$. Entonces supongamos que de la primera capa salen 5 J en un minuto. ¿Es posible que a la siguiente capa lleguen 4 J en el mismo intervalo de tiempo? ¿Qué pasó entonces con el otro Joule de energía? Evidentemente esto representa una falta al principio de conservación de energía. La energía no puede desaparecer. El flujo de calor no puede cambiar entre dos capas diferenciales consecutivas. Por ende, el flujo de calor es una constante a todo lo largo del espesor.

Si analizamos el flujo de calor a través de un elemento diferencial, y sustituyendo el área en la Ecuación 3.1, nos quedaría:

$$H = \frac{K4\pi\rho^2 dT}{d\rho}$$

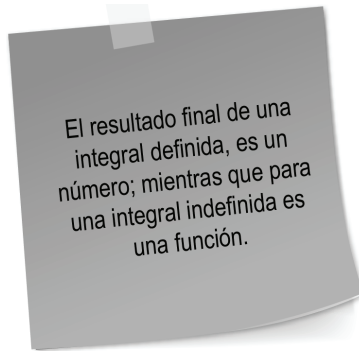
¿Por qué el cambio de temperatura se ha sustituido por dT ? Porque queremos ver cómo cambia la temperatura justo en el diferencial de volumen. Una vez planteado el diferencial, debemos identificar constantes ($K4\pi H$) y variables (ρ, T).

Para calcular el cambio acumulado debemos integrar. Y reescribimos la ecuación de la siguiente forma:

$$H \frac{d\rho}{\rho^2} = 4\pi K dT$$

Ahora sí podemos integrar.

Debemos tener en cuenta algo muy importante previo a la integración: los límites.



$$\int_{0.1 \text{ cm}}^{0.13 \text{ cm}} H \frac{d\rho}{\rho^2} = \int 2\pi K dT$$

En una igualdad, ¿podemos tener una integral definida de un lado e indefinida del otro? Para que la igualdad sea válida, la misma operación hecha de un lado, se debe hacer del otro.

Para establecer adecuadamente los límites nos enfocaremos en el sistema que nos interesa: la capa de poliestireno. Cuando el radio es de 10 cm la temperatura es de 800°C, y a un radio de 13 cm la temperatura es de a 25°C. ¿Cuál ponemos como límite inferior para la temperatura? Para mantener la igualdad, aplicamos la misma idea de correspondencia, las condiciones de los límites deben de estar relacionadas: el radio inferior con su temperatura correspondiente, lo mismo para el superior. Por lo tanto:

$$H \int_{0.1 \text{ m}}^{0.13 \text{ m}} \frac{d\rho}{\rho^2} = 4\pi K \int_{800^\circ\text{C}}^{25^\circ\text{C}} dT$$

Solo quedaría resolver para H, quedando:

$$\left[H \left(-\frac{1}{\rho} \right) \right]_{0.1 \text{ m}}^{0.13 \text{ m}} = [4\pi K T]_{800^\circ\text{C}}^{25^\circ\text{C}}$$

$$H \left(-\frac{1}{0.13} \right) - H \left(-\frac{1}{0.1} \right) = 4\pi K [25^\circ\text{C} - 800^\circ\text{C}]$$

Factorizando:

$$H \left(-\frac{1}{0.13} + \frac{1}{0.1} \right) = 4\pi K [25^\circ\text{C} - 800^\circ\text{C}]$$

Despejando y evaluando para el poliestireno ($K = 0.033 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$):

$$H = \frac{[4\pi K(25^\circ\text{C}) - 4\pi K(800^\circ\text{C})]}{-\frac{1}{0.13} + \frac{1}{0.1}} = -139.32 \text{ W}$$

Este es el flujo de calor a través del poliestireno. Sin embargo, no hemos respondido la pregunta: ¿Cuál es el calor transferido en 5 minutos?

$$H = \frac{Q}{t}$$

Despejando para Q:

$$Q = Ht$$

Sustituyendo los valores:

$$Q = (-139.32 \text{ W})(300 \text{ s}) = -41,796.1 \text{ J}$$

¿Este resultado es coherente? ¿Qué significa un calor negativo? El signo negativo representa que el sistema está perdiendo 41,796 J en cinco minutos; por lo que, si no cuenta con una forma de generar energía, la temperatura del hierro irá disminuyendo.

Las condiciones de frontera son datos conocidos del problema a resolver, que permiten determinar el valor de las constantes de integración y de otros parámetros en una función.

La segunda pregunta nos pedía encontrar la temperatura en función del espesor del aislante, $T(\rho)$. Ahora buscamos una función. Es decir, la integral, en lugar de ser definida, tiene que ser indefinida. A continuación, utilizaremos una integral definida parcialmente. Observemos que conocemos las condiciones de frontera y podríamos definir la integral como lo hicimos para responder la pregunta anterior. Sin embargo, si definimos la integral (ambos límites), el resultado será una constante y no una función. Entonces solo asignaremos el valor de los límites inferiores dejando los límites superiores como variables.

Por lo tanto, los límites superiores de la integral serán un radio $Rho(\rho)$, y su temperatura correspondiente T :

$$H \int_{0.1 \text{ m}}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2} = 4\pi K \int_{800^{\circ}\text{C}}^T dT$$

$$\left[H \left(-\frac{1}{\rho} \right) \right]_{0.1 \text{ m}}^{\rho} = [4\pi K T]_{800^{\circ}\text{C}}^T$$

$$H \left(-\frac{1}{\rho} \right) - H \left(-\frac{1}{0.1} \right) = 4\pi K [T - 800^{\circ}\text{C}]$$

Factorizando:

$$H \left(-\frac{1}{\rho} \right) - H \left(-\frac{1}{0.1} \right) = 4\pi K [T - 800^{\circ}\text{C}]$$

Despejando para T , obtendremos la función buscada

$$T(\rho) = \frac{H}{4\pi K} \left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{\rho} \right) + 800^\circ\text{C}$$

$$T(\rho) = -335.96 \left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{\rho} \right) + 800^\circ\text{C}$$

$$T(\rho) = -3359.6 + 335.96 \left(\frac{1}{\rho} \right) + 800^\circ\text{C}$$

$$T(\rho) = -2559.6 + 335.96 \left(\frac{1}{\rho} \right)$$

Para concluir: ¿Qué significa esta expresión? ¿Cómo es el comportamiento de la temperatura a lo largo del espesor? Para responder, asignamos valores al radio y evaluamos la función, tal como se muestra en la tabla 3.1. Los valores utilizados del radio deben tener en cuenta no solo el dominio algebraico de la función (todos los números reales, excepto el cero), sino el dominio válido para esta aplicación (entre 10 y 13 cm).

Observamos que la relación entre la temperatura y el radio es inversa; pues a mayor radio, menor temperatura, tal como se observa en la figura 3.3.

Al utilizar funciones para modelar una aplicación o caso específico, debemos acotar el dominio algebraico a un intervalo coherente con la realidad.

Este resultado es coherente con las condiciones del centro de hierro y del ambiente, por lo cual a partir de la ecuación obtenida sí podemos conocer la temperatura en cualquier punto de la capa de poliestireno.

