

La realidad aumentada y el aprendizaje del Cálculo

Patricia Salinas, Eduardo González-Mendivil, Eliud Quintero,
Horacio Ríos, Héctor Ramírez, Sergio Morales
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey,
Monterrey, Nuevo León, México.
npsalinas@itesm.mx

Resumen

En este escrito se describe la experiencia en el diseño y producción de un recurso didáctico con uso de tecnología de Realidad Aumentada para promover habilidades de visualización espacial relacionadas con el aprendizaje del Cálculo. Durante el desarrollo de este proyecto, apoyado con la Convocatoria Novus 2012, se tuvo necesidad de diferenciar la participación académica y la participación técnica de los involucrados. La importancia de la integración de ambas partes ante un fin común, permitió la conformación de un equipo interdisciplinario que fue consolidándose a través de las reuniones periódicas donde se discutía el contenido académico y se provocaba el intercambio de ideas sobre los recursos técnicos apropiados para conceptualizar el producto. Con el recurso disponible, se realizó un estudio exploratorio con 30 estudiantes de Matemáticas I en el Campus Monterrey para obtener información de su manejo. Esta experiencia confirma que la Realidad Aumentada en la educación incrementa la motivación de los estudiantes por aprender sobre Matemáticas. El trabajo realizado invita al equipo que ha laborado en este proyecto a constituirse como TEAM, Tecnología Educativa para el Aprendizaje de las Matemáticas, un equipo de investigación dedicado al diseño y desarrollo de recursos didácticos innovadores con empleo de nuevas tecnologías digitales emergentes.

Palabras clave: Realidad Aumentada, Matemáticas, Cálculo, Aprendizaje.

1

Antecedentes

Este trabajo resulta de la colaboración entre varias ramas académicas en el Campus Monterrey para establecer a la tecnología digital como herramienta útil en el proceso de aprender Matemáticas.

En dicha institución se implementa una didáctica para el aprendizaje del Cálculo en la que se promueve la transferencia del conocimiento matemático a otras áreas de especialidad en las que el estudiante incursionará en sus estudios profesionales. Se enfatiza la aplicación del conocimiento aprendido, favoreciendo el entendimiento del estudiante para el uso de dicho conocimiento en la resolución de problemas de la vida real [1], [2], [3].

La didáctica propuesta para la interacción con el contenido del Cálculo involucra el uso de tecnologías como hojas de cálculo y software especializado en generación de gráficas. Estas herramientas forman parte en la génesis y desarrollo del conocimiento matemático a través del diseño didáctico que se plasma en la colección de tres tomos titulada Cálculo Aplicado: Competencias Matemáticas a través de contextos [4], [5], [6].

Por otra parte, la producción tecnológica y de innovación desarrollada en la institución incluye proyectos como el motor de RA disponible en Campus Monterrey (www.bienetec.es) además de productos, servicios y soluciones tecnológicas para 2D y RA. Esta experiencia certifica la viabilidad de un nuevo camino para el desarrollo de productos en donde se genere una sinergia entre el conocimiento educativo y el tecnológico [7], [8].

Es de este modo que el proyecto Tecnología Digital como promotor de visualización para el aprendizaje de las Matemáticas fue propuesto ante la Convocatoria Novus 2012 para incursionar en el campo de innovación educativa. Con este proyecto, un prototipo de Realidad Aumentada para el aprendizaje del Cálculo ha sido conceptualizado y concretado en su primer

contenido, el acordado ante la convocatoria. En el presente escrito se reporta sobre el trabajo realizado y se discuten los alcances y expectativas que tecnologías emergentes como ésta pueden poner al servicio de mejorar el proceso educativo, en particular, el aprendizaje de las Matemáticas

2 Realidad Aumentada y Matemáticas

Pensar en tecnología de Realidad Aumentada despierta la inquietud por su potencial como alternativa atractiva cuando se trabaja para crear matemáticas *reales* para los estudiantes. Esta área del conocimiento destaca por el carácter *abstracto* de sus nociones y conceptos, y por las dificultades cognitivas y de aprendizaje que acompañan a su presentación desconectada de una *realidad*.

