

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias



Métodos Heurísticos para el Problema de Asignación de Trabajadores y
Balanceo de Líneas de Ensamblaje

Tesis presentada por

Lucía Anabel Ramos Torres

sometida a la

Escuela de Ingeniería y Ciencias

como un requisito parcial para obtener el grado académico de

Maestro en Ciencias

con

Especialidad en Sistemas de Manufactura

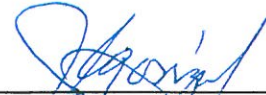
Monterrey Nuevo León, 4 de Diciembre de 2018

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias

Los miembros del comité aquí citados certificamos que hemos leído la tesis presentada por Lucía Anabel Ramos Torres y consideramos que es adecuada en alcance y calidad como un requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Sistemas de Manufactura,



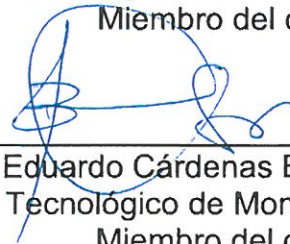
Dr. José Luis González Velarde
Tecnológico de Monterrey
Escuela de Ingeniería y Ciencias
Asesor principal



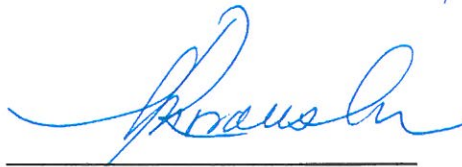
Dr. Abraham Duarte Muñoz
Universidad Rey Juan Carlos
Co - Asesor



Dra. Imelda de Jesús Loera Hernández
Tecnológico de Monterrey
Miembro del comité



Dr. Leopoldo Eduardo Cárdenas Barrón
Tecnológico de Monterrey
Miembro del comité



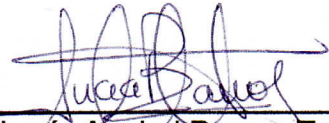
Dr. Rubén Morales Menéndez
Director Nacional de Posgrado
Escuela de Ingeniería y Ciencias

Monterrey Nuevo León, 4 de Diciembre de 2018

Declaración de autoría

Yo, Lucía Anabel Ramos Torres, declaro que esta tesis titulada, 'Métodos Heurísticos para el Problema de Asignación de Trabajadores y Balanceo de Líneas de Ensamblaje', y el trabajo que se presenta en ella es de mi autoría. Adicionalmente, confirmo que:

- Realice este trabajo en su totalidad durante mi candidatura al grado de doctor en esta universidad.
- He dado crédito a cualquier parte de esta tesis que haya sido previamente sometida para obtener un grado académico o cualquier otro tipo de titulación en esta o cualquier otra universidad.
- He dado crédito a cualquier trabajo previamente publicado que se haya consultado en esta tesis.
- He citado el trabajo consultado de otros autores, y la fuente de donde los obtuve.
- He dado crédito a todas las fuentes de ayuda utilizadas.
- He dado crédito a las contribuciones de mis coautores, cuando los resultados corresponden a un trabajo colaborativo.
- Esta tesis es enteramente mía, con excepción de las citas indicadas.



Lucía Anabel Ramos Torres

Monterrey Nuevo León, 4 de Diciembre de 2018

@2018 por Lucía Anabel Ramos Torres
Todos los derechos reservados

Dedicatoria

Dedicado a:

Mis padres: quienes me han apoyado a lo largo de mi carrera profesional y a pesar de la distancia siempre han estado junto a mí.

Mis hermanos Ricardo y Daniel: quienes siempre están a mi lado, uno desde el cielo y otro en la tierra; les dedico este trabajo en demostración de que grandes cosas se pueden realizar cuando uno se propone a cumplir las metas que desea.

Reconocimientos

Agradezco a mis padres, por todo el apoyo y soporte que me han brindado durante todo este tiempo que me he encontrado lejos de casa, por las palabras de aliento para seguir adelante y siempre dar lo mejor de mí; y ante todo por toda la confianza que han depositado en mí.

Agradezco a todos los profesores que he conocido en el transcurso del posgrado que han estado siempre abiertos a brindar consejos y guías hacia sus alumnos, todo el conocimiento impartido en clases ha sido un gran aporte a mi crecimiento personal y profesional. En especial al Dr. José Luis González y al Dr. Abraham Duarte por todo el soporte y ayuda en la realización de este trabajo.

Agradezco a todos los amigos que he podido conseguir aquí en México, porque estar lejos de casa es difícil y ustedes se han convertido en mi familia. En especial agradezco a Vivian por todo su apoyo desde el inicio del programa hasta su culminación y a José y Diego por todo su soporte y consejos a lo largo de este tiempo.

Agradezco al Tecnológico de Monterrey por la oportunidad y el soporte económico a través de la beca de colegiatura brindada durante este programa, igualmente a CONACyt por su soporte económico a través su programa de becas nacionales.

Métodos Heurísticos para el Problema de Asignación de Trabajadores y Balanceo de Líneas de Ensamblaje

por

Lucía Anabel Ramos Torres

Abstract

Some types of distribution in assembly lines of manufacturing process begin as an assembly balancing problem of a certain type. In this work we propose two different algorithms based on two different methods to find a solution to the ALWABP (Assembly Line and Worker Assignment Balancing Problem) which is a generalization of the simple assembly line problem where workers assignment is introduced as a new problem for the balancing problem. Task times in this problem depends on each worker and in some cases one worker will not be capable of perform some task. The first method developed in this work is based on a GRASP metaheuristic combined with a VND metaheuristic as part of the first one. The second method is based on a Matheuristic combining a metaheuristic with an exact method. The experimental results shown in this paper are promising for the second model, due to the improvement obtained in the objective function value, in many of the instances evaluated of the different families. Therefore, the proposed model is competitive and efficient in comparison to previous methods found in the literature and exact approaches for this problem.

Resumen

Algunas distribuciones en líneas de ensamblaje de procesos de manufactura comienzan como un problema de balance de líneas de ensamblaje de algún tipo. En este trabajo se propone dos algoritmos distintos, basados en métodos diferentes, para encontrar una solución al problema ALWABP (acrónimo de Assembly Line and Worker Assignment Balancing Problem) el cual, es una generalización del problema simple de balanceo de líneas cuando se introduce la distribución de los trabajadores en la línea como un problema adicional. Los tiempos de ejecución de las tareas en este problema dependen del trabajador que las realice y existirán ocasiones en las cuales cierto trabajador no sea capaz de realizar una tarea. El primer modelo desarrollado en este trabajo está basado en una metaheurística tipo GRASP combinada con una metaheurística VND como parte de la primera; el segundo modelo desarrollado está basado en un Matheurística que nace de la combinación de una metaheurística con un método exacto. Los resultados obtenidos son prometedores para el segundo modelo, debido a las mejoras encontradas en muchas de las instancias de las distintas familias evaluadas. Por lo tanto, el modelo propuesto resulta ser eficiente y competitivo en comparación con otros modelos encontrados en la literatura y frente a métodos exactos para este problema.

Lista de Figuras

Figura 1. Diagrama de precedencia de tareas	4
Figura 2. Línea de ensamblaje de tres estaciones, tres trabajadores y 9 tareas distribuidas.	5
Figura 3. Número de Soluciones de la Familia Rozieg con el criterio “Task per Station”.	23
Figura 4. Número de Soluciones de la Familia Rozieg con el criterio “Task per Station”.	23
Figura 5. Familia Rozieg Instancia 55, movimientos de mejora, varias soluciones iniciales.	29
Figura 6. Gráfico comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Rozieg.	31
Figura 7. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Heskia.....	32
Figura 8. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Tongue.	39
Figura 9. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Wee.	40
Figura 10. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Rozieg.	42
Figura 11. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Rozieg (continuación).....	43
Figura 12. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Heskia.	46
Figura 13. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Heskia (continuación).....	47
Figura 14. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Tongue.	51
Figura 15. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Tongue (continuación).....	52
Figura 16. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Wee.	56
Figura 17. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Wee. (continuación).....	57

Lista de Tablas

Tabla 1. Notación de elementos	6
Tabla 2. Valores Promedio con el método MP.....	14
Tabla 3. Instancias y sus características	28
Tabla 4. Porcentajes de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Rozieg y Heskia.	30
Tabla 5. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Rozieg.....	33
Tabla 6. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Rozieg. (Continuación)	34
Tabla 7. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Heskia.	34
Tabla 8. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Heskia. (Continuación)	35
Tabla 9. Porcentajes de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Tongue y Wee.	36
Tabla 10. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Tongue.	36
Tabla 11. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Tongue. (Continuación)	37
Tabla 12. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Wee.....	37
Tabla 13. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Wee. (Continuación).	38
Tabla 14. Valores promedio del método Metaheurístico.	41
Tabla 15. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Rozieg.	44
Tabla 16. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Rozieg. (continuación).	45
Tabla 17. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Heskia.....	48
Tabla 18. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Heskia. (continuación).	49
Tabla 19. Porcentaje de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Tongue.....	50
Tabla 20. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Tongue.	53
Tabla 21. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Tongue. (continuación).	54
Tabla 22. Porcentaje de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Wee.....	55
Tabla 23. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Wee.	58
Tabla 24. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Wee. (continuación). ...	59
Tabla 25. Valores promedio del Método Matheurístico.....	59

Tabla 26. Diferencia en valores promedio Matheurística vs. Otros métodos de grupos analizados.
..... 60

Contenido

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES.....	3
2.1. Descripción del problema.....	3
2.2. Trabajos previos	8
2.3. Métodos de Solución	9
2.3.1. Metaheurísticas.....	10
2.3.1.1. Metaheurística GRASP	10
2.3.1.2. Metaheurística VND	11
2.3.2. Matheurísticas.....	11
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	12
3.1. Solución Exacta	12
3.2. Primer Algoritmo: Metaheurística GRASP y VND	14
3.2.1. Fase Constructiva	17
3.2.2. Fase de Mejora.....	20
3.2.3. Pruebas Previas.....	22
3.3. Segundo Algoritmo: Matheurística	25
CAPÍTULO 4. RESULTADOS.....	28
4.1. Solución Metaheurística	29
4.2. Solución Matheurística.....	41
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....	61
APÉNDICE A. Tablas de Resultados.....	64
AP A.1. Solución Exacta.....	64
AP A.2. Solución Metaheurística.....	67
AP A.3. Solución Matheurística.....	70

ANEXO A. Datos Relevantes.....	73
A.1. Soluciones del Método IBS (Blum & Miralles, 2011)	73
BIBLIOGRAFÍA.....	76

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Con la revolución industrial se introduce en el mundo un nuevo concepto de los términos “líneas de ensamblaje” desarrollado por Adam Smith y Fedrerick W. Taylor; utilizados inicialmente para la creación de espacio de trabajo y división de tareas de similar dificultad que puedan ser ejecutadas por una sola persona; con lo cual, el equipo de ingeniería de Henry Ford lleva a la realidad la construcción de la primera línea de ensamblaje en la historia. Una línea de ensamblaje consiste en una serie de estaciones de trabajo en las cuales se realizan un número determinado de actividades asignadas con el propósito de generar al final un producto manufacturado. Cada tarea debe ser llevada a cabo en un determinado tiempo y su asignación debe seguir un orden específico dado por las relaciones de precedencia que esta tiene con otras tareas. Bajo estas condiciones se crea el problema *Problema simple de balanceo de líneas de ensamblaje (Simple Assembly Line Balancing Problem SALBP)* el cual ha sido estudiado por varios años, así como sus variantes. A pesar de los muchos objetivos que se pueden evaluar en el problema, entre los principales se tiene; SALBP – 1 donde, dado un tiempo de ciclo c se desea minimizar el número de estaciones de trabajo m en donde se distribuyen las tareas, SALBP – 2 donde dado un número de estaciones de trabajo m fijo se desea minimizar el tiempo de ciclo c .(Blum & Miralles, 2011), SALBP – E donde se desea minimizar el producto de $m \cdot c$ y SALBP – F donde se desea encontrar si existe una solución factible dados un número de estaciones m y un tiempo de ciclo c .(M. C. O. Moreira et al., 2012).

El factor humano en las líneas de producción representa una variable difícil de controlar y en algunas ocasiones difícil de medir o predecir lo que ha llevado a varios autores a interesarse en el estudio de esta problemática. Después de que se ha realizado y se sigue realizando investigaciones para encontrar soluciones al problema de balanceo de líneas de ensamblaje ALBP (acrónimo de *Assembly Line Balancing Problem*), se deriva una nueva variante de este denominada *Problema de Asignación de Trabajadores y balanceo de líneas de ensamble (Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem ALWABP)* en donde los tiempos de las tareas no son fijos sino dependen del trabajador que las ejecute; este problema puede ser observado claramente en lugares de trabajo donde una persona que posee alguna discapacidad ha sido escogida para llevar a cabo una de las tareas, puede ser o no eficiente realizándola y en ciertas ocasiones no ser capaz de ejecutarla. El

autor Miralles realiza un estudio de caso de una línea de ensamblaje en un centro de trabajo para discapacitados en España que se encarga de ensamblar componentes electrónicos dando inicio al estudio de este problema.(Miralles et al., 2007)

La visión de los autores Miralles et al. para realizar este estudio fue la posibilidad de integrar la participación de una persona discapacitada en una línea de producción permitiendo la asociación de procesos de manufactura con labor social. Se pueden resaltar varios de los beneficios que se encuentran con esta asociación para las personas discapacitadas como disciplina, encontrar sus fortalezas y enfocar sus actividades en ellas e incluso usar estas actividades como terapia de rehabilitación; sin perturbar el principal objetivo de una línea producción que es: a) la eficiencia de la línea con la división adecuada de trabajo entre los trabajadores y sus estaciones y b) satisfacer y respetar las restricciones que posee el medio así como los factores humanos al realizar la asignación de tareas a trabajadores (Miralles et al., 2007).

Después de este primer estudio e introducción al campo de investigación del problema ALWABP considerándose un tipo más del problema general de Balanceo de Líneas de Ensamblaje, los investigadores se han interesado en este tema desarrollando varios trabajos posteriores utilizando diversos métodos heurísticos simples o combinados para su resolución y comparándolos con trabajos previos.

En este trabajo se desea obtener un algoritmo desarrollado a partir de métodos heurísticos puros o una combinación de estos con métodos exactos que resuelva el problema de balanceo de línea de ensamblaje y asignación de trabajadores dado un grupo determinado de estaciones de trabajo en un tiempo razonable. Se explorarán opciones enteramente heurísticas con métodos constructivos y de descomposición del problema, así como métodos mixtos en donde se emplean métodos heurísticos y métodos exactos que permitan obtener soluciones de calidad a partir de un campo controlado de soluciones en tiempos adecuados.

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES

Problemas de real interés en los ámbitos empresariales tienen como objetivo encontrar una solución que optimice un recurso o valor que sea indispensable controlar y si es posible, mejorar continuamente para así mantener estándares de calidad y tiempos de producción de un bien o servicio. Dado que estos problemas requieren de decisiones de entre varias posibles soluciones y que deben ser comparados para la toma de la decisión, se pueden clasificar como problemas de optimización combinatoria.

Desde los años sesenta se ha venido investigando y desarrollando procedimientos de mayor simplicidad que los procedimientos exactos para la solución de problemas combinatorios debido a que, éstos pueden contener grandes cantidades de variables que elevan de forma potencial su tiempo de resolución. A estos procedimientos se los conoce como heurísticas o métodos aproximados que permiten encontrar soluciones factibles, no necesariamente la óptima, a un problema determinado; permitiendo indagar entre estas soluciones una que se considere la mejor y proporcione una solución al problema en un tiempo aceptable.

En este capítulo se describe el problema ALWABP con su modelo matemático, así como el marco teórico de los métodos que se abordarán a lo largo de la tesis y que sustentarán este trabajo.

2.1. Descripción del problema

El problema ALBP (acrónimo *Assembly Line Balancing Problem*) es un problema de decisión en la distribución del trabajo de ensamblaje entre las estaciones que conforman la línea de ensamblaje dependiente de un objetivo determinado. Para que un producto manufacturado pueda ser elaborado es necesario enlistar todas las operaciones elementales que se deben realizar en el proceso y el orden en el cual deben ser llevadas a cabo. A estas operaciones se las llamará *tareas* y existirán n tareas en la línea que serán distribuidas en un número m de estaciones de trabajo; para que el trabajador o máquina lleve a cabo la tarea j necesita un tiempo t_j . Estos son los elementos básicos que conforman una línea de ensamblaje y serán los elementos que serán manipulados para realizar el balanceo de la línea.(Becker & Scholl, 2006)

Siendo el problema ALWABP una variante del problema general ALBP posee los mismos elementos esenciales que este y se rige por ciertas restricciones que deben cumplirse para conformar la línea de ensamblaje. En el problema simple de balanceo SALBP se asume que las tareas pueden ser realizadas en cualquier estación en el mismo tiempo t_j , y cada estación posee uno y solo un trabajador; en el problema ALWABP esta suposición es eliminada, cada estación seguirá teniendo un solo trabajador, pero ahora la distribución de los trabajadores será una variable de decisión dentro del balanceo de la línea. Cada trabajador realiza una tarea en un tiempo t_{wi} y en ciertos casos el trabajador no puede ejecutar una tarea o su tiempo de ejecución es muy grande que resultaría imposible la realización del producto en un tiempo razonable.

Es así como los elementos que conforman la línea a resolverse son:

- Conjunto de **estaciones** de trabajo $S = \{1, 2, 3, \dots, m\}$.
- Conjunto de **tareas** $N = \{1, 2, 3, \dots, i\}$.
- Conjunto de **trabajadores** $W = \{1, 2, 3, \dots, m\}$.
- El **tiempo de ciclo** c es el máximo de la sumatoria de los tiempos de cada estación.
- Las **restricciones de precedencia** de las tareas a ser ejecutadas representadas como un conjunto de pares $(i, j) \in E$ donde la tarea i precede a la tarea j .
- Conjunto de **tiempos** de las **tareas** en el problema se convierten en un conjunto de valores cuyo tamaño dependerá del número de trabajadores $T_{wi} = \{t_{w1}, t_{w2}, t_{w3}, \dots, t_{wi}\}, \forall w \in W$.

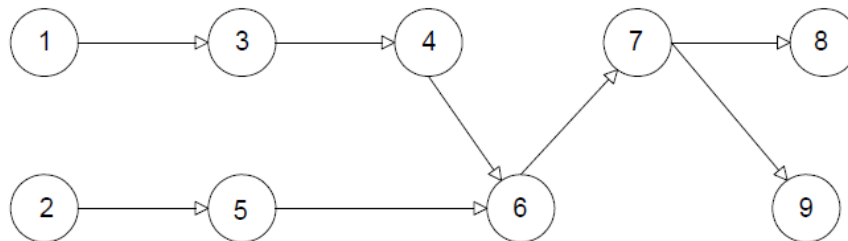


Figura 1. Diagrama de precedencia de tareas

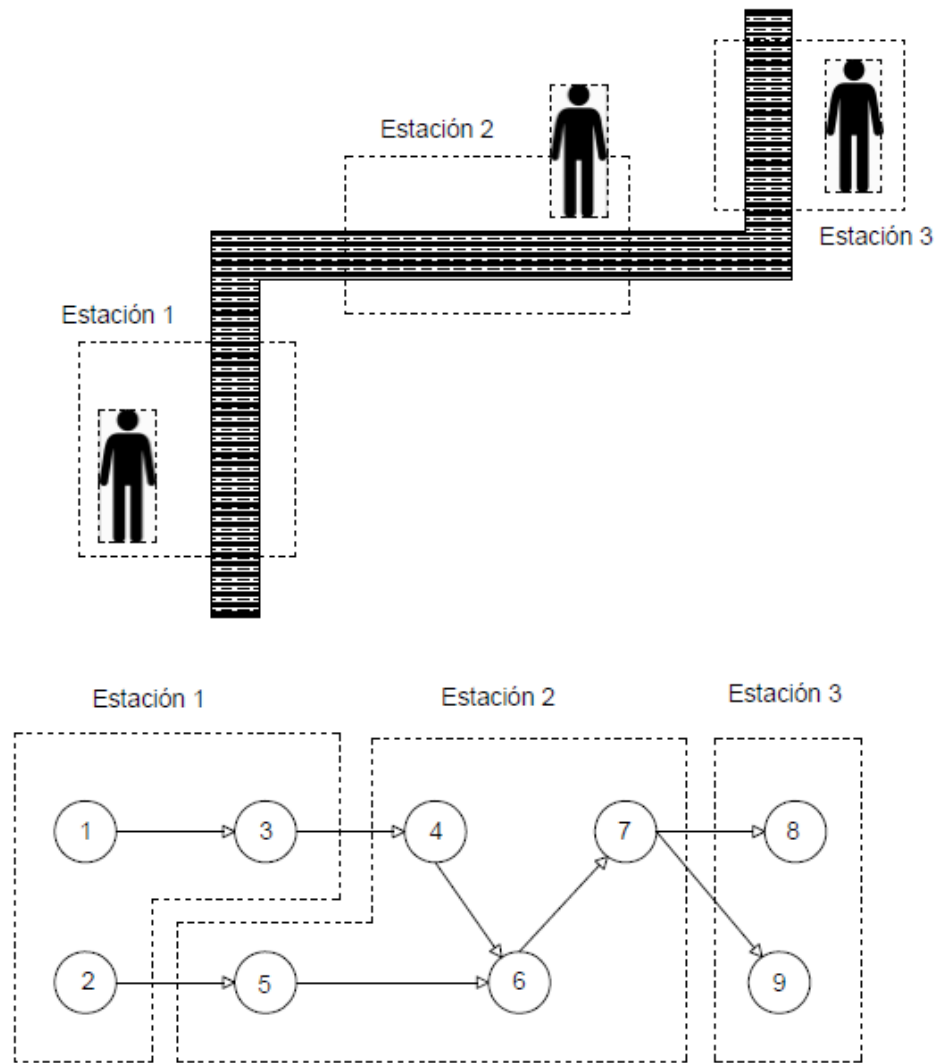


Figura 2. Línea de ensamblaje de tres estaciones, tres trabajadores y 9 tareas distribuidas.

Miralles (Miralles et al., 2007) como precursor de la solución de este problema propuso ciertas asunciones que se realizan para definir completamente el problema, entre estas se tiene:

- Los tiempos de procesamiento de las tareas y las relaciones de precedencia entre ellas son determinísticos.
- Buffers no son considerados en la línea de ensamblaje.
- Cada trabajador ejecuta una tarea en un tiempo determinado, esto se debe a la capacidad que cada trabajador posee para dicha tarea.
- Existen tareas que poseen tiempos muy grandes (no factibles) cuando son ejecutadas por cierto trabajador, pero éste puede ser eficiente ejecutando otra actividad.

- En cada estación se encontrará uno y solo un trabajador que sea capaz de ejecutar todas las tareas que se asignen a ese puesto de trabajo.
- Cada tarea puede ser asignada solo una vez a una sola estación donde pueda ser ejecutada.

Para poder identificar los elementos del problema a lo largo de este trabajo se utilizará la siguiente notación.

Tabla 1. Notación de elementos

S	Conjunto de estaciones m .
W	Conjunto de trabajadores w .
$t_{wi} \in \mathbb{N}$	Tiempo de tarea i ejecutada por el trabajador w .
$U_w = \{i \in \mathbb{N} \mid t_{wi} = \infty\}$	Conjunto de tareas no ejecutables por el trabajador w .
$P_i = \{j \mid (j, i) \in E\}$	Conjunto de predecesores inmediatos de la tarea i .
$P_i^* = \{j \mid (j, i) \in E^*\}$	Conjunto de todos los predecesores de la tarea i .
$F_i = \{j \mid (i, j) \in E\}$	Conjunto de todos los sucesores inmediatos a la tarea i .
$F_i^* = \{j \mid (i, j) \in E^*\}$	Conjunto de todos los sucesores a la tarea i .

Con la formulación de este problema se desea encontrar una asignación de tareas y trabajadores a estaciones de trabajo minimizando el tiempo de ciclo de la línea, de manera que, cada tarea sea asignada a una y sola una estación de trabajo respetando las relaciones de precedencia; las cuales indican que una tarea j puede ser asignada a la estación s , si y solo si, toda tarea $i \in P_j$ haya sido asignada en la estación actual o sus antecesoras. El modelo ALWABP a resolverse en este trabajo es tipo II ya que su objetivo es minimizar el tiempo de ciclo dado un cierto número de estaciones.

