



TECNOLOGICO DE MONTERREY

EGE

Escuela de Graduados en Educación

**UNIVERSIDAD TECVIRTUAL
ESCUELA DE GRADUADOS EN EDUCACIÓN**

**Impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos en el
aprendizaje de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de
educación secundaria**

Tesis que para obtener el grado de:

**Maestría en Tecnología Educativa con acentuación en Medios Innovadores
para la Educación**

Presenta:

Myrian Luz Ricaldi Echevarria

Asesor tutor:

Mtro. Leónidas Onésimo Vidal Espinosa

Asesor titular:

Dra. Darinka del Carmen Ramírez Hernández

Lima, Perú

Marzo 2014

Dedicatorias

A Florencio y Eufemia, por darme la vida, ser mis mejores maestros y por su incondicional amor.

A Gabriela y Nancy, por su paciencia, compañía, amistad y cariño.

A Nicolás, por enseñarme la grandeza de las pequeñas cosas y lo importante de las pequeñas preguntas con grandes respuestas.

A Braulio, por tu alegría contagiosa, por tu abrigo a la vida y por hacer que mire el mundo de otra manera, una manera más humana y muy especial.

A todos aquellos que de manera directa o indirecta hicieron posible el desarrollo de la presente investigación.

Impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos en el aprendizaje de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria

Resumen

El presente estudio expone el proceso y resultados de una investigación que genera ambientes de aprendizaje con el uso de recursos educativos abiertos (REA) en el contexto de dos aulas de clase del nivel secundario en una institución educativa de la ciudad de Lima. La investigación es de naturaleza cualitativa y se basa en la aplicación de los REA con bases teóricas socio-constructivistas y los enfoques teóricos de la educación matemática: modelo de Van Hiele. La pregunta de investigación formulada fue ¿Cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria? Por ello, el objetivo general del estudio fue analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria. A lo largo de la investigación se analizaron las dificultades asociadas al estudio de la geometría en el nivel secundaria, se muestra una alternativa metodológica que usa REA y se generaron interesantes reflexiones de los docentes involucrados sobre su práctica con el uso de estos recursos. Uno de los hallazgos más importantes de esta tesis es que los estudiantes, los profesores y la autora del estudio valoran positivamente el uso de los REA como estrategia de aprendizaje que mejora la comprensión geométrica y como un elemento altamente motivador en las aulas de clase.

Índice

1. Planteamiento del problema	1
1.1. Antecedentes del problema.....	1
1.2. Problema de investigación.....	3
1.3. Objetivos de la investigación.....	4
1.3.1. Objetivo general.....	4
1.3.2. Objetivos específicos.....	4
1.4. Supuestos de investigación.....	5
1.5. Justificación de la investigación.....	6
1.6. Limitaciones y delimitaciones del estudio.....	10
1.7. Definición de términos.....	11
2. Marco Teórico	14
2.1. Geometría a nivel escolar.....	15
2.1.1. Estatus de la Geometría en la didáctica escolar.....	15
2.1.2. Teoría de Van Hiele.....	17
2.1.3. Las fases del aprendizaje de la teoría de Van Hiele.....	21
2.1.4. Comprensión matemática.....	25
2.1.5. Procesos de pensamiento matemático.....	28
2.1.6. La geometría en el contexto escolar peruano.....	30
2.2. Los recursos educativos abiertos.....	32
2.2.1. El uso de los recursos educativos abiertos en contextos escolares.....	32
2.2.2. TIC, matemática y podcast.....	37
2.3. Perspectivas en el estudio de la geometría y los recursos educativos abiertos	38
2.4. Antecedentes: Investigaciones empíricas.....	41
3. Método	48
3.1. Diseño de investigación.....	48
3.2. Selección de la muestra y participantes.....	52
3.3. Marco contextual.....	54
3.4. Instrumentos.....	56

3.5. Procedimiento.....	61
3.6. Estrategias para el análisis de los datos.....	62
4. Análisis y discusión de los resultados.....	64
4.1. Prueba exploratoria de conocimientos geométricos.....	65
4.1.1. Categorías que se considerarán en el análisis de los resultados de la prueba.....	67
4.1.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías.....	68
4.2. Entrevista aplicada a los docentes.....	86
4.2.1. Categorías que se consideran en el análisis de las entrevistas.....	
Error! Bookmark not defined.	
4.2.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías.....	898
4.3. Aplicación de la propuesta didáctica.....	942
4.3.1. Categorías que se consideraron en el análisis de los resultados de la propuesta didáctica.....	954
4.3.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías.....	976
4.3.3. La entrevista a dos estudiantes.....	1008
4.4. Confiabilidad y validez.....	101
5. Conclusiones.....	1043
5.1. Principales hallazgos.....	1054
5.2. Respuesta a los objetivos planteados.....	1086
5.3. Respuesta a la pregunta de investigación.....	1108
5.4. Limitantes en la investigación.....	1110

5.5. Debilidades de la investigación.....	11210
5.6. Recomendaciones para futuras investigaciones.....	1131
Referencias.....	1132
Apéndices.....	12221
Apéndice A: Entrevista para profesor sobre su práctica pedagógica.....	12221
Apéndice B: Unidad pedagógica N° 3.....	1275
Apéndice C: Fichas de trabajo con los podcast.....	1394
Apéndice D: Triangulación de instrumentos para el análisis de datos.....	1438
Apéndice E: Prueba exploratoria de conocimientos geométricos.....	140
Currículum Vitae.....	1504

Índice de tablas

Tabla 1. Competencias por ciclo del nivel secundario	31
Tabla 2. Características de la prueba diagnóstica de dificultades geométricas	66
Tabla 3. Descripción de las categorías para identificar dificultades geométricas	68
Tabla 4. Perfil etnográfico de los docentes entrevistados.....	87
Tabla 5. Unidades de análisis, categorías y temas derivados de las entrevistas	88
Tabla 6. Clasificación y selección de los REA aplicados en la propuesta didáctica	94
Tabla 7. Categorías de análisis derivados de la aplicación de la propuesta didáctica	96
Tabla 8. Respuestas a los objetivos específicos propuestos en la investigación	109

Índice de figuras

Figura 1. Instrumentos de recolección de datos.....	60
Figura 2. Respuesta del alumno 1 a la pregunta N° 1.....	70
Figura 3. Respuesta del alumno 1 a la pregunta N° 2.....	71
Figura 4. Respuesta del alumno 2 a la pregunta N° 2.....	71
Figura 5. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 3.....	72
Figura 6. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 3.....	733
Figura 7. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 4.....	74
Figura 8. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 5..	Error! Bookmark not defined.
Figura 9. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 5..	Error! Bookmark not defined.
Figura 10. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 6.	Error! Bookmark not defined.
Figura 11. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 7.	Error! Bookmark not defined.
Figura 12. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 7.....	777
Figura 13. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 8.	Error! Bookmark not defined.
Figura 14. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 8	Error! Bookmark not defined.
Figura 15. Respuesta del alumno 3 a la pregunta N° 9.....	79
Figura 16. Respuesta del estudiante 3 a la pregunta N° 10.....	80

Figura 17. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 11.....	Error! Bookmark not defined.
Figura 18. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 11.....	Error! Bookmark not defined.1
Figura 19. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 12.....	Error! Bookmark not defined.
Figura 20. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 12.....	832
Figura 21. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 13.....	843
Figura 22. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 14.....	85
Figura 23. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 14.	854
Figura 24. Tipos de triangulación	100
Figura 25. Procesos involucrados en la aplicación de REA	1086

1. Planteamiento del problema

La investigación en matemática educativa, es uno de los aspectos más importantes en el estudio de los procesos en que sucede el aprendizaje de una idea, noción, concepto o definición matemática. El estudio de estos procesos puede ir desde el análisis de concepciones previas de los estudiantes, hasta los procesos cognitivos que ocurren para que se pueda realizar un acto mental de aprendizaje. Considerando esto, se cree relevante el desarrollo de investigaciones encaminadas a entender, explicar y mejorar la comprensión conceptual, mediante la implementación de estrategias didácticas alternativas. Estas estrategias pueden diseñarse con el uso de recursos tecnológicos (software especializado, recursos educativos abiertos, pizarrones electrónicos, etc.) como apoyos didácticos.

Por ello, en el marco de los subtemas de interés relacionados con ambientes de aprendizaje, el presente estudio pretende evidenciar las ventajas de la visualización de conceptos y la interacción entre diferentes representaciones conceptuales en el acto mental de aprendizaje, empleando para ello algunas herramientas teóricas socio-culturales. El propósito es generar espacios de interacción educativa con todo aquello que convenga para la motivación y el aprendizaje de la geometría con énfasis en el estudio del triángulo a nivel escolar.

1.1. Antecedentes del problema

Surge la necesidad de investigar la temática propuesta debido a los resultados de dominio mostrados en diferentes pruebas nacionales (evaluación censal) o resultados internacionales, como las pruebas PISA. Los estudiantes en edad escolar, por lo general,

son conducidos a situaciones donde sólo aprenden procedimientos en forma algorítmica, sin saber necesariamente en qué contexto utilizarlo. En el aprendizaje de la geometría elemental existen serias dificultades en la comprensión de algunos conceptos.

Frente a este problema, es importante, como factor de apoyo al aprendizaje de la matemática y específicamente de la geometría, el que los alumnos reconozcan cuándo y cómo aplicar los procedimientos aprendidos. Wertheimer (1991), señala que aunque hay alumnos que “dominan” los hechos y procedimientos relevantes para resolver determinados problemas, no comprenden de manera significativa y crítica las ideas subyacentes en los procedimientos, siendo su dominio importante, pero no es lo único. También para Schoenfeld (1989), la enseñanza de la matemática debe centrarse en el desarrollo de aptitudes para: entender conceptos y métodos matemáticos; discernir relaciones matemáticas; razonar lógicamente; y aplicar conceptos, métodos y relaciones matemáticos para resolver una variedad de problemas no rutinarios.

Por ello, este estudio pretende promover el uso de los recursos educativos abiertos que constituyan herramientas cognitivas que faciliten la comprensión de conceptos geométricos abordados en los primeros grados de la enseñanza secundaria. En este contexto, la tecnología pueda tener efectos importantes en la comprensión de la geometría a nivel escolar. A este respecto, Rubin (2000) propone cinco tipos de oportunidades generadas por las TIC las cuales son: conexiones dinámicas; herramientas sofisticadas; comunidades ricas en recursos matemáticos; herramientas de diseño y construcción; y herramientas para explorar complejidad. En particular, las conexiones dinámicas facilitan la visualización y comprensión de temas geométricos. Así tenemos programas de geometría dinámica o los simuladores, estos últimos son representaciones

modeladas de la vida diaria, que permiten a los estudiantes observar, manipular y entender el funcionamiento de situaciones reales.

Para Martín, Beltrán y Pérez (2003), trabajar con tecnología entrega muchos elementos que son esenciales en los nuevos escenarios, referidos a: ambientes realistas y enriquecidos; desarrollo del pensamiento estratégico; descubrir el problema; representación del problema; desarrollo metacognitivo; y facilitar interacciones de grupo. Por otro lado, se debe precisar que en la enseñanza de la geometría, las herramientas computacionales no deben ser simples fingertip tools (Jonassen, 1995) que mecanicen el trabajo, sin una real comprensión del mismo. Se debe educar en el desarrollo del pensamiento formal y, al mismo tiempo, proporcionar una visión unificada de la geometría y sus aplicaciones.

1.2. Problema de investigación

Considerando el análisis de las nuevas tecnologías y su impacto en contextos educativos, se puede afirmar que están cobrando un importante papel en la enseñanza y el aprendizaje, ya que ofrecen un medio para que los estudiantes exploren, conjeturen redescubran, construyan nuevos conocimientos y desarrollen habilidades tanto matemáticas como digitales. Los nuevos escenarios que surgen por la aplicación de las TICs en contextos educativos se centran en el alumno, el cual participa activamente en la construcción de su aprendizaje por medio de interacciones con sus pares.

Por otro lado, se debe precisar que el uso adecuado de la tecnología, depende del tratamiento que se le dé al objeto matemático de estudio, a los recursos disponibles, a los conocimientos, además de otros elementos.

En este contexto, los recursos educativos abiertos (REA) se presentan como posibilidad para corregir las dificultades en la comprensión de contenidos geométricos y mejorar la práctica educativa. En este sentido, la presente investigación pretende realizar un estudio de carácter descriptivo, desde el punto de vista socio-constructivista, sobre las dificultades asociadas al estudio de la geometría en el segundo grado de secundaria y el impacto del uso de los REA a este campo educativo. El estudio busca impulsar la implementación de medidas que promuevan el empleo de las prácticas y recursos educativos abiertos.

Por lo anterior, este estudio plantea la siguiente pregunta de investigación:
¿Cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general

Analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria.

1.3.2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades asociadas al estudio de la geometría en estudiantes del nivel de educación secundaria.
- Seleccionar y justificar la elección de los REA para el aprendizaje comprensivo de temas vinculados al estudio del triángulo.

- Evaluar la pertinencia de la aplicación de los REA para el aprendizaje de temas vinculados al estudio del triángulo desde la perspectiva del estudiante.
- Evaluar la pertinencia de la aplicación de los REA para el aprendizaje de temas vinculados al estudio del triángulo desde la perspectiva del profesor.
- Promover la aplicación de los REA para el aprendizaje de la geometría en estudiantes del nivel de educación secundaria.

1.4. Supuestos de investigación

La presente investigación asume hipótesis de trabajo cualitativas, las cuáles son flexibles y se contextualizan en el desarrollo de la investigación. A partir de la pregunta ¿cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel secundario? y de resultados de investigaciones anteriores se considera que:

- La implementación de recursos educativos abiertos facilita la comprensión de temas geométricos en estudiantes del segundo grado de secundaria.
- La implementación de recursos educativos abiertos estimula la interactividad y la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes.
- Existen restricciones de origen matemático y didáctico que impiden la comprensión de temas geométricos en el segundo grado de secundaria.

1.5. Justificación de la investigación

En las siguientes líneas se ofrecen elementos que muestran porqué se decidió desarrollar la presente investigación y la importancia de su relevancia en el contexto de la investigación en tecnología educativa aplicada a la matemática.

En el Perú las últimas evaluaciones de desempeño en matemática realizadas a nivel internacional y nacional evidencian serias dificultades asociadas al dominio de las habilidades básicas:

- La mayoría de estudiantes del área de la OCDE, demuestran resolver problemas sencillos, utilizando habilidades elementales, aplicando algoritmos sencillos en contextos familiares (OCDE, 2004/2005).
- Entre los estudiantes de la OCDE, el razonamiento visual y espacial fue alcanzado solamente por un 51%, aunque su desempeño en este razonamiento fue elemental (OCDE, 2004/2005).
- De acuerdo a los resultados de la prueba PISA, en el 2001, el 79.6% de los estudiantes peruanos, de primaria y secundaria, no comprendían con eficacia lo que leían (Ministerio de Educación, 2005).
- En la evaluación del rendimiento de los escolares del Perú, realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC), el 41% apenas pudo resolver problemas matemáticos simples, utilizando las operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división) (Ministerio de Educación, 2005).

- Según el Ministerio de Educación del Perú y UMC (2005), un alto porcentaje de las capacidades establecidas en el currículo no son desarrolladas en el aula, y las capacidades más desarrolladas son trabajadas de manera algorítmica.

Por otro lado, en el contexto de la matemática educativa la Geometría ha evolucionado mucho entre el siglo XIX y comienzos del XX, debido entre otros, al nacimiento de las geometrías no euclidianas. Estas evoluciones, como es natural, han impactado los sistemas escolares produciendo como consecuencia un cambio de enfoque en la enseñanza de la geometría. De este modo, el enfoque clásico de la geometría euclidiana caracterizada por la rigidez de las figuras cambia a un enfoque dinámico de la enseñanza de geometría centrado en los movimientos en el nivel elemental y en las transformaciones isométricas en la enseñanza secundaria, (Guzmán, 2009).

A este respecto Duval-Guzmán (2006; citado en Guzmán, 2009) señalan: “La enseñanza de la geometría puede analizarse desde tres puntos de vistas, considerando las nociones y conocimientos geométricos introducidos, las modalidades de su presentación y desde el punto de vista de las actividades que esta enseñanza propone desarrollar”. En consecuencia en la enseñanza de la geometría son esenciales las actividades:

- Visualización: Ver con los ojos una figura.
- Construir una figura con instrumentos: lápiz, para dibujar a mano alzada, escuadra, regla, compás u otros materiales.
- Deducir a partir de informaciones dadas en la figura, nuevas informaciones utilizando propiedades conocidas.

Al mismo tiempo, algunas investigaciones como las de Borda y Villarreal (2005), Bittar (2000) y Brandão (2005) han alcanzado resultados importantes en el proceso de enseñanza- aprendizaje, especialmente, cuando se generan ambientes de aprendizaje dinámicos con el uso del: Cabri II, Cabri 3D y Geogebra. Su uso adecuado permite una mejor comprensión del funcionamiento cognitivo y favorece el desarrollo autónomo del estudiante. Por otro lado, Lakoff y Núñez (2000) sostienen que para llegar al pensamiento abstracto, necesitamos usar esquemas básicos, llamados esquemas de imágenes, para dar sentido a través de visualizaciones a los objetos geométricos que se estudian.

De la experiencia personal como docente, se puede afirmar que existen serias dificultades vinculadas al uso de recursos que faciliten la comprensión y estimulen el interés por la geometría. Por otro lado, en el presente año escolar se trabajará con adolescentes que empiezan a estudiar geometría luego de su experiencia en el nivel primario, estudiantes altamente motivados para la innovación y con herramientas de acceso personal a diversas fuentes tecnológicas.

También es relevante mencionar que La UNESCO (2008), plantea una serie de estándares ligados a las competencias en el manejo de las Tecnologías de la información y comunicación (TIC) que deben poseer los docentes. Una de las conclusiones es que el rol del docente debe estar enfocado al diseño de entornos de aprendizaje que faciliten el uso de las TIC con propósitos educativos.

Considerando la importancia del aprendizaje de la matemática, de los procesos y habilidades que con la matemática se pueden desarrollar y, particularmente, de la geometría como un área que contribuye al desarrollo del razonamiento. Esta investigación

busca utilizar recursos educativos abiertos (REA) como una alternativa para lograr la comprensión de nociones geométricas por parte de alumnos de segundo año de secundaria. Los REA presentan algunas ventajas para su utilización como: la posibilidad de enseñanza abierta y flexible, la elevada eficiencia y calidad de los recursos educativos, su rentabilidad, su capacidad de innovación, la posibilidad de reutilizar, modificar y adaptar los recursos y combinar objetos de aprendizaje, la posibilidad de aprender en solitario, la posibilidad de compartir contenidos y experiencias entre e instituciones. (Nappa y Pandiella, 2012).

Para la presente investigación se conceptualiza los Recursos Educativos Abiertos (REA) como recursos digitales ofrecidos online de forma gratuita y abierta para docentes y estudiantes; incluye contenido educativo variado (texto, imágenes, recursos audio y video, juegos educativos, portales, etc.) y herramientas de software. Estos recursos se pueden utilizar, compartir, combinar y adaptar según las necesidades educativas.

En términos definidos por Díaz- Barriga y Hernández (2002) la presente investigación es conveniente, pues sus resultados ofrecerán orientaciones a la comunidad de educadores matemáticos sobre prácticas docentes con el uso de recursos educativos abiertos en el nivel escolar que se constituyan en propuestas para la mejora de los aprendizajes de los estudiantes. Al mismo tiempo, el estudio tiene una implicancia práctica pues pretende responder a la necesidad de mejora de los niveles de comprensión y aprendizaje de temas geométricos de escolares entre 12 y 13 años.

Por otro lado, la investigación busca un beneficio directo para docentes y alumnos, pues pretende describir una propuesta metodológica incorporando los REA que mejorará

la práctica docente y la comprensión de los estudiantes. En consecuencia, el intento de emplear elementos teóricos de la teoría de Van Hiele (matemática) con los paradigmas socio-constructivistas (tecnologías) se constituirán en un referente para futuros estudios.

1.6. Limitaciones y delimitaciones del estudio

Teóricamente se aborda el estudio desde una perspectiva constructivista combinando, al mismo tiempo, algunos elementos de la teoría de Van Hiele en lo que respecta al estudio de la geometría. También el estudio vincula el empleo de recursos educativos abiertos al campo de la enseñanza de la matemática en el nivel escolar del segundo grado de secundaria (12-13 años), condición que restringe el dominio del campo de estudio.

Por otro lado, el presente estudio es metodológicamente posible de ser ejecutado, ya que investigaciones relacionadas en contextos escolares y universitarios brindan herramientas teóricas y metodológicas que orientarían el desarrollo de la presente investigación. Es decir, se cuentan con referentes que justifican el interés del tema de estudio y que al mismo tiempo brindan pautas para el análisis.

Se considera también que existen factores limitantes relacionados al tiempo para la posible culminación del proyecto. Este factor está relacionado a la disponibilidad de tiempo de la autora, el tiempo para el desarrollo, aplicación y evaluación de la tesis. Sin embargo, la autora se propone organizar su tiempo y todos los recursos disponibles para el término de la investigación dentro de los plazos establecidos.

Se debe también precisar que el centro de aplicación del proyecto, es una institución educativa particular con la cual ya se han establecido contactos a nivel directivo para la aplicación del proyecto a mediados del presente periodo escolar. Sobre

esto último todavía falta establecer los primeros contactos con los docentes involucrados, se espera que no existan factores de resistencia a la aplicación de la propuesta.

En cuanto a los posibles aportes que se esperan del trabajo de investigación se pretende generar ambientes de aprendizajes dinámicos y flexibles que permitan al estudiante comprender conceptos geométricos vinculados al estudio de las matemáticas del segundo año de secundaria. Para ello, el estudio realizará un análisis de las principales dificultades asociadas al estudio de la geometría, para proponer una alternativa metodológica que mejore los aprendizajes de los estudiantes que inician el estudio de la geometría en el nivel secundario.

1.7. Definición de términos

A continuación se presenta un glosario con la definición de los conceptos que utilizará el presente trabajo de investigación:

Aprendizaje: Desde el paradigma sociocultural es la apropiación de herramientas culturales, a partir de la participación social. El aprendizaje no es una construcción individual sino fundamentalmente producto de la participación social con el uso de herramientas culturales como el lenguaje o el internet (Daniels, 2003).

Estrategias de enseñanza: procedimientos y arreglos usados de forma flexible que promueven aprendizajes significativos (Díaz- Barriga y Hernández, 2002).

Pueden ser: preinstruccionales, construccionales, postinstruccionales, resolución de problemas, juegos matemáticos, manipulación de materiales y uso de las TIC.

Herramientas de aprendizaje: son herramientas cognitivas en un proceso de aprendizaje que compromete activamente al que aprende y que genera su comprensión y

concepción de la información (Jonassen, 1995). Es decir, es todo aquel instrumento del que puede servirse el aprendiz para amplificar su capacidad de comprender el mundo.

Niveles de Razonamiento Geométrico de Van Hiele: modelo de razonamiento geométrico, mediante el cual es posible precisar el nivel de razonamiento geométrico que tiene el estudiante para poder ayudarlo a alcanzar niveles de razonamiento superiores a los que dispone, a través de fases de aprendizaje. De acuerdo a esta teoría es imposible que un estudiante entienda y maneje apropiadamente un concepto de geometría, si no tiene el nivel de razonamiento necesario para ello (Van Hiele, 1984).

Objetos de aprendizaje (OA): entidades digitales o no digitales que pueden ser utilizados, reutilizados o referenciados durante el aprendizaje apoyado con tecnología. Los OA incluyen contenidos en multimedia, contenido instruccional, objetivos de aprendizaje, herramientas de software, personas, organizaciones que se relacionan con el proceso de enseñanza aprendizaje con apoyo de tecnología (Balci y Inceoglu, 2006).

Podcast: es un archivo digital de audio que puede ser distribuido por internet y que está vinculado a sistemas de sindicación RSS que permiten su revisión automática y periódica. El contenido del podcast es variado, pero normalmente incluye conversaciones entre distintas personas y música (Sánchez y Solano, 2010). Es decir, es un medio didáctico que supone la existencia de un archivo sonoro con contenidos educativos y que ha sido creado a partir de un proceso de planificación didáctica. Puede ser elaborado por un docente, por un alumno, por una empresa o institución.

Recursos educativos abiertos: son recursos educativos que puede ser usados sin problemas legales en materia de derechos de autor, que no depende del uso de programas informáticos comerciales para su uso o edición, y que pueden ser utilizados, modificados o distribuidos independientemente de su propósito (Careaga, A. y Ramírez, A.; 2011). La declaración de Berlín (Consejo Europeo, 2007) señala que cualquier tipo de información que pretenda ser de acceso abierto deberá satisfacer dos condiciones. La primera, se refiere al licenciamiento de la obra, la cual deberá garantizarse de manera irrevocable a todos los usuarios por igual. La segunda condición es que garantice que todos los materiales complementarios y la obra misma se encuentren en formatos electrónicos estándar y que sean publicados en al menos un repositorio en internet de acceso abierto y cuyo mantenimiento esté a cargo de alguna institución académica.

Los REA facilitan el intercambio de datos entre aplicaciones de propósitos similares, el acceso y apropiación de tecnología, el crecimiento del movimiento de cultura libre y la democratización del uso de herramientas digitales y sistemas operativos. La OECD (2007) señala que los REA representan una provisión abierta de recursos educativos, permitida por las tecnologías de información y comunicación, para su consulta, uso y adaptación por parte de una comunidad de usuarios con finalidades no comerciales.

2. Marco Teórico

El presente capítulo describe los resultados de investigaciones relacionados con la comprensión de la geometría (variable dependiente), y la implementación de recursos educativos abiertos (variable independiente). También se analiza el estatus de la geometría en las instituciones educativas escolares y el uso de los recursos educativos abiertos en estos contextos, se pretende desarrollar una propuesta de reorganización con fines didácticos que incorpore el uso de los recursos educativos abiertos, específicamente de los podcast, al ámbito del aprendizaje de temas vinculados al triángulo en los primeros grados de la educación secundaria en el Perú.

Cuando se analiza un problema didáctico es necesario hacer explícita la concepción del conocimiento que subyace a la intervención de los procesos de construcción, tal concepción enfocará la atención en aspectos del contenido matemático y tecnológico que definirán dichos procesos. El presente estudio focaliza su atención en la inclusión de recursos tecnológicos al aula de clases, el cual es un tema de creciente interés en el ámbito educativo. Sin embargo, se debe considerar que la naturaleza de estos recursos es muy variada en sus características y aplicaciones. Dentro de este contexto, los recursos educativos abiertos (REA) se presentan como una alternativa para poner al alcance de todos recursos digitales de calidad con licencias de uso abierto, que pueden traer beneficios tanto al profesor como al alumno.

2.1. Geometría a nivel escolar

2.1.1. Estatus de la Geometría en la didáctica escolar.

Cuando se incorpora un saber al sistema educativo como objeto de enseñanza se focaliza con una intencionalidad didáctica. Esto tiene que ver con la epistemología del conocimiento para entender la razón de ser de su incorporación al ámbito escolar. En el caso de la Geometría se inicia el estudio exploratorio en el libro clásico de historia de la matemática de Boyer (1996) que dice:

La geometría euclídea plana consiste en el estudio de las figuras del plano, incluidas las áreas y longitudes, que permanecen invariantes bajo el grupo de las transformaciones que se genera por las traslaciones y rotaciones en el plano, llamadas transformaciones rígidas o movimientos. (Pág. 678)

De lo anterior se podría afirmar que resulta natural reconocer que el ser humano desde su primera infancia experimenta directamente con las formas de juguetes u otros elementos. Al mismo tiempo, cuando se mueve actúa sobre su entorno tomando posesión del espacio. Además, en este proceso se orienta, analiza las formas y establece relaciones espaciales. Por lo tanto, el estudio inicial de la geometría debería estar indisolublemente relacionado con la experiencia a través de los sentidos.

Al mismo tiempo, algunos autores señalan que los docentes tienden a no enseñar contenidos geométricos, a pesar de figurar en los programas, por desconocimiento del área o por no valorar su real importancia (Baéz e Iglesias, 2007).

En este panorama de necesidades todavía no atendidas se considera que la geometría escolar es importante porque:

- Estimula el razonamiento y posibilita el desarrollo de habilidades como clasificar, definir, particularizar, generalizar, etc. (Pérez y Guillén, 2007).