La intención de incluir RA sin duda puede ponerse al servicio de proveer elementos motivacionales en el aprendizaje de las Matemáticas, lo que repercute en mejorar el interés de los estudiantes por esta área. Sin embargo, el objetivo que se propone en este proyecto se enfoca además hacia la intencionalidad didáctica de ofrecer un conocimiento útil y con un nuevo sentido de accesibilidad desde un punto de vista cognitivo. De este modo, la habilidad de visualización espacial se constituye en aquella meta que llegue a ser alcanzable mediante la tecnología misma.

Esta perspectiva propone un nuevo rol del recurso tecnológico en el proceso de aprendizaje, se pretende que funcione como un *mediador* entre el usuario y el conocimiento matemático. El propósito de la interacción entre ambos elementos es favorecer cierta *coacción*, entendida de tal manera que el recurso funcione como una especie de socio cognitivo del estudiante, que contribuye en su aprendizaje, que promueve la visualización y con ello, que fomenta la comprensión matemática. Este enfoque retoma la generación de conocimiento que se ha estado produciendo en la disciplina de Matemática Educativa y que se organiza en teorías de corte cognitivo y sociocultural. Con ello, las innovaciones poseen de un marco adecuado para integrar en el proceso educativo el uso de tecnología y generar investigación educativa pertinente y relevante [9], [10], [11].

Construir un sistema de Realidad Aumentada implica producir un objeto virtual superpuesto en un espacio determinado, y en tiempo real; de este modo, se combina realidad y virtualidad tridimensional promoviendo la interacción en tiempo real con el objeto a través de la percepción del usuario. El uso natural que se ha dado a esta tecnología se apoya en que el objeto virtual puede mostrarle al usuario cierta información que no está detectando directamente a través de sus sentidos en ese momento, pero esa información le ayuda a aprender a realizar tareas de la vida real que hará cuando tenga el objeto real enfrente.

Para el caso de la aplicación didáctica de esta tecnología de RA, se espera que su impacto sea crucial en la activación de procesos cognitivos en el usuario, permitiendo el desarrollo de habilidades de visualización espacial. Alcanzar este propósito implica la interacción entre el estudiante y el objeto de RA que permita la evocación de acciones cognitivas que, en espacio y tiempo, estén relacionadas con la forma de concebir mentalmente el objeto tridimensional.

3 Conceptualización del producto

Conceptualizar un producto completo (prototipo) fue crucial antes de comenzar a planear la manera de trabajar en el proyecto. Fue necesario identificar aquel contenido matemático en el cual el desarrollo de un producto de RA fuese adecuado. El producto debería incitar cambios que llevaran a innovar en el aprendizaje de las Matemáticas. No es la intención el que se ilustre con RA el mismo contenido convencional, sino que más bien se pretende que se rebase ese contenido dando oportunidad a la tecnología de promover habilidades y competencias matemáticas que no están presentes en el currículum convencional. La contribución de la tecnología debe afectar directamente las formas de interacción con el conocimiento matemático, descubriendo con ella nuevas oportunidades para el aprendizaje.

El reto que el equipo de trabajo se trazó desde un principio fue el siempre optar por ver en el recurso tecnológico un aliado para producir conocimiento matemático que agregue a esta ciencia cualidades perceptibles, el propósito es ofrecer al estudiante una Matemática *visual y tangible*. La figura 1 muestra la interfaz de la aplicación y un submenú de la misma.



Figura 1: Interfaz de la aplicación y un submenú correspondiente a la forma senoidal.

Durante la fase académica inicial, se incluyó un análisis de los primeros tres cursos de Cálculo con el objetivo de identificar un contenido transversal adecuado para ser modelado en un ambiente de RA. Analizando el contenido matemático, se decidió considerar a modo de temas, los tres siguientes: 2D a 3D, sólidos de revolución y superficies en el espacio. Estos temas pueden ser identificados dentro de los cursos de Matemáticas I, II y III, pero están reunidos en la aplicación de RA ya que la visualización espacial en 3D está siendo considerada como un objeto de estudio completo, que es importante en el aprendizaje de las Matemáticas y que se retoma en diferentes momentos curriculares.

