

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY
DIVISION DE INGENIERIA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA



TEC de Monterrey.
DEL SISTEMA TECNOLÓGICO DE MONTERREY

DISEÑO DE DISTRITOS DE DISTRIBUCION EN BASE A UN
MODELO DE DEMANDA ESTOCASTICA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD
EN SISTEMAS DE CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD

POR:

DANIELA CRISTINA LOPEZ ANGULO

MONTERREY, N. L.

MAYO, 2011

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY
DIVISION DE INGENIERIA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERIA



TEC de Monterrey[®]
DEL SISTEMA TECNOLÓGICO DE MONTERREY

DISEÑO DE DISTRITOS DE DISTRIBUCION EN BASE A UN
MODELO DE DEMANDA ESTOCASTICA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD
EN SISTEMAS DE CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD

POR:

DANIELA CRISTINA LOPEZ ANGULO

MONTERREY, N. L.

MAYO, 2011

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE
MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

DIVISIÓN DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA



TEC de Monterrey®

DEL SISTEMA TECNOLÓGICO DE MONTERREY

DISEÑO DE DISTRITOS DE DISTRIBUCIÓN EN BASE A UN MODELO DE
DEMANDA ESTOCÁSTICA

TESIS

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
ACADEMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN SISTEMAS
DE CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD

POR:

DANIELA CRISTINA LÓPEZ ANGULO

MONTERREY, N. L.

MAYO 2011

DISEÑO DE DISTRITOS DE DISTRIBUCIÓN EN BASE A UN MODELO DE
DEMANDA ESTOCÁSTICA

POR:

DANIELA CRISTINA LÓPEZ ANGULO

TESIS

PRESENTADA AL PROGRAMA DE GRADUADOS EN INGENIERÍA

ESTE TRABAJO ES REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO
ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN SISTEMAS
DE CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE MONTERREY

Mayo 2011

Diseño de Distritos de Distribución en base a un Modelo de Demanda Estocástica

Por

Daniela Cristina López Angulo

Presentada al Programa de Graduados en Ingeniería en Mayo 2011
como requisito parcial para obtener el grado académico de Maestro en
Ciencias con Especialidad en Sistemas de Calidad y Productividad

Resumen

En la presente investigación se propone un modelo matemático y un método de solución para un problema de diseño de distritos de distribución. En esta tesis se extiende la investigación doctoral de González (2009) considerando el caso de demanda estocástica. Para probar el desempeño del procedimiento de solución propuesto se generaron instancias basadas en información real de clientes, proporcionada con anterioridad por la compañía. Se presentan resultados experimentales en comparación con CPLEX 11.1. El procedimiento se enfoca en optimizar tres criterios: el máximo promedio de la carga de trabajo, el excedente de carga de trabajo en cada distrito por escenario y la compacidad de los mismos; para así obtener distritos de forma regular y que presenten una carga balanceada entre sí. El problema de la división de un área geográfica en distritos se ha demostrado ser NP-Completo por Altman (1997). Debido a la complejidad computacional del problema, se propone un método heurístico híbrido que combina elementos de metaheurísticos: Búsqueda Tabú y GRASP.

Palabras Clave: Diseño de distritos, demanda estocástica, carga de trabajo, compacidad, heurístico híbrido, metaheurísticos, Búsqueda Tabú, GRASP.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a Dios por darme la oportunidad de realizar mis estudios de Posgrado y de completar exitosamente una etapa más en mi vida. Gracias por todas las bendiciones que has puesto en mi camino.

Quiero agradecer a mis padres, Gerardo y Vero, por su amor y apoyo incondicional. Por todo su esfuerzo para brindarle la mejor educación a sus hijos y ser un ejemplo a seguir. Gracias por los consejos y las lecciones de vida. A mis hermanos, Andrés y Bárbara, por ser un gran apoyo y siempre estar ahí cuando los necesito. A ustedes les dedico este trabajo.

Al Dr. Neale Smith, maestro, asesor de tesis y director de la Maestría, quiero expresarle un agradecimiento especial por su gran ayuda durante mis estudios de posgrado y la orientación para llevar a cabo esta investigación.

A la Dra. Rosa González, co-asesora de tesis, también quiero agradecerle infinitamente por la ayuda, paciencia y tiempo que dedicó a mi trabajo de investigación. Sin sus conocimientos esta tesis no hubiera sido posible.

Al Prof. Leopoldo Cárdenas, sinodal de tesis, gracias por el apoyo y contribuciones en el presente trabajo de investigación.

A todos los profesores que fueron parte de mi formación académica, Dr. David Güemes, Dr. José Luis González, Dr. Humberto Cantú, Dr. Francisco Ángel Bello, Dra. Imelda Loera, Dr. José G. Ríos.

Quiero agradecer a todas las personas importantes en mi vida que han sido un elemento clave para que pueda ser la persona que soy hoy. Andrés, Granny, Brenda, Norma, Mafer, Gaby, Vivi, Roby, Marce, Cristy, a todos mis amigos, a mis compañeros de la maestría, mis compañeros del baile y a toda mi familia.

Índice

Apéndices.....	viii
Listado de Tablas.....	ix
Listado de Figuras.....	x

Capítulo 1 Contexto General

Introducción.....	11
1.1. Descripción del Problema.....	12
1.2. Planteamiento del Problema.....	13
1.3. Objetivos.....	14
1.4. Preguntas de Investigación.....	14
1.5. Hipótesis.....	15
1.6. Justificación.....	15
1.7. Metodología de Investigación.....	15
1.8. Estructura de Tesis.....	16

Capítulo 2 Estado del Arte

2.1. Principales Contribuciones sobre el Diseño de Distritos.....	17
2.1.1. Aplicaciones del Diseño de Distritos.....	22
2.2. Principales Contribuciones sobre la Demanda Estocástica.....	26
2.3. Clasificación de los Métodos de Solución.....	29

Capítulo 3 Formulación del Problema

3.1. Formulación Matemática.....	31
3.1.1. Modelo de Optimización.....	34
3.1.2. Parámetros de Normalización.....	36

Capítulo 4 Descripción de la Metodología

4.1. Características Generales.....	38
4.2. Descripción del Heurístico Híbrido.....	39
4.2.1. Fase I: Construcción de una Solución Inicial Factible.....	41
4.2.2. Fase II: Búsqueda Local.....	43
4.2.2.1 Descripción de la Estructura de Vecindad.....	44

Capítulo 5 Experimentación y Resultados

5.1. Descripción de la Instancia.....	46
5.2. Definición de Parámetros.....	48
5.2.1. Experimentación Preliminar.....	49
5.3. Total de Experimentos e Instancias Generadas.....	56
5.3.1. Reglas de Paro.....	56
5.4. Resultados Numéricos.....	57
5.4.1. Resultados con respecto a CPLEX.....	58
5.4.2. Resultados por Tamaño de Instancia.....	58
5.4.3. Tiempos Computacionales por tamaño de instancia.....	61
5.5. Pruebas sin Límite de Tiempo.....	61

Capítulo 6 Conclusiones y Recomendaciones

6.1. Conclusiones.....	65
6.2. Recomendaciones para Investigaciones Futuras.....	67

Referencias.....	68
-------------------------	-----------

Apéndices

Apéndice I. Clasificación de la Revisión de la Literatura.....	73
Apéndice II. Pseudo Código para los Algoritmos de Selección de Semillas.....	78
Apéndice III. Pseudo Código del Heurístico Híbrido Propuesto.....	81
Apéndice IV. Gráficas de las Mejores Soluciones de cada Instancia.....	84

Listado de Tablas

Tabla 2.1. Clasificación de técnicas para diseño de distritos.....	30
Tabla 5.1. Resumen de experimentación preliminar, primera etapa.....	50
Tabla 5.2. Resultados Experimentación preliminar.....	51
Tabla 5.3. Diferencia con respecto a CPLEX para las instancias de 80 puntos.....	52
Tabla 5.4. Características de los experimentos de la segunda etapa.....	52
Tabla 5.5. Resultados para la instancia de 200 puntos.....	53
Tabla 5.6. Resultados para la instancia de 460 puntos.....	53
Tabla 5.7. Comparación tamaño de lista tabú para 200 puntos.....	55
Tabla 5.8. Comparación tamaño de lista tabú para 450 puntos.....	55
Tabla 5.9. Instancias generadas para la experimentación formal.....	56
Tabla 5.10. Condiciones de paro en función al tamaño de la instancia.....	57
Tabla 5.11. Diferencia con respecto a CPLEX para las instancias de 250 puntos.....	58
Tabla 5.12. Valores para la instancia de 250 clientes.....	59
Tabla 5.13. Valores para la instancia de 600 puntos.....	60
Tabla 5.14. Valores para la instancia de 1500 clientes.....	60
Tabla 5.15. Tiempos Computacionales por cada tipo de instancia.....	61
Tabla 5.16. Resultados CPLEX sin Límite de Tiempo – Instancia chica.....	62
Tabla 5.17. Resultados del Método Heurístico – Instancia chica.....	62
Tabla 5.18. Resultados CPLEX Modelo Continuo – Instancia chica.....	62
Tabla 5.19. Diferencia Porcentual entre el Método Heurístico y CPLEX.....	63
Tabla I.1. Resumen de la Revisión de la Literatura.....	73

Listado de Figuras

Figura 4.1. Ilustración del impacto en la definición de adyacencia.....	40
Figura 4.2. Diagrama de flujo del heurístico híbrido.....	41
Figura 5.1. Área Metropolitana de Monterrey.....	47
Figura 5.2. Diseño de distritos para 200 puntos, $C_p = 0.5$, $\lambda = 0.9$	54
Figura 5.3. Diseño de distritos para 450 puntos, $C_p = 0.1$, $\lambda = 0.9$	54
Figura 5.4. Comparación de Diseño de distritos para $C_p = 0.3$ y $\lambda = 0.9$	63
Figura 5.5. Comparación de Diseño de distritos para $C_p = 0.5$ y $\lambda = 0.9$	64
Figura 5.6. Comparación de Diseño de distritos para $C_p = 0.7$ y $\lambda = 0.5$	64
Figura IV.1. Instancia 250 puntos – 2 escenarios.....	84
Figura IV.2. Instancia 250 puntos – 4 escenarios.....	85
Figura IV.3. Instancia 250 puntos – 6 escenarios.....	85
Figura IV.4. Instancia 600 puntos – 2 escenarios.....	86
Figura IV.5. Instancia 600 puntos – 4 escenarios.....	86
Figura IV.6. Instancia 600 puntos – 6 escenarios.....	87
Figura IV.7. Instancia 1500 puntos – 2 escenarios.....	87
Figura IV.8. Instancia 1500 puntos – 4 escenarios.....	88
Figura IV.9. Instancia 1500 puntos – 6 escenarios.....	88

Capítulo 1

Introducción

El diseño de los sistemas de distribución tiene un impacto considerable en el costo operativo de las empresas (Schmidthöfer, 2003). Desde hace varios años, se ha implementado la distribución basada en un diseño de distritos. El diseño de distritos implica la división de una región geográfica en áreas más pequeñas o zonas, con el fin de optimizar las operaciones bajo algunos criterios a considerar (Muyldermans et al., 2003). Debido al esfuerzo que implica el rediseño, una división por distritos se utiliza durante un período relativamente largo de tiempo, por lo que se considera una actividad estratégica que permite un buen desempeño de las operaciones (González, 2009).

La presente investigación se centra en mejorar el proceso de recolección y entrega de paquetería, a través de un diseño de distritos de distribución. Esta tesis extiende la investigación doctoral “District Design for a Parcel Delivery and Pick Up Problem” de González (2009), donde se estudia el caso determinístico, considerando la demanda de un escenario laboral representativo del año. González (2009) propone una formulación matemática jerárquica en la que el primer modelo es una programación lineal que minimiza la suma ponderada de la compacidad y la máxima carga de trabajo en cada distrito; el segundo modelo minimiza la dispersión del contenido de la carga de trabajo entre los distritos, respetando los valores de compacidad y balance de la carga de trabajo encontrados por el primer modelo. Así mismo, la metodología de solución está basada en un heurístico híbrido combinando la búsqueda Tabú y GRASP. Se menciona el caso estocástico como una posible extensión de la tesis, por lo que la presente investigación se enfoca en este caso.

En esta tesis se propone un modelo matemático que minimiza la compacidad, el máximo promedio de la carga de trabajo en los distritos y la diferencia entre la carga de trabajo de cada distrito y la máxima carga de trabajo establecida por la empresa. Como metodología de

solución se adecuó el heurístico propuesto por González (2009) que presentó mejores resultados a una metodología que considera una demanda estocástica.

