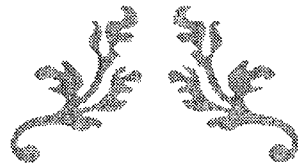




**EGADE.**  
**Business School**  
TECNOLÓGICO DE MONTERREY



---

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS  
SUPERIORES DE MONTERREY  
EGADE BUSINESS SCHOOL

---

ESTRUCTURACIÓN Y VALUACIÓN DE UN CALL  
EUROPEO SOBRE EL NIVEL DE RADIACIÓN PERCIBIDO  
AL NIVEL DE LA ÓRBITA SINCRÓNICA DE LA TIERRA



Proyecto de Finanzas con la modalidad de Investigación que presenta:

**David Alexander Hoffs Shimanovich**

Como requisito parcial para obtener el Grado de:

**MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA**

Asesor: Dr. Humberto Valencia

México, D.F., Julio de 2013

18-25

73533

*Para mi madre por su total apoyo en el día a día...*

*Para Pablo por su lealtad que aquí cristaliza...*

*Para Pu por su sostén, amor y paciencia...*

# ÍNDICE

<b>ABSTRACT .....</b>	<b>- 6 -</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>- 8 -</b>
<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>- 10 -</b>
Objetivos Generales.....	- 10 -
Objetivos Específicos.....	- 10 -
<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>- 12 -</b>
<b>ANTECEDENTES .....</b>	<b>- 20 -</b>
De las telecomunicaciones y la dependencia en los sistemas electrónicos .....	- 20 -
De las Telecomunicaciones Satelitales.....	- 22 -
Del Campo Geomagnético y sus Modelos.....	- 24 -
De los Instrumentos Financieros Derivados de Cobertura .....	- 30 -
<b>MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>- 36 -</b>
Del funcionamiento de los Satélites .....	- 36 -
De la Radiación Cósmica y su Dinámica .....	- 38 -
Del principio de la valuación neutral al riesgo.....	- 41 -
De la valuación de Futuro y Forwards.....	- 42 -
De la valuación de Opciones.....	- 43 -
De la estructuración y valuación de los Instrumentos Financieros Derivados de Cobertura Climática.....	- 44 -
De las pruebas de hipótesis para medias .....	- 49 -
Del método de Anderson-Darling.....	- 50 -
Del método de Dickey y Fuller .....	- 53 -
De los métodos de integración numérica .....	- 56 -

<b>De la simulación de una variable aleatoria .....</b>	<b>- 57 -</b>
<b>De la construcción de árboles binomiales para la valuación de opciones europeas.....</b>	<b>- 59 -</b>
<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>- 62 -</b>
<b>Modelación de la distribución probabilística del viento solar al nivel de la órbita sincrónica de la tierra .....</b>	<b>- 62 -</b>
Análisis e Integración de Literatura Relacionada.....	- 62 -
Análisis Estadístico de Datos.....	- 67 -
<b>Estructuración y Valuación de una Opción sobre Radiación Solar en la órbita sincrónica de la Tierra.....</b>	<b>- 84 -</b>
Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de integración numérica .....	- 84 -
Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de simulación .....	- 88 -
Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de árboles binomiales .....	- 90 -
<b>RESUMEN DE RESULTADOS.....</b>	<b>- 94 -</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>- 96 -</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....</b>	<b>- 102 -</b>
<b>APÉNDICE A .....</b>	<b>- 106 -</b>
<b>APÉNDICE C .....</b>	<b>- 109 -</b>
<b>APÉNDICE G .....</b>	<b>- 110 -</b>
<b>APÉNDICE H .....</b>	<b>- 119 -</b>
<b>APÉNDICE I.....</b>	<b>- 125 -</b>



## ABSTRACT

Este proyecto aborda la estructuración y valuación de un call europeo como muestra de un instrumento financiero derivado sobre el nivel de radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la tierra. Previo a la estructuración de dicho instrumento se elabora una investigación de los diferentes modelos que describen al comportamiento y dinámica seguida por el subyacente por medio de la recopilación y análisis de literatura asociada al tema. Tal análisis deriva en la integración de la información para derivar una propuesta de modelación numérica que permita describir cuantitativamente al subyacente en el tiempo pasado, presente y futuro. Posteriormente se realiza una estructuración hipotética de un call europeo con vencimiento a seis meses a partir del 10 de junio de 2013 y se procede a sugerir y ejecutar técnicas para su valuación entre las cuales figuran los métodos de integración numérica, simulación y valuación mediante el uso de árboles binomiales. Por último se concluye acerca de los logros y aportaciones de este documento, y se comenta sobre las acotaciones pertinentes a hacer al mismo así como sugerencias para realizar investigación y trabajo a futuro de forma complementaria.

## INTRODUCCIÓN

La industria de las telecomunicaciones basan su negocio en la realización de interconexiones entre dos o más usuarios para llevar a cabo tareas de comunicación a distancia por cualquier medio disponible. Así las empresas de telecomunicaciones son, según lo expuesto por Rifkin (2000) las que “prestan servicios en telefonía, televisión, internet o cualquier otro medio de transmisión cuya tecnología se encuentre a la mano y encuentran su negocio en el cobro por realizar el servicio de interconexión”. Esto quiere decir que la capacidad con la que una compañía pueda realizar interconexiones entre dos usuarios, es decir en su cantidad, costo, calidad y rapidez, definirá la principal ventaja o desventaja competitiva para dicha compañía.

En particular las compañías que cuentan con un negocio de telecomunicaciones satelitales dependen entonces como ya se mencionó anteriormente, de la capacidad con que la misma pueda realizar interconexiones vía satelital, es decir en su cantidad, costo, calidad y rapidez para contar con lo que Herrera (1998) identifica como una ventaja competitiva dentro de la industria. La disponibilidad de las dimensiones recién mencionadas depende a su vez de varios factores relacionados a los satélites los cuales pueden ser intrínsecos al satélite o extrínsecos al satélite, es decir hallables en su entorno. Neri (2003) destaca entre los intrínsecos al satélite, a su capacidad tecnológica inherente, la durabilidad de sus componentes, la eficiencia energética de sus baterías, entre otros. Entre los factores extrínsecos, el mismo autor encuentra a los posibles daños por micro meteoritos y chatarra espacial, la temperatura, el alto vacío, la radiación y el viento solar.

De esta manera existen varios factores no controlables por parte de las compañías que basan su negocio en comunicaciones satelitales, que dado el nivel de tecnología actual, aún perjudican el desempeño y funcionamiento de los satélites. También es verdad que existen varias maneras en que la disponibilidad de un satélite se vea afectada por factores no controlables. Tomásí (2003) destaca que en especial, la radiación y el viento solar son una fuente de interferencia considerable y que afecta a las ganancias de este tipo de compañías.

En la actualidad PWC (2012), en su informe del 2012 con respecto a la industria de las telecomunicaciones, comenta que las compañías de telecomunicaciones están pasando a

través de lo que muchos analistas y observadores de la industria pudieran definir como la tormenta perfecta en donde existe una economía con poca expansión, ingresos con poco crecimiento y altos niveles de endeudamiento. A estos factores se tiene que añadir una competencia feroz, una transformación tecnológica, cambios regulatorios en el horizonte y la inevitable convergencia con las industrias de tecnología y entretenimiento. De ahí que surja la necesidad de buscar la manera de optimizar la operación de las redes de comunicación y en el caso de compañías de telecomunicaciones satelitales, optimizar las redes satelitales para incrementar su disponibilidad, reducir sus costos asociados e incrementar la rentabilidad.

Ante esto resultaría útil el eliminar como lo menciona Tomásí (2003) a las interferencias en las comunicaciones satelitales ocasionadas por viento solar y demás radiación, la cual es bastante común y provoca pérdida en ventas, costos elevados debidos a sobre instalación de potencia en transmisión en los satélites, costos asociados a quejas por mala calidad, entre otros.

Actualmente no existe manera alguna de cubrirse ante los efectos de dicha interferencia y las compañías deben asumir los costos de la misma incurriendo en volatilidad de costos e incertidumbre del momento en que se generarán, dado que no es posible controlar la incidencia de viento solar en la tierra y por lo tanto de la eventual interferencia en las telecomunicaciones vía satelital. La ausencia de instrumentos financieros derivados que puedan utilizarse para generar coberturas para estos fenómenos, obliga a las compañías a operar en un ambiente hostil más allá de la intensa competencia que enfrentan y abre una oportunidad de investigación que permita desarrollar instrumentos financieros adecuados que ayuden a las compañías a cubrirse de las interferencias satelitales y llevar a cabo en este sentido, una operación más previsible y fácil de manejar. Para ello es necesario también modelar la incidencia de radiación y viento solar en satélites geoestacionarios para poder estructurar un instrumento financiero que como lo menciona Hull (2012) “resulte útil en la realidad para las compañías y atractivo para los intermediarios financieros interesados en la expedición de tales instrumentos de cobertura”. Dicho modelo no se encuentra aún disponible para cuantificar la probabilidad de incidencia de interferencias en señales satelitales, por lo que el desarrollo de tal modelo constituye parte del problema de este proyecto.

# OBJETIVOS

## Objetivos Generales

- Proponer un modelo base para la estructuración de un instrumento financiero generalizado que permita crear coberturas contra pérdidas en compañías de telecomunicaciones satelitales asociadas a la interferencia satelital ocasionada por radiación y viento solar.
- Modelar la incidencia de radiación y viento solar en satélites geoestacionarios.
- Establecer un precedente para la futura estructuración de instrumentos financieros de cobertura a la medida, según casos particulares, ante pérdidas económicas asociadas a la incidencia en la energía umbral en la órbita sincrónica de la tierra.

## Objetivos Específicos

- Modelar la función de distribución de probabilidad de la incidencia de radiación y viento solar en la órbita sincrónica de la tierra.
- Proponer un nuevo instrumento derivado que complemente a los ya existentes relativos al clima, para asistir a una operación más estable y segura en compañías que enfrentan la problemática de interferencia variable en la señal satelital como consecuencia de la radiación cósmica.
- Proponer un nuevo instrumento derivado para asistir a una operación más estable en compañías que enfrentan problemas derivados de la variabilidad en el tiempo de vida promedio de los satélites como consecuencia de la radiación cósmica.



# METODOLOGÍA

En este proyecto se estructurará de forma general un instrumento derivado financiero que, como ya se ha mencionado al momento, sirva para generar coberturas de tipo climático con la radiación solar al nivel de la órbita sincrónica de la tierra como subyacente. Dicho instrumento financiero se estructurará según las convenciones mencionadas por Hull (2012), como una opción de tipo europeo sin que por ello se pretenda acotar los resultados de este proyecto y por el contrario se pretende que éstos puedan también utilizarse para la estructuración de opciones americanas u otro tipo de instrumentos financieros derivados.

De esta manera el análisis realizado se divide en dos partes. La primera que tendrá la intención de comprender la dinámica y comportamiento de la radiación y viento solar en la órbita sincrónica de la tierra y por consiguiente perseguirá el objetivo de modelar a la incidencia de la misma de para conocer la distribución de probabilidad que en diferentes puntos del año, meses y días presente la radiación cósmica. Esto con el objetivo de utilizar a dicha modelación como insumo en la segunda parte del análisis de acuerdo a lo expuesto por Cruz y Llinas (2010), la cual tendrá el objetivo de estructurar a la opción ya mencionada antes y proponer estrategias de valuación para un primer acercamiento al valor y funcionamiento que un instrumento financiero derivado de este tipo podría tener.

El primer paso entonces, y con el que comienza la metodología de este proyecto, es el de investigar, en aras de contar con un marco de referencia que justifique la importancia de este trabajo, la relevancia que las comunicaciones satelitales tienen para la industria de las telecomunicaciones así como el impacto que el mal funcionamiento de los satélites a causa del viento solar tiene en la operación y la economía de dicha industria.

Para esto último también resultará conveniente investigar, una vez más solamente como marco de referencia, al cómo y cuándo es que la radiación solar al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra puede ser lo suficientemente fuerte para generar interferencias en las transmisiones satelitales y por lo tanto ocasionar problemas operativos a las compañías cuyo negocio núcleo se encuentre justamente en el cobro por conexiones vía satélite, partiendo de lo expuesto por Neri (2003).

Para ello se relacionará lo hallado con la mecánica de funcionamiento de los satélites, tema que también será investigado, para así identificar el contexto en el que los

satélites se hallarían interferidos por el viento solar y obligaran a la compañía poseedora del satélite a incurrir en pérdidas.

El segundo paso consistiría en realizar una investigación adicional que permita establecer un punto de inicio para la modelación de dicha radiación. En particular se considerarán los modelos propuestos por Gall, et al. (1971) y Williams y Mead (1965) que calculan la energía umbral en la órbita sincrónica de la tierra y como modelo base del campo geomagnético se utilizará la propuesta de Mead-Fairfield (1975). El entendimiento de la dinámica y comportamiento que presenta el campo geomagnético de la Tierra es importante pues es consecuencia directa del comportamiento y dinámica que a su vez presenta la radiación solar, concepto mencionado en repetidas ocasiones por los autores antes citados.

Es a partir de estos modelos que se podrá generar una hipótesis acerca de la distribución probabilística que debiera seguir el viento solar. Esto implica que a lo propuesto por los autores antes mencionados habría que complementar con lo investigado, con el resultado de análisis comparativo que se haga de los mismos y de lo observado en datos empíricos.

Con lo anterior dicho, que claro entonces que la intención de este trabajo no es arrojar una modelación teórica sino una modelación que se apegue lo más que se pueda a los datos empíricos con los que se cuente. Es decir, para modelar la función de distribución de probabilidad de la incidencia de radiación y viento solar en la órbita sincrónica de la Tierra, se utilizarán datos históricos y presentados por distintos autores a través de la historia como Mead Fairfield (1965), Gall et al. (1976), Blake et al. (1974), Page y Manno (1975), entre otros indicados en la sección de bibliografía y referencias de este documento, así como los datos proporcionados por agencias gubernamentales y/u observatorios privados o académicos acerca de la radiación cósmica y el viento solar como el Instituto de Geofísica de la UNAM en México, el Laboratorio Nacional de Energías Renovables de los EEUU (NREL), los Observatorios Satelitales Incorporados relacionados a Eventos Solares de la NASA, entre otros.

Los datos serán organizados en el tiempo a partir de 1973 y hasta 2012 tomando a los meses los que se presentan solsticios y equinoccios con el objetivo de contar con los datos hipotéticamente más extremos en cuanto a radiación solar y así conocer si existe una

dinámica o patrón discernible en el desarrollo en el tiempo de los mismos. Es por ello que el análisis se concentrará en los datos de Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre.

Para cada mes se obtendrá la mayor cantidad de datos posibles según las recomendaciones de Gutiérrez y de la Vara (2008) para estructurar muestras válidas y medidas en MeV como unidad de la energía percibida en el espacio (al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra) para un punto discreto en el tiempo según las recomendaciones de Paulikas y Blake (1969). Así se construirán 160 muestras de 176 datos cada una.

En primera instancia se probará la normalidad de los datos de forma condicional en el tiempo para lo cual se ejecutarán pruebas de hipótesis en búsqueda de normalidad con base en la estrategia planteada por Anderson-Darling (1952). Se realizarán en total 16 pruebas de hipótesis para 16 meses diferentes y se analizarán los resultados de rechazo y aceptación asumiendo normalidad en el caso de que esta se presente en el 90% o más de los casos con un nivel de confianza del 95%. También se analizarán los datos por métodos gráficos y en especial por gráficos de caja comparativos según lo recomendado por Montgomery (2009).

Posteriormente se probará la diferencia en la media de las distribuciones mensuales halladas por métodos gráficos y por pruebas de hipótesis con base en estadígrafos contruidos por cuenta propia, ambas estrategias seguidas según la teoría estadística explicada por Espallargas (2011) así como en simples pruebas de medias según lo planteado por Gutiérrez y de la Vara (2008).

La mecánica específica de estas pruebas de hipótesis se muestra a detalle en la sección de resultados y análisis de los mismos más adelante en este documento. Por su parte los métodos gráficos incluirán series de tiempo y gráficos de caja comparativos. La hipótesis inicial para este análisis es que la media varía según el ciclo solar y el ciclo anual lo suficiente como para notar diferencias.

También se llevará a cabo un análisis del comportamiento de la varianza de la radiación percibida en el tiempo intentando conocer si esta es constante o variable en el tiempo. Para ello se construirá una serie de tiempo con las varianzas mensuales, es decir de cada conjunto mensual de datos y una serie de las diferencia acumulada entre las varianzas con su media en el tiempo.



Las conclusiones principales se harán aplicando los principios de Dickey y Fuller (1979) y de Montgomery (2009) con el objetivo de encontrar si las series presentan una media y dispersión constante en el tiempo y si su variación alrededor de su media es aleatoria. Así, se realizarán dos pruebas de forma separada.

La primera haciendo uso de la serie de tiempo de las varianzas mensuales antes mencionada en donde se busca que la prueba de Dickey y Fuller (1979) no sea rechazada con un nivel de confianza del 95% como indicador de que las varianzas tienen una media y dispersión constante en el tiempo. La segunda prueba se haría conforme a lo establecido por Montgomery (2009) en conjunto con la prueba de Dickey y Fuller antes citada. Así se haría uso de la serie de las diferencias acumuladas en el tiempo de las varianzas y su media en donde al aplicar la prueba de Dickey y Fuller (1979) también con un nivel de confianza del 95%, se buscaría el rechazar la prueba en señal de que la variación de las varianzas con respecto a su media es aleatoria y no cuenta con un patrón discernible.

La mecánica específica de estas pruebas se muestra a detalle en la sección de resultados y análisis de los mismos más adelante en este documento. También se utilizará para el análisis anterior, aunque de forma secundaria, a métodos gráficos de series de tiempo según lo recomendado también por Montgomery (2009) y por Chopra y Meindl (2008).

Una vez que se haya realizado la modelación correspondiente de la radiación mencionada, se procederá a estructurar de forma hipotética un instrumento financiero derivado para entonces proponer estrategias de valuación desde diferentes enfoques. En particular el instrumento financiero derivado objeto de esta segunda parte del presente proyecto de investigación, será una opción de tipo europea.

Así pues se definirá y estructurará a dicha opción según los lineamientos generales para opciones europeas propuestas por Hull (2012). Vale la pena mencionar que la estructuración particular de la opción europea se hará en base a necesidades hipotéticas de cobertura en donde el monto notional a cubrir y el tiempo al vencimiento de la misma serán elegidas de forma que simulen a una situación factible en la que una persona física y moral podrían encontrarse, y en la que ésta hallará la posibilidad de entrar en una posición larga en esta opción en particular como atractiva.

Es de esta manera que se definió estructurar un contrato de opción largo el 10 de junio de 2013 con vencimiento para el 10 de diciembre del mismo año con un monto notional de US\$ 10,000.

De forma complementaria a lo anterior, también se posee la noción de utilizar como base la estructuración de instrumentos derivados climáticos pues se puede homologar a la radiación cósmica con la temperatura terrestre ya que ambas son productos de radiación solar constante en el tiempo y con una distribución de probabilidad observable.

Esta información se puede investigar y utilizar como punto de partida encontrándola en las múltiples publicaciones relacionadas a instrumentos financieros derivados, en donde en particular se utilizarán las aportaciones y recomendaciones de Cruz y Llinas (2010), quienes establecen las estrategias específicas para la estructuración y valuación de instrumentos financieros derivados (incluyendo a opciones europeas) con subyacentes estacionarios y homocedásticos en el tiempo, características propias de la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, objeto de este trabajo según lo demostrado y explicado a detalle en la sección de análisis de resultados de este documento.

Por otro lado además de utilizar los lineamientos generales establecidos por Hull (2012) y Cruz y Llinas (2010) para la estructuración de opciones europeas y cálculo de su pago, también se hizo uso de los lineamientos particulares que Gaarder (2007) establece para la estructuración y cálculo del pago al vencimiento de opciones europeas cuyo subyacente sigue un comportamiento y dinámica senoidal en el tiempo, como más adelante también en la sección de análisis de resultados se demuestra válido a aplicarse en el caso de la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, objeto de este documento explicándolo a detalle.

Más allá de la simple estructuración de una opción europea con la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra como subyacente, es también objetivo importante de este proyecto el proponer formas de valuación para este tipo de instrumento financiero derivado para así poder abrir la oportunidad al desarrollo del mismo en los mercados listados y OTC existentes actualmente en el mundo.

Así, se propondrán en la última parte de este proyecto, estrategias de valuación para el tipo caso particular de opción europea objeto de este trabajo con base en las propuestas de los mismos autores citados hasta el momento, Hull (2012), Cruz y Llinas

(2010) y Gaarder (2007), entre las cuales fueron elegidas tres en particular las cuales son el método vía integración, el método de árboles binomiales, y el método de simulación. Es importante mencionar que todas las estrategias de valuación se llevan a cabo asumiendo un mundo neutral al riesgo según lo dispuesto por los mismos autores. En la sección del marco teórico de este documento se ahonda en este último concepto.

En particular para el método vía integración se planteará una estrategia en base a las propuestas de Cruz y Llinas (2010) para los instrumentos financieros derivados tipo opción europea con subyacentes climáticos, la cual consiste en plantear una ecuación integral y su sucesiva solución a través de la cual se calcule el valor esperado del pago de dicha opción según el comportamiento probabilístico en el tiempo del subyacente. Dicho valor esperado traído a valor presente descontándolo a la tasa libre de riesgo puede tomarse como el valor de la prima a pagar por el contrato de opción.

Así pues una vez que la ecuación integral sea planteada, se procederá a integrarla vía métodos numéricos puesto que el objetivo de este documento no es realizar una aportación matemática sino solamente establecer la manera en que una opción europea de este tipo puede ser valuada. En particular se utilizará el método numérico propuesto por Stewart (2001) el cual consiste en resolver la integral planteada por medio de calcular el área bajo la curva mediante su fragmentación en pequeños intervalos como se explica a detalle en el marco teórico de este documento. En particular para este ejercicio de integración numérica se utilizó un paso de .2MeV.

La segunda estrategia de valuación corresponde al método vía simulación. En este caso el la estrategia de valuación propuesta fue planteada con base en las recomendaciones para valuación por simulación hechas por Hull (2012) y en la mecánica particular propuesta que Coss (1998) hace para realizar simulaciones de variables con comportamiento senoidal y homocedástico en el tiempo. Así, al unificar la mecánica de simulación de Coss (1998) con los lineamientos que Hull (2012) hace para calcular el valor de la prima de una opción tipo europea según los resultados de una simulación, se incluye en este documento un ejercicio de valuación específico para la opción planteada anteriormente en donde se llevó a cabo una corrida de 500 simulaciones del nivel de radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, con un paso igual a 1 día, para calcular el valor de la prima pagadera a cambio de entrar en el contrato de opción específico planteado para este trabajo.

La tercera estrategia de valuación consistió en elaborar un árbol binomial de 10 pasos según las recomendaciones que Hull (2012) hace para valorar opciones tipo europeas con árboles binomiales. Así mismo se utilizó la definición de Gaarder (2007) para calcular el valor de una opción tipo europea al ejercicio, con subyacentes con comportamiento senoidal estacionario en el tiempo, lo que en conjunto con el planteamiento de árboles binomiales de Hull (2012) permitió ejecutar esta estrategia de valuación de forma exitosa.

Básicamente el desarrollo de un árbol binomial consiste en plantear los movimientos al alza o a la baja que el subyacente de la opción tipo europea puede presentar en un mundo libre de riesgo, representando esto a través de series nodos. La complejidad del árbol binomial se establece por medio de definir el número de pasos que el árbol contará, puesto que por cada paso existe una serie de nodos que parten de la serie anterior según las posibilidades al alza o al abaja del subyacente hasta alcanzar un tiempo igual al tiempo de vencimiento de la opción.

La mecánica específica del desarrollo de árboles binomiales se explica a detalle en el marco teórico de este documento y para el caso particular de la valuación por este método de la opción europea objeto de este trabajo, se explica en la sección de análisis de resultados.

De esta manera se cree que los instrumentos financieros derivados pueden ser empleados como una forma de cobertura o seguro contra eventos específicos e inesperados en el entorno y en este caso, ante interferencia satelital debida a radiación cósmica. Se visualiza a la transferencia del riesgo del entorno al mercado como una manera efectiva de cubrirse frente a riesgos de diversa naturaleza.

Este estudio intenta profundizar específicamente sobre el modelo analítico, para generar un precedente para la futura estructuración de instrumentos financieros de cobertura a la medida, según casos particulares, ante pérdidas asociadas a la incidencia en la energía umbral en órbitas sincrónicas de la Tierra.

En resumen, el presente estudio se enmarca en el campo de las finanzas sobre riesgo y clima, aunque por esto se entiende al clima cósmico.



## ANTECEDENTES

### **De las telecomunicaciones y la dependencia en los sistemas electrónicos**

La telecomunicación es “el conjunto de procesos y técnicas utilizadas para transmitir un mensaje de un lugar a otro, en donde su principal atributo es ser bidireccional” (Herrera, 1998). Así, el término telecomunicación incluirá todo tipo de comunicaciones a distancia ya sea por vía telefónica, televisiva, por internet, radiofónica, etc. Esto quiere decir, que cualquier emisión y/o recepción de datos, voz, imágenes, signos o sonidos a través de canales de transmisión de cualquier naturaleza como cables ópticos, sistemas electromagnéticos, etc., puede ser llamada telecomunicación.

A través de los últimos años y en clara tendencia al futuro, las telecomunicaciones cada vez son menos dependientes de los medios de transmisión físicos y cada vez lo son más de los medios de transmisión no físicos, en donde los canales electromagnéticos son la principal vía por la cual se realizan las valiosas interconexiones.

Según Figueiras (2002), en términos generales la telecomunicación vía canales electromagnéticos puede llevarse a cabo de forma directa o indirecta. Si se hacen de forma directa quiere decir que el nodo emisor y el receptor se conecta uno a otro sin la necesidad un nodo terciario. Ejemplos de esto son los radios de dos vías, en donde el emisor emite un mensaje codificado en una señal electromagnética que es recibida por el receptor, la cual descodifica a la señal electromagnética recibida y la traduce en un lenguaje determinado e inteligible por el receptor. Sin embargo Martínez (2002) señala que la desventaja de este tipo de comunicación es que la intensidad de la señal debe aumentar conforme la distancia de recorrido pretendida para el mensaje se hace más grande, de tal forma que resulta poco eficiente enlazar comunicaciones de este tipo para grandes distancias y aún más para casos en donde se pretende enlazarse a través de todo el globo terráqueo.

De esta manera es que resulta conveniente la adición de un tercer nodo en el sistema de telecomunicación, de tal forma que “el nodo receptor no esté obligado a recibir la información directamente del nodo emisor y pueda hacerlo de un nodo terciario”

(Martínez, 2002). Así pues, el nodo emisor puede mandar la señal a un nodo terciario y este enviarla al nodo receptor. De esto se puede entender que la distancia total a recorrer de la señal puede fraccionarse en una suma de distancias menores por medio de la adición de nodos. Esto permite a su vez que la intensidad requerida de la señal sea menor pues solamente necesitará recorrer la distancia en entre el nodo emisor y el terciario para posteriormente ser reemitida hacia el nodo receptor. Esta misma lógica puede ser aplicada para sistemas que agreguen más nodos entre el emisor y el receptor.

Los sistemas de telecomunicación multi-nodos “se han desarrollado mucho en los últimos años principalmente debido al incremento en el uso del teléfono celular como medio de comunicación, celulares satelitales, sistemas de navegación, etc.” (Herrera, 1998). Por ejemplo la comunicación realizada por medio de teléfonos celulares, por lo general necesita ser en primer lugar por obvias razones, por medio de canales electromagnéticos y no físicos. En segundo lugar implica que la distancia que la señal habrá de recorrer es muy larga por lo que resulta necesaria la inclusión de varios nodos intermedios entre el emisor y el receptor.

Según Figueiras (2002) al momento de realizar una llamada se realiza una transferencia de señales del teléfono celular a una central de la siguiente manera. El teléfono celular envía una señal electromagnética a un primer nodo intermedio que por lo general suele ser una antena de una estación base. Esta a su vez vuelve a enviar la señal a otro nodo que suele ser la antena de una central de telecomunicaciones celulares. Desde la central se dirigirá la señal por medio de cualquier número de nodos que sea necesario hasta llegar al receptor. Las redes de comunicaciones en el teléfono celular se dividen en regiones geográficas llamadas células y cada una de estas células tiene una estación base, de esta manera los teléfonos celulares mantienen una conexión constante y sin interrupciones.

Sin embargo, existen situaciones en donde no existe un nodo lo suficientemente cerca como para que la señal del nodo emisor pueda ser recibida por algún nodo, de tal forma que no se puede completar el canal de comunicación. En estos casos la solución más práctica es utilizar como nodo terciario a un satélite en órbita. Este satélite a su vez transmitirá la señal a otro satélite o a un nodo en tierra que permita completar el canal de comunicación.

Mendoza (2007) indica que la dependencia cada vez mayor en la tecnología y en particular en la tecnología electrónica ha provocado que las comunidades científicas y empresariales se encuentren preocupadas por primera vez ante las posibles perturbaciones que los sistemas electrónicos pudieran tener.

En particular, durante tormentas magnéticas, las cuales según Williams y Mead (1965) son generadas por el viento solar y la radiación cósmica, las corrientes que fluyen en la región ionizada de nuestra atmósfera, la ionosfera, cambian rápidamente, produciendo su propio campo magnético, el cual se combina con el terrestre. Mendoza (2007) explica que al nivel del piso también hay un cambio en el campo magnético, que induce corrientes eléctricas en cualquier conductor que esté presente. Aunque frecuentemente no notamos estas corrientes geomagnéticamente inducidas, en un buen conductor los voltajes generados producen diferencias de potencial de al menos 10 volts en un kilómetro, lo cual en un oleoducto de mil kilómetros generaría una enorme diferencia de potencial de 10 mil volts.

Además cuando las corrientes eléctricas inducidas están en áreas sobre grandes depósitos de roca ígnea, dada la baja conductividad de las mismas, las corrientes inducidas viajan a través de los conductores hechos por el ser humano causando su corrosión y mal funcionamiento. Aunque las compañías eléctricas y petroleras diseñan mecanismos de protección, al construir más y mayores sistemas de potencia la vulnerabilidad se incrementa.

Un ejemplo de lo anterior fue lo sucedió en 1989 dada una fuerte llamarada solar registrada poco tiempo antes, generando el colapso masivo del sistema hidroeléctrico de Quebec en Canadá en 1989, que dio por resultado la pérdida temporal de 9 mil 450 megawatts de potencia eléctrica. (Mendoza, 2007)

## **De las Telecomunicaciones Satelitales**

Las comunicaciones satelitales, desde sus comienzos en la década de 1960 han tenido un desarrollo exponencial. Desde las primeras aplicaciones militares hasta las actuales constelaciones para comunicaciones multimedia interactivas, “el número de



satélites puestos en órbita sigue creciendo incesantemente” (Tomasí, 2003). No solo la telefonía satelital es un claro ejemplo de la aplicación de las telecomunicaciones por medio del uso de satélites, sino que entre otros tantos ejemplos están los sistemas de navegación, internet y televisión satelital.

En el caso de nuestro país según Franco (2008) el Internet Satelital, a pesar de la incertidumbre que existe en la operación exitosa de una supuesta agencia espacial mexicana, ha mostrado importantes avances importantes en este tipo de comunicaciones. Uno de ellos, es la construcción, en 1968, de la primera estación terrena en el estado de Hidalgo, desde la cual se realizaron las transmisiones de los Juegos Olímpicos de ese año.

El autor antes citado también menciona que otros avances importantes se dieron gracias a proyectos conjuntos entre la COFETEL, la extinta Telecomunicaciones de México (Telecomm) y por la empresa privatizada Satélites Mexicanos (Satmex), que surgió de los Servicios Fijos Satelitales Telecomm.