Moreira (M. C. O. Moreira et al., 2012) proponen el siguiente modelo para describir el problema de forma matemática:

$$\text{Minimize } c \quad (1)$$

sujeto a

$$\sum_{s \in S} \sum_{w \in W} x_{swi} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \quad \forall w \in W, \quad (3)$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} = 1 \quad \forall s \in S, \quad (4)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{s \in S} s \cdot x_{swi} \leq \sum_{w \in W} \sum_{s \in S} s \cdot x_{swj} \quad \forall i, j \in N \mid i \in P_j, \quad (5)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{i \in N} t_{wi} x_{swi} \leq c \quad \forall s \in S, \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} x_{swi} \leq |N| y_{sw} \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \quad (7)$$

con

$$x_{swi} = 0 \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall i \in U_w, \quad (8)$$

$$y_{sw} \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \quad (9)$$

$$x_{swi} \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall i \in N, \quad (10)$$

La ecuación (1) representa la función objetivo del problema que como se ha mencionado es minimizar el tiempo de ciclo. Las ecuaciones de la (2) a la (7) establecen las restricciones que se deben cumplir para realizar la asignación de trabajadores y tareas, y por último, las ecuaciones de la (8) a la (10) establecen las variables de nuestro problema. La variable x_{swi} posee el valor de 0 o 1, tomando el valor de 1 cuando la tarea i y trabajador w han sido asignados a la estación s ; la variable y_{sw} posee los mismos valores e indica la asignación del trabajador w a la estación s . La ecuación (8) establece que la variable de asignación será cero para todas las tareas que no puedan ser ejecutadas por cierto trabajador y que se han colocado en el conjunto U_w . La ecuación (2) y (3) establecen la condición de exclusividad entre tareas, trabajadores y estaciones; la ecuación (4) permite verificar las relaciones de precedencia; la ecuación (6) establece que la sumatoria de los

tiempos de las tareas asignadas a una estación debe ser menor que el tiempo de ciclo de toda la línea y por último, la ecuación (7) establece que una tarea puede ser asignada a un trabajador en una estación específica siempre y cuando el trabajador se encuentra en la misma estación.

2.2. Trabajos previos

Tras el trabajo realizado y publicado por Miralles et al, estos y otros autores han trabajado en conjunto para estudiar el problema ALWABP en sus tipologías I y II correspondientes con los problemas SALBP-I y SALBP-II (Miralles et al., 2007).

Para el problema SALBP y sus variaciones existen varios métodos heurísticos y exactos empleados para obtener una solución y han sido desarrollados en las últimas seis décadas. Se pueden clasificar dos grupos de algoritmos desarrollados: 1) Métodos basados en prioridad y procedimientos enumerativos restringidos, 2) Contiene enfoques branch and bound y programación dinámica. Contrario al problema tipo I en SALBP, el tipo II posee pocos métodos de solución propuestos. (Scholl & Voss, 1997) Muchos de los procedimientos que se han empleado para buscar soluciones al problema SALBP también han sido usados para encontrar solución al problema propuesto en este trabajo.

Miralles et al proponen el primer modelo matemático, asunciones y parámetros considerados en la búsqueda de una solución del problema ALWABP a través del estudio de un caso. Análogamente con el problema simple, los autores clasifican este problema como uno de tipo 2, debido a que a partir del número de trabajadores se pretende maximizar la eficiencia de la línea minimizando su tiempo de ciclo. A partir del modelo propuesto en su trabajo y los datos generados en la medición del desempeño de los trabajadores al ejecutar cada tarea de la línea en cuestión, resuelven el modelo en un software de optimización siendo la solución encontrada, la aplicada al centro. Tiempo después, un estudio del mismo modelo es presentado donde se hace uso de un método Branch and Bound con tres estrategias distintas de solución y aplican las soluciones encontradas al centro (Miralles et al., 2007). Chaves et al proponen la solución del problema utilizando un método híbrido Clustering Search, el cual consiste en detectar áreas prometedoras usando metaheurísticas que generen soluciones que puedan ser agrupadas; la metaheurística usada fue Iterated Local Search (Antonio Augusto Chaves et al., 2009). Moreira et al proponen un algoritmo tipo Tabu Search que sea simple, flexible, preciso y rápido como sea posible (M. C. de O. Moreira & Costa,

2009). Blum et al. comparan los resultados de su algoritmo tipo Beam Search con todos los trabajos previos, encontrando mejores resultados y creando así un estado del arte de este problema (Blum & Miralles, 2011). Mas adelante los autores Moreira et al. proponen simples heurísticas para el problema desarrollando un marco heurístico constructivo a partir de un conjunto de reglas para la asignación de tareas a estaciones y de trabajadores a estaciones, logrando la resolución del problema de una manera rápida y con buenos resultados usando generadores de soluciones iniciales (M. C. O. Moreira et al., 2012). Vilà y Pereira trabajan en el desarrollo de nuevos límites inferiores que puedan ser usados en un algoritmo Branch and Bound para encontrar solución al problema de forma exacta, encontrando mejores resultados que las soluciones iniciales (Vilà & Pereira, 2013). Tras haber trabajado en la solución del modelo ALWABP en donde todos los trabajadores son discapacitados Moreira et al. buscan una solución a un problema más cercano a la realidad; la incorporación de un trabajador discapacitado a una línea de ensamblaje en funcionamiento con el objetivo de minimizar el número de estaciones, problema denominado ahora ALWIBP tipo I, solucionado a través de una heurística constructiva de inserción CIH (M. C. O. Moreira et al., 2015). En el siguiente año, Zacharia y Nearchou proponen la solución del problema de asignación de tareas y trabajadores a estaciones fijando más de un objetivo mediante una heurística MOEA (multi-objective evolutionary algorithm) (Zacharia & Nearchou, 2016). Entre los trabajos más recientes Moreira et al. unifican los dos últimos estudios buscando la solución de un problema ALWIBP tipo 2 con dos funciones objetivos para la integración de los trabajadores a la línea de ensamblaje existente (M. C. O. Moreira et al., 2017).

2.3. Aporte de este trabajo

A diferencia del problema simple de balanceo de líneas de ensamblaje, este problema incluye el factor humano lo que convierte a este en uno muy complejo y a pesar de que se asume muchos factores frente a la realidad, en la problemática se refleja de forma clara la diferencia que existe entre cada trabajador de acuerdo a sus habilidades o experticia en ciertas actividades. Este problema es capaz de representar de una forma simple la complejidad que existe en las líneas de producción a la hora de escoger entre un trabajador y otro en base a un criterio tangente y aceptable como es el tiempo de ejecución.

En este trabajo se presenta dos algoritmos, uno basado en métodos metaheurísticos y otro basado en métodos matheurísticos. Ninguno de los trabajos registrados previamente ha hecho uso de estos métodos para la resolución de esta problemática, se han registrado varios métodos metaheurísticos distintos al propuesto y también se han registrado métodos exactos, pero no métodos combinados como el método matheurístico.

2.4. Métodos de Solución

Como se había mencionado previamente el uso de métodos exactos para problemas combinatorios puede volverse muy ineficiente, debido a dos razones principales: el tiempo que se necesitaría para encontrar una solución resulta inaceptable y el espacio de búsqueda es enorme (Duarte Muñoz et al., 2007). Los métodos aproximados o comúnmente conocidos como *heurísticas* nacen como una solución a problemas NP completos que resultarían imposibles de resolver por métodos exactos por las razones mencionadas. Estos métodos podrían clasificarse en dos grandes grupos de acuerdo a Duarte Muñoz (Duarte Muñoz et al., 2007): Métodos Constructivos y Métodos de Búsqueda. Los métodos constructivos permiten encontrar una solución factible a un problema siguiendo una estrategia específica; los métodos de búsqueda mientras tanto intentan mejorar una solución factible que ya ha sido encontrada. A pesar de que las heurísticas han resuelto varios de los inconvenientes que los métodos exactos poseen tienen sus limitaciones, una de ellas es, la elevada probabilidad que poseen de caer en óptimos locales y no tener una herramienta para salir de ellos; es ahí donde otros métodos de búsqueda más inteligentes pueden ser usados y a éstos se les llaman metaheurísticas, los cuales usan procedimientos que guíen los procesos heurísticos de tal manera que eviten acercarse a su punto débil.

En este trabajo se utilizan métodos metaheurísticos en la primera parte, y un método reciente que ha llamado mucho la atención de los investigadores denominado *matheurística* en la segunda parte.

2.4.1. Metaheurísticas

2.4.1.1. Metaheurística GRASP

GRASP es el acrónimo de *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* y puede traducirse como procedimientos de búsqueda miope, aleatorios y adaptativos. Este procedimiento se divide en dos fases, la constructiva en donde se encuentra una solución factible de calidad y la de mejora en la cual se realiza una optimización (local) en el resultado de la primera fase. Si se desea

profundizar en el concepto de esta metaheurística se puede revisar la bibliografía (Fernández et al., 1996)(Feo & Resende, 1995).

2.4.1.2. Metaheurística VND

VNS es el acrónimo de *Variable Neighborhood Search* y puede traducirse como Búsqueda de Vecindad Variable. Este procedimiento tiene como objetivo evitar que el método heurístico quede atrapado en óptimos locales a través de cambios en la estructura de la vecindad en la cual se está realizando la búsqueda de mejora.

Está basado en tres ideas principales:

- Un óptimo local con respecto a una vecindad $N_j(x)$ no tiene que ser necesariamente el óptimo local de la vecindad $N_j(x)$.
- Un óptimo global es un óptimo local con respecto a todas las vecindades.
- Para muchos problemas, los óptimos locales con respecto a una o varias estructuras están relativamente próximos.

El procedimiento VND es un caso especial de la metaheurística VNS en donde, la combinación de las ideas principales es determinista; estas siglas son el acrónimo de *Variable Neighborhood Descent*. El cambio de vecindad se hace de forma determinista, es decir, se lo realiza solo en el caso en que se ha llegado a un óptimo local y es necesario salir de éste. (Feo & Resende, 1989)

Si se desea profundizar en el concepto de la metaheurística se puede revisar la bibliografía (Fernández et al., 1996)(Feo & Resende, 1989).

2.4.2. Matheurísticas

Este tipo de heurísticas nacen de la interacción entre metaheurísticas y técnicas de programación matemática (*Mathematical Programming*). La principal característica es la ventaja de utilizar en alguna parte del algoritmo características que se derivan del modelo matemático del problema en interés. La combinación puede darse de dos formas: usar MP para mejorar o diseñar metaheurísticas, o usar una metaheurística para mejorar técnicas MP conocidas. (Boschetti et al., 2009)

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

De los métodos descritos en el capítulo 2 se desarrollan dos algoritmos para la resolución del problema ALWABP-2. El primero algoritmo utiliza una metaheurística constructiva GRASP en la cual, su segunda fase de búsqueda local está compuesta por otra metaheurística trayectorial VND. El segundo algoritmo utiliza una metaheurística compuesta por una metaheurística GRASP cuya fase de búsqueda hace uso de un método exacto para explorar la vecindad. Adicionalmente se procedió a resolver el problema formulado mediante el modelo antes descrito de forma exacta y comprobar sus resultados y tiempos de ejecución.

El problema ALWABP - 2 se puede dividir en dos subproblemas de decisión: asignación de tareas a las estaciones m y la asignación de trabajadores a las estaciones m . Estos dos subproblemas pueden ser resueltos por separado o en conjunto mediante un método heurístico y ésta es la estructura que tendrá el problema a lo largo de este trabajo.

3.1. Solución Exacta

Antes de comenzar a generar los algoritmos con métodos aproximados, es aconsejable intentar resolver el modelo que representa la problemática mediante un método exacto. Para obtener la solución exacta del modelo para el problema ALWABP – 2 se hace uso del optimizador CPLEX, el que lee un modelo generado mediante un lenguaje de modelación matemática denominado AMPL (Fourer et al., 2003).

A partir del modelo en la sección 2.1 se define los siguientes elementos:

- Conjunto de trabajadores N
- Conjunto de estaciones S
- Conjunto de trabajadores W .
- Conjunto de trabajadores que poseen tiempos infinitos W_{inf} .
- Parámetro que contiene los tiempos de las tareas.
- Conjunto de pares de precedencias.
- Conjunto de tareas que poseen tiempos infinitos para cada trabajador.

- Variables: Asignación de trabajadores a estaciones, Asignación de tareas a estaciones, Tiempo de ciclo.
- Función Objetivo: Minimizar Tiempo de ciclo.
- Restricciones a las que está sujeto el modelo, son siete:
 - *Only_Station*: En cada estación solo se puede asignar un trabajador.
 - *Only_Worker*: A cada trabajador se le puede asignar solo una estación.
 - *Only_One*: Cada tarea puede ser asignada a una sola estación y por ende a una sola estación.
 - *Precedence_Graph*: Cada par de precedencia indica que la tarea i debe realizarse antes que la tarea k .
 - *LessCycletime*: La sumatoria de los tiempos de las tareas asignadas a una estación debe ser menor o igual al tiempo de ciclo.
 - *TaskToWorker*: Cada tarea puede ser asignada a un trabajador en una estación específica, siempre que el trabajador esté asignado previamente a la estación destino.
 - *NoFeasible*: La variable de Asignación de tareas será cero para aquellas tareas que posean tiempo infinito.

El lenguaje AMPL tiene la ventaja de utilizar simbología fácil para el usuario que se interpreta de forma similar a la que se lee un modelo matemático.

Los resultados obtenidos se encuentran en el AP A.1 de todas las 320 instancias. Los valores promedio de la función objetivo en los resultados obtenidos se encuentran tabulados en la [Tabla 2](#) de todas las familias.

En las familias pequeñas (Roziég y Heskia) el optimizador CPLEX concluye en una solución óptima global para las 160 instancias evaluadas, mientras que en las familias grandes (Tongue y Wee-Mag) el optimizador estuvo trabajando alrededor de 6 horas sin conseguir terminar su procesamiento; por lo cual, se limitó el tiempo de ejecución a un valor de 3600 segundos, después del cual se imprime el valor al que ha llegado y el tiempo que demoró en generar esta solución.

El método exacto es muy efectivo en las familias de pocas estaciones pues resuelve el problema de optimización en un tiempo menor a 1.5 segundos, incluso para los grupos de estas familias que

poseen mayor número de estaciones; para las familias de mayor número de tareas y mayor número de estaciones el método exacto no resulta efectivo, debido a sus extensos tiempos de procesamiento sin registrar una solución óptima global; lo que evidencia claramente el problema que este método posee con los problemas NP - hard, conforme el número de variables crece la dificultad para resolver el problema crece desmesuradamente lo que vuelve al método poco efectivo y práctico para resolver problemas categorizados de este tipo.

Tabla 2. Valores Promedio con el método MP.

	MÉTODO MP							
	Roziég		Heskia		Tongue		Wee	
	Tiempo de Ciclo Avrg.	Tbest Avrg.	Tiempo de Ciclo Avrg.	Tbest Avrg.	Tiempo de Ciclo Avrg.	Tbest Avrg.	Tiempo de Ciclo Avrg.	Tbest Avrg.
GR1	20.1	0.11	102.3	0.10	93.5	2697.67	28	3230.085
GR2	31.5	0.09	122.6	0.11	108.8	2093.44	33.4	3286.69
GR3	28.1	0.12	172.5	0.13	165.4	2895.85	48.2	3298.05
GR4	28	0.11	171.2	0.12	165.9	2634.11	47.8	3304.08
GR5	9.7	0.84	34.9	1.23	43.7	3123.04	14	3218.35
GR6	11	0.69	42.6	0.94	52.6	3117.53	14.8	3078.62
GR7	16	0.81	75.2	0.91	81.9	2998.76	25.2	3203.56
GR8	15.1	0.79	67.2	1.04	96	2967.24	22.1	3174.60
PROM	19.938	0.445	98.563	0.570	100.975	2815.955	29.188	3224.254

Al encontrar inconvenientes en que el optimizador encuentre una solución óptima en un tiempo aceptable para las familias de mayo número estaciones y tareas, se opta por el uso de métodos heurísticos. A continuación, se describe cada enfoque para crear los respectivos algoritmos.

3.2. Primer Algoritmo: Metaheurística GRASP y VND

Para resolver el modelo se propone un algoritmo basado en una metaheurística tipo GRASP. En la fase constructiva del algoritmo se obtiene una solución factible del primer subproblema de decisión que es la asignación de tareas a estaciones; obtenida esta solución factible, se resuelve el segundo problema de decisión, la asignación de trabajadores a estaciones con un criterio ávido. En la fase de mejora se optimiza la solución factible de la fase anterior con la ayuda de otra metaheurística denominada VND a partir de tres diferentes movimientos de mejora:

- Intercambios de tareas entre estaciones

- Intercambio de trabajadores entre estaciones.
- Inserción de tareas de una estación a otra.

El Algoritmo 1 muestra el procedimiento general de la metaheurística.

Las variables que se obtendrán al final del modelo son: la función objetivo *tiempo de ciclo* minimizado $\{ct\}$ alojada en *Minimumct*, la asignación de cada tarea a cada estación $\{x_{si}\}$ alojada en xn_{si} y la asignación de cada trabajador a cada estación $\{y_{sw}\}$ alojada en yn_{sw} . Como medida de desempeño se hace toma del tiempo en el cual se encuentra la mejor respuesta y se aloja ese valor en T_{best} .

Algoritmo 1: Modelo de Solución: GRASP & VND

```

1: param
2:  $N$  tareas,  $W$  trabajadores =  $S$  estaciones,  $G$  pares de precedencia entre tareas  $(i, j)$ ,  $T_{wi}$ 
   tiempos de ejecución de cada trabajador.
3: variables
4:  $\{ct\}$ : = Tiempo de ciclo;
5:  $\{x_{sj}\}$ : = Asignación de tarea  $i$  a estación  $s$ .
6:  $\{y_{sw}\}$ : = Asignación de trabajador  $w$  a estación  $s$ .
7: begin
8:  $\{T_{simples}\}$ : = Un_valor_tiempo_tarea ( $T_{wi}$ );
9:  $\{ct_{low}\}$ : =  $LB$ ; //Límite inferior para el tiempo de ciclo.
10:  $\{CL\}$ : = Lista de Candidatos; //Peso Posicional
11:  $\{al1\}$ : = rango de valores que se restarán a  $PW_{max}$ ;
12:  $\{al2\}$ : = rango 1 de valores que se multiplicarán por  $ct_{low}$ ;
13:  $\{al3\}$ : = rango 2 de valores que se multiplicarán por  $ct_{low}$ ;
14:  $\{Minimumct\}$ : = 5000; //Comparador
15: FOR [ $al1$ ]
   16: FOR [ $al2$ ]
     17: FOR [ $al3$ ]
       18: //Fase Constructiva del Modelo
       19:  $\{x_{sj}\}$ : = Asignacion_N_a_S ( $al1, al2, al3, CL, ct_{low}, T_{simples}$ );
       20: IF ( $x_{sj}$  no ha sido explorada previamente)
         21:  $\{order\}$ : = Orden_Asignacion_W( $x_{sj}$ );
         22:  $\{y_{sw}, ct\}$  = Asignacion_W ( $order, x_{sj}$ );
         23: //Fase Mejora Modelo.
         24: WHILE ( $ct < ct_{comp}$ )
           25:  $ct_{comp} = ct$ ;
           26:  $\{x_{sj}, ct, y_{sw}\}$ : = VND ( $x_{sj}, ct, y_{sw}$ );
         27: ENDWHILE
         28: IF ( $ct < Minimumct$ )
           29:  $\{Minimumct\}$ : =  $ct$ ;
           30:  $\{yn_{sw}\}$ : =  $y_{sw}$ ;
           31:  $\{xn_{sj}\}$ : =  $x_{sj}$ ;
           32:  $\{T_{best}\}$ : =  $toc$ ; //toma de tiempo
         33: ENDIF
       34: ENDIF
     35: ENDFOR // $al3$ 
   36: ENDFOR // $al2$ 
37: ENDFOR // $al1$ 
38: return ( $Minimumct, xn_{sj}, yn_{sw}$ );
39: end

```

3.2.1. Fase Constructiva

Para resolver el primer subproblema de decisión, la asignación de tareas a estaciones que se realiza mediante la heurística constructiva voraz, ávida o miope que conforma la primera parte del algoritmo GRASP.

En el Algoritmo 2 se presenta el modelo de esta heurística que realiza la asignación de cada tarea de estación en estación, cumpliendo la condición de llevar a cabo la inserción de una tarea siempre y cuando no sobrepase el límite de tiempo que dispone cada una. Este límite está compuesto por dos valores, el primero se obtiene a partir del cálculo del límite inferior de la función objetivo para el modelo simple SALBP – 1 y SALBP – 2 (Scholl & Voss, 1997).

$$LB = \left\lceil \frac{t_{sum}}{m} \right\rceil, \quad (11)$$

La ecuación (11) permite asignar un valor mínimo de tiempo para cada estación. Este valor debe ser ajustado de manera que cumpla la condición, para cada tarea j , $E_j \leq L_j$. Siendo E el conjunto de predecesores y L el conjunto de sucesores.

El segundo valor puede escogido de los rangos de números $al2$ y $al3$ que se multiplica por el primer valor, este cálculo se utiliza para dar flexibilidad de tiempo a cada estación y aumentar el número de tareas asignadas a cada estación cumpliendo siempre las restricciones de precedencia entre tareas.

Dado que los tiempos para cada tarea dependen de cada trabajador y son datos provistos para cada instancia, en esta primera fase se calcula un valor máximo de los tiempos de ejecución de cada tarea. Se toma esta propuesta de Moreira et al y se calcula el valor a partir de $t_i^+ = \max_{w \in W} t_{wi}$, también se toma la propuesta de reemplazar el valor *Infinito* en los tiempos de ejecución de ciertas tareas para el trabajador k por un tiempo de ejecución igual al límite inferior LB calculado (M. C. O. Moreira et al., 2012).

La valoración de la lista de candidatos CL , en la parte constructiva, se calcula mediante la regla de pesos posicionales conformada por el número total de sucesores de cada tarea.

Algoritmo 2: Heurística Constructiva para Asignación de Tareas

```

1: function  $\{x_{si}\} = \text{Asignacion\_N\_a\_S}(al1, al2, al3, CL, ct_{low}, T_{simples});$ 
2: param
3:  $N$  tareas,  $W$  trabajadores,  $S$  estaciones,  $G$  pares de precedencia
4: var
5:  $\{x_{si}\} = 0;$ 
6:  $\{s\} = 1;$  //Se comienza con la estación 1.
7:  $\{ct\} = 0;$ 
8:  $\{CountJob\} = 0;$  //Contador
9: WHILE ( $CountJob \leq N$ )
10: WHILE ( $ct_s \leq ct_{low} * al2$ )
11: //Añadir tareas hasta que se cumpla esta condición 1.
12:  $CountJob++;$ 
13: Se define  $\alpha;$ 
14: Calculamos  $\{th\} = l_{min} + \alpha * (l_{max} - l_{min});$ 
15:  $\{RCL\} \leftarrow$  Elementos de  $CL > th;$ 
16:  $\{tarea\} \leftarrow$  elemento aleatorio de  $RCL.$ 
17: IF (Predecesores de tarea  $i$  ya están asignados)
18:  $\{x_{si}\} = 1;$ 
19: Actualizar  $RCL, th, CL;$ 
20:  $\{ct_s\} = ct_s + T_i;$ 
21: ENDIF
22: ENDWHILE
23: //Casos después de la condición 1.
24: //Caso1. Estaciones vacías y todas las tareas asignadas
25: Mover las ultimas tareas asignadas en la última estación hacia las
    estaciones sobrantes.
26: //Caso2. Tareas sin asignarse y todas las estaciones llenas
27: Asignar todas las tareas sin asignarse en la última estación.
28: //Caso3. Tareas sin asignarse y estaciones por llenar
29: IF ( $ct_s \leq ct_{low} * al3$ )
30:  $x_{si} = 1.$ 
31: ELSE
32:  $x_{si} = 0, x_{(s+1)i} = 1,$  solo si no deja la estación vacía.
33:  $s++;$ 
34: ENDIF
35: ENDWHILE

```

Para completar una solución factible, es necesario resolver el subproblema de asignación de trabajadores a estaciones. Se necesita colocar en cada estación un trabajador que ejecute las tareas asignadas en el menor tiempo posible y para realizar esto se utiliza el algoritmo 3.