El propósito es adecuar el caso determinístico de tal manera que se puedan considerar las variaciones en la demanda, la cual es desconocida y aleatoria. Al igual que la investigación anterior, no se pudieron implementar los procedimientos propuestos dentro de la compañía, sin embargo se utilizaron los mismos datos proporcionados por la empresa, los cuales corresponden a ubicaciones de los clientes visitados durante distintos escenarios de servicio (a través de un GPS). Estos datos se utilizaron para generar instancias y llevar a cabo los experimentos numéricos.

1.1 Descripción del Problema

En la investigación previa, González (2009) describe que el problema surge de la necesidad de una empresa de paquetería de optimizar el desempeño de sus operaciones. La empresa requiere dividir la región de servicio en distritos de distribución, para así planear la recolección y entrega de los paquetes. La compañía cuenta con un centro de distribución y tiene un vehículo destinado para cada uno de los distritos. Se tienen dos turnos de trabajo: matutino y vespertino, cada uno de 4 horas, dando un total de 8 horas laborales al día. La demanda se considera estacional, ya que varía dependiendo de la estación del año. La localización de los clientes también varía diariamente.

González (2009) expone la manera en la que la empresa desarrolla manualmente el proceso de diseño de los distritos, actividad que toma alrededor de 3 semanas para completarse. Los distritos se rediseñan aproximadamente cada año y medio y las rutas de distribución se definen diariamente. Aunque la demanda es difícil de predecir, para diseñar los distritos se toma la información de los clientes del día del año en el que se tuvo más carga de trabajo. La localización de los clientes de este día representativo se ubica en el mapa y se utiliza un método llamado *barrido en forma de espiral* para dividir la región por distritos. Con este procedimiento se intenta balancear la carga de trabajo.

Para verificar la eficiencia de este diseño de distritos para la región de servicio, se utiliza la métrica llamada *Stops Per On-Route Hour* (SPORH). Esta métrica divide el número de paradas dentro de la ruta entre el número de horas de la ruta. Estas paradas se refieren a las entregas, recolecciones, paradas vacías (cuando el cliente no estuvo en el lugar de entrega o recolección) y paradas especiales. El número de horas se cuenta a partir de que el vehículo sale del centro de distribución hasta que regresa al mismo. Otras dos métricas utilizadas por la empresa son: (1) *Stem In*: distancia del centro de distribución hasta el último punto visitado de la ruta y (2) *Stem Out*: distancia del centro de distribución hasta el primer punto visitado de la ruta.

La empresa considera que un valor alto de la métrica *SPORH* refleja un desempeño eficiente de las operaciones dentro de cada distrito. También espera que todos los *SPORH* de cada distrito tengan un valor relativamente parecido, ya que esto indica una carga de trabajo balanceada. Por otro lado, la empresa requiere que los distritos no tengan formas traslapadas.

1.2 Planteamiento del problema

Se deben diseñar los distritos de tal manera que la carga de trabajo entre los mismos sea balanceada y que a su vez cada distrito tenga una forma compacta, considerando la estructura urbana de la región de servicio. Es importante considerar las variaciones en la demanda, por lo que se propone un modelo matemático basado en una demanda estocástica. Para modelar la demanda estocástica se tomarán los datos de distintos posibles escenarios de demanda o días laborales representativos de cada estación del año. Estos escenarios de demanda son determinados a partir de información de los posibles clientes, proporcionada con anterioridad por la compañía.

El modelo propuesto considerará la carga de trabajo promedio de cada escenario en cada distrito y el “peor de los casos”. El peor de los casos se considera como el escenario con más carga de trabajo. Se define una carga de trabajo máxima para cada distrito y un costo extra

para penalizar el excedente de carga de trabajo, en caso de haberlo. La presente investigación se enfoca en el diseño de distritos y se asume que las rutas actuales de los vehículos dentro del distrito son definidas dinámicamente durante las operaciones de cada día.

1.3 Objetivos

Objetivo General:

Proponer un modelo matemático para el diseño de distritos dentro de una región determinada, que logre optimizar el sistema de distribución y recolección.

Objetivos Específicos:

1. Incorporar el concepto de demanda estocástica al modelo matemático para generar un diseño de distritos que sea eficiente.
2. Proponer una metodología basada en métodos heurísticos que pueda ser utilizada para resolver el problema de una manera rápida y confiable.
3. Proponer un diseño de distritos que muestre una carga de trabajo balanceada y una compacidad tal que los distritos no muestren una dispersión considerable entre sus clientes.

1.4 Preguntas de Investigación

1. ¿De qué manera se puede desarrollar un modelo matemático para el diseño de distritos dentro de una región determinada?
2. ¿Cómo se puede basar el modelo en una demanda estocástica?
3. ¿Cómo se pueden incorporar los aspectos de balance de la carga de trabajo y compacidad de los distritos?
4. ¿En comparación, el modelo propuesto mejora el diseño actual de los distritos?

1.5 Hipótesis

Existe un modelo matemático, basado en un enfoque de demanda estocástica, que proporcione una división factible de una región determinada, de tal manera que se obtenga una carga de trabajo balanceada y distritos de forma compacta.

1.6 Justificación

Como se mencionó anteriormente, la demanda es estacional y aleatoria. El problema de basar el diseño de los distritos en un sólo escenario representativo de demanda, se encuentra en que el diseño no asegura que en la mayoría de los días funcione de una manera adecuada. Se puede dar el caso de que la carga de trabajo no esté balanceada entre los distritos, es decir que en algunos días laborales existan distritos con mucha carga de trabajo y otros con poca carga de trabajo. Esta variabilidad puede afectar la logística de distribución y hacer que la empresa incurra en costos extras. El modelo propuesto incorpora el concepto de demanda estocástica para lograr un diseño adecuado, factible y que se pueda utilizar cualquier día del año.

1.7 Metodología de Investigación

Para elaborar la investigación se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Obtener la información necesaria sobre el problema.
2. Revisión bibliográfica sobre diseño de distritos, modelos de demanda estocástica y métodos heurísticos de solución.
3. Desarrollar el modelo matemático para resolver el problema.
4. Incorporar el modelo de demanda estocástica tomando en cuenta los escenarios mencionados anteriormente.
5. Proponer el procedimiento heurístico para resolver el problema.
6. Diseñar el conjunto de diferentes tipos de instancias.

7. Resolver las instancias a través del método propuesto.
8. Resolver instancias chicas con AMPL-CPLEX utilizando la formulación matemática propuesta.
9. Analizar y comparar los resultados.

1.8 Estructura de Tesis

Esta investigación está compuesta por 6 capítulos. En el capítulo 1 se presentó la introducción al tema de tesis. En el capítulo 2 se recopila la revisión bibliográfica de trabajos relacionados. Se describen conceptos y métodos importantes para desarrollar el problema. El capítulo 3 expone la formulación matemática propuesta para resolver el problema, así como la descripción de la misma. En el capítulo 4 presenta la metodología de solución propuesta. El capítulo 5 describe los experimentos y se analizan los resultados. Por último, el capítulo 6 presenta las conclusiones y las recomendaciones para investigaciones futuras.

Capítulo 2

Estado del Arte

En este capítulo se presenta la revisión de la literatura relacionada con el diseño de distritos y el concepto de demanda estocástica en problemas logísticos. Se incluye literatura que no se enfoca en el diseño de distritos o en el concepto de demanda estocástica, pero se utiliza como guía y permite evaluar la calidad de un diseño de distritos dado. Para una revisión más exhaustiva, favor de referirse a Moonen (2004).

La sección 2.1 muestra una descripción de los estudios relacionados con el diseño de distritos, así como las diferencias con respecto al enfoque propuesto en la presente investigación. Dentro de esta sección, se describen brevemente algunas de las aplicaciones del diseño de distritos. La sección 2.2 presenta las investigaciones referentes al concepto de demanda estocástica. Por último, la sección 2.3 expone la clasificación de los problemas de diseño de distritos en base a su método de solución.

2.1 Diseño de Distritos

A lo largo de los años, ha existido el especial interés de optimizar los canales de distribución de las empresas. La razón principal se basa en minimizar los costos de operación. A continuación se presentan las aportaciones más relevantes en cuanto al diseño de distritos de una región determinada.

El diseño de distritos se refiere a la acción de dividir un área geográfica determinada en pequeñas subáreas por motivos organizacionales, estratégicos y administrativos. (Muyldermans et al. 2003). El procedimiento para solucionar el problema de diseño de distritos comienza con la selección de un punto central en cada uno. Para después, siguiendo un modelo de optimización, asignar los puntos de demanda a los distritos, respetando las

restricciones previamente definidas. Estas restricciones aseguran la compacidad y el balanceo de la carga de trabajo entre los distritos; también previenen que un punto de demanda se repita en diferentes territorios.

Muyldermans et al. (2003) mencionan que el diseño de distritos se lleva a cabo después de que la localización de las instalaciones está determinada pero antes de que las rutas de distribución se definan. A diferencia del problema tradicional de ruteo de vehículos, la división de una región en distritos se desarrolla a nivel gerencial para apoyar objetivos administrativos.

Al dividir una región determinada en diferentes distritos, siempre sujeto al número de vehículos con los que cuente la empresa, se pueden simplificar las operaciones de planeación y pronósticos. Esto facilita la planeación de las rutas de distribución, ya que se determinan individualmente para cada uno de los distritos y no para toda la región de servicio, así como también la toma de decisiones frente a cualquier imprevisto que se pueda presentar. Otra ventaja es la independencia entre los distritos, si por alguna razón, fuera del alcance de la compañía, no se puede terminar la ruta dentro de ese distrito, otros distritos no se verán afectados; por lo que se perjudicaría a un menor número de clientes.

Por otro lado, el diseño de distritos de distribución no es una tarea fácil. Se deben diseñar de una manera óptima, ya que modificar los límites de los mismos resulta en una gran cantidad de trabajo para el área administrativa y operacional. La configuración de los distritos debe establecerse, de tal forma que se disminuya la frecuencia con la que es necesario volver a planearlos.

Una de las primeras contribuciones para el diseño de distritos fue presentada por Keeney (1972). El autor muestra un modelo de diseño de distritos donde se tienen un número determinado de instalaciones con localización conocida. Cada distrito es asignado a una instalación y se provee el servicio a los clientes dentro de ese distrito. El objetivo general del modelo presentado se centra en un solo criterio, el cuál es minimizar la distancia recorrida

para satisfacer la demanda de los clientes. La presente investigación se diferencia al trabajo de Keeney, ya que solo se considera un centro de distribución para todos los distritos y se utilizarán más criterios para establecer el objetivo general, los cuales son: balancear la carga de trabajo, disminuir las distancias recorridas e integrar el modelo de demanda estocástica.

Deckro (1977) estudia la división de una región en distritos considerando criterios múltiples, sin embargo presenta una metodología general sin abarcar un problema específico. El autor propone un algoritmo heurístico basado en una técnica de agrupamiento, formando distritos que caigan entre ciertos rangos de los criterios en un orden lexicográfico.

Por otro lado, Hardy (1980) realiza una comparación entre la eficiencia del método para ruteo de vehículos propuesto por Clarke y Wright en 1964 y una metodología para dividir una región en distritos. El autor expone que los dos enfoques muestran resultados similares, pero la metodología para diseñar los distritos proporciona una carga de trabajo más balanceada. También menciona que el dividir la región en distritos aumenta la eficiencia de los sistemas de distribución ya que no se especifican las rutas exactas, por lo que deja espacio para decisiones a discreción del equipo administrativo, permitiendo desviaciones sin que repercutan drásticamente en la ruta de distribución. El autor se dirige al problema proponiendo una metodología basada en varios centros de distribución y en el sistema de transporte; esta investigación trabajará en base a un método de búsqueda local y un solo centro de distribución.

Wong y Beasley (1984) proponen un modelo similar al diseño de distritos, al cual llaman Ruteo de Vehículos usando Áreas de Distribución Fijas. Este modelo divide una región determinada en subáreas fijas con rutas establecidas día con día. Esta propuesta tiene como objetivo minimizar las distancias recorridas y se intenta representar la carga de trabajo estableciendo un límite que no se puede sobrepasar, sin darle importancia al balanceo de la misma. Por otro lado, los autores asumen que la ubicación de los clientes es fija y sólo las demandas varían. La presente investigación se diferencia ya que sí se trata de balancear la

carga de trabajo entre los distritos y no sólo se desea minimizar la distancia recorrida. También los clientes y su ubicación varían con respecto al escenario laboral.

Daganzo (1984) presenta un modelo para el diseño de rutas de distribución con múltiples vehículos bajo el supuesto de que el área de la red de clientes es equivalente a una métrica de distancias euclidianas, donde el objetivo es minimizar la longitud total. El autor demuestra cómo la forma y el tamaño de la zona, la cantidad de puntos en la región y la capacidad del vehículo tienen un impacto en la longitud de cada ruta, así como en el tiempo de viaje. El autor no maneja el concepto de distritos, pero está relacionado con la investigación ya que se debe cuidar la forma y la cantidad de puntos que se asignan a cada uno de los distritos para poder balancear la carga de trabajo.