Satmex ha sido responsable del lanzamiento de varios satélites de comunicaciones que ofrecen cobertura local, regional y continental entre los cuales destacan el: Satmex5, Satmex 6 y Solidaridad 2.

Actualmente entre los segmentos de mayor crecimiento de las comunicaciones satelitales son los dispositivos de geo localización GPS y el del Internet de alta velocidad vía satélite. Este es es una excelente alternativa para “los usuarios que viven en zonas rurales, o donde las compañías de teléfonos y de cable no ofrecen sus servicios de interconexión o como redundancia de redes terrestres.” (Franco, 2008)

A nivel nacional el potencial del Internet satelital no ha sido aprovechado, ya que “solamente el 30 por ciento de personas tienen acceso y el cual es insuficiente comparado con otras Naciones desarrolladas que cuentan con más del 80 por ciento.” (Garibay, 2012)

Garibay (2012) indica que iniciativas como el Programa Nacional de Desarrollo 2007-2012, son plataformas importantes para llevar Internet satelital de alta velocidad a escuelas y empresas en zonas rurales, para impulsar tanto a estudiantes a elevar su aprovechamiento académico, como a comerciantes a ser más competitivos y eficientes.

Siguiendo el mismo ritmo de desarrollo se espera que la demanda exceda la capacidad de la infraestructura de comunicación satelital actual. De ahí que se posea la expectativa de que este segmento del mercado continúe su crecimiento y se convierta en cada vez más importante en nuestro país.

La misma tendencia puede ser observada en el ámbito internacional. En este se encuentra que los mercados de comercialización de comunicaciones satelitales en el mundo ha estado sujetas a mayor competencia efectiva y en donde se presentan cada vez un mayor número de consumidores lo que ha llevado a la saturación de las redes y en donde resulta necesario aumentar la capacidad por medio del lanzamiento de más aparatos al espacio así como de la mayor eficiencia en el uso de los satélites actuales por medio de alargar su vida promedio o evitar las interferencias.

En los últimos reportes de la comisión federal de comunicaciones de los EEUU (Página Web 1) se pueden observar que las métricas calculadas son consistentes con un mercado de buen desempeño y en crecimiento.

## **Del Campo Geomagnético y sus Modelos**

El campo se define según Zumanovich (1975) como “una región del espacio donde cada punto está caracterizado por una misma propiedad”. En el caso del campo magnético, a cada punto se le asigna un vector  $\vec{B}$ , del campo. En el caso de que una partícula cargada entre al campo magnético, en cada punto se verá presionada por la fuerza denominada fuerza de Lorentz (Bravo, 1968), y de ahí que el efecto del campo magnético sobre la partícula sea el desviarla de su trayectoria original, es decir, interfiriéndola.

La fuerza de Lorentz viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Donde  $\vec{F}$  es la fuerza de Lorentz,  $q$  la carga de la partícula,  $\vec{v}$ , su velocidad y  $\vec{B}$  el vector del campo magnético.

Por otro lado un campo magnético estacionario es por definición aquel en el que la magnitud del vector  $\bar{B}$  no cambia en el tiempo es decir:

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = 0$$

Esto implica que una característica general del movimiento de partículas cargadas en estos campos es que sea cual sea la configuración de las líneas del campo magnético, la energía de las partículas que se mueven en su interior no se altera. Según Neri (2003) esta es la situación que se presenta en la órbita sincrónica de la tierra para los satélites los cuales en términos generales experimentan un campo magnético estacionario, excepto cuando existe la presencia de un fuerte viento solar que perturba la forma del campo magnético de la tierra y por lo tanto hace que los satélites deban enfrentarse a cambios en el mismo. Esto genera que la mecánica de las comunicaciones pueda quedar interferida por cambios abruptos en dicho campo magnético.

Según Zumanovich (1975) gracias al establecimiento de observatorios geomagnéticos terrestres, se ha logrado a través de los años acumular una gran cantidad de datos empíricos que cubren un periodo de tiempo muy largo. A nuestro conocimiento teórico de los campos ha contribuido también el alto número de expediciones en donde se han llevado a cabo muchos experimentos con el objetivo de obtener datos magnéticos en las regiones donde no es posible establecer observatorios fijos como extensiones desérticas o bajo el mar. El registro de datos del campo geomagnético también se ha realizado fuera de la tierra por medio de expediciones y experimentos extraterrestres. Los impulsos originales al acopio de estos datos iniciaron con el lanzamiento de satélites primitivos y sondas espaciales rudimentarias con magnómetros incluidos a bordo como el “Sputnik III en mayo de 1958, el Vanguard III en septiembre de 1959” (Zumanovich, 1975) y sobre todo “desde la existencia de la estación espacial internacional en años recientes” (Neri, 2003).

De todos estos múltiples vehículos de acopio de datos se conoce que el campo geomagnético presenta períodos de quietud y períodos de perturbación magnética de mayor o menor magnitud.

Zumanovich (1975) define como periodos de quietud a aquellos períodos en los cuales el campo magnético presenta variación suave y regular y tiempos de perturbación a aquellos en las que las variaciones del campo presentan cambios fuertes y bruscos tanto en

intensidad como en dirección. Estas perturbaciones normalmente están asociadas con las tormentas magnéticas.

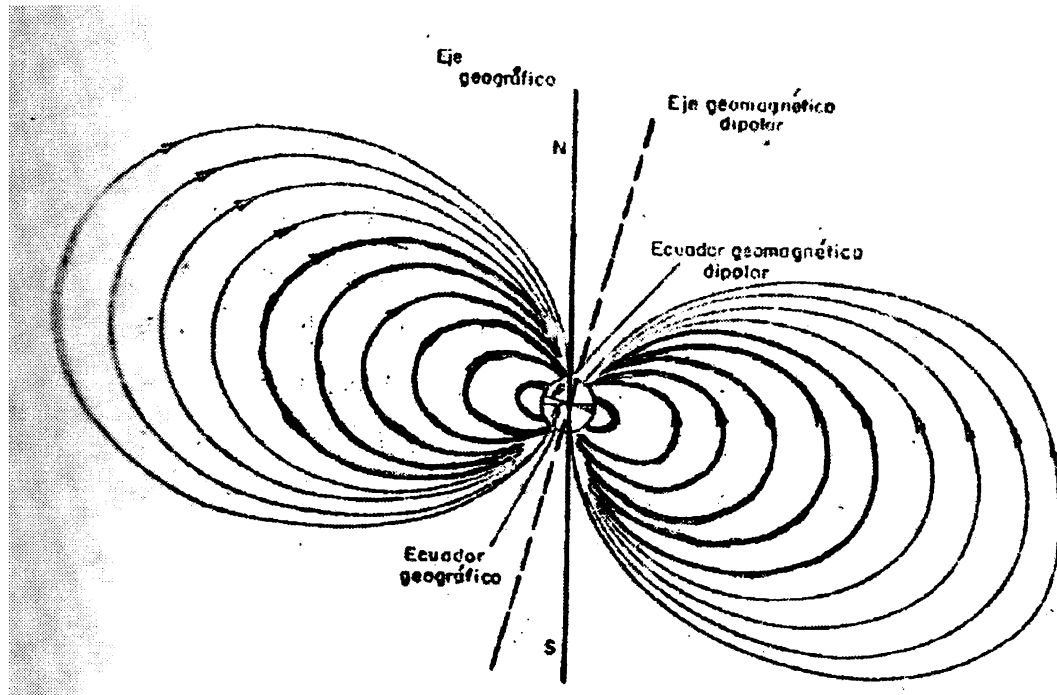
Como consecuencia de la presencia continua del viento solar en el medio interplanetario y en la vecindad de la Tierra, el campo geomagnético se encuentra confinado en una cavidad cuya forma y dimensiones características están controladas por la presión ejercida por el viento solar y la presión interna del campo geomagnético. La frontera de la cavidad geomagnética se le llama magnetopausa (Bravo, 1968). Las mediciones magnéticas realizadas indican que el campo geomagnético de lado noche se extiende a grandes distancias mostrando una orientación casi radial. Según Bravo (1968) se detectó además la existencia de una región del campo casi nula a la que se le llama “Hoja Neutra”, que separa dos regiones de Campos Magnéticos anti paralelos orientados en la dirección sol-tierra. El grueso de la hoja neutra es pequeño y no parece ser mayor de un radio terrestre. Se ha comprobado que la cola magnética se extiende a distancias mayores de 80 Rt (Radios terrestres).

Según Zumanovich (1975) el campo interno de la Tierra se asemeja al de un dipolo, sin embargo, dadas las fuentes externas del campo, éste sufre deformaciones considerables. A continuación se presenta una breve descripción de la configuración de campo Geomagnético según lo indicado por el autor antes citado.

Entre los distintos modelos del campo geométrico de la tierra el más recurrente, es decir el modelo que explica la situación del campo magnético de la tierra la mayor parte del tiempo es el modelo de dipolo central. Como resultado de las mediciones en la superficie de la tierra se muestra que de forma aproximada pero útil para el propósito de este documento, el campo interno de la Tierra se puede representar por un dipolo ubicado en el centro de esta. Dicho campo equivale al de una esfera uniformemente magnetizada. EL eje magnético dipolar no está alineado a lo largo del eje de la tierra, sino que intersecta a la superficie terrestre en las coordenadas angulares (Bravo, 1968):

$$\theta_0 = 11^\circ \text{ Sur y } \phi_0 = 69^\circ \text{ Oeste}$$

que corresponden a la colatitud y longitud geográfica respectivamente.



(Jiménez, 1969)

Un modelo que relaja el supuesto de que el centro del campo magnético de la tierra se encuentra en el centro de la misma, es el modelo del dipolo excéntrico. En este la residencia del centro del campo se sitúa en un punto C que suele ser ligeramente móvil con el tiempo y fuera del centro de la tierra., pero conservando al mismo tiempo su eje paralelo al del modelo del dipolo central. Este centro magnético se encontraba ubicado en 1955 en la posición geográfica (Bravo, 1968):

$$r = 436 \text{ Km} \quad \lambda = 15.6^\circ \text{ N} \quad \varphi = 150.9^\circ \text{ E}$$

y el eje del dipolo excéntrico intersectaba la superficie terrestre en la posición:

$$\lambda = 81^\circ \text{ N} \quad \varphi = 84.7^\circ \text{ E} \text{ en el hemisferio norte y}$$

$$\lambda = 75^\circ \text{ N} \quad \varphi = 120.4^\circ \text{ E} \text{ en el hemisferio sur.}$$

Estos puntos han ido modificándose debido a la variación Secular del campo geomagnético.

Según Mead y Fairfield (1975) cuando el campo magnético de la tierra es expuesto a fuertes niveles de radiación cósmica, éste puede sufrir cambios y variaciones las cuales sin duda alguna, perturban el funcionamiento de los satélites geoestacionarios que proveen los servicios de comunicación de los cuales se ha venido hablando a lo largo de este proyecto. Dicha perturbación consiste en distorsionar el comportamiento de las señales electromagnéticas que emiten los satélites para fines de comunicación dados los cambios en el campo magnético de la tierra, pues se genera un juego vectorial cambiante que dispersa la trayectoria de dichas señales electromagnéticas.

Un ejemplo de un modelo para describir al campo geomagnético que incluya además de sus fuentes internas, a las externas, es el modelo de Williams- Mead (1965). Para este modelo el campo magnético viene dado por:

$$\bar{B}_{w-m} = \bar{B}_{dip} + \bar{B}_s + \bar{B}_{ds}$$

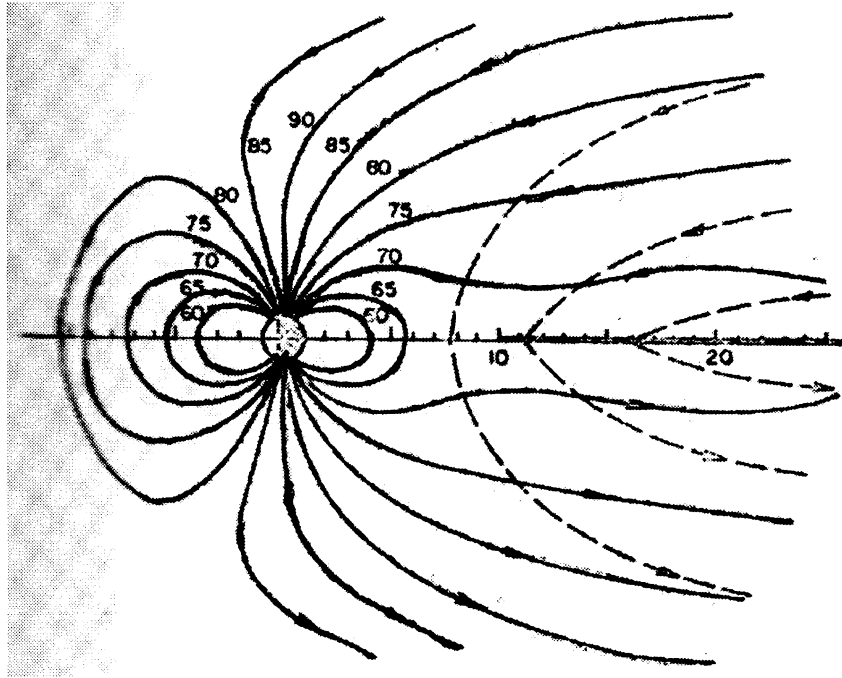
En donde,

$\bar{B}_{dip}$  es el campo del dipolo central.

$\bar{B}_s$  es el campo debido a las corrientes en la magnetopausa.

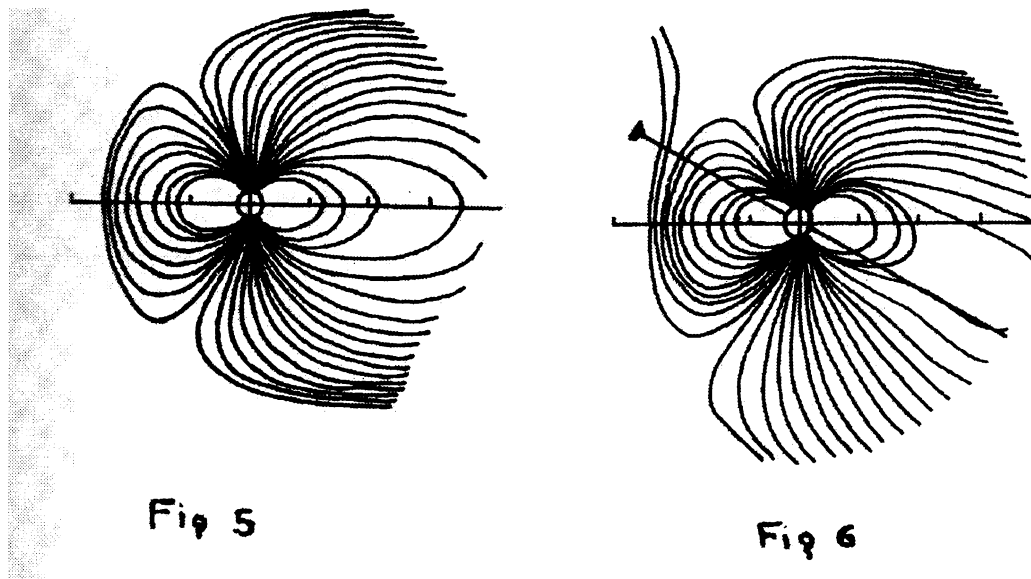
$\bar{B}_{ds}$  es el campo debido a las corrientes en la hoja neutra de la cola magnetosférica.

De forma gráfica el modelo muestra al campo geomagnético de la siguiente manera cuando existen fuertes cantidades de viento solar.



(Williams y Mead, 1965)

Un modelo cuantitativo del campo magnetosférico externo de la Tierra se obtuvo por el método de mínimos cuadrados de las mediciones del campo magnético efectuadas por los 4 satélites. Mead y Farilfield (1975) hicieron 12,616 mediciones del campo sobre intervalos de medio radio terrestre desde 4 a 17 radios terrestres. El resultado se observa en la siguiente imagen.



(Zumanovich, 1975)

Como se puede observar la interacción del viento solar con el campo geomagnético resulta en una distorsión del último la cual puede “provocar movimientos abruptos en la forma del campo y provocar efectos secundarios en las comunicaciones electromagnéticas, en el funcionamiento de satélites geoestacionarios y en la integridad física de los mismos que pueden resultar indeseables para las empresas del sector de telecomunicaciones satelitales” (Neri, 2003).

Es de esta manera que resulta conveniente conocer más a fondo la naturaleza, origen y dinámica del comportamiento del viento solar por lo que a continuación se incluye una referencia teórica a la radiación cósmica que constituye al viento solar así como a lo que se podría denominar viento galáctico.

## **De los Instrumentos Financieros Derivados de Cobertura**

Según Hull (2012), los instrumentos financieros derivados pueden ser utilizados a manera de cobertura para eliminar o al menos reducir los riesgos a los que una persona física o moral se puede enfrentar en el futuro. Dentro de los muchos tipos de instrumentos financieros derivados, los futuros, forwards y opciones son clasificaciones de los mismos que pueden ser utilizados en la estructuración de instrumentos orientados a la cobertura en donde el subyacente no necesariamente es un instrumento financiero como sucede en el campo de los instrumentos financieros derivados para el clima.

Así primero conviene repasar algunos conceptos importantes relacionados a los futuros, forwards y opciones. El primero es con respecto al tipo de posición que como inversionista se puede tomar alrededor de un instrumento financiero derivado. De esta manera una posición larga es definida por Hull (2012) como el compromiso, en caso de los futuros y forwards y/o el derecho, como en el caso de las opciones, de comprar una cantidad determinada de un activo subyacente en una fecha determinada y a un precio también determinado.

Así pues para el caso de un forward, en una posición larga la utilidad de ejercer dicho compromiso de compra es la diferencia entre el precio real de mercado en la fecha



determinada en el contrato y el precio pactado o de ejercicio. Es decir Precio de Mercado- Precio de Ejercicio ó

$S_t - K$  en donde K es el precio de ejercicio y  $S_t$  el precio de mercado al vencimiento.

Por el contrario una posición corta implica el compromiso, en caso de los futuros y forwards y/o el derecho, como en el caso de las opciones, de vender una cantidad determinada de un activo subyacente en una fecha determinada y a un precio también determinado.

Así pues para el mismo caso de un forward, en una posición corta la utilidad de ejercer dicho compromiso de compra es la diferencia entre el precio pactado y el precio real de mercado en la fecha determinada en el contrato.

$K - S_t$  en donde K es el precio pactado y  $S_t$  el precio de mercado al vencimiento.

En el caso de las opciones, para entender los flujos de efectivo relacionados además se debe de tomar en cuenta que “cuando se entra en el contrato de la opción se presenta un flujo de efectivo y cuando se llega a ejercer, otro flujo de efectivo” (Hull, 2012). Por ejemplo, esto se puede observar fácilmente al describir la diferencia entre entrar a un contrato forward largo cuando el precio forward es de K y tomar una posición larga en una opción tipo “call” (lo cual se explicará más adelante) cuyo precio de ejercicio es de K.

Cuando se entra a un contrato forward largo y cuando el precio de ejercicio del forward es de K, quiere decir que se adquiere el compromiso, es decir, la obligación de comprar a K el activo subyacente sobre el cual está el forward. Por otro lado al momento de entrar a un contrato forward largo no se generan flujos de efectivo y éstos se presentan al ejercer el compromiso, es decir al vencimiento, como la diferencia entre el precio de mercado del activo subyacente y el precio pactado o de ejercicio, que en este caso es de K, es decir:

$S_t - K$  en donde  $S_t$  es el precio de mercado al vencimiento

En cambio, cuando se toma una posición larga en una opción “call” cuyo precio de ejercicio es de K, quiere decir que se adquiere el derecho, **más no la obligación**, de comprar a K el activo subyacente sobre el cual está la opción. Por otro lado al momento de tomar una posición larga en una opción “call”, sí se generan flujos de efectivo los cuales son negativos e iguales a la prima que se pagó por la opción:

**Flujo de efectivo 1 =  $-C_0$**  en donde  $C_0$  es la prima

Así mismo cuando llega la fecha de vencimiento también se generan flujos de efectivos equivalentes a la diferencia (en caso de que el precio de mercado sea mayor al pactado o de ejercicio) entre el precio del mercado del activo y el precio pactado, en este caso  $K$ . En caso de que el precio del mercado sea menor al pactado, la opción no se ejercería:

**Flujo de efectivo 2 =  $\max(S_t - K, 0)$**

La utilidad total de haber tomado la posición larga en una opción “call” está determinada por la siguiente fórmula:

**$\max(S_t - K, 0) - C_0$**

en donde  $C_0$  es la prima que se pagó por la opción,  $K$  es el precio pactado y  $S_t$  el precio de mercado al vencimiento.

Por otro lado según Hull (2012) dentro de las opciones existen los “Call” y los “Put”. Un “call” es el derecho de comprar un activo financiero a un precio  $K$  en una fecha determinada en el futuro, mientras que un “put” es el derecho de vender un activo financiero a un precio  $K$  en una fecha determinada en el futuro. En ambos casos uno puede tomar una posición larga o corta en donde si se toma la posición larga, uno se convierte en el comprador de la opción y si se toma la posición corta uno se convierte en el “writer” de la opción. Esto se puede entender de forma más sencilla al explicar la diferencia entre vender una opción “call” y comprar una opción “put”. Así, vender una opción “call”, o ser el “call writer” quiere decir que se acuerda, a manera de compromiso, el vender un activo subyacente a un precio determinado “ $K$ ” y en una fecha determinada “ $T$ ”, a cambio de una prima, o precio de la opción “ $C_0$ ”. Esto quiere decir que al vender una opción “call” se obtiene un flujo positivo igual a  $C_0$ .

**Flujo de efectivo 1 =  $C_0$**

Además, en la fecha de vencimiento se generará otro flujo de efectivo que será 0 o negativo dependiendo del precio del mercado del activo. Si el precio de mercado “ $S_t$ ” del

activo subyacente es superior al precio K, se generarán flujos negativos y si el precio de mercado es menor a K, no se generarán flujos. Los flujos negativos, en caso de generarse serán iguales a la diferencia entre el precio del mercado y el precio pactado.

$$\text{Flujo de efectivo 2} = -\max(\text{St} - \text{K}, 0)$$

Así la utilidad de vender una opción “call” está determinada por:

$$\text{Co} - \max(\text{St} - \text{K}, 0)$$

En cambio comprar una opción “put” quiere decir que se compra el derecho, más no la obligación, de vender un activo subyacente a un precio determinado “K” y en una fecha determinada “T”. Como se menciona, este derecho se obtiene a cambio de pagar una prima o precio de la opción, “Co”. Esto quiere decir que al comprar una opción “put” se genera un flujo negativo igual a Co.

$$\text{Flujo de efectivo 1} = -\text{Co}$$

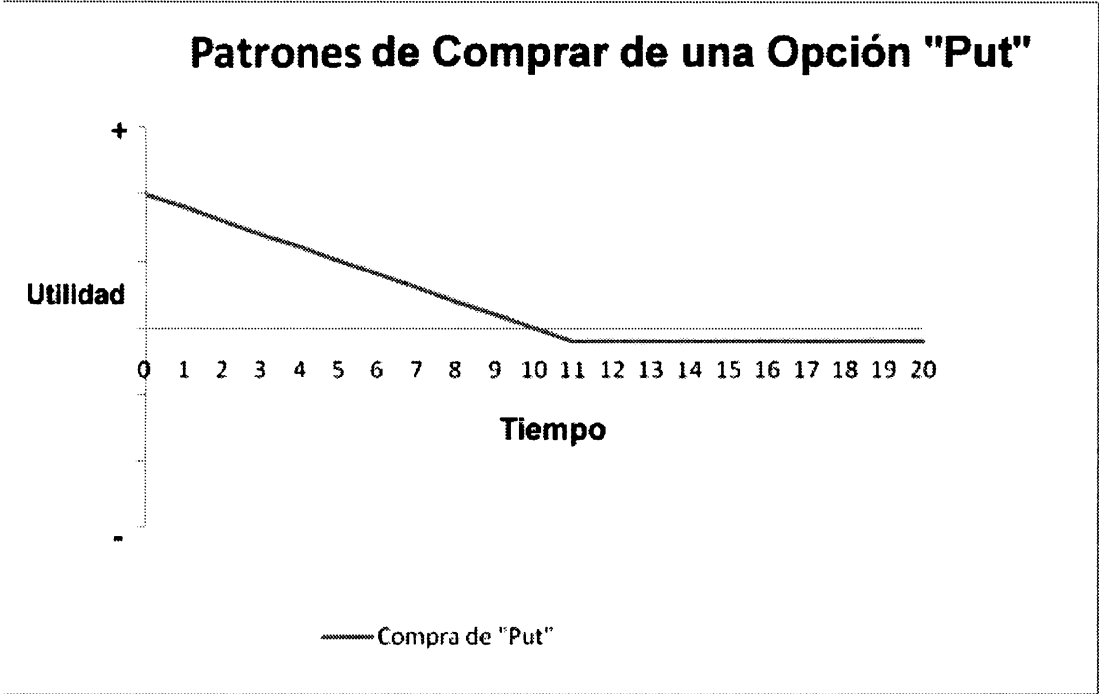
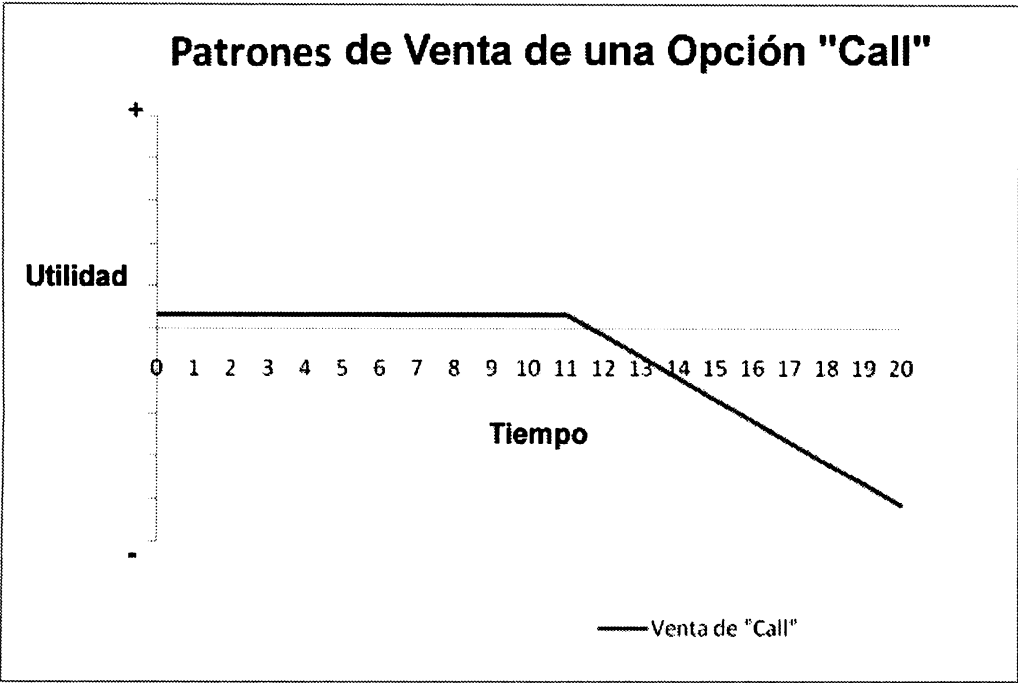
Además, en la fecha de vencimiento se generará otro flujo de efectivo que será 0 ó positivo dependiendo del precio del mercado del activo. Si el precio de mercado “St” del activo subyacente es superior al precio K, no se generarán flujos pues no se ejercerá el derecho, pero si el precio de mercado es menor a K, sí se generarán flujos. Los flujos, en caso de generarse serán iguales a la diferencia entre el precio del mercado y el precio pactado.

$$\text{Flujo de efectivo 2} = \max(\text{K} - \text{St}, 0)$$

Así la utilidad de comprar una opción “put” está determinada por:

$$\max(\text{K} - \text{St}, 0) - \text{Co}$$

A continuación se muestran un par de gráficas que comparan la utilidad de vender una opción “call” y la utilidad de comprar una opción “put”.



Vale la pena mencionar que como lo explica García (2009) los precios de los "calls" disminuyen conforme aumenta el "Strike Price". Esto quiere decir que los inversionistas están dispuestos a pagar más dinero conforme el "Strike Price" es más bajo. Si se analiza esta situación con detenimiento, en realidad resulta bastante lógico ya que la

utilidad de comprar un “call” aumenta conforme el precio del mercado al vencimiento es cada vez mayor al “Strike Price”. Por lo tanto entre más bajo es el “Strike Price”, más factible resultará el hecho de que el precio de mercado sea mayor que el mismo y entonces se genere una utilidad para el que compró el “call” o se limite la pérdida en caso de contar con una estrategia de cobertura dependiendo del precio de mercado del activo subyacente al vencimiento. También, un “Strike Price” más bajo simplemente implica que el inversionista podrá comprar el activo subyacente a mejor precio haciendo que el precio del “call” se eleve.

Vale la pena mencionar que este efecto podría verse magnificado si además se espera que los precios a futuro del activo bajen, ya que entonces resulta cada vez menos factible que un “Strike Price” sea menor al precio de mercado al vencimiento, reduciendo aún más el valor de los “Strike Price” elevados (García, 2009).

Al contrario que con en el caso de los “calls”, si el “Strike Price” aumenta, el precio de los “puts” también aumenta. Esto se debe a que para el inversionista que compra un “put” la utilidad aumenta conforme el “Strike Price” es mayor al precio de mercado. Por lo tanto entre mayor sea el “Strike Price”, más factible es que este resulte superior al precio de mercado y por lo tanto se genere mayor utilidad. Según Hull (2012) alguien que compra un “put” estará dispuesto a pagar más por un “Strike Price” alto pues esto le genera mayor oportunidad de generar utilidades con el “put”, o de limitar de mayor forma sus pérdidas. También, un “Strike Price” más alto simplemente implica que el inversionista podrá vender el activo subyacente a mayor precio haciendo que el precio del “put” se eleve.

Una vez más, vale la pena mencionar que este efecto se podría ver magnificado si además se espera que los precios a futuro del activo subyacente bajen, ya que entonces resulta cada vez más factible que el “Strike Price” sea mayor al precio de mercado al vencimiento, incrementando aún más el valor de los “Strike Price” elevados.

# MARCO TEÓRICO

## Del funcionamiento de los Satélites

En general todos los satélites funcionan en base a los mismos fundamentos teórico-prácticos. Neri (2003) indica que existen varios elementos del medio espacial que resultan perturbadores en el funcionamiento de los satélites geoestacionarios. Dentro de estas fuerzas perturbadoras se encuentra en primer lugar la no uniformidad del campo gravitatorio de la Tierra, en conjunto con las fuerzas de gravedad de la Luna y de Sol constantemente cambiantes dados los cambios de posición relativos entre éstos. Otro factor perturbador es la temperatura. Un satélite está integrado por un gran número de componentes y de materiales, por lo que cada componente y material funciona de forma óptima en un rango en específico y no necesariamente igual al de otros componentes o materiales. De ahí que sea de particular importancia mantener al satélite “aislado de posibles cambios de temperatura y/o mantener a cada componente aislado en cuanto a temperatura se refiere” (Neri, 2003). Este punto se relacionan con el tema de este proyecto pues en determinadas épocas cuando la radiación cósmica es particularmente fuerte, la temperatura del satélite varía aún más de lo que lo hace durante épocas regulares. Mientras que la cara del satélite que le da la cara al Sol puede llegar a temperaturas superiores a los 130°C, la cara contraria puede enfriarse por niveles inferiores a -100°C.

De lo anterior se infiere el primer problema de funcionalidad derivado de cambios en la radiación cósmica, en donde no solo ésta ocasiona barreras al funcionamiento y vida promedio de los componentes satelitales, sino que además es productora de ruido satelital derivado de la temperatura, el cual se mide en Watts y es convertible a MeV la medida de radiación cósmica por excelencia según Paulikas y Blake (1974).