La solución obtenida del anterior algoritmo es un dato de entrada para el Algoritmo 3 que efectúa la asignación de trabajadores a estaciones; otro dato que necesita el algoritmo es un orden de asignación que se determina a partir de las siguientes condiciones:

- Si en una estación se encuentra una tarea que solo pueda ser realizado por un trabajador esa estación será la primera para la asignación. El orden de asignación continúa determinado por la siguiente condición.
- El orden de las estaciones depende del número de tareas que posean al menos un tiempo *Infinito* en sus tiempos t_{wi} , se asigna el trabajador primero a la estación que posea mayor número de tareas que pertenezcan a U_w

Algoritmo 3: Asignación de trabajadores a X_{Si}

```

1: function { $y_{sw}, ct$ } = Asignacion_W (order,  $x_{si}$ )
2: param
3:  $S$  estaciones,  $W$  trabajadores.
4: variables
5: { $y_{sw}$ }
6: { $ct$ }
7: { $S$ } = order;
8: { $WA$ } = 1 ...  $W$ ;
9: FOR [ $s \in S, \forall w \in W$ ]
10: { $wt_{sw}$ } =  $\sum_{i \in N} t_{wi}$ ;
11: ENDFOR
12: FOR [ $s \in S$ ]
13:  $wt_s = \min_{w \in WA} wt_{sw}$ ;
14:  $y_{sw} = 1 \quad w \leftarrow wt_s$ ,
15:  $w' \notin WA$ ;
16: ENDFOR
17:  $ct = \max_{s \in S} wt_s$ ;

```

3.2.2. Fase de Mejora

La solución factible obtenida en la etapa anterior será la entrada para la siguiente fase, en donde se realizan movimientos en la solución para poder cambiar de vecindario y mejorar la solución previamente encontrada. Existen dos movimientos de mejora que se pueden realizar:

- Movimientos de inserción: Se remueve una tarea de una estación y se inserta en otra estación, si el movimiento permite minimizar el tiempo de ciclo y no infringe las relaciones de precedencia se ejecuta.
- Movimientos de intercambio: Se escogen dos tareas de forma aleatoria y se prueba intercambiarlas en las estaciones correspondientes, si no infringe las relaciones de precedencia y minimiza el tiempo de ciclo se ejecuta el movimiento.

El enfoque que se utiliza es el de realizar el mejor movimiento (*Best Improvement*) y se realizan tres búsquedas locales en el proceso; primero se ejecutan todos los intercambios posibles de mejora en la solución factible cambiando de vecindad en cada iteración hasta llegar al óptimo local, segundo se realizan movimientos de intercambio de trabajadores y se cambia de vecindad en la variable y_{sw} de asignación de trabajadores en caso de encontrar mejora, tercero y último, para cambiar de estructura de vecindad se procede a realizar un movimiento de mejora a través de la inserción de una tarea a una estación diferente y se vuelve a evaluar los posibles intercambios entre tareas en la nueva vecindad. Los últimos dos movimientos de mejora se realizan en un lazo repetitivo hasta que no exista mejora alguna.

Este procedimiento se realiza para cada solución generada en la fase constructiva y se guardará como solución final aquellas variables x_{si} y y_{sw} que generen el menor tiempo de ciclo ct .

El Algoritmo 4 describe el modelo de la fase de mejora del algoritmo GRASP.

Algoritmo 4: Modelo de Optimización Local del procedimiento GRASP.

```

1: function  $\{x_{si}, ct, y_{sw}\} = \text{VND}(x_{si}, ct, y_{sw})$ 
2: param
3:  $N$  tareas,  $W$  trabajadores,  $S$  estaciones,  $G$  pares de precedencia.
4: variables
5:  $\{xn_{si}\} = x_{si}$ ;
6:  $\{Pexchanges\} = 0$ ; //lista de posibles intercambios.
7: WHILE ( $ct < \text{Maximum}ct$ )
8: //ELS. Intercambios de tareas entre estaciones
9: FOR [ $N - 1$  tareas  $a$ ,  $N - 1$  tareas  $b$ ]
10: Escoger dos tareas  $a$ ,  $b$  de forma aleatoria tal que  $a \neq b$  y su ubicación en  $s \in S$ .
11: IF (Cumplen con  $G$ )
12:  $xn_{(S \subseteq a)a} = 0, xn_{(S \subseteq a)b} = 1$ ; //  $s \subseteq$  tarea  $a \leftarrow$  tarea  $b$ 
13:  $xn_{(S \subseteq b)b} = 0, xn_{(S \subseteq b)a} = 1$ ; //  $s \subseteq$  tarea  $b \leftarrow$  tarea  $a$ ;
14: Calcular  $\{ctx\}$ ;
15: IF ( $\{ctx\} < \{\text{Maximum}ct\}$ )
16: Agregar el intercambio a  $Pexchanges$ .
17: ENDIF
18: ENDIF
19: ENDFOR
20: Ordenar la lista en base a  $\{ctx\}$ .
21: FOR [todos los intercambios en  $Pexchanges$ ]
22: Ejecutar el mejor intercambio, el que minimice la función objetivo.
23:  $x_{si} = xn_{si}$ ;
24: ENDFOR
25:  $ct = ctx$ ; //el del mejor intercambio
26: ENDWHILE
27: //WLS. Intercambio de trabajadores
28:  $\{ct, y_{sw}\} = \text{PermutationWorker}(x_{si})$ ;
29: WHILE ( $ct < \text{Maximum}ct$ )
30: //ILS. Inserción de tareas de una estación a otra.
31:  $\{Pinsertions\} = 0$ ; //Lista de inserciones.
32: FOR [ $N$  tareas,  $S - 1$  estaciones]
33: Se escoge una tarea  $a$  y una estación  $s$ .
34: IF (Cumplen con  $G$  relaciones de precedencia)
35:  $xn_{(S \subseteq a)a} = 0, xn_{sa} = 1$ ; //Estación  $s \leftarrow$  tarea  $a$ ;
36: Calcular  $\{ctx2\}$ ;
37: IF ( $\{ctx2\} < \text{Maximum}ct$ )
38: Agregar la inserción a  $Pinsertions$ .
39: ENDIF
40: ENDIF
41: ENDFOR
42: Ordenar la lista en base a  $\{ctx2\}$ .
43: Ejecutar la mejor inserción que se pueda realizar.
44:  $x_{si} = xn_{si}$ ;
45: //ELS 2. Intercambios de tareas entre estaciones.
46: Se realiza el mismo procedimiento que ELS pero solo entre las estaciones donde ocurrieron los intercambios. Se buscan intercambios entre cualquier tarea de otra estación y tareas de la estación donde se dio el intercambio. Se aplica la que minimice la función objetivo.
47: ENDWHILE

```

3.2.3. Pruebas Previas

Previo al Algoritmo 1, presentado previamente, se realizaron algunas pruebas con otros parámetros y factores que fueron modificados de acuerdo a los resultados que se generaban; a continuación, enumero los más trascendentales para este trabajo:

I. Criterio de llenado de las estaciones en *TaskAssignment*

El primer criterio usado como limitante de llenado de las estaciones en la heurística constructiva del Algoritmo 2 fue un número obtenido a partir de:

$$Taskperstation = \left\lceil \frac{N}{W} \right\rceil, \quad (18)$$

Se realizaron varias pruebas con instancias de las diferentes familias tratando de obtener varias soluciones factibles o al menos una solución factible pero no fue posible resolver algunas instancias lo que se puede observar en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** que muestran el tiempo de ciclo encontrado en el grupo de soluciones que se pudieron generar en cada instancia. Se intentó salir de la no factibilidad realizando intercambios de trabajadores, pero en ciertas instancias no se tuvo éxito y en las familias Tongue y Wee la búsqueda se volvía ineficiente debido al número de permutaciones que podían existir entre los trabajadores. Por esta razón se cambia este criterio por el del límite inferior *LB* y para obtener mayor número de soluciones éste es multiplicado por los factores mencionados en la metodología.

I. Reemplazo del valor Infinito por un valor numérico

Con el nuevo criterio de límite inferior se corrieron pruebas en todas las instancias para comprobar si todas las instancias al menos tenían una solución factible, pero aún existían ciertas instancias a las que no se encontraba al menos una solución. Dado que trabajar con un valor Infinito es poco apropiado para cálculos matemáticos se propone tratar a todas las soluciones no numéricas, como numéricas colocándole un valor muy grande a aquellos que poseen Infinito; por ejemplo, 5000 unidades (tiempo) será el tiempo que toma a un trabajador ejecutar una tarea *j* determinada. Para que una asignación se considere solución factible, la función objetivo debe ser menor que las 5000 unidades.

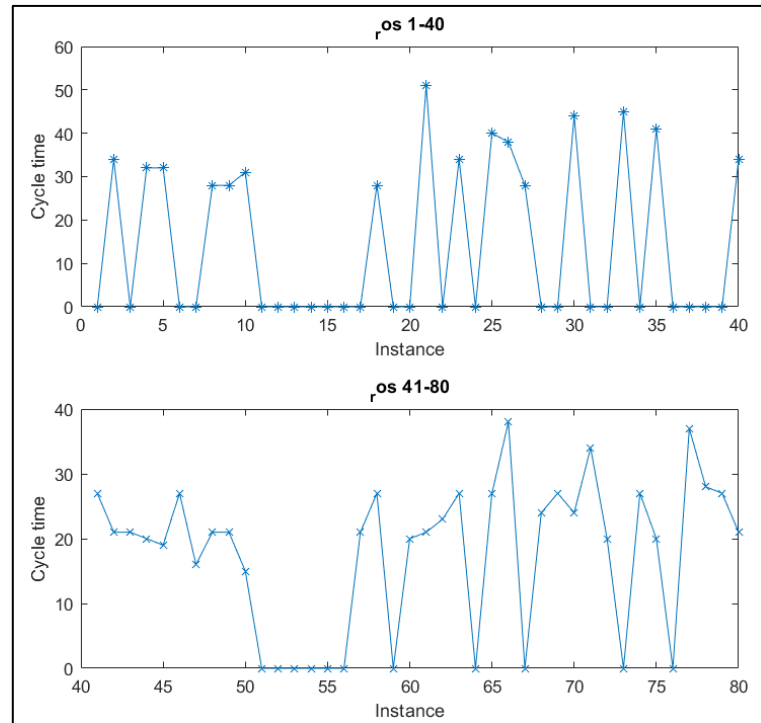


Figura 3. Número de Soluciones de la Familia Rozieg con el criterio “Task per Station”.

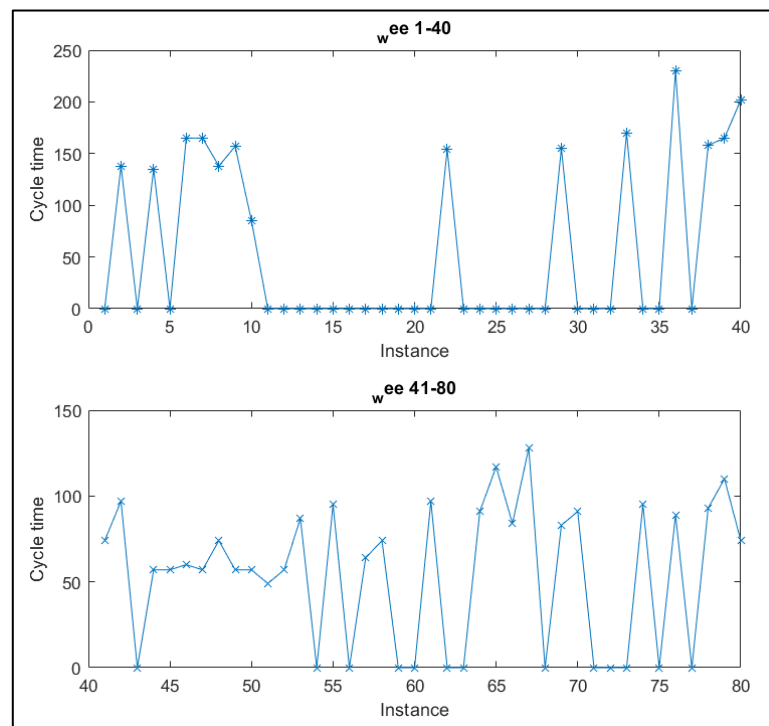


Figura 4. Número de Soluciones de la Familia Rozieg con el criterio “Task per Station”.

II. Orden de los movimientos de mejora

Dado que ahora todos los tiempos tienen un valor numérico, es posible realizar movimientos entre tareas; algunas combinaciones de movimientos de mejora en cuanto a tareas fueron probados antes de llegar al presentado en el Algoritmo 1. Algunos de ellos son:

- Solo movimientos de inserción, todos los posibles.
- Un intercambio y todas las inserciones posibles.
- Todos los intercambios posibles, una inserción y nuevamente los intercambios.
- Un movimiento de inserción, intercambios con las estaciones involucradas en la inserción.

Se usó un enfoque *first improvement* con los movimientos mencionados anteriormente, pero al momento de reducir el número de movimientos en pro de minimizar el tiempo se encontró inconsistencias en el comportamiento del algoritmo; por lo cual, se pasó al enfoque *best improvement* que es más lento, pero nos permite observar con claridad el comportamiento del algoritmo y cuantificar la calidad de este y de todas las opciones anteriores de movimientos presentadas la tercera fue la escogida.

3.3. Segundo Algoritmo: Matheurística

La segunda opción que se propone para resolver el problema es una matheurística en la cual se usará la técnica MP para explorar una vecindad de una solución factible mediante un solucionador MIP (acrónimo de *Mixed Integer Problem*). El Algoritmo 5 muestra el modelo de la Matheurística completo.

En este apartado los subproblemas de decisión se resuelven de diferente forma; primero la asignación de trabajadores a estaciones se resuelve a través de una metaheurística tipo GRASP y constituye la parte heurística del método. Segundo se resuelve el subproblema de la asignación de tareas a estaciones con método MP; para lo cual, se procede a realizar una relajación del modelo inicial mostrado en el apartado 2.1 eliminando la variable ya resuelta; la asignación de trabajadores y_{sw} y toda posible intervención de los trabajadores en el modelo matemático. Una vez realizado esto el modelo del problema ALWABP – 2 se simplifica a uno de SALBP – 2 cuyo modelo matemático propuesto por Fourer et al y presentado a continuación (Baybars, 1986):

$$\text{Min } c, \quad (12)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, \quad \forall j \in S, \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^S t_i x_{ij} \leq c, \quad \forall i \in N, \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^S t_i x_{ij} \leq \sum_{j=1}^S t_k x_{kj}, \quad \forall (i, j) \in G, \quad (15)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \quad (16)$$

$$c \in \mathbb{N}, \quad (17)$$

Este modelo es el que se va a resolver de forma exacta mediante MP ya que los tiempos de las tareas t_i serán los correspondientes al del trabajador que haya sido asignado a cada estación.

Algoritmo 5: Modelo de Matheurística GRASP – IP

```

1: param
2:  $N$  tareas,  $S$  estaciones,  $W$  trabajadores,  $G$  pares de precedencia entre tareas  $(i, j)$ ,  $T_{wi}$ 
   tiempos de ejecución de cada trabajador.
3: variables
4:  $\{ct\}$ : = Tiempo de ciclo;
5:  $\{x_{sj}\}$ : = Asignación de tarea  $i$  a estación  $s$ .
6:  $\{y_{sw}\}$ : = Asignación de trabajador  $w$  a estación  $s$ .
7:  $\{IWA\}$  = num1; // 90 soluciones iniciales
8:  $\{IWAS\}$  =  $\emptyset$ ; // Conjunto de asignaciones de trabajadores
9:  $\{counter\}$  = 0; // contador
10:  $\{Bestcycle\}$  = 5000; // Comparador
11: WHILE ( $counter \leq IWA$ )
    12:  $counter_{++}$ ;
    13:  $\{t_w\}$  = 0; // Para cada trabajador  $w$ .
    14: FOR ( $j=1 \dots N$  tareas)
        15:  $CL \leftarrow t_{wi} \neq \text{Infinite}$ ;
        16:  $\alpha = \text{rand}()$ ;
        17:  $\{t_{min}\} = \text{argmin}(t_{wi} \in CL)$ ;
        18:  $\{t_{max}\} = \text{argmax}(t_{wi} \in CL)$ ;
        19:  $\{th\} = t_{min} - \alpha * (t_{max} - t_{min})$ ;
        20:  $RCL \leftarrow t_{wi} \leq th$ ;
        21:  $t_w = t_w + \text{rand}(t_{wi} \in RCL)$ 
    22: ENDFOR
    23:  $y_{sw} = 1 \quad \forall s \in S, \forall w \in H_w$ ,
    24:  $H_w \leftarrow$  Conjunto de trabajadores ordenados por sus  $t_w$  (ascendente y descendente).
    25:  $Ct_{IWA} = \max(t_w)$ ;
    26: IF ( $y_{sw}$  no ha sido explorada)
        27:  $IWAS \leftarrow y_{sw}$ .
    28: ENDIF
29: ENDWHILE
30: Ordenar  $IWAS$  de acuerdo a  $Ct_{IWA}$ ;
31:  $\{LongIWAS\}$  = número de soluciones encontradas.
32: FOR (1 ...  $LongIWAS$ )
    33:  $yf_{sw} = \text{rand}(IWAS)$ ;
    34: IF ( $yf_{sw}$  no ha sido explorado)
        35:  $\{x_{sj}, ct\} = \text{CplexSol}(N, W, yf_{sw})$ ;
        36: IF ( $ct < Bestcycle$ )
            37:  $Bestcycle = ct$ ;
            38:  $y_{sw} = yf_{sw}$ ;
            39: Toma de tiempo  $\rightarrow T_{best}$ ;
            40:  $\{NewBCycle\} = 50000$ ;
            41: WHILE ( $Bestcycle < NewBCycle$ )
                42:  $ct = \text{ExchangesWorker}(\&y_{sw}, \&x_{sj})$ ;
            43: ENDWHILE
        44: ENDIF
    45: ENDIF
46: ENDFOR

```

La parte constructiva de la metaheurística GRASP usada se dedica a realizar la asignación de trabajadores a estaciones. Como idea inicial para este método se toma el algoritmo 6 obtenido del trabajo realizado por Moreira et al (M. C. O. Moreira et al., 2012).

Algoritmo 6: Algoritmo Asignación de Trabajadores, realizado por (Moreira, Ritt, Costa, & Chaves, 2012)

- 1: Input: Conjunto de tareas T y trabajadores W
 - 2: Definir $t_w = 0$ para cada trabajador w en W .
 - 3: **FOR** (cada tarea i en T) **DO**
 - 4: Determinar el conjunto de trabajadores que ejecuten i más rápido, $W' := \operatorname{argmin}_{w \in W} t_{wi}$
 - 5: Seleccionar el trabajador $w' \in W'$ de carga mínima, $t_{w'} = \min_{w \in W'} t_w$
 - 6: $t_w = t_w + t_{w'i}$
 - 7: **ENDFOR**
 - 8: Devolver el tiempo máximo de ciclo $c = \max_{w \in W} t_w$
-

La línea 5 del algoritmo 6 se reemplaza por la selección aleatoria de un trabajador cuya carga sea menor que el valor th calculado en el algoritmo 5. De esta manera se aleatoriza y multiplica la cantidad de asignaciones posibles de trabajadores a estaciones.

Para cada asignación de trabajadores a estaciones generada se calculará la asignación de tareas a estaciones y se comprueba la factibilidad de la solución s con una técnica MP; si la solución encontrada es mejor que una antes examinada se procede a ingresar en la fase de mejora con un procedimiento de búsqueda local. Para cambiar de vecindad se realiza intercambios en la asignación de trabajadores a partir de la solución inicial examinada y éste es explorado por la técnica MP en busca de la solución completa y factible; si la solución encontrada s' es mejor que la inicial se reemplaza la inicial por la nueva y se vuelve a realizar la búsqueda local a partir de la nueva solución s . Este procedimiento se lleva a cabo hasta que no exista mejora alguna al realizar todos los intercambios posibles entre trabajadores, y se vuelve a explorar una nueva solución generada por el método heurístico.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

Para probar el funcionamiento de los algoritmos propuestos se toma las instancias que autores previos han usado. Las instancias para el problema ALWABP se crean a partir de las instancias existentes para el problema simple SALBP; los diagramas de precedencia se conservan de los problemas originales y en cuanto a los tiempos de ejecución, los tiempos originales se asignan al trabajador número 1 y de los trabajadores adicionales son generadas aleatoriamente a partir de los tiempos originales (Blum & Miralles, 2011). Para más detalle acerca de las familias originales puede consultarse (Scholl, 1976). Existen cuatro familias de instancias denominadas Rozieg, Heskia, Tongue and Wee-Mag y sus características se enlistan en la Tabla 3.

El algoritmo propuesto por cada método se repite por un número determinado de veces y los resultados registrados resultan ser los mejores valores encontrados de todas las repeticiones. Los datos utilizados para resolver el problema son los correspondientes a las 320 instancias usadas por Chaves et al para verificación de su algoritmo propuesto, cada familia contiene 80 instancias y se encuentran agrupadas en 8 conjuntos de 10 instancias (A A Chaves, Miralles, & Lorena, 2007).

Tabla 3. Instancias y sus características

Familia	Tareas N	Estaciones S – Trabajadores W		Order Strength¹
Rozieg	25	4 (grupo 1 – 4)	6 (grupo 5 – 8)	71.67
Heskia	28	4 (grupo 1 – 4)	7 (grupo 5 – 8)	22.49
Tongue	70	10 (grupo 1 – 4)	17 (grupo 5 – 8)	59.42
Wee-Mag	75	11 (grupo 1 – 4)	19 (grupo 5 – 8)	22.67

Los tiempos Infinitos que se presentan en las instancias, se leen de esta manera a través de los programas utilizados para la creación del algoritmo, más adelante se explicará cómo se trató este valor. Se presentarán gráficas de dos grupos (10 instancias) por cada caso de número de trabajadores en cada familia.

¹ Este valor establece en magnitud la complejidad que cada familia posee con las relaciones de precedencia entre sus tareas. (Scholl, 1976)

Para hacer la comparación entre los métodos se utiliza la diferencia entre sus valores en forma de porcentaje a través de la siguiente fórmula de error:

$$\% \text{Diferencia} = \frac{x_{\text{real}} - x_{\text{teórico}}}{x_{\text{teórico}}} \times 100 \quad (18)$$

El valor real será el encontrado por los encontrados por los algoritmos propuestos y el valor teórico serán los obtenidos por el método exacto MP y por el método heurístico IBS propuesto por Blum (Blum & Miralles, 2011).

4.1. Solución Metaheurística

Previo a presentar los resultados obtenidos por el algoritmo se presenta el comportamiento del mismo, el cual se puede observar en la [Figura 5](#) donde cada pico superior de la gráfica representa una asignación de tareas y trabajadores diferente, la que será ingresada en la etapa de mejora, donde el objetivo es minimizar la función objetivo; cada punto es un indicador de mejora, a excepción de los ubicados en los picos, esto nos indica la cantidad de movimientos de mejora que se realiza por cada asignación inicial y al final de cada solución se compara con la anterior y se guarda la mejor encontrada de entre todas las soluciones.

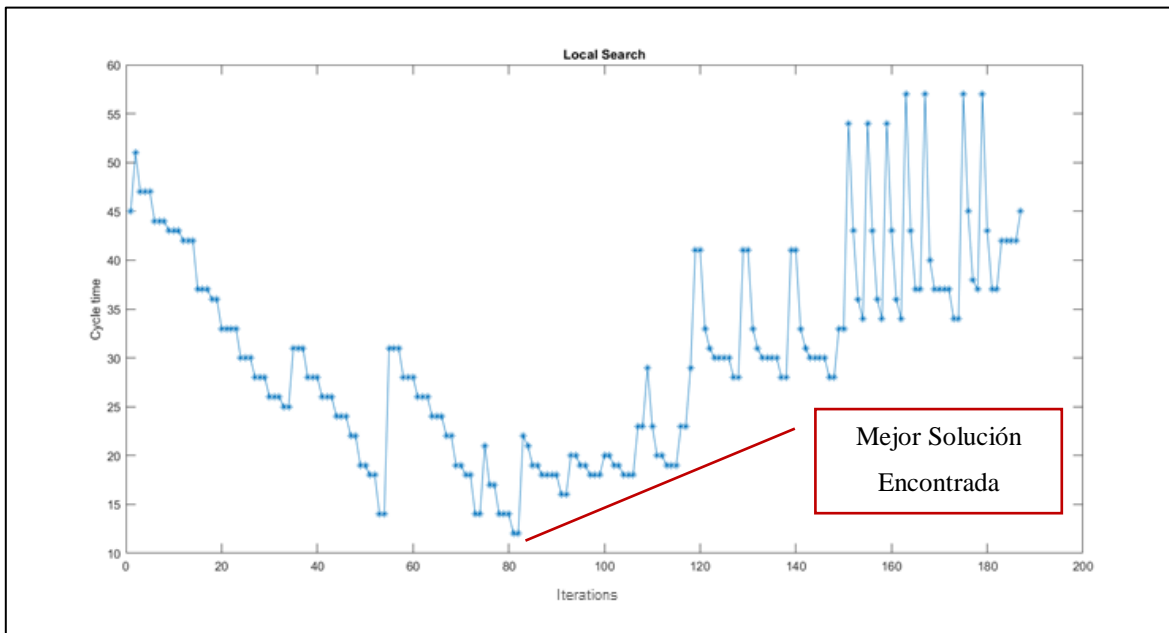


Figura 5. Familia Rozieg Instancia 55, movimientos de mejora, varias soluciones iniciales.