Radio (m)	Temperatura (°C)
0.1000	800
0.1025	600
0.1050	480
0.1075	340
0.1100	280
0.1125	210
0.1150	185
0.1175	150
0.1200	120
0.1225	90
0.1250	60
0.1275	40
0.1300	25

Tabla 3.1 Perfil de temperaturas de la capa de poliestireno

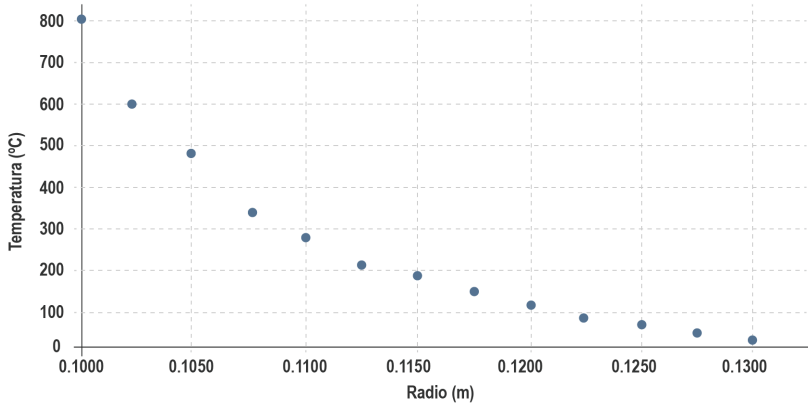


Figura 3.3 Gráfica de perfil de temperatura de capa de poliestireno

Conclusión del capítulo 3

Podemos ver como seguimos aplicando los conocimientos obtenidos desde la primera sección. Particularmente pudimos observar cómo una integral nos puede ser útil para calcular no solo el volumen de un sólido de revolución o la velocidad de un móvil, sino que es posible evaluar también cambios de temperatura, flujos de calor y generalizar su aplicación a la termodinámica. Mediante el cálculo, podemos ver el comportamiento de un objeto tan grande como un cuerpo de agua, o tan pequeño como una capa diferencial de poliestireno.

Ejercicio integrador del capítulo 3

Parte 1. Geometría esférica

1. Una esfera metálica de hierro de 15 cm de radio se mantiene a temperatura constante de 1200°C y está rodeada de una capa aislante de espuma de poliuretano de 6 cm de espesor.
 - A) ¿Cuál será el flujo de calor en estado estacionario en una habitación a temperatura ambiente? Sugerencia: Para el poliuretano considera:

$$K = 0.033 \frac{W}{mK}, C_e = 450 \frac{J}{kgK}$$

y que no hay cambio de fase.

- B) ¿Cuánto calor pierde la esfera en 1 hora?

C) ¿Cómo cambia la temperatura del poliuretano a lo largo de todo su espesor?

2. Un cascarón esférico tiene 3 cm de radio interior y 7 cm de radio exterior. Está hecho de material con conductividad térmica $K = 0.800$ (W/(m°C)). El interior se mantiene a 5°C de temperatura y el exterior a 40°C. Después de un intervalo de tiempo, el cascarón alcanza un estado estable donde la temperatura en cada punto dentro de él se mantiene constante en el tiempo.

A) Explique por qué la rapidez de transferencia de energía P debe ser la misma a través de cada superficie esférica, de radio r , dentro del cascarón y debe de satisfacer

$$\frac{dT}{dv} = \frac{P}{4\pi kr^2}$$

B) A continuación, demuestre que

$$\int_5^{40} dT = \frac{P}{4\pi k} \int_{0.05}^{0.07} r^{-2} dr$$

donde T está en grados Celsius y r está en metros.

C) Encuentre la rapidez de transferencia de energía a través del cascarón.

D) Demuestre que

$$\int_5^T dT = 1.84 \int_{0.05}^r r^{-2} dr$$

Parte 2. Geometría cilíndrica

3. Una tubería metálica cilíndrica delgada transporta vapor a una temperatura de 100°C . El tubo tiene un diámetro de 5.4 cm y está forrado con un espesor de 5.2 cm de fibra de vidrio aislante. En una habitación a una temperatura controlada de 11°C pasan 6.2 m de esta tubería.

A) ¿Cuánto calor pierde la tubería metálica por unidad de tiempo? Registra tus suposiciones para resolver este problema (por ejemplo, asume que el tubo metálico es muy delgado y que la temperatura del vapor es siempre constante pues hay un flujo continuo). Sugerencia: para la fibra de vidrio [2] considera: $K = 0.04 \text{ W/mK}$, $C_e = 795 \text{ J/KgK}$, y que no hay cambio de fase.

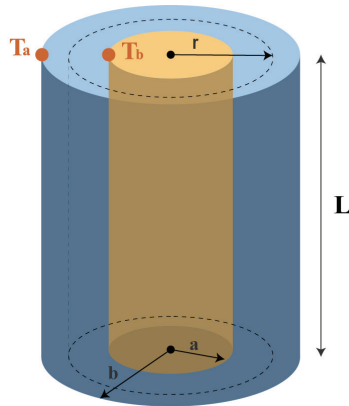


Figura 3.4

B) Traza el perfil de temperaturas, es decir, cómo cambia la temperatura a lo largo del espesor del aislante.

C) ¿Cuál debe ser el espesor de la capa de aislante para reducir la pérdida de calor a la mitad? (Si es necesario, realiza una gráfica y compárala con las obtenidas anteriormente).

Parte 3. Geometría rectangular

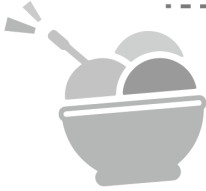
Una alberca semiolímpica de 8 m de ancho y 4 m de profundidad se mantiene todo el tiempo a 32°C y durante la noche se cubre con una capa polimérica de 7 cm de espesor. Asumiendo que durante la noche la temperatura ambiente disminuye según la función:

$$T(t) = 25 - \frac{t}{2}$$

donde t es el número de horas transcurridas a partir de las 8 pm es constante alrededor de los 15°C y que la mayor pérdida de calor es a través de la capa polimérica, ¿cuál es el calor perdido de las 8 pm a las 8 am?



Capítulo 4. Calor



Consejo para hacer helado: agrega sal al hielo que rodea tu mezcla.

Como vimos en el capítulo anterior, el calor puede tener dos efectos: cambio de fase o cambio en la temperatura de un sistema.

Si alguna vez has elaborado helado artesanal, recordarás que se hace de una forma muy peculiar: poniendo sal a los hielos que rodean al contenedor. El helado, al final de cuentas, es agua con otros ingredientes en estado sólido, con la única diferencia de que en lugar de tener un cristal o “hielote”, tienes mini cristalitas o “hielitos”. Hacer helado es esencialmente un proceso de congelación.

Pero, ¿por qué se le pone sal al hielo? El agua se congela a 0°C , y si solo la rodeáramos con hielo, también se congelaría. ¿Para qué le ponemos sal, entonces? El agua salada y el agua dulce no tienen la misma temperatura de congelación. La presencia de la sal hace que la temperatura del líquido disminuya y cambie a fase sólida. ¿Por qué será eso? Puede ser por la densidad, pero también tomemos en cuenta lo que pasa a nivel molecular, pues al ser diferentes las estructuras, la forma de adquisición de energía cinética también lo es. El efecto del calor no solo depende de la temperatura, sino de la estructura de la sustancia de la cual se hable. Eso se expresa en dos constantes llamadas calor específico y calor latente.

La disminución del punto de congelación es un efecto de las propiedades coligativas de las mezclas.