- Desarrolla la percepción espacial y la visualización. En este proceso la visualización es esencial para lograr una adecuada percepción espacial.
- Forma parte del lenguaje cotidiano, se encuentra presente en la comunicación referida a la ubicación, el tamaño o la forma de objetos.
- Tiene importantes aplicaciones en la vida real, muchas aplicaciones cotidianas involucran una base geométrica.
- Sirve como base para la comprensión de conceptos de otras disciplinas; además, es un recurso para la visualización de diversos conceptos: aritméticos, algebraicos, de cálculo y de estadística.

Haciendo algo de historia se recuerda que en el ICME de 1976, Atyiah propició el regreso de la geometría a su status de objetivo prioritario de enseñanza. Manifestó que, al destronar a Euclides, no se habían generado nuevas formas de enseñanza de la geometría, al contrario, la enseñanza de la matemática había quedado alejada de la realidad, por la carencia de intuición geométrica como soporte poderoso para la comprensión (Castelnuovo, 1997; citado en Vecino Rubio, 2003).

Investigaciones más recientes respaldan y justifican la necesidad de incorporar el estudio de la geometría en contextos escolares. Así, tenemos a Toumasis (1990) quien considera que el estudio de la geometría en la escuela presenta interés pedagógico y epistemológico, porque justifica las características de la matemática, así como los diversos factores que han ido contribuyendo a la formación de su valor educativo en distintos ámbitos. Por su parte, Sadovsky, Parra, Itzcovich y Broitman (1998) conciben al estudio de la geometría en la escolaridad como un modo de pensar, propio de la

matemática, que sólo existe si la escuela lo provoca y al que todos los alumnos tienen derecho a acceder.

Sharygin (2004) indaga sobre los motivos que justifican el estudio de la geometría en la escuela y argumenta que son varios: valor práctico, conocimiento, desarrollos cultural, espiritual, intelectual, creativo, estético, mental y moral. Particularmente Bartolini (2007) considera a las perspectivas espaciales como objeto de enseñanza por su relevancia: matemática, cultural, cognitiva, social y educativa.

Las investigaciones antes señaladas dan un marco para el estudio de la Geometría a nivel escolar. Por otro lado, es relevante precisar que en su estudio se sugiere dejar de lado el énfasis en los cálculos operativos y en los resultados meramente numéricos centrados en la medición. En contraposición, hay que incidir más en el desarrollo de las nociones geométricas y en el establecimiento de las relaciones entre éstas; en la visualización de elementos, en la representación gráfica de situaciones y figuras, para atender a sus propiedades. Al mismo tiempo, es necesario enfatizar en el uso de la justificación lógica, que considere, al mismo tiempo, el nivel de evolución del pensamiento de los estudiantes según su edad.

En el campo de la geometría existen muchas nociones teóricas difíciles de conceptualizar y un creciente interés por las aplicaciones tecnológicas al campo de la geometría. Por ello, el presente estudio pretende proponer el uso de los recursos abiertos como un recurso para la comprensión. En esta misma idea Perkins (2012) afirma que la tecnología ofrece oportunidades de visualización e interacción con el conocimiento.

2.1.2. Teoría de Van Hiele

La investigación considera como marco teórico de referencia, desde la perspectiva

matemática, la teoría de niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. En *The Childs Thought and Geometry*, Pierre Van Hiele (1984), describe la influencia de la teoría de los niveles de la geometría en el pensamiento. De acuerdo a esta teoría, el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no se asocian a la edad y que sólo permiten el tránsito de un nivel a otro superior cuando se ha logrado el dominio de habilidades secuenciales. La teoría está basada en los siguientes supuestos:

- El primero, es que el aprendizaje de la geometría es un proceso discontinuo caracterizado por diferencias cualitativas de los niveles de pensamiento: descripción, análisis, abstracción y comprobación.
- Segundo, estos niveles son secuenciales, invariantes y jerarquizados.
- El tercer concepto es que el paso de un nivel implica la comprensión del anterior.
- Cuarto, cada nivel tiene su propio lenguaje y que es necesario conocer cómo el estudiante aprende (Van Hiele, 1984).

El modelo de Van Hiele está formado por dos componentes:

Jaime y Gutiérrez (1990), hacen referencia a la teoría de Van Hiele tal como lo propusiera Van Hiele en su momento, según el cual el modelo abarca dos aspectos:

- Descriptivo: mediante el cual se identifican formas de pensamiento de los estudiantes al enfrentar problemas geométricos y a partir de lo cual es viable valorar su progreso. Son las respuestas de los estudiantes las que evidencian el

paso de un pensamiento incipiente hacia un pensamiento matemático de tipo inductivo, argumentativo, conjetural o demostrativo.

- Instructivo: el cual comprende las fases de aprendizaje y describe los pasos a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de pensamiento.

Según Van Hiele en la base del aprendizaje de la geometría hay dos elementos importantes: el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. El primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo (Guillen, 2004).

Los niveles que la teoría de Van Hiele plantea son los siguientes:

Nivel 1: Visualización y reconocimiento.

Nivel 2: Análisis.

Nivel 3: Ordenación o clasificación.

Nivel 4: Deducción formal.

Nivel 5: Rigor

A continuación se describirán las características de cada uno de los niveles.

Para el nivel 1 (Reconocimiento):

- Percepción de los objetos en su totalidad y como unidades.
- Descripción de los objetos por su aspecto físico, se diferencian o clasifican considerando semejanzas o diferencias físicas entre ellos.

- No se suelen reconocer explícitamente los elementos característicos ni las propiedades de los objetos.

Para el nivel 2 (Análisis):

- Percepción de los objetos como formados por partes y dotados de propiedades, aunque no se identifican las relaciones entre ellas.
- Descripción de los objetos con listas de propiedades, que puede que no sean suficientes para caracterizar el objeto o que se incluyan más de las necesarias.
- Deducción de nuevas propiedades a partir de la experimentación y posible generalización a todos los objetos de la misma familia.
- La demostración de una propiedad se realiza mediante la comprobación en uno o en pocos casos.

Nivel 3 (Ordenación o clasificación)

- Se pueden realizar clasificaciones lógicas de los objetos considerando propiedades o relaciones ya conocidas.
- Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos.
- Utilización de razonamientos deductivos informales para demostrar una propiedad. Se detecta la necesidad de justificar de manera general la veracidad de una propiedad.
- Comprensión de los pasos individuales de un razonamiento lógico de forma aislada, pero no del encadenamiento de estos pasos ni de la estructura de una demostración.

- Incapacidad para realizar una demostración completa en la que haya que encadenar varias implicaciones, y tampoco se siente su necesidad. Esto explicaría porque no se comprende la estructura axiomática de las matemáticas.

Nivel 4 (Deducción formal)

- Se realiza, según su necesidad, deducciones y demostraciones lógicas y formales para justificar las proposiciones planteadas.
- Comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos.
- Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Nivel 5 (Rigor)

- Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
- Se puede trabajar la geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

2.1.3. Las fases del aprendizaje de la teoría de Van Hiele

La componente instructiva se puede clasificar en fases de aprendizaje: fase 1, de información; fase 2, de orientación dirigida; fase 3, de explicitación; fase 4, de orientación libre, y la fase 5, de integración. Estas fases constituyen las directrices para fomentar el desarrollo de pensamiento y el paso de un nivel real a otro superior plausible mediante

actividades propuestas por el profesor para cada fase. Según los esposos Van Hiele, las fases de aprendizaje presentan las siguientes características:

Fase 1. Información: En esta fase el profesor informa a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, qué materiales van a utilizar, etc. Asimismo, es imprescindible que el profesor sepa qué grado de conocimiento de los contenidos del tema tienen los alumnos y, qué nivel de razonamiento son capaces de mostrar.

Fase 2. Orientación dirigida: Se aplican las actividades diseñadas por el profesor de modo que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, propiedades, figuras, etc, en el área de la geometría que están estudiando. El objetivo de esta fase es que el alumno tome contacto con el método de razonamiento del nivel superior que todavía no conoce. El alumno investiga, descubre, infiere y construye una red mental que le permita relacionar los conocimientos. La mayoría de las actividades consisten en tareas de un solo paso en donde se pide a los alumnos respuestas específicas. La misión del profesor es encaminar a los estudiantes hacia la solución cuando ellos lo necesiten.

Fase 3. Explicitación: En esta fase los estudiantes deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados de sus experiencias acerca de lo observado y como resolvieron las actividades dentro de un contexto de diálogo. Se busca que los estudiantes formen una red de relaciones y terminen de aprender el nuevo vocabulario, correspondiente al nuevo nivel de razonamiento que están empezando a alcanzar.

Fase 4. Orientación libre: Durante esta fase el profesor propone a los alumnos actividades, de modo que puedan aplicar los conocimientos adquiridos y la forma de

razonar que ha adquirido en las fases anteriores. Los problemas propuestos en esta fase se caracterizan por presentar situaciones nuevas y que admiten diferentes soluciones. En esta forma, se pretende completar la red de relaciones que se gestaron en las fases anteriores, dando lugar a que se establezcan relaciones más complejas e importantes.

Fase 5. Integración: Resulta importante en esta fase que los estudiantes adquieran una visión general de lo aprendido, integrando los nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con lo aprendido anteriormente. Asimismo, se busca la organización y unificación de los objetos y las relaciones que ya se han aprendido. El docente participa presentando aquello que ya se conoce rescatando lo fundamental.

En consecuencia, el modelo de Van Hiele propone el uso del método reflexivo, mediante el cual el estudiante llegará al conocimiento. Los alumnos aprenden la materia hasta llegar a familiarizarse con los significados de los conceptos fundamentales, captando su atención desde el comienzo y confirmando su interés en el problema. Mata (2006), sostiene que para la organización de la docencia basada en el modelo habría que considerar las características siguientes:

- En primer lugar es conveniente reflexionar un momento sobre las diferencias entre unas fases y otras. Un elemento diferenciador destacado son los tipos de problemas que se pueden plantear en cada fase (Van Hiele, 1986):

En la fase de información, los problemas que se planteen tienen como finalidad revelar a los estudiantes cuál será el área de la geometría que van a estudiar. Su misión principal no es la de ser resueltos, pues unas veces serán simples y otras los estudiantes carecerán de los conocimientos necesarios para llegar a la solución.

En la fase 2, de orientación dirigida, los problemas sirven para delimitar los elementos principales (conceptos, propiedades, definiciones, etc.) que los alumnos deben estudiar y sobre los que deben aprender a razonar.

La fase 3, de explicitación, es una fase de interacción entre estudiantes con el fin de compartir sus resultados, experiencias, observación de regularidades, formas de afrontar los problemas, todo ello en un ambiente de diálogo.

En la fase 4, de orientación libre, los problemas no deben ser rutinarios, deben ser más complejos que en la fase anterior y deben obligar a los estudiantes a combinar sus conocimientos y aplicarlos en situaciones diferentes de las que sirvieron para el aprendizaje inicial. Aquí pueden volverse a plantear los problemas de la fase 1 que no se resolvieron.

Finalmente, en la fase de integración, es labor del profesor institucionalizar los conocimientos adquiridos en las fases precedentes.

- También se debe reflexionar sobre el proceso para desarrollar la capacidad de razonamiento, considerando sus dos componentes, los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje. Las fases de aprendizaje representan unas directrices que el modelo de Van Hiele propone para ayudar a los alumnos a mejorar su capacidad de razonamiento. En esta fase, puede suscitarse en el docente una interrogante como la siguiente: ¿Hasta dónde podrán progresar mis alumnos durante el tiempo de mi aplicación? Existen algunas consideraciones que responderán esta pregunta: Se debe precisar que la adquisición de los niveles superiores, en particular el nivel 3, suele ser un proceso que requiere mucho

tiempo, meses o años, por lo que no es de extrañar que al término del año escolar los estudiantes sigan estando en el mismo nivel que al principio.

Tomando en cuenta la característica de continuidad de los niveles, es decir que estos se adquieren de modo gradual, Jaime y Gutiérrez (1990) realizaron una investigación que buscaba describir el proceso de adquisición de un nivel real a otro esperado de razonamiento. Para asignar un nivel de razonamiento proponen evaluar una serie de tareas o ítems que los estudiantes debían resolver.

En este contexto, surge el uso de los test escritos o pruebas escritas con ítems de respuesta libre, como instrumento de evaluación. Asimismo, se mencionan formas alternativas de evaluar los niveles de razonamiento tales como la entrevista, pero su limitación resulta la cantidad de tiempo que requiere. Otro aspecto en contra es que los test con alternativas o ítems de elección múltiple no reflejan la razón por la cual un estudiante selecciona una de las opciones que se le presentan. Además, algunos ítems están asignados a un nivel de razonamiento, y los estudiantes eligen la respuesta correcta empleando un tipo de razonamiento que no corresponde al nivel previamente establecido.

2.1.4. Comprensión matemática

La investigación exige herramientas teóricas que permitan la descripción, la interpretación y/o explicación de los procesos cognitivos presentes durante el proceso de enseñanza- aprendizaje. En este sentido, el presente estudio requiere incorporar como foco de atención el estudio del significado de la comprensión matemática. Según Shroeder (1987), los educadores matemáticos han estado siempre preocupados por la comprensión de los estudiantes, pero en las últimas décadas, la actividad y el progreso en esta área han sido mucho más relevantes. Esta idea es corroborada por Hiebert y

Carpenter (1992), quienes afirman que hay un consenso dentro de la comunidad de educadores matemáticos de que los estudiantes deberían comprender las matemáticas y que además el problema de la comprensión va más allá de los límites de la educación matemática.

Al revisar los trabajos de diversos autores como Sierpinska (1990), Sfard (1991), Godino (2002), entre otros, se constata que existen numerosos modelos y conceptualizaciones en torno a la comprensión.

Según Godino (2000), la faceta psicológica de la comprensión como "experiencia mental" y como "conexión a redes internas de representación de información" debería ser complementada con la faceta antropológica como "correspondencia entre los significados personales e institucionales". Se enfatiza, asimismo, el papel de las situaciones-problemas y las formas de expresión en los procesos de comprensión, tanto en su sentido personal como institucional. Al mismo tiempo, este autor plantea la dicotomía entre el significado de competencia y comprensión. Para Godino (2002) la competencia atiende a un componente práctico- saber hacer-, mientras que la comprensión a un componente teórico- saber qué hacer y por qué. En el primer caso se trata de conocimientos de tipo procedimental, en el segundo conceptual y argumentativo.

Actualmente existen varias tendencias teóricas que focalizan su estudio en el significado de la comprensión. Alguno de ellos son el modelo de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática; la teoría APOE de Dubinsky; trabajos de Cornu y Sierpinska sobre los obstáculos cognitivos y epistemológicos; las investigaciones sobre la definición del concepto y la imagen del concepto de Vinner y

Tall; las exploraciones de Kaput sobre las representaciones múltiples, y las distinciones de Sfard entre las concepciones operacionales y estructurales.

En el caso de la presente investigación se utilizarán elementos de la teoría APOE de Dubinsky para el análisis del constructo comprensión de la geometría. Se debe precisar antes que APOE son las siglas de:

A: acción.

P: procesos.

O: objeto.

E: esquemas.

A continuación detallaremos los elementos de la teoría APOE que emplearemos en este estudio:

La acción consiste en la transformación de un objeto, la cual es percibida por el individuo como externa y se realiza como una reacción a sugerencias que proporcionan detalles de los pasos por seguir (Asiala *et al.*, 1996). La construcción de acciones es determinante al inicio de la construcción de un concepto. Cuando una acción, o una serie de acciones, se repiten y el individuo reflexiona sobre ello, puede interiorizarse en un proceso (Asiala *et al.*, 1996). De esta manera, el estudiante o aprendiz puede pensar en un concepto en términos generales y sin necesidad de hacer cálculos explícitos.

Cuando un individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso, realiza las transformaciones (ya sean acciones o procesos) que pueden actuar sobre él y puede construir de hecho esas transformaciones, entonces ha encapsulado este proceso en un objeto (Asiala *et al.*, 1996).

Con respecto al esquema, se puede decir que un esquema para un concepto en matemáticas es una colección coherente de acciones, procesos y objetos y otros esquemas relacionados entre sí, consciente o inconscientemente en la mente de un individuo, que se pueden utilizar en una situación problemática que tiene relación con ese concepto matemático (Trigueros, 2005).

En la teoría APOE el mecanismo para pasar de una concepción a otra es la abstracción reflexiva, la cual se refiere a la reflexión sobre las acciones y procesos que se efectúan sobre un objeto de conocimiento, o sobre las relaciones entre distintos objetos, procesos o esquemas. Se debe precisar que la construcción de un concepto no sigue necesariamente una secuencia lineal.

Para efectos de la presente investigación se conceptualiza la comprensión como un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático. Se afirma que los estudiantes tienen dificultades al resolver los problemas porque ellos pensaron en los problemas de una manera diferente al profesor. Luego, la misión de los docentes es diseñar actividades que eviten esas malas interpretaciones, el docente debe tener especial cuidado en la selección de materiales de apoyo y estar atento a la generación de las respuestas esperadas. Los estudios revelan que para diseñar ambientes efectivos de aprendizaje se necesita un buen conocimiento del desarrollo cognitivo del estudiante. Por ello, se considera relevante este aspecto a efectos de categorizar más adelante las unidades de análisis.

2.1.5. Procesos de pensamiento matemático

Los procesos de simbolización y representación: Las gráficas, las expresiones numéricas y los símbolos son considerados instrumentos en el aprendizaje de las

matemáticas, ya que ayudan a la comprensión de las ideas matemáticas, así mismo son utilizados como elementos de comunicación del pensamiento. De ahí que los procesos de simbolización que se puedan generar en el aula son elementos relevantes para el aprendizaje (Castro y Castro, 1997). Sin embargo, estos procesos no son fáciles de generar debido a la complejidad de las representaciones y los procesos de simbolización.

En el contexto de la presente investigación se entenderá la representación como proceso y como producto de lo que se ve y de lo que se puede inferir (NCTM, 2000). Existen diversos enfoques que resaltan el papel que desempeñan los recursos físicos, como las computadoras y los materiales didácticos, en el aprendizaje de la matemática. Al mismo tiempo, se reconoce el lenguaje, los signos, los sistemas de símbolos matemáticos y el conocimiento previo como variables que determinan el proceso de aprendizaje de la matemática. Todos estos elementos pueden ser entendidos como instrumentos que favorecen el aprendizaje, en el sentido que apoyan la realización y comprensión de actividades y conocimientos matemáticos. Así pues desde esta perspectiva los estudiantes tienen que aprender a construir y usar diversos instrumentos como parte del proceso de comprensión y aprendizaje.

En un contexto geométrico la simbolización y la representación tienen que ver con el empleo de diversos registros de representación para una misma situación matemática lo cual permite, al mismo tiempo, generar relaciones y dependencias en una visión holística de la matemática.

Conjeturar, argumentar y el proceso de comprobación: Aprender matemática se vincula al desarrollo de la capacidad de razonar matemáticamente y no sólo a la memorización de procedimientos y aplicación de reglas. Es decir, se considera relevante

dotar de sentido a las ideas y procesos matemáticos. En este sentido la función de verificar se complementa con otras funciones como explicar y comunicar, así como descubrir, sistematizar, explorar definiciones, etc. Un elemento importante es la perspectiva social, por ello los estudiantes tienen que aprender, en comunidad, a dar explicaciones y justificaciones matemáticas, práctica que luego pueden extrapolar a su vida diaria.

En un contexto geométrico, sería importante que el significado de las construcciones geométricas, por ejemplo, emerjan desde la forma en que se realizan las actividades y la posterior discusión matemática relacionada. Sin embargo, la aceptación de las cadenas lógicas que constituyen las pruebas matemáticas depende de la comprensión conceptual de las ideas matemáticas que se relacionan.

2.1.6. La geometría en el contexto escolar peruano

A nivel escolar la geometría es propuesta para ser enseñada con actividades de diseño, exploración, modelización, conjeturas, definición, argumentación y demostración, acciones importantísimas para la inducción de descubrimientos. Sin embargo, de la revisión de textos y del Diseño Curricular Nacional (DCN) se evidencia su enfoque axiomático y en forma excesivamente algorítmica.

En el Perú el DCN en el área de Matemática se organiza en función a las siguientes componentes:

- Números, relaciones y funciones.
- Geometría y medición.
- Estadística y probabilidad.

En el caso de la geometría y medición, se relaciona con el análisis de las propiedades, los atributos y las relaciones entre objetos de dos y tres dimensiones. Establece la validez de conjeturas geométricas por medio de la deducción y la demostración de teoremas y la crítica a los argumentos de los otros; comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones con objetos en el plano de coordenadas cartesianas; visualizar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones transversales. Por otro lado, la medida le permite comprender los atributos o cualidades mensurables de los objetos, así como las unidades y sistemas de medida mediante la aplicación de técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.

Se debe acotar que en el DCN se señalan tópicos a desarrollar a lo largo de los cinco años de la escolaridad secundaria. A continuación se precisan las competencias planteadas en cada uno de los ciclos correspondientes a este nivel escolar:

Tabla 1
Competencias por ciclo del nivel secundario

<i>1° y 2° secundaria</i>	<i>3°, 4° y 5° de secundaria</i>
Resuelve problemas que relacionan figuras planas y sólidos geométricos; argumenta y comunica los procesos de solución y resultados utilizando lenguaje matemático.	Resuelve problemas que requieren de razones trigonométricas, superficies de revolución y elementos de Geometría Analítica; argumenta y comunica los procesos de solución y resultados utilizando lenguaje matemático.

Por otro lado, según el Ministerio de Educación de la República del Perú en el informe pedagógico de la Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil (2005), los estudiantes del tercer grado de secundaria presentan dificultades para resolver

situaciones problemáticas rutinarias que demandan aplicar directamente un algoritmo o noción geométrica básica (como área o perímetro de figuras elementales), identificar partes en figuras compuestas y aplicar la noción de proporcionalidad geométrica. Esto evidencia que los estudiantes aún perciben las figuras geométricas a partir de su apariencia como un todo. En otras palabras, solo son capaces de apreciar de manera global las características visibles de las figuras y los objetos geométricos. Se ha detectado también que los estudiantes tienen dificultades para identificar, a partir de los gráficos, las figuras geométricas básicas y sus elementos. Asimismo, presentan limitaciones para identificar o graficar figuras geométricas elementales a partir de sus características y propiedades configurativas.

Del análisis de las posibles causas del bajo rendimiento se puede señalar que la didáctica empleada es determinante; además, el tiempo real dedicado al aprendizaje de tópicos geométricos es cada vez menor y con menos profundidad. El desarrollo de las clases no está apuntando al desarrollo de las capacidades de los estudiantes, sino a la transmisión de información. Se puede afirmar que, en su mayoría, dichos conceptos se encuentran en un nivel inicial de conceptualización de objetos geométricos, también llamado nivel de visualización o reconocimiento, por lo que los estudiantes no son aún capaces de identificar las partes y las características de los objetos geométricos.

2.2. Los recursos educativos abiertos

2.2.1. El uso de los recursos educativos abiertos en contextos escolares

La práctica docente en los últimos años ha experimentado una rápida evolución en el uso de los recursos de apoyo, especialmente en la inclusión de herramientas sustentadas en tecnología. En este sentido, el NCTM (2000) establece que la tecnología

es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, además influye en las matemáticas que se enseñan en la escuela. Es decir, es un recurso que puede aumentar las posibilidades de aprendizaje de los estudiantes. También, otros autores sugieren que en lugar de dedicar tanto tiempo a los algoritmos debería invertirse más tiempo y esfuerzo para que los estudiantes comprendan los problemas geométricos de variación mediante el uso de software dinámicos (Santos y Barrera, 2011).

Una gran cantidad de recursos educativos, producto del avance tecnológico, están ahora al alcance de profesores y alumnos. Además, a esta evolución se ha sumado una nueva tendencia hacia la apertura y la democratización del conocimiento, lo cual ha dado lugar al movimiento de los recursos educativos abiertos (REA).

Los REA son parte del movimiento global de acceso abierto a la información existente en el Internet, llamado: Open Access. Este movimiento está impactando la educación particularmente a la educación a distancia en su modalidad en-línea (on line learning). Las publicaciones académicas sobre el Open Access presentan resultados vinculados con el diseño instruccional, el aprendizaje en-línea y la tecnología educativa. Diversos autores señalan la importancia y el impacto positivo de los recursos educativos abiertos en los diferentes ámbitos y niveles educativos existentes, particularmente en la educación superior, tanto en sus modalidades de educación a distancia, como de educación presencial (Fountain y Mortera, 2007).

Los REA son recursos y materiales educativos gratuitos y disponibles libremente en el Internet y la World Wide Web (tales como texto, audio, video, herramientas de software, y multimedia, entre otros), que tienen licencias libres para la producción, distribución y uso de la comunidad educativa mundial. Estos recursos son de tres tipos:

- Contenidos educativos: programas educativos, materiales para cursos, objetos de aprendizaje, libros de texto, materiales multimedia, exámenes, compilaciones, publicaciones periódicas, etc.
- Herramientas: software para apoyar la creación, entrega, uso y mejoramiento de contenidos educativos abiertos. Incluye además herramientas y sistemas para crear contenido, registrar y organizar contenido; gestionar el aprendizaje y desarrollar comunidades de aprendizaje en línea.
- Recursos de implementación: licencias de propiedad intelectual de acceso libre, principios de diseño, adaptación y localización de contenido; y materiales o técnicas para apoyar el acceso al conocimiento (López, 2007).

Estos recursos forman parte de lo que se ha llamado sociedad de la información y del conocimiento, en la que se utilizan nuevas formas de procesamiento, distribución, uso de la información y del conocimiento a través de nuevas tecnologías de la información y de las comunicaciones (TIC). En relación a lo anterior existen autores como Jasso (2009), quienes afirman que la incorporación de innovación es importante para reducir la brecha digital y brindar diversas herramientas para afrontar un futuro que exige habilidades informáticas.

En los tiempos actuales, como resultado de la experiencia y las necesidades de las nuevas generaciones se considera relevante atender la demanda de materiales y recursos efectivos para el aprendizaje dinámico y cambiante. Es decir, como profesores necesitamos diseñar y aplicar estrategias y recursos de aprendizaje que enriquezcan los contenidos y además permitan el desarrollo de habilidades y actitudes, que en su

conjunto desarrollen competencias. En este contexto consideramos como posibilidad el uso de los REA al campo del aprendizaje de la geometría a nivel de los primeros grados de educación secundaria.

Por otro lado, se debe precisar que el uso de los REA en contextos escolares obedece a recomendaciones planteadas desde diferentes reuniones y congresos académicos. Algunas de estas reuniones académicas son la Declaración de Ciudad del Cabo de 2007 para la Educación Abierta, la Declaración de Dakar de 2009 sobre recursos educativos abiertos y las Directrices de 2011 de la UNESCO y la Commonwealth of Learning sobre recursos educativos abiertos en la enseñanza superior.

En el Congreso Mundial sobre los Recursos Educativos Abiertos (REA), celebrado en París en junio de 2012 se recomienda a la comunidad de educadores internacionales lo siguiente:

- Fomentar el conocimiento y el uso de los recursos educativos abiertos, para ampliar el acceso a la educación en todos los niveles, tanto formal como no formal, en una perspectiva de aprendizaje a lo largo de toda la vida y contribuyendo así a la inclusión social. Es decir, mejorar tanto la rentabilidad y la calidad de la enseñanza como los resultados del aprendizaje a través de un mayor uso de los recursos educativos abiertos.
- Crear entornos propicios para el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), esto permitirá reducir la brecha digital mediante el suministro de una infraestructura adecuada, especialmente una conectividad de

banda ancha asequible, una amplia disponibilidad de tecnología móvil y el suministro fiable de energía eléctrica.

- Mejorar la alfabetización mediática e informacional y fomentar la elaboración y el uso de recursos educativos abiertos en formatos digitales de normas abiertas.
- Promover el conocimiento y la utilización de licencias abiertas, lo cual facilita la reutilización, la revisión, la combinación y la redistribución de materiales educativos en todo el mundo mediante licencias abiertas, al tiempo que se respetan los derechos de autor.
- Apoyar el aumento de capacidades para el desarrollo sostenible de materiales de aprendizaje de calidad, en instituciones, profesores y demás personal para que produzcan e intercambien materiales educativos accesibles y de alta calidad.
- Promover la elaboración y adaptación de recursos educativos abiertos en diferentes idiomas y contextos culturales, los gobiernos deberán promover el intercambio de recursos educativos abiertos entre idiomas y culturas, respetando el conocimiento y los derechos propios de la cultura local.
- Alentar la investigación sobre los recursos educativos abiertos, relacionados con la elaboración, el uso, la evaluación y la re-contextualización de los recursos educativos abiertos, así como sobre las posibilidades y los desafíos que estos plantean, y sobre sus repercusiones en la calidad y rentabilidad de la enseñanza y el aprendizaje (Declaración de París, 2012).