Por otro lado, Newell y Daganzo (1986) continúan el trabajo propuesto por Daganzo (1984) asumiendo que la región tiene una forma radial. Los autores dividen la zona en regiones (anillos), el origen está en el centro de la región y asumen que la densidad de la demanda aumenta conforme aumenta la distancia al centro, por lo que va aumentando en cada anillo. Consideran sólo minimizar la distancia total de cada ruta. Así mismo, Langevin y Soumis (1989) presentan la investigación para diseñar rutas de múltiples vehículos para una empresa de paquetería, donde el día laboral está dividido en períodos de tiempo. Los autores proponen una metodología donde la región de servicio es dividida en zonas rectangulares, las cuales están organizadas de tal manera que forman un anillo concéntrico alrededor del centro de distribución. La densidad de la demanda varía también dependiendo de la distancia al centro. El objetivo es minimizar el número total de vehículos usados o la distancia recorrida por todos los vehículos. Cada vehículo es asignado a una región.

Rosenfield et al. (1992) proponen un método para dividir una región en territorios de servicio, considerando que cada territorio tiene su propio centro de distribución y varios vehículos proporcionan el servicio dentro del mismo. Los autores consideran que los parámetros más importantes son la carga de trabajo de cada vehículo y el tamaño de cada territorio, ya que se debe minimizar la distancia recorrida por los vehículos. También

consideran el tiempo productivo para poder determinar la cantidad de vehículos necesarios para satisfacer la demanda en cada territorio. El objetivo final es seleccionar la cantidad óptima de centros de distribución, definir los territorios para cada centro y establecer el número de vehículos que proporcionarán el servicio. La presente investigación difiere en que se considerará sólo un centro de distribución, la cantidad de vehículos es fija y se establece uno por distrito.

A su vez, Novaes y Graciolli (1999) presentan una metodología para diseñar rutas de distribución múltiples dentro de una región de forma irregular, donde varían los puntos de demanda y la cantidad de la misma. Los autores proponen una estrategia en donde primero se agrupan los puntos de demanda a diferentes distritos y después se definen las rutas de distribución. Esta metodología trabaja bajo la suposición de que el área de servicio es una estructura de red cuadrangular y está basada en un enfoque de barrido para asignar los puntos a un distrito. La demanda y el tiempo de servicio en cada punto son variables aleatorias.

Así mismo, Novaes et al. (2000) proponen una metodología de diseño de distritos con un enfoque continuo para determinar el tipo y cantidad de vehículos óptimos y minimizar los costos totales de transportación. Cada distrito es asignado a una ruta de distribución, realizada por un vehículo. Cada punto de demanda requiere un servicio en base a un modelo de probabilidad Poisson y para diseñar los distritos se divide la zona en anillos concéntricos al centro de distribución. La metodología consiste en una búsqueda exhaustiva y un algoritmo genético (poblacional) asociado con el método del gradiente con perturbaciones aleatorias.

Por otro lado, Muyldermans et al. (2002, 2003) estudian el diseño de distritos para las operaciones de mantenimiento de carreteras. Los autores modelan el problema como un grafo, donde la demanda se define en las aristas y no en los nodos. A diferencia de la presente investigación, se asume una instalación por cada distrito. Para solucionar el problema se presentan tres metodologías heurísticas incluyendo un modelo de programación lineal entera, para determinar la cantidad de vehículos necesarios para satisfacer la demanda

en la región de servicio, así como también para minimizar la distancia total en la que el vehículo no realiza ninguna actividad de mantenimiento.

Galvao et al. (2006) extienden la investigación realizada por Novaes et al. (2000), proponiendo el uso de un diagrama de peso multiplicativo de Voronoi (MW-Voronoi) combinado con un procedimiento computacional iterativo, para suavizar los contornos de los distritos que provienen de una estructura de anillos concéntricos. El problema se modela como una aproximación continua utilizando un modelo gráfico. Así mismo, Novaes et al. (2009) estudian el diseño de distritos en aplicaciones del área de logística y transportación. Los autores proponen dos modelos de aproximación continua para el diseño de distritos combinando el uso de diagramas Voronoi con un algoritmo de optimización.

Tavares-Pereira et al. (2007b) proponen algunas métricas para comparar los distritos en los que está dividida la región y de esta manera se puede verificar que el modelo propuesto sea adecuado. Compatibilidad, inclusión y distancia, son las métricas propuestas. Estas ayudan a que los distritos no se superpongan entre sí, y que no exista una diferencia notable entre la dispersión de cada uno de ellos.

2.1.1 Aplicaciones del Diseño de Distritos

Las aplicaciones más comunes del diseño de distritos han sido para definir los sectores electorales dentro de un estado, establecer diferentes zonas de trabajo para un vendedor, definir áreas para las instalaciones de servicios de la red de internet, definir el sistema de precios del transporte público, diseñar la planeación de distritos para el sistema educativo, diseñar distritos para las operaciones policiales y definir los distritos para el sistema de información y salud. (Tavares-Pereira et al, 2007b).

Dentro del sector político, el diseño de distritos se utiliza para dividir un estado en regiones gubernamentales para la elección de candidatos que dirigirán dicha subárea. (Morrill, 1981). Garfinkel y Nemhauser (1970) utilizan un algoritmo exacto para encontrar la

división óptima de distritos políticos. Los autores usan el término “unidad de población” refiriéndose a estados o secciones censales, cada unidad de población se asigna a sólo un distrito. El algoritmo consta de dos etapas, la primera etapa construye todas las opciones posibles y factibles de la división por distritos y la segunda etapa selecciona el diseño de distritos que minimice la diferencia de unidades de población asignadas a cada distrito.

Por otro lado, Hess et al. (1965) proponen un heurístico basado en la manera de asignar las ubicaciones a un almacén en el área logística. El objetivo es minimizar la distancia total de cada persona de la población asignada al distrito, al centro del mismo, bajo el criterio de compacidad e igualdad de población. Por último, Li et al. (2007) proponen un modelo de programación cuadrático donde optimizan el diseño de los distritos electorales considerando que cada uno tiene el mismo tamaño de población y una forma regular y compacta.

El diseño de distritos se utiliza también para determinar el territorio de ventas tomando en cuenta las unidades de venta cubiertas (SCU por sus siglas en inglés), las cuales son un pronóstico de las posibles ventas en cada distrito (Howick y Pidd, 1990). Por lo general, en el diseño del territorio de ventas los criterios a optimizar son cercanía de los clientes, la compacidad y la carga de trabajo. En este caso la carga de trabajo puede estar definida por el potencial de ventas de cada territorio, el número de clientes, número de actividades a realizar, entre otras.

Jaillet (1988) introduce el Problema del Agente Viajero Probabilístico (PTSP por sus siglas en inglés). El problema establece que cada cliente conocido tiene una probabilidad de requerir un servicio en el período establecido. Para planear las rutas, se debe encontrar una solución óptima previa que minimice el costo total esperado, en donde todos los clientes deben ser visitados. En base a la solución previa, debe definirse una solución posterior para cada escenario posible, simplemente saltando el cliente que no requiera algún servicio.

Drexl y Haase (1999), investigan el problema de planeación de la “fuerza de las ventas” (sales force deployment). Esta fuerza de las ventas está constituida por cuatro problemas: establecer el número apropiado de vendedores, asignar las SCUs indicadas para cada vendedor, dividir la región en zonas para cada vendedor y la manera en la que se asigna el tiempo de trabajo de cada vendedor para satisfacer el pronóstico de demanda. El objetivo de la investigación es maximizar las utilidades de las ventas, de tal manera que se minimice el tiempo de viaje del vendedor, las distancias entre los puntos de demanda y la dispersión en el territorio de venta. Los autores presentan un método heurístico basado primero en la construcción de una solución inicial, para así después pasar a mejorar esa solución mediante un intercambio de SCUs entre territorios.

Ríos-Mercado y Fernández (2009) muestran un enfoque distinto al problema de territorio de ventas. Los autores proponen enfocarse en ubicar los centros, en vez de colocar los vendedores en los territorios, lo que quiere decir que el interés está en proporcionar un servicio comercial a los clientes de esa región. El objetivo de la investigación es obtener un número determinado de territorios con forma regular y compacta, donde la dispersión de los clientes sea minimizada y la carga de trabajo esté balanceada. Los autores presentan un método heurístico GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) incluyendo un mecanismo de filtración en la búsqueda local que previene de soluciones no prometedoras, un algoritmo reactivo y un ajuste automático de la lista de candidatos prohibidos.

Por último, Caballero-Hernández et al. (2007) presentan una investigación similar aplicando el diseño de territorios de servicio al canal de distribución de una empresa de bebidas. El objetivo principal es obtener un número específico de territorios que estén balanceados de acuerdo al número de clientes y el volumen de las ventas dentro de los mismos. Los criterios adicionales de planeación son la continuidad del territorio, la compacidad de los territorios y la asignación conjunta de puntos de demanda específicos. Los autores proponen un método de solución basado en el heurístico GRASP. Esta investigación se diferencia, ya que el área de aplicación es distinta y se utiliza un algoritmo híbrido para solucionar el problema

Para el sector pedagógico, el diseño de distritos se utiliza para ajustar los límites del sistema educativo y asignar a los estudiantes a la escuela que les corresponde, para que no existan situaciones como sobrepoblación en los salones, escasez de material, exceso de capacidad en la escuela, entre otros (Caro et al., 2004). Ferland y Guénette (1990) presentan un método heurístico para el diseño de distritos escolares. El objetivo es asignar los estudiantes a las escuelas de la región, considerando las restricciones de capacidad en cada salón de clase, densidad de estudiantes por grado escolar y la cercanía de los estudiantes a la escuela, lo que quiere decir que niños del mismo vecindario deben asistir a la misma escuela. Los autores proponen un algoritmo donde se van asignando los estudiantes de acuerdo a la distancia (escuela más cercana), respetando los límites de capacidad establecidos.

De la misma manera, el diseño de distritos se utiliza dentro de los servicios de salud para dividir una región según la cantidad de hospitales con los que se cuenta. De esta manera se puede proporcionar un servicio médico de calidad a los pacientes correspondientes (Pierskalla y Brailer, 1994). Blais et al. (2003) proponen un método basado en una búsqueda tabú para asignar doctores y enfermeras a cada distrito, quienes según la necesidad se mandan al punto donde se requiera el servicio. El objetivo es determinar la cantidad de personal óptima para cada distrito, y a su vez balancear la carga de trabajo.

Por otro lado, Baker et al. (1989) presentan un modelo para rediseñar los sectores responsivos para el servicio de ambulancias de una región determinada. Los objetivos son minimizar el tiempo de respuesta (viaje hacia el lugar donde se requiera el servicio) y balancear la carga de trabajo, para así poder proporcionar un mejor servicio.

Por último, otra aplicación es la división de los distritos policíacos. Bodily (1978) basa su investigación en diseñar los sectores policíacos incorporando las preferencias de eficiencia y distribución equitativa de los ciudadanos que reciben los servicios y los policías proporcionándolos. La eficiencia se define como el tiempo de respuesta de una unidad de servicio, la cual tiene dos responsabilidades: prevenir un delito y atender un llamado de emergencia. El autor propone un modelo basado en las probabilidades de que se requiera

algún servicio de emergencia. D'Amico et al. (2002) diseñan un algoritmo para el problema basándose en la división de un grafo restringido. Las restricciones son dadas por la cercanía, la compacidad de los sectores y el tiempo de respuesta de las unidades. Los objetivos son el uso eficiente de las patrullas y balancear la carga de trabajo de los policías.

2.2. Demanda Estocástica

El mundo volátil de los negocios ha forzado a las empresas a buscar nuevas formas de predecir el comportamiento del mercado. Se debe pronosticar este comportamiento para no incurrir en costos elevados de desabasto o de exceso, tanto en planeación, producción, inventarios, distribución, entre otros. El concepto de demanda estocástica se refiere a la incertidumbre ante la demanda de los consumidores; se distingue por ser no estacionaria a través del tiempo. Los períodos de demanda cambian con las estaciones del año, y aún así es difícil predecirla, ya que varía constantemente (Mui et al., 2006).

El concepto de demanda estocástica se ha investigado a través de los años. Bertsimas (1992) empieza a estudiar el problema de ruteo de vehículos incorporando incertidumbre en sus pronósticos de demanda. La demanda se considera desconocida pero sigue el comportamiento de una distribución probabilística conocida. El autor menciona que esta situación ocurre frecuentemente en las empresas de paquetería, ya que se enfrentan a una situación con una demanda continuamente aleatoria.