Retomemos, el calor puede ocasionar dos efectos diferentes al agregarse a un cuerpo:

1. Cambio de fase, relacionado con el calor latente.
2. Cambio de temperatura, relacionado con el calor específico.

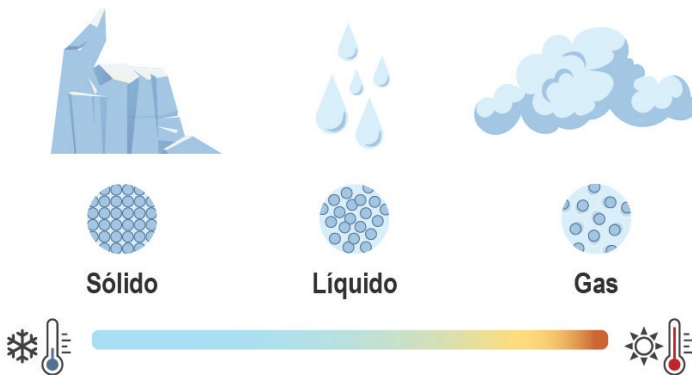


Figura 4.1

Entonces, al disminuir el punto de congelación del hielo estamos incrementando la diferencia de temperatura y ¡será más fácil hacer helado! Recordemos, el flujo de calor entre dos objetos en contacto térmico se ocasiona por la diferencia entre sus temperaturas. Entre más grande sea esta diferencia, más calor fluye

entre ellos; y también, entre más calor se agregue o se remueva de un cuerpo, mayor será su cambio de temperatura. Es decir, la diferencia de temperatura ΔT ocasionada por remover o agregar calor es directamente proporcional al calor Q mismo:

$$\Delta T \propto Q$$

¿De qué otra cosa depende el efecto del calor sobre la temperatura? Como ya comentamos, de la sustancia o material, así como de la cantidad de sustancia.

No es lo mismo querer hacer un vaso, a un tambo de helado. En el tambo necesitamos remover más calor. El cambio de temperatura, ¿cómo depende de la masa m del objeto?

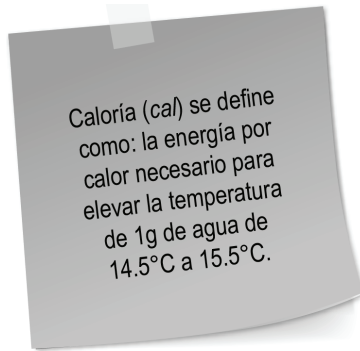
$$\Delta T \propto \frac{1}{m}$$

Si tengo una masa pequeña, el efecto es mucho; y si tengo una masa grande, el efecto es pequeño. Como comentamos en otras secciones, para hacer cálculos precisos necesitamos un signo de igualdad. Siempre que queramos remover el signo de proporcionalidad, debemos agregar la tasa a la que cambia. Esta tasa depende de la sustancia y nos permite obtener la igualdad buscada:

$$\Delta T = \frac{Q}{m} \left(\frac{1}{c} \right)$$

En este caso, y por la estructura del análisis, se expresó la constante de proporcionalidad como $1/c$. Si reescribimos esta fórmula y despejamos Q nos queda:

$$Q = mc\Delta T \text{ (Ecuación 4.1)}$$



El calor específico (c) es una característica de cada material, y se reporta en tablas (ver capítulo 2). Sus unidades son: $[c]=\text{J}/(\text{Kg } ^\circ\text{C}), \text{J}/(\text{Kg K})$ ó $\text{cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$. Pero, ¿cuál es la interpretación de esta constante? c es el calor necesario para elevar en una unidad la temperatura de una unidad de masa de sustancia. Es una propiedad intensiva. Recordemos:

- Las propiedades extensivas dependen de la cantidad de masa del objeto de estudio. Por ejemplo: el volumen; pues a mayor masa, mayor volumen.
- Las propiedades intensivas no dependen de la cantidad de masa del sistema. Por ejemplo: el volumen específico es el cociente del volumen entre la masa, y es independiente de cuánta materia estemos estudiando.

Al llamarle calor específico, nos referimos a que es por unidad de masa, por eso el kilogramo o el gramo queda en el denominador.

¿Habrá otra forma de expresar la Ecuación 4.1? ¡Sí! Utilizando el calor específico molar. Este es equivalente al calor específico discutido en el capítulo 2 pero expresado en moles en lugar de gramos. Es decir, para obtener el calor total requerido para un cambio de temperatura definido, multiplicaremos por la cantidad de materia o el número de moles en mi sistema. Esto tiene como principal ventaja el estudio de sistemas donde ocurren reacciones químicas y se estudiará en cursos posteriores de Termodinámica.

Al establecer la Ecuación 4.1 asumimos que c era una constante. ¿Pero qué pasa si esa cantidad fuera variable? Esto ocurre en la realidad y no va a ser lo mismo tener un gramo de agua y pasarlo de cero a un grado, a tener un gramo de agua y pasarlo de $25 - 26^{\circ}\text{C}$; o pasarlo de $97 - 98^{\circ}\text{C}$. Esto puede sonar un poco raro y complicado; pero el calor específico c puede depender mucho del acomodo e interacciones intermoleculares.

¿Cuánto calor será necesario entonces para elevar un kilogramo de agua de 0°C a 100°C ? Este cálculo puede ser complicado si pensamos que la Ecuación 4.1 solo aplica para valores constantes de c , y una buena opción (utilizada por otros textos) es usar valores promedios de c para calcular el calor necesario. Nosotros, en esta sección, utilizaremos el cálculo diferencial para obtener un resultado preciso.

Consideraremos entonces a c como variable, es decir, $c(T)$ cambia respecto a la temperatura. Trataremos de ver la Ecuación 4.1 desde una perspectiva diferente. Imaginemos poner a una pequeña hormiga a caminar en un globo enorme. La hormiga verá el globo como un plano, pero ¿está viendo todo el panorama o solo una porción pequeñísima aparentemente plana?

Podemos utilizar una estrategia similar: ¿Qué tal si en lugar de analizar los efectos de todo el flujo de calor, analizamos los efectos de una pequeña porción de calor agregado? Se ocasionaría un cambio de temperatura suficientemente pequeño y podríamos decir que el calor específico es casi constante; y si lo es, ¿podemos aplicar la Ecuación 4.1!

En otras palabras, esperando que no se agregue o se pierda masa nos enfocamos en cambios pequeños en la temperatura y en el calor agregado. Entonces, ΔT pasa a ser dT . ¿Eso nos dará el calor total? No, solo nos permitirá calcular el calor agregado para lograr ese pequeño cambio en la temperatura. ¿Sería Q total entonces? No, sería dQ :

$$dQ = mcdT \text{ (Ecuación 4.2)}$$

¡Acabamos de plantear nuestra diferencial para después poder integrar!

Reconozcamos el gran potencial de esta estrategia. Si en lugar de analizar todo el sistema, nos enfocamos en una sección muy pequeña, o elemento diferencial, podemos hacer que las ecuaciones válidas solo para condiciones constantes puedan generalizarse a condiciones donde tenemos variables.

A partir de ahí podemos integrar y utilizar las herramientas del cálculo diferencial. El calor requerido para lograr el cambio de temperatura de T_i a T_f de cierta masa de agua debe ser una cantidad específica. Por lo tanto, necesitamos establecer una integral definida:

$$\int_0^{Q_{total}} dQ = m \int_{T_i}^{T_f} c(T) dT$$

Observemos los límites inferiores: en el lado derecho, cuando la temperatura es T_i , no se le ha agregado calor; por lo tanto, en el lado izquierdo, el calor es 0. En cuanto a los límites superiores de la integral, para llegar a T_f °C requerimos agregar Q_{total} , que es la cantidad a calcular. Una vez establecidos los límites, debemos de identificar constantes. Solo la masa es constante, porque c cambia en función de la temperatura:

$$\int_0^{Q_{total}} dQ = m \int_{T_i}^{T_f} c(T) dT$$

$$Q_{total} = m \int_{T_i}^{T_f} c(T) dT$$

(Ecuación 4.3)

Entonces, ¿qué necesitamos saber de c ? La forma específica de su dependencia de la temperatura, $c(T)$. Para ello, haremos una regresión polinomial de los valores experimentales de c a diferentes temperaturas.