2.2.2. TIC, matemática y podcast

Las TIC, en general, son herramientas que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje pero requieren que el docente tenga adquiridas una serie de competencias profesionales, no solamente en el uso de la herramienta que corresponda a cada momento, sino más importante aún, en la metodología que va a utilizar y que será la que haga que el proceso alcance los objetivos que se haya planteado inicialmente.

En la obra “Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools” de Steven Zemelman, Harvey Daniels y Arthur Hyde se sugieren las siguientes prácticas para la enseñanza de las matemáticas:

- ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática;
- ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación;
- realizar actividades que promuevan la participación activa de los estudiantes haciendo matemáticas en situaciones reales;
- entender y utilizar patrones y relaciones, éstos constituyen una gran parte de la habilidad o competencia matemática;
- propiciar oportunidades para usar el lenguaje con el fin de comunicar ideas matemáticas;
- ofrecer experiencias en las que los estudiantes puedan explicar, justificar y refinar su propio pensamiento, sin limitarse a repetir lo que dice un libro de texto;

- desarrollar competencia matemática por medio de la formulación de problemas y soluciones que involucren decisiones basadas en recolección de datos, organización, representación (gráficas, tablas) y análisis.

Las herramientas tecnológicas ofrecen al docente de Matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes perciban las matemáticas como una ciencia experimental y un proceso significativo dentro de su formación.

Por otro lado, el podcast es un archivo de audio o de vídeo al que se puede acceder mediante suscripción RSS y puede ser escuchado o visualizado on-line, o bien se descarga para escucharlo en el ordenador, en el móvil o en un reproductor. Se pueden utilizar podcast existentes en Internet (en la red existen multitud de páginas, blogs o emisoras con archivos interesantes para un uso educativo) o éstos pueden ser creados por profesores o estudiantes.

El gran potencial del podcast para el aprendizaje y la enseñanza está en el uso que se haga de él, como por ejemplo realizar acciones docentes motivadoras y significativas para los estudiantes. Se puede sugerir a los estudiantes que realicen podcast en grupo o de forma individual de manera que se ofrezca al estudiante la oportunidad de que se implique y participe en la elaboración y creación de contenidos, reforzando así su aprendizaje.

2.3. Perspectivas en el estudio de la geometría y los recursos educativos abiertos

La Sociedad Internacional de Tecnología en Educación (ISTE) recomienda que los estudiantes deben ser capaces de aprender en forma efectiva y vivir de manera

productiva en un creciente mundo digital (ISTE, 2007). Esta misma institución señala que las seis áreas de interés en la formación de los estudiantes son: creatividad e innovación, comunicación y colaboración, investigación y comunicación efectiva, pensamiento crítico y resolución de problemas, ciudadanía digital y operaciones tecnológicas.

A este respecto el U.S. Department of Education(USDOE, 2003) afirma que cuando los estudiantes son capaces de escoger y usar herramientas tecnológicas para ayudarse a obtener, analizar, sintetizar y asimilar información, y luego presentarlo de una manera adecuada diremos que la integración tecnológica se realizó.

Por otro lado, numerosos autores señalan la importancia de fomentar en el campo educativo el intercambio de información y de conocimiento con una visión internacional, que escape a las barreras físicas y próximas de cada región. Autores como Siemens (2012) afirman que si se importa contenido de aprendizaje, este se debe cambiar, adaptar, experimentar a cada realidad, y luego exportarlo nuevamente a otros lugares. En la enseñanza de la geometría elemental se promueve el uso de software educacionales y de recursos educativos abiertos que desde su diseño constituyan herramientas cognitivas para la comprensión de tópicos geométricos. Situación que superada ayudará a los estudiantes a comprender mejor el mundo y a operar en él de manera más efectiva.

La geometría ha crecido rápidamente desde su tradicional lugar, en el que ofrecía una descripción matemática sobre los variados aspectos del espacio físico, pues ahora incluye disciplinas como convexidad, teoría de grafos, nudos, geometría computacional, etc. (ICMI, 1995). Este rápido crecimiento ha sido acompañado por importantes

aplicaciones utilizando herramientas tecnológicas. Estos desarrollos imponen desafíos a los educadores matemáticos para integrar estas áreas emergentes al aprendizaje de la geometría.

El presente estudio considera que la tecnología digital es capaz de adecuar espacios para el diseño de actividades de aula que faciliten la comprensión de temas geométricos. En este contexto, los profesores observan, guían, sugieren, preguntan, reflexionan y alientan la socialización de ideas y el análisis de resultados. Sin embargo, es importante precisar que solo las herramientas digitales no son la solución a problemas educativos vinculados a la enseñanza, el aprendizaje y la comprensión. Para Valentini y Soares (2005), es crucial se considere que: hay una reestructuración del rol del profesor y de los estudiantes, el foco está en el aprendizaje no en la enseñanza, el profesor es el guía u orientador y que el desarrollo de competencias se da a través de la interacción. Al mismo tiempo, se aporta que en el aprendizaje de la matemática, las tecnologías apoyan en la comprensión de los contenidos pues facilitan la visualización gráfica, el descubrimiento de propiedades, las posibilidades de experimentar y modelar situaciones, etc. (Baldin, 2002).

En este contexto, es particularmente relevante precisar que el uso de los recursos educativos abiertos ha sido el foco de atención en recientes investigaciones en matemática educativa (Bueno- Ravel y Guedet, 2009). Según estos autores se requiere un cambio teórico que considere los fenómenos asociados a la enseñanza y al aprendizaje en contextos de libre uso y adaptación de recursos. Por ello, afirmamos que los programas educativos y los recursos educativos abiertos son herramientas que pueden colaborar para mejorar la calidad de los aprendizajes. Especialmente, en el

campo de la geometría donde el aprendizaje es determinante para el desarrollo del pensamiento espacial que involucra habilidades de visualización, intuición, percepción y representación de diversos fenómenos.

2.4. Antecedentes: Investigaciones empíricas

Los nuevos escenarios que surgen por la aplicación de las TIC en contextos educativos se centran en el alumno el cual participa activamente en la construcción de su aprendizaje por medio de interacciones con sus pares. El estudio de los recursos educativos abiertos es novedoso, especialmente en contextos escolares, la mayor parte de revisión de la literatura tiene aplicaciones en educación a nivel superior. Asimismo, se encontró que su estudio está vinculado a conocer el impacto de su aplicación en el aprendizaje de los estudiantes de diversas áreas y de variadas modalidades.

Para abordar la investigación el presente estudio se documenta con investigaciones previas relacionadas las mismas que a continuación se detallan:

Soto, S., Herrera, N. y Nappa, N. (2012), abordan el estudio del impacto del uso de recursos educativos abiertos, como estrategia de enseñanza, para el aprendizaje significativo de conceptos geométricos. La investigación se realizó con 10 estudiantes del tercer año del nivel secundario, en una institución educativa de la República Argentina. Los propósitos fueron acercar a los alumnos al uso de las nuevas tecnologías y utilizar un recurso educativo abierto para el estudio de un tema de geometría tridimensional. La metodología fue eminentemente activa y los principales hallazgos revelaron que la implementación de este recurso enriquece el proceso de enseñanza aprendizaje. Esta investigación es relevante pues brinda herramientas teóricas y metodológicas aplicables al presente estudio.

En la misma línea de estudio de objetos de aprendizaje a través de recursos educativos abiertos, Nappa, N. y Pandiella, S (2012) presentan una investigación que detalla la planificación y desarrollo de una estrategia de aprendizaje utilizando Recursos Educativos Abiertos (REA). La misma que se llevó a cabo con alumnos de nivel universitario, de los profesorados en química y física de la Universidad Nacional de San Juan. En la misma se abordó el estudio del tema objetos de aprendizaje (OA), realizando la búsqueda de los recursos educativos abiertos (REA) que enriquecieran el contenido en portales tales como TEMOA y Metaconector. Los resultados obtenidos en el aprendizaje logrado por los alumnos son promisorios e indicativos de la potencialidad de los recursos educativos abiertos. Esta investigación es relevante para el estudio en curso porque brinda un marco teórico sobre el uso de los objetos de aprendizaje a través de recursos educativos abiertos.

Por otro lado, en el contexto de un marco conceptual adecuado sobre los recursos educativos abiertos (REA) Ramírez y Careaga (2012) presentan claramente el significado de los REA y comparten la experiencia de la implementación de la red de talleres de producción digital de contenido educativo y cultural (RTPD). En la investigación se enfatiza la importancia de precisar el contexto y el marco filosófico, operativo y de capacitación del proyecto. Los resultados son alentadores e incentivan a este grupo a la conformación de una red de productores de REA (experiencias, elementos y productos digitales).

Rosas, A. y Kerlegand, C. (2009) presentan los resultados de una investigación sobre el nivel de razonamiento geométrico de cinco estudiantes de bachillerato de acuerdo con el modelo de Van Hiele, teniendo como objeto matemático a dos

propiedades de la circunferencia y utilizando como herramienta de construcción al programa Cabri geometre. Las hipótesis de esta investigación fueron verificar que:

- a) Los alumnos se encontraban en un nivel de razonamiento geométrico anterior al requerido para la solución de problemas.
- b) El diseño de una secuencia didáctica basada en el uso de CABRI permite el tránsito de un nivel u otro superior.

El estudio revela que los estudiantes tienen gran habilidad para la exploración del programa. Por otro lado, también evidencia que con el uso del programa logran pasar más rápido de un nivel a otro a diferencia de lo que reportan investigaciones hechas sin el auxilio del programa Cabri geometre.

Esta investigación es relevante porque revela las potencialidades de un software cuyas características de visualización y dinamismo facilitan la comprensión de los estudiantes.

De Souza, S. y Andrada, O. (2009), presentan su estudio sobre clases virtuales de geometría descriptiva, con el propósito de desarrollar el pensamiento geométrico hasta el nivel más elevado. Esta investigación utilizó como marco teórico los niveles del pensamiento geométrico de Van Hiele y como metodología de investigación el enfoque socio-constructivista. Como primera parte de su estudio los autores realizaron una prueba diagnóstica, para conocer el nivel de los conocimientos previos de los participantes. En el desarrollo de las clases se diseñaron actividades cotidianas de aplicación de los contenidos desde una visión de resolución de problemas. La forma de trabajo era básicamente colaborativa. En cuanto a los resultados los alumnos lograron desarrollar el nivel del pensamiento geométrico, las actividades de discusión-

colaboración desarrollaron un lenguaje mucho más específico y adecuado al contenido; ya que tuvieron necesidad de reorganizar sus saberes para comunicarlos a sus pares. Esta investigación aporta algunas herramientas para el tratamiento metodológico como modelo a tomar en el presente estudio.

También Evans, C. (2008) describe la efectividad del aprendizaje móvil con el uso de podcast en un contexto de educación superior con estudiantes de pre-grado. El grupo de estudio estuvo integrado por 200 estudiantes de primer año quienes recibieron podcast como material de revisión previo a un examen, luego de completar un curso de Tecnologías de la Información y la Comunicación. Después de la propuesta los estudiantes completaron un cuestionario en escala Likert en el cual comparaban sus actitudes hacia las conferencias, podcast, textos y notas de clase. Algunos resultados de este estudio indican que los estudiantes creen que los podcast son herramientas de revisión más eficaces que los libros de texto y las notas de clase. Por otro lado, indican ser más receptivos al material de aprendizaje presentado como podcast. Finalmente, la investigación sugiere el empleo de podcast como herramienta de revisión con claros beneficios según la percepción de los propios estudiantes.

Otro aporte se recibe de Álvarez, A., Brunel, N. y Díaz, A. (2007) quienes desarrollaron una investigación que analizó la implementación de recursos educativos abiertos (REA) para fomentar la competencia del razonamiento matemático en el nivel medio superior. Esta investigación involucró la participación de 120 alumnos y 4 docentes. La metodología fue cualitativa a través de un estudio de casos múltiple con diversas unidades de análisis. Se respondieron las siguientes cuestiones de investigación: ¿qué características debe tener el diseño instruccional de una clase de matemáticas para

implementar REA?, ¿cuáles son las limitaciones humanas y de infraestructura que existen al aplicarlos? y ¿qué beneficios ofrece a profesores y alumnos este tipo de innovaciones en el aula?

La principal conclusión del estudio fue que los REA son útiles para fomentar la competencia del razonamiento matemático si se integran en un buen diseño instruccional. Así, favorecen la transición entre las representaciones semióticas matemáticas (gráfica, numérica y simbólica), y son utilizadas como herramientas cognitivas para la conceptualización y comprensión de objetos matemáticos más allá de ser un medio rápido para resolver algoritmos (Ramírez y Burgos, 2010). Este estudio aporta a la presente investigación el tratamiento metodológico que servirá como modelo en cuanto a la selección de instrumentos, al tratamiento de la información y a la categorización de los mismos.

Un estudio interesante pero con un enfoque cognitivo fue el de Ibarra (2006), quien investigó el valor que los alumnos le dieron a las matemáticas para poder razonar, comunicarse, ganar autoconfianza y poder actuar coherentemente en situaciones problemáticas cotidianas. Sin embargo, en su investigación concluyó que los estudiantes son personas con aspiraciones y múltiples capacidades cognitivas pero que tienden a aburrirse y a ser apáticos en las clases debido a que las estrategias utilizadas redundan en un mecanicismo descontextualizado y poco motivador. La metodología de la investigación fue cualitativa y la información se recolectó a través de una entrevista semi estructurada aplicada a 37 alumnos de nivel medio superior, un cuestionario aplicado a los docentes y estudiantes; y una entrevista aplicada al directivo del Colegio de Bachilleres plantel Tanhuato. Estos instrumentos pretendían recoger información de los

diferentes actores educativos en relación a su perspectiva del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este estudio es relevante para la presente investigación por presentar instrumentos modelos para la recolección de información dado que es una investigación vinculada a una metodología cualitativa.

Por otro lado, Alvarado, Z. (2002) realiza un estudio que tuvo como propósito fundamental el desarrollo de un software educativo hipermedia como herramienta tecnológica para el aprendizaje de la geometría. Este software estuvo orientado a mejorar el aprendizaje de geometría en estudiantes del 8^{vo} grado de Educación Básica de la Unidad Educativa Colegio de San Francisco de Asís. Metodológicamente la investigación se tipificó como descriptiva. La distribución del contenido dentro del software se realizó atendiendo a las debilidades detectadas. La aplicación se desarrolló bajo la modalidad de tutorial y ambiente cognitivo, incluyendo herramientas multimedia, utilizando la metodología del grupo enlaces, con fases de definición de proyecto, diseño de la aplicación, desarrollo del software, documentación y pruebas del desarrollo del software.

Pacheco, J. (2000) presenta un trabajo de investigación cuya finalidad era diseñar un Software Educativo sobre los contenidos que contempla el Programa Oficial del Ministerio de Educación Cultura y Deportes para la Asignatura Geometría del Séptimo Grado de Educación en Venezuela. Esta investigación llega a la conclusión de que para mejorar el rendimiento en el aprendizaje de la Unidad Geometría era necesaria la elaboración del Software lo cual se hizo siguiendo la Metodología de Pressman y Vaughan. Para la elaboración del Software, al cual se le dio el nombre de GEOMAX, se utilizaron los Programas MS-Power Point, MS-Paint, Sound Forge, Photoshop y Premiere.

A manera de cierre del presente capítulo, se concluye que el marco teórico que se presenta y la propuesta a la que se encamina la presente investigación se centran en los desafíos que enfrentan maestros y estudiantes en un mundo que cambia rápidamente. Los educadores se encuentran en una posición privilegiada para facilitar un cambio positivo en la escuela con el uso de herramientas tecnológicas que apoyen el aprendizaje de la geometría a nivel escolar. Por ello, este estudio pretende mostrar las ventajas del aprovechamiento de los recursos educativos abiertos a contextos escolares, con una mirada crítica y justificada pedagógicamente.

De las revisiones anteriores se considera que todavía existe mucho que investigar sobre el tema y que las aplicaciones a contextos escolares son un importante escenario en creciente proceso de estudio e interés entre la comunidad de docentes e investigadores.

En una mirada holística se puede afirmar que el fin es convertir a las instituciones educativas en lugares más auténticos y más humanos que promuevan una real comprensión de los fenómenos aprendidos, incorporando en este proceso los REA bajo un enfoque técnico y pedagógico.

3. Método

El presente capítulo presenta el método utilizado en la investigación, se precisa como fue seleccionada la muestra y los participantes del estudio. Al mismo tiempo, se describen los instrumentos aplicados y los motivos de su elección, y finalmente se lleva a cabo el análisis de la información obtenida. Es decir, se brindan elementos que justifican el diseño de la investigación.

El presente estudio estuvo enfocado en analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria. Por otro lado, la investigación describe cómo los estudiantes atribuyen significado a sus experiencias y de qué manera influyó el uso de podcast como recursos educativos abiertos para el aprendizaje de la geometría. Además, para obtener información desde diferentes perspectivas también se recogió información de los propios docentes en relación a su experiencia en el uso de estos recursos. La preocupación central fue entender el fenómeno de interés desde las perspectivas de los participantes, es decir, los estudiantes y docentes. Por ello, se planteó la pregunta de investigación ¿cómo la implementación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria?

3.1. Diseño de investigación

El presente estudio se enmarca dentro del enfoque de investigación cualitativa y se corresponde con un diseño de tipo etnográfico, ya que trata de identificar la naturaleza profunda de la realidad del aprendizaje de la geometría en un aula de clase del segundo

grado de secundaria, describiendo la estructura de la misma y las relaciones que se establecen cuando se usan recursos educativos abiertos. Según Creswell (2007) los diseños etnográficos intentan describir el sistema cultural o grupo social tanto como sea posible y construir una mirada global de la escena a partir de la interconexión de todos los aspectos aprendidos, buscando mostrar su complejidad.

De acuerdo con Taylor y Bogdan (1990) el término metodología cualitativa se refiere en su sentido más amplio a la investigación que produce datos descriptivos. Algunas ventajas de la metodología cualitativa aplicada a la investigación del presente estudio es que la investigadora pudo expandir su comprensión a través de la comunicación verbal y no verbal, procesar la información (datos) inmediatamente, clarificar y resumir el material, checar con los participantes para lograr veracidad en la interpretación y explorar respuestas no usuales o no anticipadas. También los profesores involucrados interpretaron su experiencia con el uso de recursos educativos abiertos y los estudiantes evaluaron la comprensión de tópicos geométricos.

Por otro lado, fue importante identificar los sesgos del estudio para analizar sus efectos en la colección e interpretación de datos. Al mismo tiempo, se valoró la flexibilidad de esta metodología pues permitió construir una teoría sobre la base de observaciones y hallazgos encontrados. Otra de las características del estudio y que está asociada a la investigación cualitativa fue su carácter descriptivo. El presente estudio brinda detalles de los participantes involucrados y de las actividades generadas en torno al estudio de la geometría, cuyo registro se transcribió para efectos de evidenciar los hallazgos y la veracidad del estudio. A este respecto autores como Martínez (2006)

señala que toda investigación cualitativa tiene como tareas básicas: recoger datos, categorizarlos e interpretarlos.

Dentro del campo de la didáctica de la matemática se emplearon algunos elementos de la ingeniería didáctica propuesto por Artigue (1990). Este enfoque metodológico considera a los fenómenos de enseñanza- aprendizaje bajo un enfoque sistémico. Para efectos de análisis se consideró tres subsistemas: profesor, alumno y saber enseñado. El saber a enseñar conforma el objeto de diseño de la ingeniería didáctica, ya que el docente organiza una serie de situaciones, establece fases (investigación, formulación, validación, institucionalización) y maneja la comunicación en la clase; el alumno formula hipótesis, propone soluciones, las confronta con sus compañeros. Por otro lado, el problema es el medio para el aprendizaje.

Este contexto creó un ambiente donde el alumno comunicó sus creencias lo que permitió detectar errores o dificultades que constituyeron el punto de partida para la construcción del conocimiento.

La ingeniería didáctica se ubica como un estudio de casos y tiene una validación interna, sustentada en la confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori (Artigue, 1995). La especificidad del estudio reside en que permite concentrarse en una situación particular e identificar los procesos específicos que lo conforman. No considera un enfoque de comparación estadística del rendimiento entre un grupo experimental y otro de control.

Artigue (1995) describe su metodología de ingeniería didáctica estableciendo las siguientes fases descriptivas:

- Análisis preliminar.

- Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería.
- Experimentación.
- Análisis a posteriori y evaluación.

El diseño de investigación propuso una triangulación entre los datos de los profesores, los estudiantes y las investigaciones relacionadas. En el caso de los estudiantes se procuró un marco de indagación cualitativo, donde el interés radicó en comprender el entendimiento de los estudiantes a partir de la propia reflexión.

En cuanto a los tipos de diseño de investigación Merriam (2009) distingue seis tipos de investigación cualitativa: investigación cualitativa esencial, fenomenología, etnografía, grounded theory, análisis narrativo e investigación crítica. Por su parte Creswell (2007) presenta cinco tradiciones: investigación narrativa, fenomenología, grounded theory, etnografía y estudio de caso.

Para el presente estudio se consideró que el diseño a emplear dependía de la naturaleza del objeto de estudio y dado que se describió y analizó en profundidad un sistema determinado el estudio se enmarcó dentro de la etnografía. Además, los conceptos de la realidad escolar que se estudiaron adquirieron un significado especial de acuerdo al contexto de estudio.

Para el presente estudio se estableció que metodológicamente el investigador realice una indagación empírica en un contexto de uso de los recursos educativos abiertos, enfocándose en la descripción de los procesos involucrados.

Algunos autores describen los diseños etnográficos como el estudio descriptivo de una comunidad, o de alguno de sus aspectos fundamentales, bajo la perspectiva de

comprensión global de la misma (Aguirre, 1995). Otros destacan el registro de conocimiento cultural (Spradley, 1980), el análisis holístico de las sociedades y la investigación detallada de patrones de interacción (Hammersley y Atkinson, 1994). Más allá de la definición siempre se mencionan aspectos relacionados con la dimensión cultural y un análisis detallado y profundo de elementos del escenario de estudio.

El diseño etnográfico se planteó por dos razones. La primera, facilitó el desarrollo de un entendimiento con un nivel de profundidad suficiente para enmarcar una interpretación significativa del uso de los recursos educativos abiertos. La segunda es que generó datos suficientes para dar profundidad al análisis de las dificultades asociadas al estudio de la geometría. El método etnográfico posibilitó retratar una realidad a partir de la reconstrucción de las actividades y las perspectivas de los actores, en nuestro caso docentes y estudiantes. Así también permitió verificar la comprensión del estudio de temas geométricos y el impacto de la aplicación de los podcast como REA para su enseñanza y aprendizaje. En este contexto, el diseño fue flexible y emergente modificable en función del desarrollo de la investigación, considerando tanto hallazgos empíricos como aportes teóricos.

3.2. Selección de la muestra y participantes

Cuando se refiere a la investigación cualitativa la muestra debe estar constituida por un todo sistémico; es decir, se impone la profundidad sobre la extensión y la muestra se reduce a un grupo que por su relevancia pueda responder a los objetivos de investigación. En el caso del presente estudio se recogió información de dos grupos de 26 estudiantes varones cada uno, y de 5 profesores que habían tenido experiencia en el uso de los REA. En cuanto al tipo de muestra que se usó en el estudio esta fue

intencional, lo cual permitió manejar de manera adecuada las características excepcionales. Es decir, se buscó una muestra que era comprehensiva y que ponía el énfasis en los casos más representativos.

En cuanto a la selección de las unidades de análisis, considerando la clasificación de Creswell (2007); Miles y Huberman (1994); y Patton (2002), las más comunes son: típica, única, variación máxima, conveniencia y bola de nieve. La selección de los participantes del estudio fue por conveniencia para el caso de los estudiantes y para los profesores fue por bola de nieve y conveniencia. A este respecto, Babbie (2000) comenta que la selección por conveniencia es elegida cuando el estudio no se realiza a gran escala, siendo este el caso de la presente investigación

Debido a las limitaciones de tiempo se tomó como espacio para la recogida de información el propio centro de trabajo. Asimismo, en atención al interés de la investigación se ubicaron docentes que habían usado recursos educativos abiertos, el fin fue obtener información sobre los modos de uso lo cual brindó aportes para una mejor interpretación sobre su efectividad.

En el caso particular del presente estudio, la muestra con la que se trabajó estaba formada por los estudiantes del 2° C y 2° D del nivel secundaria de una institución educativa privada de la ciudad de Lima, cuyas edades están entre 11 y 13 años. Se debe precisar que la institución educativa contaba con 4 secciones, de las cuáles como se mencionó anteriormente, se tomaron 2 para la aplicación de la presente investigación.

El proceso de recojo y análisis de los datos del presente estudio se desarrolló a lo largo del tercer bimestre del año escolar 2013, en momentos en que se abordaban temas geométricos en las aulas de clase mencionadas. Los salones de clase contaban con

recursos multimedia; además los estudiantes tenían acceso a laboratorios y la mayoría de ellos contaban con dispositivos móviles con acceso a internet.

Para el caso de los docentes se recabó información en la misma institución educativa y por recomendación de éstos se contactó con otros docentes que habían tenido experiencia de uso de los recursos educativos abiertos en sus aulas de clase.

De la correcta comprensión de la muestra depende el significado de toda la investigación (Martínez, 2006). Como la credibilidad de la información puede variar, conviene contrastarla usando técnicas de triangulación o combinando diferentes fuentes de datos.

3.3. Marco contextual

En los hechos educativos la descripción de los contextos permite comprender los actos que ocurren en las diferentes realidades. En el contexto confluyen prácticas lingüísticas, ideológicas, culturales, al mismo tiempo que ocurren hechos externos, los cuáles dan significado a las relaciones entre los actores educativos (Badilla, 2006).

Las situaciones educativas son relacionales, en el campo de la investigación cualitativa el estudio se centra en los espacios comunicativos de relaciones y acciones que crean y recrean las realidades sociales. Es decir, las relaciones e intercambios sociales que tienen lugar en el colegio se entienden como prácticas educativo-pedagógicas situadas. Por ello, fue relevante considerar que no bastaba con describir los hechos sino que era necesario su interpretación; de allí la importancia de considerar las características institucionales que determinaban o condicionaban la práctica educativa.

A continuación se describen algunas características del escenario donde se implementó y aplicó los recursos educativos abiertos. El contexto fue una institución

educativa religiosa privada ubicada en el distrito de Surco de la ciudad de Lima-Perú. El colegio funciona desde hace 135 años brindando formación a niños y jóvenes en los niveles inicial, primaria y secundaria. El traslado a su actual local ocurrió en 1980. En la última década inició un proceso de transformación, así desde el año 2010 la institución inició el proceso de coeducación con los primeros grados de inicial y primaria. Por otro lado, en el año 2011 se iniciaron una serie de cambios en la infraestructura de cada aula, las cuales cuentan en la actualidad con una computadora, proyector y cañón proyector multimedia. Además, el colegio cuenta con 5 laboratorios de cómputo, 5 laboratorios de idiomas y 3 laboratorios de ciencias.

Los usuarios del servicio educativo tienen un nivel socioeconómico alto, y proceden de familias con un buen nivel económico y profesional. Cada sección del segundo grado de educación secundaria tiene 4 horas semanales de clase de matemática y 2 horas de matemática aplicada. La aplicación de la propuesta didáctica se desarrolló durante las horas de clase de matemática en el tercer bimestre del año escolar 2013. El colegio tiene como misión:

Somos una institución educativa de la Compañía de Jesús con una larga experiencia pedagógica. Implementamos un proyecto coeducativo, inclusivo; centrado en la persona, que atiende a la diversidad, a la equidad de género, a la defensa del ambiente, a los derechos humanos y a la convivencia democrática. Tenemos la capacidad necesaria para acompañar y facilitar el desarrollo integral de los alumnos y alumnas. Nuestro equipo docente es competente, actualizado, innovador, creativo, bilingüe e incorpora las tecnologías de la información y la comunicación en su labor pedagógica.

Por otro la visión es:

Los alumnos y alumnas son personas integrales y autónomas en su aprendizaje, con capacidad de discernimiento ignaciano, agentes de cambio y transformación para servir a los demás, especialmente a los más pobres.

La comunidad educativa está integrada y comprometida plenamente con su Misión. Comparte valores humanos y cristianos en la formación de la excelencia

que brinda, marcada por estándares de calidad académicos, tecnológicos y bilingües. Es una comunidad comprometida con la defensa del ambiente, el diálogo intercultural, la atención a la diversidad y la equidad de género. La gestión del Colegio es de calidad, ha sido reconocida a lo largo de su extensa historia pedagógica; se proyecta a la comunidad nacional en un clima de libertad, participación activa, reflexión y creatividad.