Para enfrentar el problema, Bertsimas (1992) propone dos estrategias basadas en fijar una secuencia por adelantado, incluyendo todos los clientes potenciales. La primera estrategia establece que el vehículo visita a todos los clientes en el orden de la secuencia determinada, pero sólo le otorga el servicio a aquellos que lo requieran ese día, respetando el límite de capacidad del vehículo. Los clientes se visitan aunque no requieran el servicio. La segunda estrategia se diferencia de la primera en que los clientes que no requieran el servicio ese día se omiten. No hay necesidad de seguir la ruta como si se estuviera incluyendo ese punto de

demanda, se toma otro camino para llegar al siguiente cliente, siempre siguiendo el orden de la secuencia establecida previamente.

De la misma manera, Gendreau et al. (1995) presentan un problema donde cada cliente tiene una probabilidad de requerir un servicio y su demanda es aleatoria. Los autores proponen un algoritmo para definir la ruta de distribución según la probabilidad de cada uno, pero si algún cliente no requiere el servicio ese día, se salta de la ruta. La capacidad del vehículo no se incluye en el modelo, pero si en algún momento se excedente, el vehículo regresa al centro de distribución y después continúa con la ruta según lo planeado.

Gendreau et al. (1996) exponen los diferentes modelos que existen dentro del ruteo de vehículos estocástico. Para que un problema de ruteo de vehículos se considere estocástico es necesario que alguna de sus variables sea aleatoria o desconocida. Los autores describen tres modelos: (1) ruteo de vehículos con demanda estocástica, (2) ruteo de vehículos con clientes estocásticos y (3) ruteo de vehículos con demanda y clientes estocásticos. En el primer modelo no se conoce la demanda de los clientes y el no exceder la capacidad del vehículo se vuelve una tarea difícil. El segundo modelo describe la situación en la que los clientes no se conocen, cada uno presenta una probabilidad de requerir el servicio en un día específico, con una demanda determinada. Por último, el tercer modelo se refiere al caso en donde no se conocen los clientes y tampoco su demanda, combinando los primeros dos modelos.

Por otro lado, Haugland et al. (2007), exponen el problema de diseño de distritos para determinar las rutas óptimas, basado en una demanda estocástica. Los autores presentan una metodología basada en una lista tabú y un heurístico iterativo para resolver el problema. El objetivo es minimizar el tiempo de viaje y el costo total basado en un problema de dos etapas. La primera etapa divide la región en distritos y en la segunda etapa se soluciona un problema de ruteo de vehículos. Para balancear los distritos, se fija un costo de viaje máximo que no se puede exceder dentro de cada uno. Esta investigación se diferencia en que se utilizará una función mínimax para balancear la carga de trabajo y formar distritos de figura compacta.

Bianchi et al. (2004, 2006) estudian el problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas. El objetivo es encontrar la ruta con el menor costo, mejorando una ruta previamente establecida. Los autores presentan la comparación del desempeño de cinco metaheurísticos: Recocido Simulado, Búsqueda Tabú, Búsqueda Local Iterada, Optimización Colonia Hormiga y Algoritmo Evolutivo. Los resultados mostraron que la búsqueda tabú, la búsqueda local iterativa y el algoritmo evolutivo tenían un mejor desempeño y en ocasiones encontraban una mejor solución.

Zhong et al. (2007) abarcan el problema de planeación de rutas, estableciendo territorios de distribución fijos para que el chofer no pierda la familiaridad con el mismo. El objetivo es minimizar el costo total de ruteo a través de múltiples días y por ende minimizar la distancia total recorrida y el tiempo total de proporcionar un servicio en cada punto. Los autores introducen tres conceptos importantes para su investigación: (1) las celdas son la mínima cantidad de trabajo asignada a un chofer (i.e. clientes divididos por código postal), (2) la zona núcleo es un conjunto de celdas que son asignadas al mismo chofer día con día, y (3) la zona flexible es una región alrededor del centro de distribución donde las paradas son asignadas diariamente a una ruta. Los autores proponen una metodología dividida en dos etapas, en la primera etapa se agrupan zonas núcleo utilizando búsqueda tabú cuidando no exceder el tiempo de trabajo de cada chofer. Durante la segunda etapa se construye la ruta de distribución por asignación de celdas. Al final se asignan las celdas que no se han incluido en ninguna ruta. La presente investigación se diferencia ya que sólo se dividirá la región en distritos de distribución y se utiliza un algoritmo híbrido.

Novoa y Storer (2009) exponen una metodología dinámica para resolver el problema de ruteo de vehículos con demanda estocástica. Los autores proponen que esta metodología no contenga rutas predefinidas de distribución, sino que al llegar a la localización del cliente se conoce la demanda y ahí es cuando se toma la decisión de cuál será el siguiente cliente a visitar. Estas decisiones se toman a través de radio, teléfonos celulares, o sistemas de posicionamiento global (GPS por sus siglas en inglés), que permiten una interacción eficiente

y más rápida entre los conductores y el personal en el centro de distribución. Los autores enfatizan la necesidad de tomar decisiones logísticas en tiempo real.

Kürsat y Faruk (2009) proponen un modelo en donde se analizan las posibles fallas que pueden existir en la ruta estipulada, teniendo como objetivo determinar con precisión la distancia recorrida en una ruta previamente establecida. Estas fallas se refieren a la necesidad de cortar el seguimiento de la ruta, las cuales pueden estar generadas por exceder la capacidad del vehículo o prevenir que se exceda la capacidad, en ambos casos el vehículo tiene que regresar al centro de distribución. El modelo está basado en la probabilidad de satisfacer la demanda de los clientes de localización a localización dada la ruta establecida. Los autores no utilizan métodos heurísticos para sus experimentaciones.

Así mismo, Zachariadis et al. (2009) proponen un algoritmo de solución híbrido combinando la búsqueda tabú y la búsqueda local guiada para el problema de ruteo de vehículos. El objetivo es determinar las rutas con el menor costo para poder satisfacer la demanda de los clientes que requieran un servicio de recolección o entrega. En esta tesis se utilizará un algoritmo híbrido combinando búsqueda tabú y GRASP, así como también se dividirá la región en distritos y no se planearán las rutas de distribución.

2.3 Clasificación de los Métodos de Solución

Altman (1997) expone que por la complejidad computacional del problema, el diseño de distritos se ha considerado como un problema NP-Completo. Lo cual quiere decir que el esfuerzo y tiempo computacional requerido para encontrar la solución óptima aumenta exponencialmente conforme el tamaño del problema aumenta (Galvao et al., 2006). Este concepto fue presentado inicialmente por Cook (1971). Por esta razón, todos los trabajos presentados en esta investigación, proponen métodos heurísticos para solucionar el problema, excepto por Keeney (1972). En esta tesis también se propone un enfoque heurístico.

Grilli di Cortona et al. (1999) expresan que existen dos enfoques principales para resolver los problemas de diseño de distritos: (1) basado en división, y (2) basado en aglomeración. En el primer caso el territorio es considerado como un todo y el procedimiento de solución lo divide en subáreas. En la segunda técnica el territorio es dividido en conjuntos de unidades territoriales adyacentes y el procedimiento de solución agrupa estas unidades territoriales para encontrar un diseño de distritos factible. Por otro lado, Moonen (2004) propone una clasificación de las diferentes técnicas para diseñar distritos de distribución. Esta clasificación se muestra en la tabla 2.1.

División en Subáreas	Aglomeración de conjuntos
	División en conjuntos
Diagramas Voronoi	División gráfica
	Agrupamiento
	Mejora y búsqueda local
	Asignación:
Algoritmos de barrido	- Crecimiento por semillas
	- Problema de Transporte
	- Programación entera

Tabla 2.1 Clasificación de las técnicas para el diseño de distritos (Moonen, 2004)

En el apéndice I se muestra una tabla en donde se resumen las contribuciones principales expuestas en las secciones 2.1 y 2.2. Se clasifica de acuerdo a los criterios del objetivo y al método de solución, así como también se exponen las diferencias con respecto a la presente investigación.

Capítulo 3

Formulación del Problema

En esta sección se presenta la formulación matemática del problema, el modelo de optimización y los parámetros claves.

3.1 Formulación Matemática

Se considera un grafo $G(V_d, E_d)$ donde V_d es el conjunto de vértices y E_d el conjunto de aristas, en diferentes escenarios o días d . Se asume que todas las aristas $e_{rs} = (v_r, v_s)$ tienen una longitud positiva y representan una distancia real entre los puntos adyacentes v_r y v_s . No todos los vértices están conectados entre sí por una arista. La distancia entre puntos conectados es la longitud de la arista, y para los puntos que no están conectados la distancia es la ruta más corta. Puede haber puntos conectados entre los distintos escenarios.

Un distrito se define como un subconjunto de vértices (puntos). Cada punto del grafo representa a un cliente y está relacionado a un escenario de demanda d . Cada cliente forma parte de un espacio V_d dependiendo del día o escenario en el que solicita un servicio, entrega o recolección. Los clientes varían con respecto al escenario de demanda, por lo que existen D escenarios. El objetivo de la formulación matemática es optimizar el balanceo de la carga de trabajo entre los distritos y maximizar la compacidad de cada distrito.

Para poder comprender el modelo matemático propuesto, a continuación se definen las constantes y variables utilizadas:

Constantes:

J = número de distritos $\{1,2,3\dots j\}$

D = número de escenarios $\{1,2,3\dots d\}$

Wp_i^d = número de recolecciones (1 o 0) en el punto de demanda i del escenario d , $i \in V_d$.

We_i^d = número de entregas (1 o 0) en el punto de demanda i del escenario d , $i \in V_d$.

$r_{i m k n}$ = distancia (kilómetros) del punto i del escenario m al punto k del escenario n , $i \in V_m$,
 $k \in V_n$.

Sp = velocidad (kilómetros/hora) promedio del vehículo.

$r_{i o}^d$ = distancia (kilómetros) entre el centro de distribución al punto de demanda i del escenario d , $i \in V_d$.

St_i^d = tardanza (horas) en cada punto de demanda i del escenario d , $i \in V_d$.

W_{max} = carga de trabajo (horas) máxima por cada distrito.

Cp = costo extra asociado al excedente de la carga de trabajo máxima.

λ = factor de ponderación, $0 \leq \lambda \leq 1$.

Nz = parámetro de normalización para la métrica de compacidad.

Nw = parámetro de normalización para la métrica de la carga de trabajo.

S_{far} = suma de las j distancias más lejanas al centro de distribución.

Es importante resaltar que la definición y cálculo de las constantes W_{max} , Cp , Sp , St_i^d y λ se explica más a detalle en el Capítulo 5.

Variables Auxiliares:

W_j^d = variable continua que calcula la carga de trabajo en el distrito j en el escenario d .

\bar{W}_j = variable continua que calcula el promedio de la carga de trabajo en el distrito j .

W = variable continua que representa el máximo promedio de la carga de trabajo asignada a un distrito.

Z = variable continua que evalúa la compacidad, calculando el tiempo (horas) máximo de viaje entre los dos puntos más lejanos de un distrito.

D_j^d = variable continua que toma la distancia máxima del centro de distribución al punto de demanda i del escenario d más lejano en el distrito j .

U_j^d = variable continua que toma el valor de la máxima diferencia positiva entre la carga de trabajo del distrito j en el escenario d y la carga de trabajo máxima

Variable de decisión:

$$X_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ del escenario } d \text{ es asignado al distrito } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Para la presente investigación, la compacidad se define como la distancia entre los dos puntos más separados dentro de un distrito, tomando en cuenta todos los escenarios posibles. Por razones de uniformidad, se transformará la distancia a un tiempo de viaje entre los dos puntos más apartados del distrito. Se propone un objetivo *minimax* con el cual se minimizará la máxima compacidad entre los distritos, de esta forma se obtendrán distritos de formas compactas.

Por otro lado, la carga de trabajo se define como el tiempo requerido para llevar a cabo todos los servicios necesarios en cada escenario, recolecciones y entregas, y el tiempo necesario para viajar del centro de distribución al punto de demanda más lejano del distrito, de cada escenario. Para balancear la carga de trabajo, se propone tomar en cuenta dos aspectos:

1. Minimizar el máximo promedio de la carga de trabajo de cualquiera de los distritos, tomando en cuenta todos los escenarios posibles.
2. Utilizando la variable auxiliar U_j^d , minimizar la suma de diferencias positivas entre la carga de trabajo de los distritos en cada escenario y la carga de trabajo máxima establecida.