Otro factor perturbador consiste en el alto vacío, que según Elbert (2008) en realidad para los satélites de órbita baja no es del todo así ya que existe cierto nivel de densidad atmosférica que termina por degradar la órbita satelital. Sin embargo esto no es un factor relevante dentro del alcance de este documento.

De esta manera es que se llega al factor perturbador principal que es directamente el viento solar. Neri (2003) señala que el principal problema para el funcionamiento de los

satélites son los protones como el elemento principal del viento solar. Los protones son un problema en el sentido físico como en el sentido no físico. En el sentido físico el viento solar puede llevar al mal funcionamiento de algunos elementos y componentes del satélite, sobre todo con el tiempo conforme “la recepción de radiación por parte del satélite se acumula con el tiempo” (Elbert, 2008).

Son de particular preocupación para los controladores de satélites las llamaradas solares que emiten rayos cósmicos. No solo esto implica un mayor deterioro físico del satélite sino que según Elbert (2008) implica una mayor probabilidad de generar interferencias debidas a radiación y al viento solar, es decir procedentes del Sol y que resultan especialmente importantes en los equinoccios de Marzo y Septiembre. “Cuando el viento solar pasa por el haz principal de la emisión electromagnética, el ruido en el receptor se incrementa notablemente, interfiriendo o impidiendo el correcto funcionamiento del enlace” (Neri, 2003). La incidencia de este tipo de situaciones provoca que pueda quedar fuera de servicio durante al menos 10 minutos al día varios días al año, o lo que es lo mismo, un 0,02 % del año. Cuanto mayor sea el diámetro de la antena terrestre, mayor será el tiempo que durará la interferencia, pues la estación terrena tendrá que recorrer más arco hasta que la radiación deje de pasar por el lóbulo principal. Así mismo entre mayor sea el nivel de radiación cósmica, mayor interferencia se generará. Según Elbert (2008) el nivel de interferencia a su vez también es una función relativa a la capacidad del satélite en Watts y/o decibeles de enviar la señal al receptor, y la capacidad del receptor para aislar a la señal del ruido dada la potencia de la misma.

En conclusión para esta sección, existen dos situaciones derivadas del viento solar que pueden afectar a un satélite. La primera es con respecto al acortamiento del tiempo de vida de un satélite o inclusive a descomposturas impredecibles a causa de acumulación de radiación solar o una sobreexposición a rayos cósmicos. Dependiendo del satélite en cuestión, la cantidad de radiación a acumular para acortar su vida promedio o el nivel de exposición a rayos cósmicos para derivar en descomposturas o impedimentos de operación.

La segunda situación es aquella del ruido por temperatura originado por la radiación cósmica reflejada en antenas terrestres que generan interferencia a la señal emitida por el satélite. Si bien esta situación depende también de la posición física de la antena con respecto al satélite, el nivel de radiación cósmica medida en watts contribuirá al hecho de si se produce la interferencia o no, en donde dependiendo de la tecnología del

satélite y antena en cuestión, el umbral de radiación en Watts necesaria para producir suficiente interferencia como para interrumpir la señal.

## **De la Radiación Cósmica y su Dinámica**

Barfield y Coleman (1970) mencionan que antes de que existieran mediciones empíricas de la cantidad de energía que se concentraba a nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, las estimaciones se llevaban a cabo en base a los modelos teóricos del campo geomagnético que fueron presentados con anterioridad.

Con el descubrimiento de la cavidad magnetosférica y la presencia de las fuentes externas del campo geomagnético, surgió la necesidad de reexaminar este concepto. Ahora la rigidez umbral (energía percibida en la órbita sincrónica de la Tierra) era función del tiempo del año y el tiempo local.

Zumanovich (1975) construye un modelo que calcula a la rigidez umbral como una función del tiempo, local, estación del año, latitud, así como las variables ya incluidas en modelos anteriores.

$$B = B(r, \theta, \phi, \tau, \varphi)$$

En donde,

$B$  es la rigidez umbral

$r$  es la distancia al centro de la tierra

$\theta$  son las corrientes debidas a la magnetopausa

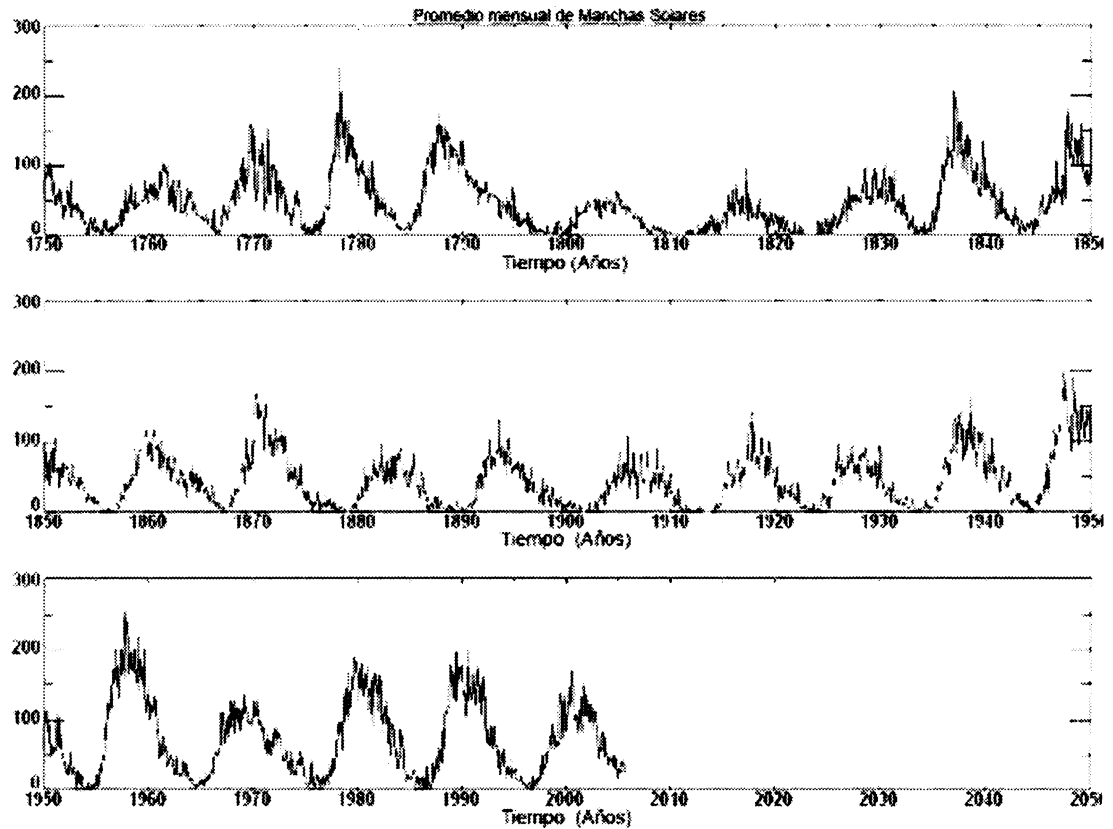
$\phi$  son las corrientes debidas a la hoja neutra

$\tau$  es la estación del año

$\varphi$  es la hora del día.



Con el advenimiento de mejores herramientas de medición, se encontró que el Sol contaba con ciclos de 11 años a través de los cuales mostraba épocas de mayor actividad solar, llamaradas solares y por lo tanto viento solar, y épocas de tranquilidad que mostraban patrones cíclicos (Mendoza, 2007).



(Mendoza, 2007)

Un modelo adecuado debería contemplar también a este comportamiento solar interanual.

Así, el nombre de radiación cósmica fue utilizado por primera vez por Millikan en 1923 para designar a la radiación de gran poder de penetración que llega a la Tierra desde el espacio exterior. Inicialmente se creyó que esta radiación consistía principalmente de fotones. Sin embargo experimentos posteriores así como observaciones realizadas

demonstraron que la radiación cósmica está constituida principalmente por partículas cargadas.

Dadas las altas temperaturas existentes en el Sol, éste emite continuamente el llamado viento solar, el cual es parte de la radiación cósmica descrita por Millikan . El viento solar consiste básicamente de hidrógeno ionizado, es decir de protones, que a su vez constituyen un plasma diluido de conductividad eléctrica muy elevada. Barfield y Coleman (1970) indican que en estas condiciones el plasma se opone a cualquier cambio en el flujo magnético en su interior, manteniendo y transportando con él su propio campo magnético y excluyendo cualquier campo externo. A este fenómeno característico de los plasmas se le conoce como “Congelamiento del Campo Magnético”.

Zumanovich (1975) señala que la mayor parte de la radiación cósmica registrada en la Tierra es el producto de su interacción con la atmósfera terrestre. A la radiación cósmica identificada fuera de la atmósfera terrestre se le denomina primaria y las partículas producidas por esta con su interacción con la atmósfera terrestre se les denomina radiación secundaria.

Por su parte la radiación cósmica primaria se divide según sus fuentes. Así se identifica a la radiación que proviene del sol o rayos cósmicos solares y radiación que viene de afuera del sistema solar que son los rayos cósmicos galácticos o meta galácticos.

Dado que la radiación cósmica, como ya se mencionó antes, está constituida principalmente por partículas cargadas, se conoce que la energía contenida de las mismas llega a ser del orden de  $10^{11}$  GeV (Giga electrón voltio) y son las partículas más energéticas conocidas en la naturaleza (Barfield y McPherron, 1972). Los rayos cósmicos primarios se integran principalmente de protones, aunque también se encuentran partículas y núcleos más pesados y por supuesto fotones y electrones.

Cuando la radiación cósmica presenta elevados niveles, dependiendo de las condiciones en las que los satélites que orbitan alrededor de la Tierra, se pueden generar interferencias en el funcionamiento de los mismos. El grado de dicha interferencia se encuentra positivamente correlacionada con la intensidad de la radiación cósmica en ese momento.

Ante esto vale la pena mencionar que según Barfield y Coleman (1970) la dinámica de la radiación cósmica obedece principalmente a la dinámica del componente

primario de la misma, en donde la forma en que el Sol se comporta resulta ser el principal factor a considerar. El comportamiento solar al que aquí se hace referencia consiste específicamente en la forma en que las reacciones exotérmicas del astro se llevan a cabo y en particular a aquellos aspectos como llamaradas solares, manchas solares y cualquier fenómeno asociado que impacte el comportamiento del viento solar. Dicho comportamiento es importante pues el viento solar es el fenómeno que distribuye a la radiación cósmica primaria y solar a través del sistema solar y por consiguiente a la Tierra.

De los modelos teóricos existentes al momento, se puede inferir que el comportamiento de dicho viento solar es modelable en el tiempo y por consiguiente posee una función de distribución de densidad de probabilidad paramétrica la cual puede utilizarse para los fines de este proyecto.

## **Del principio de la valuación neutral al riesgo**

Hull (2012) explica que el principio de valuación neutral al riesgo establece que cuando se evalúa un activo o producto derivado, se puede suponer que los inversionistas son neutrales al riesgo. Este supuesto quiere decir que los inversionistas no aumentan su tasa requerida de rendimiento de una inversión para compensar por mayor riesgo. Así, un mundo en donde los inversionistas son neutrales al riesgo es por lo tanto un mundo libre de riesgo. Por supuesto en el mundo real sí existe el riesgo. Sin embargo resulta que el precio de las opciones o cualquier otro tipo de activo financiero derivado, puede ser evaluado correctamente en un mundo en el que el riesgo no existe y sin embargo, dicha evaluación también será válida y correcta en el mundo real en donde sí existe riesgo.

Esto quiere decir que el precio de una opción o de cualquier otro tipo de activo financiero derivado, cuyo precio sea función de un activo subyacente, “será igual en un mundo neutral de riesgo (sin riesgo) y en el mundo real en donde sí existe riesgo” (Hull, 2012).

Así, el principio de valuación neutral al riesgo hace al cálculo del precio de una opción o de cualquier otro tipo de activo financiero derivado, más sencillo pues Hull (2012) establece que en términos prácticos el principio de valuación neutral al riesgo implica para dichos activos financieros derivados (incluyendo a las opciones):

1. Que los activos que otorgan rendimientos suelen tener un rendimiento esperado igual a la tasa libre de riesgo.
2. Que la mejor tasa para descontar sus flujos de efectivos futuros también es la tasa libre de riesgo.
3. Los flujos de efectivo futuros relevantes en el presente, son el valor esperado de los mismos en dicho futuro.

## De la valuación de Futuro y Forwards

De esta manera la valuación de los futuros y forwards resulta ser bastante sencilla pues mientras que el precio del “forward” es el precio al que se hoy se pacta llevar a cabo la transacción ya sea de compra o venta del activo en el futuro, el valor del forward es la diferencia entre el precio Spot en el momento y el precio del futuro traído a valor presente a la tasa libre de riesgo (Hull, 2012). Esto implica que en un principio el valor del forward es 0 y con el tiempo esto va cambiando conforme cambia también el precio Spot.

Por otro lado en términos generales, el precio del forward debe coincidir con el precio al que llegarían los activos si crecieran a la tasa libre de riesgo. Si el precio no coincide con esto, entonces se generarían oportunidades de arbitraje que por medio de compras o ventas masivas se llevaría al precio a su nivel teórico.

Una forma genérica de valuación del precio al que se debe de pactar un futuro o forward es capturada por la siguiente fórmula (Hull, 2012):

$$F_0 = S_0 e^{(r+u-y)T}$$

En donde,

$F_0$  es el precio del futuro del activ.

$S_0$  es el precio actual del activo.

$r$  es la tasa libre de riesgo expresada con capitalización continúa.

$u$  es el valor presente de los costos asociados a la posesión del activo.

y es el valor presente de los beneficios asociados a la posesión del activo.

$T$  es el periodo de tiempo al vencimiento del futuro.

## **De la valuación de Opciones**

Los contratos de opciones pueden ser valuados por medio de varias técnicas (Hull, 2012) entre las cuales las principales a identificar son en primer lugar el análisis matemático de valor esperado dado el cálculo diferencial como se hace en las fórmulas de Black & Scholes y así como en las fórmulas propuestas por Cruz y Llinas (2010) para la valuación de instrumentos financieros derivados del clima y que se incluyen posteriormente en este documento.

En segundo lugar, la valuación se puede hacer vía simulaciones de Montecarlo, análisis vía árboles binomiales, el uso de Software especializado (DerivaGem y Minitab), así como pruebas de normalidad y de otras distribuciones probabilísticas.

Las simulaciones de Montecarlo son procedimientos para obtener una muestra de diferentes resultados aleatorios de un proceso estocástico (Hull, 2012). Básicamente una simulación de Montecarlo tiene como objetivo observar el comportamiento de una variables aleatoria según su distribución de probabilidad asociada o conocida a través de tiempo. De esta manera se pueden generar varias corridas de simulación para obtener diferentes resultados y poder prever un futuro en base al promedio y otras particularidades observadas en los resultados.

Hull (2012) menciona que otra manera de valorar una opción es por medio de la construcción de una serie de árboles binomiales los cuales permitan a través de conocer diferentes tipos de escenarios que pueden suceder con cierta probabilidad. De esta manera se valúan todos los posibles escenarios a futuro por medio de ramificar los diferentes caminos que la situación puede seguir. Así se construye un árbol de múltiples ramificaciones el cual por medio de métodos numéricos puede ser resuelto. Básicamente el objetivo es encontrar el valor esperado de cada conjunto de ramificaciones e ir calculando valores esperados hacia atrás en el tiempo hasta encontrar el valor esperado para el árbol completo.

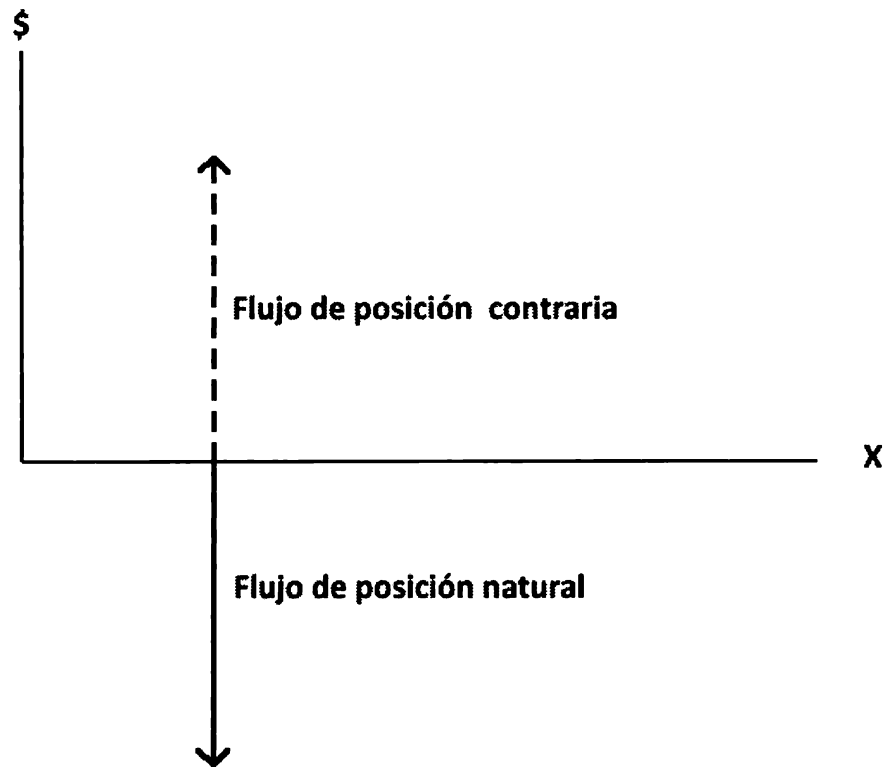
El uso de software, algunos de los cuales ya fueron mencionados anteriormente, es recomendado dado el crecimiento exponencial de posibles resultados conforme el número de pasos de tiempo se aumenta en la construcción de un árbol binomial.

## **De la estructuración y valuación de los Instrumentos Financieros Derivados de Cobertura Climática**

Cruz y Llinas (2010) mencionan que los seguros tradicionales contra eventos climáticos inesperados cubren eventos cuya probabilidad es baja, pero el riesgo, es decir sus consecuencias, son muy altas. En cambio los instrumentos financieros derivados con un subyacente en forma de variable asociada al clima se orientan a cubrir eventos de bajo riesgo, pero de alta probabilidad de ocurrencia. Entre estos pueden ser las fluctuaciones en el calor, en el frío o en la precipitación en un periodo de tiempo definido. De esta manera Cruz y Llinas (2010) indican como ejemplo que una empresa que administra un parque de diversiones puede cubrirse con un instrumento financiero derivado de clima frente a pronósticos de tiempo realizados por meteorólogos que afirman que habrá una temporada más fría que el promedio histórico. La empresa puede prever que sus ingresos se verán afectados negativamente por el clima y así asegurar por medio de un derivado de clima un pago predeterminado por cada unidad de calor menor a la esperada. Este evento es de bajo riesgo, pero de alta probabilidad de ocurrencia. Por otro lado, la misma compañía podría adquirir un seguro contra catástrofes climáticas, como lo puede ser un terremoto, un huracán o una inundación que implican grandes consecuencias, pero de baja probabilidad de ocurrencia.

El planteamiento teórico para la estructuración de un derivado del clima puede seguir la lógica analítica de Black & Scholes (Hull, 2012), la cual indica que la esencia de una cobertura es controlar el riesgo y no centrar el proceso de análisis en su medida. Esto quiere decir que la esencia de una cobertura es tomar una posición contraria a la que se está expuesto. Por ejemplo si se está expuesto a pérdidas debida a bajos niveles de precipitación se toma una posición en donde en base a justamente esos bajos niveles de precipitación se gane dinero. “Esto significa que, la esencia de la cobertura es tomar la posición contraria de un activo, cuya dinámica se presenta dependiendo de la evolución del subyacente.” (Cruz y Llinas, 2010).

Básicamente lo que se busca al tomar a dicha posición contraria es obtener un flujo de efectivo que sustituya a aquel flujo que se perdió dadas las condiciones climáticas, de tal forma que las magnitudes de ambos siempre sean iguales y en dirección opuesta pudiéndose generar al amalgamar las dos un portafolio de valor 0.

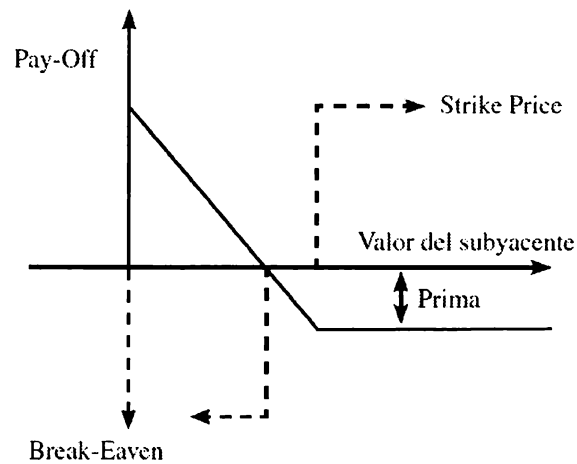


(Cruz y Llinas, 2010)

Una de las formas más sencillas de estructurar instrumentos financieros derivados de clima es por medio del uso de opciones, las cuales ya fueron descritas en secciones anteriores de este documento. Cruz y Llinas (2010) utilizan como ejemplo a un negocio cuyas ventas dependen del frío como lo sería un hotel para eventos de ski. De esta manera el negocio necesitaría cubrirse del evento en que se registren pocos días de frío y por lo tanto no haya suficiente nieve para esquiar y el hotel no cuente con huéspedes.

De esta manera se podría construir un instrumento financiero derivado que genere un flujo positivo de efectivo dependiendo de la “calurosidad de los días” o la falta de “frialdad en los días”.

**Gráfica 3. Desarrollo de un flujo en una dirección opuesta y con una magnitud similar al esperado. Se construye un sintético.**



(Cruz y Llinas, 2010)

Como se puede observar del gráfico anterior, cuando el valor del subyacente, en este caso número de días fríos sea menor que un valor “strike price”, se comenzarán a generar flujos positivos que compensen a las pérdidas incurridas por el hotel. El valor de la prima se representa por la porción de la línea que se encuentra sumergida en el eje vertical.

En resumen un instrumento financiero derivado de clima se construye primero con base en la estructuración de una posición contraria en el mismo periodo de tiempo de la posición a la que se desea cubrir, segundo en una magnitud que permite cubrir el monto adecuado y por el hecho de que el instrumento financiero derivado estará condicionado por una dirección, una magnitud y un nivel de referencia.

Así el pago de un instrumento financiero derivado, dependerá de los resultados meteorológicos registrados y medidos como lo pueden ser las precipitaciones, vientos o grados centígrados en un lapso de tiempo predeterminado. Previamente, en el contrato se establecerían los eventos climáticos específicos bajo los cuales se deberá realizar el pago.



## 2.4 Estrategias para coberturas con instrumentos de opciones a través de los índices HDD y CDD:

Tabla 2<sup>8</sup> Modalidades o tipologías de estrategias de coberturas

Opción	Protección	Se ejerce opción	Pago
Call	Inviernos Frescos	U. de Frío > P. Ejercicio	Tamaño del tick * (U. Frío - P. Ejercicio)
Put	Inviernos Suaves	U. de Frío < P. Ejercicio	-Tamaño del tick * (U. Frío - P. Ejercicio)
Call	Veranos Calurosos	U. de Calor > P. Ejercicio	Tamaño del tick * (U. Calor - P. Ejercicio)
Put	Veranos Frescos	U. de Calor < P. Ejercicio	-Tamaño del tick * (U. Calor - P. Ejercicio)

(Cruz y Llinas, 2010)

Por lo general los derivados de clima son comúnmente contratos negociados de forma OTC, es decir, se negocian de manera privada y se pueden ajustar a las necesidades individuales de las partes al llegar a un acuerdo bilateral. A pesar de lo anterior, “los derivados tanto futuros como opciones transados en el CME Group tiene un formato contractual estandarizado, negociados abiertamente por vía electrónica al estilo de una subasta” (Cruz y Llinas, 2010).

Otro elemento importante de las opciones es el cálculo del valor de la prima. Para ello Cruz y Llinas (2010) señalan que la valoración de este tipo de contratos en ausencia del valor del tiempo puede realizarse mediante la aplicación del principio de valuación neutral al riesgo en donde el valor intrínseco de la opción en el futuro, visto desde el presente, no es otra cosa más que el valor esperado del pago de la opción. Así el valor esperado del pago de la opción puede entenderse como:

Para la opción *put*:

$$E\{\max[k - \tau, 0]\} \text{ (A)}$$

Y para la opción *call*:

$$E\{\max[k - \tau, 0]\} \text{ (B)}$$

La definición de Stewart (2001) del valor esperado de una variable aleatoria es:

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} Xf(X)dX$$

En donde

$E\{X\}$  = es el valor esperado de la variable aleatoria.

$X$  son los valores posibles a tomar por la variable aleatoria.

$f(X)$  es la función de densidad de probabilidad de  $X$ .

Así Cruz y Llinas (2010) toman la definición anterior aplicada al pago de una opción es para determinar que:

$$\text{Para una opción put: } V_{\text{put}} = \omega \int_{-\infty}^k (k - \tau) f(\tau) d\tau \quad \text{para } \tau < k \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Para una opción call: } V_{\text{call}} = \omega \int_k^{\infty} (\tau - k) f(\tau) d\tau \quad \text{para } \tau > k \quad (\text{B.1})$$

Las ecuaciones (A.1) y (B.1) se basan en tres elementos que se deben de tomar en cuenta. El primero de ellos es el su función de densidad de probabilidad del subyacente  $f(\tau)$ . El segundo de ellos es, que el que entra a la cobertura deber tener claro el evento que desea asegurar, es decir lo que estará midiendo como subyacente de la opción. Por último el tercer factor es el pago cuando la opción llega a su fecha de vencimiento  $\max(k - \tau, 0)$  para un put y  $\max(\tau - k, 0)$  para un call. En el caso de ambas se multiplica el valor esperado por un valor de ajuste que represente al monto nocional cubierto.

En conclusión para esta sección se puede establecer que la prima que se debería pagar por la opción, es decir el valor de la opción se puede escribir de la siguiente manera al incluir el valor del dinero en el tiempo.

$$\text{Valor} = \left( \omega \int_0^{\infty} P(As, K) \cdot f(P(As, K)) dAs \right) e^{-rt}$$

En donde,

$\omega$  es el valor que ajusta al pago para igualar al monto a cubrir.

$P$  es la función de pago.

$f$  es la función de densidad de probabilidad del pago.

$A$  es la variable subyacente o activo subyacente.

$K$  es el Strike Price de la opción.

$r$  es la tasa libre de riesgo expresada de forma continuamente capitalizable.

$t$  es el tiempo al vencimiento de la opción.

## De las pruebas de hipótesis para medias

Gutiérrez y De la Vara (2008) mencionan que un problema frecuente que se presenta es comparar las medias de dos procesos diferentes ante la sospecha de que su naturaleza hará variar a la media en cierta medida o que se posee la sospecha de que en realidad ambos procesos son iguales. Para probar lo anterior, Montgomery (2009) señala que convendrá entonces conseguir una muestra lo suficiente mente amplia (de referencia mayor a 30 datos) de cada proceso para poder contrastar sus medias y resolver tales cuestiones. Por supuesto las muestras seleccionadas deben de seguir los principios de aleatoriedad y representatividad que todo muestreo estadístico debe de poseer.

El siguiente paso es decidir probar asumiendo que ambos procesos cuentan con la misma varianza o que sus varianzas son desconocidas y se prefiere no asumirlas necesariamente como iguales.

Gutiérrez y De la Vara (2008) indican que para el primero de los casos el estadístico de prueba distribuye  $t$  de student con  $n_1 + n_2 - 2$  grados de libertad y es igual a

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{Sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$Sp = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

En donde  $n_1$  y  $n_2$  son el número de observaciones para la muestra 1 y 2 respectivamente y  $S_1^2$  y  $S_2^2$  son la varianzas de cada muestra.

Para el segundo de los casos el estadístico de prueba distribuye t de student con  $\nu$  grados de libertad y es igual a

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 + 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 + 1}} - 2$$

En donde  $n_1$  y  $n_2$  son el número de observaciones para la muestra 1 y 2 respectivamente y  $S_1^2$  y  $S_2^2$  son la varianzas de cada muestra.

## **Del método de Anderson-Darling**

Para realizar inferencias acerca del comportamiento de una variable aleatoria, Montgomery (2009) menciona que en muchas ocasiones resulta útil conocer su función de densidad de probabilidad. Sin embargo dado que en la mayoría de las ocasiones los datos que se poseen provienen de un muestreo, no es posible concluir con absoluta certeza acerca del tipo de distribución que sigue la población.

De ahí que el uso de pruebas que ayuden a concluir con cierto nivel de confianza si los datos siguen o no a cierta distribución hipotética sea común antes de comenzar el

análisis de los datos para partir en primera instancia de un tipo de distribución en particular.

Una de las pruebas más utilizadas es al de Anderson-Darling (1952). En su forma básica la prueba asume que no existen parámetros a ser estimados en la distribución a probar, en cuyo caso el test y su set de valores críticos están libres de distribución. Sin embargo, el test es más comúnmente usado en contextos en donde una familia de distribuciones está siendo probada en cuyo caso los parámetros de esa familia necesitan ser estimados y esto debe de tomarse en cuenta para justar tanto el estadígrafo como sus valores críticos.

Cuando el test de Anderson-Darling (1952) es aplicado a probar si una distribución normal describe adecuadamente un set de datos, según Montgomery (2009) se convierte en una de las herramientas estadísticas más poderosas para detectar la mayoría de las desviaciones que se alejan de esta distribución.

La prueba de Anderson-Darling pertenece a la clase de estadígrafos cuadrados (Gutiérrez y de la Vara, 2008). Anderson y Darling (1952) establecen que si la distribución hipotética a probar es  $F$  y los datos empíricos de la prueba presentan una distribución acumulada  $F_n$ , entonces el estadígrafo cuadrático mide la distancia entre  $F$  y  $F_n$  por medio de

$$n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 w(x) dF(x),$$

En donde  $w(x)$  es una función ponderadora.

De esta manera el test de Anderson-Darling (1952) se basa en la distancia

$$n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{[F(x) (1 - F(x))]} dF(x),$$

La cual se obtiene cuando la función ponderadora es

$$w(x) = [F(x) (1 - F(x))]^{-1}$$

Montgomery (2009) señala que por lo tanto el test de Anderson-Darling comparado con otras pruebas pone más énfasis en las observaciones en las colas de la distribución que en las centrales, haciendo así más importantes a las observaciones anómalas alejadas del centro de la distribución que presenten un comportamiento fuera de lo esperado para una distribución dada.

Haciendo uso del hecho de que cuando una distribución hipotética se acopla a los datos obtenidos en la muestra y de que por consiguiente esto se puede modelar transformándolo en una distribución uniforme, el test de Anderson-Darling (1952) prueba entonces la uniformidad de dichos datos transformados. El estadígrafo de esta prueba resulta entonces ser  $A$  el cual prueba si los datos provienen de una distribución con función de probabilidad acumulada  $F$ . El estadígrafo se define como

$$A^2 = -n - S,$$

En donde

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{n} [\ln(F(Y_k)) + \ln(1 - F(Y_{n+1-k}))].$$

Posteriormente el estadígrafo puede ser comparado contra los valores críticos de la distribución teórica. Nótese que en este caso no fueron estimados parámetros en relación a la función de distribución  $F$ .

## Del método de Dickey y Fuller

Campbell et al. (1997) señalan que el análisis de series de tiempo para concluir acerca de su aleatoriedad es un tema de gran alcance y profundidad en el mundo estadístico y econométrico. Una de las cuestiones fundamentales a investigar dentro de este tema es el de si una serie tiene una media constante y varianza constante en el tiempo. De ser así, la serie podría considerarse estacionaria y por lo tanto no aleatoria. Esto a su vez, permite concluir que es posible predecir el comportamiento de la variable aleatoria subyacente en la serie a través del tiempo.