Los resultados de la metaheurística se presentan en el AP A.2 y para el análisis se hace uso de las tablas comparativas de la [Tabla 5](#) a la [Tabla 13](#) y de la [Figura 6](#) a la [Figura 9](#).

La función objetivo en las familias Rozieg y Heskia para los grupos de menor número de estaciones se consigue llegar en la mayoría de las instancias a las soluciones óptimas encontradas por el método MP y las mejores soluciones del IBS; en los grupos de mayor número de estaciones existe un mayor porcentaje de error como se observa en la [Tabla 4](#).

En cuanto a tiempos de ejecución el método IBS es el menor de todos, siguiéndole el método MP y por último el método Metaheurístico; incluso para las familias de menor número de tareas y de menor número de estaciones el algoritmo necesita al menos 10 segundos para resolver un grupo de 10 instancias. Esto se observa en la [Figura 6](#).

Tabla 4. Porcentajes de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Rozieg y Heskia.

	Familia Rozieg		Familia Heskia	
	Metaheurística vs. IBS	Metaheurística vs. MP	Metaheurística vs. IBS	Metaheurística vs. MP
GR1	1.11	1.11	0.80	0.80
GR3	0.73	0.73	0.66	0.66
GR5	4.22	4.22	7.79	7.79
GR7	2.59	2.59	2.59	2.59

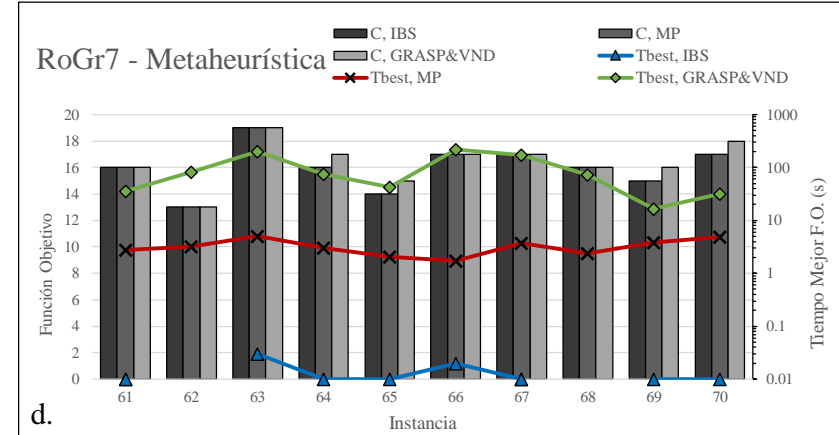
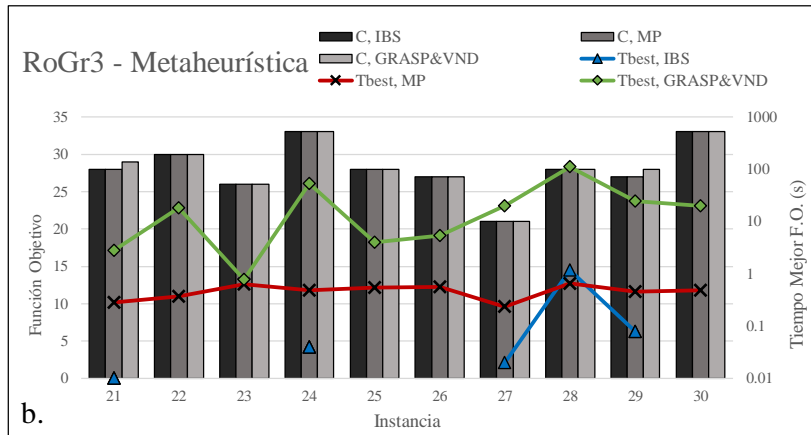
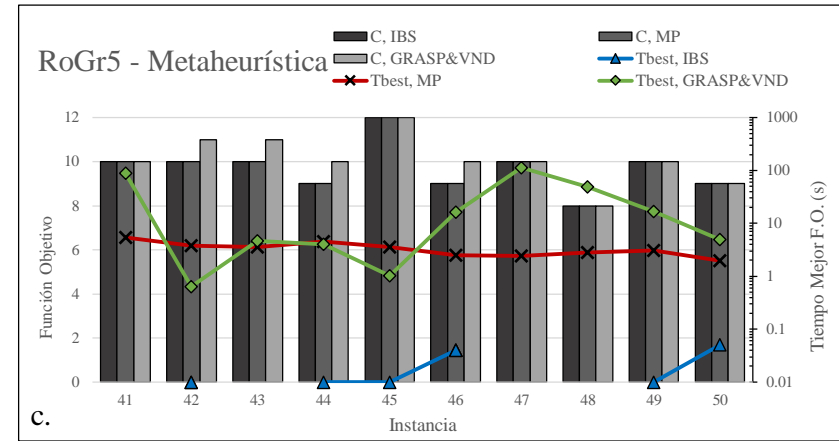
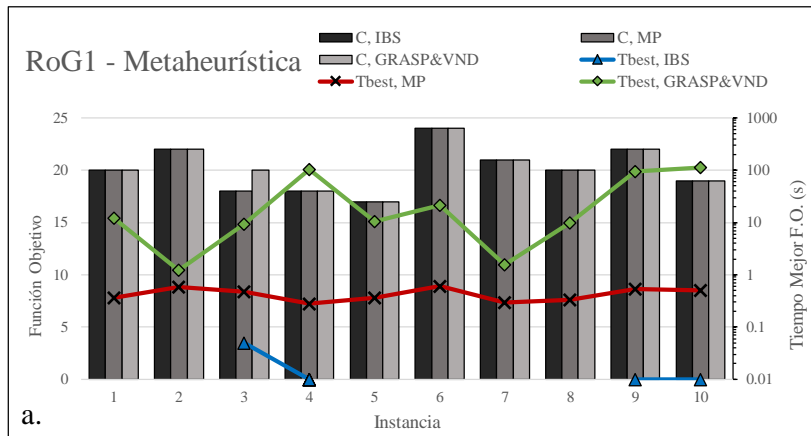


Figura 6. Gráfico comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Rozieg.

a. Grupo 1, b. Grupo 3, c. Grupo 5, d. Grupo 6.

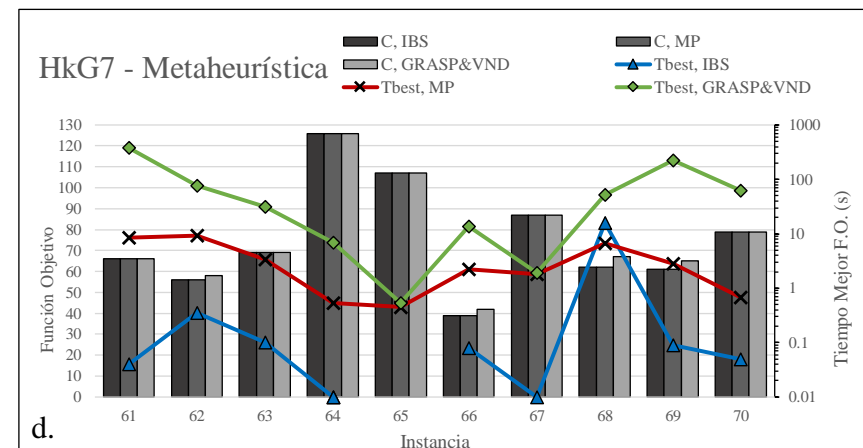
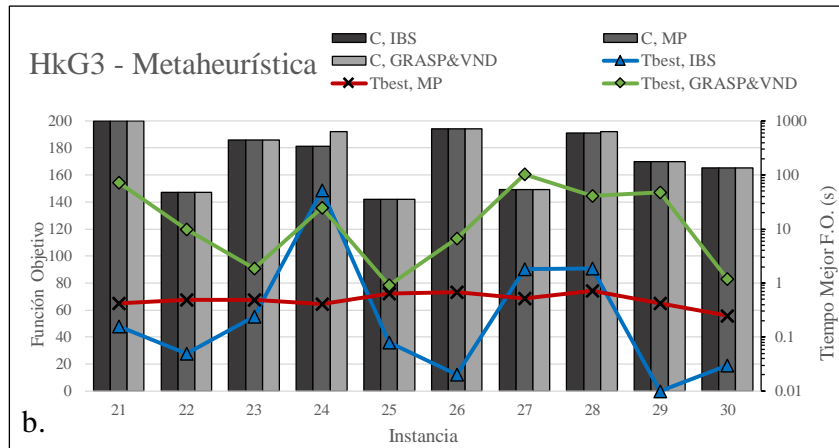
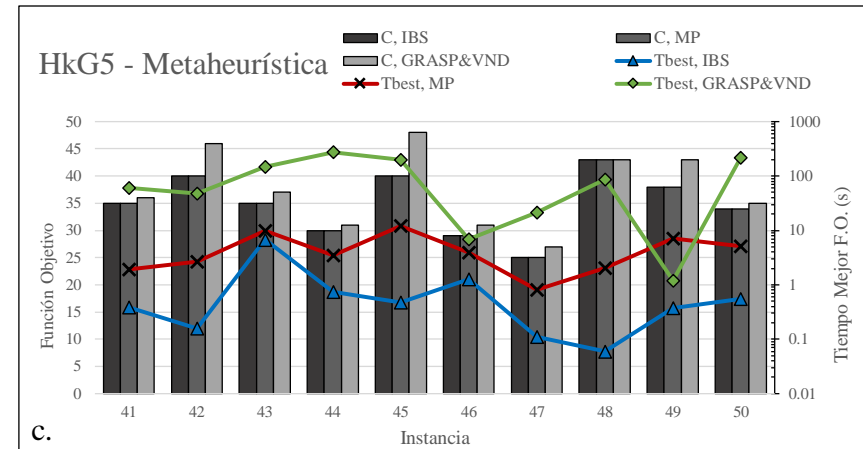
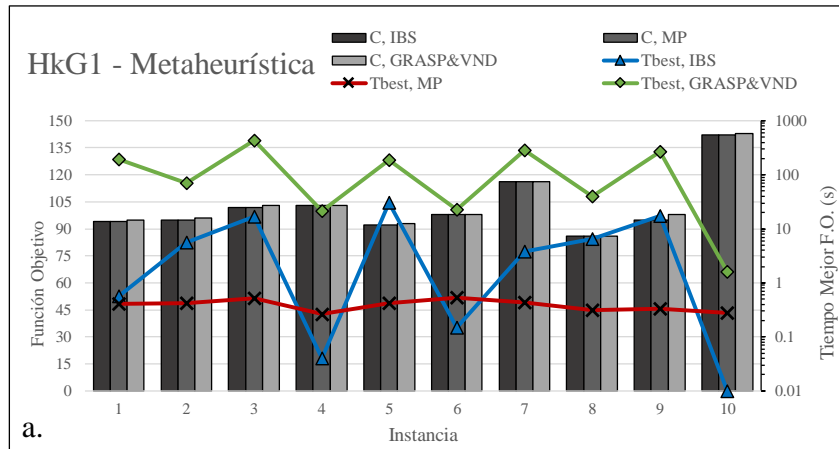


Figura 7. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Heskia.

a. Grupo 1, b. Grupo 3, c. Grupo 5 y d. Grupo 7.

Tabla 5. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Rozieg.

Tarea	FAMILIA ROZIEG					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	20	0	20	0.36	20	12.22
2	22	0	22	0.58	22	1.22
3	18	0.05	18	0.47	20	9.36
4	18	0.01	18	0.28	18	104.02
5	17	0	17	0.36	17	10.53
6	24	0	24	0.61	24	21.47
7	21	0	21	0.30	21	1.55
8	20	0	20	0.33	20	9.86
9	22	0.01	22	0.53	22	95.94
10	19	0.01	19	0.50	19	112.25
	20.1	0.008	20.1	0.43	20.3	37.84
21	28	0.01	28	0.28	29	2.78
22	30	0	30	0.38	30	18.32
23	26	0	26	0.63	26	0.78
24	33	0.04	33	0.48	33	52.38
25	28	0	28	0.55	28	4.03
26	27	0	27	0.56	27	5.34
27	21	0.02	21	0.23	21	19.84
28	28	1.17	28	0.66	28	110.42
29	27	0.08	27	0.45	28	24.3
30	33	0	33	0.48	33	20.02
	28.1	0.132	28.1	0.47	28.30	25.82
41	10	0	10	5.41	10	87.86
42	10	0.01	10	3.75	11	0.64
43	10	0	10	3.58	11	4.63
44	9	0.01	9	4.47	10	3.98
45	12	0.01	12	3.59	12	1.01
46	9	0.04	9	2.50	10	16.24
47	10	0	10	2.44	10	112.96
48	8	0	8	2.78	8	48.18
49	10	0.01	10	3.06	10	16.92
50	9	0.05	9	1.97	9	4.91
	9.7	0.013	9.7	3.35	10.1	29.733

Tabla 6. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Rozieg. (Continuación)

Tarea	FAMILIA ROZIEG					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	16	0.01	16	2.72	16	35.38
62	13	0	13	3.17	13	81.63
63	19	0.03	19	5.06	19	200.66
64	16	0.01	16	2.98	17	74.2
65	14	0.01	14	2.08	15	42.98
66	17	0.02	17	1.72	17	218.13
67	17	0.01	17	3.73	17	171.81
68	16	0	16	2.39	16	71.95
69	15	0.01	15	3.86	16	16.62
70	17	0.01	17	4.81	18	31.99
	16	0.011	16	3.25	16.4	94.535

Tabla 7. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Heskia.

Tarea	FAMILIA HESKIA					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	94	0.57	94	0.41	95	191.59
2	95	5.61	95	0.42	96	69.97
3	102	17.05	102	0.52	103	433.62
4	103	0.04	103	0.27	103	21.31
5	92	30.3	92	0.42	93	187.04
6	98	0.15	98	0.53	98	22.6
7	116	3.83	116	0.44	116	284.53
8	86	6.53	86	0.31	86	39.85
9	95	17.55	95	0.33	98	264.83
10	142	0.01	142	0.28	143	1.61
	102.3	8.16	102.3	0.39	103.1	151.70
21	200	0.16	200	0.42	200	73.08
22	147	0.05	147	0.48	147	9.92
23	186	0.24	186	0.48	186	1.89
24	181	51.99	181	0.41	192	24.49
25	142	0.08	142	0.64	142	0.91
26	194	0.02	194	0.67	194	6.75
27	149	1.83	149	0.52	149	102.46
28	191	1.88	191	0.72	192	41.3
29	170	0.01	170	0.42	170	47.36
30	165	0.03	165	0.25	165	1.2
	172.50	5.63	172.5	0.50	173.70	30.94

Tabla 8. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Heskia. (Continuación)

Tarea	FAMILIA HESKIA					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
41	35	0.39	35	1.92	36	59.97
42	40	0.16	40	2.70	46	48.03
43	35	6.8	35	9.95	37	146.2
44	30	0.74	30	3.47	31	272.4
45	40	0.48	40	12.03	48	196.3
46	29	1.25	29	3.89	31	6.88
47	25	0.11	25	0.81	27	21.12
48	43	0.06	43	2.02	43	87.09
49	38	0.37	38	7.19	43	1.2
50	34	0.55	34	5.17	35	219.18
	34.9	1.09	34.9	4.92	37.7	105.84
61	66	0.04	66	8.48	66	378.41
62	56	0.35	56	9.25	58	76.09
63	69	0.1	69	3.41	69	31.12
64	126	0.01	126	0.53	126	6.99
65	107	0	107	0.45	107	0.54
66	39	0.08	39	2.25	42	13.87
67	87	0.01	87	1.80	87	1.91
68	62	15.92	62	6.73	67	52.5
69	61	0.09	61	2.80	65	221.4
70	79	0.05	79	0.69	79	63
	75.2	1.665	75.2	3.64	76.6	84.583

En las familias Tongue y Wee los valores de la función objetivo en los dos grupos de diferente número de estaciones de todas las instancias usadas para la evaluación, son mayores que los encontrados mediante los métodos IBS y MP.

Los valores de tiempo en los cuales el método encuentra la mejor solución son menores que el método MP y mayores que el método IBS; y aunque esto pueda parecer una característica positiva del método no es considerado así, debido a que, no cumple la función objetivo del problema que es la minimización del tiempo de ciclo.

En la [Tabla 9](#) se representa la diferencia en la función objetivo en forma de porcentaje, en las dos familias los porcentajes de error son mayores que cero siendo el mínimo de 21% aproximadamente en la familia Tongue y el de mayor valor es de 98% aproximadamente en la familia Wee.

Tabla 9. Porcentajes de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Tongue y Wee.

	Familia Tongue		Familia Wee	
	Metaheurística vs. IBS	Metaheurística vs. MP	Metaheurística vs. IBS	Metaheurística vs. MP
GR1	21.62	23.83	45.65	49.32
GR3	17.92	17.73	48.88	54.54
GR5	63.44	25.84	97.58	46.96
GR7	48.18	18.97	94.24	40.80

Tabla 10. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Tongue.

Tarea	FAMILIA TONGUE					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	93	59.22	102	12570.1	109	597.31
2	94	78.9	87	13714.6	108	1056.09
3	106	28.29	100	8211.27	126	420.52
4	112	108.85	115	12951.9	129	2435.75
5	92	149.84	89	14113.5	129	716.98
6	90	98.22	92	13875	115	2265.95
7	95	118.01	94	9497.39	117	1834.04
8	108	77.08	104	12950.2	127	506.79
9	73	107.01	69	6793.38	87	1672.87
10	86	38.39	83	3229.58	105	3435.67
	94.9	86.38	93.5	10790.69	115.2	1494.20
21	171	314	158	13071.3	202	1919.48
22	161	152	171	14170.4	201	1883.07
23	148	86.82	144	2722.06	158	745.14
24	150	47.37	147	11223.1	183	720.03
25	174	146.82	166	14051.1	207	2216.65
26	173	294.77	181	12985.8	209	2469
27	149	159.18	162	12087.9	179	2370.6
28	182	155.39	182	11459.7	196	1685.28
29	189	103.4	190	13200.3	215	2177.12
30	153	43.01	153	10862.3	193	2029.13
	165.00	150.28	165.4	11583.40	194.30	1821.55

Tabla 11. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Tongue. (Continuación)

Tarea	FAMILIA TONGUE					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
41	29	152.17	39	12744.7	53	860.26
42	33	55.75	41	13106.2	54	55.35
43	33	58.99	60	7625.23	52	210.21
44	34	111.64	42	13126.6	54	1654.97
45	31	116.52	36	13114.2	54	42.93
46	38	59.84	41	13620.3	56	171.85
47	32	27.18	38	13185.8	51	392.61
48	35	56.14	43	12881.8	54	3011.19
49	34	74.1	51	13001.8	57	1466.23
50	32	167.47	46	12515	54	873.35
	33.1	87.98	43.7	12492.16	53.9	873.895
61	63	182.58	83	13250.4	86	1800.23
62	68	173.35	91	13033.8	102	1835.69
63	69	156.38	75	13145.8	97	346.36
64	97	0.36	97	1788.06	107	502.46
65	65	67.44	72	13078.8	100	2420.02
66	69	119.62	92	13044.9	92	1080.29
67	52	165.27	68	13213.9	91	1244.04
68	63	148.14	77	13114.4	93	2426.45
69	55	64.34	76	13029.6	95	3513.64
70	63	165.31	88	13250.6	102	4562.98
	66.4	124.279	81.9	11995.03	96.5	1973.216

Tabla 12. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Wee.

Tarea	FAMILIA WEE-MAG					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	28	104.63	27	13551.7	42	8028.99
2	28	93.6	28	13248.9	44	2526.58
3	27	128.2	28	13487.4	40	1626.86
4	33	121.52	33	12783.4	41	2461.62
5	32	121.56	30	13053.4	41	5246.61
6	26	95.21	25	11829.8	42	1980.4
7	27	88.32	27	11260.1	38	2044.48
8	31	90.47	29	13257.8	46	5294.66
9	27	77.7	26	13490.1	40	3913.06
10	28	127.88	27	13240.8	42	5939.93
	28.7	104.91	28	12920.34	41.6	3906.32

Tabla 13. Tabla Comparativa Metaheurística, Método MP e IBS. Familia Wee. (Continuación).

Tarea	FAMILIA WEE-MAG					
	IBS		MP		GRASP & VND	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
21	50	148.2	50	13452.10	78	3982.03
22	48	181.51	48	13172.50	67	4015.70
23	48	189.26	46	13643.40	78	657.23
24	52	148.9	51	11665.90	75	3452.80
25	49	100.96	47	11528.80	75	1261.18
26	47	201.65	48	13800.80	74	7556.95
27	56	154.99	51	13799.50	77	4420.69
28	51	148.64	46	13798.20	77	1923.70
29	45	159.83	45	13396.40	68	867.54
30	55	169.4	50	13664.20	75	1085.81
	50.10	160.33	48.2	13192.18	74.40	2922.36
41	10	80.79	14	13120.9	20	2786.85
42	10	45.08	13	13016.7	19	871.83
43	10	69.97	13	13133.3	21	108.94
44	12	60.5	13	13207.3	20	305.82
45	11	40.45	13	12984	23	4080.81
46	10	45.9	14	13060.6	21	3847.42
47	11	111.83	16	13076.1	22	2629.74
48	10	26.15	12	13159.3	20	9945.26
49	9	52.34	14	12116	18	3096
50	10	37.52	18	11859.9	19	3697.34
	10.3	57.05	14	12873.41	20.3	3137.00
61	16	41.84	22	12469	31	474.61
62	18	71.07	21	12627.9	33	6560.28
63	19	77.46	32	12988.6	35	8510.81
64	17	58.93	23	12726.7	33	785.26
65	18	104.44	27	12958.2	37	5965.05
66	18	82.37	28	12822.2	36	4070.2
67	20	77.79	27	12929	39	338.21
68	15	77.37	25	12841.5	36	2337.36
69	20	44.46	22	12830.6	35	617.02
70	21	77.83	25	12948.7	36	5392.83
	18.2	71.356	25.2	12814.24	35.1	3505.163

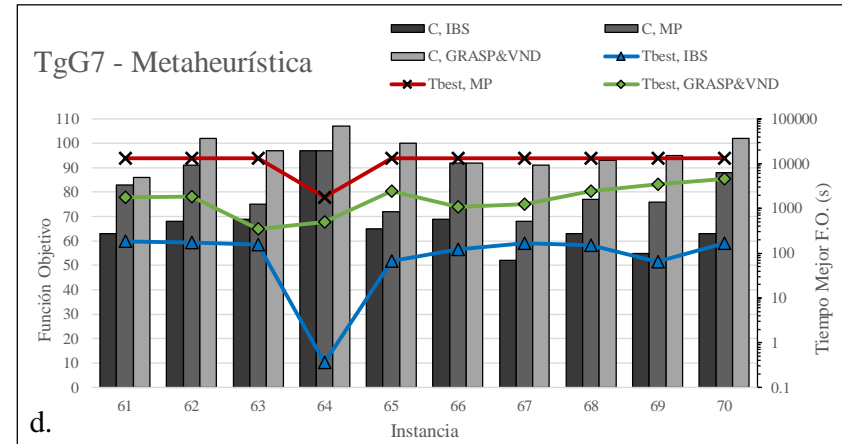
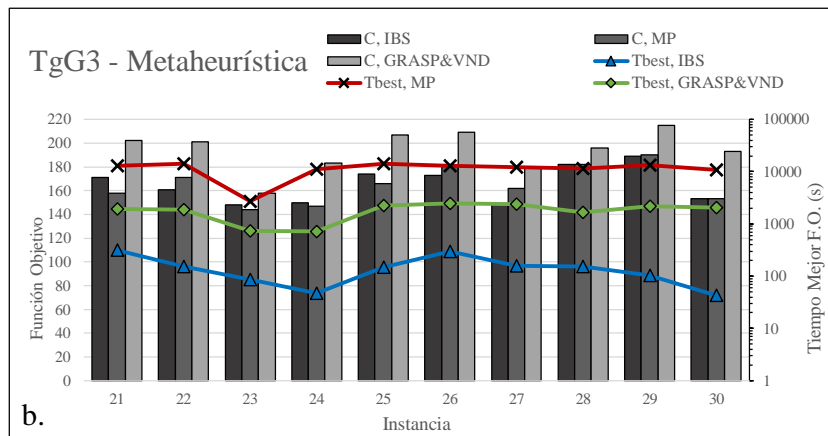
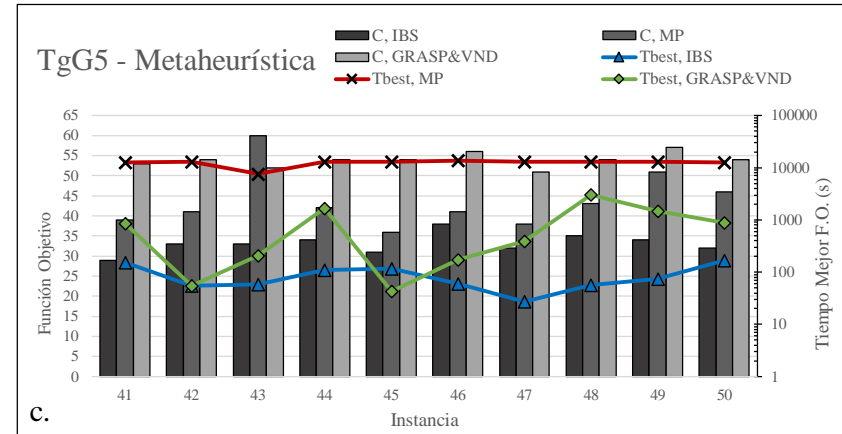
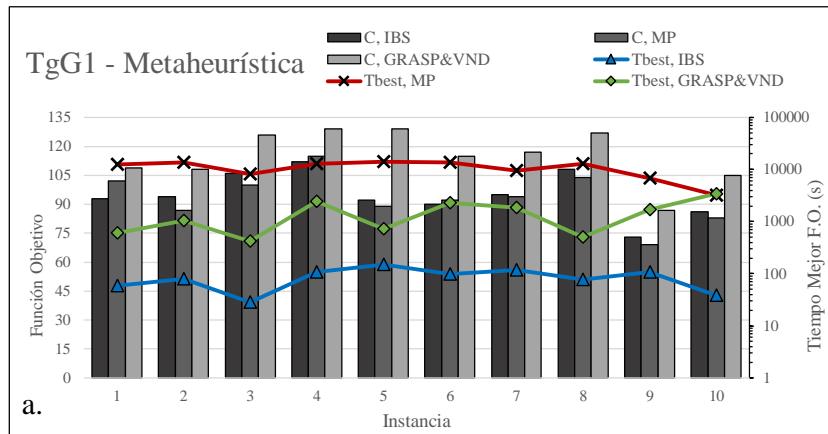


Figura 8. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Tongue.

a. Grupo 1, b. Grupo 3, c. Grupo 5 y d. Grupo 7.