3.1.1 Modelo de Optimización

$$\text{F.O. } \min = Cp \sum_j \sum_a U_j^d + \lambda * \frac{W}{Nw} + (1-\lambda) * \frac{Z}{Nz} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in J} X_{ij}^d = 1 \quad d \in D, i \in V_d \quad (2)$$

$$Z \geq r_{i m k n} \frac{(X_{ij}^m + X_{kj}^n - 1)}{Sp} \quad m \in D, n \in D, i \in V_m, k \in V_n, j \in J \quad (3)$$

$$D_j^d \geq r_{i o}^d X_{ij}^d \quad d \in D, i \in V_d, j \in J \quad (4)$$

$$W_j^d = \sum_{i \in V_d} St_i^d We_i^d X_{ij}^d + \sum_{i \in V_d} St_i^d Wp_i^d X_{ij}^d + \frac{D_i^d}{Sp} \quad d \in D, j \in J \quad (5)$$

$$\bar{W}_j = \frac{\sum_d W_j^d}{|D|} \quad j \in J \quad (6)$$

$$W \geq \bar{W}_j \quad j \in J \quad (7)$$

$$U_j^d \geq (W_j^d - W_{max}) \quad d \in D, j \in J \quad (8)$$

$$U_j^d \geq 0 \quad d \in D, j \in J \quad (9)$$

$$X_{ij}^d \in \{1,0\} \quad d \in D, i \in V_d, j \in J \quad (10)$$

La ecuación (1) representa la función objetivo, la cual minimiza tres elementos: (a) La desviación positiva entre la carga de trabajo en cada distrito por escenario y la máxima carga de trabajo penalizada por el costo de carga de trabajo extra, Cp , (b) El máximo promedio de la carga de trabajo, y (c) La máxima compacidad. Estos dos últimos elementos están normalizados por los parámetros Nz y Nw , los cuales se explican en la sección 3.1.2, y el peso relativo está dado por $lambda, \lambda$.

La restricción (2) asegura que cada punto de demanda de todos los escenarios se asigne sólo a un distrito. La restricción (3) asegura que Z tome el valor del tiempo de viaje máximo entre los dos puntos más alejados del distrito, evaluando todas las posibilidades entre los diferentes escenarios. La restricción (4) encuentra el máximo tiempo de viaje entre el centro de distribución y el punto más lejano del distrito, en cualquiera de los escenarios.

La restricción (5) encuentra la carga de trabajo de cada distrito por escenario de demanda, sumando las entregas y recolecciones multiplicadas por su tardanza en cada punto de demanda y el tiempo máximo del centro de distribución al punto más lejano del distrito. La restricción (6) calcula el promedio de la carga de trabajo de todos los escenarios en el distrito j . La restricción (7) asegura que W tome el valor máximo del promedio de la carga de trabajo de todos los distritos. La restricción (8) asegura que U_j^d tome la mayor diferencia entre la carga de trabajo de cada distrito en todos los escenarios y la carga de trabajo máxima establecida. La restricción (9) asegura que la variable auxiliar U_j^d tome siempre valores

positivos. Por último, la restricción (10) asegura que la variable de decisión tome valores binarios.

3.1.2 Parámetros de Normalización

Los parámetros de normalización se utilizan para que los elementos de la función objetivo tomen magnitudes similares, y así poder determinar de una mejor manera el valor del factor de ponderación λ . La carga de trabajo y la compacidad están normalizadas por los parámetros Nw y Nz , respectivamente, los cuales se describen a continuación:

1. Parámetro de normalización para la carga de trabajo (Nw)

Nw se determina estimando la carga de trabajo promedio por distrito, al considerar todos los escenarios, suponiendo que está perfectamente balanceado. Se utiliza la siguiente ecuación:

$$Nw = \frac{\left(\frac{\sum_{i \in V} \sum_{d \in D} St_i^d * Wp_i^d}{|D|} + \frac{\sum_{i \in V} \sum_{d \in D} St_i^d * We_i^d}{|D|} \right) + \left(\frac{S_{far}}{Sp} \right)}{j} \quad (11)$$

De la ecuación (11), Wp_i^d y We_i^d representan el número de recolecciones y entregas, respectivamente, así como St_i^d representa la tardanza en cada punto de demanda i tomando en cuenta todos los escenarios d . Por otro lado, S_{far} es estimada por la suma de las j distancias más lejanas al centro de distribución, donde j es determinada por el número de distritos en los que se quiere dividir la región de servicio. Sp es la velocidad promedio del vehículo, por lo que $\frac{S_{far}}{Sp}$ representa el tiempo de viaje del centro de distribución a la suma de los j puntos más lejanos. Por último, j es igual al número de distritos, determinado por la cantidad de vehículos con los que cuenta la empresa.

2. *Parámetro de normalización para la compacidad (Nz)*

Nz es determinada por la longitud del diámetro de un distrito, asumiendo que toda la región es dividida en j distritos iguales. Es importante resaltar que se asume una forma circular de la región y que Nz está determinada en unidades de tiempo (horas). El centro de distribución está en el centro y todos los distritos serán circulares con un área igual.

$$\frac{\pi * r^2}{j} = \pi * \left(\frac{Nz}{2}\right)^2 \quad (12)$$

$$Nz = \frac{2r * \sqrt{\frac{1}{j}}}{Sp} \quad (13)$$

En la ecuación (12), el lado izquierdo de la igualdad representa el área de un distrito obtenida al dividir el área de la región en j distritos iguales y el lado derecho representa el área de un distrito en términos de Nz . Despejando se obtiene la ecuación (13), donde se representa a Nz en unidades de tiempo, ya que está dividida por la velocidad promedio del vehículo; esta ecuación es la que se utilizará finalmente.

Capítulo 4

Descripción de la Metodología

En este capítulo se describe la metodología de solución propuesta para el diseño de distritos basado en una demanda estocástica. Debido a que el problema se considera NP-Completo y los métodos exactos se vuelven imprácticos para estos casos, se propone un procedimiento heurístico para encontrar su solución. La sección 4.1 describe las características generales de la metodología y la sección 4.2 presenta el procedimiento del heurístico híbrido propuesto.

4.1 Características Generales

Para la solución del problema, se propone un algoritmo que consiste en un heurístico híbrido de inicio múltiple que combina elementos de metaheurísticos en las distintas etapas del procedimiento.

Glover y Kochenberger (2003) definen el metaheurístico como un método de solución que administra la interacción entre procedimientos de mejora local y estrategias de alto nivel para crear un proceso capaz de escapar el óptimo local y realizar una búsqueda sólida de un espacio de soluciones. Los metaheurísticos se clasifican como de base puntual (point based) o de base poblacional (population based). Los metaheurísticos de base puntual mantienen una solución a la vez, mientras que los de base poblacional pueden mantener una población de soluciones. Entre los metaheurísticos de base puntual se pueden mencionar: Búsqueda Tabú (TS por sus siglas en inglés), Recocido Simulado, GRASP, Búsqueda Local Iterada, Búsqueda Local Guiada, Búsqueda de Vecindad Variable, entre otros. En la presente investigación se utiliza un procedimiento híbrido combinando dos metaheurísticos: TS y GRASP.

La Búsqueda Tabú (TS) es una técnica de memoria adaptativa propuesta originalmente por Glover (1977). Este método mejora el rendimiento del procedimiento de búsqueda local, permitiendo movimientos que no mejoran la solución para evadir el óptimo local. Su característica más importante es una memoria, llamada *lista tabú*, que guarda los últimos movimientos por un número determinado de iteraciones. Esta lista garantiza que no se formen ciclos, ya que no permite que se regrese al punto anterior y aumenta las probabilidades de hacer una búsqueda más extensa. Para una explicación más completa ver Glover y Laguna (1993, 1997) y Gendreau (2002).

Por otro lado, GRASP es un metaheurístico de inicio múltiple o proceso iterativo, en el que cada iteración consiste de dos fases: construcción de la solución inicial y mejora a través de la búsqueda local. La fase de construcción incluye una función miope con la que se evalúan todos los elementos posibles. Las mejores opciones se incorporan a una lista de candidatos restringida (RCL por sus siglas en inglés). Se selecciona un candidato al azar, el cual formará parte de la solución parcial. A continuación se actualiza la lista y se evalúan todos los candidatos de nuevo. Entre todas las soluciones creadas, al final se selecciona la mejor. Para una explicación más completa ver Resende y González (2003) y Resende y Ribeiro (2002), donde presentan detalles de diferentes mecanismos de construcción, técnicas para acelerar el tiempo que se tarda en la búsqueda, combinación con otros metaheurísticos, entre otros.

4.2 Descripción del Heurístico Híbrido

El procedimiento de solución se basa en uno de los cinco heurísticos utilizados por González (2009), adecuados al caso estocástico. En promedio, el heurístico seleccionado mostró los menores tiempos computacionales y buenas soluciones. De manera similar, en la presente investigación se propone un algoritmo híbrido de inicio múltiple combinando GRASP con TS. En general, el procedimiento consiste de dos fases típicas de un enfoque GRASP: construcción de una solución inicial factible y mejora mediante búsqueda local. Para el caso estocástico se eliminaron las restricciones de capacidad, por lo que se considera

que una solución es factible si todos los puntos de los distintos escenarios de demanda son asignados a algún distrito.

De todas las soluciones creadas y mejoradas, se reportará la mejor como la solución final para cada instancia. Las soluciones son evaluadas de acuerdo a la ecuación (1), la cual considera la carga de trabajo balanceada entre los distritos, el excedente de carga de trabajo de un límite máximo y la compacidad de los mismos.

Durante la primera etapa de construcción inicial, los puntos son asignados a los distritos; en la segunda etapa de búsqueda local se lleva a cabo el *movimiento* de puntos entre distritos adyacentes para encontrar una mejor solución factible. Un *movimiento* se refiere al proceso de reasignar un punto de un distrito a otro que sea adyacente. En la presente investigación, el heurístico propuesto sólo lleva a cabo *movimientos* de un distrito a otro, no se realizan *intercambios* entre un par de puntos de distintos distritos.

Como se mencionó en el párrafo anterior, un movimiento se lleva a cabo sólo si el distrito es adyacente al punto. Este requerimiento se impone con el fin de encontrar una configuración compacta de distritos. González (2009) expresa que el concepto de adyacencia tiene un gran impacto en la dificultad de la instancia, ya que dos puntos ubicados en un plano pueden ser adyacentes a primera vista. Sin embargo, una barrera natural o artificial puede impedir un recorrido directo entre los dos. Estas situaciones se presentan comúnmente en escenarios urbanos. La figura 4.1 muestra esta situación.

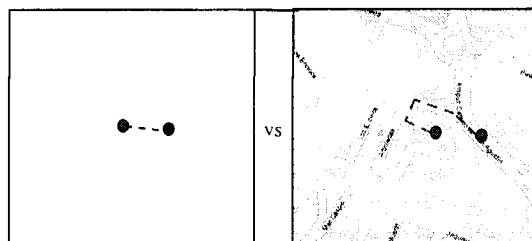


Fig. 4.1 Ilustración del impacto en la definición de adyacencia

Un punto se considera *adyacente* a un distrito si existe al menos una arista conectándolo con uno de los puntos asignados a ese distrito. Estos puntos se consideran como *fronterizos* y son los puntos potenciales a moverse de su distrito actual en la búsqueda por una mejor solución. Cada vez que un punto se asigna a un distrito, la adyacencia debe ser actualizada. La figura 4.2 muestra un diagrama de flujo del procedimiento general. Los detalles se explican en las secciones 4.2.1 y 4.2.2.

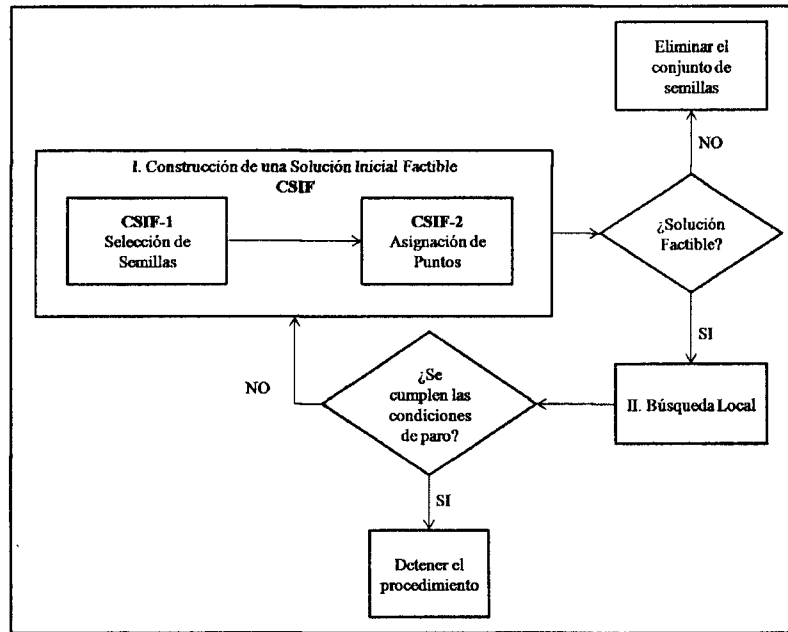


Fig. 4.2 Diagrama de Flujo del Heurístico Híbrido

4.2.1 Fase I: Construcción de una Solución Inicial Factible (CSIF)

Se definieron dos pasos dentro de la fase de construcción de una solución inicial factible: selección de un conjunto de j semillas y asignación de los puntos a los distritos formados por cada semilla. Durante todo el procedimiento, cada vez que un punto es asignado a un distrito, la adyacencia entre los puntos y distritos debe ser actualizada. Para mejorar la compacidad, los puntos se intentan asignar a la semilla más cercana, siempre y cuando se cumplan las condiciones de adyacencia. A continuación se describe cada paso de la fase de construcción.