En resumen ¿Qué significa que una serie de tiempo sea debilmente estacionaria? La respuesta más sencilla es que se puede predecir. Ahora ¿por qué se puede predecir? La respuesta de Dickey y Fuller (1979) es, porque la media y varianza teórica de su distribución se mantienen constantes en el tiempo.

Para ejemplificar lo anterior se ilustrará a continuación el concepto recién discutido para un proceso estocástico. Según Hull (2012) un proceso estocástico  $X_{(t)}$  es un proceso es donde el valor de la variable  $X$  cambia de forma probabilística en función de otra variable que generalmente es el tiempo. Con probabilística Montgomery (2009) explica que se refiere a que existe incertidumbre en cuanto al valor exacto que tomará la variable ya que los posibles valores futuros de la misma cuentan con una probabilidad de existir de acuerdo a una función de probabilidad, paramétrica o no paramétrica.

En términos matemáticos Campbell et al. (1997) definen que: Un proceso estocástico  $\{x_t, t = 1, 2, \dots\}$  es estacionario sí para cada conjunto de índices temporales  $1 \leq t_1 < \dots < t_m$  la distribución conjunta de  $(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_m})$  es la misma que  $(x_{t_1 + h}, x_{t_2 + h}, \dots, x_{t_m + h})$  en donde  $h$  es un incremento en el tiempo

Así mismo Campbell et al. (1997) señalan de forma particular que una serie no puede considerarse estacionaria cuando el mejor estimador del valor futuro de las serie es su valor actual, pues esto evitaría que pudiera predecirse, es decir cuando

$$X_{t+1} = X_t$$

Según Campbell et al. (1997) en el caso de una serie representada por la ecuación anterior, la cual no es estacionaria, se podría decir que la serie cuenta con raíces unitarias,

pues la ecuación anterior se puede interpretar como una relación en la que el valor actual de la serie es multiplicado por un factor igual a 1 para arrojar el valor de la serie en el futuro inmediato.

$$X_{t+1} = \rho X_t$$

En donde  $\rho = 1$

Si la ecuación anterior se aplica a un proceso estocástico, como se ha venido comentando desde ya hace unos párrafos atrás, entonces convendría añadir un factor de error para ajustar la serie ante vibraciones y variaciones propias del proceso que no necesariamente implican un cambio en la raíz unitaria ni en el comportamiento planteado.

$$X_{t+1} = \rho X_t + \varepsilon_t$$

En muchos casos las series de tiempo presentan un ritmo de crecimiento, o tendencia constante. Ante estos casos sería lógico el argumentar que la serie claramente no es aleatoria pues presenta un crecimiento constante en el tiempo, ya sea positivo o negativo y por lo tanto su media cambia acorde. Sin embargo Campbell et al. (1997) explican que el proceso de crecimiento puede ser a su vez observado, como un crecimiento escalado constante independiente del valor de la serie en un momento dado. Esto lo podemos ver en el siguiente modelo.

$$X_{t+1} = \mu + \rho X_t + \varepsilon_t$$

Así en cada paso de tiempo la serie cambia en  $\mu$  y por lo tanto crece o decrece, más el mejor estimador para el valor futuro continua siendo el valor presente más  $\mu$ .

Dickey y Fuller (1979) plantean este mismo modelo como uno de tipo auto regresivo de orden 1 ó AR(1), donde  $\mu$  y  $\rho$  son parámetros a estimar y  $\varepsilon_t$  es un término de error para el que se asume que se cumplen las propiedades del ruido blanco. Dado que  $\rho$  es un coeficiente de autocorrelación que, por tanto, toma valores entre  $-1 < \rho < 1$ , si  $\rho = 1$ , la serie y es no estacionaria. Si el valor de  $\rho$  es mayor que la unidad, entonces se dice que la serie es explosiva. Entonces, el test DF plantea, sencillamente, contrastar estadísticamente si  $\rho = 1$ . Puesto que en economía las series explosivas no tienen mucho sentido, esta hipótesis nula se analiza frente a la alternativa que establece que  $H_1: \rho < 1$ .



Tomando diferencias se tiene que

$$\Delta X = \mu + \rho X_t + \varepsilon_t - \mu - \rho X_{t-1} - \varepsilon_{t-1}$$

$$\Delta X = \mu + \rho X_t - X_t + \varepsilon_t$$

$$\Delta X = \mu + X_t(\rho - 1) + \varepsilon_t$$

$$\Delta X = \mu + \delta X_t + \varepsilon_t$$

Siendo ahora las hipótesis a probar:

$$H_0: \delta = 0$$

$$H_1: -|\delta| < 0$$

Dickey y Fuller (1979) indican que el procedimiento entonces sería en primera instancia conocer si  $\mu$  es igual a 0 o diferente. Para ello se realiza una regresión lineal por el método de mínimos cuadrados ordinarios y en base a los resultados se vuelve a correr un análisis del mismo tipo para concluir acerca de si  $\delta = 0$  o diferente.

Para Campbell et al. (1997) el problema del test DF simple es que asume que el proceso estocástico subyacente a los datos sigue un AR(1). Por tanto, cuando el proceso siga otro esquema, la estimación de la regresión auxiliar del test nos arrojará un incumplimiento de la condición de ruido blanco para los residuos, debido a una mala especificación.

Para estos casos Campbell et al. (1997) señalan que se puede disponer del test ampliado de Dickey-Fuller (ADF), el cual permite considerar otros esquemas de autocorrelación. Para ello, el test ADF añade términos diferenciados de la variable dependiente y en el lado derecho de la regresión:

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \delta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Esta especificación aumentada del test se basa en las siguientes hipótesis nula y alternativa:

$$H_0 : \gamma = 0 \text{ y } H_1 : \gamma < 0$$

## De los métodos de integración numérica

La solución de una ecuación integral normalmente requiere de aplicar estrategias y reglas matemáticas que permiten calcular lo que de forma sencilla se expresa como “el área bajo la curva de una función”. Sin embargo, esta última definición de una integral es solamente una expresión limitada para comunicar de forma verbal o escrita un concepto matemático de enormes proporciones y alcances. Weir et al. (2000) explican que la idea detrás de la integración es que uno puede efectivamente calcular muchas cantidades por medio de fragmentarlas en pequeñas piezas y después sumar las contribuciones de cada pieza en un todo.

De esta manera el proceso de integración de una función consiste en calcular el valor acumulado de la misma a través de una o varias de sus variables dentro de un rango finito o infinito de las mismas. Para ello existen varias estrategias de integración que Weir et al. (2000) proponen, siendo la mayoría de ellas exactas en términos matemáticos pero complicadas de ejecutar por medio de métodos numéricos. Así, otros autores como Stewart (2001) enuncian específicamente estrategias para poder ser programas en una computadora y ejecutar mediante dichas estrategias un proceso de integración numérico que aproxime el valor calculado para una integral con aquel que un método exacto arrojaría.

En particular Stewart propone que el método más sencillo para aproximar el valor de una función  $F(x)$ , es el de evaluar su función derivada  $f(x)$  en distintos puntos de  $x$  se parados por un paso constante de tal forma que se puede multiplicar a cada evaluación al valor de  $f(x)$  por el paso, para así aproximar el valor acumulado de  $f(x)$ , es decir de  $F(x)$ . Figurativamente se trata de dividir al área bajo la función  $f(x)$  en una infinidad de micro rectángulos, para así calcular de forma sencilla el área de cada uno de ellos, sumándolas para aproximar el valor del área de total de lo mismo, es decir el valor de la función  $F(x)$ .

Así para una integración en un rango finito de una variable  $x$ , la integración de la función  $f(x)$  por medio de un método de integración numérica sencillo, seguiría según Stewart (2001) los siguientes pasos.

El primero de ellos sería dividir en intervalo total desde  $x$  inicial “ $x_i$ ” hasta el valor final “ $x_f$ ” en un número alto de divisiones “ $n$ ”, en donde entre mayor sea el número

de divisiones mejor será la aproximación del valor calculado. Así se define al paso  $\Delta x$  como

$$\Delta x = \frac{x_f - x_i}{n}$$

Una vez que el paso ha sido definido se evalúa la función  $f(x)$  para  $x$ ,  $x+\Delta x$ ,  $x+2\Delta x$ ,  $x+3\Delta x$ , ...,  $x+n\Delta x$ . Cada evaluación deberá ser multiplicada por  $\Delta x$ , es decir por el tamaño del paso. Finalmente se suman todas las cantidades calculadas para aproximar el valor de  $F(x)$  entre  $x_i$  y  $x_f$ .

Como se puede observar en realidad este método se apega en gran medida a la definición de una integral según Weir et al. (2000), la cual es:

$$F(x) = \int f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x + i\Delta x)\Delta x$$

En donde

$$\Delta x = \frac{x_f - x_i}{n}$$

Vale la pena mencionar que en el método de Stewart (2001)  $i$  inicia en 0, para compensar las pérdidas de área conforme se integra numéricamente, pues su método va por debajo de la curva, por medio de sumar el valor final de la función también multiplicado por el paso, es decir de forma figurativa, un rectángulo más.

## **De la simulación de una variable aleatoria**

Según Coss (1998) la simulación de una variable aleatoria puede realizarse siendo esta dependiente en el tiempo o independiente. Para el caso particular de este documento resulta importante solamente estudiar a las técnicas de simulación para variables cuyo valor

en el tiempo es independiente de valores anteriores, por lo que se puede considerar que cada valor que la variable aleatoria toma en el tiempo sigue una distribución independiente.

En particular Coss (1998) establece que para procesos en donde una variable sigue un proceso estacionario y homocedástico en el tiempo solo es importante definir su distribución de densidad de probabilidad. Si el proceso no fuera homocedástico o estacionario en el tiempo entonces se tendrían que establecer una función que calculara para cada punto en el tiempo el tipo de distribución de densidad de probabilidad que se esperaría tomar a la variable. Como se puede observar aún se mantiene la condición de independencia en el tiempo, pues aunque su distribución cambia con el paso del tiempo, el valor en particular que tomará la variable aleatoria no depende del valor particular que ésta haya tomado en el pasado.

Así pues la simulación en el tiempo  $t$  del valor una variable aleatoria  $X$  según Coss (1998) estará dado por la siguiente expresión

$$X_t = INV P(x, t)$$

En donde,

$X_t$  es el valor simulado para la variable  $X$  en el tiempo  $t$ .

$INV P(X, t, z)$  es la función inversa de la función de probabilidad en el tiempo  $t$  para la variable  $X$  según una muestra aleatoria e independiente de la distribución uniforme de probabilidad en el tiempo,  $z$ .

De lo anterior se entiende que básicamente por medio de obtener un valor  $z$  que corresponde a un valor aleatorio e independiente de la distribución uniforme de probabilidad y alimentar al mismo en la función inversa de la función de densidad de probabilidad para la variable  $X$  en el tiempo  $t$ , se podría obtener una muestra aleatoria e independiente para la variable  $X$ . Este proceso se puede realizar para cada punto en el tiempo  $t$  y así obtener una o más series de datos útiles para realizar algún análisis o proyección a futuro.

## De la construcción de árboles binomiales para la valuación de opciones europeas

Eun y Resnick (2009) explican que el modelo binomial para valuación de opciones provee de una fórmula para calcular el precio exacto para una opción europea tipo ya sea “call” o “put”. Así a partir de un valor conocido al día de hoy para el subyacente existe una probabilidad de que este aumente un nivel en el futuro o que por el contrario baje su valor con el paso del tiempo. De esta manera, un árbol binomial es una estrategia que modela a paso del tiempo transformándolo de su naturaleza continua a una naturaleza discreta.

De esta manera para cada movimiento en el tiempo representado por un paso específico, el valor del subyacente como se mencionó anteriormente puede aumentar o disminuir. Dado que el modelo de valuación promedio de árboles binomiales, al igual que el resto de los métodos de valuación de opciones se realiza dentro de un mundo libre de riesgo, es posible utilizar los lineamientos que Hull (2012) establece para calcular la magnitud de un posible movimiento hacia arriba y hacia abajo que el subyacente puede tener en cada paso.

Entonces Hull establece que la magnitud de un movimiento hacia arriba se establece como

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta T}}$$

En donde

$\Delta T$  es el tamaño del paso del árbol medido en términos anuales

$\sigma$  es la desviación estándar o volatilidad esperada para el periodo de tiempo en cuestión del subyacente

Por su parte la magnitud de un movimiento hacia abajo se establece como

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta T}}$$

De esta manera de un valor del subyacente inicial “ $S_0$ ” el valor al final del paso del mismo puede ser  $S_0(u)$  ó  $S_0(d)$ , es decir hacia arriba o hacia abajo respectivamente.

Dado que la valuación se hace en un escenario libre de riesgo, se esperaría que el valor futuro en el paso de  $S_0$  fuera igual al valor esperado de  $S_0(u)$  y  $S_0(d)$ .

Así

$$S_0 e^{(r-q)\Delta t} = pS_0(u) + (1-p)S_0(d)$$

Dividiendo entre  $S_0$

$$e^{(r-q)\Delta t} = pu + (1-p)d$$

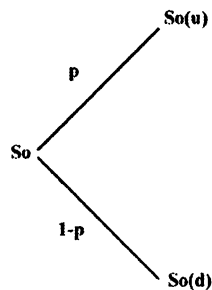
Hull (2012) señala que la varianza de la magnitud en la que cambia  $S_0$  está dada por

$$pu^2 + (1-p)d^2 + e^{2(r-q)\Delta t}$$

Hull (2012) menciona entonces que una solución para  $p$  del sistema de ecuaciones anteriores sería

$$p = \frac{e^{rt} - d}{u - d}$$

El árbol entonces se puede construir de la siguiente manera (se muestra un árbol de un solo paso).



Su solución se podría obtener por medio de trabajar de los nodos posteriores a los anteriores en donde solo el valor de los últimos nodos posteriores, puesto que las opciones europeas no pueden ejercitarse antes de su vencimiento, se evalúa según el pago de la opción dado el nivel del subyacente en ese nodo y se multiplican por su probabilidad de ocurrencia hacia atrás en el árbol hasta llegar al nodo inicial. Cada nodo intermedio es entonces el valor esperado de los nodos posteriores y el número de series de nodos corresponde a los necesarios para alcanzar el vencimiento de la opción paso por paso. Así, el valor del nodo inicial corresponde entonces al valor de la prima a pagar por entrar en el contrato de opción el día de hoy.



# **ANÁLISIS DE RESULTADOS**

## **Modelación de la distribución probabilística del viento solar al nivel de la órbita sincrónica de la tierra**

### **Análisis e Integración de Literatura Relacionada**

Según Zumanovich (1975), lo investigado y según la información recolectada de los detectores a bordo de satélites geoestacionarios, se ha registrado y calculado radiación cósmica que es equivalente a una cantidad de energía ligeramente más baja que aquella pronosticada por modelos matemáticos del campo interno, así como una variación de la intensidad de la hora local.

Esto quiere decir que los modelos teóricos divergen un tanto de la evidencia empírica. Esto puede deberse al hecho de que los modelos teóricos no son modelos totalmente holísticos y como describe Mankiw (2009), suelen establecer una frontera del modelo fuera de la cual se hacen suposiciones fijas para todos los factores a no considerar dentro del modelo. Si bien la frontera de dicho modelo se ubica en un punto en donde se cree que los factores que se dejan de considerar y se asumen fijos no tienen un impacto significativo en la variable estudiada, también es verdad que a falta de evidencia empírica los factores a considerar o no se vuelve más un criterio subjetivo que objetivo.

De esta manera es de esperarse que al contar con evidencia empírica, la realidad se desvíe un tanto de lo planteado por modelos teóricos.

Por su parte Mead y Fairfield (1975) mencionan en sus estudios teóricos, que fuentes externas en la magnetósfera tienen el efecto de aumentar la energía recibida a la altura de la órbita sincrónica de la Tierra y por lo tanto reducir la rigidez umbral, lo que podría explicar por qué cierto tipo de partículas particularmente nocivas para el funcionamiento de las telecomunicaciones penetran el campo magnético de la tierra.



En efecto, una explicación parecida nos menciona Zumanovich (1975) en donde explica que para llegar a los detectores de un satélite geoestacionario, la radiación cósmica primaria debe propagarse desde en medio interplanetario y a través de la magnetósfera externa distorsionada por el viento solar. Es a partir de lo anterior, que en realidad se puede llegar a la conclusión que el modelo que en este documento se intenta realizar acerca del comportamiento del viento solar, en realidad corresponde al modelamiento de la fracción de viento solar que es percibida por los detectores en los satélites estacionarios y no la totalidad del mismo. Sin embargo es justamente esa fracción al que se desea modelar, pues es esta la responsable de los problemas en las telecomunicaciones así como en el funcionamiento y vida útil de los satélites.

De esta manera al continuar con la investigación y con el análisis de los datos, el primer fenómeno observable es la fuerte asimetría existente entre los registros diurnos y los registros nocturnos del campo magnético de la Tierra así como de la cantidad de energía recibida en esos periodos que Zumanovich (1975) describe en su investigación. Dicha asimetría del campo magnético por lo tanto induce cambios considerables en la trayectoria de las partículas cargadas y por lo tanto en la forma en que llegan a la órbita sincrónica, produciendo a su vez fuertes diferencias en las mediciones según la hora del día. A partir de esto último es que se puede derivar un comportamiento de variación diurna.

Lo anterior implica que la primera adecuación que se debe de hacer a los modelos teóricos que calculan la rigidez umbral del campo geomagnético y la cantidad de radiación cósmica percibida en la órbita crónica de la Tierra, es justamente la de ajustar por los cambios de dicho campo durante el día y la noche.

Esta conclusión puede ser contrastada con lo que Gall et al. (1971) demostraron por medio de calcular la rigidez umbral para dos diferentes direcciones de incidencia en el satélite ATS 1; la vertical y la de más fácil llegada que es la del oeste. Los resultados del estudio sobre la cantidad de energía que se recibía al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra de estos autores se pueden resumir de la siguiente manera:

- a. Para cualquier ángulo de incidencia la mínima energía umbral ocurre a media noche, la máxima a medio día.
- b. La rigidez umbral presenta una fuerte variación diurna.
- c. Para cualquier tiempo local de arribo, el acceso “más fácil”, es decir, de rigidez umbral mínima, corresponde a la llegada por el oeste, y las

partículas con rigidez próxima a la umbral, arriban a la órbita sincrónica por la cola magnetosférica.

Vale la pena mencionar el hecho de que según los datos recolectados por el ATS 1, la rigidez umbral a la media noche desde el oeste es de 4.5 MeV y a medio día es de 25 MeV. Para el caso de la incidencia vertical los valores fueron de 14 MeV para la media noche y de 46 MeV para el medio día.

Estos últimos datos permiten pensar en acotar la recolección de datos para considerar únicamente a aquellas incidencias de radiación producto del viento solar con carga o energía suficiente mayor a los umbrales, pues por debajo de estos no penetrarían al campo magnético de la Tierra. Sin embargo son justamente las incidencias de mayor energía y que si penetran al campo magnético de la Tierra las que se quiere estudiar, pues son éstas las responsables de las disrupciones en satélites y comunicaciones. Esto también quiere decir que se esperaba que no se registraran partículas por debajo de estos niveles o que la cantidad de las mismas fuera muy baja, en los datos recolectados para este trabajo.

En otras investigaciones también se han encontrado observaciones anómalas de penetración de radiación cósmica. De particular interés es el evento solar ocurrido en agosto de 1972, en donde Zumanovich (1975) explica que dos satélites fueron lanzados al plano ecuatorial, uno, el 1970-10A en la órbita sincrónica, y el 1970-93A a 6.45 radios terrestres de distancia. Los datos obtenidos con detectores a bordo de estos satélites, mostraron el flujo de partículas que tenían acceso a los satélites. Comparando a este estudio con el de Gall et al. (1971) se tiene que la rigidez umbral en la tarde es más baja que la calculada y la rigidez umbral a media noche es más alta que la calculada con el modelo de estos últimos autores. Es por eso que una reevaluación del tipo de partículas que se pueden observar así como su distribución probabilística se intentará realizar a lo largo de este documento. Para ello la investigación de autores relacionados al tema continúa.

Según Zumanovich (1975), la variación diurna de la radiación cósmica y por ende del comportamiento del campo geomagnético se confirma en todos los casos. De esta manera se presenta el siguiente comportamiento del campo geomagnético durante el equinoccio de marzo a comparación del comportamiento en el verano (hemisferio norte).

Intensidad de Radiación Resistida por el Campo Geomagnético				
Temporada	Incidencia Vertical		Incidencia Oeste	
	0:00 Hrs. (Min)	12:00 Hrs. (Max)	0:00 Hrs. (Min)	12:00 Hrs. (Max)
Equinoccio Marzo	26 MeV	55 MeV	10.5 MeV	31 MeV
Verano	27 MeV	42 MeV	9 MeV	24 MeV
Temporada	Incidencia Vertical		Incidencia Oeste	
	6:00 Hrs. (Min)	18:00 Hrs. (Max)	6:00 Hrs. (Min)	18:00 Hrs. (Max)
Equinoccio Marzo	42 MeV	44 MeV	14 MeV	21 MeV
Verano	38 MeV	40 MeV	14 MeV	15 MeV

(Zumanovich, 1975)

De lo anterior se puede concluir que:

- 1) Los valores para la incidencia vertical son más altos que para la incidencia del oeste. Esto quiere decir que hay mayor radiación proveniente de dirección oeste que en su forma vertical.
- 2) Los valores cambian según la hora del día, corroborando que se percibe mayor radiación en el día que en la noche.
- 3) La energía umbral presenta una variación temporal siendo en general, el umbral más alto para el equinoccio de primavera que para el verano.
- 4) La diferencia entre puntos intermedios del día no es muy grande, pues los valores recolectados para las 6:00 versus las 18:00 hrs. no son muy diferentes.

De las aportaciones de Zumanovich (1975) podemos inferir que resulta aún más necesario replantear el la modelación de la recepción de radiación cósmica pues además de una clara variación diurna, también se pudo observar un variación temporal a través del año. Si bien esto implica una desviación de la modelación teórica, no lo es así de los principios teóricos que sustentan a su modelación, es decir, las concepciones teóricas

resultan verdaderas y es en la modelación numérica en la que se presentan discrepancias. Por ejemplo, los datos recabados desde el Laboratorio Nacional de Energías Renovables de los EEUU (NREL) resultan congruentes al observar que la energía umbral en el verano es menor que en equinoccio de marzo. Esto a su vez implica una mayor presencia de radiación cósmica en el verano que en marzo, lo que resulta congruente con la lógica. También es congruente el hecho de que durante el día se perciba mayor radiación cósmica que en la noche.

Como Zumanovich (1975) concluye, “los umbrales varían en las diferentes temporadas del año, de tal manera que se recomienda realizar observaciones empíricas para cada temporada del año a fin de hacerlas comparables”. De lo anterior es que surge la necesidad de incluir un factor temporal diario, un factor temporal anual y uno que refleje la temporalidad de los ciclos solares para poder modelar de una forma más certera al comportamiento de la radiación cósmica percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra.

Para ello a continuación se realizará una recopilación de datos de dicha radiación en diferentes épocas del año para observar el tipo de distribución probabilística que muestra la misma. Para ello se obtendrán, a partir de las bases de datos históricas tanto del Instituto de Geofísica de la UNAM en México como del Laboratorio Nacional de Energías Renovables de los EEUU (NREL) y se integrarán en una sola base de datos, a las lecturas registradas en medidores dentro de satélites al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra. Ante esto se anticipa que la misma presente una distribución asumible normal como los estudios y autores citados hasta el momento presumen. Sin embargo se realizarán pruebas estadísticas a los conjuntos de datos para corroborar lo mismo desde un punto de vista empírico.

Vale la pena mencionar que solamente se estudiarán los datos correspondientes a la exposición a la radiación durante la porción del día en donde se presenta los valores más extremos altos, pues son justamente este conjunto de datos los que reflejan los niveles de radiación más alta de los que se intenta cubrir como objetivo final de este trabajo vía instrumentos financieros derivados.

## Análisis Estadístico de Datos

A continuación se presenta el estudio estadístico realizado para la muestra, obtenida e integrada a partir de las bases de datos antes mencionadas, de 68 meses representando a las cuatro estaciones del año (una estación por año y diferente al año predecesor) para los años de 2012, 2009, 2006, 2003, 1999, 1997, 1994, 1991, 1988, 1985, 1983, 1981, 1979, 1977, 1975, 1973. De esta manera se intenta obtener datos representativos del ciclo anual y solar para conocer si es que existen cambios en la distribución presentada por la radiación cósmica para los diferentes puntos en el tiempo. El análisis estadístico fue realizado con datos para una sub-muestra de 16 de los 68 meses con ayuda del software MINITAB. La sub-muestra se tomó de manera representativa como se puede ver al encontrar la lista de meses seleccionados en el Apéndice A, mientras que la muestra general de los 68 meses se encuentra en el Apéndice J dentro del CD anexo bajo el nombre de archivo Apndx\_J.xlsx.

La prueba principal con la que se determina si los datos siguen una distribución normal o no, es la prueba de Anderson-Darling (1952) en donde:

*Ho: Datos Normales*

*H1: Datos NO NORMALES*

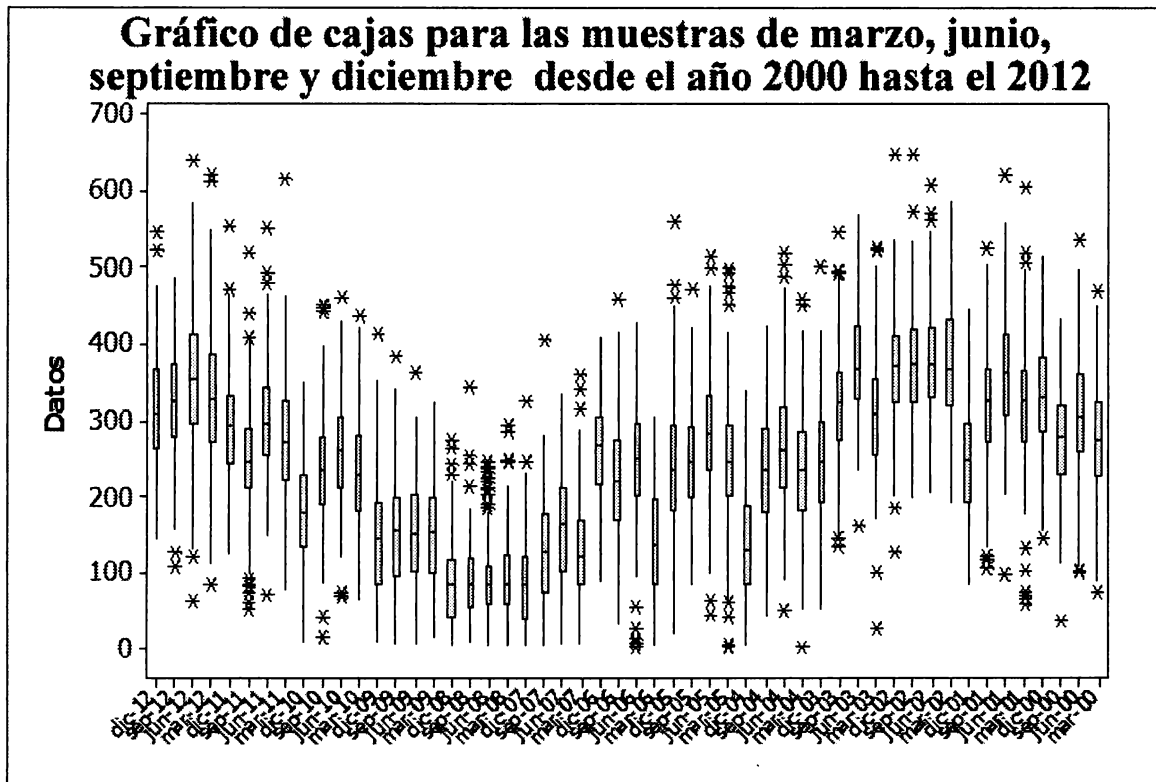
Además las pruebas de hipótesis se realizaron con un nivel de confianza del 95%. Un resumen de las pruebas de hipótesis y análisis gráfico se encuentra en el Apéndice G. A continuación se muestra a manera de resumen el resultado de las pruebas de hipótesis antes mencionadas.

Nivel de confianza	# De pruebas con rechazo	# De pruebas sin rechazo	# De pruebas cerca del borde de rechazo
95%	1/16	15/16	1/16
	6.25%	93.75%	6.25%

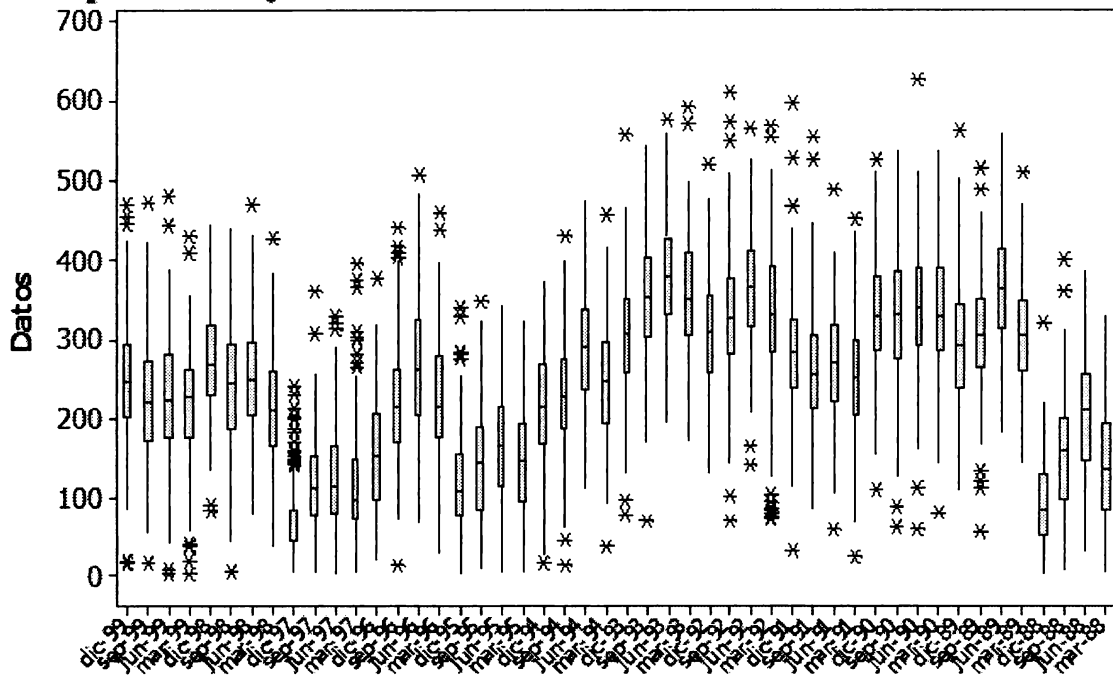
La gran mayoría de las pruebas no pudieron ser rechazadas con un nivel de confianza de 95%, es decir un 93.75%, al realizar el análisis con este nivel de confianza.

De esta manera es que encontramos que se puede asumir según los criterios de Montgomery (2009), que dado que existe falta de evidencia estadística que demuestre lo contrario, la radiación cósmica y en especial el viento solar siguen una distribución normal en la mayoría de los casos siendo medidas por el nivel energético en MeV independientemente del punto del ciclo solar en el que se encuentre el Sol y de la época del año.