Si mides el calor específico del agua a diferentes temperaturas y las reportas gráficamente, obtendrás algo similar a la figura 4.2. Como se observa, c_{agua} toma valores entre 4180 y 4220 $\text{kJ}/(\text{Kg K})$.

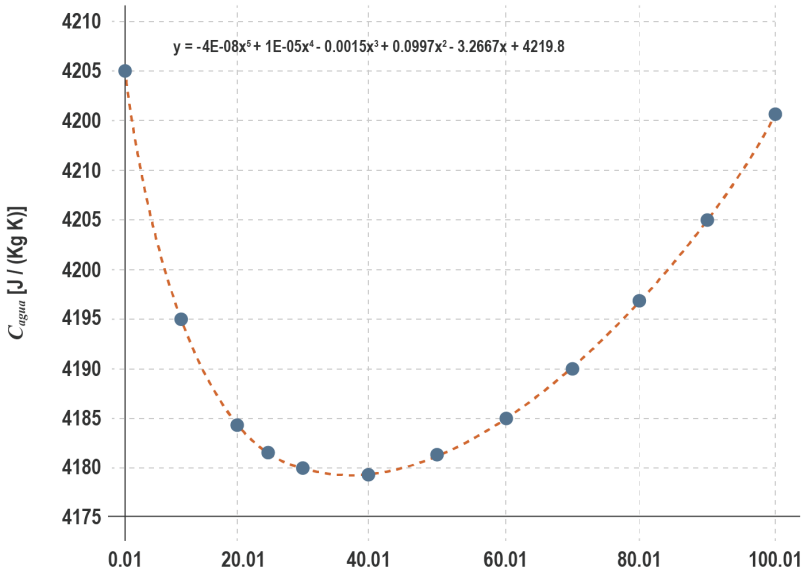


Figura 4.2 Calor específico del agua a diferentes temperaturas

T [°C]	c [kJ/(Kg K)]	c [J/(Kg K)]
0.01	4.2199	4219.9
10	4.1955	4195.5
20	4.1844	4184.4
25	4.1816	4181.6
30	4.1801	4180.1
40	4.1796	4179.6
50	4.1815	4181.5
60	4.1851	4185.1
70	4.1902	4190.2
80	4.1969	4196.9
90	4.2053	4205.3
100	4.2157	4215.7

Tabla 4.1 Calor específico del agua a diferentes temperaturas

De forma similar a lo que hicimos en el capítulo 1 podemos obtener la función en términos del calor específico en función de la temperatura, utilizando una regresión polinómica de grado 5.



A continuación, calcularemos el calor necesario para calentar 1 kg de agua desde 0°C hasta 100°C, mediante dos estrategias diferentes: considerando c como una constante promedio o considerándola como una función que depende de la temperatura.

Primero, lo haremos con la Ecuación 4.1, considerando el calor específico como constante e igual al valor promedio $c=4.186 \text{ kJ}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$, dada por:

$$Q = mc \Delta T = (1 [\text{kg}]) \left(4.186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right) (T_f - T_i)$$

Después identificaremos el intervalo de temperatura, es decir, de la temperatura inicial 0°C a la temperatura final 100°C, sustituyendo en la ecuación anterior:

$$Q = mc \Delta T = (1 [\text{kg}]) \left(4,186 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right] \right) (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})$$

$$Q = 418,600 \text{ J}$$

La segunda forma es utilizando integración (Ecuación 4.3). Ahí utilizaremos la función anteriormente obtenida:

$$Q = (1 [\text{kg}]) \int_{T_i}^{T_f} c(T) dT$$

donde $c(T)$ es la función del ajuste realizado en el inciso anterior y que es de la forma:

$$c(T) = A + BT + CT^2 + DT^3 + ET^4 + FT^5$$

$$c(T) = -4 \times 10^{-6} T^5 + 0.0002 T^4 - 0.0023 T^3 + 0.0168 T^2 - 0.0602 T + 4.2653$$

Sustituimos en la integral con los límites correspondientes:

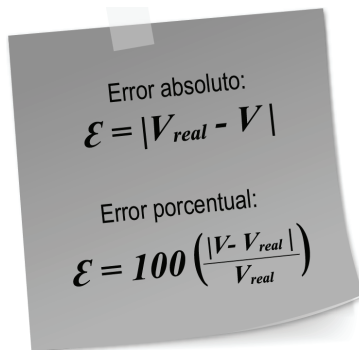
$$Q = (1 \text{ kg}) \int_0^{100} (-4 \times 10^{-8} T^5 + 1 \times 10^{-5} T^4 - 0.0015 T^3 + 0.0997 T^2 - 3.2667 T + 4219.8) dT$$

$$Q = (1 \text{ kg}) [-6.6666 \times 10^{-7} T^6 + 0.00004 T^5 - 0.000575 T^4 + 0.0056 T^3 + 0.0301 T^2 + 4.2653 T]_{0^{\circ}\text{C}}^{100^{\circ}\text{C}}$$

Y obtenemos:

$$Q = 414713 \text{ J}$$

Estos resultados no son iguales. ¿Cuál de ellos es el resultado exacto? Comparemos.



La diferencia entre estos dos valores corresponde al error absoluto. Entonces al considerar el calor específico como un valor promedio, estaremos incurriendo en un error de:

$$\varepsilon = 414713J - 418,600J = 3887J = 0.9290 \text{ cal}$$

¡Nuestro error fue muy pequeño! Entonces, si fue tan pequeño, ¿por qué no simplemente nos quedamos con la Ecuación 4.1 en lugar de integrar? Observemos: ¿Qué pasaría si quisiéramos calcular el calor agregado Q para pasar 10,000 L de agua de 0°C a 100°C ?

Con 1 kg , se tiene una diferencia de 3,887 J, medida de error, bastante considerable. Si repetimos este cálculo para 10,000 litros, el error es aún mayor: utilizando el promedio del calor específico (Ecuación 4.1) obtenemos $Q=4,186,000,000 \text{ J}$; mientras que utilizando el calor específico variable $c(T)$ (Ecuación 4.2) obtenemos $Q=4,147,130,000 \text{ J}$. La diferencia entre nuestros cálculos es: $\varepsilon=38,870,000 \text{ J}=9290 \text{ cal}$. Esta cantidad es 10,000 veces más grande que la obtenida anteriormente. Es decir, el error se incrementa conforme aumenta la masa.

Ahora calculemos los errores porcentuales cometidos:

$$\varepsilon_{1kg} = \left(\frac{418600 - 414713}{414713} \right) 100 = 0.9373$$

$$\varepsilon_{10,000kg} = \left(\frac{4,186,000,000 - 4,147,130,000}{4,147,130,000} \right) 100 = 0.9373$$

En ambos casos el error porcentual es menor al 1%. Sin embargo, repetir este cálculo para masas cada vez más grandes nos daría resultados de menos precisión. ¡Sería catastrófico para un proceso industrial o a gran escala!