CSIF-1 Selección de Semillas

Para este paso, se utilizan tres de los cinco enfoques propuestos por González (2009), cada uno adecuado al caso estocástico. Todos los métodos están basados en una función miope, con la cual los puntos potenciales son evaluados y las mejores opciones ocupan un puesto en la RCL, de donde la semilla se selecciona aleatoriamente. El pseudo-código para cada método se presenta en el Apéndice II.

Los métodos utilizados son: (a) *Algoritmo P-dispersión*, (b) *Método del Ángulo* y (c) *Método de Carga de Trabajo*. El primer método se enfoca en distancias y los últimos dos en la dispersión y contenido de trabajo de los puntos. El *Algoritmo P-dispersión* está basado en una versión modificada del algoritmo miope presentado por Erkut et al. (1991), donde el objetivo es seleccionar los puntos que están más dispersos en relación a los demás, considerando todos los escenarios de demanda. La función miope calcula la suma de las distancias entre las semillas y los puntos potenciales. Los puntos con la mayor suma de distancias se agregan a la RCL, de donde se selecciona la semilla al azar. El procedimiento se repite hasta tener las j semillas necesarias.

En el *Método del Ángulo*, la función miope se basa en la ubicación de los puntos sobre la región de servicio. Para esto se calcula el ángulo del punto con respecto al centro de distribución ubicado en el origen. Una vez que se calculan los ángulos de todos los puntos tomando en cuenta todos los escenarios, la región de servicio se divide en j sectores radiales del mismo tamaño. Los puntos más cercanos a la división de cada distrito (antes o después) se eligen como candidatos y se agregan a la RCL, de donde se escoge una semilla al azar. De la misma forma, el procedimiento se repite hasta tener las j semillas necesarias.

Por último, el *Método de la Carga de Trabajo* basa su función miope en el contenido de trabajo de los puntos. La región se divide en j sectores de igual carga de trabajo aproximadamente. Esta carga de trabajo se calcula por el número total de puntos que requieren un servicio y se divide equitativamente entre cada distrito, considerando todos los escenarios de demanda. De manera similar, los puntos que estén más cercanos a la división

de cada distrito (antes o después) se eligen como candidatos y se agregan a la RCL, de donde se escoge una semilla aleatoriamente. El procedimiento se repite hasta tener las j semillas necesarias.

CSIF-2 Asignación de puntos

Una vez que las semillas han sido seleccionadas, los distritos son formados alrededor de las semillas por los puntos que no han sido asignados. En la investigación presentada por González (2009), se definieron cuatro procedimientos para lograr construir una solución inicial factible. Debido a que se eliminaron las restricciones de capacidad, una solución es factible si se asignan todos los puntos a un distrito, por lo que para esta tesis fue necesario definir el siguiente procedimiento, el cual se repite un número determinado de iteraciones, y considera todos los puntos de los distintos escenarios de demanda.

1. Se ordenan las semillas en forma creciente con respecto a su carga de trabajo. Esta carga de trabajo considera el tiempo de viaje del centro de distribución al punto más lejano y el tiempo de servicio de los puntos que pertenecen al distrito
2. Se selecciona el distrito con menor carga de trabajo y se exploran un número determinado de puntos para asignar uno a la semilla. Estos puntos candidatos se presentan en una lista en orden creciente de acuerdo a su distancia a la semilla.
3. Se asigna al distrito el primer punto más cercano que respeta los requerimientos de adyacencia, intentando así mejorar la compacidad.

Durante cada iteración se puede asignar o no un punto a algún distrito. Cada vez que se asigna un punto a alguna semilla, la adyacencia se actualiza.

4.2.2 Fase II: Búsqueda Local

Una vez que se ha construido una solución inicial factible, se mejora a través de una técnica de búsqueda local. Como se mencionó anteriormente, se utiliza el metaheurístico Búsqueda Tabú con su respectiva estructura de vecindad. De las estructuras de vecindad

presentadas por González (2009), se adecuó la de “1-Paso LS” (1-S) para incluir el modelo de demanda estocástica y de esta manera considerar distintos escenarios de demanda. Así también se agregó una restricción para ayudar a balancear la carga de trabajo. Esta restricción impide que se le quiten puntos al distrito con una carga de trabajo menor a la mínima establecida. En este caso, la carga de trabajo mínima es del 50% del promedio de la carga en todos los distritos construidos en la solución actual.

En general el procedimiento consiste en una evaluación dentro de un espacio de búsqueda conformado por las soluciones encontradas al ejecutarse un movimiento de puntos entre distritos adyacentes, con el objetivo de encontrar una mejor configuración. Las soluciones son evaluadas según la ecuación (1). Esta ecuación considera la dispersión entre la carga de trabajo del distrito en cada escenario con respecto a la carga de trabajo máxima, la distancia entre los dos puntos más lejanos en el distrito y la mayor carga de trabajo promedio de los distritos considerando todos los escenarios. Las soluciones que presenten una menor dispersión, compacidad y promedio de carga de trabajo son preferidas. Se reporta el valor de la función objetivo definido por la ecuación (1), el valor de compacidad, carga de trabajo promedio y excedente total de la carga de trabajo individualmente.

4.2.2.1 Descripción de la Estructura de Vecindad

Para la estructura de vecindad se implementa una memoria tabú de corto plazo con un criterio de aspiración que permite un movimiento *tabú activo*, sólo si el resultado es mejor que la solución actual. Las soluciones evaluadas en el espacio de búsqueda provienen de un movimiento de puntos entre distritos adyacentes.

La estructura de 1-Paso LS (1-S) consiste en un enfoque miope donde se lleva a cabo una rápida evaluación de todos los movimientos factibles entre distritos adyacentes. En cada iteración se realiza el movimiento de un punto, pero el mejor movimiento puede resultar en una peor configuración de distritos, por lo que se permite seleccionar soluciones que resulten peores que la anterior con el fin de promover diversidad dentro del espacio de búsqueda. Sin

embargo, se mantiene una lista con las tres mejores soluciones encontradas. Al final del procedimiento, se hace un último intento de mejorar estas soluciones con la esperanza de encontrar una mejor configuración. Finalmente, se reporta la mejor solución encontrada globalmente para el conjunto de semillas determinado en la construcción inicial. El pseudocódigo de la búsqueda local es presentado en el Apéndice III.

Capítulo 5

Experimentación y Resultados

Para probar el desempeño del método de solución propuesto se generaron un conjunto de instancias, las cuales se resolvieron en un procesador Pentium de 1.7GHz con 1GB de memoria RAM trabajando con Windows Vista. La sección 5.1 describe las características principales de las instancias generadas. En la sección 5.2 se presenta la definición de parámetros necesarios para realizar la experimentación. La sección 5.3 muestra el total de experimentos realizados y las reglas de paro. Por último, la sección 5.4 presenta los resultados numéricos.

5.1 Descripción de las Instancias

Para probar el desempeño del procedimiento de solución propuesto, se utilizarán las instancias tipo *Urban* usadas por González (2009). Este tipo de instancias consisten en puntos distribuidos sobre una región que asemeja la estructura del área metropolitana de Monterrey, N.L., México. El tamaño de la región de servicio considera a los municipios de Apodaca, Escobedo, Guadalupe, Juárez, Monterrey, San Nicolás de los Garza, San Pedro Garza García y Santa Catarina, con una extensión total de 3159.4 km². La figura 5.1 muestra un mapa del área metropolitana de Monterrey. No se considera el municipio de García como parte del estudio, ya que la compañía lo asigna a una región de servicio diferente.

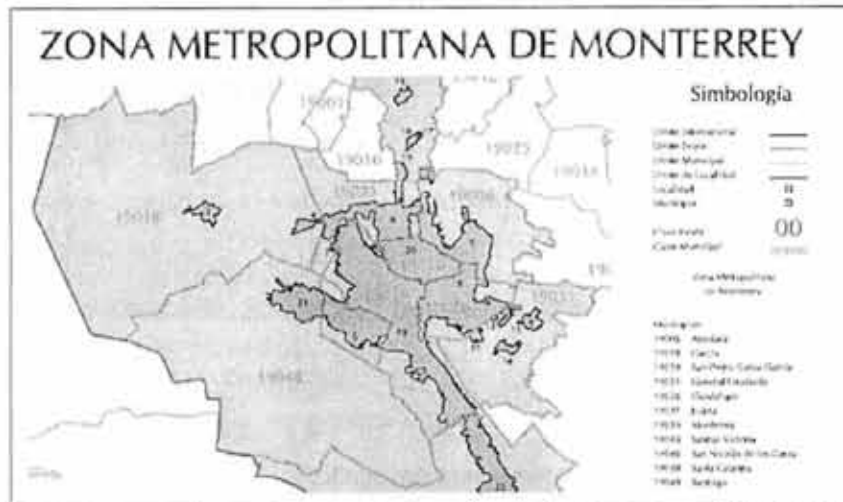


Fig. 5.1. Acercamiento al Área Metropolitana de Monterrey (INEGI, 2005)

Los puntos fueron generados de tal manera que su ubicación corresponde a lugares donde actualmente existe alguna casa, oficina o edificio que puede ser visitado por los vehículos dentro de la región de servicio. Los puntos no pueden estar localizados donde están las montañas del área metropolitana, como el Cerro de la Silla, Cerro de Topochico, Cerro de las Mitras y Cerro de la Huasteca.

Para definir la ubicación de los puntos para cada una de las instancias de tipo *Urban*, se utilizaron los dos conjuntos de “puntos base” usados por González (2009), los cuales respetan las condiciones mencionadas anteriormente. De estos conjuntos los puntos son seleccionados aleatoriamente para formar cada una de las instancias. El centro de distribución se encuentra en su ubicación real, aproximadamente en el centro de la región geográfica. Para las instancias más grandes se usó el conjunto de 2,211 puntos, los cuales incluyen la información de clientes proporcionada por la compañía, así como también algunos puntos aleatorios para cubrir partes de la región en donde podría requerirse un servicio. Estos puntos adicionales representan la incertidumbre en la demanda. Por otro lado, para las instancias pequeñas y medianas se utiliza el conjunto de puntos que cubre un área más chica. Este conjunto consiste de 888 puntos e incluye la ciudad de Monterrey y parte de los municipios de San Pedro Garza García, San Nicolás de los Garza y Guadalupe.

Para generar las instancias se leen las coordenadas del archivo de “puntos base”, se determina la cantidad de puntos en cada escenario de demanda y se asigna al azar el servicio requerido por cada punto (recolección o entrega). A continuación se encuentra el árbol de expansión mínimo y se agrega al conjunto de aristas Ed . Adicionalmente, se seleccionan los J puntos más cercanos al centro de distribución y por último se agregan aristas al azar. Para las instancias chicas (80, 200, 250 y 450 puntos) se agregan $2*J$ aristas al azar, para las instancias medianas (600 puntos) $4*J$ aristas y para las instancias grandes (1500 puntos) $8*J$ aristas. La matriz de distancias se genera calculando las distancias Euclidianas entre los puntos conectados por aristas. Finalmente, se encuentra la ruta más corta entre cada par de puntos, incluyendo el centro de distribución, usando el algoritmo Floyd-Warshall (Floyd, 1962).

5.2 Definición de Parámetros

Para poder realizar la experimentación, fue necesario definir los valores de ciertos parámetros auxiliares de las instancias. Estos parámetros son: tardanza, carga de trabajo máxima, velocidad del vehículo y cantidad de días. Así como también los parámetros que se utilizan en el algoritmo de solución, tales como: tamaño de lista tabú, constante de penalización del excedente de la carga de trabajo máxima Cp y factor de ponderación $lambda$, los cuales se describen en la sección 5.2.1.