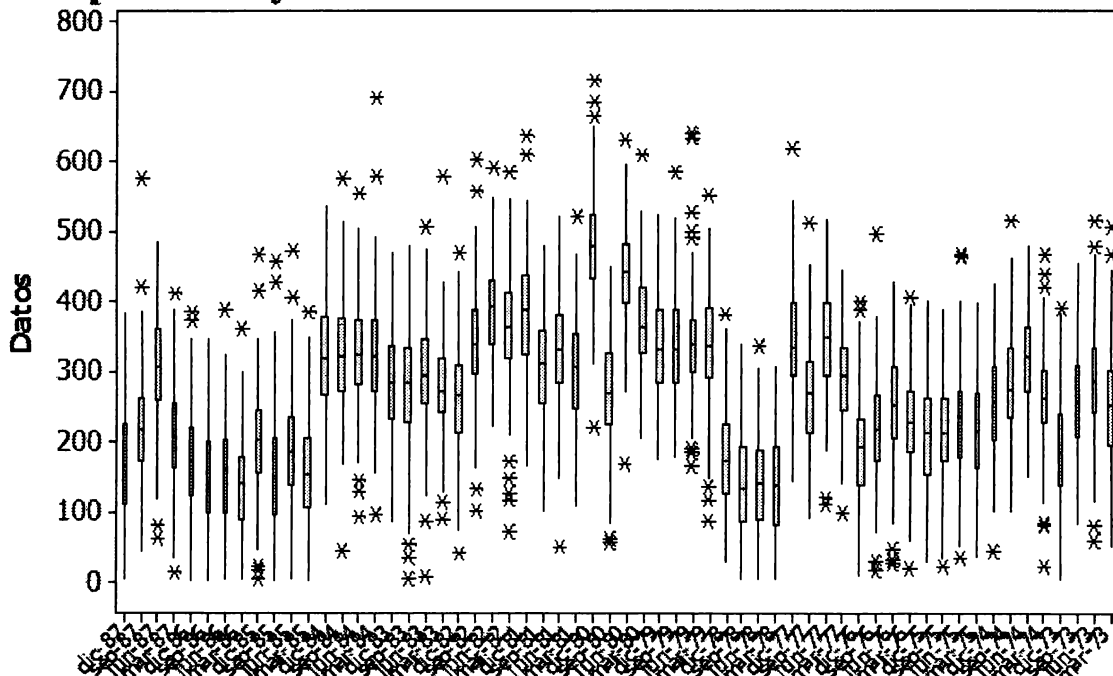
Para reforzar lo anterior se puede realizar un análisis parecido por medios gráficos también según las estrategias de investigación establecidas por Montgomery (2009). A continuación se presenta una serie de gráficos de cajas que ilustran la distribución de los datos poseídos.



**Gráfico de cajas para las muestras de marzo, junio, septiembre y diciembre desde el año 1988 hasta el 1999**



**Gráfico de cajas para las muestras de marzo, junio, septiembre y diciembre desde el año 1987 hasta el 1973**



Como se puede observar, la mayoría de las cajas en los gráficos anteriores presentan ambos bigotes y por lo general se aprecian del mismo tamaño, lo que según Gutiérrez y de la Vara (2008) indica que independientemente del nivel de la media en cada caso, sugiere una distribución normal. Lo mismo se puede concluir al considerar también que las cajas son simétricas alrededor de la media y junto con la longitud de los bigotes sugiere según Montgomery (2009), nuevamente que los datos siguen una distribución normal.

Con base en lo comentado anteriormente, se continuará con la modelación del comportamiento de la radiación cósmica percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, asumiendo una distribución normal de la misma. Aunque sería ideal continuar con la investigación para conocer las causas más importantes y comunes por las cuales en ocasiones el viento solar no necesariamente sigue una distribución normal, existen limitaciones a este trabajo en tiempo, recursos y enfoque que impiden una investigación más profunda acerca de lo mismo. Sin embargo en la sección de conclusiones dentro de este documento se hacen recomendaciones y observaciones acerca de las limitantes del mismo con miras a una posterior y más profunda investigación.

Lo que sí es tema de este trabajo es continuar con la asignación de una distribución probabilística para la radiación cósmica. Así si bien ya se ha asumido su normalidad, ahora es importante encontrar su media y varianza según la metodología de modelación de Cao (2002). Por el momento la media no será calculada ya que se presume que esta varía en el tiempo conforme a lo ya discutido hasta el momento. Sin embargo para corroborar su variabilidad se realizarán pruebas de hipótesis para dos medias según lo recomendado por Gutiérrez y de la Vara (2008).

Para el caso de la varianza aunque esta sí se pretende calcular a continuación, para ello primero es importante conocer si la varianza de la radiación cósmica varía en el tiempo o si mantiene una distribución con igual dispersión. La hipótesis inicial es que la dispersión de los datos se mantiene constante en el tiempo.

Para ello se utilizará la misma base de datos de la cual se obtuvo la muestra para la realización de las 16 pruebas de hipótesis antes presentadas. En esta ocasión primero se realizarán, conforme a lo recomendado por Gutiérrez y de la Vara (2008), pruebas de dos medias para conocer si la media cambia con el tiempo dentro de un mismo año, es decir estacionalmente y posteriormente se realizarán pruebas para conocer si la media cambia



para diferentes puntos en el tiempo del ciclo solar. El mismo procedimiento se seguirá para conocer si la dispersión de los datos cambia con el tiempo, tanto dentro de un año a nivel estacional como dentro del ciclo solar de once años.

Antes de realizar las pruebas para medias, Montgomery (2009) señala que conviene primero investigar si la dispersión de los datos es constante en el tiempo o no lo es pues esta información resulta útil para realizar las pruebas de medias.

Para ello se realizaron una serie de pruebas de hipótesis que comparan la varianzas en años de baja actividad solar con años de alta así como con meses de verano y meses de invierno según la metodología establecida para ello por Gutiérrez y de la Vara (2008). Un resumen de cada prueba de hipótesis y su respectivo análisis gráfico se encuentra en el Apéndice H.

Como resultado de las pruebas de hipótesis realizadas se obtuvo que se puede concluir que con un nivel de confianza del 95% hace falta evidencia estadística para poder asumir que las varianzas son diferentes entre los diferentes puntos en el tiempo, por lo que se asumirá entonces que son iguales. Para reforzar este supuesto se realizaron dos distintas pruebas. La primera de acuerdo con el principio establecido por Dickey y Fuller (1979) de que si la varianza permanece constante en el tiempo, quiere decir que presenta una serie débilmente estacionaria, pues la definición de una serie débilmente estacionaria es justamente el de una serie que mantiene su media y varianza constante en el tiempo, lo que permite su pronóstico.

La segunda prueba se hace en base al principio mencionado por Montgomery (2009) de que si las varianzas son iguales, aunque la magnitud de la varianza mes con mes pueda variar con respecto a su media, dicha variación no debería de mostrar ningún patrón en el tiempo pues esto delataría a algún factor que se encarga de efectivamente cambiar el nivel de la varianza, haciéndola no constante en el tiempo.

De esta manera para investigar si la serie de las varianzas en el tiempo de los datos es una serie estacionaria se utilizó el test de Dickey y Fuller (1979). Para la segunda prueba se construyó una serie que suma las diferencias en el tiempo entre las varianzas de cada mes con su media según lo recomendado por Montgomery (2009).

$$\delta_i = \delta_{i-1} + Vi - \mu_v$$

En donde,

$\delta_i$  es la diferencia a incluir en la serie para el tiempo i.

$Vi$  es la varianza de los datos del mes i.

$\mu_v$  es la media de las varianzas.

A esta serie también se le aplicó el test de Dickey y Fuller (1979) para conocer si es una serie aleatoria, sugiriendo entonces que las varianzas varían de forma aleatoria alrededor de su media lo que en conjunto con el posible rechazo de la prueba aplicada a la primera serie, permitiría concluir que la varianza mes con mes cuenta con una media y dispersión iguales en el tiempo y de comportamiento aleatorio. En caso contrario (rechazo de la segunda prueba) sugeriría que es una serie débilmente estacionaria en donde el nivel de la varianza tiene una media constante pero oscila alrededor de ella de forma pronosticable. La serie estudiada se muestra en el Apéndice C.

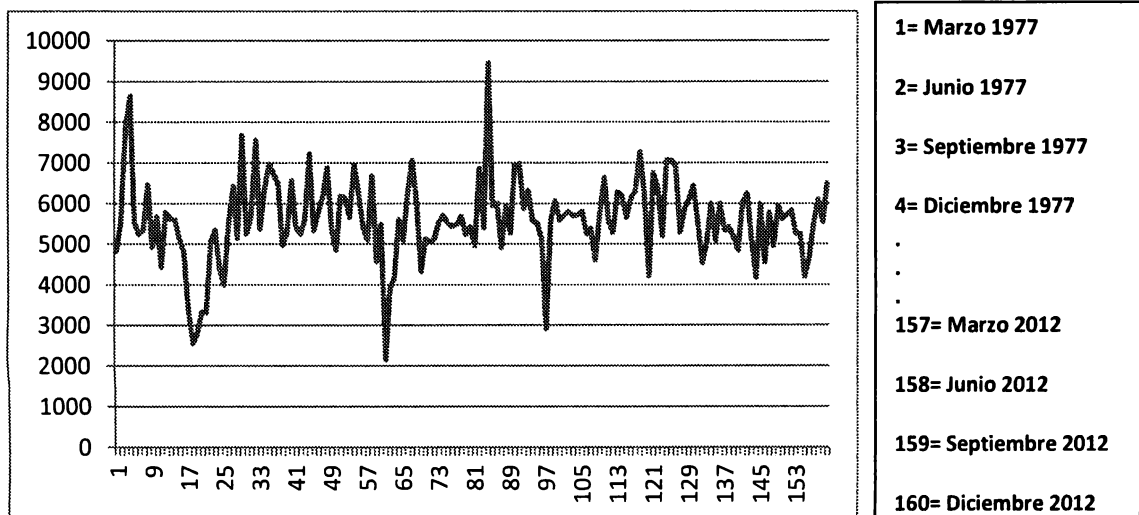
A continuación se muestran los resultados del test de Dickey y Fuller (1979).

Ho: Serie aleatoria.

H1: Serie débilmente estacionaria.

Prueba 1

### Gráfico de la Varianza en el Tiempo



Estadígrafo de Dickey & Fuller=

-13.1421

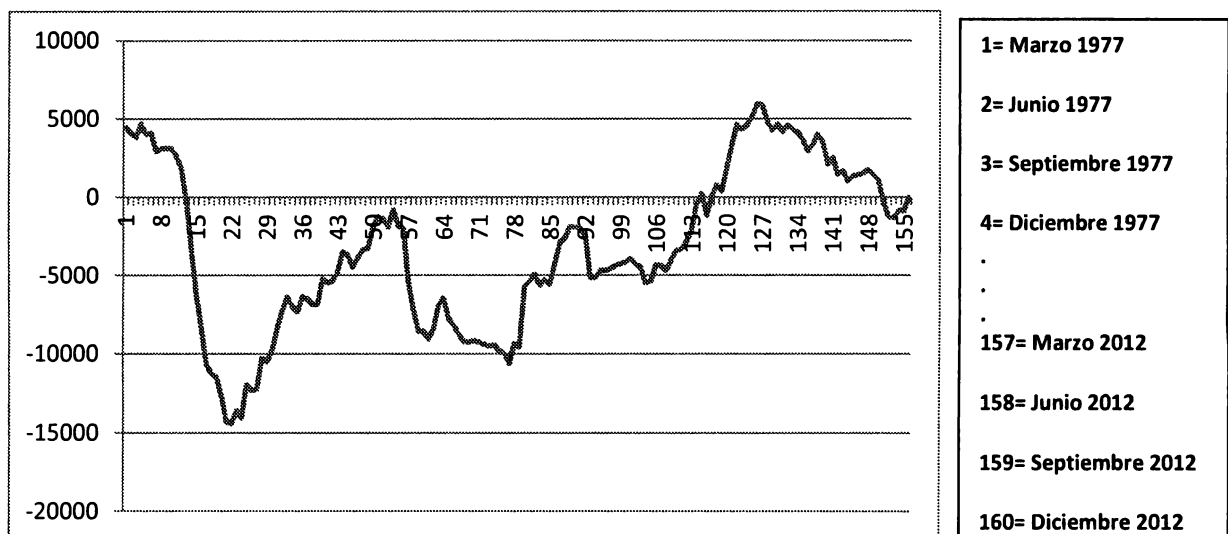
Valores críticos para el 1 por ciento, 5 por ciento, 10 por ciento=

-3.4642, -2.9124, -2.5884

Existe entonces evidencia estadística suficiente para asumir que la serie es débilmente estacionaria por lo que su media y varianza permanecen constantes en el tiempo. Esto aunado al hecho de que no se identifica, según lo establecido por Chopra y Meindl (2008), ninguna tendencia, estacionalidad o ciclicidad en la serie lo que sugiere que la varianza de la radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra es la misma a través del tiempo.

Prueba 2

### Gráfico de Diferencias de Varianza con Respecto a su Media en el Tiempo



Estadígrafo de Dickey & Fuller =

-0.7107

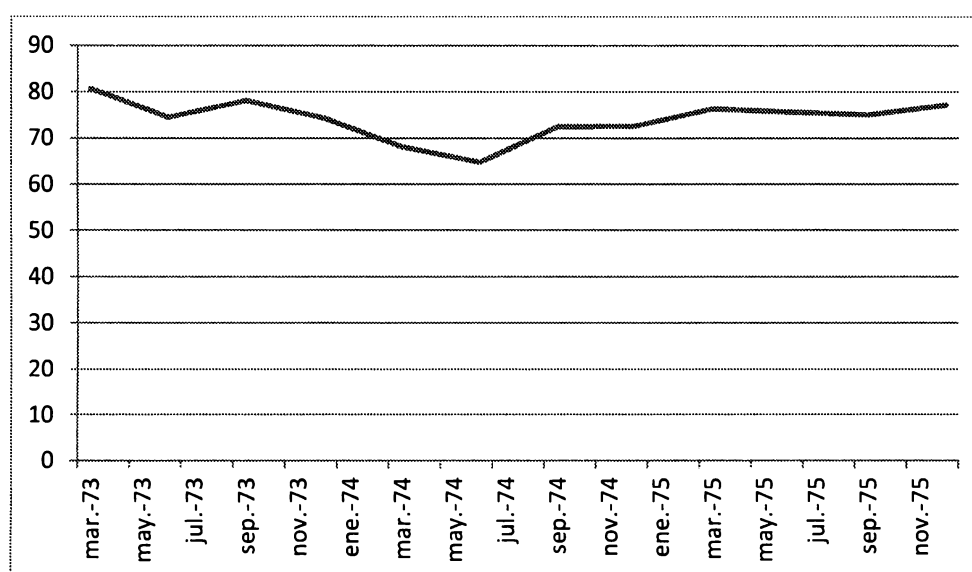
Valores críticos para el 1 por ciento 5 por ciento 10 por ciento =

-4.0009 -3.4542 -3.1625

La prueba de hipótesis señala que hace falta evidencia estadística suficiente para concluir que la serie es débilmente estacionaria por lo que se asumirá aleatoria. Esto implica que la suma de la diferencia entre las varianzas mes con mes con respecto a su media varía aleatoriamente según los principios establecidos por Dickey y Fuller (1979). Esto a su vez confirma el hecho de que la varianza de la radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra es la misma a través del tiempo, pues no solo su media y varianza es constante en el tiempo como se concluyó en la prueba anterior, sino que su comportamiento alrededor de su media en el tiempo no refleja ningún patrón identificable que demuestre lo contrario.

A nivel visual esto se puede corroborar, según los lineamientos de Chopra y Meindl (2008), al observar el comportamiento de la desviación estándar en el tiempo, lo cual se muestra en el siguiente gráfico.

**Gráfico de Desviación Estándar en el Tiempo (ultimos tres años)**



Una vez concluido esto, un buen estimador entonces según Montgomery (2009) para la varianza de la radiación cósmica en un mes determinado es el promedio de las varianzas registradas a través de los meses. Según los datos con los que se cuenta (a partir de Marzo del 73') esto sería expresado ya en su forma de desviación estándar:

**74.81 MeV**

Asumiendo entonces varianzas iguales, según lo establecido por Gutiérrez y de la Vara (2008) las pruebas de hipótesis para comparar las medias y así corroborar que la media de la radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra no es la misma en el tiempo, se pueden realizar bajo ese supuesto. En el apéndice I se muestran las pruebas de hipótesis realizadas para medias así como su análisis gráfico.

De los resultados obtenidos de realizar a las pruebas de hipótesis antes mencionadas, se podría concluir que pareciera que la hipótesis de que en verano la radiación percibida es mayor resultaría cierta o al menos haría falta información para decir lo contrario con un nivel de confianza de 95%. Sin embargo estudiar solamente a tres años de un conjunto de más de 30 años resulta poco representativo para construir una muestra según los lineamientos de Gutiérrez y de la Vara (2008), por lo que a continuación se muestra una prueba de hipótesis realizada a partir de analizar la suma de diferencias que en cada año se da entre el promedio de diciembre y el de junio construyendo así un estadígrafo en base a los lineamientos de Campbell y Lo (1997).

De esta forma se construye el estadígrafo  $\Delta r$  el cual es igual a la suma de dichas diferencias

$$\Delta r = \sum \Delta i$$

En donde  $\Delta i$  es la diferencia entre el promedio de diciembre y el de junio para el año  $i$ .

Este estadígrafo al ser producto de una suma de normales, distribuye también normal con varianza

$$\sigma^2 r = \sum \sigma^2 ij$$

En donde  $\sigma^2 ij$  es la varianza del mes  $j$  en el año  $i$  en particular y  $j$  va del 1 al 2 representando a diciembre y junio.

De esta manera se puede realizar la siguiente prueba de hipótesis de cola izquierda a partir de los datos obtenidos y calculados:

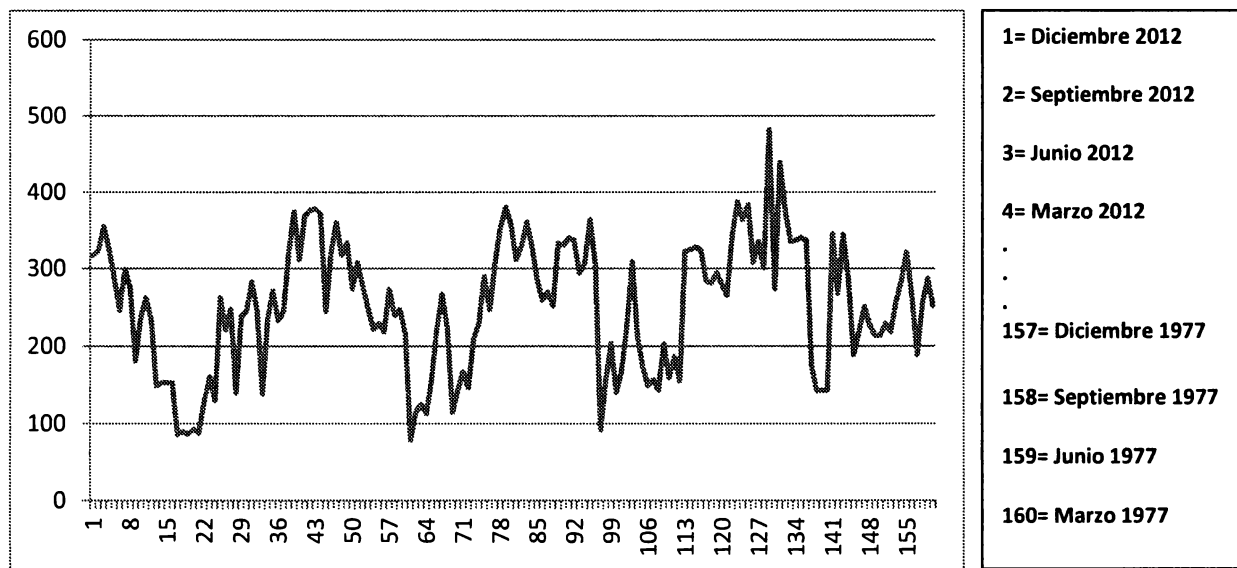
$$\frac{\Delta r - 0}{\sigma r} < -1.65$$

$$\frac{-1508.319}{409.74966} = -3.681$$

Existe entonces evidencia estadística suficiente para asumir que la media no es igual en diciembre y en junio, siendo que en junio la radiación percibida en un punto del tiempo determinado a nivel de la órbita sincrónica de la Tierra es en promedio mayor a aquella de diciembre.

Por otro lado por simple inspección visual se puede observar como la radiación cósmica percibida es mayor ante mayor actividad solar haya y por lo tanto, la misma evoluciona en el tiempo conforme lo hace la actividad solar en ciclos de 11 años. La siguiente gráfica se muestra en base a la evolución inversa del tiempo en donde cada 44 unidades representan un ciclo solar y cada cuatro un ciclo anual.

### Radiación Solar Percibida al Nivel de la Órbita Sincrónica de la Tierra



Como conclusión a esta sección se puede decir entonces que la radiación cósmica percibida en el nivel de la órbita sincrónica de la Tierra medida en MeV sigue una distribución:

$$N \sim (\mu, 5596.5)$$

Para conocer más acerca de la media conviene aplicar otras técnicas estadísticas que permitan aproximar el comportamiento estacional de la media en sus periodos correspondientes a al año terrestre y al ciclo solar según lo recomendado por Chopra y Meindl (2008).

El siguiente paso entonces consiste en encontrar la manera de calcular la media. El problema se encuentra en que la misma no es fija y cambia con el tiempo. De esta manera lo que se necesita es modelar ahora el comportamiento de la media.

A partir de una inspección visual se puede observar el comportamiento senoidal de la radiación registrada tanto a nivel del ciclo anual como del ciclo solar. De esta manera se presume que el comportamiento de la media puede ser modelado a partir de un movimiento senoidal con periodo de un año en conjunto con uno que tenga como periodo a 11 años en base al ciclo solar.

Para corroborar lo anterior y contar con una métrica numérica se decidió realizar en base a lo recomendado por Chopra y Meindl (2008) un análisis de regresión lineal para ajustar los datos a una curva con las características mencionadas. Para ello fue necesario definir a dos variables.

La primera correspondiendo a el ciclo anual. De esta manera  $X_a$  correspondería al punto en el tiempo en el que el ciclo solar se encuentra. Esta variable tomaría los valores de 1 a 365 de acuerdo al número de días en el año, comenzando el 1 de marzo como día 0.

$$X_a \in R[1, 365]$$

La segunda variable sería aquella que representaría al punto en el tiempo en el que se encuentra el ciclo solar  $X_s$ . Esta variable tomaría los valores de 1 a 4018 de acuerdo al número de días en 11 años tomando a dos días más para compensar por años bisiestos y teniendo como día 0 al 1 de enero de 2005.

$$X_s \in R[1, 4018]$$

Una vez que las variables independientes fueron definidas, resulta necesario definir a la variable dependiente que es la energía percibida promedio mensualmente al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra  $Ye$ .

Por último resulta importante definir el modelo a utilizar para la regresión lineal, el cual se muestra a continuación.

$$Ye = \beta_0 + \beta_1 \text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) + \beta_2 \text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right)$$

Dado que este modelo no es de forma lineal por lo que se puede realizar una conversión de variable. Así

$$\text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) = Sa$$

Y

$$\text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right) = Ss$$

Lo que permite reescribir al modelo anterior como

$$Ye = \beta_0 + \beta_1 Sa + \beta_2 Ss$$

En esta ocasión el modelo sí cumple con la condición de linealidad. Es entonces importante realizar el cambio de variable antes de correr el análisis de regresión lineal de tal forma que al alimentar los datos al software las variables ya se encuentren codificadas. Dado que los datos con los que se cuenta son mensuales y solamente de marzo, junio, septiembre y diciembre, se puede hablar de variables  $Xa$  y  $Xs$  modificadas de tal forma que:

$$Xa * \in R[1, 4]$$

y

$$Xs * \in R[1, 44]$$



En particular para  $Xa^*$

Diciembre = 3      Septiembre = 2      Junio = 1      y      Marzo = 4

Y en particular para  $Xs^*$

Diciembre 2012 = 13    Septiembre 2012 = 14    Junio 2012 = 15 ...    Marzo 2005 = 44

Así

$$\text{sen}\left(\frac{Xa^*(2\pi)}{4}\right) = Sa^*$$

Y

$$\text{sen}\left(\frac{Xs^*(2\pi)}{44}\right) = Ss^*$$

Y por tanto

$$Ye = \beta_0 + \beta_1 Sa^* + \beta_2 Ss^*$$

Una vez que los datos fueron codificados se puede proceder a correr el análisis de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados ordinarios el cual se realizará a continuación con el software MINITAB. Los datos para este análisis se encuentran en el Apéndice B de este documento.

### **Análisis de regresión: Ye vs. Sa; Ss**

La ecuación de regresión es  
 $Ye = 257 + 19,6 Sa + 77,1 Ss$

Predictor	Coef	Coef. de EE	T	P
Constante	256,783	4,842	53,03	0,000
Sa	19,599	6,832	2,87	0,005
Ss	77,119	6,816	11,31	0,000

$S = 61,1069$     R-cuad. = 46,3%    R-cuad. (ajustado) = 45,7%

#### Análisis de varianza

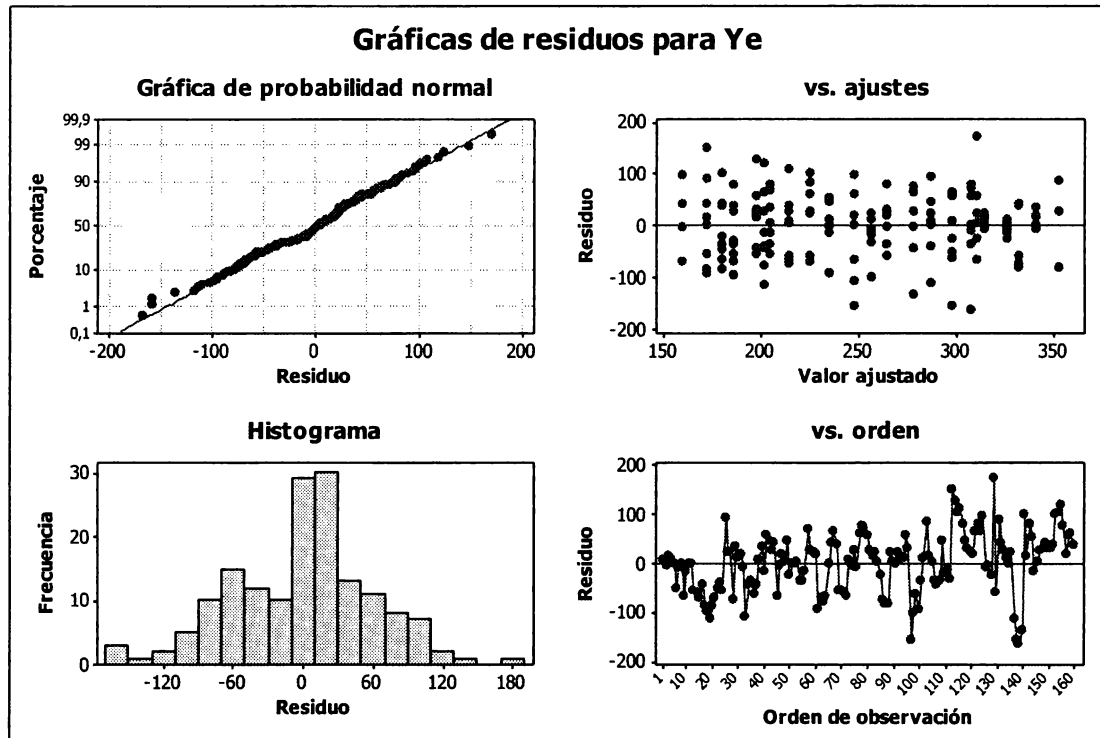
Fuente	GL	SC	MC	F	P
Regresión	2	506459	253230	67,82	0,000
Error residual	157	586246	3734		
Total	159	1092706			

Fuente	GL	SC	sec.
Sa	1	28438	
Ss	1	478022	

De análisis anterior se puede concluir que con un nivel de confianza superior al 95% se puede decir que el modelo sí es relevante según los lineamientos de Montgomery (2009) y que la variación de la variable dependiente sí está explicada en un 45.7% por la variación de las variables independientes. Esto quiere decir que el viento solar y la radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, sí está fuertemente relacionada con el tiempo y la modelación senoidal planteada resulta relevante y útil.

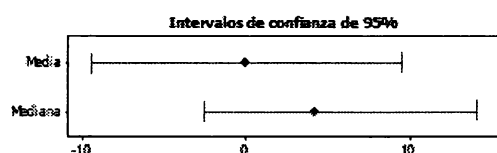
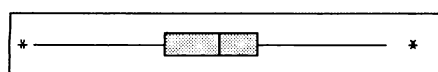
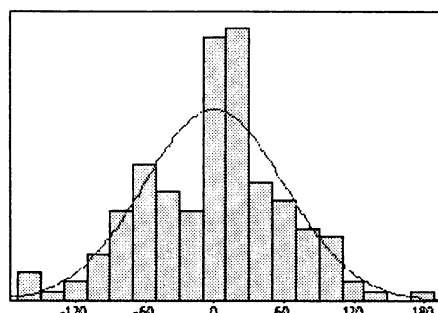
En cuanto a la calidad del modelo se puede decir que esta es buena pues un  $R^2$  ajustado de 45.7% es considerado como alto dadas las circunstancias en las que se realizar el estudio (Gutierrez y de la Vara, 2008). Por otra parte las variables independientes muestran ser muy relevantes al presentar ambas P-Value's menores a .01.

Para validar el análisis anterior según Montgomery (2009) es necesario analizar la distribución de los errores para verificar los supuestos teóricos fundamentales de la regresión lineal de independencia, normalidad y varianza igual de los residuos. Esto se realiza a continuación:



Del análisis gráfico anterior se puede concluir que los residuos sí presentan una distribución normal según los lineamientos de Montgomery (2009). Por otro lado para confirmar lo anterior se realizó la prueba de Anderson-Darling (1952) la que arrojó como resultado la misma conclusión con un nivel de confianza del 95%. Así mismo a partir de los gráficos anteriores se puede asumir varianzas iguales e independencia de los residuos validando al modelo planteado a partir de este análisis de regresión lineal según los lineamientos de Gutiérrez y de la Vara (2008).

## Análisis de Residuos de Regresión



Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,59
Valor P	0,119
Media	-0,000
Desv. Est.	60,721
Varianza	3687,084
Sesgo	-0,147898
Kurtosis	0,191064
N	160
Mínimo	-165,241
1er cuartil	-42,711
Mediana	4,149
3er cuartil	37,008
Máximo	171,052
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	-9,481      9,481
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	-2,625      14,223
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	54,718      68,217

En conclusión para esta sección se tiene como modelo asumible al siguiente:

$$Ye = 257 + 19.6 Sa * + 77,1Ss *$$

En particular al decodificar las variables:

$$Ye = 257 + 19.6\text{sen}\left(\frac{Xa * (2\pi)}{4}\right) + 77.1\text{sen}\left(\frac{Xs * (2\pi)}{44}\right)$$

Vale la pena mencionar que de este análisis se pueden observar varias de las conclusiones a las que se habían llegado anteriormente así como corroborar las hipótesis planteadas al inicio del documento.

Para empezar el punto del año como parte del ciclo anual sí tiene un impacto en la radiación percibida promedio a esperar, aunque a su vez, el mayor impacto corresponde el ciclo solar en la misma el cual definitivamente es notable.