Conclusión del capítulo 4

Para facilitar algunos cálculos en ingeniería, frecuentemente se promedian algunos valores; tal como lo hacemos al afirmar que el calor específico del agua líquida es de $4186 \text{ J}/(\text{Kg } ^\circ\text{C})$. Si deseamos analizar a detalle, cómo cambia el calor específico con las condiciones bajo las que la sustancia o material se encuentre, afortunadamente, podemos utilizar el cálculo diferencial y la integración. Este método, como hemos visto, si se plantea debidamente nos libra de errores tan grandes como el ejemplificado anteriormente. Si bien, no siempre se pueden resolver las integrales analíticamente, cuando se requiere un valor más exacto, nos ha de ser menester utilizarla para reducir pérdidas de cualquier tipo. El poder ser conscientes del problema que la integral resuelve, teniendo bien establecidos diferenciales, y la función misma con los parámetros correctos (temperatura en este caso), es algo que como futuros ingenieros deberemos de considerar para la resolución de problemas de nuestro trabajo/empresa.

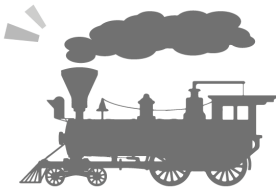
3. Calcula el error porcentual cometido al calcular el calor necesario para elevar la temperatura de 100 kg de agua considerando c como un valor constante y los siguientes cambios en temperatura:

a. De 15°C a 20°C

b. De 0°C a 5°C



Capítulo 5. Trabajo termodinámico



¿Sabías que la máquina de vapor es una máquina térmica? Es decir, produce trabajo mecánico a partir del calor generado por la quema de combustibles.

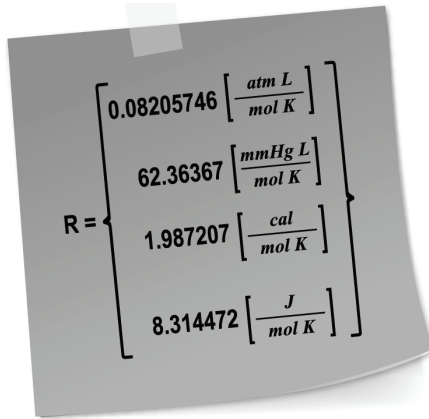
En esta parte de la termodinámica empezamos a medir otras variables. Cuando describimos cinemática ocupamos variables como fuerza, distancia, tiempo, velocidad e incluso aceleración; pero en un gas, que es un sistema de muchas partículas, no podemos hablar de la velocidad de cada una de ellas. En realidad, las medidas que ocupamos para describir un gas, son macroscópicas. ¿A qué nos referimos? Medir la posición, la velocidad y la energía cinética de cada átomo o molécula requeriría de mucho esfuerzo. Entonces, lo que hacemos es medir otras variables como la temperatura, la presión y el volumen.

Consideremos un sistema termodinámico de gas ideal. La relación entre la presión, temperatura y volumen se muestra en la siguiente expresión:

$$PV = nRT \text{ (Ecuación 5.1)}$$

- **Temperatura (T):** es una medida de la energía cinética promedio de las partículas del sistema. Se puede medir en Celsius, Kelvin, Fahrenheit o Rankin.
- **Presión (P):** es la fuerza por unidad de área con la que las moléculas empujan las paredes del contenedor. Se puede medir en pascales, atmósferas o libras por pulgada cuadrada.

- **Volumen (V):** es el espacio que ocupa el sistema. Se puede medir en litros, centímetros cúbicos o pies cúbicos.
- **Cantidad de sustancia (n):** expresa el número de partículas o unidades elementales que conforma el sistema, medido en moles. $1 \text{ mol} = 6.022141 \times 10^{23}$ partículas.
- **R:** es la llamada constante de los gases ideales y su valor depende de las unidades en las que estemos trabajando.



$$R = \begin{bmatrix} 0.08205746 \left[\frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \right] \\ 62.36367 \left[\frac{\text{mmHg L}}{\text{mol K}} \right] \\ 1.987207 \left[\frac{\text{cal}}{\text{mol K}} \right] \\ 8.314472 \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right] \end{bmatrix}$$

En un sistema donde pueda existir una reacción química, “n” también puede estar cambiando. Por simplicidad consideraremos un sistema cerrado donde no cambie la composición. Por lo tanto, “n” será constante. Entonces, si se ve a la Ecuación 5.1 como una función multivariable, podemos expresarla de tres formas diferentes:

$$T(P,V), P(T,V) \text{ o } V(T,P)$$

Donde dos variables serán dependientes y una independiente. Esto requiere utilizar un sistema de referencia tridimensional como los mostrados en la figura 5.1.

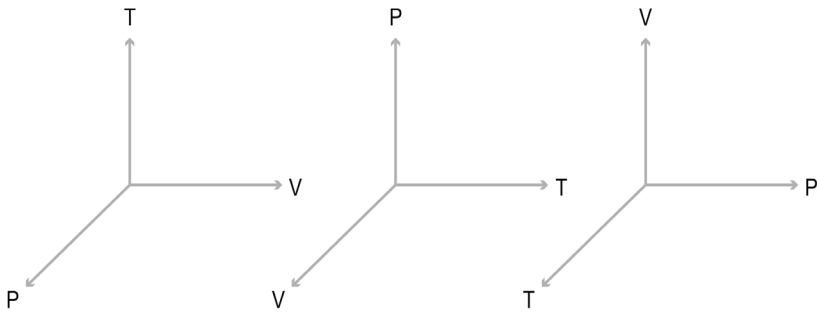


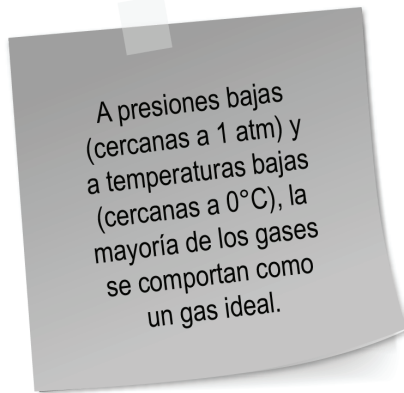
Figura 5.1 Posibles representaciones cartesianas de las variables que describen un gas ideal

Representar un sistema tridimensional en una hoja de papel es complicado. ¡Afortunadamente hoy puedes utilizar graficadores computacionales para facilitar su representación! Anteriormente, utilizábamos otras herramientas como las curvas de nivel.

Todo lo mencionado con anterioridad, ¿es válido para todos los gases? Interesantemente, ¡no! Como lo mencionamos anteriormente, el nombre de la Ecuación 5.1 es ley de los gases ideales. Te preguntarán: donde puede existir algo ideal, ¿también puede existir lo real? La respuesta es sí. Lo curioso es: ¿Por qué iniciamos analizando gases ideales? ¿Por qué el mayor tiempo de nuestra vida académica nos manejan lo ideal y no lo real? Puede parecer una pérdida de tiempo y energía; empero, es más difícil modelar situaciones reales y, con el propósito de entender la relación entre estas variables iniciamos analizando los gases ideales. Además, desde el punto de vista práctico, bajo ciertas condiciones muchos gases pueden describirse correctamente como gases ideales.

¿Cómo identificar si ocupar la ley de los gases ideales es válido o no?

En un sistema cerrado y aislado de fuerzas externas (gravitacionales o magnéticas), el comportamiento de las partículas depende exclusivamente de las fuerzas de atracción o repulsión entre ellas, llamadas fuerzas intermoleculares. Hablar de gases ideales significa que estas interacciones son mínimas, de tal forma que la velocidad y la aceleración de cada una de las partículas es independiente de dichas fuerzas. Las partículas, sean átomos o moléculas, viajarán entonces en línea recta y la única interacción con otras partículas será durante las colisiones entre ellas. A esto se refieren los libros de texto cuando representan a las partículas de un gas ideal como bolas de billar. Por el contrario, si a pesar de las distancias entre las moléculas gaseosas, las interacciones entre ellas no son despreciables, entonces la Ecuación 5.1 falla para describir el sistema y tenemos que considerar otros modelos, por ejemplo, la ecuación de Van der Waals.