Se modificaron los tiempos de servicio establecidos por González (2009), estos tiempos eran de 10 minutos y 5 minutos para cada una de las recolecciones y entregas, respectivamente. Para el caso estocástico se determinó un tiempo de servicio variable para cada punto de demanda, llamado *tardanza*, y así poder incluir una estimación del costo (en tiempo) de la ruta a seguir dentro de cada distrito. Esta tardanza se obtiene calculando el tiempo de viaje al punto más cercano sumándole un tiempo de servicio fijo dependiendo si es una recolección o entrega, como se muestra en la ecuación (14). $CDist$ representa la distancia

al punto más cercano y *pickdel* toma el valor de 10 minutos si el servicio requerido es una recolección y de 5 minutos si es una entrega.

$$St_j^d = \frac{CDist}{Sp} + pickdel \quad (14)$$

En la ecuación (14), *Sp* representa el valor de la velocidad promedio del vehículo que proporcionará el servicio. González (2009) utilizó tres diferentes valores para *Sp* validados por la compañía de paquetería: 25 kilómetros/hora, 30 kilómetros/hora y 35 kilómetros/hora; en los resultados presentados por la autora no se observó una diferencia significativa al variar los valores, por lo que se decidió usar el promedio de estos tres valores y se determinó una velocidad de 30 kilómetros/hora. Por último, se estableció un valor para la carga de trabajo máxima en cada uno de los distritos según las horas de un turno laboral al día, el cual es de 8 horas. La carga de trabajo máxima permitirá que la solución esté formada por distritos que en general no excedan este valor y que contengan una carga de trabajo similar entre ellos. Anteriormente se mencionó que se considera la carga de trabajo promedio por distrito en cada escenario y el “peor de los casos”. El parámetro de carga de trabajo máxima ayuda a minimizar la diferencia entre la carga de trabajo de los distritos en cada escenario, por lo que el “peor de los casos” no queda tan alejado de los otros. Así mismo, se definieron tres valores para la cantidad de escenarios, 2, 4 y 6, para así poder ver el efecto que tiene el número de escenarios de demanda considerados en la solución.

5.2.1 Experimentación Preliminar

Se llevó a cabo una experimentación preliminar para definir los valores del tamaño de la lista tabú utilizada en la búsqueda local, la constante que representa el costo extra para penalizar el excedente de la carga de trabajo y el valor del factor de ponderación *lambda* para ponderar la carga de trabajo y la compacidad de los distritos. En la investigación presentada por González (2009) se utilizó un tamaño de la lista tabú de cuatro; en esta tesis se decidió tomar como base el tamaño cuatro y experimentar con un tamaño de 5 y de 6 como

complemento. Para poder percibir el efecto que tiene en la solución el costo extra por exceder la carga de trabajo máxima, fue necesario forzar dicho excedente. Primero se corrieron las instancias determinando una carga de trabajo máxima de 8 horas y después se obtuvo el valor promedio de la carga de trabajo para los distritos; esa cantidad se determinó como la nueva carga de trabajo máxima. Como primera etapa de esta experimentación, se generaron instancias de 80 clientes, 2 escenarios de demanda y 3 distritos de distribución para probar estos valores. En la tabla 5.1 se muestra un resumen de los experimentos que se realizaron en la primera etapa, para cada valor del tamaño de la lista tabú, costo extra y lambda.

Pruebas Preliminares - Primera Etapa							
Wmax = 8	Wmax = wprom	V = 80					
		D = 2					
		J = 3					
		Tabu = 4		Tabu = 5		Tabu = 6	
		Cp	λ	Cp	λ	Cp	λ
		0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
		0.1	0.5	0.1	0.5	0.1	0.5
		0.1	0.9	0.1	0.9	0.1	0.9
		0.3	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1
		0.3	0.5	0.3	0.5	0.3	0.5
		0.3	0.9	0.3	0.9	0.3	0.9
		0.5	0.1	0.5	0.1	0.5	0.1
		0.5	0.9	0.5	0.9	0.5	0.9
		0.7	0.1	0.7	0.1	0.7	0.1
		0.7	0.5	0.7	0.5	0.7	0.5
0.7	0.9	0.7	0.9	0.7	0.9		
0.9	0.1	0.9	0.1	0.9	0.1		
0.9	0.5	0.9	0.5	0.9	0.5		
0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9		

Tabla 5.1. Resumen Experimentación Preliminar - Primera Etapa

En la tabla 5.2 se muestran los resultados para las distintas combinaciones de costo extra y lambda de cada tamaño de lista tabú, al forzar el excedente de la carga de trabajo. Se puede observar que, en general, el tamaño de lista tabú igual a 5 tiende a mejorar la solución. También se puede apreciar que al mejorar la solución, el modelo tiende a disminuir y balancear la carga de trabajo; la compacidad y el excedente de carga de trabajo permanecen igual. Por otro lado, conforme el factor de ponderación lambda aumenta, la carga de trabajo

promedio en los distritos y el excedente de carga de trabajo disminuyen, pero se producen distritos menos compactos. Así también, el comportamiento de la compacidad es opuesta al de la carga de trabajo promedio y excedente de carga de trabajo. Conforme el factor de costo extra aumenta, la compacidad permanece igual para valores chicos de lambda, pero aumenta para una combinación de valores grandes de lambda y costo extra; también se puede apreciar que con valores grandes para lambda, el excedente de trabajo tiene un comportamiento variable. Finalmente, se decidió utilizar un valor de 5 para el tamaño de lista tabú. Para este valor, se resolvieron las instancias con AMPL - CPLEX 11.1, los resultados se presentan en la tabla 5.3.

Tabu 4														
Cp	0.1			0.3			0.5		0.7			0.9		
Lambda	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
F.O.	0.8116	0.90855	0.97923	0.95145	1.04839	1.07316	1.09129	1.20168	1.23113	1.32808	1.30357	1.37098	1.46792	1.40546
Z	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	1.20358	0.71579	0.73897	1.20358	0.71579	0.73897	1.20358
W	0.97461	0.93828	0.92519	0.97468	0.93828	0.92094	0.97468	0.91843	0.97468	0.93828	0.91843	0.97468	0.93828	0.91843
Sum U	0.69922	0.69922	0.56613	0.69922	0.69922	0.51453	0.69922	0.50946	0.69922	0.69922	0.50946	0.69922	0.69922	0.50946
Time (seg)	0.47	0.481	0.441	0.511	0.481	0.491	0.541	0.49	0.491	0.451	0.531	0.541	0.5	0.53

Tabu 5														
Cp	0.1			0.3			0.5		0.7			0.9		
Lambda	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
F.O.	0.81217	0.9084	0.97569	0.95145	1.04824	1.07316	1.09129	1.23589	1.23113	1.32793	1.30357	1.37098	1.46777	1.43484
Z	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	0.85326	0.71579	0.73897	1.20358	0.71579	0.73897	1.20358
W	0.9804	0.93797	0.92125	0.97468	0.93797	0.92094	0.97468	0.92745	0.97468	0.93797	0.91843	0.97468	0.93797	0.91674
Sum U	0.69922	0.69922	0.56613	0.69922	0.69922	0.51453	0.69922	0.63172	0.69922	0.69922	0.50946	0.69922	0.69922	0.5438
Time (seg)	0.421	0.501	0.46	0.501	0.46	0.491	0.511	0.491	0.49	0.51	0.49	0.52	0.471	0.5

Tabu 6														
Cp	0.1			0.3			0.5		0.7			0.9		
Lambda	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
F.O.	0.81163	0.9084	0.97973	0.95147	1.04824	1.07333	1.09131	1.20168	1.23116	1.32793	1.30357	1.371	1.46777	1.40546
Z	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	0.73897	0.89951	0.71579	1.20358	0.71579	0.73897	1.20358	0.71579	0.73897	1.20358
W	0.97492	0.93798	0.92574	0.97492	0.93798	0.92114	0.97492	0.91843	0.97492	0.93798	0.91843	0.97492	0.93798	0.91843
Sum U	0.69922	0.69922	0.56613	0.69922	0.69922	0.51453	0.69922	0.50946	0.69922	0.69922	0.50946	0.69922	0.69922	0.50946
Time (seg)	0.45	0.48	0.481	0.531	0.481	0.511	0.55	0.471	0.52	0.461	0.48	0.491	0.471	0.501

Tabla 5.2. Resultados Experimentación Preliminar – Primera Etapa

Diferencia del tamaño de Lista tabú = 5 con respecto a CPLEX							
Cp	0.1			0.3			0.5
Lambda	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1
F.O.	0.06725	0.00002	0.02489	0.01395	0.00128	0.02901	0.01209
Z	0.69527	0.42945	0.42945	0.46396	0.17434	0.02418	0.46396
W	-0.61212	-0.58741	-0.57959	-0.59612	-0.57196	-0.57459	-0.59632
Sum U	-0.38403	0.00000	0.17049	0.00000	0.44566	0.36003	0.00000

Cp	0.5	0.7			0.9		
Lambda	0.9	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
F.O.	0.10458	0.01075	0.07059	0.09104	0.02675	0.09772	0.12961
Z	-0.02848	0.46396	0.17434	0.37041	0.13750	0.17434	0.37041
W	-0.57176	-0.59612	-0.57196	-0.57605	-0.55521	-0.57196	-0.57670
Sum U	0.66978	0.00000	0.44566	0.34662	0.44566	0.44566	0.43737

Tabla 5.3. Diferencia con respecto a CPLEX para las instancias de 80 puntos

Para continuar con una segunda etapa de experimentación, se escogieron las cuatro combinaciones de costo extra y lambda que mostraron los mejores resultados. Para esta segunda etapa se decidió probar con dos diferentes instancias de 200 puntos, 2 escenarios de demanda, 5 distritos y 450 puntos, 2 escenarios de demanda, 10 distritos. Para determinar la carga de trabajo máxima se llevó a cabo el mismo procedimiento que se mencionó anteriormente en la primera etapa. La tabla 5.4 muestra las características de los experimentos realizados para esta etapa.

Pruebas Preliminares - Segunda Etapa					
Wmax = 8	Wmax = wprom	V = 200		V = 450	
		D = 2		D = 2	
		J = 5		J = 10	
		Cp	λ	Cp	λ
		0.1	0.1	0.1	0.1
0.1	0.9	0.1	0.9		
0.5	0.9	0.5	0.9		
0.9	0.1	0.9	0.1		

Tabla 5.4. Características experimentos de la Segunda Etapa

Los resultados para las instancias de 200 y 450 puntos se presentan en las tablas 5.5 y 5.6, respectivamente. Para la instancia de 200 puntos se reitera que al aumentar el factor lambda, disminuye la carga de trabajo. Así también, se observó que en este caso al aumentar lambda, la compacidad también disminuye, por lo que se producen distritos más compactos, pero el

excedente de la carga de trabajo aumenta. Al aumentar el costo extra no se observan diferencias en la compacidad. Para la instancia de 450, también se observa que al aumentar lambda, la carga de trabajo promedio disminuye, pero el excedente de carga de trabajo aumenta. Al aumentar el costo extra se aumenta el excedente de carga de trabajo. No se observan diferencias en la compacidad. Gráficamente se aprecia que para 200 puntos, la combinación de costo extra de 0.5 y lambda de 0.9 distribuye de una mejor manera los distritos. Para 450 puntos, se observa que la combinación de costo extra de 0.1 y lambda de 0.9 presenta una mejor distribución.

Instancia 200				
Cp	0.1	0.1	0.5	0.9
Lambda	0.1	0.9	0.9	0.1
F.O.	1.34339	1.21504	2.03249	2.47795
Z	1.21095	1.18116	1.21095	1.21095
W	1.11718	0.97857	1.06673	1.11718
Sum U	1.41820	2.16204	1.90269	1.41820
Tiempo (seg)	3.09300	3.53500	3.09300	3.09500

Tabla 5.5. Resultados 200 puntos

Instancia 450				
Cp	0.1	0.1	0.5	0.9
Lambda	0.1	0.9	0.9	0.1
F.O.	1.68446	1.89926	5.15395	8.64815
Z	0.86127	0.86127	0.86127	0.86127
W	1.29313	1.09310	1.29313	1.29313
Sum U	7.80000	8.29345	7.80802	8.60410
Tiempo (seg)	25.33500	27.05800	25.55500	25.54700

Tabla 5.6. Resultados 450 puntos

Finalmente se decide que para instancias menores a 450 puntos, la combinación de 0.5 para costo extra y 0.9 para lambda muestran mejores resultados para los valores de compacidad y carga de trabajo, así como también una configuración con el menor número de distritos con puntos entremezclados. Para instancias mayores a 450 puntos, la combinación de 0.1 para costo extra y 0.9 para lambda muestra una buena división de los distritos. Las

figuras 5.2 y 5.3 muestran el diseño de distritos para 200 y 450 puntos, respectivamente, con su determinada combinación de valores.