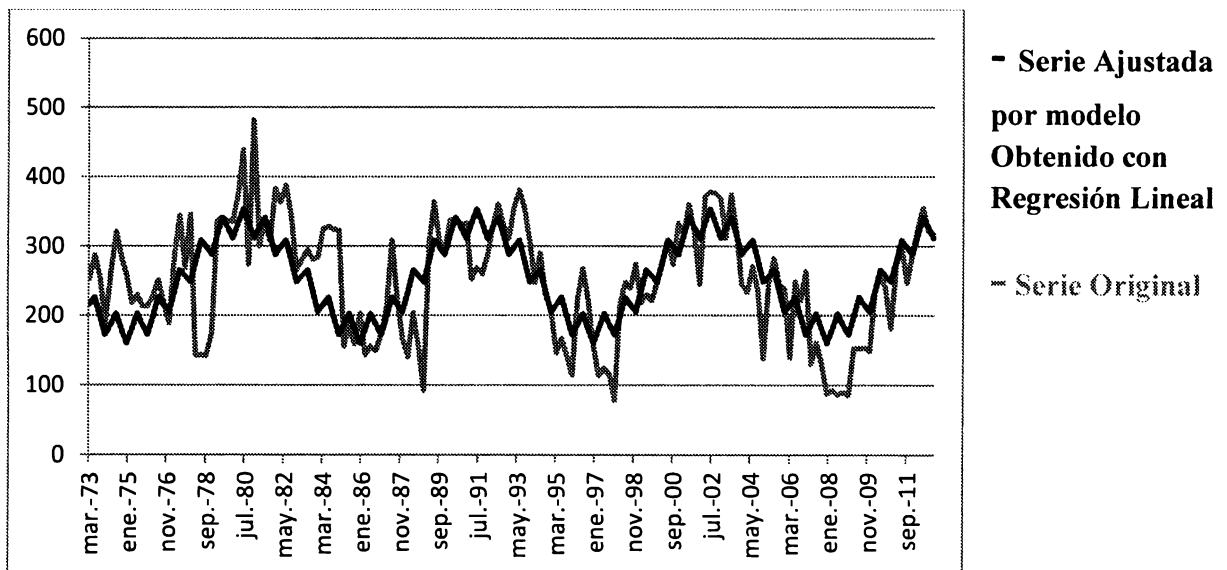
También se refuerza de alguna forma la hipótesis de acerca de la igualdad de varianza en el tiempo de la radiación solar, así como de la normalidad en la distribución de la misma. Por supuesto su anticipado comportamiento senoidal queda casi confirmado.

Resta para esta sección terminar de redactar la expresión que hasta antes había quedado inconclusa acerca de la distribución modelada para la radiación cósmica recibida al nivel de la órbita sincrónica de la tierra, la cual después de todo el análisis hecho hasta el momento queda de la siguiente manera:

$$N \sim \left( 257 + 19.6\text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) + 77.1\text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right), 5596.5 \right)$$

A nivel gráfico, el grado de ajuste del modelo se puede apreciar en la siguiente imagen.

### Radiación Percibida al Nivel de la Órbita Sincrónica de la Tierra



## Estructuración y Valuación de una Opción sobre Radiación Solar en la órbita sincrónica de la Tierra

### Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de integración numérica

En esta sección se propone un método para valorar una opción Europea sobre el nivel de radiación en la órbita sincrónica de la Tierra. Para ello se hace uso de la estrategia a su vez propuesta por parte de Cruz y Llinas (2010) y que se encuentra citada en el marco teórico de este documento. De esta manera, dichos autores proponen que la prima que se debería pagar por una opción, es decir el valor de la opción, se puede escribir de la siguiente manera al incluir el valor del dinero en el tiempo.

$$Valor = \left( \omega \int_0^{\infty} P(As, K) \cdot f(P(As, K)) dAs \right) e^{-rt} \quad 1.0$$

En donde,

$\omega$  es el valor que ajusta al pago para igualar al monto a cubrir.

$P$  es la función de pago.

$f$  es la función de densidad de probabilidad del pago.

$As$  es la variable subyacente o activo subyacente.

$K$  es el Strike Price de la opción.

$r$  es la tasa libre de riesgo expresada de forma continuamente capitalizable.

$t$  es el tiempo al vencimiento de la opción.

A través de la sección anterior de este documento se modeló el comportamiento de la radiación solar al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra y se aproximó una función de densidad de probabilidad para su comportamiento tomando como variable aleatoria a la cantidad de MeV perceptibles en un momento dado por medidores de radiación en satélites geoestacionarios. Así pues, el subyacente de la opción a valorar debería ser justamente la variable aleatoria antes mencionada y por lo tanto su

$$f(P(As, K))$$

Se puede escribir en base a la modelación hecha para su función de densidad de probabilidad, la cual recapitulando se tenía que era

$$N \sim \left( 257 + 19.6 \operatorname{sen} \left( \frac{Xa(2\pi)}{365} \right) + 77.1 \operatorname{sen} \left( \frac{Xs(2\pi)}{4018} \right), 5596.5 \right) \quad 2.0$$

Por lo anterior tenemos que

$$f(P(As, K)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(As-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad 3.0$$

Sustituyendo valores, es decir a la información de la ecuación 2.0 en la 3.0

$$f(P(As, K)) = \frac{1}{74.81\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left( As - 257 - 19.6 \operatorname{sen} \left( \frac{Xa(2\pi)}{365} \right) - 77.1 \operatorname{sen} \left( \frac{Xs(2\pi)}{4018} \right) \right)^2}{2(5596.5)}} \quad 4.0$$

Por su parte se puede establecer que el pago, según lo establecido por Hull (2012), que se haría en caso de ejercitar a la opción en el día t sería

$$\operatorname{Max}(As - K, 0)$$

Por lo que

$$P(As, K) = \text{Max}(As - K, 0) \quad 5.0$$

De esta manera lo único que queda entonces es definir el contexto en específico en el cual se evaluaría la opción, es decir el punto específico en el tiempo, el Strike Price en específico, y a  $\omega$ , que es el multiplicador nocional por contrato por el que se multiplica el pago de la opción. También habría que codificar a los días del calendario en que se opera la opción en términos de  $Xa$  y  $Xs$  e investigar la tasa libre de riesgo válida al momento.

Ante esto último se decide que se procederá a valuar una opción el día hipotético del 10 de junio de 2013 con vencimiento a seis meses es decir el 10 de diciembre de 2013. Se establecerá además como Strike Price una cantidad de 450 MeV y como nocional una cantidad de 10,000 dólares americanos (USD).

$$K = 450$$

$$\omega = 10,000$$

En cuanto al día de vencimiento de la opción es necesario primero codificar el valor de  $Xa$  y  $Xs$  según el día del año y según el día del ciclo solar. Recordando de la sección anterior de este documento la variable  $Xa^*$  tomaba un valor de 1 para el mes de junio y de 2 para el mes de septiembre. Tomando estos valores como representativos del 31 de junio y 31 de septiembre se entiende entonces que el valor de 0 corresponde al primer día de abril. De esta forma el 10 de diciembre correspondería al día 253 del ciclo anual según la codificación de las variables. Por su parte la variable  $Xs^*$  toma un valor de 1 el mes de diciembre de 2004 y de 44 el mes de marzo de 2005. Esto quiere decir que según la codificación realizada de la variable  $Xs^*$  la cuenta es regresiva conforme aumenta el tiempo. De esta manera se tiene que el día 4018 del ciclo anual corresponde al 31 de marzo de 2005 y a partir de ahí se comienza a contar regresivamente hasta la fecha actual. De esta forma el 10 de diciembre de 2013 correspondería al día 842 del ciclo anual.

$$Xa = 253$$

$$Xs = 842$$



La tasa libre de riesgo “ $r$ ” se tomó de la publicación diaria de la tasa de los “Treasury Notes” a seis meses, para el día del 10 de junio de 2013, de la Reserva Federal de los Estados Unidos de Norteamérica puesto que la opción se está valuando en dólares y expresada en su forma continuamente capitalizable.

$$r = .08$$

El periodo de tiempo para descontar a los flujos de efectivo es de medio año es decir

$$t = .5$$

El siguiente paso corresponde entonces a encontrar, dado que se está valuando una opción Europea, la distribución condicional que la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra seguirá el 10 de diciembre de 2013. Para ello se utiliza la expresión 4.0.

Sustituyendo valores tendríamos que

$$f(P(As, K)) = \frac{1}{74.81\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(As-257+18.3628-74.6241)^2}{2(5596.5)}}$$

$$f(P(As, K)) = \frac{1}{74.81\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(As-313.2613)^2}{2(5596.5)}}$$

Una vez definido lo anterior podemos también definir que el pago de la opción el 10 de diciembre de 2013 se puede expresar sustituyendo valores en la ecuación 5.0 como

$$P(As, K) = \text{Max}(As - 450, 0)$$

Sustituyendo todo en la ecuación 1.0 se tiene que

$$Valor = \left( 10,000 \int_0^{\infty} \text{Max}(As - 450, 0) \cdot \frac{1}{74.81\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(As-313.2613)^2}{2(5596.5)}} dAs \right) e^{-.08(.5)}$$

Una vez definido lo anterior, podemos proceder finalmente a resolver la integral indicada. Para ello se hará uso del método de integración numérica propuesto por Stewart (2001) que permite de forma muy sencilla y con poco error, aproximar el valor de una integral haciendo uso de la definición de que “el área bajo la curva de cierta función es igual al límite de la suma de las áreas de los rectángulos de aproximación:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} Rn = \lim_{n \rightarrow \infty} [f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x + \dots + f(x_n)\Delta x] \quad ”$$

Así pues utilizando este método se fija como paso a un valor igual a .2 MeV ( $\Delta x = .2$  MeV) y se apoyará para su aplicación en el uso de software que en este caso es el de Microsoft Excel. A continuación se muestra el resultado y los cálculos se encuentran en el Apéndice D dentro del CD anexo bajo el nombre de archivo Apndx\_D.xlsx.

$$\text{Valor} = \$9,563.8730$$

### **Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de simulación**

En esta sección se propone un método adicional para valorar a una opción Europea sobre el nivel de radiación en la órbita sincrónica de la Tierra. Para ello se hace uso de las propuestas que Coss (1998) hace para realizar simulaciones de variables con comportamiento senoidal y homocedástico en el tiempo. Así pues, lo primero que se realizó fue el planteamiento del proceso que la o las variables seguirían. Para lo anterior, se

puede entender entonces que para cada punto en el tiempo, es decir para cada valor de  $Xa$  y de  $Xs$ , existe una probabilidad particular de que la opción sea ejercida en ese punto del tiempo. Dicha probabilidad cambia en el tiempo conforme la media de la distribución también lo hace. Esto quiere decir que la simulación consistirá en replicar un valor aleatorio de  $As$  para cada día a partir de la compra de la opción y hasta su vencimiento según la distribución de probabilidad que  $As$  presente a su vez, cada día en particular. Hacia el final de la simulación se debería de contar con una cantidad de valores de  $As$  igual al número de días que restan para el vencimiento de la opción.

Para obtener los valores diarios hipotéticos o simulados de  $As$  resulta entonces conveniente recordar la fórmula desarrollada para la distribución de los datos, es decir la 2.0, y definir el camino que  $Xa$  y  $Xs$  habrían de seguir en el tiempo para así obtener la distribución para cada día a seguir por  $As$ .

$$As(Xa, Xs) = N \sim \left( 257 + 19.6 \operatorname{sen} \left( \frac{Xa(2\pi)}{365} \right) + 77.1 \operatorname{sen} \left( \frac{Xs(2\pi)}{4018} \right), 5596.5 \right)$$

Un punto importante entonces es establecer el punto inicial de  $Xa$  y  $Xs$  así como sus puntos finales. Así tenemos que según la codificación hecha de las variables  $Xa$  y  $Xs$  el 10 de diciembre de 2013 (punto final) es en términos de  $Xa$  igual a 253 y en términos de  $Xs$  es igual a 842. Siguiendo la misma lógica para el 10 de junio de 2013 tenemos que en el ciclo anual el día inicial de  $Xa$  ( $Xai$ ) correspondería al día número 70 (comenzando a contar a partir del 1° de abril), y que en el ciclo solar el día inicial de  $Xs$  ( $Xsi$ ) correspondería al día número 1025 (comenzando a contar a partir del 31 de marzo de 2005 de forma regresiva a partir de 4018).

Así se tendría que los valores extremos superiores sub-indizados con una  $f$  y los valores extremos inferiores sub-indizados con una  $i$  serían,

$$Xaf = 253$$

$$Xsi = 842$$

$$Xai = 70$$

$$Xsf = 1025$$

Como se puede observar la diferencia entre  $X_{af}$  y  $X_{ai}$  es igual a la diferencia entre  $X_{sf}$  y  $X_{si}$ , es decir de 183 días.

Una vez definido lo anterior se pudo proceder a simular un valor de  $As$  para cada día. En total se hicieron 500 corridas de simulación. Los datos simulados se encuentran en el Apéndice E dentro del CD anexo bajo el nombre de archivo Apndx\_E.xlsx.

Dado que la opción es de tipo Europeo, solamente los datos simulados para el día de vencimiento de la opción son relevantes. Así de la situación simulada 500 veces para el 10 de diciembre de 2013, solamente en 20 ocasiones se habría ejercido la opción pues en el resto, la misma no tendría valor y no sería lógico ejercerla.

El valor de la opción calculado por medio de este método es igual al promedio del pago de la opción para las 500 corridas.

$$\text{Valor} = \$9,571.79$$

Como se puede observar el valor calculado por el método de simulación es muy parecido a aquel obtenido por el método de integración. Esto es de esperarse dado el alto número de corridas llevadas a cabo, el cual lleva al método de simulación en caso de estar bien planteado a convergir con resultados teóricos, situación que se presenta en este caso.

### **Valuación de Opción Europea tipo Call con vencimiento a 6 meses por el método de árboles binomiales**

En esta sección se propone un último método adicional para valuar a una opción Europea sobre el nivel de radiación en la órbita sincrónica de la Tierra. Para ello se hace uso del método de árboles binomiales propuesto por Hull (2012). Los árboles binomiales pueden utilizarse tanto en la valuación de opciones europeas como de opciones americanas. En este caso se valuará una opción de tipo europeo.

La valuación vía árboles binomiales de una opción involucra en primer lugar la aplicación del principio de valuación neutral al riesgo Hull (2012). También implica el dividir la vida de la opción en varios intervalos  $\Delta t$ . Este método asume que en cada intervalo el nivel del subyacente se mueve de un punto a otro ya sea en dirección superior o inferior. Cada tipo de movimiento tiene una probabilidad en particular y el método de árboles binomiales consiste entonces en modelar dicho comportamiento de la variable subyacente en el tiempo, plasmando a tales movimientos hacia arriba y hacia bajo en su nivel por medio de series de nodos hasta alcanzar un periodo total de tiempo recorrido. Así un árbol de un paso, partirá de un nodo y terminará en 2. Uno árbol de dos pasos partirá de un nodo terminando en 3.

Para el caso de la valuación de la opción tipo Europea, es el valor del subyacente en la última serie de nodos en el tiempo es el que resulta más relevante, pues una opción tipo Europea sol puede ejercitarse a su vencimiento. Así, para valuar la opción entonces lo que se debe de hacer trabajar el árbol de atrás para delante, es decir de la serie de nodos finales, pasando por nodos intermedios y llegando al nodo inicial. El valor de la opción en cada uno de estos nodos finales dependerá del nivel de subyacente y del precio de ejercicio. A su vez el valor de la opción en los nodos intermedios correspondería al valor esperado de los nodos sucesivos descontados a la tasa libre de riesgo, puesto que en ellos la opción no puede ejercitarse. A continuación se explica a detalle la manera en que se construyó el árbol binomial para este caso de forma específica.

Haciendo uso de la definición de Garder (2007), se tiene que el valor de una opción senoidal usando el principio de valuación neutral al riesgo es  $MAX[z(\sin(t) - 0, 0)]$ . De esto se entiende que en un momento dado del tiempo la variable real registrada se puede modelar por medio de la siguiente expresión que contiene a un elemento que varía de forma senoidal y a otro elemento aleatorio.

$$Y(t) = \sin(t) + \varepsilon$$

Si entendemos a  $Y(t)$  como nuestra variable  $As$  y al elemento senoidal como

$$257 + 19.6\text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) + 77.1\text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right)$$

tendríamos que

$$As(t) = 257 + 19.6\text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) + 77.1\text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right) + \varepsilon$$

En donde  $\varepsilon$  distribuye normal con media 0 y varianza de 5596.5 por mes.

En realidad tendríamos entonces que

$$As(t) - 257 + 19.6\text{sen}\left(\frac{Xa(2\pi)}{365}\right) + 77.1\text{sen}\left(\frac{Xs(2\pi)}{4018}\right) = N \sim (0, 5596.5)$$

Así pues para la construcción del árbol binomial haciendo uso del principio de valuación neutral al riesgo, se tiene que el valor de la opción en un nodo dado en donde la misma puede ser ejercida corresponde a, puesto que el precio de ejercicio siempre es mayor al valor esperado del subyacente,

$$\text{Max}(\varepsilon - K, 0)$$

Y para el caso de un nodo en donde la opción no pueda ejercerse incluyendo el inicial,

$$\text{Valor} = (p(Nu) + (1 - p)Nd)e^{-r\Delta t}$$

En donde

$p$  es la probabilidad de que  $\varepsilon$  suba de valor y  $1-p$  de que  $\varepsilon$  baje de valor.

$Nu$  es el nodo posterior con movimiento hacia arriba.

$Nd$  es el nodo posterior con movimiento hacia abajo.

$r$  es la tasa libre de riesgo.

$\Delta t$  es el intervalo de tiempo adecuado según el diseño del árbol.

Haciendo uso de la metodología que Hull (2012) propone para la construcción de este tipo de árboles binomiales se tiene que:

$$p = \frac{1 - d}{u - d}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{t}}$$

En donde  $\sigma$  es la desviación estándar del movimiento del subyacente  $\varepsilon$

Así realizando los cálculos correspondientes para un árbol de 10 pasos se tiene que partiendo de un  $\varepsilon$  inicial establecido como 1, para contar con una desviación de la media de  $As$  en el tiempo cero que fuera mínima y al mismo tiempo desarrollable en el árbol, que el valor obtenido para la opción es (el árbol en particular se encuentra en el apéndice F dentro del CD anexo bajo el nombre de archivo Apndx\_F.xlsx),

$$\mathbf{Valor = \$9,608.89}$$

Siendo esto igual al valor de la opción en el nodo inicial del árbol de diez pasos.

Como se puede observar el valor calculado por el método de árboles binomiales es muy parecido a aquel obtenido por el método de integración y por el método de simulación. Esto es de esperarse dado que la cantidad de pasos del árbol es de 10, lo que es suficiente para que el método en caso de estar bien planteado converja con resultados teóricos y simulados, situación que se presenta en este caso.

## RESUMEN DE RESULTADOS

A continuación se muestran de forma conjunta los tres resultados para su comparación visual.

Valor por método de integración	Valor por método de simulación	Valor por método de árboles binomiales
<i>\$9,563.8730</i>	<i>\$9,571.79</i>	<i>\$9,607.89</i>

De los tres valores anteriores el más alto corresponde al obtenido por el método de árboles binomiales. Esto es esperable en la medida que el árbol binomial no es una representación tan exacta de la realidad como la simulación lo puede llegar a ser puesto que el árbol construido cuenta con 10 pasos, mientras que la simulación divide al tiempo total en 183 intervalos de tiempo. Así realizar un árbol binomial de 183 pasos resultaría bastante complicado. Por otro lado se puede decir que el árbol binomial convergerá con los resultados conforme aumente el número de pasos con base en el que fue construido desde valores superiores, ya que la multiplicación del nodo inicial a través de los diferentes pasos no cuenta con un límite hacia arriba pero sí con una asíntota en sus movimientos hacia abajo. El hecho de que el precio de ejercicio se encuentre por encima de la media esperada para la radiación solar en un momento en el tiempo en específico, hace que dicho sesgo no tenga efectos prácticos en la valuación, más si el precio de ejercicio se encontrara por debajo de la media esperada, este sesgo representaría un problema importante al menos en la medida de que se aplique la misma metodología que aquí se propone para árboles binomiales.

Es por eso que se recomienda valuar la opción preferentemente haciendo uso de los métodos de integración numérica o de simulación principalmente.

A continuación se muestra a manera de resumen los resultados obtenidos como parte de este proyecto.



Aspecto	Logros	Resultados numéricos			Objetivo cumplido
Modelación de la radiación solar a nivel de la órbita sincrónica de la Tierra.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Integración de literatura</li> <li>Modelación empírica</li> <li>Obtención de modelo estadísticamente significativo</li> </ul>	$As(Xa, Xs) = N \sim \left( 257 + 19.6 \operatorname{sen} \left( \frac{Xa(2\pi)}{365} \right) + 77.1 \operatorname{sen} \left( \frac{Xs(2\pi)}{4018} \right), 5596.5 \right)$			
Estructuración del instrumento financiero derivado	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estructuración general de una opción call tipo europea con la radiación solar percibida en MeV al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra para el medio día de cada día del año como subyacente.</li> <li>Estructuración particular de un call europeo hipotético con vencimiento a 6 meses comprado el 10 de junio de 2013.</li> </ul>	$Valor = \left( 10,000 \int_0^{\infty} \operatorname{Max}(As - 450, 0) \cdot \frac{1}{74.81\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(As-313.2613)^2}{2(5596.5)}} dAs \right) e^{-.08(.5)}$			
Valuación del instrumento financiero derivado	<ul style="list-style-type: none"> <li>Valuación por tres métodos válidos diferentes con resultados parecidos.</li> </ul>	<b>Valor por método de integración</b>	<b>Valor por método de simulación</b>	<b>Valor por método de árboles binomiales</b>	
		\$9,563.8730	\$9,571.79	\$9,607.89	
Comparación de métodos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Preferencia por el método de integración numérica o simulación con más de 500 corridas.</li> <li>El método de valuación por medio de árboles binomiales resulta complicado y sobrestima el valor de la prima del contrato de opción.</li> </ul>				
Proyecto General	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proveer de un instrumento de cobertura útil para aquellos expuestos a la variación de la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra así como de un modelo que permita pronosticar a la misma en un ambiente libre de riesgo.</li> <li>Sentar un precedente para la futura estructuración de un nuevo tipo de instrumento derivado financiero con el subyacente de la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra.</li> <li>Modelar, estructurar y valorar uno de los primeros instrumentos financieros derivados con subyacente climáticos "extraterrestres."</li> <li>Sentar un precedente para la estructuración y valuación de instrumentos financieros con subyacentes con comportamiento y dinámica senoidal estacionaria y homocedástica en el tiempo.</li> </ul>				

## CONCLUSIONES

La investigación y trabajo realizado a través de este documento se llevó a cabo bajo fuertes presiones temporales que limitaron la profundidad a la que se podía aspirar desde el inicio y planteamiento de objetivos. No obstante se cumplió con los objetivos definidos en su totalidad y a continuación se revisan los logros de acuerdo a cada uno de ellos y se comenta acerca del valor de los resultados obtenidos. También se extienden recomendaciones de interpretación, se acotan resultados y se hacen observaciones pertinentes alrededor de los mismos.

En primera instancia se tiene que la modelación de la dinámica seguida por la radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra resultó en un modelo generalista que permite aproximar el comportamiento de dicha radiación en su mayoría. Sin embargo existen eventos y observaciones que no encajan en el modelo planteado y si bien constituyen un porcentaje muy bajo y estadísticamente no significativo del total, resultaría valioso entender la razón por la cual dichos datos fueron registrados. Ante esto se recomienda realizar una modelación en base a distribuciones gamma que permitan manipular la forma de la distribución alejándola ligeramente de la distribución normal para quizás obtener mejores ajustes.

Otro enfoque que podría realizarse sería aquel de realizar mayores investigaciones acerca del tema para buscar factores responsables de comportamiento anómalos de la radiación percibida en un punto del tiempo específico y así poder bloquear a dichos factores para evitar su ruido y participación en la modelación por medio de no incluirlos en la muestra en un principio.

Vale la pena también comentar acerca del sesgo y curtosis algo elevadas que presentaron los datos y que eran los principales factores responsables por los cuales en ocasiones se rechazó la hipótesis de distribución normal de los mismos. Una vez más modelaciones gamma podrían resultar útiles para ajustar mejor a los datos.

Sin embargo si bien una modelación más exhaustiva y exacta podría resultar deseable, la elaborada en base a la hipótesis de normalidad de los datos es completamente válida desde el punto de vista estadístico y permitió realizar correctamente el análisis requerido para la estructuración del instrumento financiero derivado objeto de este documento.

En cuanto a los resultados de la modelación en sí, se puede decir que la investigación realizada resultó fundamental para sentar las bases de la modelación. De la comparación de las propuestas e investigaciones de los distintos autores citados acerca del tema de la radiación solar al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, fue posible encontrar y proponer las características que se esperarían de forma empírica de dicha radiación para complementar a la literatura teórica y contribuir con esto a la construcción del conocimiento del espacio próximo a nuestro planeta.

Aunque el propósito de este proyecto no era construir conocimiento acerca de la geofísica, si permitió integrar el conocimiento alrededor del tema de la radiación al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra de mejor forma y de tal manera que pudiera tener aplicaciones práctica inmediatas en el mundo económico y de forma específica en el financiero.

En cuanto a esto último, la modelación realizada permitió proveer de información necesaria y útil para todo aquel que dependa del correcto funcionamiento de los satélites geoestacionarios o que dependen de alguna manera u otra del nivel de radiación percibido a este nivel del espacio.

Con la información de este documento, ahora es posible realizar predicciones y reducir la incertidumbre en la que éstas se realizan para así tener posibilidades de hacer frente al riesgo relacionado con la operación de dichos satélites y con el comportamiento del viento solar mismo.

Es a partir de esta última aportación que este proyecto hace que ahora resulte posible estructurar un instrumento financiero derivado que permita crear coberturas contra pérdidas en compañías de telecomunicaciones satelitales asociadas a la interferencia satelital ocasionada por radiación y viento solar, cumpliendo así con otro de los principales objetivos de este proyecto.

En este documento en particular se estructuró y valuó de forma exitosa a una opción call tipo europea que serviría para cubrir a un valor nocional múltiplo de 10,000 USD con una duración de seis meses con vencimiento al 10 de diciembre de 2013. Si bien la estructuración anterior hecha es una de corte hipotético para una situación particular acotada al tiempo ya mencionado, la misma metodología de estructuración y de valuación podría seguirse para cualquier monto nocional y para cualquier periodo de tiempo.

Así la estructuración incluyó la definición puntal del subyacente sobre el cual se construiría el contrario de opción que fue el nivel de radiación percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra para el medio día de una fecha en específico. Si bien en esta ocasión se fijó el 10 de diciembre de 2013, esto no quiere decir que la misma definición de subyacente se pueda utilizar para cualquier otro día del año.

La mecánica del instrumento financiero derivado también fue establecida como un call europeo con la misma dinámica de pago que cualquier otra opción estandarizada en mercados globales como el CME Group, MexDer, etc.

Aunque la definición del precio de ejercicio fue también hipotética, un precio de ejercicio diferente no modificaría en nada a la forma de estructuración de la opción ni de su valuación.

De la misma manera aunque la definición temporal del plazo al vencimiento y del periodo en el año y en el ciclo solar en particular en donde se estructuró la opción también fue hipotética, una definición temporal diferente tampoco modificaría en nada a la forma de estructuración de la opción ni de su valuación.

En resumen, para lo anterior se puede declarar que se cumplió con el objetivo de estructurar a un instrumento financiero de este tipo en base a una situación que podría ser de utilidad para para asistir a una operación más estable en compañías que enfrentan problemas derivados de la variabilidad en el tiempo de vida promedio de los satélites así como en las interferencias ocasionadas en las transmisiones de los mismos como consecuencia de la radiación cósmica.

Sin embargo el hecho de que la estructuración de la opción realizada haya sido originalmente pensada para compañías o entidades pendientes del funcionamiento de satélites geoestacionarios, no quiere decir que el mismo enfoque sería aplicable para cualquier cobertura ante efectos adversos derivados por la incidencia de radiación solar al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra.

A partir de lo anterior también se puede declarar que el planteamiento hecho a través de este documento podría asistir en la eventual estructuración de instrumentos financieros derivados con subyacentes relacionados a la radiación solar en niveles distintos a la órbita sincrónica de la Tierra así como relacionados a radiación cósmica en general. Ante ello sería indispensable probar de nueva cuenta para cada situación y subyacente en

particular la hipótesis de normalidad que si bien se cumplía al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, esto no necesariamente es verdad en otros contextos.

Partiendo de esto último comentado es que se cumple el último objetivo de sentar un precedente para la futura estructuración de instrumentos financieros de cobertura a la medida, según casos particulares, ante pérdidas económicas asociadas a la incidencia en de radiación cósmica sino como un instrumento nuevo y con altas posibilidades de expansión dentro del conjunto de los instrumentos financieros derivados climáticos, que al incluir el desarrollado a través de este documento abarcarían ahora también lo que podría denominarse de forma propositiva como “clima extraterrestre”.

El trabajo realizado en este proyecto también contribuye a la literatura relacionada con instrumentos financieros derivados sobre subyacentes con comportamientos senoidales estacionarios y homocedásticos en el tiempo sentando un precedente metodológico para la posible futura estructuración y valuación de este tipo de instrumentos, independientemente de su tipo, puesto que aunque el subyacente particular tratado a través del documento fue la radiación solar percibida al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra, el mismo enfoque y tipo de análisis podría realizarse sobre cualquier subyacente mientras este posea un comportamiento similar.

Por último resta discutir acerca del alcance y limitaciones que la estructuración de la opción tipo europea y no de la modelación del viento solar, presentan en este documento. La más importante de ellas es con respecto a la ausencia de propuestas incluidas dentro de esta investigación acerca de la estructuración y valuación de una opción similar pero de tipo americano.

La principal problemática relacionada a valorar una opción tipo americano es la definición del punto óptimo para ejercer a la opción en el tiempo. Dado esta problemática, no es posible aplicar el método de integración numérica adaptado a tres dimensiones, en donde la tercera es el tiempo, puesto que una propuesta así consideraría que la opción se ejercería a la primera oportunidad posible, supuesto alejado de la realidad no solo porque su tenedor no necesariamente la ejercitaría dada su percepción del futuro, sino porqué a nivel estadístico dicha acción no necesariamente sería la óptima.

De esta manera valdría la pena adentrarse para investigaciones y trabajo a futuro en la propuesta de un método para valorar una opción como la planteada en este documento, pero de tipo europeo. Para ello se recomienda comenzar estudiando las posibles

adaptaciones al método de simulación y de árboles binomiales, pues al ser estos métodos numéricos manipulables en su construcción, se podrían añadir algoritmos que permitan valorar la oportunidad de ejercitar la opción antes de su vencimiento.

Por ejemplo en el caso de la simulación, se podría calcular el valor de la opción para cada momento en que se pueda ejercitar y compararlo con el valor teórico de la opción tipo europea traído al valor presente de ese momento, tomando el mayor de los dos.

Algo parecido podría realizarse en el caso de los árboles binomiales comparando el valor de cada nodo según una valuación de opción de tipo europea con el valor del nodo si se ejerciera la opción en ese momento, tomando una vez más el mayor de los dos y siguiendo con el algoritmo planteado para arboles binomiales.

En conclusión, se puede decir que esta investigación resulta útil en la medida que provee de un modelo para representar a la dinámica del viento solar y produce a partir de este una propuesta para estructurar y valorar opciones con el mismo como subyacente.

Por otro lado sienta el precedente para futuras estructuraciones de instrumentos financieros derivados con este tipo de subyacente, así como de cualquier subyacente con comportamiento senoidal estacionario y homocedástico en el tiempo, resultando particularmente útil para la estructuración y valuación de opciones europeas orientadas a la cobertura de perdidas relacionadas a la incidencia del viento solar al nivel de la órbita sincrónica de la Tierra.



## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

1. Anderson T. y Darling A. (1952). *Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes*. Annals of Mathematical Statistics: EEUU.
2. Barfield J. y Coleman P. (1970). *Storm-related wave phenomena observed at the synchronous equatorial orbit*. Wiley: EEUU.
3. Barfield J. y McPherron R. (1972). *Statistical characteristics of storm-associated Pc 5 micropulsations observed at the synchronous equatorial orbit*. Wiley: EEUU.
4. Bravo, S. (1968). *La modulación de la radiación cósmica galáctica en el medio interplanetario*. UNAM: México.
5. Campbell J., Lo A. & McKinley A. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton University: EEUU.
6. Cao, R. (2002). *Introducción a la simulación y a la teoría de colas*. Netbiblo: España.
7. Chopra S., Meindl, P. (2008). *Administración de la cadena de suministro*. Editorial Pearson: México.
8. Coss, R. (1998). *Simulación; Un enfoque práctico*. LIMUSA: México.
9. Cruz, S., y Llinas, A. (2010). *Modelo analítico de derivados de clima para eventos específicos de riesgo*. CDR: Colombia.
10. Dickey A. y Fuller W. (1979). *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of the American Statistical Association: EEUU.
11. Elbert, B. (2008). *Introduction to satellite communication*. Artech House: Reino Unido.
12. Espallargas D. (2011). *Estadística matemática*. Editorial Universitaria: Cuba.
13. Eun C. y Resnick B. (2009). *International Financial Management*. McGraw Hill: EEUU.



14. Franco J. (2008). *Educación y Tecnología, Solución Radical*. Siglo XXI Editores: México.
15. Figueiras A. (2002). *Una panorámica de las telecomunicaciones*. Pearson Education: España.
16. Gall R., Smart D. y Shea M. (1971). *El modo de propagación directa de los rayos cósmicos a los satélites geoestacionarios*. UNAM: México.
17. Gall R., Smart D. y Shea M. (1971). *Space Research XI*. Wiley: EEUU.
18. Gall R., Bravo J. (1973). *Investigación geofísica*. UNAM: México.
19. García, V. (2009). *Valuación de opciones de Gas Natural en la Industria Energética*. ITESM: México.
20. Garibay J. (Abril, 2012). *La Industria Espacial Mexicana: Comunicaciones Satelitales*. Mundo Digital: México.
21. Gutiérrez H. y De La Vara R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill: México.
22. Gaarder, E. (2007). *The complete guide to option pricing formulas*. McGraw-Hill: EEUU.
23. Herrera, E. (1998). *Introducción a las telecomunicaciones modernas*. LIMUSA: México.
24. Hull, J. (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Prentice Hall: EEUU.
25. Jiménez, G. (1969). *Estudio de la rigidez umbral de la radiación cósmica en una magnetosfera modelo*. UNAM: México.
26. Mankiw, G. (2009). *Principios de Economía*. CENGAGE Learning: México.
27. Martínez, J. (2002). *Redes de Comunicaciones*. UPV: España.
28. Mendoza E. (2007). *Actividad Solar y Clima*. UNAM: México.
29. Montgomery D. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*. Wiley: EEUU.
30. Mead G., y Fairfield D. (1975). *A quantitative magnetospheric model derived from spacecraft magnetometer data*. Geophysical Research, Wiley: EEUU.
31. Neri, R. (2003). *Comunicaciones por Satélite*. Thomson: México.

32. Paulikas, G. & Blake, J.(1969). Penetration of solar protons to synchronous altitude. JGR: EEUU.
33. PWC. (Noviembre, 2012). *La industria de las telecomunicaciones*. PWC: EEUU.
34. Rifkin, J. (2000). *La era del acceso: La revolución de la nueva economía*. Paidós: España.
35. Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable*. Thomson Learning: México.
36. Tomásí, W. (2003). *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Prentice Hall: México.
37. Weir M., Hass J y Giordano F. (2000). *Thomas' Calculus*. Pearson: EEUU.
38. Williams D., y Mead G. (1965). *Nightside magnetosphere configuration as obtained from trapped electrons at 1100 kilometers*. Geophysical Research, Wiley: EEUU.
39. Zumanovich, A. (1975). *Una nueva evaluación de la energía umbral en la órbita sincrónica de la Tierra*. MAMLAT: Israel.

#### Página Web 1

P1. FCC. (Diciembre, 2012). *2<sup>nd</sup> Satellite Competition Report*. Recuperado el 14 de Mayo de 2013 a las 21:30 de <http://www.fcc.gov/reports/satellite-competition-report-2nd-annual>



## APÉNDICE A

<b>MESES SELECCIONADOS</b>
<b>Dec-12</b>
<b>Sep-09</b>
<b>Jun-06</b>
<b>Mar-03</b>
<b>Dec-00</b>
<b>Sep-97</b>
<b>Jun-94</b>
<b>Mar-91</b>
<b>Dec-88</b>
<b>Sep-85</b>
<b>Jun-83</b>
<b>Mar-81</b>
<b>Dec-79</b>
<b>Sep-77</b>
<b>Jun-75</b>
<b>Mar-73</b>

## APÉNDICE B

MeV Promedio	Ciclo Anual	Ciclo Solar
320.4771	-1	0.959493
322.5826	0	0.909632
354.7133	1	0.841254
325.5652	0	0.75575
287.2545	-1	0.654861
246.7241	0	0.540641
298.8457	1	0.415415
274.7488	0	0.281733
180.9524	-1	0.142315
237.5964	0	5.67E-16
262.1247	1	-0.14231
234.0342	0	-0.28173
148.7367	-1	-0.41542
153.279	0	-0.54064
152.9538	1	-0.65486
152.8493	0	-0.75575
85.56476	-1	-0.84125
89.54138	0	-0.90963
86.47402	1	-0.95949
92.4961	0	-0.98982
87.33696	-1	-1
130.1342	0	-0.98982
160.6283	1	-0.95949
129.8701	0	-0.90963
263.1963	-1	-0.84125
221.4287	0	-0.75575
248.4422	1	-0.65486
139.4765	0	-0.54064
238.9338	-1	-0.41542
245.9115	0	-0.28173
282.5507	1	-0.14231
245.8948	0	-1.1E-15
138.5394	-1	0.142315
234.6329	0	0.281733
271.2086	1	0.415415
233.6842	0	0.540641
244.6582	-1	0.654861
320.0582	0	0.75575
374.1812	1	0.841254
305.8835	0	0.909632
368.1121	-1	0.959493
376.0095	0	0.989821
378.042	1	1
372.055	0	0.989821
244.7896	-1	0.959493
319.5928	0	0.909632

MeV Promedio	Ciclo Anual	Ciclo Solar
360.4518	1	0.841254
317.3334	0	0.75575
333.415	-1	0.654861
273.7638	0	0.540641
307.5935	1	0.415415
276.4287	0	0.281733
248.5767	-1	0.142315
221.9366	0	5.67E-16
229.6603	1	-0.14231
218.7407	0	-0.28173
273.6377	-1	-0.41542
239.883	0	-0.54064
247.5627	1	-0.65486
216.204	0	-0.75575
78.26864	-1	-0.84125
114.8987	0	-0.90963
124.5811	1	-0.95949
112.9036	0	-0.98982
157.3665	-1	-1
222.7447	0	-0.98982
267.4606	1	-0.95949
223.4208	0	-0.90963
114.4757	-1	-0.84125
142.9759	0	-0.75575
166.8217	1	-0.65486
146.0875	0	-0.54064
209.5979	-1	-0.41542
229.4268	0	-0.28173
290.0361	1	-0.14231
247.4561	0	-1.1E-15
307.3213	-1	0.142315
353.5218	0	0.281733
380.518	1	0.415415
356.2928	0	0.540641
311.5327	-1	0.654861
329.005	0	0.75575
360.811	1	0.841254
328.6863	0	0.909632
285.2532	-1	0.959493
259.5402	0	0.989821
269.8091	1	1
251.9314	0	0.989821
333.011	-1	0.959493
330.3055	0	0.909632
340.0282	1	0.841254
336.8692	0	0.75575

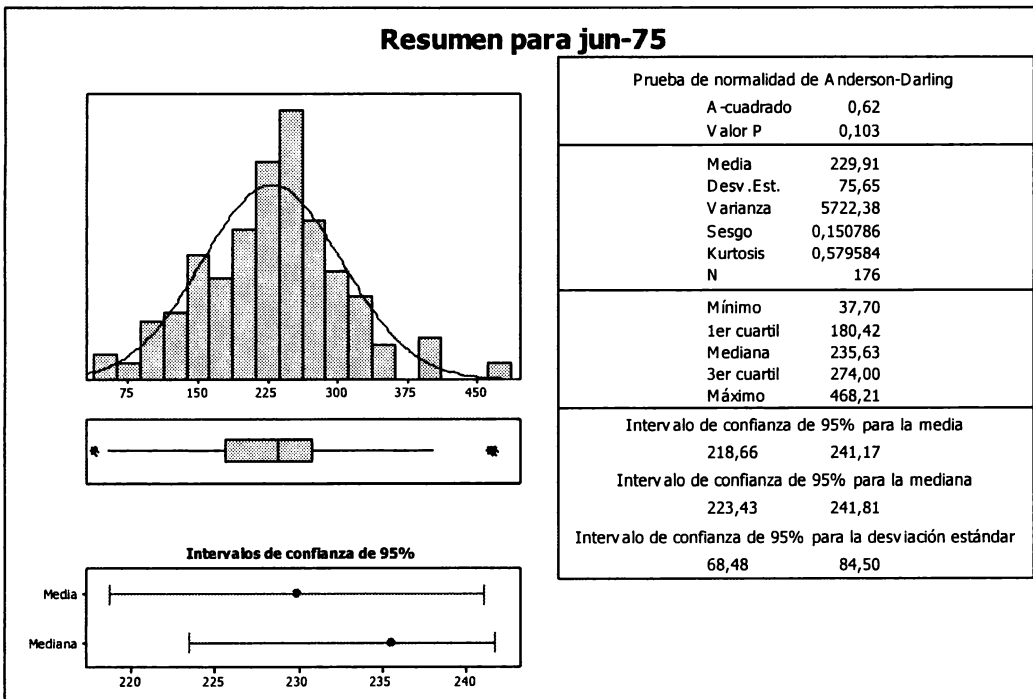
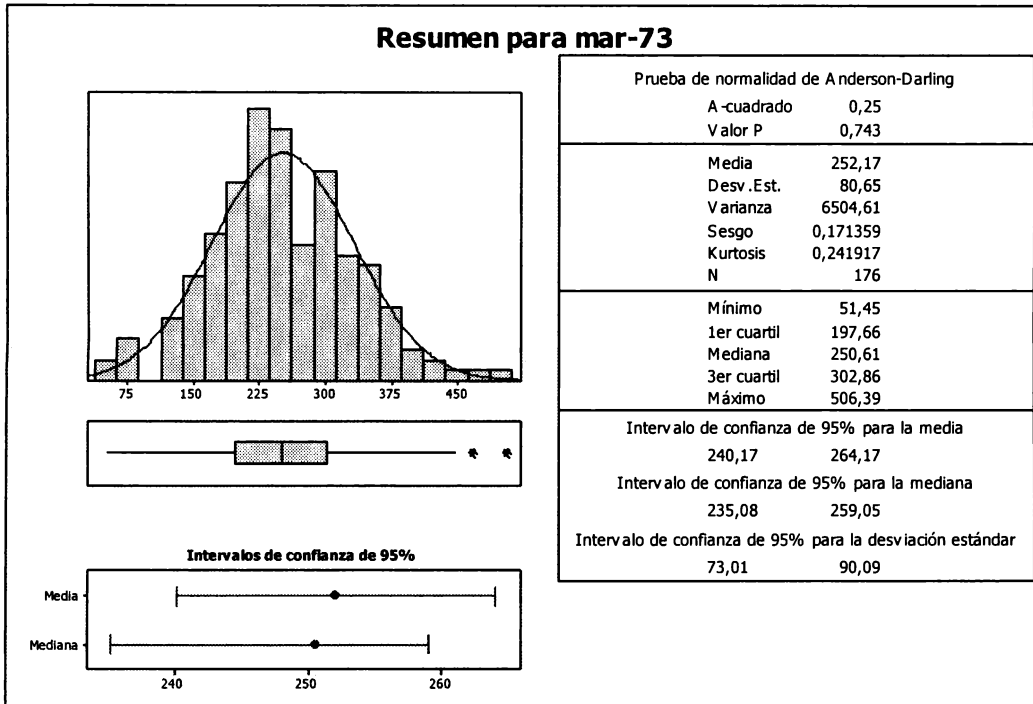
294.0792	-1	0.654861
306.5828	0	0.540641
364.0558	1	0.415415
305.5838	0	0.281733
75.31585	-1	0.142315
155.9706	0	5.67E-16
203.483	1	-0.14231
140.6563	0	-0.28173
167.615	-1	-0.41542
223.9431	0	-0.54064
308.9874	1	-0.65486
212.7625	0	-0.75575
173.5785	-1	-0.84125
149.1838	0	-0.90963
156.6674	1	-0.95949
142.9516	0	-0.98982
203.0578	-1	-1
158.7322	0	-0.98982
187.346	1	-0.95949
155.3998	0	-0.90963
322.2168	-1	-0.84125
324.4264	0	-0.75575
327.9057	1	-0.65486
324.2766	0	-0.54064
283.9909	-1	-0.41542
281.1911	0	-0.28173
294.4848	1	-0.14231
279.9505	0	-1.1E-15
265.7569	-1	0.142315
342.441	0	0.281733
387.3402	1	0.415415
364.0211	0	0.540641
383.0231	-1	0.654861
307.3331	0	0.75575
335.1801	1	0.841254

302.8006	0	0.909632
482.2309	-1	0.959493
273.8164	0	0.989821
438.7287	1	1
374.0701	0	0.989821
335.3723	-1	0.959493
336.5112	0	0.909632
340.6789	1	0.841254
336.4739	0	0.75575
174.6684	-1	0.654861
141.9152	0	0.540641
143.1783	1	0.415415
143.1009	0	0.281733
345.8094	-1	0.142315
268.4333	0	5.67E-16
344.3812	1	-0.14231
286.4125	0	-0.28173
189.1828	-1	-0.41542
218.9383	0	-0.54064
250.7766	1	-0.65486
228.2806	0	-0.75575
213.6796	-1	-0.84125
213.9746	0	-0.90963
229.9132	1	-0.95949
218.6586	0	-0.98982
257.1295	-1	-1
283.3918	0	-0.98982
321.3393	1	-0.95949
263.7859	0	-0.90963
188.783	-1	-0.84125
254.7594	0	-0.75575
287.3069	1	-0.65486
252.171	0	-0.54064

APÉNDICE C

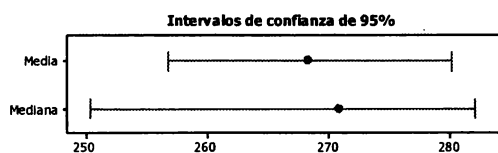
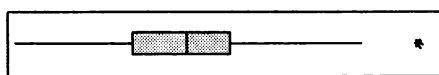
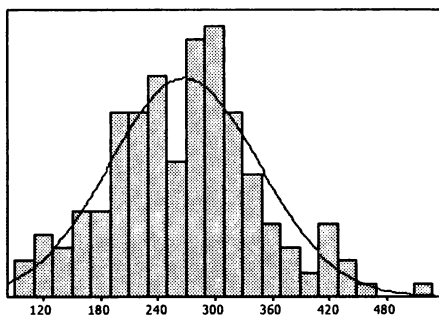
88	-6515.34238	-9363.02787	358.599836
-772.984178	-6861.63003	-9568.45655	1837.34158
-806.23147	-6863.00816	-5710.30563	3292.6204
1480.62413	-5235.32716	-5356.87835	4638.70645
4527.50886	-5496.83141	-4949.07842	4331.20379
4451.04696	-5335.4677	-5634.75209	4582.67268
4087.47292	-4771.13271	-5284.22834	5090.9884
3815.26569	-3485.30799	-5608.23138	5931.98494
4680.35235	-3735.96713	-4271.97347	5902.52322
4000.11395	-4479.89063	-2888.11781	4839.43154
4082.84743	-3900.53462	-2616.02411	4263.19623
2907.01001	-3361.17681	-1895.82999	4672.15981
3090.88601	-3287.71143	-1935.53631	4171.97189
3113.07927	-1914.78604	-2004.07396	4575.2672
3113.47465	-1254.2728	-2465.02769	4304.19527
2624.66063	-1415.04013	-5152.74278	4125.50158
1839.65048	-1914.53441	-5145.96933	3692.06121
-321.851159	-827.096704	-4676.37149	2932.98348
-3367.62246	-1858.49627	-4692.13736	3343.54105
-6170.93262	-1965.5364	-4582.39055	4000.40333
-8435.64942	-5419.63681	-4371.00948	3522.59322
-10720.8959	-7138.44361	-4265.83288	2104.48746
-11243.2977	-8574.85825	-4149.3305	2504.792
-11497.4738	-8549.63357	-3940.06826	1465.3998
-12682.2987	-9063.82215	-4283.43013	1655.38845
-14298.8793	-8385.18421	-4500.70669	1018.63802
-14425.7622	-6912.80334	-5499.25643	1368.19788
-13604.5447	-6442.28533	-5371.14315	1401.70858
-14049.4407	-7723.79954	-4335.9618	1527.59441
-11965.3712	-8189.88137	-4381.656	1758.89845
-12307.1714	-8744.4273	-4696.2324	1426.64888
-12248.0192	-9206.13956	-4012.16162	1082.38088
-10284.5062	-9258.75375	-3420.32193	-314.758893
-10515.5613	-9151.12842	-3358.45301	-1273.6066
-9788.96431	-9245.26775	-2830.56562	-1355.63221
-8410.76745	-9402.35551	-2136.32561	-855.19368
-7274.8648	-9517.83974	-462.026695	-908.118562
-6391.00979	-9434.77737	219.66961	-2.0918E-11
-7013.85306	-9807.77612	-1165.24322	
-7325.19443	-9981.75851	-2.80816008	
-6357.94963	-10624.8789	755.90678	

## APÉNDICE G



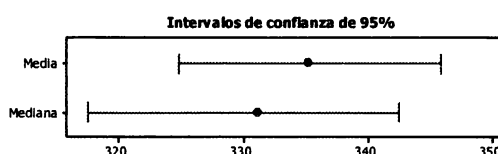
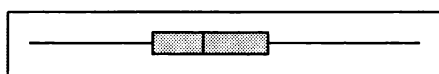
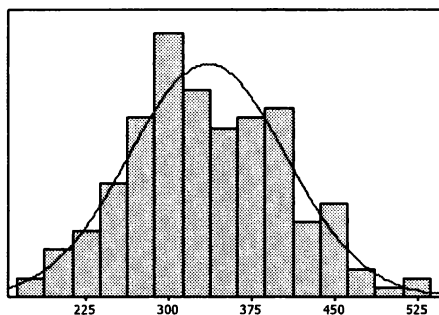


### Resumen para sep-77



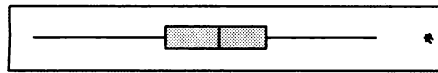
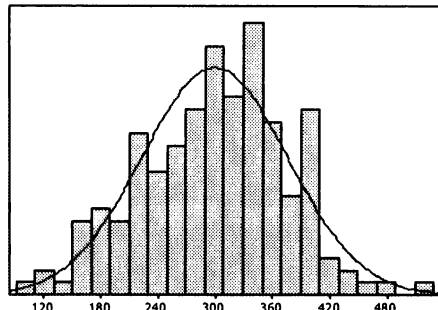
Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,27
Valor P	0,686
Media	268,43
Desv .Est.	79,08
Varianza	6253,35
Sesgo	0,172959
Kurtosis	0,045597
N	176
Mínimo	90,41
1er cuartil	213,38
Mediana	270,90
3er cuartil	316,80
Máximo	513,87
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	256,67      280,20
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	250,27      282,20
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	71,59      88,33

### Resumen para dic-79

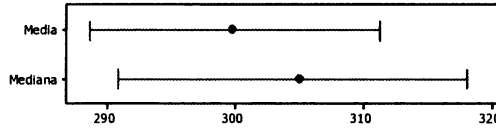


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,38
Valor P	0,403
Media	335,37
Desv .Est.	70,85
Varianza	5020,26
Sesgo	0,141254
Kurtosis	-0,346436
N	176
Mínimo	173,97
1er cuartil	284,76
Mediana	331,23
3er cuartil	389,87
Máximo	527,68
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	324,83      345,91
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	317,52      342,54
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	64,14      79,14

### Resumen para mar-81

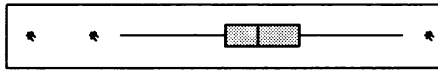
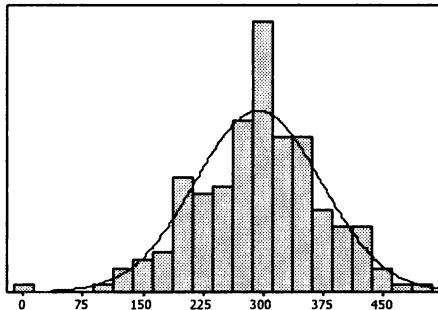


Intervalos de confianza de 95%

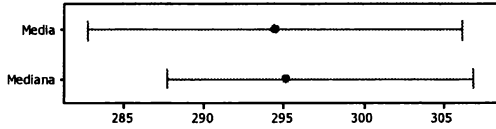


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,50
Valor P	0,209
Media	299,96
Desv. Est.	76,47
Varianza	5847,96
Sesgo	-0,171062
Kurtosis	-0,182110
N	176
Mínimo	107,33
1er cuartil	247,50
Mediana	305,20
3er cuartil	354,95
Máximo	523,07
Intervalo de confianza de 95% para la media	
288,58	311,34
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
290,97	318,22
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
69,23	85,42

### Resumen para jun-83

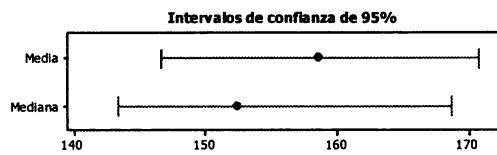
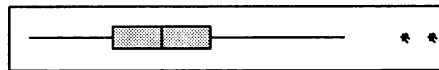
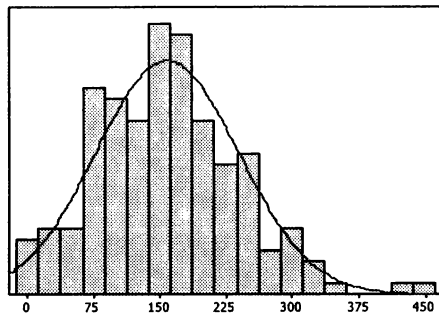


Intervalos de confianza de 95%



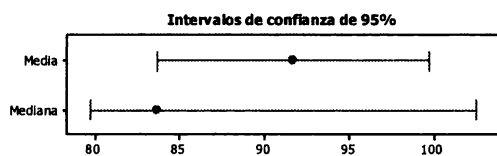
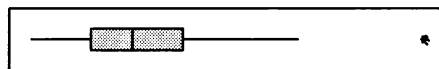
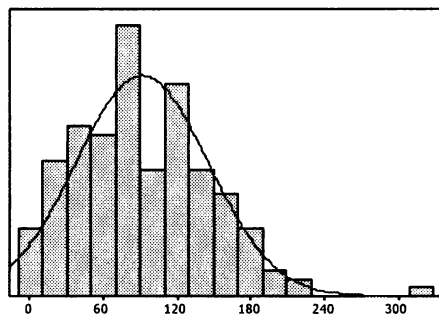
Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,41
Valor P	0,336
Media	294,48
Desv. Est.	79,24
Varianza	6278,19
Sesgo	-0,232993
Kurtosis	0,548219
N	176
Mínimo	7,91
1er cuartil	253,72
Mediana	295,19
3er cuartil	345,33
Máximo	506,91
Intervalo de confianza de 95% para la media	
282,70	306,27
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
287,74	306,94
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
71,73	88,50

### Resumen para sep-85



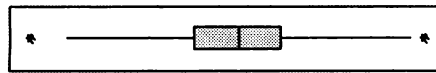
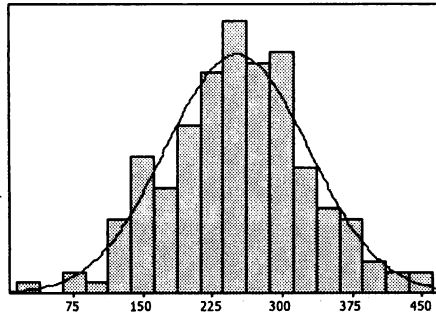
Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,54
Valor P	0,166
Media	158,73
Desv .Est.	81,44
Varianza	6631,67
Sesgo	0,536606
Kurtosis	0,748297
N	176
Mínimo	0,88
1er cuartil	96,95
Mediana	152,43
3er cuartil	206,55
Máximo	457,85
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	146,62      170,85
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	143,31      168,82
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	73,72      90,96

### Resumen para dic-88

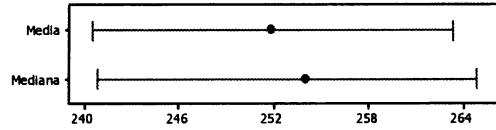


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,73
Valor P	0,056
Media	91,736
Desv .Est.	53,895
Varianza	2904,639
Sesgo	0,596160
Kurtosis	0,841298
N	176
Mínimo	1,527
1er cuartil	49,691
Mediana	83,664
3er cuartil	125,214
Máximo	321,328
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	83,718      99,753
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	79,687      102,565
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	48,791      60,200

## Resumen para mar-91



Intervalos de confianza de 95%



### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

A-cuadrado 0,21  
Valor P 0,861

Media 251,93  
Desv. Est. 77,12  
Varianza 5947,02  
Sesgo -0,0084887  
Kurtosis 0,0229980  
N 176

Mínimo 24,69  
1er cuartil 204,61  
Mediana 254,11  
3er cuartil 299,66  
Máximo 452,91

### Intervalo de confianza de 95% para la media

240,46 263,40

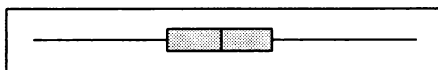
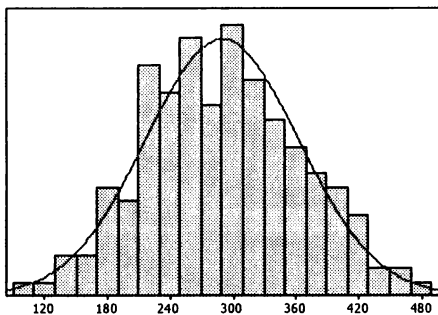
### Intervalo de confianza de 95% para la mediana

240,83 264,96

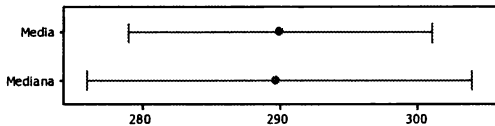
### Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar

69,81 86,14

### Resumen para jun-94

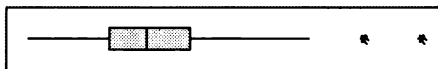
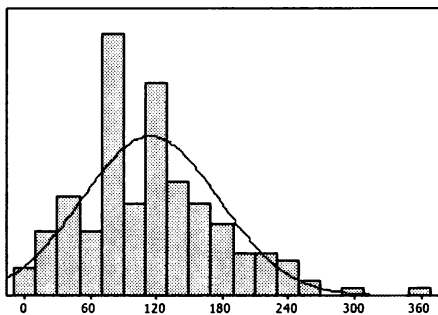


Intervalos de confianza de 95%

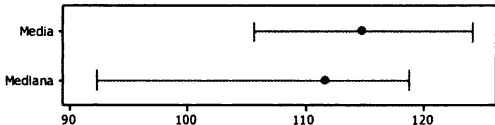


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,22
Valor P	0,843
Media	290,04
Desv. Est.	74,18
Varianza	5502,35
Sesgo	0,091393
Kurtosis	-0,365221
N	176
Mínimo	108,96
1er cuartil	237,40
Mediana	289,73
3er cuartil	337,00
Máximo	476,65
Intervalo de confianza de 95% para la media	
279,00	301,07
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
275,97	304,01
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
67,15	82,86

### Resumen para sep-97

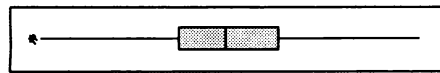
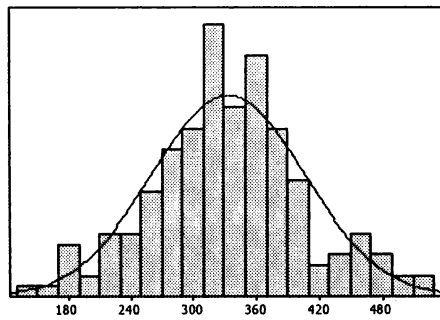


Intervalos de confianza de 95%

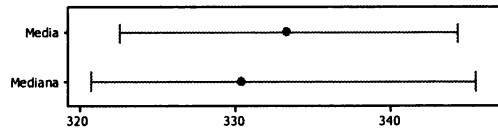


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	1,43
Valor P <	0,005
Media	114,90
Desv. Est.	62,27
Varianza	3877,69
Sesgo	0,743097
Kurtosis	0,960212
N	176
Mínimo	3,66
1er cuartil	77,21
Mediana	111,75
3er cuartil	151,16
Máximo	362,14
Intervalo de confianza de 95% para la media	
105,63	124,16
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
92,30	118,90
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
56,37	69,56

### Resumen para dic-00



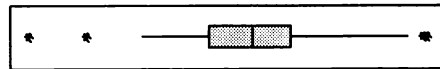
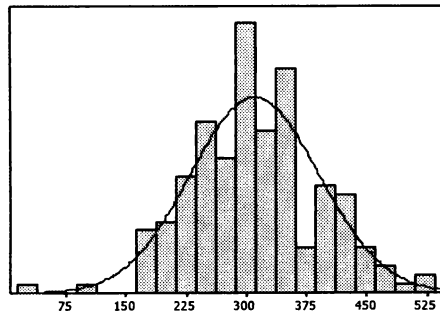
Intervalos de confianza de 95%



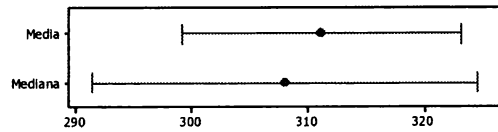
#### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

A-cuadrado	0,49
Valor P	0,223
Media	333,41
Desv. Est.	73,12
Varianza	5345,83
Sesgo	0,050549
Kurtosis	0,144881
N	176
Mínimo	144,60
1er cuartil	286,60
Mediana	330,45
3er cuartil	380,87
Máximo	516,41
Intervalo de confianza de 95% para la media	322,54      344,29
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	320,68      345,50
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	66,19      81,67

### Resumen para mar-03



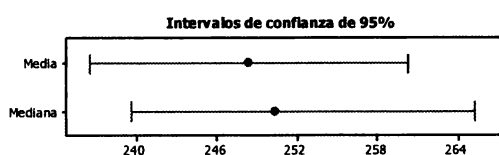
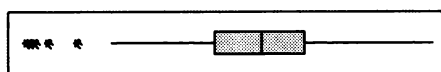
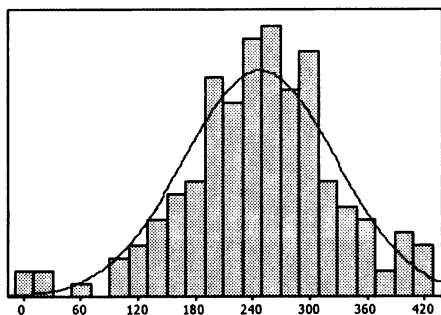
Intervalos de confianza de 95%



#### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

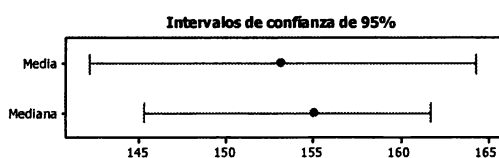
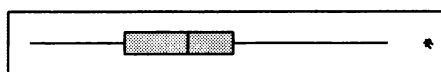
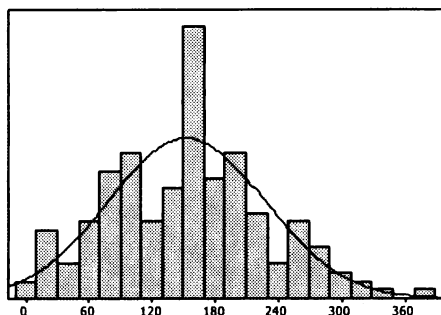
A-cuadrado	0,51
Valor P	0,198
Media	311,29
Desv. Est.	81,02
Varianza	6563,74
Sesgo	0,054820
Kurtosis	0,456488
N	176
Mínimo	26,00
1er cuartil	253,95
Mediana	308,10
3er cuartil	354,47
Máximo	525,20
Intervalo de confianza de 95% para la media	299,24      323,35
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	291,35      324,75
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	73,35      90,50

### Resumen para jun-06



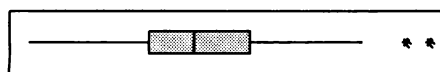
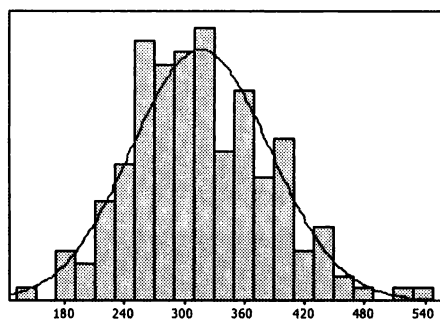
Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,63
Valor P	0,097
Media	248,44
Desv. Est.	80,11
Varianza	6417,71
Sesgo	-0,377676
Kurtosis	0,763881
N	176
Mínimo	2,06
1er cuartil	200,21
Mediana	250,43
3er cuartil	295,64
Máximo	429,31
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	236,52      260,36
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	239,67      265,36
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	72,52      89,48

### Resumen para sep-09

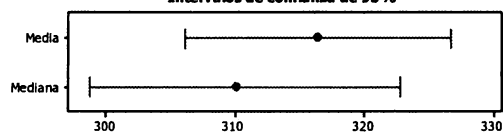


Prueba de normalidad de Anderson-Darling	
A-cuadrado	0,54
Valor P	0,161
Media	153,28
Desv. Est.	74,81
Varianza	5596,89
Sesgo	0,257794
Kurtosis	-0,143832
N	176
Mínimo	3,85
1er cuartil	94,39
Mediana	155,06
3er cuartil	197,17
Máximo	382,49
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	142,15      164,41
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	145,31      161,74
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	67,73      83,56

### Resumen para dic-12



Intervalos de confianza de 95%

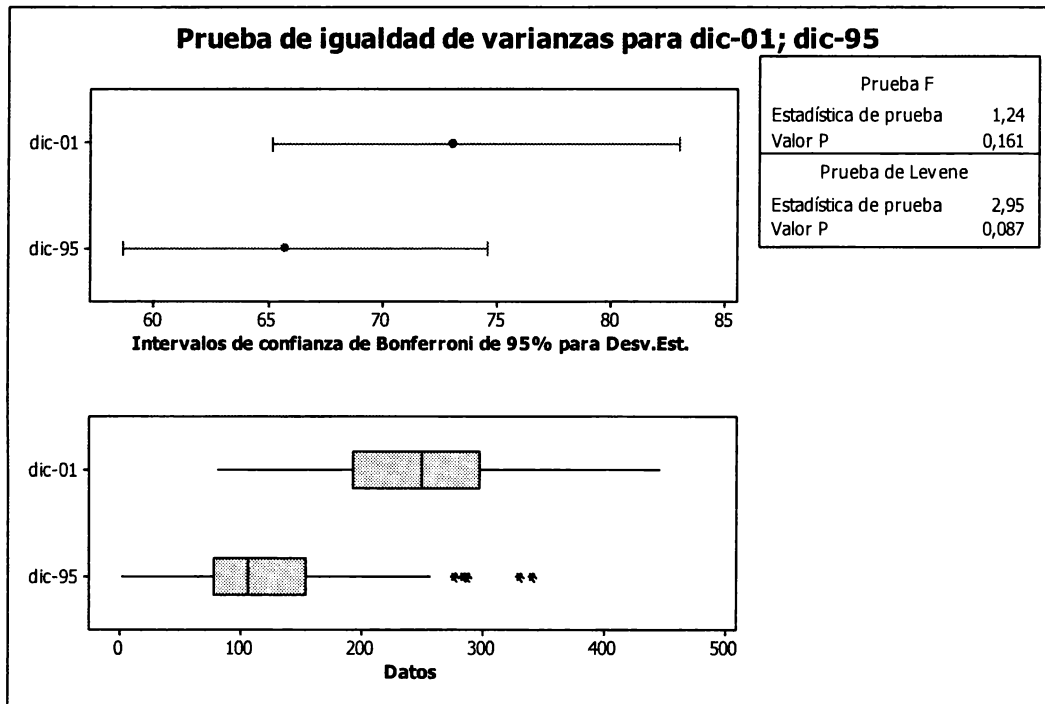
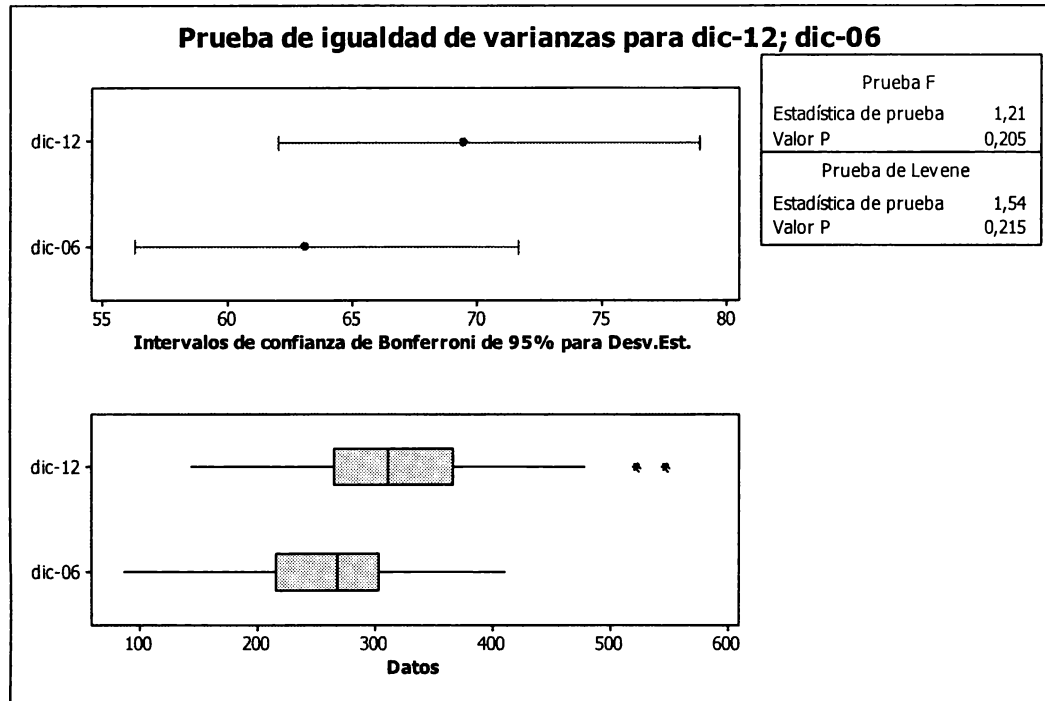


#### Prueba de normalidad de Anderson-Darling

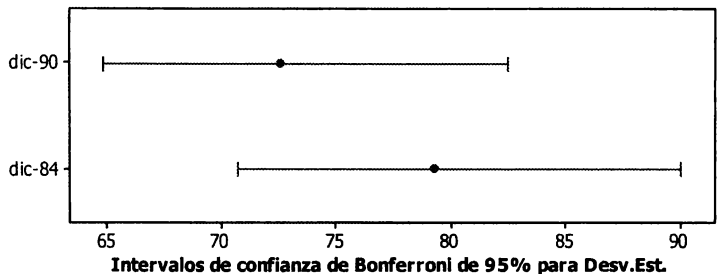
A-cuadrado	0,52
Valor P	0,182
Media	316,49
Desv. Est.	69,45
Varianza	4823,51
Sesgo	0,378356
Kurtosis	0,204496
N	176
Mínimo	142,91
1er cuartil	265,23
Mediana	310,22
3er cuartil	366,39
Máximo	546,09
Intervalo de confianza de 95% para la media	
	306,16      326,82
Intervalo de confianza de 95% para la mediana	
	298,67      322,90
Intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar	
	62,87      77,58



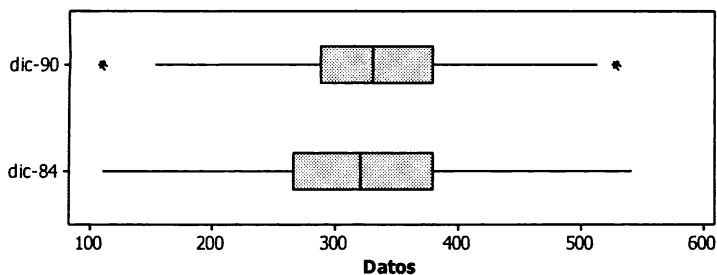
## APÉNDICE H



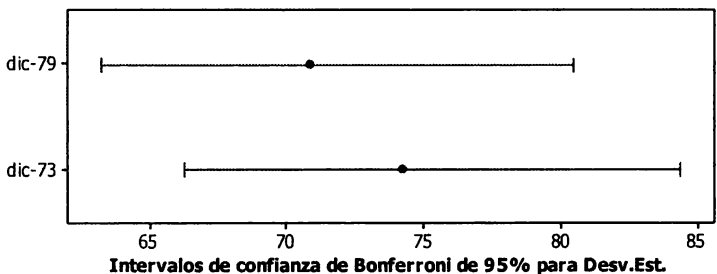
**Prueba de igualdad de varianzas para dic-90; dic-84**



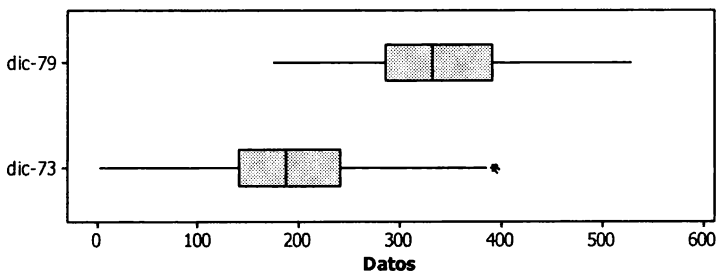
Prueba F	
Estadística de prueba	0,84
Valor P	0,248
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	1,54
Valor P	0,216

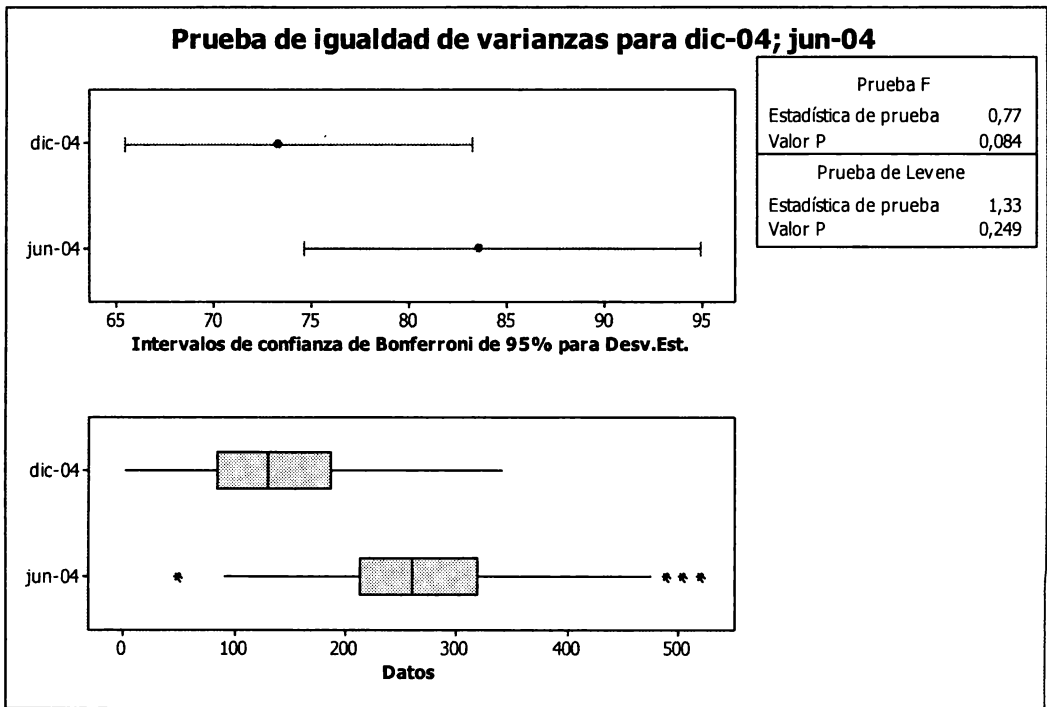
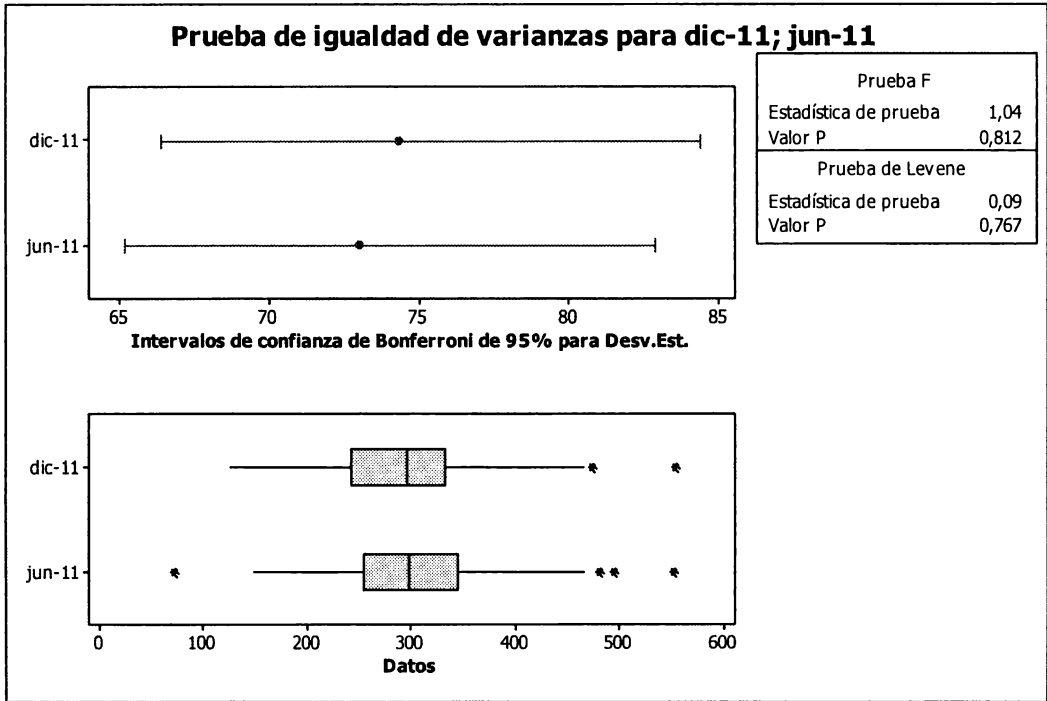


**Prueba de igualdad de varianzas para dic-79; dic-73**

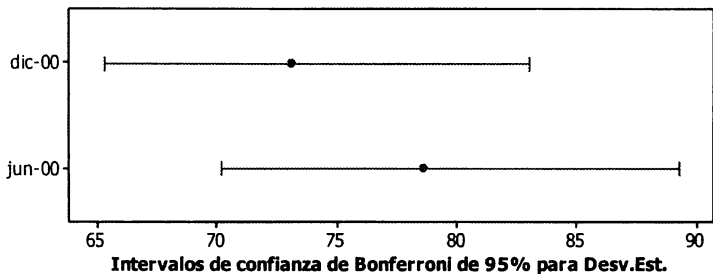


Prueba F	
Estadística de prueba	0,91
Valor P	0,535
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	0,06
Valor P	0,804



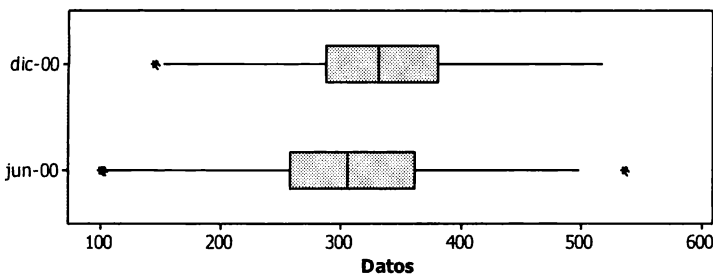


**Prueba de igualdad de varianzas para dic-00; jun-00**

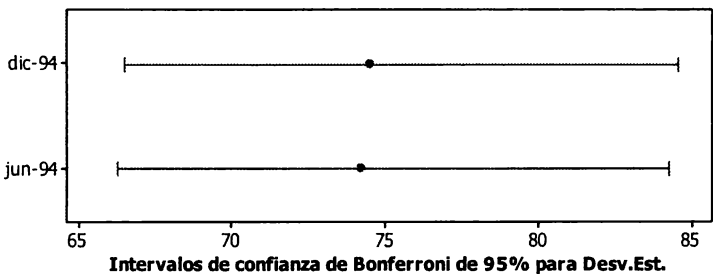


Prueba F	
Estadística de prueba	0,87
Valor P	0,341
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	0,81
Valor P	0,369

Intervalos de confianza de Bonferroni de 95% para Desv.Est.

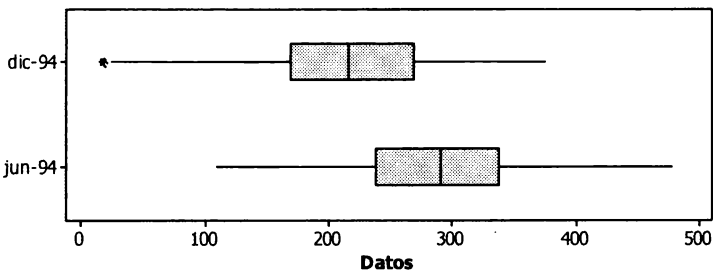


**Prueba de igualdad de varianzas para dic-94; jun-94**

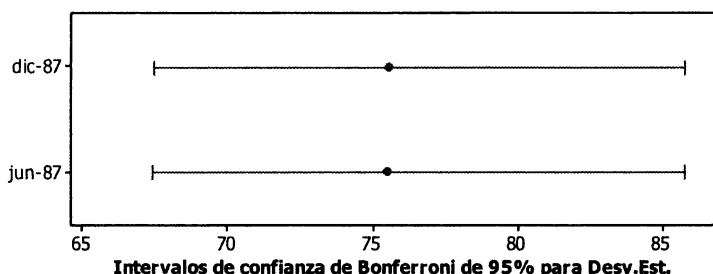


Prueba F	
Estadística de prueba	1,01
Valor P	0,960
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	0,04
Valor P	0,839

Intervalos de confianza de Bonferroni de 95% para Desv.Est.

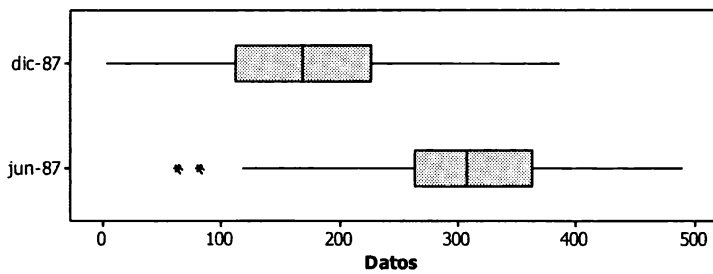


**Prueba de igualdad de varianzas para dic-87; jun-87**

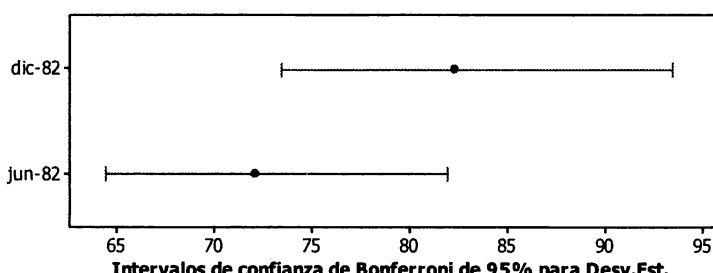


Intervalos de confianza de Bonferroni de 95% para Desv.Est.

Prueba F	
Estadística de prueba	1,00
Valor P	0,996
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	0,55
Valor P	0,460

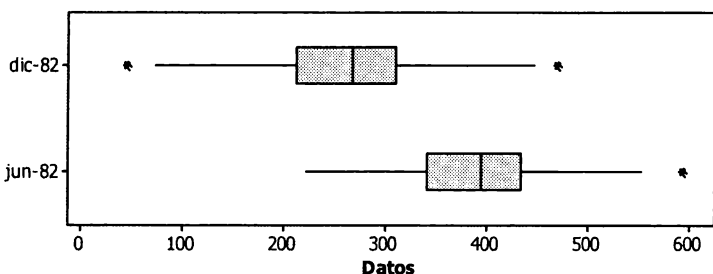


**Prueba de igualdad de varianzas para dic-82; jun-82**

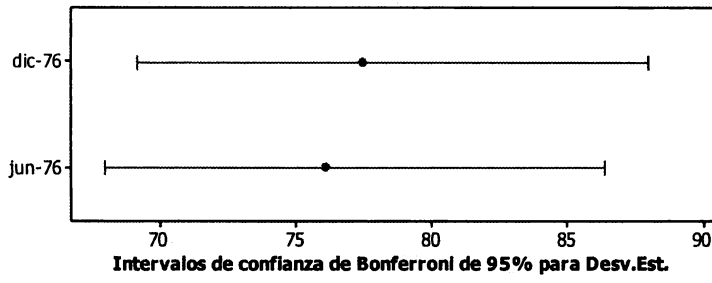


Intervalos de confianza de Bonferroni de 95% para Desv.Est.

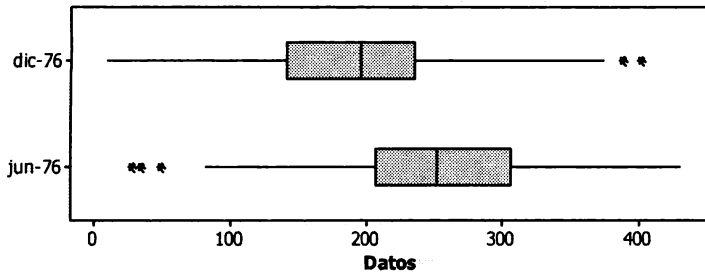
Prueba F	
Estadística de prueba	1,30
Valor P	0,084
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	1,51
Valor P	0,220



### Prueba de igualdad de varianzas para dic-76; jun-76



Prueba F	
Estadística de prueba	1,04
Valor P	0,814
Prueba de Levene	
Estadística de prueba	0,01
Valor P	0,939



## APÉNDICE I

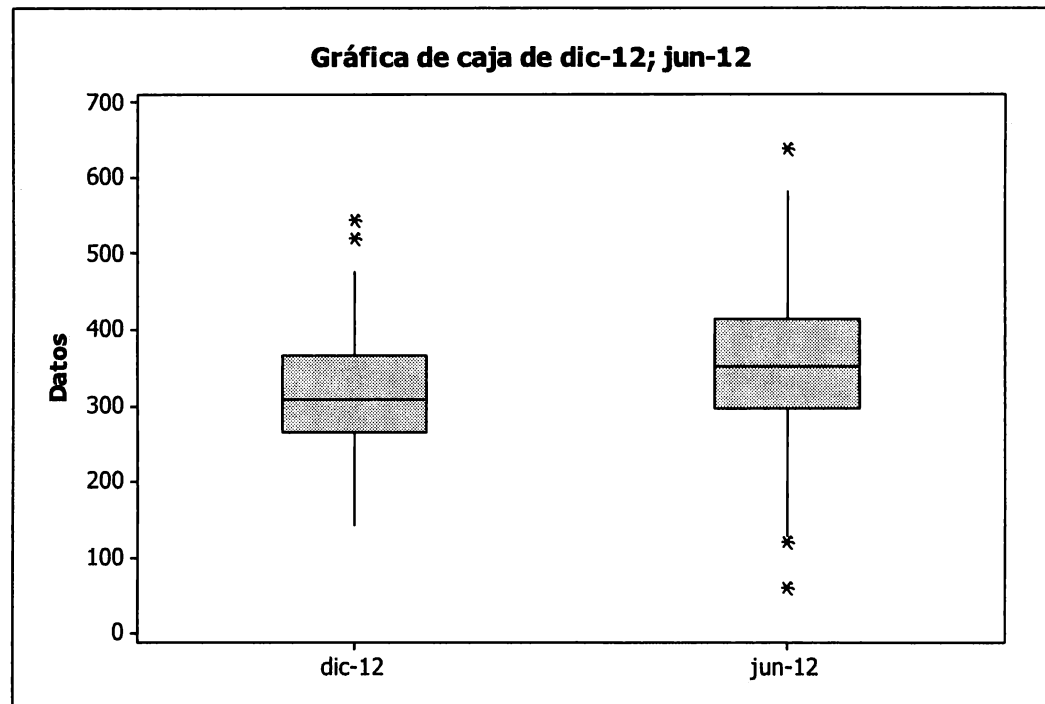
### IC y Prueba T pareada: dic-12; jun-12

T pareada para dic-12 - jun-12

	N	Media	Desv.Est.	Media del Error estándar
dic-12	176	316,49	69,45	5,24
jun-12	176	354,71	88,79	6,69
Diferencia	176	-38,22	107,68	8,12

IC de 95% para la diferencia media:: (-54,24; -22,20)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. no = 0): Valor T = -4,71 Valor P = 0,000



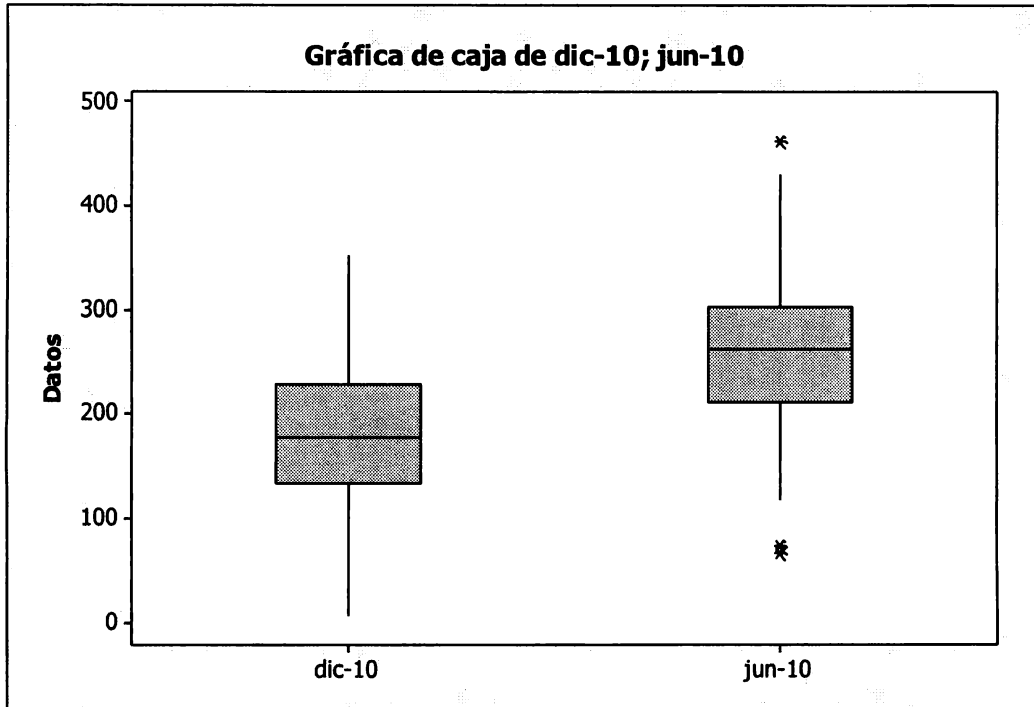
### IC y Prueba T pareada: dic-10; jun-10

T pareada para dic-10 - jun-10

	N	Media	Desv.Est.	Media del Error estándar
dic-10	176	180,95	70,12	5,29
jun-10	176	262,12	66,49	5,01
Diferencia	176	-81,17	99,37	7,49

IC de 95% para la diferencia media:: (-95,96; -66,39)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. no = 0): Valor T = -10,84 Valor P = 0,000



**IC y Prueba T pareada: dic-07; jun-07**

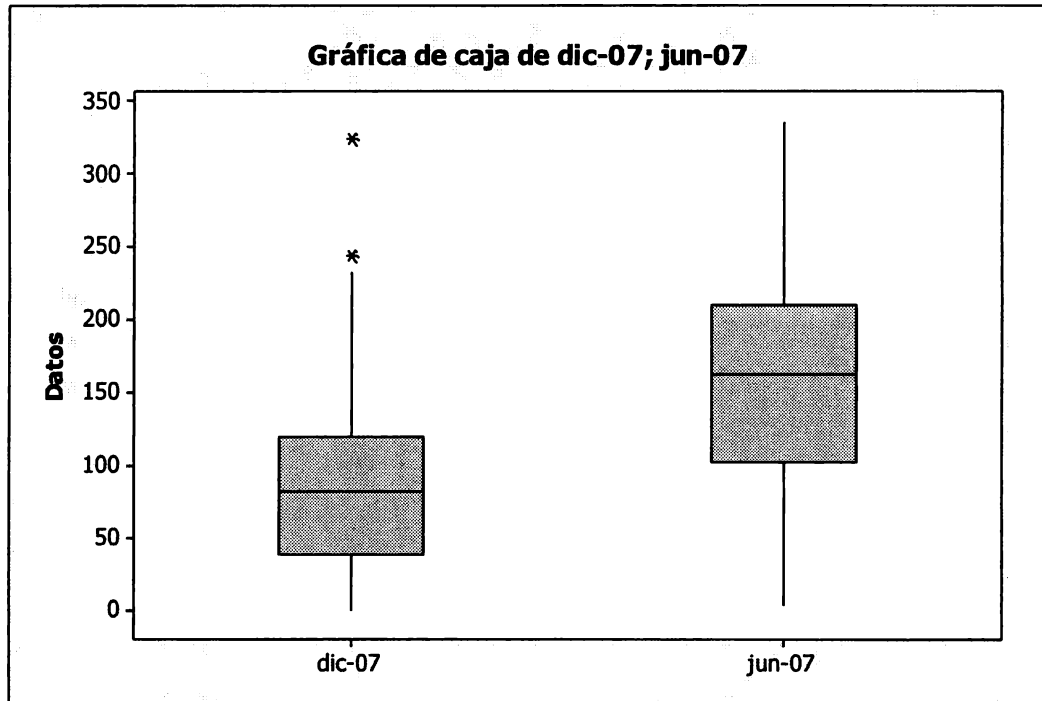
T pareada para dic-07 - jun-07

	N	Media	Desv.Est.	Media del Error estándar
dic-07	176	87,34	57,54	4,34
jun-07	176	160,63	73,09	5,51
Diferencia	176	-73,29	90,18	6,80

IC de 95% para la diferencia media:: (-86,71; -59,88)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. no = 0): Valor T = -10,78 Valor P = 0,000





**IC y Prueba T pareada: dic-86; jun-86**

T pareada para dic-86 - jun-86

	N	Media	Desv.Est.	Media del Error estándar
dic-86	176	173,58	76,20	5,74
jun-86	176	156,67	73,34	5,53
Diferencia	176	16,91	105,81	7,98

IC de 95% para la diferencia media:: (1,17; 32,65)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. no = 0): Valor T = 2,12 Valor P = 0,035