Cabe señalarse que el 100% de los estudiantes cuenta con acceso a internet en sus casas, asimismo, la mayoría de ellos cuentan con teléfonos móviles y otros dispositivos electrónicos. Por lo que el uso de elementos tecnológicos en ambientes extracurriculares es totalmente natural para ellos.

3.4. Instrumentos

Los instrumentos permiten la colección de datos para el análisis e interpretación de la información que ayude a responder la pregunta de investigación. Estos recogen datos del contexto y de los comportamientos, plantean preguntas y escuchan a los participantes. En el contexto de una investigación cualitativa los instrumentos son flexibles, ya que se utilizan mientras resulten efectivos, pudiendo cambiar según las circunstancias de la investigación (Martínez, 2006).

Para el caso de la presente investigación se utilizaron 4 instrumentos para la recolección de datos e información: la prueba diagnóstica, la entrevista semi-estructurada, la propuesta didáctica de los podcast y la entrevista a profundidad.

El primer instrumento al que se llamó instrumento 1 fue la prueba diagnóstica para cuya elaboración se consideraron elementos de la teoría de Van Hiele. Cada uno de los ítems de la prueba se elaboró tomando en cuenta diferentes niveles de razonamiento, dado que la intención era explorar el alcance de la comprensión geométrica de los estudiantes del 2do año de educación secundaria. Este instrumento buscó identificar las

principales dificultades asociadas al estudio de la geometría en general. La muestra de alumnos evaluados fue de sólo 5 estudiantes, debido a que la fecha de esta evaluación coincidió con la salida de estudios del grupo completo. Los estudiantes que quedaron en el colegio y que debían asistir eran sólo 5, así que fue totalmente al azar la selección de esta muestra. Lamentablemente de haber esperado a tener una muestra mayor el retraso en la aplicación del instrumento habría sido de una semana y media. Los resultados de este instrumento son categorizados con detalles en el siguiente capítulo. Luego del reconocimiento objetivo de dificultades en la comprensión de temas geométricos previamente desarrollados, el siguiente paso fue indagar sobre las apreciaciones de los docentes que habían tenido experiencia de uso de los REA en las clases de matemática.

El segundo instrumento aplicado llamado instrumento 2 fue la entrevista semi-estructurada. A continuación se define de manera general la entrevista y luego se detalla algunas características relevantes de la entrevista semi-estructurada.

La entrevista, es la interacción verbal entre el investigador y personas o grupos, con el fin de solicitar información para obtener datos relevantes para el estudio (Taylor y Bogdan, 1990). Para el caso de la investigación cualitativa tenemos dos tipos de entrevistas: entrevistas semi-estructuradas o no estructuradas. En la entrevista semi-estructurada, los investigadores tienen una lista preestablecida de los temas a ser abordados y las preguntas a ser respondidas. Sin embargo, el entrevistador debe estar preparado para ser flexible en términos del orden de las preguntas y de los temas a considerar. Otra característica es que las respuestas son abiertas y hay más énfasis sobre los puntos de interés que elabora el entrevistado. Por otro lado, una entrevista no

estructurada se caracteriza por ser abierta, flexible y no estandarizada. Este instrumento no tiene el apoyo de preguntas pre-establecidas, ni un orden. Se efectúan como una conversación libre, la cual variará de acuerdo con el tema de estudio.

Dado que la selección de los instrumentos obedece al tipo de información que se desea recabar, en el presente estudio se realizaron entrevistas semi-estructuradas, las cuales permitieron al entrevistado y al entrevistador construir significados como resultado de la interacción. Además, permitió focalizarse en un tema particular en un contexto de libertad de diálogo, pues incluyó preguntas estructuradas y no estructuradas, las mismas que se modificaron según la conveniencia del discurso establecido. Para efectos de la presente investigación se indagó sobre las opiniones y experiencias de los docentes en ambientes de uso de los recursos educativos abiertos.

A continuación se precisan algunas ventajas de las entrevistas como instrumentos para la recolección de datos:

Ventajas:

- Profundidad de información, es particularmente adecuada para profundizar en los temas a detalle.
- Insights, el entrevistador obtiene invaluable comprensión basada en la profundidad de la información que ofrecen los entrevistados.
- Prioridades de los informantes, los informantes tienen la oportunidad de expandir sus ideas, explicar sus perspectivas e identificar factores cruciales.
- Flexibilidad, los ajustes a la indagación pueden ser realizados durante el proceso de la entrevista.

- Validez: El contacto directo con el punto de la entrevista significa que los datos pueden ser revisados de manera inmediata.

En el contexto de la presente investigación, la elaboración de la guía de pautas de la entrevista semi-estructurada para los docentes se basó en los objetivos del estudio, además del análisis de las investigaciones relacionadas. Todos estos elementos permitieron delimitar las dimensiones temáticas de interés. De igual modo, se entendió que dado que existían factores asociados a los diferentes escenarios educativos de los docentes entrevistados era probable obtener información diversa. También se debe precisar que en todas las entrevistas se utilizó la misma guía de pautas. Otro aspecto relevante a este instrumento fue que antes de su aplicación se aplicó una entrevista semi-estructurada piloto, con el fin de validar la comprensión de las preguntas e identificar nuevas áreas de interés. La versión final de la entrevista semi-estructurada se puede ver en el apéndice A de la presente tesis.

El instrumento 3 fue la aplicación de la propuesta didáctica del podcast. Esta propuesta se enmarca dentro de la programación del tercer bimestre del año escolar 2013, la selección del REA implicó la búsqueda de un recurso que se ajustará a las necesidades del momento y al avance curricular. En el proceso de análisis del impacto del podcast se utilizaron elementos de la teoría APOE los que permitieron dar un respaldo teórico a su aplicación. La aplicación de podcast en la clase de matemática buscó mejorar los aprendizajes de geometría en estudiantes del nivel de educación secundaria.

Finalmente, el instrumento 4 fue la entrevista a profundidad, la cual fue aplicada a

2 estudiantes luego de desarrollada la propuesta didáctica. Este instrumento permitió obtener información sobre las apreciaciones de los estudiantes en relación a la aplicación de podcast en la clase de geometría.

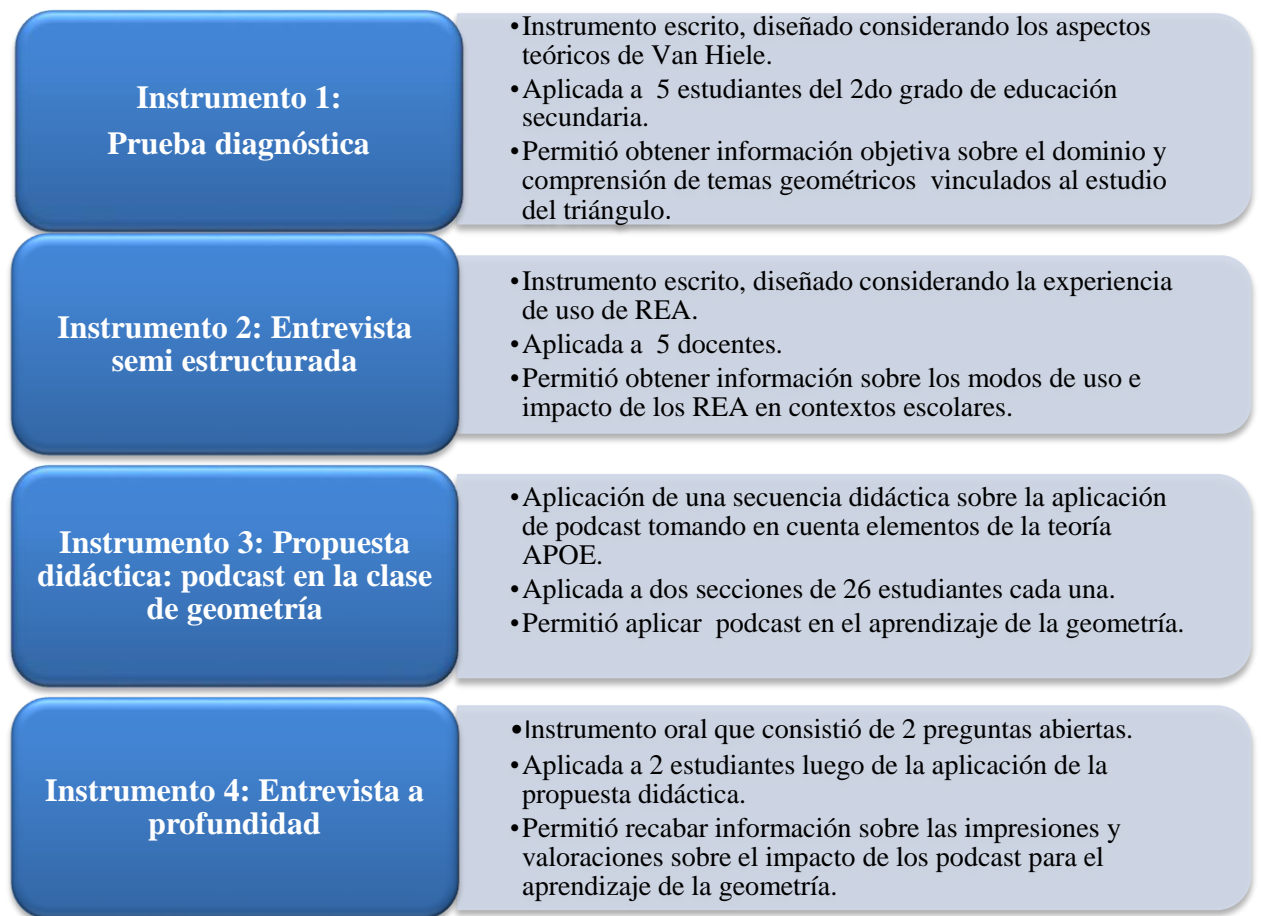


Figura 1. Instrumentos de recolección de datos

3.5. Procedimiento

El procedimiento en la investigación cualitativa es de carácter inductivo. Se considera imprescindible definir los mecanismos para obtener acceso a las organizaciones e informantes de la investigación. El estudio se desarrolló siguiendo las siguientes fases:

- a. Planteo de un tema o problema el cual se plasmó en la pregunta de investigación:
- b. Revisión de la literatura.
- c. Identificación de las principales dificultades asociadas al estudio de la geometría.
- d. Diseño de una propuesta teórico- metodológica que fundamentó y justificó el estudio.
- e. Elaboración de instrumentos (prueba diagnóstica, entrevistas semi-estructuradas, propuesta didáctica y la entrevista a profundidad).
- f. Análisis de las respuestas obtenidas a partir de la implementación de los instrumentos elaborados, se interpretaron los resultados obtenidos los cuáles se categorizaron para su análisis.
- g. Establecimiento de los resultados y conclusiones.

Es importante precisar que en todo este proceso se circula en ida y vuelta sobre la teoría, la práctica, las preguntas de investigación, la experiencia personal del investigador y los resultados que van modificando la orientación del estudio según el caso.

Según Valenzuela & Flores (2011), el proceso de la investigación involucra decisiones del investigador que van desde el diseño, el marco teórico y una metodología

que generará los datos apropiados y adecuados para responder a las preguntas de investigación. En el caso del presente estudio se empleó la triangulación de datos obtenidos de los estudiantes y de los docentes, a través de las entrevistas a profundidad y semi-estructuradas; así como de la aplicación de la propuesta didáctica. Para ello, se debe tener muy en cuenta el descubrimiento e interpretación de las estructuras personales y grupales de los sujetos a investigar.

3.6. Estrategias para el análisis de los datos

Se establecieron categorías de análisis las mismas que emergieron del estudio de la información que se recogió. Durante los procesos de categorización, contrastación y teorización en función a las respuestas frecuentes de los participantes, se planteó el análisis, relación y comparación de las respuestas en la entrevista semi-estructurada y en la aplicación de la propuesta didáctica.

Es decir, las categorías de análisis surgieron por las relaciones que se dieron entre las respuestas. En cuanto a la interpretación de los datos obtenidos estos se hicieron a la luz de los elementos de los niveles que la teoría de Van Hiele: Visualización y reconocimiento, análisis, ordenación o clasificación, deducción formal y rigor. Estas herramientas se usaron para el diseño de las preguntas de la prueba diagnóstica. Por otro lado, se empleó, al mismo tiempo, elementos de la teoría APOE de Dubinsky para el análisis de los resultados de la propuesta didáctica.

A modo de conclusión del capítulo se puede afirmar que se adoptó la metodología cualitativa debido al carácter descriptivo e interpretativo de la investigación. En este contexto se considera la aplicación del estudio de caso para analizar las actividades que

llevan a cabo los profesores cuando usan REA y encontrar evidencias de apropiación tecnológica. Además, de indagar la manera en que este tipo de práctica facilitó la comprensión de temas geométricos en el segundo grado de educación secundaria. La triangulación de estos elementos permitió tener una visión de cómo la implementación de recursos educativos abiertos impactó en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel secundario. Por otro lado, se pueden resumir los pasos de la investigación en diseño, realización, análisis y conclusiones.

4. Análisis y discusión de los resultados

Dentro del proceso de investigación es sumamente importante el análisis de los resultados, ya que estos permiten validar la pertinencia y fiabilidad del estudio. Al mismo tiempo, es necesario verificar el carácter holístico y relacional de cada una de las partes del proceso de investigación. Por ello, en concordancia al objetivo general del presente estudio: analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria y a la pregunta de investigación ¿Cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria? Se presenta el análisis correspondiente a los resultados de la prueba diagnóstica sobre el dominio de contenidos geométricos.

Por otro lado, también se comparte información relacionada a la aplicación de los recursos educativos abiertos desde la perspectiva de docentes que han tenido experiencia en su uso. Como resultado de estas entrevistas se brindan información interesante sobre los usos de estos recursos y algunas reflexiones de los docentes involucrados sobre su propia práctica. Otro aspecto es el análisis de los resultados de la aplicación de los podcast como REA en un aula de clase para el aprendizaje del triángulo. Luego se entrevistan a dos estudiantes sobre su experiencia en el uso de estos recursos. Este capítulo se completa con cinco apéndices, el primero es la entrevista aplicada a los docentes, el segundo es la unidad de aprendizaje que evidencia la incorporación de los REA a la planificación del presente bimestre académico, los dos siguientes corresponden

a la ficha de seguimiento del podcast y la triangulación de instrumentos para el análisis de los datos, y el último es la prueba exploratoria de conocimientos geométricos.

4.1. Prueba exploratoria de conocimientos geométricos

Para recoger información que describa la identificación de dificultades asociadas a la comprensión de la geometría se aplicó una prueba diagnóstica a cinco estudiantes del segundo grado de secundaria de las secciones B y C de una institución educativa privada de la ciudad de Lima. Esta muestra fue elegida al azar a finales del segundo bimestre del año escolar 2013. La prueba contenía 14 ítems de tipo textual y gráfico, algunos del nivel de identificación y otras más complejas donde los estudiantes debían analizar y sintetizar los datos. El instrumento aplicado se puede visualizar como apéndice E.

Para la prueba exploratoria se decidió utilizar ítems de respuesta abierta, ya que éstos permiten que los estudiantes expliquen con detalle su forma de trabajo y sus justificaciones a los procedimientos aplicados. La aplicación de la prueba fue administrada en forma simultánea a los cinco estudiantes durante un tiempo de 40 minutos. Un inconveniente derivado de la aplicación de este instrumento es que para los estudiantes fue más difícil expresarse por escrito que verbalmente, por lo que se evidenció la tendencia a dar respuestas cortas. Dado que el diseño de la prueba se realizó durante el segundo bimestre escolar y ya se conocía a los estudiantes que iban a participar de ella. Se consideró que la mayoría de ellos estarían en los niveles 1 y 2, por lo que los ítems se orientaron mayoritariamente a evaluar los niveles 1,2, y 3.

El diseño de la prueba se centró en los siguientes contenidos: nociones básicas de geometría plana y espacial, propiedades vinculadas al cálculo de áreas y perímetros de

cuadrados, rectángulos y triángulos. Estos contenidos fueron seleccionados atendiendo a los programas desarrollados en los dos grados anteriores al presente nivel escolar.

Por otro lado, se propuso como referente teórico la teoría de Van-Hiele, la misma que se consideró en el diseño de la prueba para evaluar el nivel de razonamiento de los estudiantes. A continuación se resume las características de los ítems elaborados considerando: número de ítems, contenido geométrico de los mismos y niveles de razonamiento evaluados por cada ítem. Cada nivel es evaluado por varios ítems, además, el mayor número de preguntas corresponden a los niveles 1 y 2 por los motivos antes mencionados.

Tabla 2
Características de la prueba diagnóstica de dificultades geométricas

Ítem	Niveles			Contenido geométrico
	1	2	3	
P- 1	✓	✓		Clasificación de polígonos.
P- 2	✓	✓		Diagonales de un polígono.
P- 3	✓			Ubicación espacio- temporal
P- 4	✓			Polígonos y poliedros.
P- 5		✓	✓	Perímetro y área.
P- 6		✓	✓	Perímetro de un cuadrilátero.
P- 7			✓	Área de un cuadrilátero usando la noción de paralelismo.
P- 8		✓		Distancia entre puntos.
P- 9	✓			Relaciones de perpendicularidad, paralelismo y oblicuas.
P- 10	✓			Ángulos agudo, recto, obtuso y llano.
P- 11		✓	✓	Área y perímetro del triángulo equilátero y cuadrado.
P- 12	✓	✓		Ángulos alrededor de un punto.
P- 13		✓	✓	Relación entre el volumen y áreas.
P- 14		✓	✓	Área de cuadrados y triángulos.
Total	7	9	6	

Para mejor comprensión de la tabla anterior se detallan algunos descriptores considerando los niveles de razonamiento de Van Hiele para el presente estudio:

Nivel 1: los estudiantes identifican cuadrados, triángulos, poliedros, diagonales y ángulos. También establecen diferencias entre tipos de polígonos y poliedros, al mismo tiempo, identifican cuadriláteros como objetos individuales y se ubican en el espacio.

Nivel 2: los estudiantes definen polígonos mediante la identificación de sus propiedades. Relacionan los diferentes tipos de cuadriláteros los perciben como disjuntos. Además relacionan información para la ubicación de elementos, aplican operaciones para el cálculo de áreas y perímetros.

Nivel 3: los estudiantes pueden deducir unas propiedades a partir de otras (paralelismo, igualdad de lados, perpendicularidad). Además, manejan las propiedades de los cuadriláteros dentro de contextos diversos, analizan y relacionan diferentes propiedades.

4.1.1. Categorías que se considerarán en el análisis de los resultados de la prueba

A continuación se describe las categorías de análisis que permitieron identificar las dificultades asociadas al estudio de la geometría en estudiantes del segundo grado de educación secundaria:

Tabla 3

Descripción de las categorías utilizadas para identificar dificultades geométricas

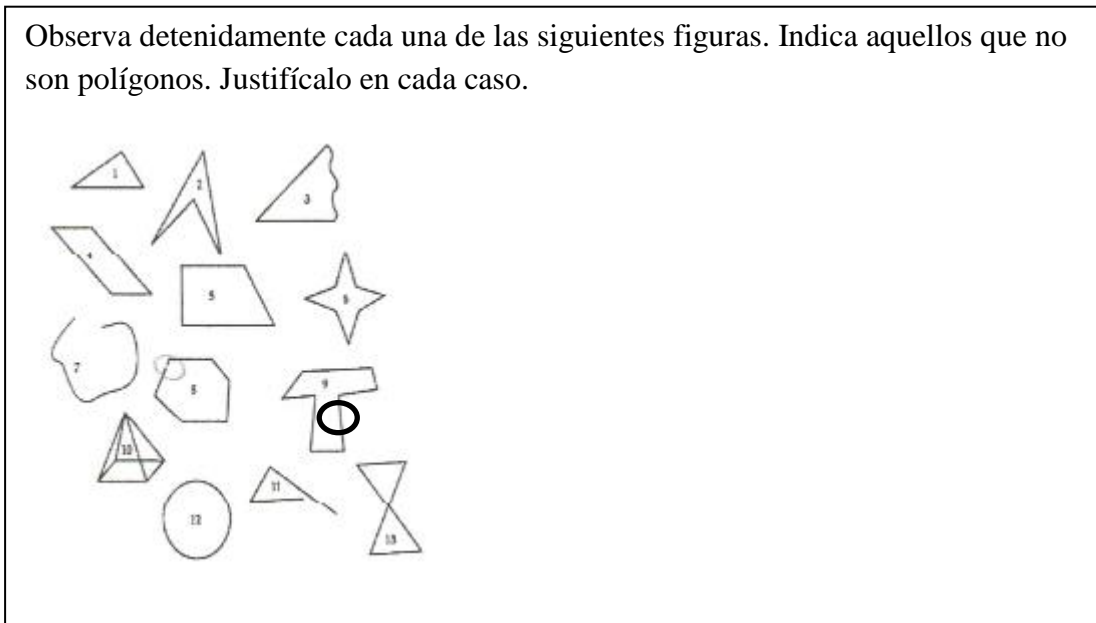
<i>Categorías</i>	<i>Descripción</i>	<i>Respuestas esperadas</i>
Estrategias utilizadas	Procesos o actividades, técnicas y recursos que realiza el estudiante para solucionar un problema. Al mismo tiempo, se identificarán los errores frecuentemente presentados.	Los estudiantes reconocen datos y nombres, discriminan la información dada de la cuestión por hallar. Hacen uso de diversos procedimientos aritméticos y/o geométricos. Sin embargo, es posible que presenten dificultades para relacionar la información presentada.
Lenguaje matemático	Uso adecuado de los signos y símbolos matemáticos. Reconocimiento y asociación de representaciones gráficas con sus correspondientes nominaciones geométricas. Además, se analiza el empleo de justificaciones de los procedimientos y soluciones encontradas.	Los estudiantes resuelven adecuadamente las operaciones aritméticas y geométricas. Se ubican en el espacio con naturalidad en situaciones simples. Sin embargo, no encuentran justificaciones pertinentes a los procedimientos aplicados, porque en su práctica esta no ha sido priorizada.
Operaciones realizadas	Aplicación de algoritmos para las operaciones aritméticas y algebraicas básicas. O de cálculo mental cuando el estudiante presenta las respuestas inmediatamente.	Operan sin mayor dificultad dentro del campo de la aritmética y la solución de ecuaciones. Pueden cometer algunos errores cuando no evidencian por escrito las operaciones y recurren al cálculo mental.

4.1.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías

A continuación se presenta el análisis cualitativo de las respuestas a cada ítem propuesto considerando las categorías de análisis previamente definidas:

Problema 1

Observa detenidamente cada una de las siguientes figuras. Indica aquellos que no son polígonos. Justifícalo en cada caso.



Para los estudiantes los polígonos tienen como características tener varios lados que se cierran. En sus argumentos el estudiante 1 escribió: “sólo es un polígono si sus segmentos se cierran” evidenciando con ello un nivel 1 dentro de los niveles de razonamiento geométrico de Van- Hiele, ya que usa propiedades de las figuras geométricas para describirlas en función al aspecto físico. Este mismo estudiante generó una especie de leyenda = es un polígono, X = no es un polígono.

El estudiante 2 confundió términos escribiendo: “polinomio es una figura con varios lados, cerrada y plana”. Esto tal debido a lo reciente del aprendizaje de algunas operaciones con polinomios. Este estudiante numeró los que consideraba eran polígonos.

Un estudiante al que llamaremos 3 sólo marcó de manera errónea y no justificó su respuesta. El estudiante 4, sólo escribió: “7 no está cerrado y 11 no está cerrado”. Se podría considerar que la característica cerrada es para él una justificación.

El estudiante 5, escribió: “sólo la 3, 7 y 11 no son polígonos porque sus lados no se cierran”. Todos los estudiantes consideraron de manera errónea a la circunferencia como un polígono, ninguno de ellos precisó la naturaleza recta de los lados como

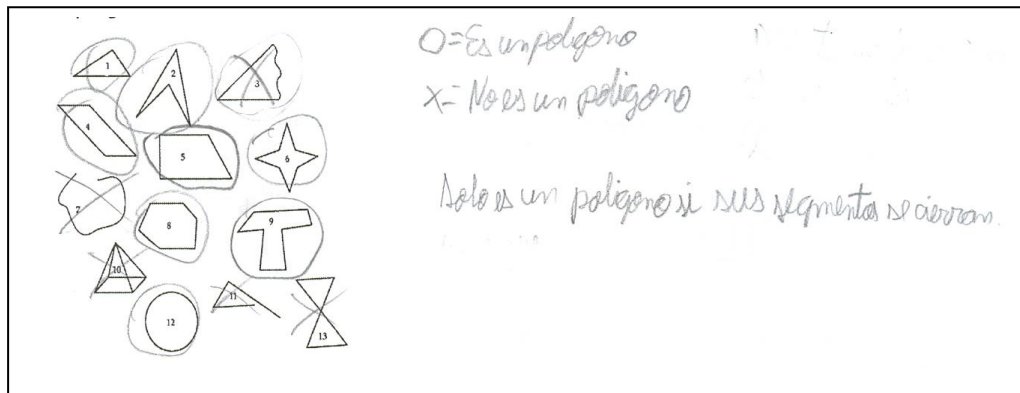
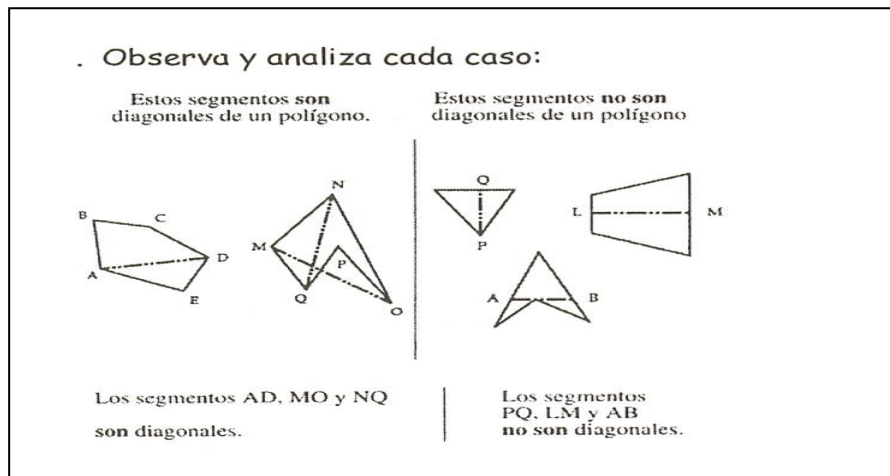


Figura 2. Respuesta del alumno 1 a la pregunta N° 1.

Problema 2

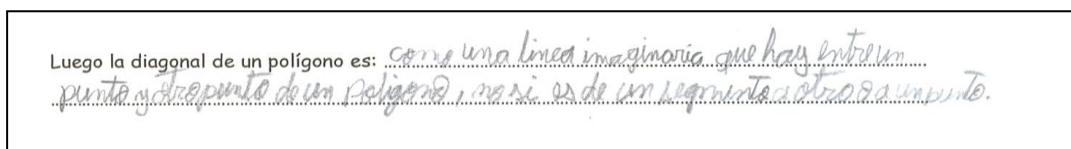


En esta pregunta sobre la base visual de identificación de características y relaciones entre segmentos, se plantea que definan qué es la diagonal de un polígono.

El alumno 1 respondió: “es como una línea imaginaria que hay entre un punto y otro punto de un polígono, no si es de un segmento a otro punto”.

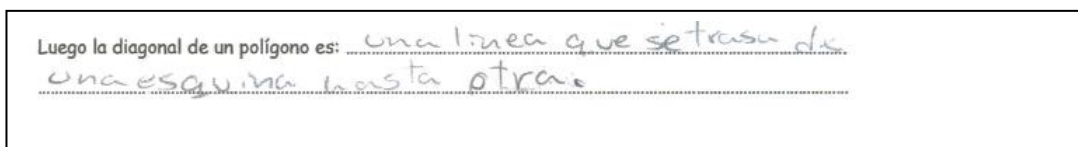
La respuesta del estudiante 2 fue: “es una línea que se traza de una esquina hasta otra”. Por otro lado, el estudiante 3 escribió: “es la mitad del polígono”. El estudiante 4 acotó: “una línea en diagonal que atraviesa un polígono”. Y finalmente el aporte del estudiante 5: “es cuando dos puntos que no están en los costados se unen”

De lo anterior, se observa que en el último estudiante hubo un intento por precisar que los segmentos se trazan de vértices no consecutivos. Se nota que faltan precisiones de uso del lenguaje matemático, así usan esquina cuando debieran usar vértices, o mencionan rectas cuando lo correcto es decir segmentos. Además, asocian las diagonales como generadoras de división en partes iguales. En la imagen presentada había dos ejemplos que tenían esa característica, pero correspondían a segmentos que no eran diagonales. Esto revelaría poca atención o confusión en la lectura del enunciado de la situación. A continuación dos respuestas frecuentes:



Luego la diagonal de un polígono es: *como una línea imaginaria que hay entre un punto y otro punto de un polígono, pero es de un segmento a otro punto.*

Figura 3. Respuesta del alumno 1 a la pregunta N° 2.