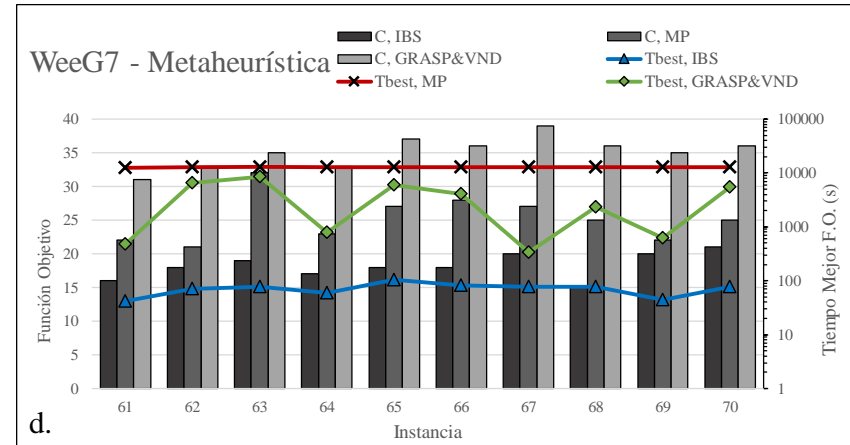
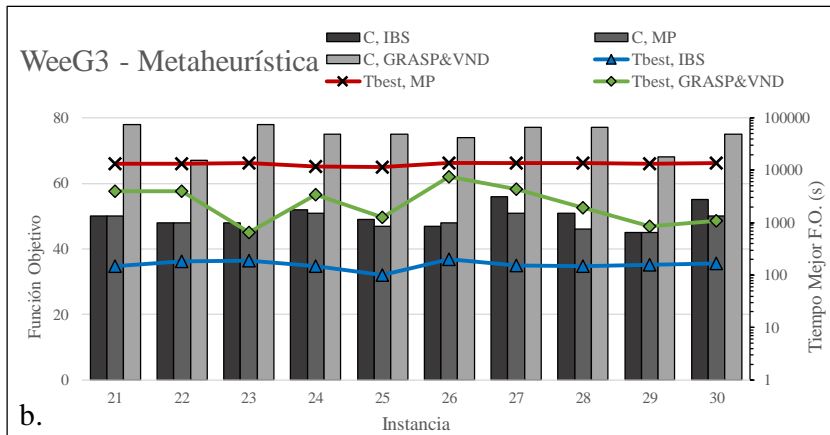
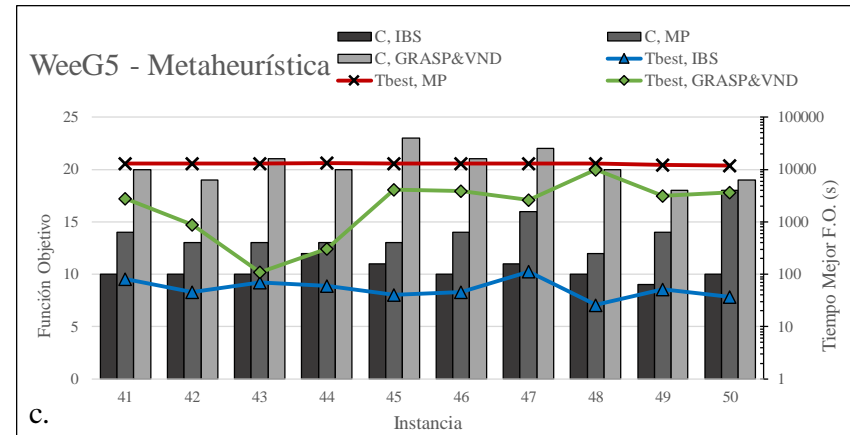
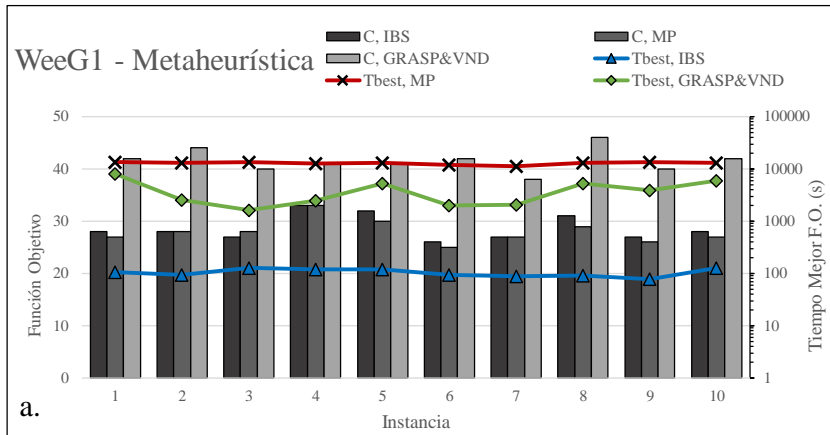


Figura 9. Gráfico Comparativo de resultados Metaheurística, IBS y MP. Familia Wee.

a. Grupo 1, b. Grupo 3, c. Grupo 5 y d. Grupo 7.

Los valores promedio de la Tabla 14 al compararlos con la Tabla 2 y los valores del método IBS del autor Blum et al (Blum & Miralles, 2011) tabulados en A.1 se puede identificar claramente que el método no es asertivo y tiene un desempeño muy bajo respecto a los otros métodos. Por esta razón, se busca otro enfoque que nos pueda acercar más al método exacto y a la metaheurística IBS.

Tabla 14. Valores promedio del método Metaheurístico.

	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
GR1	20.3	37.84	103.1	151.70	115.2	1494.20	41.6	3906.32
GR3	28.30	25.82	173.70	30.94	194.30	1821.55	74.40	2922.36
GR5	10.1	29.73	37.7	105.84	53.9	873.90	20.3	3137.00
GR7	16.4	94.54	76.6	84.58	96.5	1973.22	35.1	3505.16
PROM	18.775	46.983	97.775	93.263	114.975	1540.715	42.850	3367.712

4.2. Solución Matheurística

El tiempo de ejecución total del algoritmo en varias experimentaciones, en especial en las familias más numerosas, resulta ser prolongado con tiempos que sobrepasan los 86400 segundos para culminar un grupo de instancias. Por lo que se limita su tiempo de ejecución a 34200 segundos para cada instancia, registrando el mejor valor encontrado de entre todas las repeticiones.

El movimiento de mejora en este algoritmo tiene el enfoque de *first improvement*, el primer movimiento de mejora es ejecutado y se cambia de vecindad. Los resultados obtenidos se comparan con la metaheurística previa y los métodos IBS y MP. En toda la familia Roziég como se observa en la Tabla 15 y Tabla 16 el método llega a los valores óptimos de la función objetivo que el método exacto encontró; en cuanto a los tiempos de ejecución en esta familia como se visualiza en la Figura 10 y Figura 11, el método tiene mejor desempeño que el método exacto en los grupos de menor número de estaciones, en los grupos de mayor número de estaciones el método se demora en encontrar la mejor solución entre 0 y 40 segundos lo que en promedio supera al método exacto; por último, en todos los grupos el método IBS es el de mejor desempeño. La diferencia entre los grupos de mayor y menor número de estaciones se debe a que, conforme el número de estaciones aumenta el número de combinaciones por explorar se multiplica y el método requiere mayor tiempo para encontrar la mejor solución.

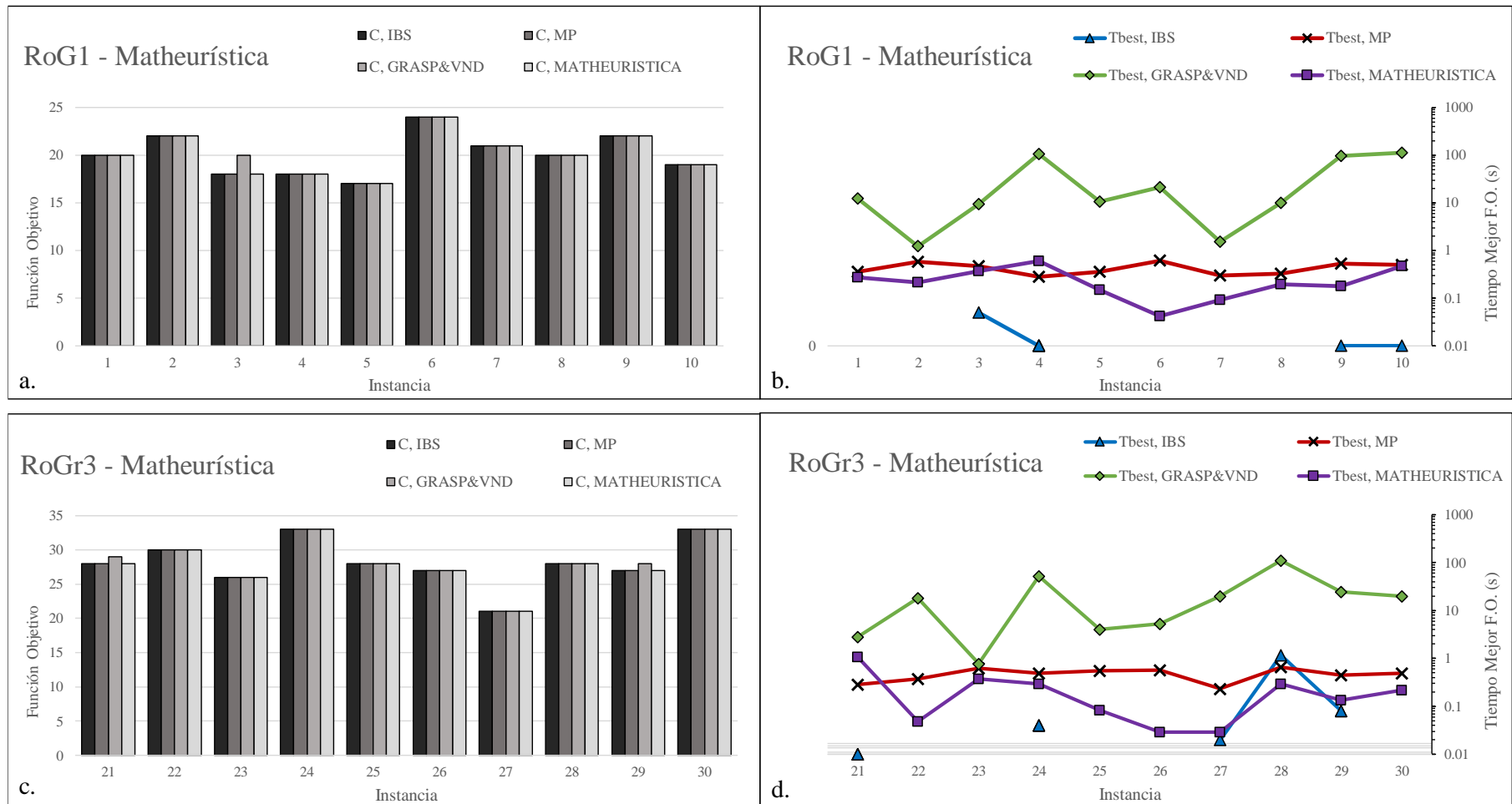


Figura 10. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Rozieg.

a. Función Objetivo Gr 1, b. Tbest Gr1, c. Función Objetivo Gr 3, b. Tbest Gr 3

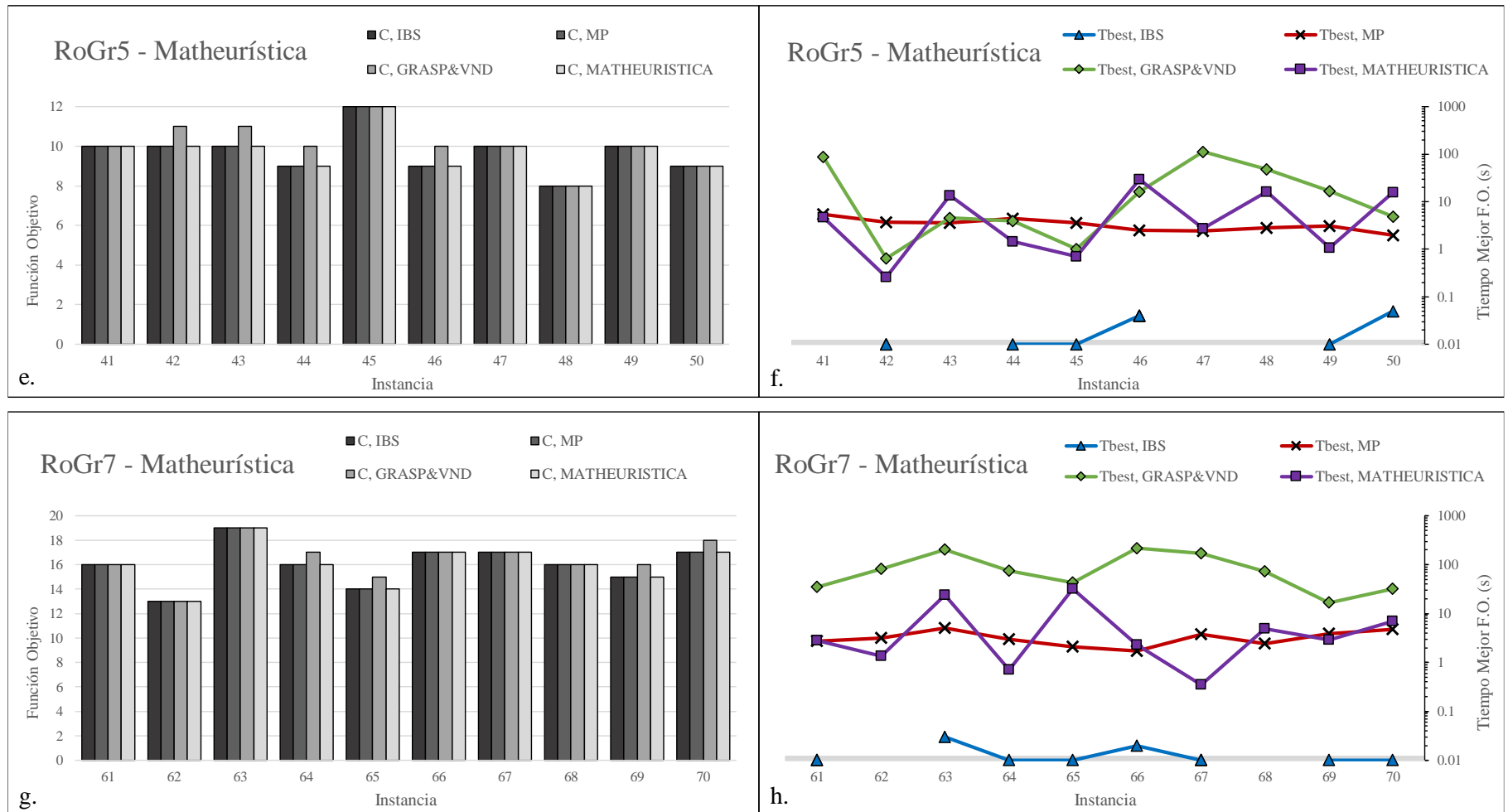


Figura 11. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Rozieg (continuación).

e. Función Objetivo Gr 5, f. Tbest Gr5, g. Función Objetivo Gr 7, h. Tbest Gr 7.

Tabla 15. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Rozieg.

FAMILIA ROZIEG								
Tarea	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	20	0	20	0.36	20	12.22	20	0.269
2	22	0	22	0.58	22	1.22	22	0.213
3	18	0.05	18	0.47	20	9.36	18	0.371
4	18	0.01	18	0.28	18	104.02	18	0.602
5	17	0	17	0.36	17	10.53	17	0.147
6	24	0	24	0.61	24	21.47	24	0.042
7	21	0	21	0.30	21	1.55	21	0.091
8	20	0	20	0.33	20	9.86	20	0.194
9	22	0.01	22	0.53	22	95.94	22	0.176
10	19	0.01	19	0.50	19	112.25	19	0.471
	20.1	0.008	20.1	0.43	20.3	37.84	20.1	0.26
21	28	0.01	28	0.28	29	2.78	28	1.07
22	30	0	30	0.38	30	18.32	30	0.05
23	26	0	26	0.63	26	0.78	26	0.37
24	33	0.04	33	0.48	33	52.38	33	0.29
25	28	0	28	0.55	28	4.03	28	0.08
26	27	0	27	0.56	27	5.34	27	0.03
27	21	0.02	21	0.23	21	19.84	21	0.03
28	28	1.17	28	0.66	28	110.42	28	0.29
29	27	0.08	27	0.45	28	24.3	27	0.14
30	33	0	33	0.48	33	20.02	33	0.22
	28.1	0.132	28.1	0.47	28.30	25.82	28.10	0.26
41	10	0	10	5.41	10	87.86	10	4.71
42	10	0.01	10	3.75	11	0.64	10	0.26
43	10	0	10	3.58	11	4.63	10	13.61
44	9	0.01	9	4.47	10	3.98	9	1.45
45	12	0.01	12	3.59	12	1.01	12	0.71
46	9	0.04	9	2.50	10	16.24	9	29.31
47	10	0	10	2.44	10	112.96	10	2.70
48	8	0	8	2.78	8	48.18	8	16.02
49	10	0.01	10	3.06	10	16.92	10	1.06
50	9	0.05	9	1.97	9	4.91	9	15.58
	9.7	0.013	9.7	3.35	10.1	29.733	9.7	8.54

Tabla 16. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Rozieg. (continuación).

Tarea	FAMILIA ROZIEG							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	16	0.01	16	2.72	16	35.38	16	2.84
62	13	0	13	3.17	13	81.63	13	1.35
63	19	0.03	19	5.06	19	200.66	19	23.76
64	16	0.01	16	2.98	17	74.2	16	0.71
65	14	0.01	14	2.08	15	42.98	14	32.07
66	17	0.02	17	1.72	17	218.13	17	2.31
67	17	0.01	17	3.73	17	171.81	17	0.35
68	16	0	16	2.39	16	71.95	16	4.95
69	15	0.01	15	3.86	16	16.62	15	2.87
70	17	0.01	17	4.81	18	31.99	17	7.01
	16	0.011	16	3.25	16.4	94.535	16	7.82

En la familia Heskia en los grupos de menor número de estaciones el valor de la función objetivo encontrada por el método es igual que la solución óptima encontrada por el método exacto; en cuanto a tiempo de ejecución se asemeja mucho al método MP mejorándolo en ciertas instancias, y en comparación con el método IBS, el método Matheurístico mejora al método Metaheurístico.

En los grupos de mayor número de estaciones usados para la evaluación, se encontró en la instancia 64 una mejora en la función objetivo, pero tres instancias en donde no se encontró la solución óptima encontrada por el método MP, esto puede deberse a que al aplicar movimientos *first improvement* exista alguna combinación de trabajadores que no llegue a ser explorada o el algoritmo cumplió el tiempo límite colocado dejando ciertas soluciones iniciales de asignación de trabajadores sin explorar. En cuanto al tiempo de ejecución en estos grupos, el método Matheurístico no tiene tan buen desempeño como el método IBS o el método MP, se puede observar esto claramente en la [Figura 12](#) y [Figura 13](#).

En la [Tabla 17](#) y [Tabla 18](#) se ha marcado de color rojo el valor de mejora encontrado en la instancia, y de color gris los valores que no superaron ni igualaron a los encontrados por los otros métodos.