El proyecto propuesto en la Convocatoria Novus 2012 cubriría el primer tema, de 2D a 3D, aunque la infraestructura quedaría creada para que en el futuro en el que los dos temas restantes fuesen desarrollados, se cuente con el espacio disponible en el recurso de RA y la infraestructura tecnológica suficiente.

En el diseño didáctico se consideró importante el incluir segmentos de video para permitir al usuario contar con cierta explicación de algunos aspectos del prototipo y del contenido matemático, reforzando con ello la retención del conocimiento. La aparición de las expresiones matemáticas a medida que se visualiza la animación fue otro aspecto importante del diseño para permitir la identificación de los modelos matemáticos representados algebraicamente y que se asocian con el objeto virtual desplegado.

Una vez que este contenido fue establecido y discutido, se procedió a la conceptualización del prototipo, identificando primeramente la plataforma tecnológica y los recursos humanos disponibles para el proyecto. La fase técnica se enfocó en desarrollar el prototipo tecnológico de acuerdo con el concepto diseñado didácticamente.

El proyecto aceptado en la Convocatoria Novus 2012 fue aceptado con los siguientes objetivos:

- Análisis de contenido transversal de los cursos de Cálculo, susceptible a una aplicación RA.
- Identificación de una plataforma de recursos humanos y tecnológicos para la realización del proyecto.
- Desarrollo de RA en un prototipo didáctico.
- Realización de una experiencia exploratoria con estudiantes con el objetivo de obtener retroalimentación para la fase inicial del prototipo.

4 Desarrollo del proyecto

Para alcanzar los objetivos del proyecto se formó un equipo multidisciplinario cuyo plan de trabajo considera una secuencia de actividades entrelazadas entre dos grupos específicos, técnico y académico. La organización en el desarrollo del proyecto se realiza al seguir las siguientes actividades:

- Conceptualización del producto educativo
- Creación del concepto virtual, animación y texturas
- Creación de la Realidad Aumentada
- Validación académica del producto
- Creación de la interfaz gráfica de usuario
- Validación técnica del producto
- Investigación educativa
- Análisis y reportes

En el primer tema de la aplicación se estudia la transición de una curva 2D a una superficie 3D, esto se logra a través de la *acumulación* de diferentes curvas en tiempo y espacio. Se comienza con un patrón conocido: una parábola, una función senoidal y una circular. Las curvas serán afectadas por el efecto gráfico que corresponde con la presencia de un parámetro k en la expresión algebraica. Diferentes formas y efectos gráficos se pueden apreciar en la Tabla 1.

Tabla 1: Funciones y efectos gráficos considerados en la aplicación.

Efecto Gráfico	Parábola	Seno	Circunferencia
Original	$y=x^2$	$y=\text{sen } x$	$y=1-x^2$
Traslación vertical	$y=x^2+k$	$y=\text{sen } x+k$	$y=1-x^2 +k$
Traslación horizontal	$y=(x+k)^2$	$y=\text{sen } (x+k)$	$y=1-(x+k)^2$
Contracción / Expansión	$y=kx^2$	$y=k \text{ sen } x$	$y=k1-x^2$
Otra		$y= \text{sen } kx$	$y=R^2-x^2$

Las curvas anteriores se despliegan en una primera ocasión en un escenario plano, 2D, en ese momento la animación ocurre a la par que el efecto gráfico, en el mismo plano. Mediante un botón incluido en el diseño, el escenario cambia a espacio, 3D, en ese momento el parámetro k continúa actuando pero, al mismo tiempo, una copia de cada curva (antes en 2D) va apareciendo sucesivamente en un plano paralelo al original. Cada nueva curva aparece en un plano situado paralelamente con el de la curva anterior, creando una especie de efecto que invita a concebir así, poco a poco, la conformación de una superficie en el espacio. La visualización 3D se promueve a través de realizar el efecto del parámetro k y simultáneamente percibir el “paso del tiempo” a través de “copias” en planos paralelos ligeramente distanciados de la función original. Observar la figura 2 apoya esta descripción.