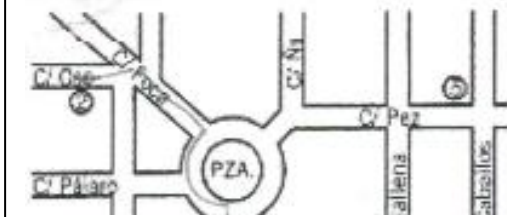


Luego la diagonal de un polígono es: *una línea que se traza de una esquina hasta otra*

Figura 4. Respuesta del alumno 2 a la pregunta N° 2.

Problema 3

Alonso sale de su casa en la calle Gato, va hasta el cruce con la calle Delfín y gira a la derecha en dirección a la plaza. En la plaza coge la calle Foca hasta el cruce con la calle oso, donde está la casa de su amiga Alejandra. ¿Qué número corresponde a la casa de Alonso? ¿Y a la casa de Alejandra?



Este problema intentó explorar la ubicación espacio temporal y la orientación del estudiante ante el seguimiento de instrucciones. Todos los estudiantes mostraban en el gráfico la ruta seguida de manera correcta. Cuatro de ellos redactaron su respuesta de manera muy precisa y sólo uno de ellos confundió el orden de los mismos por lo que su respuesta fue incorrecta. A continuación la transcripción de sus respuestas:

Estudiante 1: “El 3 es la casa de Alonso y el 2 es la casa de Alejandra”.

Estudiante 2 escribió: “3 =Alonso, 2= Alejandra”.

Estudiante 3: “1). El número 3, 2). El número 2”

Estudiante 4: “Alonso= 3, Alejandra= 2”

Estudiante 5: “La de Alonso = 2. La de Alejandra= 3”

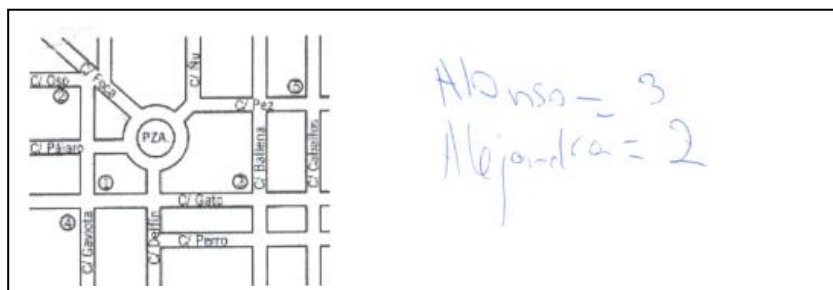


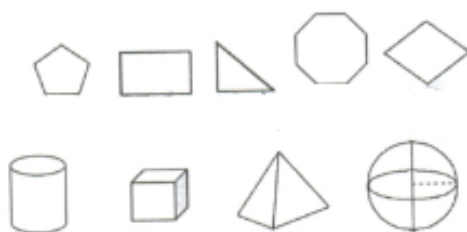
Figura 5. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 3.



Figura 6. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 3.

Problema 4

Coloca el nombre debajo de cada polígono y poliedro:



Este ítem se planteó para reconocer y distinguir la nominación de diferentes polígonos y poliedros.

El estudiante 1, identificó correctamente todas las figuras presentadas. Por otro lado, a los estudiantes 2 y 4 les faltó identificar el octógono. El estudiante 3 identificó 6 de las 9 figuras propuestas le faltó el triángulo, el rombo y el cilindro. Y finalmente el estudiante 5 confundió la esfera y la identificó como circunferencia.

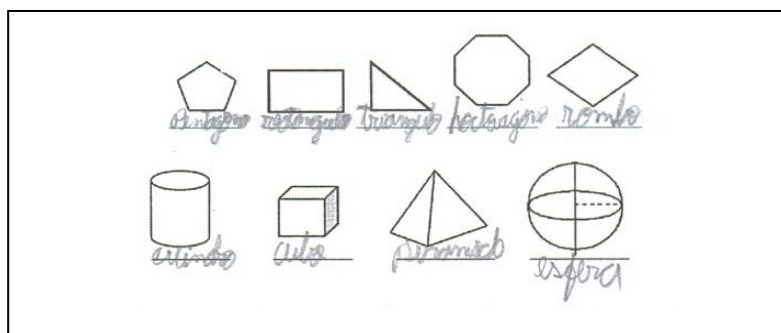
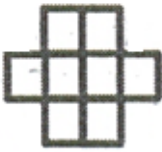


Figura 7. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 4.

Problema 5

La siguiente figura formada por cuadrados idénticos tiene perímetro 42 cm.
¿Cuál es el área de la figura?



El problema evaluaba la relación que había entre el área y el perímetro de una figura compuesta de varios cuadrados.

En relación a las respuestas de los estudiantes se detalla lo siguiente: contestaron correctamente, mostrando los cálculos y relaciones establecidas los estudiantes 1 y 2.

Por otro lado los estudiantes 3, 4 y 5 confundieron la medida de lados con perímetros y no distinguieron la diferencia entre área y perímetro. Esto refleja un análisis inadecuado de las relaciones de estas propiedades.

$$\begin{array}{l} 2x+2x+x+2x+2x+2x+x+2x=42 \\ 14x=42 \\ x=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \times 3 = 9 \\ 9 \times 8 = 72 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Figura 8. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 5.

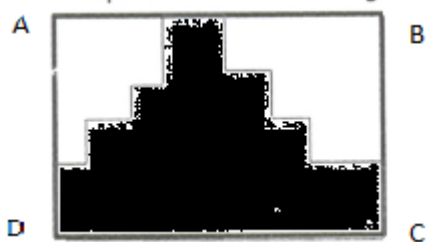
$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 14} \\ \underline{10,5} \\ 3,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10,5 \times \\ \underline{10,5} \\ 525 \\ \underline{1050} \\ 110,25 \times \\ \underline{8} \\ 882,00 \end{array}$$

El área es 882 cm.

Figura 9. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 5.

Problema 6

El perímetro del rectángulo ABCD es 39 cm.



¿Esta información es suficiente para averiguar cuál es el perímetro de la figura pintada?

En esta pregunta los estudiantes debían relacionar información, no era de aplicación directa. Se pretendía que planteen conjeturas a partir de los elementos visuales y la relación de propiedades. En las siguientes líneas se transcriben las respuestas de los estudiantes.

Estudiante 1: “No, porque con esa información no se puede decir cuánto mide cada borde de la parte sombreada, y sin eso no se puede resolver. Se podría si fuera un cuadrado o teniendo más información”

Estudiante 2: “No, los lados no son iguales”.

Estudiante 3: “Si”.

Estudiante 4: “No”

Estudiante 5: “No” además planteó una división.

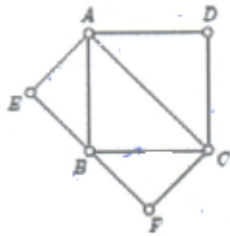
No porque con esa información no se puede decir cuanto mide cada lado de la parte sombreada, y sin eso no se puede resolver. Se podría si fuera un cuadrado o teniendo más información.

Figura 10. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 6.

Problema 7

La forma de la biblioteca de Alejandría, la más rica de la antigüedad, tenía la forma indicada en la figura:

Sabiendo que EF es paralelo a AC, que ABCD es un cuadrado de 40 m de lado y que AEFC es un rectángulo, calcular la medida del área ocupada por la biblioteca.



Este problema demandaba que el estudiante reconozca que algunas propiedades se deducen de otros datos, relacionen y clasifiquen figuras basándose en propiedades.

Se comparte algunas de las soluciones presentadas por los estudiantes:

Los estudiantes 1 y 5 colocaron en el dibujo la información del lado. Por otro lado, el estudiante 2 señaló algunas operaciones que conducen a la respuesta correcta del problema. El estudiante 3, indicó en el dibujo datos incorrectos y señaló al margen una

operación aritmética. El estudiante 4 completó datos en el dibujo en forma incorrecta, además, mostró una adición que arrojaba un resultado incorrecto.

En este problema se evidenciaron dificultades para relacionar datos y propiedades.

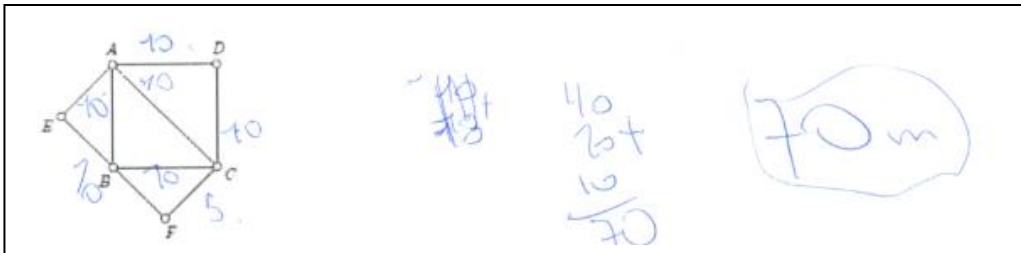


Figura 11. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 7.

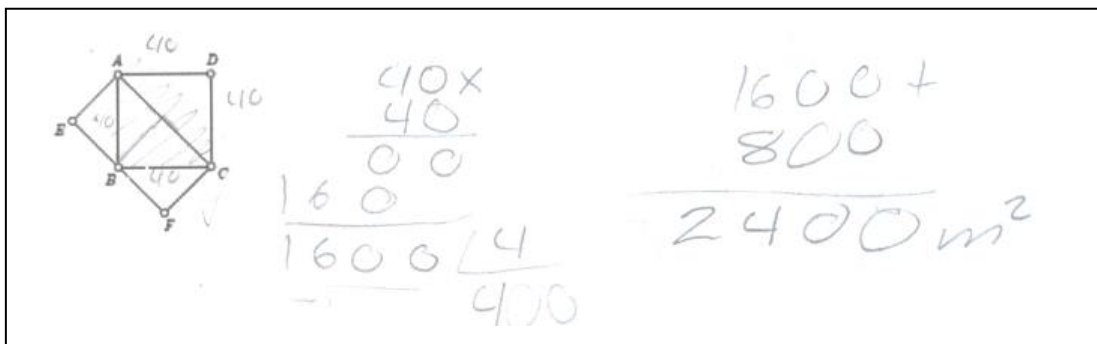
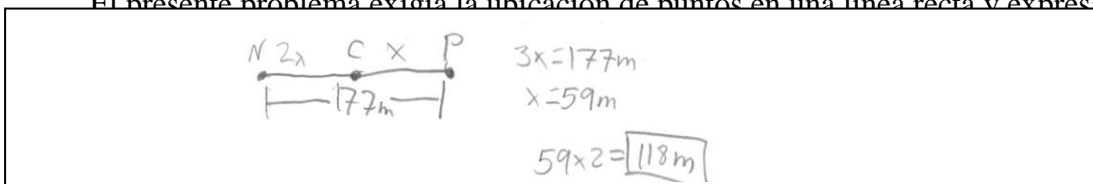


Figura 12. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 7.

Problema 8

Tres árboles: un naranjo, un ciruelo y un palto están ubicados en línea recta en el orden mencionados; se desea saber qué distancia separa al naranjo del ciruelo y se sabe que la distancia del naranjo al ciruelo es el doble que la del ciruelo al palto y para ir del naranjo al palto es necesario recorrer 177 metros.

El presente problema exigía la ubicación de puntos en una línea recta y expresar



figuras se presentan algunas respuestas.

Figura 13. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 8.

$$\begin{array}{r} 177 \\ + 27 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$59 = x$$

$$2x + x = 177$$

$$3x = 177$$

$$x = 59$$

$$2(59) + 59 = 118$$

$$\boxed{118}$$

Figura 14. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 8.

Problema 9

Fijate en el plano:

Ahora, completa cada una de las expresiones siguientes con uno de estos términos, según corresponda:

oblicuas perpendiculares paralelas

a) Las avenidas Grau y Bolognesi son
 b) La avenida Sol y la avenida Bolognesi son
 c) La calle Lima y la avenida Perú son

Esta pregunta está en el nivel 1 de reconocimiento y evaluaba el dominio de las nociones de oblicuas, perpendiculares y paralelas.

En relación a las respuestas presentadas los estudiantes 1,2 y 4 completaron los espacios con las respuestas correctas. Por otro lado, los estudiantes 3 y 5 tuvieron errores en el reconocimiento ya que confundieron las avenidas oblicuas y perpendiculares.

	oblicuas	perpendiculares	paralelas
a) Las avenidas Grau y Bolognesi son			paralela
b) La avenida Sol y la avenida Bolognesi son			oblicuas
c) La calle Lima y la avenida Perú son		perpendiculares	

Figura 115. Respuesta del alumno 3 a la pregunta N° 9.

Problema 10

Fíjate en las figuras que las líneas rojas forman diferentes ángulos. Une cada figura con el nombre del ángulo que le corresponde.

ángulo agudo

ángulo recto

ángulo obtuso

ángulo llano

Esta pregunta también se ubica en el nivel 1 de reconocimiento.

Los estudiantes 2, 4 y 5, relacionaron correctamente el ángulo de la carpa de circo (obtuso), el ángulo de la honda (agudo) y el ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 6:00 (llano). El estudiante 1 confundió el ángulo llano con el ángulo obtuso y el ángulo recto con el ángulo llano. Asimismo, el estudiante 3 relacionó de manera incorrecta señalando un ángulo agudo como obtuso, y un ángulo llano como recto.

Se esperaba que las respuestas a este ítem fueran totalmente correctas, por considerarse este tema objeto de estudio desde 5to grado de primaria.

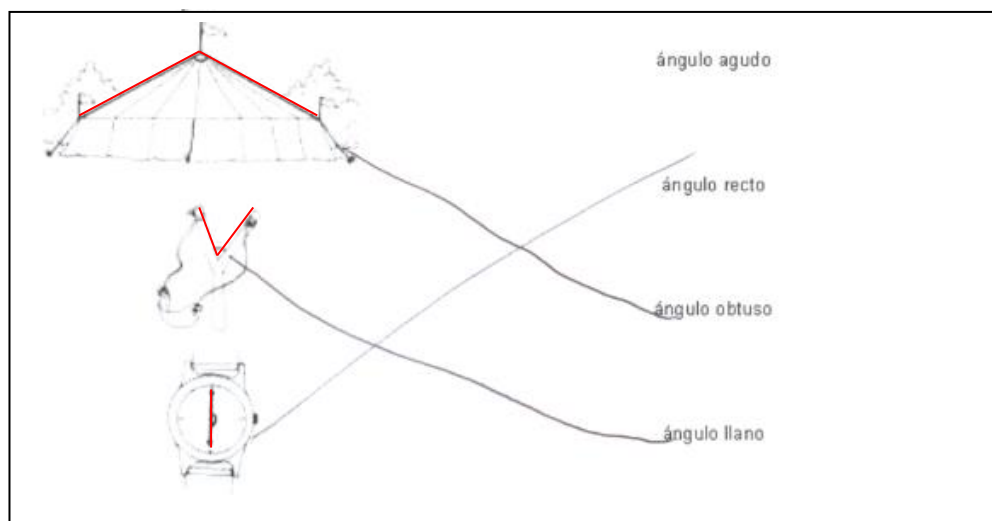
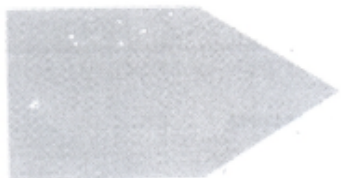


Figura 16. Respuesta del estudiante 3 a la pregunta N° 10.

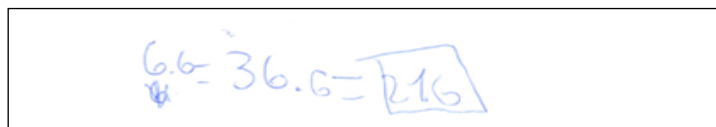
Problema 11

Halla el perímetro de la figura sombreada formada por un triángulo equilátero y un cuadrado, sabiendo que el cuadrado mide 6 cm de lado.



El problema exploraba comprensión y dominio de la noción de perímetro en un cuadrado y en un triángulo equilátero, pero relacionando información.

Los estudiantes 1, 2, 3 y 5 dieron respuestas correctas mostrando además los cálculos realizados para llegar al resultado. En cambio, el alumno 4, presentó una respuesta incorrecta, la cual justificó con la operación $36 \times 6 = 216$.



A handwritten calculation in blue ink inside a rectangular box. It shows the equation $6.6 = 36.6 = 216$. The number 216 is enclosed in a small square box.

Figura 17. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 11.

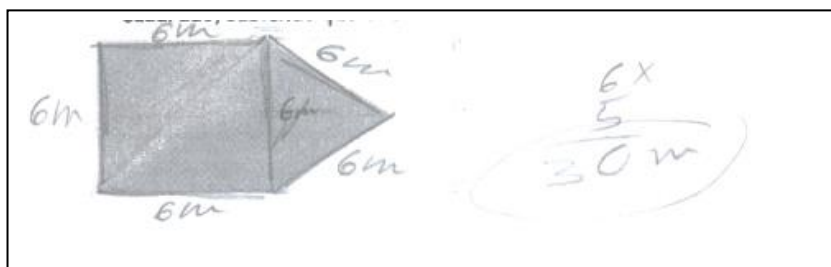
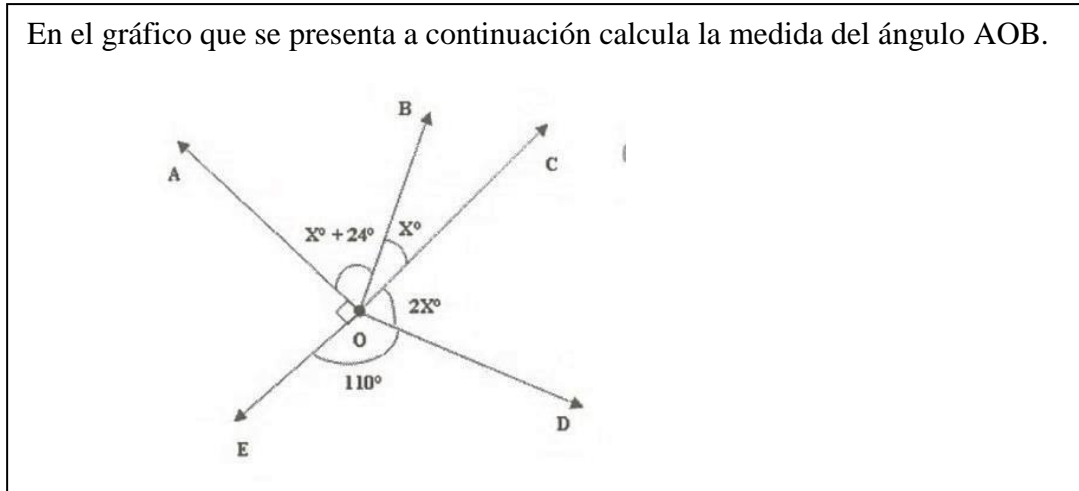


Figura 18. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 11.

Problema 12

En el gráfico que se presenta a continuación calcula la medida del ángulo AOB.



Los estudiantes 1 y 2 presentaron soluciones correctas a la pregunta planteada.

Ambos estudiantes plantearon ecuaciones que resolvieron sin dificultad. Los estudiantes

4 y 5 plantearon ecuaciones incorrectas las cuáles los llevó a error en el resultado. El

estudiante 3 no presentó ninguna solución.

$90 + 110 + x + 24 + x + 2x = 360$
 $224 + 4x = 360$
 $4x = 136$
 $x = 34$
 $34 + 24 = \boxed{58^\circ}$

Figura 19. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta N° 12.

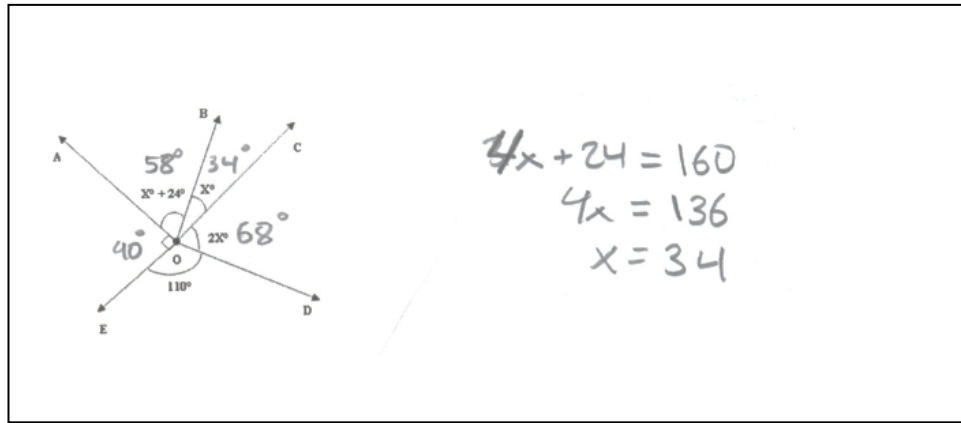


Figura 20. Respuesta del estudiante 5 a la pregunta N° 12

Problema 13

José pinta las paredes de un almacén que tiene 6 metros de largo, 4 de ancho y 3 de alto. ¿Qué área pintara, si solo deja de pintar la puerta cuyas medidas son de 1 metro de ancho por 2 de alto?



Los estudiantes 1 y 2 contestaron correctamente. Además, mostraron las operaciones que los llevaron a esos resultados. Además, indicaron correctamente las unidades m^2 que corresponden a las áreas. En contraparte los estudiantes 3,4 y 5 calcularon el volumen del paralelepípedo presentado y luego le restaron 2. Es decir, restaron magnitudes cuadradas de unas magnitudes cúbicas cayendo en el error de

operar con magnitudes de unidades diferentes. Además, que mostraron poca comprensión del enunciado propuesto al confundir áreas con volúmenes.

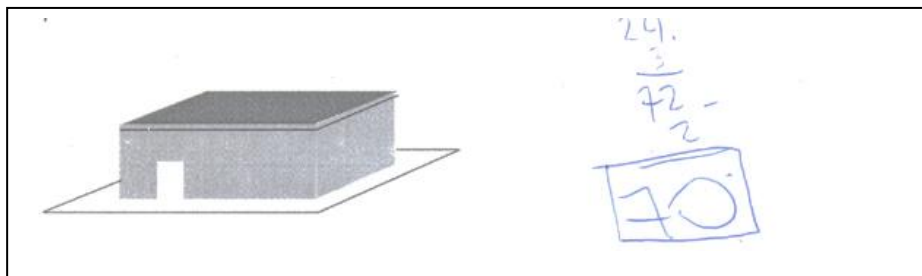
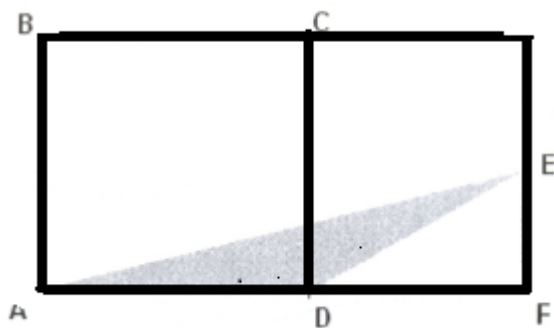


Figura 21. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 13.

Problema 14

En la figura mostrada ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 10 cm. Si EF mide la mitad de AB. ¿Cuál es el área del triángulo ADE?



En relación a esta pregunta sólo el estudiante 2 contestó correctamente. El procedimiento seguido por este estudiante evidencia que analizó el problema usando el dato de las áreas en que podía dividir el cuadrado inicial. El estudiante 4, multiplicó los datos del problema, sin mostrar aparentemente ninguna relación lógica para ello. Por otro lado, los estudiantes 1, 3 y 5 no presentaron soluciones.

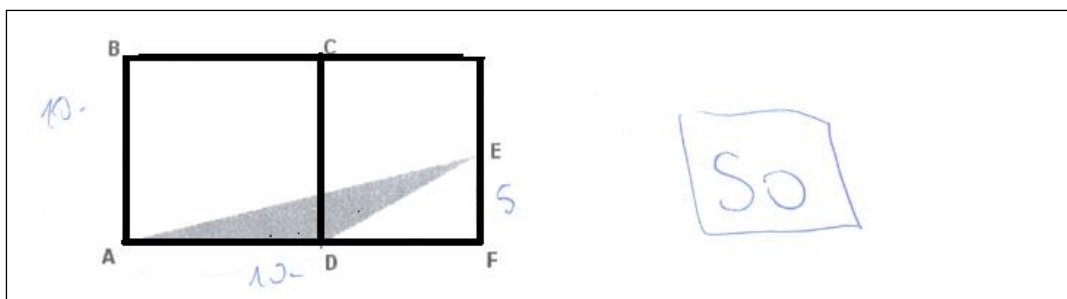


Figura 22. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta N° 14.

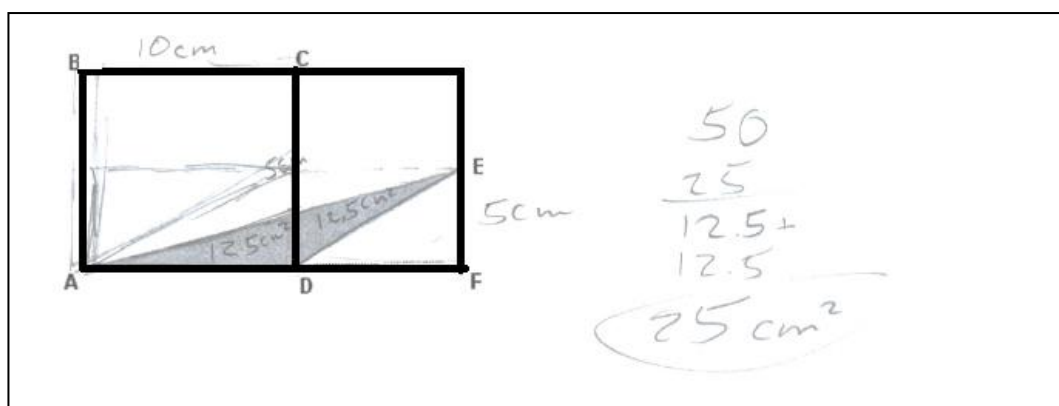


Figura 23. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta N° 14.

Algunos hallazgos del análisis de las respuestas de los alumnos son presentados a continuación:

- Pueden relacionar las propiedades de una figura con otras propiedades de la misma figura, pero en diferentes contextos no pueden establecer esa relación.
- No poseen el vocabulario propio al nivel que el programa de estudios asume que debían tener.

- Comprenden algunas de las interrelaciones existentes entre diversas propiedades de una figura geométrica cuando se hace que centren su atención en ellas pero si se les presenta dos situaciones aparentemente diferentes por sí mismos no las clasifican como pertenecientes a la misma familia, por lo que les es difícil resolver problemas distintos a los propuestos.

4.2. Entrevista aplicada a los docentes

La realidad de la investigación, a comprender por un estudio cualitativo, trata de producir significados desde la perspectiva de un actor social. En el caso del presente estudio, el enfoque se orienta hacia la comprensión de las motivaciones, intereses, percepciones e inhibiciones que están presentes en las prácticas educativas en contextos escolares de los docentes de matemática. En esta misma línea, Kvale (1996) señala que el propósito de la entrevista de investigación cualitativa es obtener descripciones del mundo vivido por las personas entrevistadas, con el fin de lograr interpretaciones fidedignas del significado que tienen los fenómenos estudiados.

El proceso para la presentación de los resultados se inicia con la formulación de categorías, las cuales están fundamentadas en las respuestas formuladas por los docentes entrevistados. Se trata de un método comparativo que va contrastando los datos emergentes, tratando en el proceso de formular interpretaciones que incluyan conceptos teóricos con el propósito de describir la realidad. En este proceso, las categorías iniciales se van reformulando hasta la conformación de conceptos teóricos que describan o expliquen las significaciones de los docentes. Haciendo referencia al procedimiento de análisis cualitativo Gallart, Forni, & Vasilachis de Gialdino (1993), señalan que durante

el proceso de ida y vuelta sobre los datos, el investigador debe buscar la saturación de los discursos con respecto a los temas de interés, a fin de elaborar descripciones a partir de las interpretaciones sobre las respuestas planteadas.