A presiones bajas
(cercanas a 1 atm) y
a temperaturas bajas
(cercanas a 0°C), la
mayoría de los gases
se comportan como
un gas ideal.

Entre los materiales que sí pueden ser descritos por la ley de los gases ideales (Ecuación 5.1) están los gases nobles. Las interacciones entre distintos átomos de gases nobles son casi cero, pues satisfacen la Regla del Octeto (su reactividad química es casi cero).

Procesos termodinámicos

Se denomina proceso termodinámico al cambio en las variables de estado (presión, volumen, temperatura) para describir el paso de un sistema desde un estado inicial hasta un estado final. Si bien existe una infinidad de posibilidades para llevar a cabo un proceso termodinámico, existen algunos procesos relevantes, que por su simplicidad, facilitan nuestra comprensión. Para un sistema cerrado, estos se muestran en la tabla 5.1 junto con su representación en un diagrama PV (presión contra volumen).

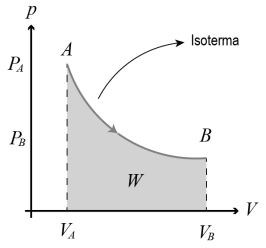
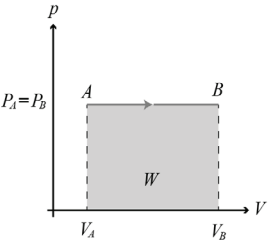
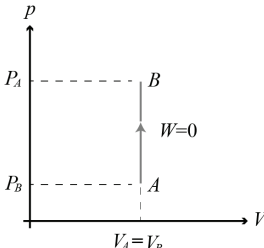
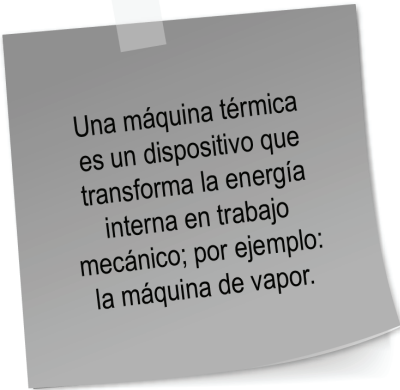
ISOTÉRMICO	ISOBÁRICO	ISOCÓRICO
La temperatura del gas es constante, pero su presión y su volumen cambian.	La presión en el gas es constante, pero su temperatura y volumen cambian.	El volumen del gas permanece constante, pero su presión y su temperatura varían.
		

Tabla 5.1 Algunos procesos termodinámicos relevantes para un sistema cerrado, representados en un diagrama **PV**. El trabajo termodinámico puede representarse como el área debajo de la curva

Trabajo

En la industria, los procesos termodinámicos se manipulan para lograr el objetivo deseado (máquinas térmicas o refrigeradores) y un parámetro importante es el trabajo o la energía involucrada durante dichos procesos. Desde el punto de vista mecánico, el trabajo se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$W = Fd \cos \theta \text{ (Ecuación 5.2)}$$



Una máquina térmica es un dispositivo que transforma la energía interna en trabajo mecánico; por ejemplo: la máquina de vapor.

Donde F es una fuerza constante, d es la distancia durante la cual se aplica la fuerza y θ es el ángulo entre el vector fuerza y vector desplazamiento. En esta ecuación, el coseno nos permite calcular aquel componente de la fuerza paralelo al desplazamiento y que por lo tanto es efectivo para realizar un trabajo.

Imaginemos un gas dentro de un émbolo, el cual se caracteriza por ser una superficie móvil que sella perfectamente. ¿Alguna vez has hecho el ejercicio de poner tu dedo en el extremo

de la jeringa para sellarla y desplazar el émbolo comprimiendo el gas? ¿Sientes la fuerza? Al principio es más fácil desplazar el émbolo; pero a medida que disminuye el volumen, la fuerza requerida para moverlo es mayor. En este ejercicio se muestra que la fuerza no es constante, por lo que la Ecuación 5.2 no sería válida. ¿Cómo podemos entonces calcular el trabajo requerido en este proceso? Aprovecharemos el concepto de diferencial de una fuerza.

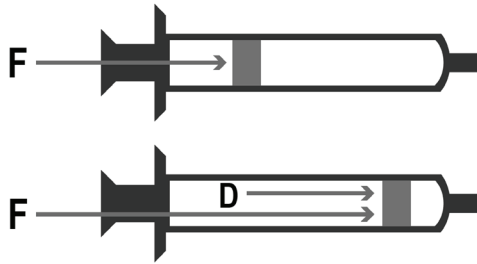


Figura 5.2 Compresión de un gas dentro de un émbolo

¿Cómo establecer una integral definida?

1. Establecer los límites de integración en términos de la variable de integración.
2. Expresar todas las variables dentro de la integral en términos de la variable de integración.

$$dW = Fdx$$

$$F = pA$$

$$dW = pAdx$$

$$dW = pdV$$

$$\int dW = \int pdV$$

$$\int_0^{W_{Tot}} dW = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Tenemos un volumen inicial 1, y queremos comprimirlo al volumen 2 aplicando una fuerza variable. Esta condición nos impide aplicar la Ecuación 5.2. Afortunadamente podemos utilizar una aproximación similar a la visión de una hormiguita sobre una enorme pelota (o la de un terraplanista sobre el enorme planeta Tierra). Consideremos un desplazamiento del émbolo muy muy pequeño o , hablando formalmente, un desplazamiento infinitesimal dx . Entonces podremos decir que el cambio en la fuerza es tan pequeño que podemos considerar a la fuerza como aproximadamente constante. Esta visión nos permite utilizar la Ecuación 5.2 y calcular el trabajo requerido para ese pequeño desplazamiento. Es decir:

$$dW = F \cos(\theta) dx$$

Donde el eje X va a lo largo del desplazamiento del émbolo. Además, la fuerza y el desplazamiento son paralelos; entonces $\cos(0) = 1$ y la Ecuación 5.2 se simplificaría aún más.

Resumiendo: durante el elemento diferencial de desplazamiento, la fuerza es aproximadamente constante. Entonces, $F dx$ sería un diferencial de trabajo. ¡Se ve mucho mejor! Pero seguimos en un problema porque, ¿cuáles son las variables termodinámicas que medimos? Presión, volumen y temperatura. ¿Dónde están estas variables? Sabemos que a partir de la definición de presión, podemos sustituir la fuerza como presión por área. Además, el área multiplicada por dx , sería diferencial de volumen dV .

Ya que tenemos los diferenciales, podemos integrar ambos lados de la igualdad definitivamente: de Volumen 1 a Volumen 2, y desde trabajo 0 a trabajo total.

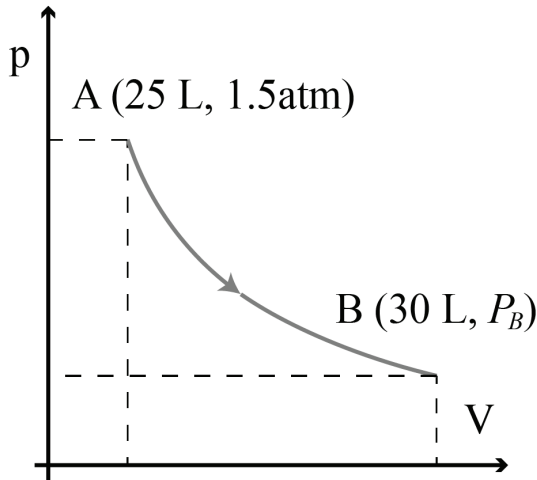


Figura 5.3 Ejemplo de un proceso isotérmico

Para este proceso, ¿la presión es constante? No. Si dentro del émbolo tenemos un volumen grande, la presión es menor. Si tenemos un volumen pequeño, las moléculas colisionan más frecuentemente y ejercen mayor presión sobre las paredes. De hecho, este es un proceso isotérmico, y utilizando la ley de los gases ideales podemos expresar la presión como $p = nRT/V$.