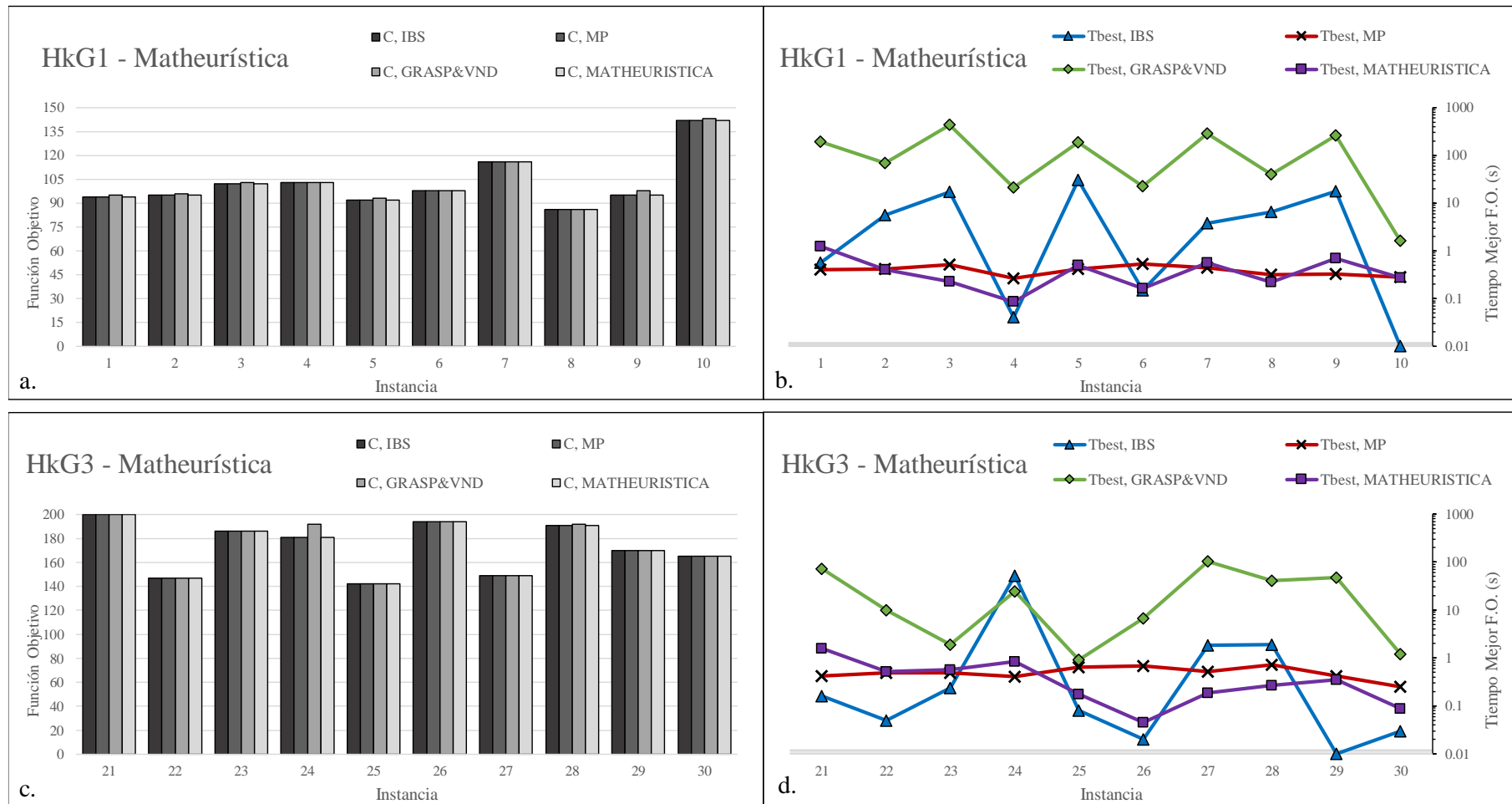


Figura 12. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Heskia.

a. Función Objetivo Gr 1, b. Tbest Gr 1, c. Función Objetivo Gr 3, b. Tbest Gr 3

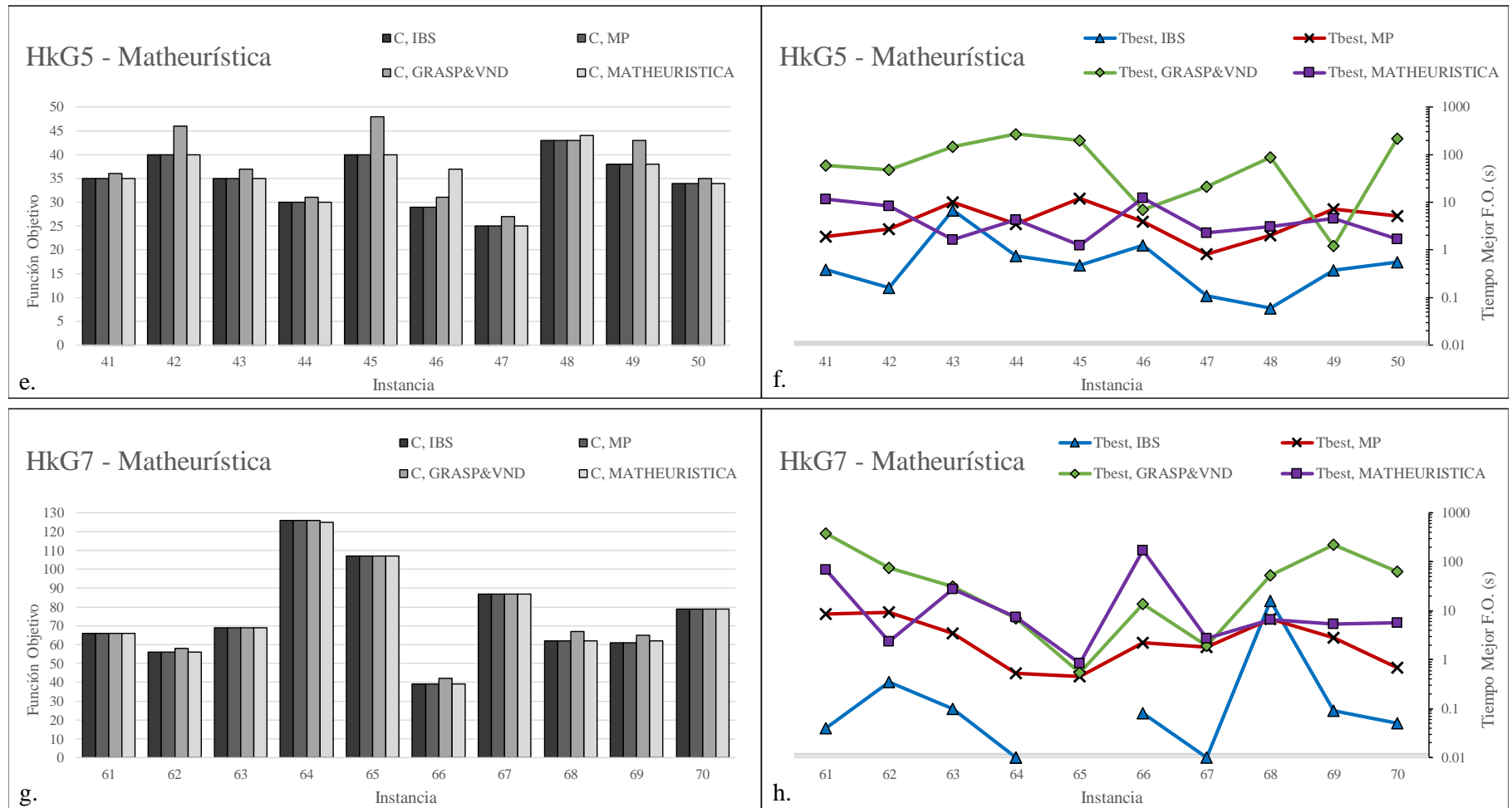


Figura 13. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Heskia (continuación).

e. Función Objetivo Gr 5, f. Tbest Gr 5, g. Función Objetivo Gr 7, h. Tbest Gr 7.

Tabla 17. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Heskia.

Tarea	FAMILIA HESKIA							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	94	0.57	94	0.41	95	191.59	94	1.246
2	95	5.61	95	0.42	96	69.97	95	0.404
3	102	17.05	102	0.52	103	433.62	102	0.225
4	103	0.04	103	0.27	103	21.31	103	0.085
5	92	30.3	92	0.42	93	187.04	92	0.493
6	98	0.15	98	0.53	98	22.6	98	0.162
7	116	3.83	116	0.44	116	284.53	116	0.56
8	86	6.53	86	0.31	86	39.85	86	0.222
9	95	17.55	95	0.33	98	264.83	95	0.704
10	142	0.01	142	0.28	143	1.61	142	0.274
	102.3	8.16	102.3	0.39	103.1	151.70	102.3	0.44
21	200	0.16	200	0.42	200	73.08	200	1.577
22	147	0.05	147	0.48	147	9.92	147	0.518
23	186	0.24	186	0.48	186	1.89	186	0.565
24	181	51.99	181	0.41	192	24.49	181	0.847
25	142	0.08	142	0.64	142	0.91	142	0.176
26	194	0.02	194	0.67	194	6.75	194	0.045
27	149	1.83	149	0.52	149	102.46	149	0.187
28	191	1.88	191	0.72	192	41.3	191	0.265
29	170	0.01	170	0.42	170	47.36	170	0.355
30	165	0.03	165	0.25	165	1.2	165	0.089
	172.50	5.63	172.5	0.50	173.70	30.94	172.50	0.46
41	35	0.39	35	1.92	36	59.97	35	11.514
42	40	0.16	40	2.70	46	48.03	40	8.245
43	35	6.8	35	9.95	37	146.2	35	1.628
44	30	0.74	30	3.47	31	272.4	30	4.351
45	40	0.48	40	12.03	48	196.3	40	1.251
46	29	1.25	29	3.89	31	6.88	37	12.21
47	25	0.11	25	0.81	27	21.12	25	2.273
48	43	0.06	43	2.02	43	87.09	44	3.099
49	38	0.37	38	7.19	43	1.2	38	4.506
50	34	0.55	34	5.17	35	219.18	34	1.709
	34.9	1.09	34.9	4.92	37.7	105.84	35.8	5.08

Tabla 18. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Heskia. (continuación).

Tarea	FAMILIA HESKIA							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	66	0.04	66	8.48	66	378.41	66	68.82
62	56	0.35	56	9.25	58	76.09	56	2.38
63	69	0.1	69	3.41	69	31.12	69	27.81
64	126	0.01	126	0.53	126	6.99	125	7.33
65	107	0	107	0.45	107	0.54	107	0.84
66	39	0.08	39	2.25	42	13.87	39	170.99
67	87	0.01	87	1.80	87	1.91	87	2.69
68	62	15.92	62	6.73	67	52.5	62	6.61
69	61	0.09	61	2.80	65	221.4	62	5.32
70	79	0.05	79	0.69	79	63	79	5.63
	75.2	1.665	75.2	3.64	76.6	84.583	75.2	29.8428

En la familia Tongue el método Matheurístico encuentra mejoras en ciertas instancias de las usadas para la evaluación comparándolas con el método Metaheurístico IBS y el método exacto; para su análisis se hace uso de la Tabla 19. Todos los valores negativos en esta tabla representan una mejora en la función objetivo en comparación con los métodos IBS y MP, mientras que los valores positivos indican que la mejor solución que el método encuentra es mayor que el de los otros dos métodos. Si se observa los valores promedio, este método posee diferencias de valor positivo en todos los grupos respecto al método IBS, lo que indica que en la mayoría de las instancias no ha podido ni igualar ni superar a las soluciones encontradas por los otros métodos o que las diferencias positivas que ciertas instancias poseen tienen valores elevados; el promedio más elevado lo tiene el grupo 7. Referente al método MP el método Matheurístico supera a éste en promedio, en los grupos 5 y 7 registra promedios negativos mientras que en los grupos 1 y 3 tiene aún diferencias positivas de valores pequeños.

Tabla 19. Porcentaje de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Tongue.

GR1		GR3		GR5		GR7	
%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP
-2.15	-10.78	0.00	8.23	13.79	-15.38	25.40	-4.82
0.00	8.05	8.70	2.34	12.12	-9.76	23.53	-7.69
-0.94	5.00	-2.70	0.00	6.06	-41.67	17.39	8.00
-1.79	-4.35	0.67	2.72	23.53	0.00	-1.03	-1.03
2.17	5.62	-0.57	4.22	32.26	13.89	10.77	0.00
1.11	-1.09	-1.73	-6.08	21.05	12.20	14.49	-14.13
2.11	3.19	8.72	0.00	15.63	-2.63	40.38	7.35
-3.70	0.00	-1.65	-1.65	17.14	-4.65	23.81	1.30
0.00	5.80	4.23	3.68	8.82	-27.45	10.91	-19.74
8.14	12.05	0.00	0.00	25.00	-13.04	20.63	-13.64
0.49	2.35	1.57	1.35	17.54	-8.85	18.63	-4.44

En la Tabla 20 y Tabla 21 se ha marcado con varios colores los mejores valores encontrados en cada instancia, cuando no se ha marcado algún valor quiere decir que el método Matheurísticos ha encontrado el mismo valor que los otros métodos.

Si se observa la Figura 14 y Figura 15, es muy fácil detectar la diferencia en el tiempo de ciclo en las figuras del lado izquierdo. Nótese que el método Metaheurístico propuesto en la primera parte de este trabajo siempre es mayor que el método Matheurístico en todas las instancias evaluadas.

En las mismas figuras también se puede evaluar el desempeño del método en esta familia, en los dos grupos 1 y 3 de menor número de estaciones los tiempos en que encuentra la mejor solución se acerca mucho al método IBS, siendo estos dos métodos los que registran valores menores que el método MP y por supuesto el método Metaheurístico.

En los grupos 5 y 7 de mayor número de estaciones el método encuentra sus mejores soluciones en tiempos mayores que el método IBS, pero menores que el método MP.

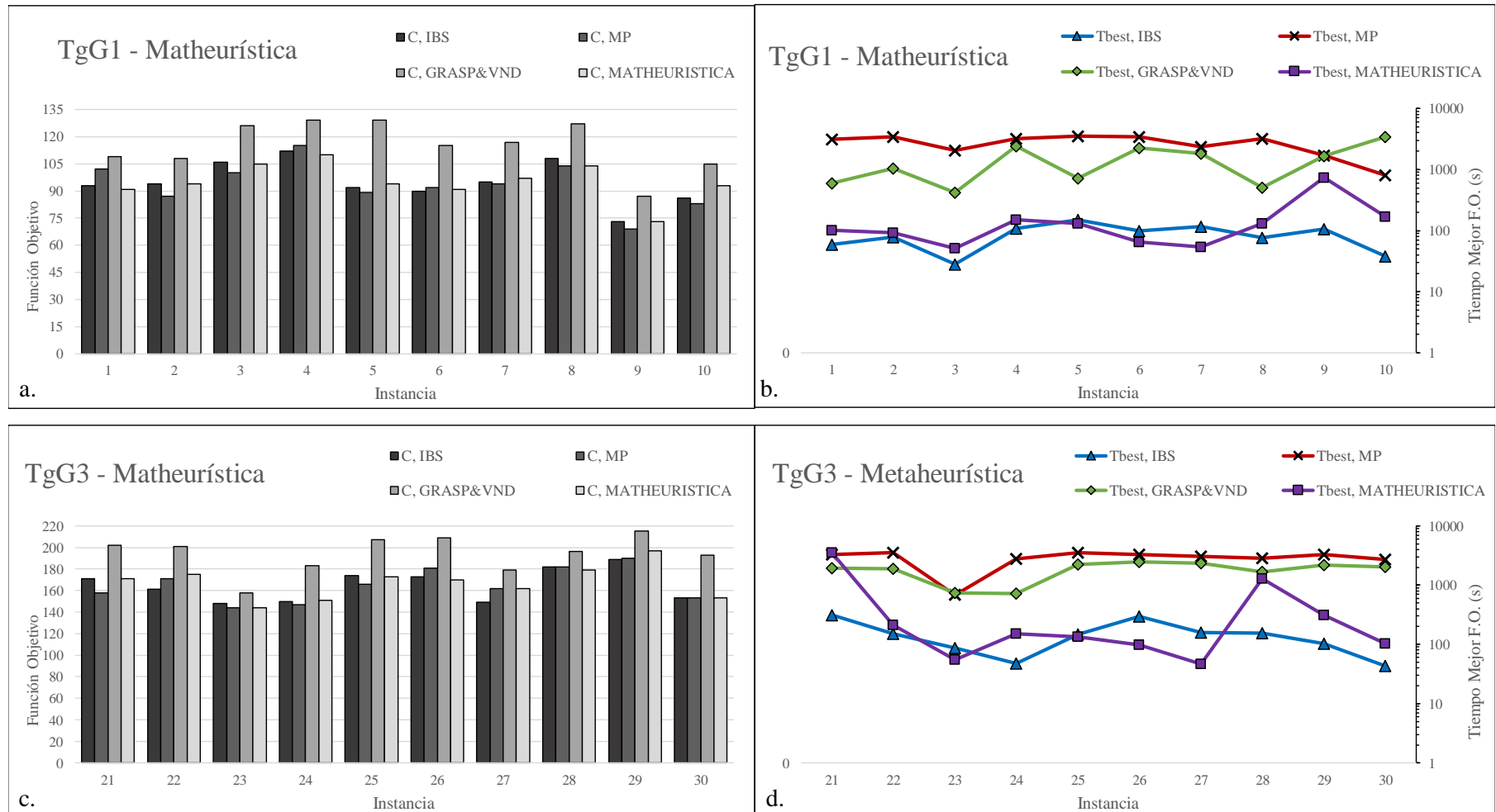


Figura 14. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Tongue.

a. Función Objetivo Gr 1, b. Tbest Gr 1, c. Función Objetivo Gr 3, d. Tbest Gr 3.

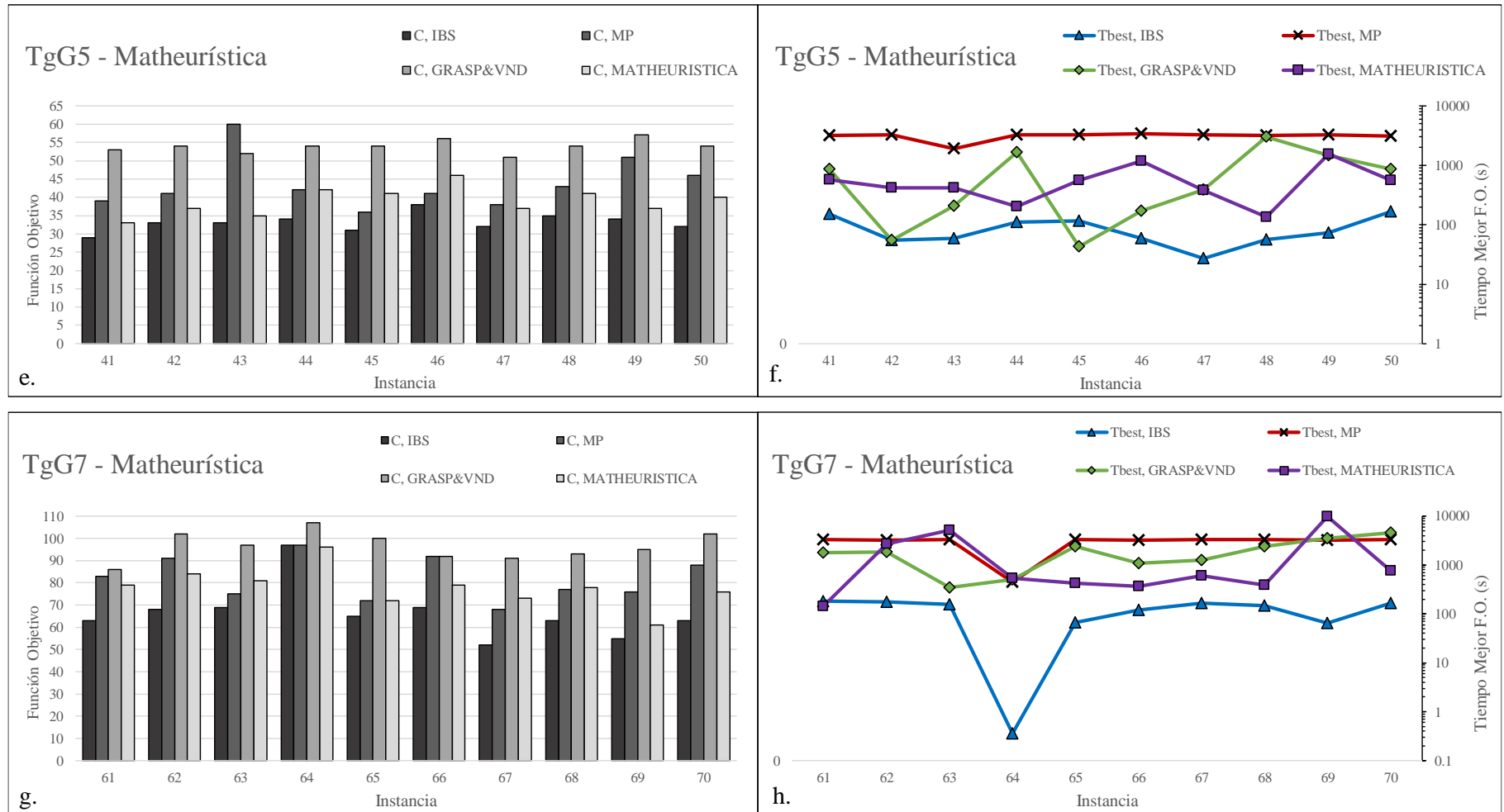


Figura 15. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Tongue (continuación).

e. Función Objetivo Gr 5, f. Tbest Gr 5, g. Función Objetivo Gr 7, h. Tbest Gr 7.

Tabla 20. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Tongue.

FAMILIA TONGUE								
Tarea	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	93	59.22	102	12570.1	109	597.31	91	101.576
2	94	78.9	87	13714.6	108	1056.09	94	92.822
3	106	28.29	100	8211.27	126	420.52	105	51.276
4	112	108.85	115	12951.9	129	2435.75	110	149.463
5	92	149.84	89	14113.5	129	716.98	94	130.922
6	90	98.22	92	13875	115	2265.95	91	65.541
7	95	118.01	94	9497.39	117	1834.04	97	53.473
8	108	77.08	104	12950.2	127	506.79	104	131.975
9	73	107.01	69	6793.38	87	1672.87	73	740.127
10	86	38.39	83	3229.58	105	3435.67	93	167.767
	94.9	86.38	93.5	10790.69	115.2	1494.20	95.2	168.49
21	171	314	158	13071.3	202	1919.48	171	3533.824
22	161	152	171	14170.4	201	1883.07	175	213.059
23	148	86.82	144	2722.06	158	745.14	144	54.772
24	150	47.37	147	11223.1	183	720.03	151	152.567
25	174	146.82	166	14051.1	207	2216.65	173	133.175
26	173	294.77	181	12985.8	209	2469	170	97.295
27	149	159.18	162	12087.9	179	2370.6	162	46.557
28	182	155.39	182	11459.7	196	1685.28	179	1285.226
29	189	103.4	190	13200.3	215	2177.12	197	312.737
30	153	43.01	153	10862.3	193	2029.13	153	102.545
	165.00	150.28	165.4	11583.40	194.30	1821.55	167.50	593.18
41	29	152.17	39	12744.7	53	860.26	33	578.52
42	33	55.75	41	13106.2	54	55.35	37	420.89
43	33	58.99	60	7625.23	52	210.21	35	421.30
44	34	111.64	42	13126.6	54	1654.97	42	200.88
45	31	116.52	36	13114.2	54	42.93	41	564.34
46	38	59.84	41	13620.3	56	171.85	46	1195.28
47	32	27.18	38	13185.8	51	392.61	37	383.24
48	35	56.14	43	12881.8	54	3011.19	41	135.61
49	34	74.1	51	13001.8	57	1466.23	37	1555.73
50	32	167.47	46	12515	54	873.35	40	561.40
	33.1	87.98	43.7	12492.16	53.9	873.895	38.9	601.72

Tabla 21. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Tongue. (continuación).

Tarea	FAMILIA TONGUE							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	63	182.58	83	13250.4	86	1800.23	79	144.78
62	68	173.35	91	13033.8	102	1835.69	84	2674.16
63	69	156.38	75	13145.8	97	346.36	81	5111.79
64	97	0.36	97	1788.06	107	502.46	96	541.68
65	65	67.44	72	13078.8	100	2420.02	72	420.94
66	69	119.62	92	13044.9	92	1080.29	79	366.51
67	52	165.27	68	13213.9	91	1244.04	73	599.04
68	63	148.14	77	13114.4	93	2426.45	78	384.35
69	55	64.34	76	13029.6	95	3513.64	61	9795.77
70	63	165.31	88	13250.6	102	4562.98	76	773.80
	66.4	124.279	81.9	11995.03	96.5	1973.216	77.9	2081.28

En la familia Wee el método Matheurístico en los grupos 1 y 3, que corresponden a los de menor número de estaciones, encuentra mejores valores de tiempo de ciclo que los otros métodos IBS y MP. En la [Tabla 22](#) se puede observar todas las diferencias con signo negativo que el método Matheurístico registra con sus resultados, al compararlo con el método IBS en promedio la Matheurística registra un 5% de mejora en el grupo 1 y un 3.5% aproximadamente en el grupo 3; al compararlo con el método MP en promedio la Matheurística registra un 3% aproximadamente de mejora en el grupo 1 y un 0.07% de deterioro para el grupo 3.

En la [Figura 16](#) se puede observar los tiempos en los cuales el método encuentra su mejor solución, en muchas instancias estos son mayores que el método IBS mientras que en otras se acercan y en todas las instancias evaluadas son menores que el método MP.

En los grupos 5 y 7 que corresponden a los de mayor número de estaciones el método no encuentra mejoras en el tiempo de ciclo comparado con los valores del método IBS, sin embargo, comparado con los valores encontrados por el método MP éste si registra mejores valores de tiempo de ciclo. En promedio el método registra aproximadamente 18% de diferencia con el método IBS y entre 12% y 14% de mejora aproximadamente para cada grupo respectivamente con el método MP. Ver [Tabla 22](#).

Tabla 22. Porcentaje de diferencia en el tiempo de ciclo. Familia Wee.