En relación al contexto de aplicación de las entrevistas, para agilizar el recojo de información se entregó el formato escrito a los docentes participantes, quienes luego de completar la información solicitada la hicieron llegar a la autora del estudio. Los docentes procedían de diferentes instituciones escolares de la ciudad de Lima, algunos de ellos trabajaban en instituciones nacionales y otros en particulares, uno de ellos procedía de la institución donde se desarrolló la propuesta didáctica. Además, todos los entrevistados mostraron disposición positiva para responder las preguntas planteadas.

A continuación se detalla información relativa a los docentes examinados.

Tabla 4
Perfil etnográfico de los docentes examinados

Entrevistado	Características
Docente 1	Varón de 42 años, con experiencia docente de 15 años, trabaja en una institución educativa nacional.
Docente 2	Mujer de 28 años, con experiencia docente de 5 años, trabaja en una institución educativa particular.
Docente 3	Varón de 50 años, con experiencia docente de 20 años trabaja en una institución educativa particular.
Docente 4	Varón de 34 años, con experiencia de 9 años, trabaja en una institución educativa particular.
Docente 5	Varón de 44 años, con experiencia docente de 18 años trabaja en una institución educativa nacional.

Según Soler (1997), hay una serie de opciones en el momento de analizar los datos cualitativos los cuáles se eligen en función a la problemática de estudio. En el caso del presente estudio el tipo de análisis de datos que más se adecuaba a los objetivos de investigación es el análisis de temas y el análisis de frecuencias.

En el caso del análisis de temas, permite la enumeración y explicación de temas considerados por el grupo como importantes, el estudio se focaliza en ellos para su análisis y contrastación con el contexto general de la investigación. Por otro lado, el análisis de frecuencia centra su atención en los atributos que se mencionan con mayor frecuencia. Se efectúa un recuento valorativo de las veces que las respuestas frecuentes aparecen en el marco del contexto del estudio.

4.2.1. Categorías que se consideran en el análisis de las entrevistas.

Las categorías del presente estudio emergen de la información que los docentes participantes brinden. Por otro lado, las unidades de análisis de la investigación fueron las respuestas a las preguntas planteadas, estableciéndose las categorías como palabras o frases que transmitan el sentido del mensaje en cada una de sus respuestas. Este proceso de estructuración que incluye las etapas de categorización y teorización constituye la esencia de la labor investigativa. (Martínez, 2004).

Se presenta una tabla que muestra la organización, categorización y determinación de temas derivados de los tipos de análisis antes mencionados considerando el diseño etnográfico del estudio.

Tabla 5
Unidades de análisis, categorías y temas derivados de las entrevistas a docentes

Unidades de análisis	Categorías	Temas	Teoría
Estrategias metodológicas para la enseñanza de temas geométricos. Evaluación.	Metodología y evaluación en la geometría a nivel escolar.	Estatus de la geometría a nivel escolar.	La enseñanza y el aprendizaje de la geometría escolar se presentan como excesivamente algorítmica con ausencia innovaciones tecnológicas.
Principales dificultades en el aprendizaje de la geometría.	Logros y dificultades en el aprendizaje de la geometría.		
Logros de aprendizaje.			

Aplicación de recursos educativos abiertos.	Impacto de la aplicación de recursos educativos abiertos.	Recursos educativos abiertos en ambientes escolares.	La aplicación de REA en contextos escolares genera ambientes de aprendizaje innovadores que favorecen el aprendizaje de la geometría.
Impacto de la aplicación de recursos educativos abiertos.			
Recomendaciones de uso.	Innovaciones en los ambientes de aprendizaje.	Innovación educativa con REA	
Cambios- innovaciones sugeridas			

Teniendo en cuenta que los conceptos de la realidad escolar adquieren significados especiales y que la práctica del docente en el aula tiene estrecha relación con sus concepciones y con su experiencia previa. Se considera relevante recabar información sobre la práctica docente, ya que las respuestas de los profesores nos darán mayores elementos de análisis, pues constituyen al mismo tiempo una mirada crítica y autocrítica sobre la experiencia de enseñanza y aprendizaje de la geometría escolar. Estos resultados permiten que el objeto de estudio sea descrito de manera global, ya que los resultados de la evaluación diagnóstica de los estudiantes se relacionan con las apreciaciones de los docentes, y en esa relación adquiere un significado peculiar.

4.2.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías.

En cuanto a la metodología y evaluación en la geometría a nivel escolar, se tiene que los docentes entrevistados mencionan como estrategias metodológicas las siguientes:

- Resolución de problemas- Talleres.
- Uso de computadores y software aplicativos para favorecer la visualización de conceptos.
- Plegado de papel periódico para el trabajo de líneas notables.
- Uso de material concreto.

- Uso de compás, transportador y reglas para las construcciones geométricas.
- Fichas de trabajo e imágenes.
- Observación del entorno.

En referencia a la evaluación, los docentes entrevistados coinciden en que sus estudiantes demuestran comprensión del estudio de temas geométricos a través de fichas de trabajo y prácticas escritas tanto individuales como grupales. Sólo la docente 2 mencionó las evaluaciones orales y las exposiciones como mecanismos para evaluar el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, teniendo en cuenta los logros y dificultades en el aprendizaje de la geometría, primero se mencionan los temas geométricos donde demuestran mayor logro: segmentos, ángulos, polígonos (triángulos en particular), cálculo de áreas y proporcionalidad. Las razones que dan los docentes es que para el estudio de estos temas sólo se tienen que memorizar fórmulas o aplicar directamente algunas propiedades. Así, la docente 2 menciona: “polígonos, porque es aprender nombres y observar las características de los polígonos”.

Sobre las dificultades en el aprendizaje de la geometría los docentes mencionan:

- En la visualización de conceptos.
- En la demostración de teoremas, propiedades y la formulación de conjeturas y contraejemplos.
- Comprensión de conceptos que involucran el proceso de abstracción.
- La falta de laboratorios de matemática, donde el estudiante pueda manipular figuras o sólidos geométricos.

En relación a la pregunta ¿Por qué cree que los estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de la geometría? Los docentes coinciden en que la poca experiencia de los estudiantes en situaciones que demanden procesos de abstracción no desarrollados gradualmente desde los años iniciales, así como la generación de espacios físicos propios que estimulen este tipo de pensamiento. Sobre este aspecto el docente 1 menciona: “Pienso que hay varios factores asociados entre ellos, poco aprestamiento en la primaria, poco tiempo destinado a la demostración y a la resolución de problemas”

Se planteó también la pregunta: ¿Considera necesario hacer cambios en la enseñanza de la geometría? De ser afirmativa su respuesta, ¿qué cambios propondría para el estudio de la geometría a nivel escolar? El 100% de los docentes entrevistados contestó que sí a la primera pregunta, y sobre los cambios que propondrían mencionaron los siguientes:

- Buscar la forma de que sea más atractiva.
- Uso de material concreto, software y las tecnologías de la informática y las comunicaciones como recursos didácticos.
- Enfatizar en la resolución de problemas, las demostraciones matemáticas y el uso de computadoras.

Otro aspecto que se puede describir es el relacionado al impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos. Los docentes mencionan que han usado recursos educativos abiertos como: winplot, wingeom, geogebra, videos, software libres, páginas web y ppt. Sobre la forma y momento de uso de estos recursos señalan que depende de la estrategia, pudiendo ser al inicio como motivación, durante el proceso para la

formulación de conjeturas, hipótesis, visualización, reforzamiento, o al final para la evaluación. Se debe observar que ninguno de los docentes entrevistados mencionó explícitamente que el uso de estos recursos responde a los objetivos de la clase, es importante prestar atención a este detalle porque un elemento relevante es la incorporación de estos recursos como respuesta a una necesidad concreta formulada en los objetivos de la clase y no como moda o uso sin ninguna razón pedagógica concreta. A continuación dos transcripciones:

Docente 3: “Preparo mis clases con diapositivas de power point utilizando multimedia”

Docente 2: “Como motivación o como cierre. A veces también durante el proceso, pero mayormente al inicio y como conclusión”

Sobre el impacto del uso de los REA los docentes precisan que el impacto es positivo ya que genera mayor atención y predisposición para aprender, hace la clase más dinámica, facilita la comprensión con el uso de algunos simuladores y potencia los procesos cognitivos. Sin embargo, el docente 1 acotó: “Siempre que haya disponibilidad y acceso, la clase puede ser más dinámica”. Por otro lado, el docente 3 afirmó: “El impacto es positivamente fuerte. Mejor aún si el docente domina las tecnologías y las fuentes para encontrar recursos” Estos dos aspectos son importantes de resaltar, ya que los docentes destacan primero la necesidad de acceso a internet y segundo porque hacen referencia a las fuentes o repositorios que les permitan encontrar recursos adaptables a sus realidades de aula. Esto implica una visión más reflexiva en relación al uso de estos recursos.

Desde el punto de vista de la presente investigación y de las observaciones de aula realizadas también podríamos acotar que los REA permiten:

- Mejorar la práctica educativa, al explorar el uso de recursos diseñados por otros.
- Innovar al incorporar cambios en la didáctica de las clases en contextos escolares.
- Diseñar nuevos escenarios de aprendizaje usando tecnología.
- Reutilizar materiales diseñados por otros, lo cual ayuda a reducir el tiempo de diseño o preparación de las clases.

Finalmente, se debe precisar que en relación a las innovaciones en los ambientes de aprendizaje los docentes entrevistados precisaron la importancia de investigar las bondades y defectos de cada recurso, con el fin de implementar una estrategia coherente. Valoran asimismo la actualización permanente, especialmente, en el uso de tecnologías dejando de lado prejuicios vinculados a la inexperiencia o temor de cambiar o innovar los escenarios de aprendizaje. A este respecto el docente 4 menciona: “No tengas miedo de usarlos, porque a veces algunos le tienen miedo a la tecnología, y que se den el tiempo de investigar y buscar por internet”. Por otro lado, un aspecto no mencionado pero vinculado a la aplicación de los REA es que el propósito es también que no sea un material de uso exclusivo dentro del centro escolar, sino que pueda impactar en los procesos informales del aprendizaje del niño (OECD, 2007).

4.3. Aplicación de la propuesta didáctica

La aplicación de la propuesta didáctica se desarrolló en el tercer bimestre del año escolar 2013, con el grupo de 2do B y C de una institución educativa de la ciudad de Lima. La selección de los recursos educativos abiertos se hizo considerando los objetivos de aprendizaje de cada una de las sesiones programadas.

La OECD (2007, p. 30) expresa que los REA incluyen:

- Contenidos de aprendizaje: cursos completos, software educativo, contenido de módulos, objetos de aprendizaje y revistas.
- Herramientas: Software para poder desarrollar, usar, reutilizar y entregar contenido de aprendizaje, incluye la búsqueda y organización de contenido, sistemas de gestión del contenido y aprendizaje, desarrollo de herramientas de contenido y comunidades de aprendizaje en línea.
- Recursos de implementación: licencias de propiedad intelectual para promover la publicación abierta de materiales, diseño de principios de buenas prácticas y localización de contenido

A continuación se detallan los recursos seleccionados y los repositorios o fuentes para encontrar los recursos. Asimismo, se debe precisar que se tomó en cuenta la clasificación de Sánchez (2000) quien propone la siguiente clasificación de los REA:

Tabla 6
Clasificación y selección de los REA aplicados en la propuesta didáctica.

Clasificación de REA	Característica	Recurso elegido
Como herramienta de apoyo al aprender.	Se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos.	Podcast (triángulo rectángulo, 2:52_): http://www.ivoox.com/dialogos-ciencia-06-triangulo-rectangulo-audios-mp3_rf_1585010_1.html?autoplay=1

Como herramienta.	Potencia las metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples donde estudiantes y docentes interactúen.	Proyecto: plantación de árboles ¿Cuál es la manera más efectiva de construir un triángulo rectángulo? http://gaussianos.com/cual-es-la-manera-mas-efectiva-de-construir-un-triangulo-equilatero-en-la-practica/
Como extensoras y amplificadoras de la mente.	Expande las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes.	Podcast (triángulo propiedades): http://www.ivoox.com/dialogos-ciencia-05-el-triangulo-audios-mp3_rf_1568048_1.html?autoplay=1 (2:18_)
Como medios transparentes o invisibles al usuario.	Que hacen visible el aprender e invisible la tecnología.	Proyecto Gauss (Líneas notables): http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/triangulo01_baricentro/actividad.html Proyecto Gauss (Teorema de Pitágoras) http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/tales_y_pitagoras/pitagoras/actividad.html

4.3.1. Categorías que se consideraron en el análisis de los resultados de la propuesta didáctica.

Para Asiala (1996), el conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder ante situaciones matemáticas problemáticas reflexionando sobre ellas en un contexto social, construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizándolos en esquemas. A continuación se describen las categorías de análisis consideradas para el análisis de los resultados de la propuesta didáctica. Se debe precisar que se toman elementos de la teoría APOE descrita en el marco teórico los cuáles recordamos sólo para efectos de comprender mejor la información presentada en la siguiente tabla.

Una acción es la transformación de un objeto externo como respuesta a sugerencias de pasos a seguir. Aunque la concepción acción es muy limitada, la construcción de acciones es importante al inicio de la comprensión de un concepto. Por

otro lado, cuando una acción es repetida y la persona reflexiona sobre ella, puede interiorizar la acción en proceso. Una persona posee una concepción proceso de una transformación si su comprensión está restringida a concebirla como un proceso.

Siguiendo las estructuras propuestas, las personas que además reflexionan sobre las acciones aplicadas a un proceso específico adquieren una visión total que les permite construir y reconstruir las transformaciones (acciones o procesos). En este caso decimos que reconstruyen el proceso como un objeto cognitivo. Una persona está en el nivel de concepción objeto de una noción matemática cuando su comprensión le permite tratar las ideas como objetos. Además puede ejecutar acciones en el objeto de ida y vuelta en el proceso.

Finalmente, un esquema es una colección individual de acciones, procesos y objetos, a la que se pueden agregar otros esquemas previamente construidos. Las diversas construcciones se encuentran conectadas en una estructura coherente en la mente del individuo.

A continuación se presenta una tabla que muestra las categorías de análisis de la aplicación del podcast: Diálogos con la ciencia 05 y 06, las cuáles están relacionadas con los elementos de la teoría APOE.

Tabla 7
Categorías de análisis derivados de la aplicación de la propuesta didáctica.

Unidades de análisis	Categorías	Teoría APOE		
		Acción	Proceso	Objeto
Definición de triángulo equilátero y rectángulo	Definiciones geométricas vinculadas al estudio de triángulos	Redacta las definiciones de triángulo equilátero, polígono	Relacionan los elementos de un triángulo en la formulación de definiciones.	
Definición de polígono regular				

Definición de mediana de un triángulo	equiláteros y rectángulos.	regular, mediana y triángulo rectángulo.		
Identificación de propiedades	Identificación y construcciones geométricas vinculadas al estudio de triángulos.		Aplica las propiedades de triángulos.	
Construcciones geométricas			Ejecutan un proceso cuando son capaces de construir con el doblado de papel y con el compás el baricentro y los triángulos equiláteros respectivamente.	
Datos históricos vinculados a los triángulos	Interpretación de nombres y propiedades desde el punto de vista histórico.		Analizan dentro de un proceso de dibujo las relaciones entre lados y ángulos.	
Aplicaciones diversas de los triángulos	Aplicaciones y problemas diversos.			Analizan y reflexionan sobre las potencialidades de la rigidez de los triángulos para el campo de la construcción.
Redacción de problema			Describen y ejecutan un proceso sin imitar necesariamente un método.	

4.3.2. Análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías.

Los dos podcast sobre triángulos fueron aplicados al final del III bimestre del presente año escolar, luego que los estudiantes habían trabajado las propiedades y construcciones de las líneas y puntos notables. Los estudiantes formaron binas para el desarrollo de la propuesta. Asimismo, se recomendó traer consigo hojas de papel, tijeras y compás como materiales de apoyo.

Para la ejecución en clase de la actividad se tomaron dos bloques de clase cada uno de 90 minutos en un intervalo de 2 semanas. En cada uno de los bloques se aplicaron las fichas del triángulo equilátero y del triángulo rectángulo las cuáles se anexan como apéndice C. Durante la emisión de los mismos se iba deteniendo para que los estudiantes discutan y desarrollen las actividades propuestas. Los estudiantes dialogaban y comentaban cuando se escuchaba algo que les era familiar. Es decir, escuchaban y comentaban en intervalos de tiempos para desarrollar algunas construcciones o tomar acuerdos sobre la mejor respuesta a cada una de las preguntas formuladas. Los podcast se repitieron hasta en tres veces por cada sesión.

En cuanto a las definiciones geométricas vinculadas al estudio de triángulos equiláteros y rectángulos, los estudiantes emplearon en cada una de las definiciones los términos correctos, además, que mostraban relaciones entre las magnitudes de los lados y triángulos. Además, que en varios casos acompañaron las definiciones con gráficos los cuáles no se solicitaban explícitamente. Así algunas de las preguntas y respuestas fueron:

¿Qué es la mediana de un triángulo? Es un segmento que une un vértice con el punto medio de su lado opuesto.

¿Qué es un triángulo equilátero?

Es un polígono regular de tres lados y ángulos congruentes.

En referencia a la identificación y construcciones geométricas vinculadas al estudio del triángulo, fue muy positivo observar cómo usaban los instrumentos de dibujo y justificaban ante sus compañeros los trazos que planteaban. Resulta especialmente

relevante mencionar que el triángulo es visto como un ente matemático posible de manipularse empleando determinadas propiedades y transformaciones.

Sobre la interpretación de nombres y propiedades desde el punto de vista histórico, les pareció interesante pues nunca antes se había justificado ante ellos el porqué de ciertas nominaciones para elementos matemáticos. Los estudiantes comprendieron y respondieron acertadamente a la pregunta propuesta ¿Qué explicación se da en relación a los nombres de los lados? ¿Cómo se construían los triángulos rectángulos en la antigüedad? Dibújalo.

En relación a las aplicaciones y problemas propuestos, se necesitaron hacer algunas precisiones en relación al lenguaje ya que se usaron palabras propias del contexto español. Sin embargo, salvo estas aclaraciones resultó interesante el diálogo entablado y las soluciones propuestas a las situaciones planteadas.

Se considera que el aporte más importante fue el relacionado al clima de clase generado con el uso de podcast. Se mantuvo el interés de los alumnos, además, que confirmaban lo que sabían en un contexto algo diferente. El nivel de interacción entre los estudiantes fue también muy positivo.

4.3.3. La entrevista a dos estudiantes.

Se considera relevante para la investigación conocer las impresiones de los estudiantes sobre el significado que tuvo para ellos la aplicación de podcast en clase de geometría. Las apreciaciones y los significados que le atribuyen para el aprendizaje de temas vinculados al estudio del triángulo es un elemento a considerar para valorar la propuesta didáctica. Por ello, luego de la aplicación de la propuesta didáctica nos reunimos con algunos estudiantes y les planteamos puntualmente las dos preguntas siguientes.

1. Describe lo que te gustó y lo que menos te gustó del trabajo desarrollado con podcast en relación al triángulo equilátero y rectángulo.

Alumno A: Lo que más me gustó fue que mantuvo la atención de todos, el diálogo escuchado fue ameno hasta gracioso, pero tenía cosas de la matemática que habíamos estudiado en clase. Escuché algo que entendía porque ya lo habíamos estudiado antes. La clase estuvo amena fue una nueva forma de aprender. Lo que no me gustó fue que por partes no se entendía muy bien, hablaban muy rápido y con algunas palabras que no entendíamos. Felizmente teníamos oportunidad de preguntar luego de esto quedaba claro.

Alumno B: Lo que me gustó fue que combinamos todo lo que habíamos aprendido: construcciones geométricas, el doblado de papel y lo que ya habíamos estudiado. Me gustó que el trabajo fuera en pares, si no entendía algo lo consultaba al compañero. No sabía que había podcast sobre matemática. Lo único que no me gustó es que algunas palabras no las entendía. Además, hablaba de muchas cosas no sólo de matemática por lo que teníamos que estar muy atentos.

2. Con los recursos utilizados, ¿comprendiste mejor algunas propiedades del triángulo?

Estudiante A: Sí las comprendí mejor, tuve la oportunidad de discutir algunas de ellas con mi compañero y corregir algunos errores. También lo del doblado de papel fue interesante. Ahora entiendo lo de los postes de alta tensión lo que mencionaron sobre el triángulo.

Estudiante B: Comprendí y aprendí otras cosas como los nombres del triángulo rectángulo. Siempre mencionas que es importante llamar a las cosas por su nombre correcto, este fue un buen ejercicio para aplicarlo. También creo que esta actividad nos ayudará con el matematch.

De lo anterior se infiere que los estudiantes valoran positivamente el uso de podcast en clase. Los estudiantes evaluaron su comprensión cuando respondían sin mayor dificultad las preguntas formuladas, además, que se sintieron bien porque entendían los diálogos y reafirmaron la familiaridad de los términos matemáticos escuchados. Por otro lado, reconocen que fue interesante, motivador y novedosa la forma como concluyeron con esta actividad el III bimestre escolar.

4.4. Confiabilidad y validez

La presente investigación valida sus resultados sobre la base de un proceso de triangulación que pretende ser exhaustivo en su ejecución. La triangulación es la combinación de dos o más teorías, fuentes de datos o métodos de investigación en el estudio de un fenómeno singular (Denzin, 2000). Para el presente estudio se empleó la triangulación de datos de diferentes fuentes (revisión de la literatura, evaluación diagnóstica y entrevistas semi-estructuradas). También se utilizó la triangulación de

métodos, con el cruce de información de la observación participante y la entrevista a profundidad a los estudiantes luego de la aplicación de la propuesta didáctica.



Figura 194. Tipos de triangulación

La triangulación es un elemento que los investigadores utilizan para ver la misma realidad desde puntos de vista diferentes (Ramírez, 2011). Por otro lado, Smith y Klaine (citado por Mathison, 1988) sugiere que el uso de métodos múltiples desemboca en diferentes imágenes del entendimiento, por lo tanto se intensifica la potencia de los resultados. Se considera que como proceso la triangulación permite asegurar la validez del rigor metodológico de la investigación cualitativa a través del cumplimiento de los criterios de credibilidad, confirmabilidad y transferibilidad. Dentro de este proceso el investigador necesita reconocer el éxito o fracaso en la delineación y mezcla de conceptos, y otorgar la importancia debida a la información procedente de diferentes fuentes de datos. La triangulación es una técnica que provee mejor evidencia con la cual el investigador puede construir proposiciones significativas acerca del entorno social.

Las ventajas de la triangulación han sido explicitadas por diversos autores como Patton (1999), quien indica que este proceso asegura:

- Mayor confianza y validez de los resultados.
- Más creatividad en el abordaje del estudio.
- Más flexibilidad interpretativa.
- Productividad en la recolección y análisis de los datos.
- Más sensibilidad a los grados de variación no perceptibles con un solo método.
- Posibilidad de describir fenómenos atípicos y casos extremos.
- Cercanía del investigador al fenómeno de estudio.
- Posibilidad de innovación en los marcos conceptuales y metodológicos.

Por otro lado, el mismo autor menciona como limitaciones del proceso de triangulación:

- Acumulación de gran cantidad de datos sin efectuar un análisis exhaustivo y completo.
- Dificultad de organización de los materiales en un marco coherente y congruente.
- Mayor complicación para controlar los sesgos que provienen de muy diversas fuentes y con distintas características.
- Carencia de directrices para determinar la convergencia de resultados.
- El enfoque global puede monopolizar los resultados de la teorización y hacer a un lado la teorización de cada método.

En consideración a lo anterior se propone un cuadro de triple entrada de Ramírez, M. (2012) para la triangulación y elaboración de instrumentos que permitan dar validez a los resultados. El cuadro de triple entrada permite la verificación de información por medio de la triangulación y visualizando a sujetos diferentes.

El modelo propuesto por la Dra. Ramírez aplicado al contexto del presente estudio se presenta como anexo D.

5. Conclusiones

Es importante que la práctica educativa sea de adaptación a los cambios. Al mismo tiempo, todo cambio debe ser resultado de una investigación cuidadosa asumiendo el riesgo que el cambio implica. En este sentido, en este quinto capítulo se presentan las conclusiones derivadas de la pregunta de investigación: ¿Cómo la aplicación de recursos

educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria? La información es presentada a través de seis secciones donde se explicitan, a la luz de la información recabada por los instrumentos aplicados y la revisión de la literatura, los principales hallazgos.

Asimismo, en este capítulo se formulan respuestas a los objetivos específicos y generales, las limitantes, debilidades y recomendaciones para investigaciones posteriores. A lo largo de este capítulo estuvo presente un proceso de permanente reflexión sobre la práctica, dado que debíamos evaluar de manera crítica y autocrítica todo el proceso de investigación. Por otro lado, se responde al objetivo general: Analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria. En este contexto, es importante la descripción de las características y circunstancias que acompañan el antes, durante y el después de la aplicación de los REA. En relación a las conclusiones se menciona que las respuestas formuladas desde la perspectiva de los estudiantes, los profesores y la autora del estudio valoran positivamente el uso de los REA como estrategia de aprendizaje que mejora la comprensión geométrica y como un elemento altamente motivador en las aulas de clase.

5.1. Principales hallazgos

A continuación se precisan los principales hallazgos obtenidos de los diferentes instrumentos diseñados para la recolección de datos.

En relación a la aplicación de la prueba diagnóstica:

- Los estudiantes pueden relacionar las propiedades de una figura con otras propiedades de la misma figura, pero en diferentes contextos no pueden establecer esa relación.
- Los estudiantes no poseen el vocabulario propio al nivel que el programa de estudios asume que debían tener.
- Los estudiantes comprenden algunas de las interrelaciones existentes entre diversas propiedades de una figura geométrica cuando se hace que centren su atención en ellas pero si se les presenta dos situaciones aparentemente diferentes por sí mismos no las clasifican como pertenecientes a la misma familia, por lo que les es difícil resolver problemas distintos a los propuestos.

En relación a la entrevista a los docentes:

La entrevista semi-estructurada pretendió conocer lo que es importante y significativo para los profesores en relación al aprendizaje de la geometría y a su experiencia en el uso de recursos educativos abiertos en particular. Para los propósitos del estudio es importante analizar como el docente interpreta las relaciones que se dan entre los estudiantes y el objeto de estudio, y como las estrategias utilizadas son condicionantes para el aprendizaje.

Sobre la forma y momento de uso de estos recursos señalan que depende de la estrategia, pudiendo ser al inicio como motivación, durante el proceso para la formulación de conjeturas, hipótesis, visualización, reforzamiento, o al final para la evaluación. Se debe observar que ninguno de los docentes entrevistados mencionó explícitamente que el uso de estos recursos responde a los objetivos de la clase, es

importante prestar atención a este detalle porque un elemento importante es la incorporación de estos recursos como respuesta a una necesidad concreta formulada en los objetivos de la clase y no como moda o uso sin ninguna razón pedagógica concreta.

Por otro lado, es relevante mencionar que existe la postura de que los REA permiten:

- Mejorar la práctica educativa, al explorar el uso de recursos diseñados por otros.
- Innovar al incorporar cambios en la didáctica de las clases en contextos escolares.
- Diseñar nuevos escenarios de aprendizaje usando tecnología.
- Reutilizar materiales diseñados por otros, lo cual ayuda a reducir el tiempo de diseño o preparación de las clases.

Sobre el impacto del uso de los REA los docentes precisan que el impacto es positivo ya que genera mayor atención y predisposición para aprender, hace la clase más dinámica, facilita la comprensión con el uso de algunos simuladores y potencia los procesos cognitivos. En este sentido los docentes entrevistados reconocen que los recursos educativos abiertos son un factor motivador que hace que el aprendizaje de las matemáticas sea más cercano a la experiencia de los estudiantes. Los docentes también precisan que en sus contextos educativos los cambios vinculados al uso de los recursos educativos abiertos están siendo cada vez más difundidos y aplicados en aulas por los docentes. Sin embargo, precisan que todavía existe una especie de inercia educativa generada principalmente por algunas autoridades institucionales. Por ello, se afirma que

la integración de las TIC en el aula y los recursos educativos abiertos todavía está en proceso.

5.2. Respuesta a los objetivos planteados

Se recuerda que el objetivo general planteado inicialmente en la presente investigación fue: Analizar los procesos involucrados en la aplicación de recursos educativos abiertos (REA) diseñados para mejorar la comprensión de la geometría de estudiantes del nivel de educación secundaria.