Como la temperatura es constante, podemos sacarla de la integral. Y después de integrar nos queda como una función logarítmica, evaluada de Volumen 1 a Volumen 2. Recordemos que, por leyes de los logaritmos, podemos simplificar esta expresión dividiendo el volumen final entre el volumen inicial y obtenemos unidades de $[\text{atm L}] = [\text{J}]$.

¡Qué bello! Este es el trabajo termodinámico para procesos isotérmicos y depende de la cantidad de partículas en el sistema (n), de su temperatura (T) y de la razón de compresión, es decir el cociente entre el Volumen final y el Volumen inicial.



1. Se tiene 1 mol de gas en un contenedor cerrado de 25 L a 1.1 atm. Con ayuda de un émbolo se va a aumentar el volumen hasta 30 L, ¿cuál será el trabajo requerido? ¿Quién lo aplica? Considérese un proceso isotérmico al pasar de A - B.

$$pV = nRT$$

$$W|_0^{W_{Tot}} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV$$

$$W_{Tot} = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W_{Tot} = nRT \ln|V|_{V_1}^{V_2}$$

$$W_{Tot} = nRT (\ln|V_2| - \ln|V_1|)$$

$$W_{Tot} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W|_0^{W_{Tot}} = \int_{25}^{30} \frac{nRT}{V} dV$$

$$W_{Tot} = nRT \int_{25}^{30} \frac{dV}{V}$$

$$W_{Tot} = nRT \ln|V|_{25}^{30}$$

$$W_{Tot} = nRT \ln\left(\frac{30}{25}\right)$$

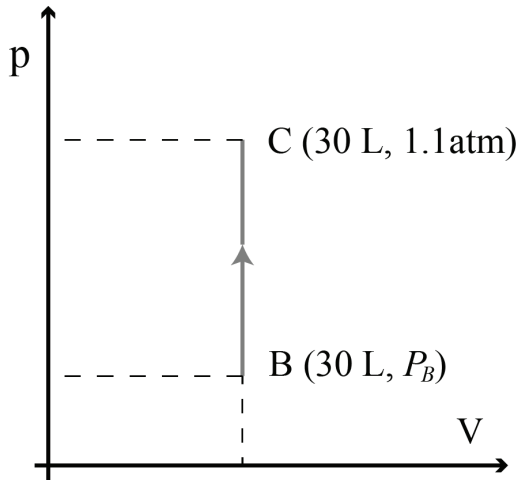


Figura 5.4

Pero, ¿cuál es la temperatura durante este proceso? Previo a sustituir debemos encontrarla a partir de la ley de gases ideales.

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{1.1 \text{ atm} (25 \text{ L})}{1 \text{ mol} \left(0.08205 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}\right)} = 335 \text{ K}$$

Evaluando el trabajo total:

$$W_{Tot} = 1 \text{ mol} \left(0.08205 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}\right) (335.3 \text{ K}) \ln \left(\frac{30}{25}\right)$$

$$W_{Tot} = 5.014 \text{ atm L}$$

El trabajo lo aplica el gas. El sistema cede energía a sus alrededores: el gas pierde, el ambiente gana.

2. Estando el gas en el estado B a 335.3 K y ocupando 30 L, se desea disminuir la presión sin cambiar el volumen hasta llevarlo al estado C, a la presión original. ¿Cuál sería el trabajo realizado en este proceso?

$$dW = p dV$$

$$\int_0^{W_{Tot}} dW = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$W_{Tot} = \int_{30}^{30} P dV = 0$$

¡Qué interesante! Si el volumen se mantiene constante, si no hay dV , el trabajo es 0.

3. Ahora, teniendo el gas en el estado C, es decir 30 L y 1.1 atm, nos interesa disminuir su volumen hasta 25 L manteniendo la presión constante. ¿Cuál sería el trabajo para llevar el gas de C - A? ¿Quién ejercería dicho trabajo?

Al igual que antes, podemos establecer la integral teniendo la ventaja de que la presión es constante. Por lo tanto, la integral se simplifica obteniendo:

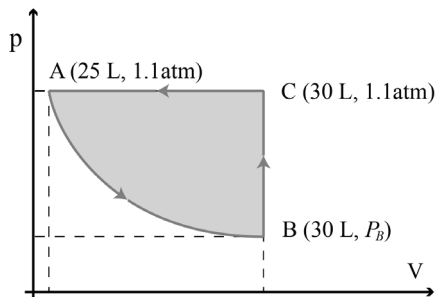


Figura 5.5 Ejemplo de un proceso isocórico

$$W|_0^{W_{Tot}} = P \int_{30}^{25} dV$$

$$W|_0^{W_{Tot}} = PV|_{30}^{25}$$

$$W_{Tot} = P(25 - 30)$$

$$W_{Tot} = -5.5 \text{ atm L}$$

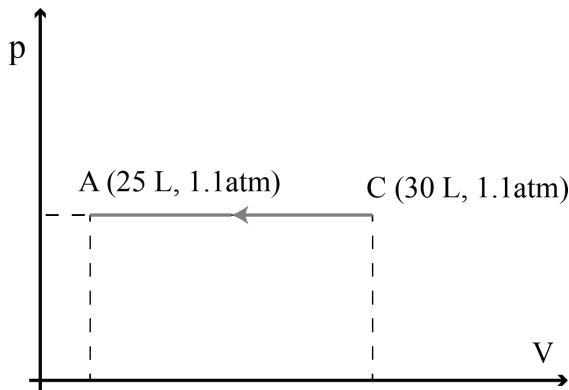


Figura 5.6 Ejemplo de un proceso isobárico

Solo nos falta determinar quién aplica el trabajo y cuál es el significado de ese signo menos. En este caso el émbolo se mueve en dirección contraria para disminuir el volumen. Por lo tanto, el trabajo lo aplican los alrededores sobre el gas: el sistema gana energía, y los alrededores pierden.

Al unir los tres procesos anteriores, se forma un ciclo termodinámico, el cual, técnicamente, se describe como la sucesión de estados en donde el estado inicial es igual al final.

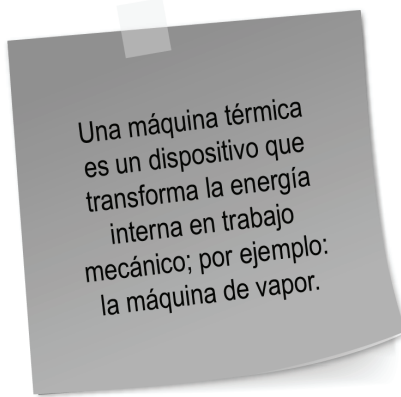
4. ¿Cuál será el trabajo total lo largo de todo el ciclo $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$?

Para calcular la inversión total de energía, simplemente sumamos el trabajo a lo largo de cada proceso:

$$W_{Ciclo} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow A}$$

$$W_{Ciclo} = 5.01 + 0 - 5.5 = -0.49 \text{ atm L}$$

Este trabajo lo realizan los alrededores sobre el sistema, y gráficamente se podría representar en un diagrama PV como el área encerrada por el ciclo.