GR1		GR3		GR5		GR7	
%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP	%Diferencia. IBS	%Diferencia. MP
-3.57	0.00	-4.00	-4.00	20.00	-14.29	18.75	-13.64
-10.71	-10.71	4.17	4.17	10.00	-15.38	11.11	-4.76
0.00	-3.57	0.00	4.35	20.00	-7.69	15.79	-31.25
-3.03	-3.03	-5.77	-3.92	8.33	0.00	17.65	-13.04
-6.25	0.00	-6.12	-2.13	9.09	-7.69	27.78	-14.81
0.00	4.00	8.51	6.25	10.00	-21.43	22.22	-21.43
-7.41	-7.41	-12.50	-3.92	27.27	-12.50	20.00	-11.11
-9.68	-3.45	-7.84	2.17	20.00	0.00	20.00	-28.00
-7.41	-3.85	-2.22	-2.22	33.33	-14.29	15.00	4.55
-3.57	0.00	-9.09	0.00	20.00	-33.33	9.52	-8.00
-5.16	-2.80	-3.49	0.07	17.80	-12.66	17.78	-14.15

En cuanto a los tiempos de ejecución en los dos grupos, el método encuentra sus mejores soluciones en valores de tiempo mayores o iguales a los del método IBS y en todas las instancias valores de tiempo menores que el método MP. Esto se puede observar en la Figura 17 literal f y h.

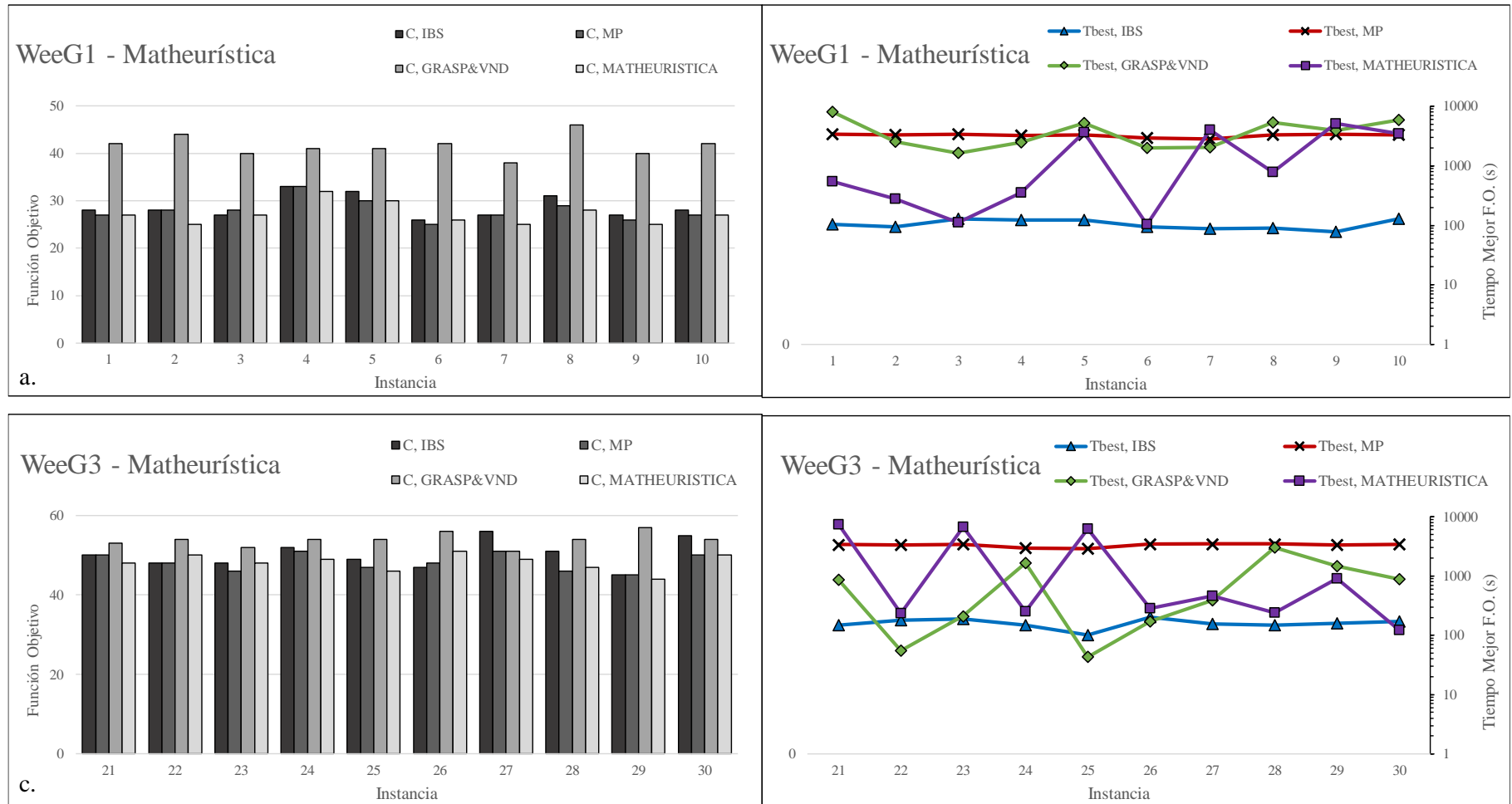


Figura 16. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Wee.

a. Función Objetivo Gr 1, b. Tbest Gr 1, c. Función Objetivo Gr 3, d. Tbest Gr 3.

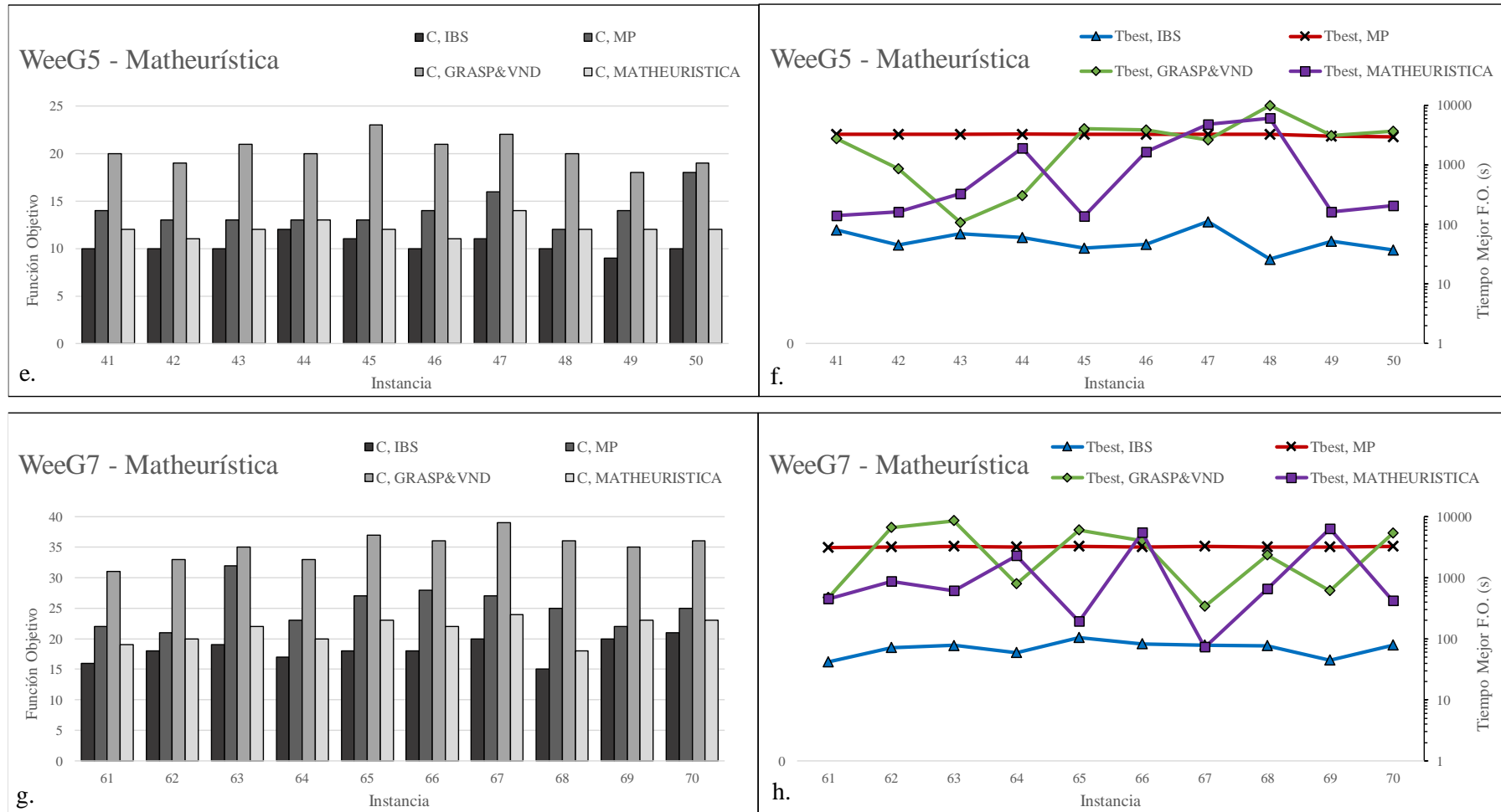


Figura 17. Gráfico Comparativo de resultados Matheurística y métodos previos F. Wee. (continuación)

e. Función Objetivo Gr 1, f. Tbest Gr 1, g. Función Objetivo Gr 3, h. Tbest Gr 3.

Tabla 23. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Wee.

Tarea	FAMILIA WEE-MAG							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	28	104.63	27	13551.7	42	8028.99	27	540.16
2	28	93.6	28	13248.9	44	2526.58	25	280.84
3	27	128.2	28	13487.4	40	1626.86	27	110.34
4	33	121.52	33	12783.4	41	2461.62	32	351.34
5	32	121.56	30	13053.4	41	5246.61	30	3622.82
6	26	95.21	25	11829.8	42	1980.4	26	103.12
7	27	88.32	27	11260.1	38	2044.48	25	4043.05
8	31	90.47	29	13257.8	46	5294.66	28	775.27
9	27	77.7	26	13490.1	40	3913.06	25	5133.06
10	28	127.88	27	13240.8	42	5939.93	27	3500.87
	28.7	104.91	28	12920.34	41.6	3906.32	27.2	1846.09
21	50	148.2	50	13452.10	53	860.26	48	7422.56
22	48	181.51	48	13172.50	54	55.35	50	231.82
23	48	189.26	46	13643.40	52	210.21	48	6633.19
24	52	148.9	51	11665.90	54	1654.97	49	252.46
25	49	100.96	47	11528.80	54	42.93	46	6228.70
26	47	201.65	48	13800.80	56	171.85	51	281.56
27	56	154.99	51	13799.50	51	392.61	49	460.02
28	51	148.64	46	13798.20	54	3011.19	47	242.46
29	45	159.83	45	13396.40	57	1466.23	44	897.01
30	55	169.4	50	13664.20	54	873.35	50	122.80
	50.10	160.33	48.2	13192.18	53.90	873.90	48.20	2277.26
41	10	80.79	14	13120.9	20	2786.85	12	139.607
42	10	45.08	13	13016.7	19	871.83	11	161.956
43	10	69.97	13	13133.3	21	108.94	12	329.266
44	12	60.5	13	13207.3	20	305.82	13	1907.008
45	11	40.45	13	12984	23	4080.81	12	136.557
46	10	45.9	14	13060.6	21	3847.42	11	1677.605
47	11	111.83	16	13076.1	22	2629.74	14	4766.78
48	10	26.15	12	13159.3	20	9945.26	12	6074.435
49	9	52.34	14	12116	18	3096	12	162.917
50	10	37.52	18	11859.9	19	3697.34	12	207.604
	10.3	57.05	14	12873.41	20.3	3137.00	12.1	1556.37

Tabla 24. Tabla comparativa Matheurística y métodos previos. Familia Wee. (continuación).

Tarea	FAMILIA WEE-MAG							
	IBS		MP		GRASP & VND		MATHEURISTICA	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	16	41.84	22	12469	31	474.61	19	448.15
62	18	71.07	21	12627.9	33	6560.28	20	870.22
63	19	77.46	32	12988.6	35	8510.81	22	615.73
64	17	58.93	23	12726.7	33	785.26	20	2264.14
65	18	104.44	27	12958.2	37	5965.05	23	192.06
66	18	82.37	28	12822.2	36	4070.2	22	5462.42
67	20	77.79	27	12929	39	338.21	24	72.27
68	15	77.37	25	12841.5	36	2337.36	18	650.95
69	20	44.46	22	12830.6	35	617.02	23	6360.66
70	21	77.83	25	12948.7	36	5392.83	23	417.85
	18.2	71.356	25.2	12814.24	35.1	3505.163	21.4	1735.45

Para finalizar se presenta en la [Tabla 25](#) con los valores promedio encontrados por el método para el grupo y familia correspondiente. Al observar en la [Tabla 26](#) los porcentajes de diferencia con los resultados del método MP, en promedio el algoritmo propuesto encuentra valores iguales o menores en todas las familias a excepción de la familia Heskia donde se registró un aumento en el grupo 5. Este aumento puede deberse a la limitación de tiempo que se coloca en el algoritmo para su ejecución total, al dar por finalizado el programa pudieron existir soluciones iniciales generadas que no pudieron ser evaluadas por CPLEX ni se realizó en ellas la búsqueda local.

Tabla 25. Valores promedio del Método Matheurístico.

	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
GR1	20.1	0.26	102.3	0.44	95.2	168.49	27.2	1846.09
GR3	28.10	0.26	172.50	0.46	167.50	593.18	48.20	2277.26
GR5	9.7	8.54	35.8	5.08	38.9	601.718	12.1	1556.37
GR7	16	7.82	75.2	29.84	77.9	2081.28	21.4	1735.445
PROM	18.475	4.219	96.450	8.955	94.875	861.168	27.225	1853.791

Tabla 26. Diferencia en valores promedio Matheurística vs. Otros métodos de grupos analizados.

	Familia Rozieg		Familia Heskia		Familia Tongue		Familia Wee	
	Matheur. vs. IBS	Matheur. vs. MP	Matheur. vs. IBS	Matheur. vs. MP	Matheur. vs. IBS	Matheur. vs. MP	Matheur. vs. IBS	Matheur. vs. MP
GR1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	2.35	-5.16	-2.80
GR3	0.00	0.00	0.00	0.00	1.57	1.35	-3.49	0.07
GR5	0.00	0.00	2.99	2.99	17.54	-8.85	17.80	-12.66
GR7	0.00	0.00	0.08	0.08	18.63	-4.44	17.78	-14.15

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Tras haber obtenido, analizado y comparado los cuatro métodos que se han utilizado para la resolución del problema ALWABP – 2, IBS, MP, Metaheurística GRASP, Matheurística, se puede concluir que de los dos algoritmos propuestos en este trabajo el modelo Matheurístico es el que se desempeña de manera eficiente y competitiva frente a otros métodos.

Observando los valores promedios de los tiempos de ciclo en las familias como la Rozieg y Heskia el modelo Matheurístico encuentra los valores óptimos ya que son los mismos resultados que aquellos del método exacto.

En las familias Tongue y Wee no se posee un registro de la solución óptima ya que el método exacto no ha podido determinarlo en tiempos prolongados de tiempos de ejecución, lo que nos lleva a buscar métodos aproximados. Los valores que el algoritmo propuesto en este trabajo ha encontrado no son valores óptimos del problema original ALWABP – 2, pero si podemos estar seguros de que el subproblema de asignación de tareas a estaciones SALBP – 2 es resuelto encontrando su valor óptimo; todas las soluciones que se han evaluado han sido resueltas en su totalidad por CPLEX. La relajación del problema original a su versión más simple nos permite encontrar soluciones óptimas dada una cierta asignación de trabajadores. El trabajo del algoritmo se enfoca en escoger de entre los miles de posibilidades de asignaciones de trabajadores, una que nos permite llegar de manera más rápida a la mejor solución que pueda ser encontrada.

En las dos familias se observan las tres posibilidades de respuestas: la que mejore resultados previos, la que iguale resultados previos y la que no muestre mejora frente a resultados previos.

La primera y segunda posibilidad demuestra la eficiencia del método frente a otros usados previamente, lo cual si se obtuvo en muchas de las instancias evaluadas y que se pueden comprobar a través de los porcentajes de diferencia entre los valores individuales como los valores promedio de cada grupo en estas familias; y la tercera posibilidad que también se observó en los resultados mostrados demuestra que el algoritmo propuesto en este trabajo requiere de afinamiento ya que en su tiempo de ejecución no ha tenido la posibilidad de mejorar o igualar a los otros métodos.

Sin duda, el combinar un método exacto que nos permite asegurar una solución óptima a un problema modelado matemáticamente y un método heurístico que nos permita aproximarnos con mayor facilidad a una solución factible, resulta conveniente para tomar ventaja de los beneficios que posee cada método y aprovecharnos de ellos para encontrar una solución factible y de calidad.

El algoritmo propuesto no solo demuestra que puede encontrar soluciones factibles para nuestro problema, sino que puede ser superior en cuanto a función objetivo y tiempo frente a un método metaheurístico como el IBS, el cual ha sido el de mejor desempeño frente a otras metaheurísticas como CS, TB, HGA usadas para resolver el mismo problema.

Por último, como trabajo futuro se puede realizar varias modificaciones a los algoritmos propuestos que permitan afinar estos, algunas de las sugerencias son:

- Convertir la metaheurística GRASP simple en el algoritmo *Matheurístico* en una metaheurística GRASP reactiva, guardar en una memoria todos los valores de alfa, que hayan permitido tener una solución de alta calidad y con esta información crear los siguientes conjuntos de soluciones factibles. El valor de alfa deja de ser escogido de forma aleatoria al cien por ciento.
- Para el algoritmo *Matheurístico*, se requiere remover la limitante del tiempo del algoritmo o evaluar las soluciones iniciales de asignación de trabajadores que no fueron evaluadas para remover aquellas que sean iguales a las evaluadas dentro del procedimiento de intercambio de trabajadores. Otra opción podría ser reducir el número de soluciones iniciales o evaluar aquellas que podríamos describir como soluciones buenas.
- En el algoritmo metaheurístico se podría buscar otro criterio miope para realizar la asignación de tareas a estaciones como por ejemplo tiempos de ejecución.
- En el algoritmo metaheurístico también se puede variar el método en la fase de mejora, se podría usar un método VNS básico o BVNS que se basa en escoger aleatoriamente un punto que pertenece a una vecindad dada, y se hace uso de una estrategia de búsqueda local para realizar una mejora.

Sería posible también aplicar estos algoritmos a otros tipos de problemas, como el tipo I, donde se fija el tiempo de ciclo y se intenta minimizar el número de estaciones, esto sería aplicable para

líneas de ensamblaje que se requieran diseñar antes de ser implementadas. El tipo E y F también podría ser motivo de estudio con estos algoritmos.

Otro trabajo futuro podría centrarse en aplicar algoritmos matheurísticos a problemas con funciones multi-objetivo, en donde se fijan varias funciones objetivos para el mismo problema; dado estos resultados sería posible encontrar mejores soluciones al trabajar con cierto número de variables, ya que esa es la principal desventaja de los métodos exactos la deficiencia del método ante el aumento del número de variables.

APÉNDICE A. Tablas de Resultados

AP A.1. Solución Exacta

SOLUCION EXACTA, TIEMPO LIMITE = 3600 SEG.								
Tarea	Roziég		Heskia		Tongue		Wee	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
1	20	0.09	94	0.10	102	3142.53	27	3387.93
2	22	0.14	95	0.11	87	3428.65	28	3312.23
3	18	0.12	102	0.13	100	2052.82	28	3371.85
4	18	0.07	103	0.07	115	3237.98	33	3195.85
5	17	0.09	92	0.11	89	3528.38	30	3263.35
6	24	0.15	98	0.13	92	3468.75	25	2957.45
7	21	0.07	116	0.11	94	2374.35	27	2815.03
8	20	0.08	86	0.08	104	3237.55	29	3314.45
9	22	0.13	95	0.08	69	1698.35	26	3372.53
10	19	0.13	142	0.07	83	807.40	27	3310.20
	20.1	0.11	102.3	0.10	93.5	2697.67	28	3230.09
11	30	0.07	169	0.13	110	788.04	32	3421.93
12	27	0.13	107	0.14	108	3516.55	32	3430.73
13	76	0.03	108	0.05	117	2919.85	34	3397.80
14	25	0.07	96	0.11	93	3447.50	34	3284.63
15	26	0.08	130	0.09	89	903.76	33	3428.88
16	22	0.07	117	0.15	100	2214.58	32	2977.75
17	22	0.16	146	0.07	120	936.75	31	3040.70
18	20	0.09	132	0.11	112	1122.33	36	3165.70
19	27	0.07	101	0.09	126	3538.43	34	3354.28
20	40	0.08	120	0.16	113	1546.59	36	3364.53
	31.5	0.09	122.6	0.11	108.8	2093.44	33.4	3286.69
21	28	0.07	200	0.11	158	3267.83	50	3363.03
22	30	0.09	147	0.12	171	3542.60	48	3293.13
23	26	0.16	186	0.12	144	680.52	46	3410.85
24	33	0.12	181	0.10	147	2805.78	51	2916.48
25	28	0.14	142	0.16	166	3512.78	47	2882.20
26	27	0.14	194	0.17	181	3246.45	48	3450.20
27	21	0.06	149	0.13	162	3021.98	51	3449.88
28	28	0.16	191	0.18	182	2864.93	46	3449.55
29	27	0.11	170	0.11	190	3300.08	45	3349.10
30	33	0.12	165	0.06	153	2715.58	50	3416.05
	28.1	0.12	172.5	0.13	165.4	2895.85	48.2	3298.05

Task	Rozieg		Heskia		Tongue		Wee	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
31	31	0.14	204	0.11	171	3517.2	49	3433.98
32	29	0.09	147	0.05	180	3217.2	44	3458.58
33	32	0.15	211	0.14	169	2537.5	54	3354.53
34	27	0.14	127	0.08	172	929.0	60	3052.20
35	27	0.09	181	0.10	146	918.2	52	3153.28
36	29	0.06	179	0.10	163	2610.3	47	3146.50
37	27	0.07	191	0.12	166	2846.9	38	3416.85
38	28	0.15	152	0.14	153	3177.6	47	3402.60
39	21	0.06	167	0.07	180	3185.8	48	3287.13
40	29	0.14	153	0.27	159	3401.5	39	3335.20
	28	0.11	171.2	0.12	165.9	2634.11	47.8	3304.08

41	10	1.35	35	0.48	39	3186.18	14	3280.23
42	10	0.94	40	0.68	41	3276.55	13	3254.18
43	10	0.89	35	2.49	60	1906.31	13	3283.33
44	9	1.12	30	0.87	42	3281.65	13	3301.83
45	12	0.90	40	3.01	36	3278.55	13	3246.00
46	9	0.63	29	0.97	41	3405.08	14	3265.15
47	10	0.61	25	0.20	38	3296.45	16	3269.03
48	8	0.70	43	0.50	43	3220.45	12	3289.83
49	10	0.77	38	1.80	51	3250.45	14	3029.00
50	9	0.49	34	1.29	46	3128.75	18	2964.98
	9.7	0.84	34.9	1.23	43.7	3123.04	14	3218.35

51	11	0.87	51	2.00	50	2975.43	15	3254.78
52	10	1.14	50	1.55	47	2691.70	13	3240.20
53	10	0.54	52	0.32	45	3029.88	14	3091.30
54	10	0.46	33	0.79	49	3223.43	15	2927.10
55	11	0.64	38	1.18	71	3256.33	15	2756.18
56	13	0.58	34	0.49	46	3252.33	15	3079.63
57	13	0.70	42	0.79	67	3083.63	15	3091.18
58	11	0.88	39	1.19	55	3179.58	18	3122.05
59	12	0.41	59	0.85	45	3211.53	15	3123.28
60	9	0.73	28	0.19	51	3271.48	13	3100.50
	11	0.69	42.6	0.94	52.6	3117.53	14.8	3078.62