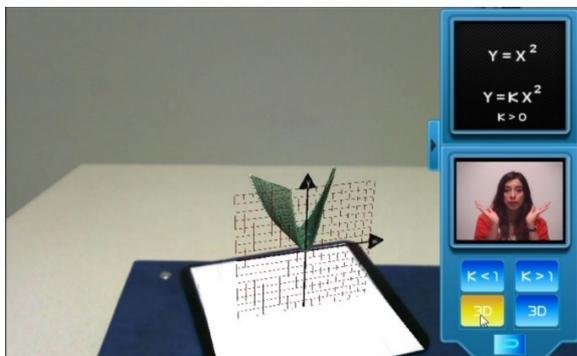


Figura 2: Una superficie tridimensional se genera en el espacio a partir de una curva senoidal en el plano.

Esta descripción es la “materia prima” sobre la cual el equipo técnico actúa; en las sesiones realizadas se comparten distintas estrategias con el fin de obtener el tipo de efectos que se buscan, y nuevas alternativas

posibles gracias a los avances tecnológicos que día con día pudieran ofrecer novedades. En ese momento del desarrollo del proyecto es importante separar los aspectos relacionados con el diseño y los aspectos relacionados con la programación. El software y hardware adecuado comienzan a ser tema de discusión hasta fundamentar la toma de decisiones sobre lo que se requiere conseguir.

Las sesiones de discusión se establecen en formato semanal. En ellas se revisa el proyecto en todo su desarrollo y se planea el trabajo que corresponderá tanto al equipo académico como al equipo técnico, separado este último en la parte de diseño y en la parte de programación. En diseño se trabaja el GUI (Graphic User Interface), imágenes, texturas, logos, animaciones, modelos 3D; y en cuanto a programación se maneja el lenguaje C#(Sharp) en el software Unity, también iOS SDK y Android SDK.

Durante la siguiente reunión se comparten los avances de las diferentes partes del equipo y se discuten. Se consideran los tiempos invertidos o por invertir, las limitaciones y dificultades encontradas, las posibilidades de variación en el modo de producir lo esperado; todo esto con el fin de replantear el rumbo del proyecto y cumplir con lo acordado en la Convocatoria.

De este modo, el avance se asegura para concretar la aplicación de RA que se ha estado visualizando periódicamente por el equipo interdisciplinario. Esta forma de trabajar se fue fortaleciendo con el tiempo de trabajo conjunto, de modo que el producto final se constituye en un logro compartido que comprueba la presencia del equipo de trabajo en el área de innovación educativa.

5 Experiencia sobre el uso de la aplicación en RA

El contenido de la aplicación obedece a una perspectiva actual sobre el aprendizaje de las Matemáticas en la que se opta por el uso de la tecnología digital para la comprensión de nociones matemáticas con el apoyo de escenarios gráficos. Esto puede modificar la forma convencional de interactuar con el conocimiento matemático que comúnmente se apoya en desarrollos de corte algebraico. Si bien el efecto en el estudiante es considerado en el diseño didáctico, no obstante es parte fundamental en este trabajo observar la aplicación en uso por los estudiantes y su expectativa sobre este tipo de productos. Esta parte fue contemplada en la propuesta hecha a la Convocatoria Novus 2012, y para febrero de 2013, con la validación técnica del prototipo, se tuvo la oportunidad de realizar una experiencia piloto con estudiantes.

El propósito de esta experiencia fue captar información y recibir retroalimentación sobre el desarrollo de la interacción de los estudiantes con la interfaz del prototipo. De allí la decisión de enfocarse hacia un estudio cualitativo de caso [12], [13].