Conclusión del capítulo 5

En esta sección contrastamos el comportamiento de dos tipos de gases: ideales y reales. Los gases ideales se describen utilizando una ecuación muy conocida. Los gases reales se describen utilizando la ecuación de Van der Waals. Conforme vamos avanzando en cursos, nos alejamos del comportamiento ideal, y nos aproximamos al comportamiento real de los gases; pero, no olvidemos que aunque la dificultad es creciente, tenemos de nuestro lado las matemáticas.

2. Cuando en un gas las interacciones entre las moléculas se vuelven relevantes deja de comportarse como un gas ideal. Un modelo muy comúnmente utilizado es el de Van der Waals, dado por la siguiente ecuación:

$$\left[P + a \left(\frac{n}{V} \right)^2 \right] (V - nb) = nRT$$

Donde a y b se conocen como constantes de Van der Waals y R representa la constante de los gases ideales. En la tabla 5.2 se muestran los valores para la constante de Van der Waals de algunas sustancias.

	$a = (\text{Pa m}^6)/(\text{mol}^2)$	$b = (10^{-3} \text{ m}^3)/\text{mol}$
Ácido acético	1.782	0.1068
Anhídrido acético	2.016	0.1263
Acetona	1.409	0.0994
Acetonitrilo	1.781	0.1168
Acetileno	0.445	0.05136
Amoníaco	0.423	0.03707
Argón	0.136	0.03219
Benceno	1.824	0.1154
Bromobenceno	2.894	0.1539
Butano	1.466	0.1226
Dióxido de carbono	0.364	0.04267
Sulfuro de carbono	1.177	0.07685
Monóxido de carbono	0.151	0.03985
Cloruro de carbono (IV)	1.975	0.1281
Cloro	0.658	0.05622

Clorobenceno	2.577	0.1453
Cloroetano	1.105	0.08651
Clorometano	0.757	0.06483
Cianógeno	0.777	0.06901
Ciclohexano	2.311	0.1424

Tabla 5.2 Constantes de Van der Waals

En muchos casos se trabaja con gases a alta presión. En este caso el comportamiento real de las variables PVT difieren mucho de la ecuación de los gases ideales. Dicha ecuación necesita un ajuste para considerar el volumen finito que ocupan las moléculas del gas y las fuerzas de atracción entre ellas. Esto explica la introducción de las dos constantes a y b como muestra la siguiente ecuación:

$$P = \left(\frac{nRT}{V - nb} \right) - \left(\frac{n^2 a}{V^2} \right)$$

↓
↓
 Corrección de volumen Corrección de atracciones

Figura 5.7

La constante de Van der Waals b es una medida del volumen real ocupado por un mol de moléculas del gas y tiene unidades de L/mol. El factor $(n^2 a)/V^2$ disminuye la presión, considerando las fuerzas de atracción entre las moléculas de gas. Esta corrección se debe a que las fuerzas de atracción entre pares de moléculas aumentan en proporción al cuadrado de moléculas por unidad de volumen $(n/v)^2$; por lo que sus unidades son $(L^2 atm)/(mol^2)$. Su magnitud representa la intensidad de atracción entre las moléculas.

Investiga cómo se determina experimentalmente el valor de a y b y cómo se expresan en otras unidades.

3. Considera dos moles de cloro benceno inicialmente a 45°C ocupando un volumen de 60 L.

a. ¿A qué presión se encuentra?

b. Asumiendo que puede representarse como un gas ideal, calcular el trabajo para expandirlo isotérmicamente hasta un volumen final $V_f = 3V_i$.

c. Utilizando la misma relación de integración, aplicar el modelo de Van der Waals para calcular el trabajo realizado por el gas en el mismo rango de la integración anterior.

d. Comparar los dos resultados de integración. ¿Cuál de estos resultados es correcto?

e. Calcular el error en la respuesta del inicio b.



Referencias

- Corchete, Víctor. (2018). *Calor específico de sólidos*. Research Gate. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/323557365_Calor_Especifico_de_Solidos
- Huang, F. (1992). *Ingeniería termodinámica, fundamentos y aplicaciones*. México: Compañía Editorial Continental.
- J.M. Smith, H.C. Van Ness, M. M. Abbott. (1997). *Introducción a la termodinámica en ingeniería química*. 5ª Ed. McGraw-Hill. Pág. 726-727.
- Kroetz, Tiago. (2019). *Processos termodinámicos em Linha Reta em Diagramas p-V*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 41(1). <https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2018-0136>
- Resnick, R., Halliday, D., & Krane, K. (2001). *Física 1*. México: Compañía Editorial Continental.
- Serway, J. (2019). *Física para ciencias e ingeniería*. James Madison University: Cengage.
- Stewart, J. (2017). *Cálculo de varias variables, trascendentes tempranas*. University of Toronto & McMaster University: Cengage.

Bibliografía recomendada

- Bauer, W. (2003). *Física para ingeniería y ciencias*. Ciudad de México: Pearson Education.
- Hugh, Y. (2012). *Física universitaria*. Estado de México: Pearson Education.
- Tippens, P. (2019). *Física, conceptos y aplicaciones*. Toluca: McGraw Hill.

Créditos

Camacho-Zuñiga, Claudia, autor. | Solís Rosas, Gilberto, autor. | Alcantará Conde, Sandra Ilián, autor.

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles / Claudia Camacho-Zuñiga, Gilberto Solís Rosas, Sandra Ilián Alcantará Conde
124 p. cm.

LCSH: Thermodynamics. | Engineering mathematics. | Electronic books. |
Local: Termodinámica. | Matemáticas para ingenieros. | Libros electrónicos.

LCC QC311

DDC536.7

Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey

Gerardo Isaac Campos Flores. Director de Efectividad Institucional del
Tecnológico de Monterrey

Alejandra González Barranco. Líder de Editorial Digital.

Elizabeth López Corolla. Coordinadora editorial.

Martha Elva Gutiérrez Jiménez. Correctora de estilo.

Innovación y diseño para la enseñanza y el aprendizaje.

Noemí Villarreal Rodríguez. Coordinación de proyectos institucionales y
empresariales.

Jesús Alejandro Rocha Gámez. Administración de proyecto.

María Isabel Zendejas Morales. Diseño Editorial.

Gustavo Arteaga Mondragón. Diseño Editorial.

Aviso legal

Libro editado, diseñado, publicado y distribuido por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio sin previo y expreso consentimiento por escrito del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

Editorial: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Ave. Eugenio Garza Sada 2501 Sur Col. Tecnológico C.P. 64849 | Monterrey,
Nuevo León | México.

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles.

ISBN Obra Independiente:

Primera edición: agosto 2021.

Amazon Media EU S.à.r.l.

Luxemburgo, Luxemburgo

30 de agosto de 2021

100 ejemplares

Primera edición

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles

Claudia Camacho-Zuñiga
Gilberto Solís Rosas
Sandra Ilián Alcántara Conde

EDITORIAL
DIGITAL
TECNOLÓGICO DE MONTERREY

Lecturas introductorias a la termodinámica y su aplicación a procesos ingenieriles
Primera edición

Claudia Camacho-Zuñiga, Gilberto Solís Rosas y
Sandra Ilián Alcántara Conde

De venta en: Amazon Kindle, Apple Books,
Google Books y Amazon.

Fragmento editado, diseñado, publicado y distribuido por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio sin previo y expreso consentimiento por escrito del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

Ave. Eugenio Garza Sada 2501 Sur Col.
Tecnológico C.P.
64849 |

Monterrey, Nuevo León | México.

amazonkindle



Get it on

Apple Books



GET IT ON

Google Play

available at

amazon