Tarea	Roziég		Heskia		Tongue		Wee	
	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest	Tiempo de ciclo	Tbest
61	16	0.68	66	2.12	83	3312.60	22	3117.25
62	13	0.79	56	2.31	91	3258.45	21	3156.98
63	19	1.27	69	0.85	75	3286.45	32	3247.15
64	16	0.75	126	0.13	97	447.02	23	3181.68
65	14	0.52	107	0.11	72	3269.70	27	3239.55
66	17	0.43	39	0.56	92	3261.23	28	3205.55
67	17	0.93	87	0.45	68	3303.48	27	3232.25
68	16	0.60	62	1.68	77	3278.60	25	3210.38
69	15	0.96	61	0.70	76	3257.40	22	3207.65
70	17	1.20	79	0.17	88	3312.65	25	3237.18
	16	0.81	75.2	0.91	81.9	2998.76	25.2	3203.56

71	15	0.80	91	0.10	71	3235.33	27	3156.98
72	16	0.90	65	1.00	89	3308.83	22	3102.53
73	16	0.62	73	3.27	109	3284.58	22	3068.78
74	16	0.62	57	0.10	85	3324.43	24	3172.23
75	16	1.11	65	1.16	116	2828.83	21	2942.43
76	17	0.70	70	0.47	115	2917.33	19	3277.25
77	13	0.85	71	2.06	107	1436.73	23	3283.90
78	14	0.65	58	0.45	90	3346.78	20	3263.25
79	14	0.79	46	0.37	83	3101.13	22	3198.15
80	14	0.89	76	1.43	95	2888.50	21	3280.50
	15.1	0.79	67.2	1.04	96	2967.24	22.1	3174.60

AP A.2. Solución Metaheurística

SOLUCION METAHEURÍSTICA								
Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
1	20	12.22	95	191.59	109	597.31	42	8028.99
2	22	1.22	96	69.97	108	1056.09	44	2526.58
3	20	9.36	103	433.62	126	420.52	40	1626.86
4	18	104.02	103	21.31	129	2435.75	41	2461.62
5	17	10.53	93	187.04	129	716.98	41	5246.61
6	24	21.47	98	22.6	115	2265.95	42	1980.4
7	21	1.55	116	284.53	117	1834.04	38	2044.48
8	20	9.86	86	39.85	127	506.79	46	5294.66
9	22	95.94	98	264.83	87	1672.87	40	3913.06
10	19	112.25	143	1.61	105	3435.67	42	5939.93
	20.3	37.84	103.1	151.70	115.2	1494.20	41.6	3906.32

11	30	30.25	170	73.64	139	2896.26	48	250.27
12	27	3.95	107	4.57	137	178.82	47	7231.16
13	76	126.96	108	75.92	139	4603.96	49	1359.08
14	26	1.64	97	369.34	125	2276.31	46	4043.24
15	26	3.97	130	55.8	123	4567.69	47	2914.36
16	22	8.9	117	117.62	118	4479.1	47	8887.58
17	22	1.44	148	187.5	146	3105.14	45	7527.92
18	20	0.31	132	30.16	153	1252.64	51	1550.91
19	27	9.12	104	76.47	148	1271.24	44	8431.55
20	40	0.41	120	208.79	152	4584.74	51	2775.94
	31.60	18.70	123.30	119.98	138.00	2921.59	47.50	4497.20

21	29	2.78	200	73.08	202	1919.48	78	3982.03
22	30	18.32	147	9.92	201	1883.07	67	4015.7
23	26	0.78	186	1.89	158	745.14	78	657.23
24	33	52.38	192	24.49	183	720.03	75	3452.8
25	28	4.03	142	0.91	207	2216.65	75	1261.18
26	27	5.34	194	6.75	209	2469	74	7556.95
27	21	19.84	149	102.46	179	2370.6	77	4420.69
28	28	110.42	192	41.3	196	1685.28	77	1923.7
29	28	24.3	170	47.36	215	2177.12	68	867.54
30	33	20.02	165	1.2	193	2029.13	75	1085.81
	28.30	25.82	173.70	30.94	194.30	1821.55	74.40	2922.36

Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
31	31	11.66	205	39.95	202	1481.96	75	3044.24
32	29	1.21	149	324.5	217	99.59	65	796.83
33	32	44.54	211	67.41	222	4053.19	77	5517.25
34	27	3.32	127	69.97	223	2351.43	76	2079.52
35	27	5.92	181	29.16	172	4093.06	68	3343.22
36	29	12.44	179	43.62	211	3522.9	70	7960.46
37	27	8.81	192	467.18	216	2519.33	68	3136.99
38	28	16.6	152	20.84	204	112.64	66	554.77
39	21	2.68	167	23.14	222	3414.84	76	5182.96
40	30	28.63	154	308.95	218	116.2	64	6537.5
	28.10	13.581	171.70	139.47	210.70	2176.51	70.50	3815.37

41	10	87.86	36	59.97	53	860.26	20	2786.85
42	11	0.64	46	48.03	54	55.35	19	871.83
43	11	4.63	37	146.2	52	210.21	21	108.94
44	10	3.98	31	272.4	54	1654.97	20	305.82
45	12	1.01	48	196.3	54	42.93	23	4080.81
46	10	16.24	31	6.88	56	171.85	21	3847.42
47	10	112.96	27	21.12	51	392.61	22	2629.74
48	8	48.18	43	87.09	54	3011.19	20	9945.26
49	10	16.92	43	1.2	57	1466.23	18	3096
50	9	4.91	35	219.18	54	873.35	19	3697.34
	10.1	29.733	37.7	105.84	53.9	873.895	20.3	3137.00

51	12	5.51	51	91.98	63	3548.84	27	7296.73
52	11	27.01	54	208.7	62	4473.02	22	3511.01
53	10	8.33	52	5.55	60	513.64	22	2811.94
54	11	29.84	37	34.95	65	299.09	25	914.93
55	14	7.8	43	9.99	63	4345.36	22	276.39
56	13	37.14	35	54.16	64	3971.61	26	3981.27
57	14	4.38	46	4.1	71	1009.8	25	628.89
58	11	180.72	41	67.83	69	1331.66	25	612.68
59	12	196.37	62	0.38	55	1352.8	26	2956.4
60	11	9.71	28	18.28	65	3411.07	24	725.07
	11.9	50.681	44.9	49.592	63.7	2425.69	24.4	2371.53

Tarea	Rozieg		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
61	16	35.38	66	378.41	86	1800.23	31	474.61
62	13	81.63	58	76.09	102	1835.69	33	6560.28
63	19	200.66	69	31.12	97	346.36	35	8510.81
64	17	74.2	126	6.99	107	502.46	33	785.26
65	15	42.98	107	0.54	100	2420.02	37	5965.05
66	17	218.13	42	13.87	92	1080.29	36	4070.2
67	17	171.81	87	1.91	91	1244.04	39	338.21
68	16	71.95	67	52.5	93	2426.45	36	2337.36
69	16	16.62	65	221.4	95	3513.64	35	617.02
70	18	31.99	79	63	102	4562.98	36	5392.83
	16.4	94.535	76.6	84.583	96.5	1973.22	35.1	3505.16
71	15	35.96	91	12.61	94	499.14	33	232.41
72	16	44.65	72	77.93	101	3529.02	34	5577.22
73	17	25.11	82	491.07	113	11306.8	39	99.19
74	18	35.81	58	129.39	89	4974.69	40	3863.78
75	16	239.09	67	98.42	94	3124.66	33	1673.82
76	17	16.26	70	50.06	95	4241.17	34	1183.09
77	14	46.67	74	109.72	91	917.77	35	8432.45
78	14	51.7	67	21.79	111	1303.86	33	5234.08
79	14	9.24	47	150.08	97	1816	38	1912.89
80	14	65.19	76	187.6	106	1148.55	34	1148.7
	15.5	56.968	70.4	132.867	99.1	3286.17	35.3	2935.76

TABLA DE VALORES PROMEDIO

	Rozieg		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
GR1	20.3	37.84	103.1	151.70	115.2	1494.20	41.6	3906.32
GR2	31.60	18.70	123.30	119.98	138.00	2921.59	47.50	4497.20
GR3	28.30	25.82	173.70	30.94	194.30	1821.55	74.40	2922.36
GR4	28.10	13.581	171.70	139.47	210.70	2176.51	70.50	3815.37
GR5	10.1	29.733	37.7	105.84	53.9	873.895	20.3	3137.00
GR6	11.9	50.681	44.9	49.592	63.7	2425.69	24.4	2371.53
GR7	16.4	94.535	76.6	84.583	96.5	1973.22	35.1	3505.16
GR8	15.5	56.968	70.4	132.867	99.1	3286.17	35.3	2935.76
PROM	20.275	40.982	100.175	101.87	121.425	2121.6	43.6375	3386.34

AP A.3. Solución Matheurística

SOLUCION MATHEURISTICA								
Rozieg		Heskia		Ton		Wee		
Tarea	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
1	20	0.269	94	1.246	91	101.58	27	540.16
2	22	0.213	95	0.404	94	92.82	25	280.84
3	18	0.371	102	0.225	105	51.28	27	110.34
4	18	0.602	103	0.085	110	149.46	32	351.34
5	17	0.147	92	0.493	94	130.92	30	3622.82
6	24	0.042	98	0.162	91	65.54	26	103.12
7	21	0.091	116	0.56	97	53.47	25	4043.05
8	20	0.194	86	0.222	104	131.98	28	775.27
9	22	0.176	95	0.704	73	740.13	25	5133.06
10	19	0.471	142	0.274	93	167.77	27	3500.87
	20.1	0.26	102.3	0.44	95.2	168.49	27.2	1846.09

11	30	0.954	172	0.562	112	317.124	30	237.36
12	27	0.747	107	0.391	121	1368.42	34	38.51
13	76	0.103	108	0.48	109	119.081	33	184.93
14	25	0.525	96	0.317	104	537.434	33	2612.07
15	26	0.176	130	0.394	93	111.955	34	487.30
16	22	0.04	117	0.074	100	149.849	32	2648.52
17	22	0.49	146	0.344	124	78.528	31	121.08
18	20	0.202	132	0.033	122	1932.1	36	2501.83
19	27	0.301	101	0.492	129	240.436	33	100.47
20	40	0.45	138	0.141	134	4.325	37	7.31
	31.50	0.40	124.70	0.32	114.80	485.93	33.30	893.94

21	28	1.07	200	1.577	171	3533.82	48	7422.56
22	30	0.05	147	0.518	175	213.06	50	231.82
23	26	0.37	186	0.565	144	54.77	48	6633.19
24	33	0.29	181	0.847	151	152.57	49	252.46
25	28	0.08	142	0.176	173	133.18	46	6228.70
26	27	0.03	194	0.045	170	97.30	51	281.56
27	21	0.03	149	0.187	162	46.56	49	460.02
28	28	0.29	191	0.265	179	1285.23	47	242.46
29	27	0.14	170	0.355	197	312.74	44	897.01
30	33	0.22	165	0.089	153	102.55	50	122.80
	28.10	0.26	172.50	0.46	167.50	593.18	48.20	2277.26

Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
31	31	0.15	204	1.71	171	8.39	50	966.10
32	29	0.18	147	0.551	195	1831.12	47	269.05
33	32	0.34	211	0.978	171	1627.68	47	328.56
34	27	0.41	127	0.345	172	152.53	51	530.75
35	27	0.77	181	0.494	154	302.23	42	1024.82
36	29	0.41	179	0.458	167	314.24	50	208.31
37	27	0.17	191	0.523	176	72.41	40	368.89
38	28	0.61	152	0.726	166	94.51	45	122.11
39	21	0.02	167	0.544	199	45.51	47	85.94
40	29	0.44	153	1.112	183	104.73	44	2832.70
	28.00	0.35	171.20	0.74	175.40	455.33	46.30	673.72

41	10	4.71	35	11.514	33	578.52	12	139.61
42	10	0.26	40	8.245	37	420.89	11	161.96
43	10	13.61	35	1.628	35	421.30	12	329.27
44	9	1.45	30	4.351	42	200.88	13	1907.01
45	12	0.71	40	1.251	41	564.34	12	136.56
46	9	29.31	37	12.21	46	1195.28	11	1677.61
47	10	2.70	25	2.273	37	383.24	14	4766.78
48	8	16.02	44	3.099	41	135.61	12	6074.44
49	10	1.06	38	4.506	37	1555.73	12	162.92
50	9	15.58	34	1.709	40	561.40	12	207.60
	9.7	8.54	35.8	5.08	38.9	601.718	12.1	1556.37

51	11	2.79	51	69.121	48	1557.99	16	1358.36
52	10	3.05	51	1.912	53	604.41	12	582.07
53	10	14.47	52	0.917	43	462.71	13	2692.53
54	10	1.70	33	4.058	52	185.37	14	6110.81
55	11	1.70	40	5.601	51	296.32	14	177.76
56	13	17.33	34	38.795	43	495.09	14	101.20
57	13	1.69	42	3.3	50	657.21	15	95.49
58	11	1.06	41	1.636	49	605.21	13	7.41
59	12	1.50	59	13.056	48	269.96	16	461.17
60	9	0.61	28	2.306	55	457.15	14	124.71
	11	4.59	43.1	14.0702	49.2	559.141	14.1	1171.15

Tarea	Rozieg		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
61	16	2.84	66	68.82	79	144.78	19	448.15
62	13	1.35	56	2.38	84	2674.16	20	870.22
63	19	23.76	69	27.81	81	5111.79	22	615.73
64	16	0.71	125	7.33	96	541.68	20	2264.14
65	14	32.07	107	0.84	72	420.94	23	192.06
66	17	2.31	39	170.99	79	366.51	22	5462.42
67	17	0.35	87	2.69	73	599.04	24	72.27
68	16	4.95	62	6.61	78	384.35	18	650.95
69	15	2.87	62	5.32	61	9795.77	23	6360.66
70	17	7.01	79	5.63	76	773.80	23	417.85
	16	7.82	75.2	29.8428	77.9	2081.28	21.4	1735.45
71	15	44.26	91	1.127	62	1248.73	21	879.87
72	16	1.19	65	7.661	79	846.82	22	6381.65
73	16	7.19	73	222.588	91	412.10	20	983.93
74	16	1.05	57	18.753	85	8706.45	23	185.32
75	16	0.58	65	1.797	79	1171.55	21	249.94
76	17	3.04	70	7.061	87	346.44	17	159.20
77	13	35.76	71	7.839	73	7942.63	22	145.69
78	14	1.47	65	3.491	93	898.79	19	484.61
79	14	0.33	45	175.21	83	925.30	22	150.76
80	14	1.00	76	2.07	70	1663.68	22	96.78
	15.1	9.59	67.8	44.7597	80.2	2416.25	20.9	971.773

TABLA DE VALORES PROMEDIO

	Rozieg		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
GR1	20.10	0.26	102.30	0.44	95.20	168.49	27.20	1846.09
GR2	31.50	0.40	124.70	0.32	114.80	485.93	33.30	893.94
GR3	28.10	0.26	172.50	0.46	167.50	593.18	48.20	2277.26
GR4	28.00	0.35	171.20	0.74	175.40	455.33	46.30	673.72
GR5	9.70	8.54	35.80	5.08	38.90	601.72	12.10	1556.37
GR6	11.00	4.59	43.10	14.07	49.20	559.14	14.10	1171.15
GR7	16.00	7.82	75.20	29.84	77.90	2081.28	21.40	1735.45
GR8	15.10	9.59	67.80	44.76	80.20	2416.25	20.90	971.77
PROM	19.94	3.98	99.08	11.96	99.89	920.16	27.94	1390.72

ANEXO A. Datos Relevantes

A.1. Soluciones del Método IBS (Blum & Miralles, 2011)

Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
1	20	0	94	0.57	93	59.22	28	104.63
2	22	0	95	5.61	94	78.9	28	93.6
3	18	0.05	102	17.05	106	28.29	27	128.2
4	18	0.01	103	0.04	112	108.85	33	121.52
5	17	0	92	30.3	92	149.84	32	121.56
6	24	0	98	0.15	90	98.22	26	95.21
7	21	0	116	3.83	95	118.01	27	88.32
8	20	0	86	6.53	108	77.08	31	90.47
9	22	0.01	95	17.55	73	107.01	27	77.7
10	19	0.01	142	0.01	86	38.39	28	127.88
	20.1	0.01	102.3	8.16	94.9	86.38	28.7	104.91

11	30	0.01	169	8.06	112	56.6	32	99.21
12	27	0.01	107	0.02	116	46.54	33	123.65
13	76	0	108	0.01	105	78.79	32	64.57
14	25	0.01	96	5.73	93	206.3	33	105.11
15	26	0	130	1.93	95	105.74	34	60.07
16	22	0	117	6.73	101	124.93	32	85.52
17	22	0.01	146	0.47	123	40.08	34	35.52
18	20	0	132	0.02	113	75.2	37	88.69
19	27	0.01	101	1.1	128	79.89	33	87.25
20	40	0.84	120	5.71	116	107.65	36	99.42
	31.50	0.09	122.60	2.98	110.20	92.17	33.60	84.90

Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
21	28	0.01	200	0.16	171	314	50	148.2
22	30	0	147	0.05	161	152	48	181.51
23	26	0	186	0.24	148	86.82	48	189.26
24	33	0.04	181	51.99	150	47.37	52	148.9
25	28	0	142	0.08	174	146.82	49	100.96
26	27	0	194	0.02	173	294.77	47	201.65
27	21	0.02	149	1.83	149	159.18	56	154.99
28	28	1.17	191	1.88	182	155.39	51	148.64
29	27	0.08	170	0.01	189	103.4	45	159.83
30	33	0	165	0.03	153	43.01	55	169.4
	28.10	0.13	172.50	5.63	165.00	150.28	50.10	160.33

31	31	0	204	4.4	175	104.68	51	159.66
32	29	0	147	0.26	180	134.22	49	172.76
33	32	0	211	3.08	157	130.86	52	220.57
34	27	0	127	2.4	181	79.84	58	146.2
35	27	0.02	181	3.49	152	55.64	47	142.59
36	29	0.01	179	0.12	169	252	49	118.11
37	27	0	191	12.78	167	301.45	42	118.92
38	28	0	152	0.06	153	258.01	47	85.14
39	21	0	167	0.26	183	131.6	50	104.14
40	29	0	153	25.27	183	46.65	41	165.28
	28.00	0.003	171.20	5.21	170.00	149.50	48.60	143.34

41	10	0	35	0.39	29	152.17	10	80.79
42	10	0.01	40	0.16	33	55.75	10	45.08
43	10	0	35	6.8	33	58.99	10	69.97
44	9	0.01	30	0.74	34	111.64	12	60.5
45	12	0.01	40	0.48	31	116.52	11	40.45
46	9	0.04	29	1.25	38	59.84	10	45.9
47	10	0	25	0.11	32	27.18	11	111.83
48	8	0	43	0.06	35	56.14	10	26.15
49	10	0.01	38	0.37	34	74.1	9	52.34
50	9	0.05	34	0.55	32	167.47	10	37.52
	9.7	0.013	34.9	1.09	33.1	87.98	10.3	57.05

Tarea	Roziég		Heskia		Ton		Wee	
	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest	Tiempo de Ciclo	Tbest
51	11	0	51	0.04	38	110.98	12	51.05
52	10	0.03	50	0.2	43	39.07	10	63.05
53	10	0.02	52	0.01	36	76.54	11	38.32
54	10	0.01	33	1.18	40	86.79	12	73.75
55	11	0	38	8.96	40	67.7	12	68.25
56	13	0.01	34	0.04	40	79.78	13	67.95
57	13	0	42	14.85	42	87.98	12	65.35
58	11	0	39	0.05	42	62.24	12	62.5
59	12	0.03	59	0.04	37	54.97	14	58.04
60	9	0.04	28	0.01	42	38.98	11	54.12
	11	0.014	42.6	2.538	40	70.503	11.9	60.238

61	16	0.01	66	0.04	63	182.58	16	41.84
62	13	0	56	0.35	68	173.35	18	71.07
63	19	0.03	69	0.1	69	156.38	19	77.46
64	16	0.01	126	0.01	97	0.36	17	58.93
65	14	0.01	107	0	65	67.44	18	104.44
66	17	0.02	39	0.08	69	119.62	18	82.37
67	17	0.01	87	0.01	52	165.27	20	77.79
68	16	0	62	15.92	63	148.14	15	77.37
69	15	0.01	61	0.09	55	64.34	20	44.46
70	17	0.01	79	0.05	63	165.31	21	77.83
	16	0.011	75.2	1.665	66.4	124.279	18.2	71.356

71	15	0.02	91	0.01	57	100.54	19	104.69
72	16	0.01	65	21.36	61	244.43	16	102.96
73	16	0.06	73	0.67	72	198.45	17	102.88
74	16	0.03	57	0.04	68	151.32	21	61.15
75	16	0	65	0.66	69	176.03	19	86.52
76	17	0	70	0.15	59	167.16	16	102.17
77	13	0	71	162	62	125.19	18	111.99
78	14	0.01	58	0.38	67	133.83	18	72.5
79	14	0	46	0.15	66	135.22	20	77.59
80	14	0.01	76	0.05	66	132.07	17	77.58
	15.1	0.014	67.2	18.547	64.7	156.424	18.1	90.003

BIBLIOGRAFÍA

- Baybars, İ. (1986). A Survey of Exact Algorithms for the Simple Assembly Line Balancing Problem Author (s): İlker Baybars Published by: INFORMS Stable URL : <http://www.jstor.org/stable/2631657>. *Management Science*, 32(8), 909–932.
- Becker, C., & Scholl, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3), 694–715. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.023>
- Blum, C., & Miralles, C. (2011). On solving the assembly line worker assignment and balancing problem via beam search. *Computers and Operations Research*, 38(1), 328–339. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.05.008>
- Boschetti, M. A., Maniezzo, V., Roffilli, M., & Boluf, A. (2009). Matheuristics : Optimization , Simulation and Control, 171–172.
- Chaves, A. A., Lorena, L. A. N., & Miralles, C. (2009). Hybrid metaheuristic for the assembly line worker assignment and balancing problem. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 5818 LNCS, 1–14. https://doi.org/10.1007/978-3-642-04918-7_1
- Chaves, A. A., Miralles, C., & Lorena, L. A. N. (2007). Clustering Search Approach for the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem. *Proceedings of ICC&IE*, 1469–1478.
- Duarte Muñoz, A., & Pantrigo Fernandez, Juan Jose Gallego Carrillo, M. (2007). Metaheurísticas. *Dykinson*, 53(9), 1689–1699. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8(2), 67–71.
- Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *J. of Global Optimization*, 6(2), 109–133.
- Fernández, A. D., Velarde, J. L. G., Laguna, M., Moscato, P., Glover, F., & Ghaziri, H. M. (1996). *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. (P. Sa, Ed.) (1st ed.). España: Paraninfo s.a.

- Fourer, R., Gay, D. M., & Kernighan, B. W. (2003). *A Modeling Language for Mathematical Programming* (Edition 1). Canada: Thomson Learning Academic Resource Center.
- Miralles, C., García-Sabater, J. P., Andrés, C., & Cardos, M. (2007). Advantages of assembly lines in Sheltered Work Centres for Disabled. A case study. *International Journal of Production Economics*, *110*(1–2), 187–197. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.023>
- Moreira, M. C. de O., & Costa, A. M. (2009). A minimalist yet effective tabu search algorithm for balancing assembly lines with disabled workers. *Proceedings of the XLI SBPO 2009*, 660–671.
- Moreira, M. C. O., Miralles, C., & Costa, A. M. (2015). Model and heuristics for the Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem. *Computers and Operations Research*, *54*, 64–73. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.08.021>
- Moreira, M. C. O., Pastor, R., Costa, A. M., & Miralles, C. (2017). The multi-objective assembly line worker integration and balancing problem of type-2. *Computers & Operations Research*, *82*, 114–125. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.01.003>
- Moreira, M. C. O., Ritt, M., Costa, A. M., & Chaves, A. A. (2012). Simple heuristics for the assembly line worker assignment and balancing problem. *Journal of Heuristics*, *18*(3), 505–524. <https://doi.org/10.1007/s10732-012-9195-5>
- Scholl, A. (1976). Data of Assembly Line Balancing Problems. *Nuclear Physics, Section A*. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(76\)90530-3](https://doi.org/10.1016/0375-9474(76)90530-3)
- Scholl, A., & Voss, S. (1997). Simple assembly line balancing - heuristic approaches. *Journal of Heuristics*, *2*(3), 217–244. <https://doi.org/10.1007/BF00127358>
- Vilà, M., & Pereira, J. (2013). A branch-and-bound algorithm for assembly line worker assignment and balancing problems. *Computers and Operation Research*, *44*, 105–114. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.10.016>
- Zacharia, P. T., & Nearchou, A. C. (2016). A population-based algorithm for the bi-objective assembly line worker assignment and balancing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, *49*, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2015.11.007>