El caso se limitó a 30 estudiantes, todos estudiantes de Matemáticas para Ingeniería I, con la Dra. Patricia Salinas. Los métodos para recolección de datos consistieron en sesiones de video y una encuesta diseñada para comparar la información obtenida en ambas fuentes. Los estudiantes acudieron por parejas en su tiempo libre al lugar donde se grabaría el video para documentar la experiencia de interacción usando la aplicación en iPad. Es importante mencionar que no se les dio instrucción alguna sobre la aplicación ni de la interfaz gráfica, ellos debían usar el material de manera intuitiva.

Tras interactuar con la aplicación, cada estudiante recibió la encuesta, misma que contenía 6 preguntas acerca de su percepción y opinión sobre diferentes aspectos de la aplicación de RA; su facilidad de operación, su usabilidad y sobre todo, si consideraban que era útil para desarrollar habilidades matemáticas.

A cada grupo de estudiantes se le proporcionó un iPad con la aplicación previamente instalada, y dos paletas de acrílico con las *marcas* de la aplicación RA (ver figura 3). Luego de interactuar con la aplicación, cada estudiante contestó la encuesta de manera individual. Se analizó el material recolectado con lo que se pudieron detectar mejoras posibles del producto y expectativas de los estudiantes sobre su uso en educación.

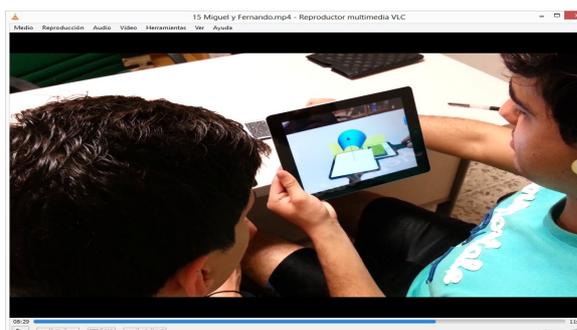


Figura 3: Estudiantes interactuando con la aplicación durante la experiencia piloto.

En términos generales, se puede hablar de la aceptación del producto y del impacto positivo en los estudiantes respecto a la interacción con la Matemática en esta modalidad. El análisis de esta información ha sido valiosa para el equipo de trabajo; de la misma manera, el ímpetu por continuar con las dos partes restantes del producto ha permitido gestionar por distintos medios el patrocinio necesario para dar mayor estabilidad al equipo interdisciplinario y continuar con su avance.

Se incluyen aquí algunos comentarios obtenidos en la encuesta, donde se solicita a los estudiantes informar acerca de la utilidad de la aplicación en sus carreras profesionales:

- “*Sí, para la creación de alguna animación o videojuego podría ayudarme a verlo de diferentes ángulos y perspectivas*” (Ingeniería en Tecnologías Computacionales).
- “*Sí, ya que en mi carrera veo ondas de sonido y creo que esta aplicación sería muy útil para verlas en 3D*” (Ingeniero en Producción Musical Digital).
- “*Si, porque puedo ver la forma en la que se comportan ciertos tipos de organismos, etcétera*” (Ingeniero en Industrias Alimentarias).
- “*Sí, mi carrera habla acerca de la innovación, y esto para mí es una forma muy buena y creativa de ver las matemáticas hoy en día. La gente creativa es muy adaptable y busca salir de su zona de confort, y para mí el hecho de ver las matemáticas en realidad aumentada es una gran oportunidad para dejar de aprender en papel y lápiz*” (Ingeniero Industrial y de Sistemas).
- “*En mi carrera que es financiera sería muy útil observar cómo se comportan los fenómenos exponenciales ya que muchas cosas cambian respecto a ello*” (Licenciado en Derecho y Finanzas).

6 Una reflexión final

El equipo interdisciplinario que ha estado trabajando en la primera Convocatoria continúa buscando los medios necesarios para consolidarse como TEAM: Tecnología Educativa para el Aprendizaje de las Matemáticas.