Luego del recorrido del estudio con la revisión de la literatura, la selección de la metodología y el diseño de los instrumentos de la recolección de datos; se puede afirmar que la aplicación de los REA implicó el desarrollo de los siguientes procesos:

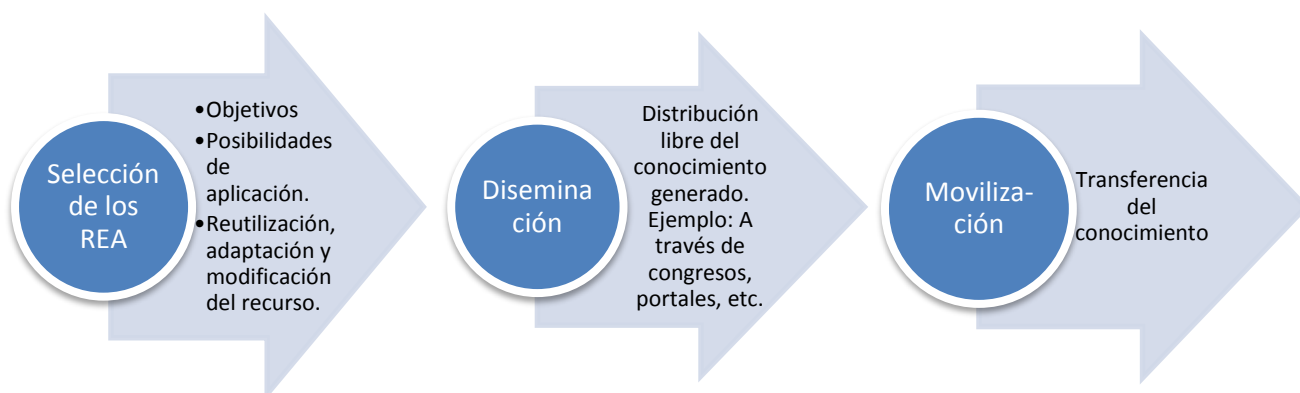


Figura 205. Procesos involucrados en la aplicación de REA

El proceso de la selección de los REA, consideró además los siguientes aspectos relacionadas al dominio y manejo del docente investigador:

- El acceso y manejo adecuado de la información.
- El desarrollo de nuevas competencias.

- La alfabetización digital.
- El conocimiento de aspectos legales y éticos vinculados al uso de recursos educativos abiertos.

El presente estudio también se planteó objetivos específicos, cuyas respuestas presentamos en la siguiente tabla:

Tabla 8
Respuestas a los objetivos específicos propuestos en la investigación

<i>Objetivos específicos</i>	<i>Respuestas</i>
Identificar las dificultades asociadas al estudio de la geometría en estudiantes del nivel de educación secundaria.	Inadecuado empleo del vocabulario básico de elementos y figuras geométricas. No establecen relaciones entre las propiedades de objetos geométricos, pueden establecer algunas relaciones y aplicaciones locales y en contextos particulares. Sin embargo, en contextos ajenos a los matemáticos les cuesta extrapolar propiedades y relaciones.
Seleccionar y justificar la elección de los REA para el aprendizaje comprensivo de temas vinculados al estudio del triángulo.	Los REA seleccionados fueron entre otros los podcast de Radio Ecce: Encuentros con la ciencia. Para la selección de estos se consideró el planteamiento de una necesidad de información vinculado al tema de triángulos, se identificaron las fuentes de información, se reutilizó y adaptó el podcast y finalmente se evaluó la pertinencia de su aplicación.
Evaluar la pertinencia de la aplicación de los REA para el aprendizaje de temas vinculados al estudio del triángulo desde la perspectiva del estudiante.	Altamente positiva desde la perspectiva de los estudiantes. Los estudiantes evaluaron su comprensión cuando respondían sin mayor dificultad las preguntas formuladas, además, que se sintieron bien porque entendían los diálogos y reafirmaron la familiaridad de los términos matemáticos escuchados. Por otro lado, reconocen que fue interesante, motivador y novedosa la forma como concluyeron con esta actividad el III bimestre escolar.
Evaluar la pertinencia de la aplicación de los REA para el aprendizaje de temas vinculados al estudio del triángulo desde la perspectiva del profesor.	Desde la perspectiva de los docentes los REA: Mejoran la práctica educativa al explorar el uso de recursos diseñados por otros, innovan al incorporar cambios en la didáctica de las clases en contextos escolares; además, diseñan nuevos escenarios de aprendizaje usando tecnología. Por otro lado, el reutilizar materiales diseñados por

	otros ayuda a reducir el tiempo de diseño de las clases.
Promover la aplicación de los REA para el aprendizaje de la geometría en estudiantes del nivel de educación secundaria.	Se buscó sensibilizar a los docentes sobre las ventajas de la utilización de los REA en contextos educativos a través de la difusión de los resultados iniciales del estudio en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM) y la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME).

Otro aspecto vinculado a los anteriores y que desde la perspectiva de la investigadora se puede aportar es que existen restricciones de origen matemático y didáctico que impiden la comprensión de temas geométricos en el segundo grado de secundaria

5.3. Respuesta a la pregunta de investigación

La pregunta de investigación formulada fue ¿Cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria?

La respuesta a este cuestionamiento es que la implementación de recursos educativos abiertos facilita la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del segundo grado de secundaria. En el caso del estudio desarrollado, los podcast fueron utilizados como recursos de cierre, ya que la mayoría de ellos involucraban el conocimiento previo de nociones geométricas. Por otro lado, los ODA (objetos digitales de aprendizaje) del proyecto Gauss se emplearon según el caso como motivadores al inicio de las clases o como desarrolladores de proyectos. Además, los REA estimulan la interactividad y la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes. El ambiente de aprendizaje del aula de clase se ve enriquecido con el uso de recursos que le dan significado a los contenidos geométricos y a sus aplicaciones. Esto

se correlaciona con los resultados obtenidos por Soto, S., Herrera, N. y Nappa, N. (2012), quienes abordan el estudio del impacto del uso de recursos educativos abiertos, como estrategia de enseñanza, para el aprendizaje significativo de conceptos geométricos. Estudio donde los principales hallazgos revelaron que la implementación de este recurso enriquece el proceso de enseñanza aprendizaje.

El principal aporte de la aplicación de los REA fue a nivel de motivación e involucramiento de los estudiantes en las actividades propuestas, por otro lado el rendimiento académico en las secciones B y C fue significativamente mejor que en las otras dos secciones. En referencia a esto cabe precisar que en los bimestres anteriores el rendimiento académico mantuvo la tendencia B y C mejores resultados. Sin embargo, en el III bimestre del año escolar 2013 el rendimiento de estas dos secciones fue significativamente superior.

Los aspectos antes señalados se correlacionan positivamente con los supuestos iniciales planteados al inicio de la presente investigación. Cabe señalar que estos recursos se plantearon dentro de una propuesta de unidad planteada sobre la base de indicadores y capacidades programados al inicio del tercer bimestre del año escolar 2013.

5.4. Limitantes en la investigación

Dada la relevancia del estudio y sus implicaciones en la generación de ambientes de aprendizaje enriquecidos con tecnología a nivel de la educación matemática escolar, es importante observar críticamente lo desarrollado e identificar algunas limitaciones del estudio. La primera limitación del estudio es la relacionada al tiempo para la puesta en

práctica de la propuesta didáctica. En la institución educativa donde se aplicó la propuesta hubo algunas interferencias relacionadas con actividades pastorales que tomaron horas de clase y que de alguna manera generaron tensiones en relación a la posibilidad de ejecución de la propuesta. Por otro lado, la recolección de datos por parte de los docentes significó un tiempo mayor al planificado, debido a problemas de horario y viajes de los docentes entrevistados y de la propia autora del estudio. Tal vez la inversión de un tiempo mayor donde los aspectos fortuitos y de alguna manera condicionantes sean controlados, permitiría mayor profundidad en la investigación. Otro aspecto considerado como limitante fue que al inicio resultó algo complicado elegir los REA adecuados. Sin embargo, la evaluación de la calidad del contenido, el diseño y presentación, la usabilidad, accesibilidad y el valor educativo del mismo fueron orientadores en este proceso.

5.5. Debilidades de la investigación

Se debió considerar algunos cambios vinculados al uso de dialectos propios del país del cual se eligieron los podcast. Así como al contexto de uso monetario en los ODA. A este respecto, Siemens (2012) afirma que si se importa contenido de aprendizaje, este se debe cambiar, adaptar, experimentar a cada realidad, y luego exportarlo nuevamente a otros lugares. En la enseñanza de la geometría elemental se promueve el uso de software educacionales y de recursos educativos abiertos que desde su diseño constituyan herramientas cognitivas para la comprensión de tópicos geométricos. Situación que debió superarse para la mejor comprensión de los audios y significatividad de los contextos de las situaciones propuestas.

5.6. Recomendaciones para futuras investigaciones

En el marco de los resultados obtenidos habría que cuestionarse si la ejecución de un estudio similar en la realidad de una institución educativa nacional tendría los mismos resultados. Así para Valentini y Soares (2005), es crucial que se considere que: hay una reestructuración del rol del profesor y de los estudiantes, el foco está en el aprendizaje no en la enseñanza, el profesor es el guía u orientador y que el desarrollo de competencias se da a través de la interacción. Por ello, se recomienda desarrollar más investigaciones empíricas y formales sobre el valor pedagógico de los REA, analizando su impacto en contextos de educación a nivel secundaria.

Otro aspecto que resultaría relevante es desarrollar estudios sobre el uso específico de podcast en otros campos de la matemática.

Por otro lado, también sería interesante analizar la formación de comunidades institucionales y regionales de educadores con el fin de facilitar el intercambio de experiencias, la transferencia de conocimiento y el desarrollo de habilidades para el uso, difusión y producción de REA.

Referencias

- Aguirre, A. (1995). *Etnografía. Metodología cualitativa en la investigación sociocultural*. Madrid, España: Editorial Boixareu.
- Alvarado, Z. (2002). *Software Educativo Hipermedia Como Herramienta Tecnológica para el Aprendizaje de la Geometría*. Trabajo de Grado (MSc. en Informática Educativa). Universidad Dr. Rafael Belloso Chacín, Decanato de Investigación y

Postgrado, Maestría en Informática Educativa, Maracaibo. Recuperado de <http://scholar.google.es/scholar?hl=es&q=recurso+educativos+abiertos+para+la+ense%C3%B1anza+de+la+geometr%C3%ADa&btnG=&lr=>

- Álvarez, A., Brunel, N. y Díaz, A. (2007). Uso de recursos educativos abiertos para fomentar el razonamiento matemático en alumnos del nivel medio superior. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8. 1-19. Recuperado de http://www.ride.org.mx/pdf/tutoria_y_couching/04_tutoria_y_couching.pdf
- Artigue, M. (1995). El lugar de la didáctica en la formación de profesores. En M. Artigue, M. Douday, R. I. Moreno y P. Gómez, (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. (pp. 7-33). Bogota, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Asiala, M., A. Brown, D., DeVries, E. Dubinsky, D. Mathews y K. Thomas. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education", *Research in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education*, 6, 1-32.
- Babbie, E. (2000). Fundamentos de la investigación social. México: Thomson.
- Badilla, L. (2006). Fundamentos del paradigma cualitativo en la investigación educativa. *Revista de Ciencias del Ejercicio y la Salud*, 4 (1), 42-51. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/pem/article/view/411/402>
- Báez, R. y Iglesias, M. (2007). Principios Didácticos a Seguir en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática 12 al 16*, 67-88.
- Balci, B. y Inceoglu, M. (2006). Reusable Learning Objects (RLOs) for Computer Science Students, en: M. Gavrilova et al. (Eds.): ICCSA 2006.
- Baldin, Y. (2002). Utilizações Diferenciadas de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática (Differentiated uses of computer resources in the Teaching of Mathematics). In L. M. Carvalho and L. C. Guimarães, (Org). *História e Tecnologia no Ensino da Matemática* (pp. 29-37). Rio de Janeiro: IME-UERJ.
- Bartolini, M. (2007). Semiotic mediation: fragments from a classroom experiment on the coordination of spatial perspectives. *ZDM Mathematics Education* 39, 63-71.
- Bittar, M. (2000). Informática na Educação e Formação de Professor no Brasil. En: *Anais do 1º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Serra Negra, Sao Paulo: SBEM- Sociedades Brasileira de Educação Matemática, v. único. P. 224-230.

- Borda, M.C. y Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. New York: Springer.
- Boyer, C. (1996). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Brandão, P. C. R. (2005). *O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul*. Tesis (Maestría en Educación Matemática). Universidad Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil.
- Bueno-Ravel, L., y Gueudet, G. (2009). Online Resources in Mathematics, Teachers' Geneses and Didactical Techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14, 1-20. doi:10.1007/s10758-009-9143-0
Canadian and Mexican perspectives on open access and online learning. Quebec City, Canada: 11th North American Higher Education Conference (CONAHEC).
- Careaga, A. y Ramírez, A. (2011). An Open Network of Digital Production Centers: Empowering schools, teacher, NGOs and communities with educational multimedia creation capabilities. En M. Browdon y R. G. Carpenter (Eds), *higher education, emerging technologies and community partnerships: concepts, models and practices*. Hershey, EUA: Igi Global.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). *Representación y modelización*. En la educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: Horsori/ICE UAB. P. 95-124.
- Consejo Europeo (2007). *Declaración de Berlín sobre acceso abierto al conocimiento en ciencias y humanidades*.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA, EE.UU: Sage.
- Daniels, H. (2003). *Vygostky y la pedagogía*. España, Barcelona: editorial Paidós. Capítulo 4: Aplicaciones educativas de la teoría sociocultural y de la actividad, pp. 139-184.
- De Souza, S. & Andrada, O. (2009, enero). *El desarrollo del pensamiento geométrico en clases virtuales de geometría descriptiva impartidas desde un enfoque socio-constructivista*. Trabajo presentado en el VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Puerto Montt, Chile.
- Declaración de París. (2012). *Congreso Mundial sobre los Recursos Educativos Abiertos*. París. Recuperado de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/CI/CI/pdf/Events/Spnish_Paris_OER_Declaration.pdf
- Denzin, N., Lincoln Y., editors. (2000). *Handbook of qualitative research*. (2nd ed.) Thousand Oaks: Sage Publications.

- Díaz- Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw- Hill.
- Evans, C. (2008). The effectiveness of m-learning in the form of podcast revisión lectures in higher education. *Computer and Education*, 50 (2), 491-498.
Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131507001182>
- Fountain, R. y Mortera, F. (2007). *Rethinking distance education in North America*:
- Gallart, M., Forni, F., Vasilachis de Gialdino, I. (1993). *Métodos cualitativos II: La práctica de la investigación*. Buenos Aires, Argentina: Centro Editor de América Latina.
- Godino, J. D. (2000). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 7(25), 77-87.
- Godino, J. D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen? *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8(29), 9-19.
- Guillen, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación matemática. Santillana*, 16(3). 103-125.
- Guzman, I. (2009). Actividades Geométricas en la enseñanza: Análisis desde el punto de vista cognitivo. *Unión (19)*, 22-33. Recuperado de http://www.fisem.org/web/union/revistas/19/Union_019_007.pdf
- Hammersley, M. y Atkinson, P. (1994). *Etnografía. Métodos de investigación*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.W. Grouws (Ed.), *Handbook of research in teaching and learning of mathematics* (pp. 65-97). New York, EE.UU: Macmillan.
- Ibarra, M. (2006) *Estrategias de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en una preparatoria federal*. Tesis de maestría no publicada. Disponible en la Escuela de Graduados en Educación de la Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey. Recuperado de <http://biblioteca.itesm.mx/cgi-bin/doctec/opendoc?cual=5455>
- International Society for Technology in Education (ISTE). (2007). *National Educational Technology Standards*. Recuperado de <http://www.iste.org/inhouse/nets/cnets/index.html>

- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Linares, M. Sánchez, *Teoría y práctica en educación matemática* (pp.295-384). Sevilla, España: Alfar.
- Jasso, F. J. (2009). *Manual de los tres pasos* [tutorial]. Disponible en la Escuela de Graduados en Educación de la Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey. Recuperado de <http://www.ruv.itesm.mx/portal/promocion/qs/biblioteca/manual/homedoc.htm>
- Jonassen, D.H. (1995). Computer as cognitive tools: learning with technology and not from technology. *Journal of Computing in Higher Education* 6 (2), 40-73.
- Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (4), 338-355.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. USA: Thousand Oaks. CA, Sage.
- Lakoff y Núñez (2000). *Where mathematics come from*. New York: Basic Books.
- Learning Technology Standards Committee (2002). *IEEE Standard for Learning Object Metadata. IEEE Standard 1484.12.1*, Institute of Electrical and Electronics Engineers. Recuperado de http://ltsc.ieee.org/wg12/files/IEEE_1484_12_03_d8_submitted.pdf
- López, J. (2007). Recursos Educativos abiertos (REA). *Eduteka*. Recuperado de <http://www.eduteka.org/OER.php>
- Martín, J., Beltrán, J. y Pérez, L. (2003) *Cómo aprender con Internet*. Madrid: Foro Pedagógico de Internet.
- Martínez, M. (2004). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas.
- Martínez, M. (2006). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas.
- Mata, F. (2006). *Análisis sobre el razonamiento en el aprendizaje de los conceptos de geometría analítica: El caso particular de las secciones cónicas aplicando el método de Van Hiele*. (Tesis de maestría). De la base de datos del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.
- Mathison, S. (1988). *Why Triangulate? Educational Researcher*. Washington, DC: AERA.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research. A guide to design and implementation*. San Francisco, CA, EE.UU: Jossey Bass.
- Miles, M. B. y Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: A source book of new methods*. Thousand Oaks, CA, EE.UU: Sage.

- Ministerio de Educación de la República del Perú (2005). Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004. *Informe pedagógico de resultados*. Recuperado de http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaS3_5.pdf
- Ministerio de Educación de la República del Perú & Unidad de Medición de la Calidad. (2005). *IV evaluación nacional del rendimiento estudiantil -2004. Resultados* [presentación en pdf]. Recuperado de http://www.oei.es/quipu/peru/eval_rendimientos2004.pdf
- Ministerio de Educación de la República del Perú. (2006). *Guía para el Desarrollo del Pensamiento a través de la Matemática*. Lima: Autor.
- Nappa, N. y Pandiella, S. (2012). Estudio y aplicación de objetos de aprendizaje a través del uso de recursos educativos abiertos. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 1 (39), 1-17. Recuperado de http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec39/pdf/Edutec-39_Nappa_Pandiella.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards in School Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nesbit, J.C., Li, J.Z. and Leacock, T.L. (2005). Web-Based Tools for Collaborative Evaluation of Learning Resources. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, 3, (5). Recuperado de <http://www.iiisci.org/journal/sci/Contents.asp?var=&previous=ISS2829>
- OECD. (2007). Giving knowledge for free: The emergence of open educational resources. ISBN-978-92-64-03174-6. Recuperado de <http://www.oecd.org/edu/cei/38654317.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2004/2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. (Trad. por M. Rodríguez, V. Gordo y J. García). España: Santillana Educación. Recuperado de <http://www.oecd.org/dataoecd/59/1/39732493.pdf>
- Pacheco, J. (2000). *Desarrollo de un software educativo para el aprendizaje de la Geometría Plana de Séptimo Grado. Caso: UE. Colegio Nuestra Señora de Chiquinquirá*. (Tesis de maestría). Trabajo Especial de Grado (MSc. en Informática Educativa). Universidad Dr. Rafael Beloso Chacín, Decanato de Investigación y Postgrado, Maestría en Informática Educativa, Maracaibo. Recuperado de

<http://scholar.google.es/scholar?hl=es&q=recursos+educativos+abiertos+para+la+ense%C3%B1anza+de+la+geometr%C3%ADa&btnG=&lr>

- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative evaluation methods*, Thousand Oaks, CA, EE.UU. Sage.
- Pérez, S. y Guillén, G. (2007). Planeamiento de un proyecto de investigación sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la Geometría y su enseñanza. En P. Bolea, M. Camacho, P. Flores, M. Gómez, J. Murillo y M.T. González (Eds.). *Investigación en Educación Matemática*. Comunicación de los grupos de investigación XI Simposio de la SEIME, Octubre, Tenerife.
- Perkins, D. (2012). Ciclo de Conferencias Internacionales de Educación y Tecnología. Fundación telefónica. Recuperado de <http://www.educared.org>
- Ramírez, A. y Careaga, A. (2012). Recursos educativos estrictamente abiertos: el movimiento de cultura libre y acceso a la información como marco de referencia para la definición de un REA. *Movimiento Educativo Abierto: acceso, colaboración y movilización de recursos educativos abierto*, 1. 11- 22. Recuperado de <https://sites.google.com/site/redclarise/>
- Ramírez, M. (2012). Triangulación de instrumentos para el análisis de datos. Video de la Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey.
- Ramírez, M. y Burgos, A. (2010). *Recursos educativos abiertos en ambientes enriquecidos con tecnología: Innovación en la práctica educativa*. México: ITESM. Recuperado de <http://tinyurl.com/bookREA>
- Rosas, A. & Kerlegand, C. (2009, enero). *Resultados de una investigación utilizando el modelo de Van Hiele en el estudio de dos propiedades de la circunferencia aplicando cabri*. Trabajo presentado en el VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Puerto Montt, Chile.
- Rubin, A. (2000). Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education. Recuperado de <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>
- Sadovsky, P., Parra, C., Itzcovich, H. y Broitman, C. (1998). *Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Sánchez, J. (2000, diciembre). *Aprender con Internet: Mitos y realidades*. Trabajo presentado en las Actas del V Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. Viña del Mar, Chile.

- Sánchez, M. y Solano, I. (2010). Aprendiendo en cualquier lugar: El podcast educativo. *Revista de Medios y Educación*, (36), 125-139. Recuperado de <http://www.redalyc.org/toc.oa?id=368&numero=15128>
- Santos, M. y Barrera, F. (2011). High School Teachers' Problem Solving Activities to Review and Extend Their Mathematical and Didactical Knowledge. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies (PRIMUS)*, 21 (8), 699-718.
- Schoenfeld, A. (1989). Explorations of student's mathematical beliefs and behavior. *In Journal of Research in Mathematics Education*, 20 (4), 338-355.
- Schroeder, T. (1987). Students' understanding of mathematics: A review and synthesis of some recent research. En J. Bergeron, N. Herscovics y C. Kieran (Eds.), *Psychology of mathematics education XI*. (3), 332-338). Montreal, EE.UU: PME.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22, 1-36.
- Sharygin, I. (2004). On the concept of School Geometry. En J. Wang & B. Xu (Eds.). *Trends and challenges in Mathematics Education* (pp. 43-51). Shanghai: East China Normal University Press.
- Siemens, G. (2012, septiembre). *El aprendizaje en entornos conectivos*. Ciclo de Conferencias Educación y Tecnología, Buenos Aires, Argentina.
- Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the learning of mathematics*, 10 (3), 24- 41.
- Soler, P. (1997). *La investigación cualitativa en marketing y publicidad*. Barcelona, España: Paidós.
- Soto, S., Herrera, N. & Nappa, N. (2012). Recursos educativos abiertos en el aprendizaje significativo de la geometría tridimensional. *Movimiento educativo abierto: acceso, colaboración y movilización de recursos educativos abiertos*. 43-52. Recuperado de http://www.uv.mx/personal/albramirez/files/2012/05/REA_libro.pdf#page=45
- Spradley, J. (1980). *Participant observation*. New York: Holt. Rinehart and Winston.
- Taylor, S. J. y Bogdan, R. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

- Toumasis, C. (1990). The epos of Euclidean geometry in greek secondary education (1836-1985): Pressure for change and resistance. *Educational Studies in Mathematics* 21, 491-508.
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior, *Educación Matemática*, 7, 5-31.
- U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. (2003). *Technology in schools: Suggestions, tools, and guidelines for assessing technology in elementary and secondary education*. Recuperado de <http://nces.ed.gov>
- UNESCO (2008). *Estándares de competencia en TIC para docentes*. Londres. Recuperado de <http://www.eduteka.org/EstandaresDocentesUnesco.php>
- Valentini, C., y Soares, E. (2005). Fluxos de Interação: uma experiência com ambiente de aprendizagem na Web (Interaction Flows: an experience with the learning environment on the Web). In C. B. Valentini and E. M. S. Soares, (Org.), *Aprendizagem em ambientes virtuais: compartilhando idéias e construindo cenários v. 1* (pp. 77-86). Caxias do Sul: EDUCS.
- Valenzuela, J. R., & Flores, M. (2011). *Fundamentos de investigación educativa*. Monterrey, N.L., México: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.
- Van Hiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina Van Hiele-Geldof and P.M. Van Hiele* (pp. 242-252). Brooklyn: Brooklyn College.
- Vecino Rubio, F. (2003). La consideración de distintas representaciones geométricas y su influencia en la proposición de una didáctica coherente de la geometría. En M. Chamorro Plaza, J. de María González, R. Duval, R. Pérez Gómez, L. Ruiz Higuera, M. Salin y F. Vecino Rubio. *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia de España.
- Wertheimer, M. (1991). *El pensamiento Productivo*. Barcelona: Paidós.
- Zemelman, S. Daniels, H. y Hyde, A. (2005). *Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*. Portsmouth. Heinemann. Recuperado de <http://www.heinemann.com/shared/onlineresources/E00744/sample>.

Apéndices

Apéndice A: Entrevista para profesores en ejercicio sobre su práctica pedagógica

Objetivos: Evaluar la pertinencia de la aplicación de los recursos educativos abiertos para el aprendizaje de la geometría a nivel escolar desde la perspectiva del profesor.

I. Datos generales

1. Nombre:.....

2. Institución(es) en la que labora:.....

3. Grado o grados en los que enseña actualmente:.....

4. Grados del nivel secundario en los que ha enseñado geometría:
.....

II. Sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría

1. ¿Cuánto tiempo, en horas de clase, suele dedicarle a la enseñanza de la geometría?
.....
.....

2. ¿Qué estrategias metodológicas emplea para la enseñanza de temas geométricos?
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Luego de haber desarrollado sus clases ¿cómo sus estudiantes demuestran haber aprendido?
.....
.....
.....
.....

4. ¿Cuáles son las principales dificultades que tienen sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría? ¿Por qué cree que esto se da?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

5. ¿Cuáles son los temas geométricos donde demuestran mayor logro de aprendizajes? ¿Por qué cree que esto se da?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

6. ¿Considera necesario hacer cambios en la enseñanza de la geometría?

Si () No ()

De ser afirmativa su respuesta, ¿qué cambios propondría para el estudio de la geometría a nivel escolar?

.....
.....
.....
.....
.....

III. Sobre el uso de los recursos educativos abiertos

7. ¿Conoce o ha usado recursos educativos abiertos en su clase de geometría?

Si () No ()

De ser afirmativa su respuesta,

8. ¿Qué recursos educativos abiertos ha utilizado?

.....

.....
.....
.....
.....

9. ¿En qué momento de su clase y cómo utilizó los recursos educativos abiertos?

.....
.....
.....
.....
.....

10. ¿Qué diferencias considera que hay en una clase que aplica recursos educativos abiertos en comparación con las que no los usan?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

11. ¿Cuál cree que es el impacto que tiene en el aprendizaje de los estudiantes la aplicación de recursos educativos abiertos?

.....
.....
.....
.....
.....

12. ¿Qué recomendación daría a los docentes que están interesados en la aplicación de recursos educativos abiertos?

.....
.....
.....
.....