Hacerse responsable de una actitud de innovación en cuanto al uso de tecnología digital requiere de la constante actualización en nuevos descubrimientos y desarrollos tecnológicos. Si este uso de la tecnología es para fines educativos, la innovación pudiera considerarse como tal por el solo hecho de utilizar tecnología. No obstante, la perspectiva de innovación educativa que a TEAM interesa contempla la innovación curricular. En este sentido, el contenido por aprender y el medio por el que se aprende están siendo sujetos a un cuestionamiento continuo.

La investigación educativa deberá constituirse en la forma de consolidar a este equipo de trabajo. La publicación deberá entenderse como una forma de difundir la innovación educativa. La creatividad y productividad acompañan a este equipo desde su encuentro inicial, es cuestión de conducir este ímpetu por el camino adecuado [14].

Un equipo TEAM ha surgido en el Campus Monterrey del Tecnológico de Monterrey. Hoy, Tecnología Educativa para el Aprendizaje de las Matemáticas combina el uso de tecnologías emergentes y métodos educativos para el aprendizaje de las Matemáticas desde una perspectiva educativa innovadora.

7 Agradecimientos

Este proyecto ha sido desarrollado gracias al Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey. Los autores otorgan especial agradecimiento a NOVUS, por el apoyo y la asistencia en el desarrollo del proyecto.

8 Referencias

- [1] J. A. Alanís y P. Salinas, “Cálculo de una variable: Acercamientos newtoniano y leibniziano integrados didácticamente”, *El Cálculo y su Enseñanza*, 2, pp 1-14 (2010).
- [2] P. Salinas y J. A. Alanís, “Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*; 12(3), pp 355-382 (2009).
- [3] P. Salinas, J. A. Alanís y R. Pulido, “Cálculo de una variable: Reconstrucción para el aprendizaje y la enseñanza”, *DIDAC*, pp 62-69 (2011).
- [4] P. Salinas, J. A. Alanís, R. Pulido, F. Santos, J. C. Escobedo y J. L. Garza, *Cálculo aplicado: Competencias matemáticas a través de contextos* Tomo 1, CENGAGE, México, DF (2012).
- [5] P. Salinas, J. A. Alanís, R. Pulido, F. Santos, J. C. Escobedo y J. L. Garza, *Cálculo aplicado: Competencias matemáticas a través de contextos* Tomo 2, CENGAGE, México, DF (2012).

- [6] P. Salinas, J. A. Alanís, R. Pulido, F. Santos, J. C. Escobedo y J. L. Garza, *Cálculo aplicado: Competencias matemáticas a través de contextos* Tomo 3, CENGAGE, México, DF (2013).
- [7] M. H. Bremer-Bremer, E. González-Mendivil y E. R. Mercado-Field, “Teaching creativity and innovation using sustainability as driving force International”, *Journal of Engineering Education*, 27, pp 430-437 (2010).
- [8] E. González-Mendivil, D. A. Guerra-Zubiaga, P. Orta-Castañón y M. Contero, “Cross cultural issues on globally dispersed design team performance: The PACE project experiences”, *International Journal of Engineering Education*, 24, pp 328-335 (2008).
- [9] R. Duval, “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), pp 143–168 (2006).
- [10] L. Moreno-Armella y S. J. Hegedus, “Co-action with digital technologies”, *ZDM*, 41(4), pp 505–519 (2009).
- [11] L. Moreno-Armella y B. Sriraman, “The articulation of symbol and mediation in mathematics education”, *ZDM*, 37(6), pp 476–486 (2005).
- [12] J. W. Creswell, *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*, 2da Edición, SAGE, Thousand Oaks, CA (2007).
- [13] S. B. Merriam, *Qualitative research: A guide to design and implementation*, Jossey Bass, San Francisco, CA (2009).
- [14] P. Salinas, E. González-Mendivil, E. Quintero, H. Ríos, H. Ramírez y S. Morales, “The development of a didactic prototype for the learning of Mathematics through Augmented Reality”, *Procedia Computer Science*, (en imprenta).