Apéndice B: Unidad pedagógica N° 3
EL MUNDO DE LA GEOMETRÍA EN LAS CONSTRUCCIONES
Semana 1 y 2: del 12 al 23 de agosto

Dimensión	Indicador de proceso	Contenidos	Actividades orientadas a que los alumnos logren el o los indicadores	Tiempo	Evaluación/ Indi-instrumentos	Recursos
Cognitiva	<p>CO 1.1 Conceptualiza y elabora pensamiento aplicando estrategias de aprendizaje.</p> <p>CO 2.2 Plantea estrategias de participación colectiva para afrontar problemas de interés común.</p>	<p><u>C. Procedimentales:</u></p> <p>CO1.1.1 Estructura los pasos adecuados para conducir a la consecución de un propósito determinado.</p> <p>CO1.1.2 Evalúa estrategias de aprendizaje para elegir la más adecuada a las situaciones matemáticas planteadas.</p> <p>CO2.2.1 Evalúa la pertinencia de buscar otros registros de representación y soluciones frente a los problemas planteados.</p> <p>CM 1.3.1 Aplica estrategias de comprensión antes, durante y después de leer información matemática con diferentes registros de representación.</p>	<p>MATEMÁTICA INICIO</p> <ul style="list-style-type: none"> Se presentan el video: interpretación geométrica de la factorización http://www.youtube.com/watch?v=wIDLjMA tCIE Luego responden a la pregunta: ¿Qué relación se muestra entre el área de un cuadrilátero y el trinomio cuadrado perfecto? Visualizan la relación entre el álgebra y la geometría, enfatizando que son diferentes formas de representación. <p>PROCESO</p> <ul style="list-style-type: none"> El profesor brinda herramientas teóricas para familiarizarse con la terminología básica. Analizan y aplican los cocientes notables. Completan la última parte de la ficha de trabajo. Discuten y plantean la solución del caso presentado en PPT. 	6 bloques	<p>Lista de cotejo: Respetar las intervenciones y participación de sus compañeros, además de demostrar empeño y dedicación frente al área.</p> <p>Rúbrica: Evalúa situaciones y aprende de los errores al identificar los requerimientos de las actividades planteadas, a través del cumplimiento de sus deberes.</p> <p>Evaluaciones cortas: Evalúa situaciones y aprende de sus errores</p>	<ul style="list-style-type: none"> Libro de texto Matemática para todos 2 Libro de Razonamiento Matemático 2 Multimedia Páginas webs de referencia Y objetos digitales de aprendizaje.

Comunicativa	CM 1.3 Interpreta el contenido de mensajes que recibe a través de distintos lenguajes.	AF 2.1.1 Participar en la creación de un ambiente de aprendizaje que le permita reconocerse y expresarse. <u>C. Actitudinales:</u>	<ul style="list-style-type: none"> • Analizan y aplican según el caso diferentes procedimientos para la factorización de polinomios. • Corrigen el trabajo de sus compañeros. • Efectúan ejercicios en el cuaderno y comparten sus respuestas (Actividades en clase: Material adicional). • Práctica para la casa: http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra/ide 	al resolver ejercicios en clase.	
--------------	--	---	--	----------------------------------	--

<p>AF 2.1 Busca los soportes más adecuados para superar sus dificultades y culminar proyectos.</p>	<p>CO1.1.3 Disposición para la reflexión al momento de elegir el tipo de pensamiento para determinar una secuencia de pasos a seguir.</p> <p>CO1.1.4 Interés y motivación para explorar nuevas estrategias.</p> <p>CO2.2.2 Persistencia en la búsqueda de soluciones ante un problema matemático.</p> <p>CM 1.3.2 Valora el intercambio positivo y crítico de ideas para una comunicación asertiva y democrática en el contexto de la resolución de problemas matemáticos</p> <p>AF 2.1.2 Respeto a las opiniones de sus compañeros y búsqueda de logros en situaciones matemáticas planteadas.</p> <p><u>C. Conceptuales:</u> MATEMÁTICA Polinomios y factorización Cocientes notables. Factor común monomio y polinomio. Diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto y completamiento de cuadrados. Método del aspa.</p>	<p>ntidades/cuadrado de un binomio/actividad.html la cual deben presentar en una hoja aparte.</p> <p>CIERRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Metacognición: Responden a la pregunta. ¿Qué aprendieron? ¿Qué aplicaciones tiene lo aprendido? • El profesor refuerza positivamente las intervenciones en clase. • Tarea para la casa. <p>MATEMÁTICA APLICADA</p> <p>INICIO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observan el video aprendiendo geometría: http://www.youtube.com/watch?v=iUo2ZOPcT2c <p>En el cual se enfatiza la importancia de superar las dificultades asociadas al estudio desorganizado de temas geométricos.</p> <p>PROCESO</p> <ul style="list-style-type: none"> • A través de la presentación de los casos de la pág. 88 comprenden y analizan la posibilidad o imposibilidad de construcción de triángulos con dimensiones dadas. • Resuelve los casos 2, 5, 6 y 8 en clase colaborativamente. • Construyen y ubican líneas y puntos notables en un triángulo escaleno. • Resuelven en grupo las actividades propuestas en las páginas 103 y 105. • Visualizan: Puntos y rectas notables triángulo 		
---	--	--	--	--

Ecuaciones y sistema de ecuaciones de primer grado

Resolución de ecuaciones con una incógnita.

Resolución de problemas.

Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones.

Inecuaciones de primer grado

Resolución de inecuaciones de primer grado.

Problemas con inecuaciones.

MATEMÁTICA APLICADA

Construcciones y desigualdad triangular.
Puntos y líneas notables.

Congruencias de triángulos.

Actividades de construcción con geogebra.

Construcción de cuadriláteros (elaboración de cometas).

<http://201.151.86.181/televideoteca/segundo/list.jsf>

- Escuchan el podcast: diálogos con la ciencia: *el triángulo*. http://www.ivoox.com/dialogos-ciencia-05-el-triangulo-audios-mp3_rf_1568048_1.html?autoplay=1
- Se deja como tarea la demostración de que la suma de los ángulos internos es 180° , del cual se habla en el audio.

CIERRE

- Observan y analizan el objeto digital de aprendizaje http://www.desarrollomultimedia.cl/digitales/html/oda_html/tipoResolucionProblemas/8/
- Se aplica la metacognición: ¿Qué aprendimos?

--	--	--	--	--	--	--

Semana 3,4 y 5: del 26 de agosto al 13 de setiembre

Dimensión	Indicador de proceso	Contenidos	Actividades orientadas a que los alumnos logren el o los indicadores	Tiempo	Evaluación/ Indi-instrumentos	Recursos
------------------	-----------------------------	-------------------	---	---------------	--	-----------------

Cognitiva	<p>CO 1.1 Conceptualiza y elabora pensamiento aplicando estrategias de aprendizaje.</p> <p>CO 2.2 Plantea estrategias de participación colectiva para afrontar problemas de interés común.</p>	<p>C. Procedimentales:</p> <p>CO1.1.1 Estructura los pasos adecuados para conducir a la consecución de un propósito determinado.</p> <p>CO1.1.2 Evalúa estrategias de aprendizaje para elegir la más adecuada a las situaciones matemáticas planteadas.</p> <p>CO2.2.1 Evalúa la pertinencia de buscar otros registros de representación y soluciones frente a los problemas planteados.</p> <p>CM 1.3.1 Aplica estrategias de comprensión antes, durante y después de leer información matemática con diferentes registros de representación.</p>	<p>MATEMÁTICA INICIO</p> <ul style="list-style-type: none"> Presentación visual de un caso en el que se necesita factorizar aplicando el método del aspa. <p>PROCESO</p> <ul style="list-style-type: none"> Visualizan un applet en el que se usa la representación por medio de balanzas para la solución de ecuaciones. http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra/ecuaciones/balanza_enteros/actividad.html Analizan y resuelven problemas que implican la solución de ecuaciones de las páginas 76, 79 y 80 de su libro de trabajo. Corrigen el trabajo de sus compañeros. Efectúan ejercicios en el cuaderno y comparten sus respuestas. <p>CIERRE</p> <ul style="list-style-type: none"> Metacognición: Responden a la pregunta. ¿Qué aprendieron? ¿Qué aplicaciones tiene lo aprendido? El profesor refuerza positivamente las intervenciones en clase. Visualizan resolución de sistemas de ecuaciones II http://www.televisioeducativa.gob.mx/index.php/videos-telesecundaria Tarea para la casa. 	6 bloques	<p>Lista de cotejo: Respetar las intervenciones y participación de sus compañeros, además de demostrar empeño y dedicación frente al área.</p> <p>Rúbrica: Evalúa situaciones y aprende de los errores al identificar los requerimientos de las actividades planteadas, a través del cumplimiento de sus deberes. Elabora estrategias que le permiten identificar ideas claves y relacionar la matemática con el contenido de un video.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Libro de texto Matemática para todos 2 Libro de Razonamiento Matemático 2 Multimedia Páginas webs de referencia: CD: Sistema de medición gráfica.
	Comunicativa	<p>CM 1.3 Interpreta el contenido de mensajes, que recibe a través de distintos lenguajes.</p>	<p>AF 2.1.1 Participar en la creación de un ambiente de aprendizaje que le permita reconocerse y expresarse.</p> <p>C. Actitudinales:</p>			

AF 2.1 Busca los soportes más adecuados para superar sus dificultades y culminar proyectos.

CO1.1.3 Disposición para la reflexión al momento de elegir el tipo de pensamiento

para determinar una secuencia de pasos a seguir.

CO1.1.4 Interés y motivación para explorar nuevas estrategias.

CO2.2.2 Persistencia en la búsqueda de soluciones ante un problema matemático.

CM 1.3.2 Valora el intercambio positivo y crítico de ideas para una comunicación asertiva y democrática

en el contexto de la resolución de problemas matemáticos

AF 2.1.2 Respeto a las opiniones de sus compañeros y búsqueda de logros en situaciones matemáticas planteadas.

C. Conceptuales:

MATEMÁTICA

Polinomios y factorización

Cocientes notables.

Factor común monomio y polinomio.

Diferencia de cuadrados, trinomio

cuadrado perfecto y completamiento de cuadrados.

MATEMÁTICA APLICADA

INICIO

- Se revisa de la sesión anterior la tarea. Analizan y encuentran semejanzas con lo desarrollado en la clase anterior:
<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/angulos.htm>
- Analizan y responden a las preguntas 1,2 y 3.
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/triangulo01_baricentro/actividad.html

PROCESO

- Analizan los diferentes casos de congruencia y los aplican a la solución de problemas a las situaciones planteadas en el libro pág. 90, 93 y 99.
- Desarrollan habilidades relacionadas con el trabajo, actitudes de rigor, perseverancia y análisis de sus procedimientos.

CIERRE

- Se aplica la metacognición: ¿Qué aprendimos? ¿Cuáles son los pasos que debo seguir para resolver problemas de congruencia?

Método del aspa.

Ecuaciones y sistema de ecuaciones de primer grado

Resolución de ecuaciones con una incógnita.

Resolución de problemas.

Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones.

Inecuaciones de primer grado

Resolución de inecuaciones de primer grado.

Problemas con inecuaciones.

MATEMÁTICA APLICADA

Construcciones y desigualdad triangular.
Puntos y líneas notables.

Congruencias de triángulos.

Actividades de construcción con geogebra.

Construcción de cuadriláteros (elaboración de cometas).

--	--	--	--	--	--	--

Semana 6, 7 y 8: del 16 de setiembre al 04 de octubre

Dimensión	Indicador de proceso	Contenidos	Actividades orientadas a que los alumnos logren el o los indicadores	Tiempo	Evaluación/ Indi-instrumentos	Recursos
------------------	-----------------------------	-------------------	---	---------------	--	-----------------

Cognitiva	<p>CO 1.1 Conceptualiza y elabora pensamiento aplicando estrategias de aprendizaje.</p> <p>CO 2.2 Plantea estrategias de participación colectiva para afrontar problemas de interés común.</p>	<p>C. Procedimentales:</p> <p>CO1.1.1 Estructura los pasos adecuados para conducir a la consecución de un propósito determinado.</p> <p>CO1.1.2 Evalúa estrategias de aprendizaje para elegir la más adecuada a las situaciones matemáticas planteadas.</p> <p>CO2.2.1 Evalúa la pertinencia de buscar otros registros de representación y soluciones frente a los problemas planteados.</p> <p>CM 1.3.1 Aplica estrategias de comprensión antes, durante y después de leer información matemática con diferentes registros de representación.</p>	<p>MATEMÁTICA INICIO</p> <ul style="list-style-type: none"> Analizan y dar respuesta a las actividades planteadas en una lectura con contenido matemático relacionada a los métodos de factorización utilizados en la antigüedad. Responden luego a la pregunta: ¿Cómo surgió el conocimiento de estos temas? ¿Fue una labora individual o cooperativa? <p>PROCESO</p> <ul style="list-style-type: none"> El profesor brinda herramientas teóricas para familiarizarse con la terminología básica. Dar respuesta a algunas preguntas planteadas en http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/tales_y_pitagoras/pitagoras/actividad.html Deducen el algoritmo para el cálculo de los cocientes notables. Corrigen el trabajo de sus compañeros. Efectúan ejercicios en el cuaderno y comparten sus respuestas (Actividades en clase: Material adicional). Tarea para la casa propuesto en http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra/ecuaciones/sistema_lineal/actividad.html 	6 bloques	<p>Lista de cotejo: Respetar las intervenciones y participación de sus compañeros, además de demostrar empeño y dedicación frente al área.</p> <p>Rúbrica: Evalúa situaciones y aprende de los errores al identificar los requerimientos de las actividades planteadas, a través del cumplimiento de sus deberes. Elabora estrategias que le permiten identificar ideas claves y relacionar la matemática con el contenido de un video.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Libro de texto Matemática para todos 2 Libro de Razonamiento Matemático 2 Multimedia Páginas webs de referencia: CD: Sistema de medición gráfica.
Comunicativa	<p>CM 1.3 Interpreta el contenido de mensajes, que recibe a través de distintos lenguajes.</p>	<p>AF 2.1.1 Participar en la creación de un ambiente de aprendizaje que le permita reconocerse y expresarse.</p> <p>C. Actitudinales:</p>	<p>http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra/ecuaciones/barcos/actividad.html</p>			

AF 2.1 Busca los soportes más adecuados para superar sus dificultades y culminar proyectos.

CO1.1.3 Disposición para la reflexión al momento de elegir el tipo de pensamiento

para determinar una secuencia de pasos a seguir.

CO1.1.4 Interés y motivación para explorar nuevas estrategias.

CO2.2.2 Persistencia en la búsqueda de soluciones ante un problema matemático.

CM 1.3.2 Valora el intercambio positivo y crítico de ideas para una comunicación asertiva y democrática

en el contexto de la resolución de problemas matemáticos

AF 2.1.2 Respeto a las opiniones de sus compañeros y búsqueda de logros en situaciones matemáticas planteadas.

C. Conceptuales:

MATEMÁTICA

Polinomios y factorización

Cocientes notables.

Factor común monomio y polinomio.

Diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto y completamiento de cuadrados.

Ecuaciones de primer grado

Resolución de ecuaciones con una incógnita.

Resolución de problemas.

CIERRE

- Metacognición: Responden a la pregunta. ¿Cuántas formas de resolver sistemas de ecuaciones hemos aprendido? ¿Tiene alguna utilidad práctica el tema de clase?
- El profesor refuerza positivamente las intervenciones en clase.

MATEMÁTICA APLICADA

INICIO

- Planteamiento de la actividad:
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/centro_de_salud/actividad.html

PROCESO

- Analizan y siguen la secuencia didáctica propuesta en:
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/cuadrilateros/actividad.html
- Desarrollan y completan en pares y en clase el trabajo colaborativo: Elaboración de cometas.
- Discuten y analizan cada una de las situaciones presentadas.
- Elaboran su cometa, explican el procedimiento de elaboración y las principales dificultades encontradas.

CIERRE

- Se aplica la metacognición: ¿Qué aprendimos?

Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones.

Inecuaciones de primer grado

Resolución de inecuaciones de primer grado.

Problemas con inecuaciones.

Sistema de ecuaciones

Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

MATEMÁTICA APLICADA

Construcciones y desigualdad triangular.
Puntos y líneas notables.

Congruencias de triángulos.

Actividades de construcción con geogebra.

Construcción de cuadriláteros (elaboración de cometas).

Apéndice C: Fichas de trabajo con los podcast

Triángulo equilátero

Tomado del audio del podcast: Diálogos con la ciencia- 05 (triángulo).

http://www.ivoox.com/dialogos-ciencia-05-el-triangulo-audios-mp3_rf_1568048_1.html?autoplay=true&fromnext=1585010

1. ¿Qué es un triángulo equilátero?

.....
.....
.....

2. ¿Qué es un polígono regular?

.....
.....
.....

3. ¿Cómo probaron en el audio que la suma de los ángulos internos es 180° ?

.....
.....
.....

4. Construye usando el compás un triángulo equilátero.

5. ¿Cuáles son las líneas y puntos notables de un triángulo?

.....
.....

.....
.....

6. ¿Qué es la mediana de un triángulo?

.....
.....
.....

7. En el audio se detalla cómo construir la mediana con dobleces de papel.
Pega aquí la figura formada:

8. ¿Qué características peculiares se menciona con respecto al baricentro del triángulo?

.....
.....
.....
.....

9. ¿Qué característica tienen las cuatro líneas notables que se trazan en un triángulo equilátero?

.....
.....
.....

10. ¿Qué significa que los triángulos son los únicos polígonos firmes?

.....
.....
.....
.....

11. Enuncia con tus palabras el problema del reparto de vino que se propone.

.....
.....
.....
.....

Triángulo rectángulo

Tomado del audio del podcast: Diálogos con la ciencia- 06 (triángulo rectángulo).

http://www.ivoox.com/dialogos-ciencia-06-triangulo-rectangulo-audios-mp3_rf_1585010_1.html?autoplay=1

1. ¿Qué nombre especial reciben los lados de un triángulo rectángulo? Dibuja un triángulo señalando estos nombres.

.....
.....

2. ¿Qué explicación se da en relación a los nombres de los lados?

.....
.....
.....
.....
.....

3. ¿Cómo se construían los triángulos rectángulos en la antigüedad? Dibújalo.

.....
.....
.....

4. ¿En qué consiste el teorema de Pitágoras?

.....
.....
.....
.....

5. ¿Qué medidas de lados para un triángulo rectángulo se mencionan? Comprueba el teorema de Pitágoras.

.....
.....
.....

6. Describe el proceso que sigue para construir un triángulo rectángulo. Muestra la construcción.

.....
.....
.....
.....

7. Enuncia con tus palabras el primer problema propuesto.

Apéndice D: Triangulación de instrumentos para el análisis de datos

Tema de investigación: Impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos en el aprendizaje de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria.

Pregunta de investigación: ¿Cómo la aplicación de recursos educativos abiertos impacta en la comprensión de temas vinculados al triángulo en estudiantes del nivel de educación secundaria?

Objetivos de la recolección de datos: Recuperar información sobre la aplicación e impacto del uso de los recursos educativos abiertos para la comprensión de la geometría en contextos escolares.

Fuentes e instrumentos Categorías	Profesores		Alumnos	
	Encuesta	Entrevista	Encuesta	Entrevista
Y 1: Metodología y evaluación en la geometría a nivel escolar. Pregunta: ¿Qué estrategias metodológicas emplea para la enseñanza de temas geométricos? Luego de haber desarrollado sus clases ¿cómo sus estudiantes demuestran haber aprendido?	✓ ✓			
Y 2: Logros y dificultades en el aprendizaje de la geometría. ¿Cuáles son las principales dificultades que tienen sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría? ¿Por qué cree que esto se da? ¿Cuáles son los temas geométricos donde demuestran mayor logro de aprendizajes? ¿Por qué cree que esto se da?	✓ ✓			

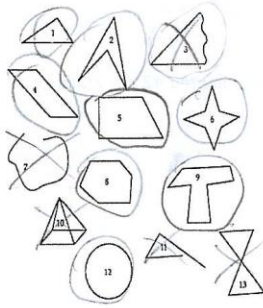
<p>¿Cuáles son los temas geométricos donde demuestran mayor logro de aprendizajes? ¿Por qué cree que esto se da?</p>	<p>✓</p>			
<p><i>X 1: Impacto de la aplicación de recursos educativos abiertos.</i> ¿Qué recursos educativos abiertos ha utilizado? ¿En qué momento de su clase y cómo utilizó los recursos educativos abiertos? ¿Cuál cree que es el impacto que tiene en el aprendizaje de los estudiantes la aplicación de recursos educativos abiertos? Describe lo que te gustó y lo que menos te gustó del trabajo desarrollado sobre los triángulos. Con los recursos utilizados aprendiste mejor el tema de triángulos.</p>	<p>✓ ✓ ✓</p>		<p>✓ ✓</p>	
<p><i>X 2: Innovaciones en los ambientes de aprendizaje.</i> ¿Qué diferencias considera que hay en una clase que aplica recursos educativos abiertos en comparación con las que no los usan? ¿Qué recomendación daría a los docentes que están interesados en la aplicación de recursos educativos abiertos?</p>	<p>✓ ✓</p>			

Apéndice E: Prueba exploratoria de conocimientos geométricos

PRUEBA EXPLORATORIA DE CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS

Desarrolla cada problema y justifica según sea el caso.

1. Observa detenidamente cada una de las siguientes figuras. Indica aquellos que no son polígonos. Justifícalo en cada caso.



O = Es un polígono

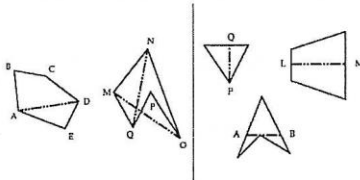
X = No es un polígono

Nota: es un polígono si sus segmentos se cierran.

2. Observa y analiza cada caso:

Estos segmentos son diagonales de un polígono.

Estos segmentos no son diagonales de un polígono



Los segmentos AD, MO y NQ son diagonales.

Los segmentos PQ, LM y AB no son diagonales.

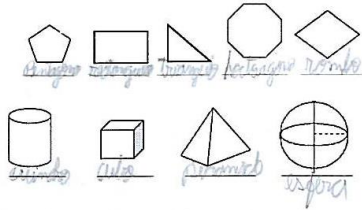
Luego la diagonal de un polígono es: *como una línea imaginaria que hay entre un punto y otro punto de un polígono, o sea es de un segmento entre dos puntos.*

3. Alonso sale de su casa en la C/ Gato, va hasta el cruce con la C/ Delfín y gira a la derecha en dirección a la plaza. En la plaza coge la C/ Foca hasta el cruce con la C/ Oso, donde está la casa de su amiga Alejandra. ¿Qué número corresponde a la casa de Alonso? ¿Y a la casa de Alejandra?

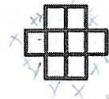


El 3 es la casa de Alonso
El 2 es la casa de Alejandra

4. Coloca el nombre debajo de cada polígono y poliedro:



5. La siguiente figura formada por cuadrados idénticos tiene perímetro 42 cm. ¿Cuál es el área de la figura?



$$2x + 2x + x + 2x + 2x + 2x + x + 2x = 42$$

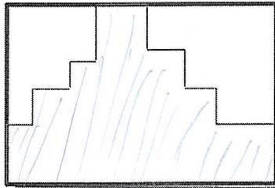
$$14x = 42$$

$$x = 3$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 \times 8 = 72 \text{ cm}^2$$

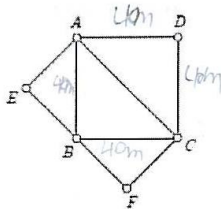
6. El perímetro del rectángulo ABCD es 39 cm.



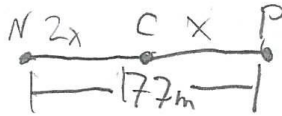
¿Esta información es suficiente para averiguar cuál es el perímetro de la figura pintada?

No, porque con esa información no se puede decir cuánto mide cada borde de la parte sombreada, y sin eso no se puede resolver. Se podría si fuera un cuadrado o teniendo más información.

7. La planta de la Biblioteca de Alejandría, la más rica de la Antigüedad, tenía la forma indicada en la figura:
Sabiendo que EF es paralelo a AC, que ABCD es un cuadrado de 40 m de lado y que AEFC es un rectángulo, calcular la medida del área ocupada por la Biblioteca.



8. Tres árboles: un naranjo, un ciruelo y un palto están ubicados en línea recta en el orden mencionado; se desea saber qué distancia separa al naranjo del ciruelo y se sabe que la distancia del naranjo al ciruelo es el doble que la del ciruelo al palto y para ir del naranjo al palto es necesario recorrer 177 metros.



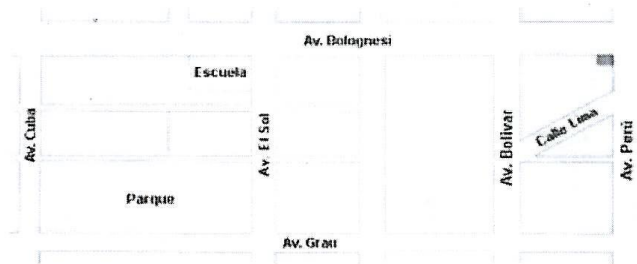
$$3x = 177m$$

$$x = 59m$$

$$59 \times 2 = 118m$$

9.

Fíjate en el plano:



Ahora, completa cada una de las expresiones siguientes con uno de estos términos, según corresponda:

oblicuas

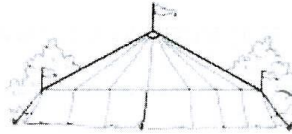
perpendiculares

paralelas

- a) Las avenidas Grau y Bolognesi son *paralelas*
- b) La avenida Sol y la avenida Bolognesi son *perpendiculares*
- c) La calle Lima y la avenida Perú son *oblicuas*

10.

Fíjate en las figuras que las líneas rojas forman diferentes ángulos. Une cada figura con el nombre del ángulo que le corresponde:



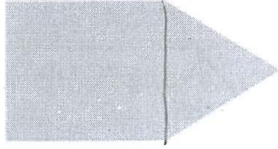
ángulo agudo

ángulo recto

ángulo obtuso

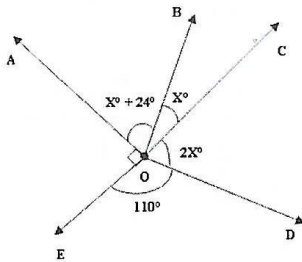
ángulo llano

11. Halla el perímetro de la figura sombreada formada por un triángulo equilátero y un cuadrado, sabiendo que el cuadrado mide 6 cm de lado.



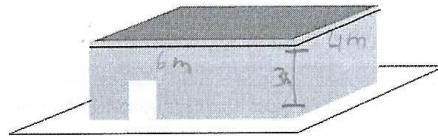
$$6 \times 5 = \boxed{30 \text{ cm}}$$

12. En el gráfico que se presenta a continuación calcula la medida del ángulo AOB



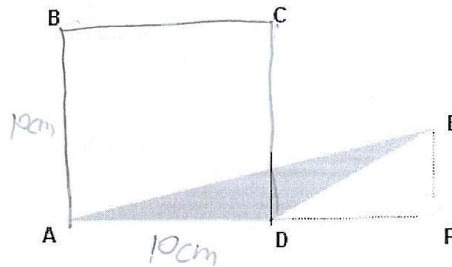
$$\begin{aligned} 90 + 110 + x + 24 + x + 2x &= 360 \\ 224 + 4x &= 360 \\ 4x &= 136 \\ x &= 34 \\ 34 + 24 &= \boxed{58^\circ} \end{aligned}$$

13. José pinta las paredes de un almacén que tiene 6 metros de largo, 4 de ancho y 3 de alto. ¿Qué área pintara, si sólo deja de pintar la puerta cuyas medidas son de 1 metro de ancho por 2 de alto?



$$\begin{aligned} 6 \times 3 &= 18 \text{ m}^2 \\ 1 \times 2 &= 2 \text{ m}^2 \\ 16 \text{ m}^2 & \\ 3 \times 4 &= 12 \text{ m}^2 \\ 16 + 24 + 18 &= \boxed{58 \text{ m}^2} \end{aligned}$$

14. En la figura mostrada, ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 10 cm. Si EF mide la mitad de AB, ¿Cuál es el área del triángulo ADE?



José Alonso Estrella Ortiz

Currículum Vitae

Myrian Luz Ricaldi Echevarria

Originaria de Lima, Perú, Myrian Luz Ricaldi Echevarria realizó estudios profesionales en Educación- Especialidad Matemática en el Instituto Superior Pedagógico Arequipa, la Universidad Femenina del Sagrado Corazón y la Universidad Nacional Mayor de San Marco; Maestría en Enseñanza de la Matemática en la Pontificia Universidad Católica del Perú. La investigación titulada Impacto de la aplicación de los recursos educativos abiertos en el aprendizaje de la geometría de estudiantes del nivel de educación secundaria es la que presenta en este documento para aspirar al grado de Maestría en Tecnología Educativa con acentuación en Medios Innovadores.

Su experiencia de trabajo ha girado, principalmente, alrededor del campo educativo, específicamente en el área de la investigación relacionada al pensamiento algebraico, factores cognitivos y afectivos asociados al aprendizaje de la matemática desde hace 10 años. Asimismo ha participado como ponente en eventos internacionales relacionados a la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Actualmente, Myrian Luz Ricaldi Echevarria funge como docente de matemática a nivel escolar y universitario desarrollando en este marco iniciativas de investigación que redunden en la mejora de los aprendizajes. Por otro lado, participa de asociaciones vinculadas a la investigación en su campo de trabajo. A partir de la experiencia obtenida y de los estudios realizados espera poder contribuir a la diseminación de nuevas prácticas para la mejora de los procesos de aprendizaje en su país.