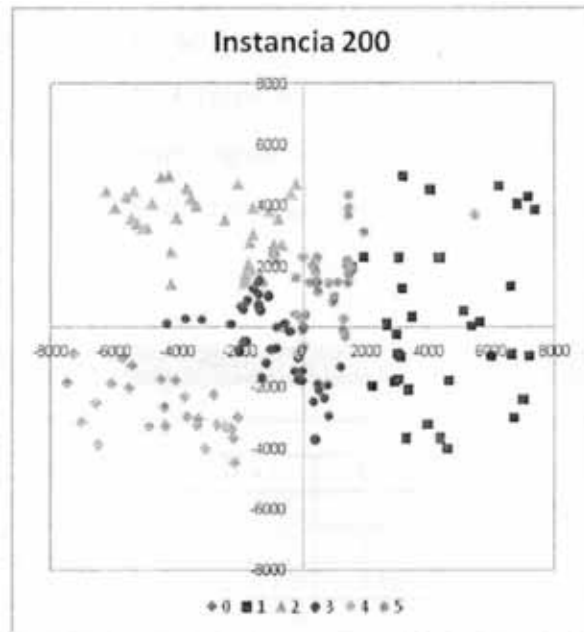


Fig. 5.2. Diseño de Distritos 200 puntos, $C_p=0.5$, $\lambda=0.9$

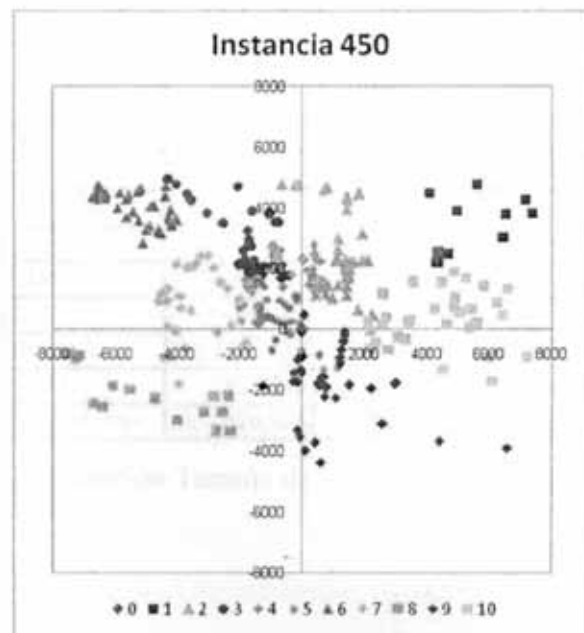


Fig. 5.3. Diseño de Distritos 450 puntos, $C_p=0.1$, $\lambda=0.9$

Finalmente, para comprobar que el valor de 5 para el tamaño de la lista tabú es el indicado, se corrieron las instancias de 200 y 450 puntos con sus valores para el costo extra y lambda, con los tamaños de 4 y 6 para la lista tabú. En la tabla 5.7 y 5.8 se muestran los resultados para cada una de las instancias. Se puede observar que para la instancia de 200 puntos, el tamaño de lista tabú de 4 empeora visiblemente la solución; para un tamaño de lista tabú de 6, la solución permanece igual. Para la instancia de 450 puntos no se observa diferencia en los valores de compacidad o carga de trabajo.

Instancia 200			
Cp	0.5		
Lambda	0.9		
	Tabu 4	Tabu 5	Tabu 6
F.O.	2.117164	2.032491	2.032491
Z	1.324321	1.210948	1.210948
W	1.134564	1.066725	1.066725
Sum U	1.927246	1.902687	1.902687
Tiempo (seg)	3.115	3.093	3.115

Tabla 5.7. Comparación Tamaño de Lista Tabú - Instancia 200 puntos.

Instancia 450			
Cp	0.1		
Lambda	0.9		
	Tabu 4	Tabu 5	Tabu 6
F.O.	1.899261	1.899261	1.899261
Z	0.861269	0.861269	0.861269
W	1.093099	1.093099	1.093099
Sum U	8.29345	8.29345	8.29345
Tiempo (seg)	26.828	27.058	26.789

Tabla 5.8. Comparación Tamaño de Lista Tabú - Instancia 450 puntos.

5.3 Total de Experimentos Resueltos e Instancias Generadas

Para probar el método de solución propuesto, se resolvieron un total de 237 instancias. En la sección 5.2.1 se describen las instancias generadas para la experimentación preliminar, dando un total de 146 para 80, 200 y 450 clientes. Además, se generaron tres tamaños de instancias, las cuales se describen en la tabla 5.9. En total, para la experimentación formal, se resolvieron 63 instancias, considerando los cambios en la carga de trabajo máxima. Se resolvieron 28 instancias para intentar encontrar la solución óptima con CPLEX 11.1 sin establecer un límite de tiempo.

Tamaño	Escenarios de Demanda	Puntos	Distritos	Numero de Réplicas
Pequeño	2	250	3	3
	4			
	6			
Mediano	2	600	6	3
	4			
	6			
Grande	2	1500	15	3
	4			
	6			

Tabla 5.9. Instancias generadas para la experimentación formal

De estas instancias, sólo las instancias pequeñas de 250 puntos para 2, 4 y 6 escenarios de demanda, fueron resueltas por CPLEX 11.1. Es importante mencionar que la solución presentada por CPLEX es en base a una relajación del modelo de optimización, ya que no se toma en cuenta la adyacencia entre los puntos.

5.3.1 Reglas de Paro

Debido a la complejidad del problema, sólo las instancias pequeñas pudieron ser resueltas por CPLEX. Un límite de 3600 segundos fue establecido para las instancias de 250 puntos. Para el heurístico no hubo necesidad de establecer un límite de tiempo, ya que incluso para las instancias más grandes el tiempo máximo de solución variaba entre los 1200 – 1500 segundos.

Así mismo, se definieron algunas condiciones de paro en función al tamaño de la instancia. La tabla 5.10 muestra el número de iteraciones establecidas para la fase de construcción de una solución inicial factible (CSIF) y la fase de búsqueda local (LS por sus siglas en inglés).

Instancia	CSIF	LS
80	15 iteraciones	40 iteraciones
200	15 iteraciones	40 iteraciones
250	15 iteraciones	40 iteraciones
450	15 iteraciones	40 iteraciones
600	15 iteraciones	70 iteraciones
1500	15 iteraciones	150 iteraciones

Tabla 5.10. Condiciones de Paro en función al tamaño de instancia

5.4 Resultados Numéricos

Para las instancias pequeñas resueltas por el heurístico y CPLEX, se reporta la diferencia entre las mejores soluciones encontradas, como se describe en la ecuación (15). Se calcula la diferencia para la función objetivo definida por la ecuación (1), compacidad definida por la ecuación (3), máxima carga de trabajo promedio definida por la ecuación (7) y total del excedente de carga-de trabajo definido por la ecuación (8). Debido a que un menor valor para cualquiera de los parámetros es preferido, una diferencia negativa significa que el heurístico encontró una mejor solución, por lo que una diferencia positiva significa que CPLEX encontró una solución mejor dentro del límite de tiempo establecido.

$$Diferencia = \frac{Solución_{Heurístico} - Solución_{CPLEX}}{Solución_{CPLEX}} \quad (15)$$

5.4.1 Resultados con respecto a CPLEX

En esta sección se presentan los resultados con respecto a CPLEX para las instancias pequeñas de 250 puntos. Se muestra la diferencia porcentual (GAP en inglés) para cada valor. La tabla 5.11 muestra la diferencia entre los valores máximos, promedios y mínimos tomando en cuenta las 3 réplicas de cada instancia.

Diferencia con respecto a CPLEX				
Escenarios de demanda:		2	4	6
F.O.	Máximo	0.57564	0.71033	1.0576943
	Promedio	0.41903	0.59768	0.7545589
	Mínimo	0.19011	0.53048	0.56479
Z	Máximo	0.01061	0.00076	-0.05812
	Promedio	-0.03146	-0.09941	-0.120767
	Mínimo	-0.03406	-0.19144	-0.15769
W	Máximo	-0.83300	-0.68809	-0.553335
	Promedio	-0.83210	-0.68820	-0.570156
	Mínimo	-0.83184	-0.69130	-0.58525
Sum U	Máximo	5.47420	2.98749	6.674169
	Promedio	5.67927	3.72832	5.4453541
	Mínimo	3.63188	4.55130	4.9877763

Tabla 5.11. Diferencias con respecto a CPLEX para las instancias de 250 puntos

Se puede observar que para los parámetros de capacidad y carga de trabajo promedio, el heurístico encuentra mejor soluciones que CPLEX. Para la capacidad, entre mayor cantidad de escenarios se consideren, mejores soluciones encuentra el heurístico. Sin embargo, para el excedente de carga de trabajo CPLEX encontró mejores soluciones y se observan diferencias muy grandes.

5.4.2 Resultados por Tamaño de Instancia

En esta sección se presentan los valores máximos, promedios y mínimos de la función objetivo, capacidad, carga de promedio y excedente de la carga de trabajo, definidos por las ecuaciones (1), (3), (7) y (8), respectivamente, para cada tamaño de instancia. Estos resultados se muestran en las tablas 5.12, 5.13 y 5.14.

En la tabla 5.12 se puede observar que conforme aumenta la cantidad de escenarios de demanda, en promedio la compacidad y la carga de trabajo tienden a disminuir. Así mismo, la dispersión entre los valores de la compacidad tiende a disminuir, mientras la dispersión entre los valores de la carga de trabajo promedio aumenta. Por otro lado, el excedente de la carga de trabajo máxima aumenta mientras la cantidad de escenarios aumenta.

250 puntos 3 distritos				
Escenarios de Demanda:		2	4	6
F.O.	Máximo	1.76146	2.16989	2.39230
	Promedio	1.51791	1.89677	1.97974
	Mínimo	1.21389	1.74306	1.72767
Z	Máximo	1.13551	1.13551	1.05829
	Promedio	0.90759	0.91076	0.89520
	Mínimo	0.72227	0.73178	0.76232
W	Máximo	1.02084	1.01622	1.03630
	Promedio	1.00591	0.99193	0.96011
	Mínimo	0.99532	0.96880	0.90846
Sum U	Máximo	1.54096	2.41008	2.70760
	Promedio	1.04366	1.82592	2.05224
	Mínimo	0.46319	1.42981	1.66764

Tabla 5.12. Valores para la instancia de 250 puntos

En la tabla 5.13 se puede observar que al aumentar el número de escenarios considerados para representar las variaciones en la demanda, el heurístico encuentra una configuración con distritos más compactos y mejor balanceados, ya que los valores tienden a disminuir. Sin embargo, conforme los escenarios aumentan el excedente de carga de trabajo también aumenta.

600 puntos_6 distritos				
Escenarios de Demanda		2 días	4 días	6 días
F.O.	Máximo	2.37123	2.65673	2.77861
	Promedio	2.21655	2.49686	2.56768
	Mínimo	2.12303	2.36082	2.42806
Z	Máximo	1.29582	1.29582	1.22737
	Promedio	1.22514	1.21663	1.14953
	Mínimo	1.15223	1.12672	1.09450
W	Máximo	1.35673	1.28055	1.21289
	Promedio	1.28139	1.25185	1.19047
	Mínimo	1.23997	1.23704	1.14690
Sum U	Máximo	10.20592	14.30719	16.36944
	Promedio	9.40788	12.48535	13.81306
	Mínimo	8.84327	11.23920	12.14869

Tabla 5.13. Valores para la instancia de 600 puntos

En la tabla 5.14 se puede apreciar que de la misma manera que en las instancias de 250 y 600 puntos, los valores de compacidad disminuyen conforme la cantidad de escenarios aumentan, produciendo distritos más compactos. Sin embargo, en esta ocasión la carga de trabajo promedio tiende a aumentar al igual que el excedente de carga de trabajo máxima. Debido a las características de las instancias, resulta difícil balancear perfectamente la carga de trabajo entre los distritos y minimizar el excedente de carga de trabajo; conforme el tamaño de la instancia y la cantidad de escenarios de demanda aumentan, se vuelve aún más difícil.

1500 puntos_15 distritos				
Escenarios de Demanda:		2 días	4 días	6 días
F.O.	Máximo	4.19229	5.40685	6.33097
	Promedio	3.97198	5.24732	6.29909
	Mínimo	3.75092	4.93804	6.26721
Z	Máximo	1.36913	1.36913	1.24231
	Promedio	0.99470	1.09846	1.08489
	Mínimo	0.68748	0.92971	0.92748
W	Máximo	1.34192	1.28041	1.36897
	Promedio	1.17578	1.22076	1.26458
	Mínimo	1.08502	1.16309	1.16019
Sum U	Máximo	28.89631	42.57329	51.94052
	Promedio	28.14310	40.38794	50.52478
	Mínimo	27.05652	36.48763	49.10905

Tabla 5.14. Valores para la instancia de 1500 puntos

5.4.3 Tiempos Computacionales por Tamaño de Instancia

En esta sección se presentan los tiempos computacionales para cada tamaño de instancia. Para las instancias de 250 puntos se muestran los tiempos obtenidos por CPLEX y el método heurístico, para las instancias de 600 y 1500 puntos, sólo se presentan los obtenidos por el heurístico. De la tabla 5.15 se puede observar que para las instancias de 250 puntos el tiempo computacional del heurístico es menor a los 5 segundos, sin embargo CPLEX alcanza el límite de tiempo establecido en todos los casos. Por otra parte, para las instancias de 1500 puntos, las cuales son las que más se aproximan a una instancia real, el heurístico tarda menos de 1450 segundos (alrededor de 25 minutos), un tiempo razonable dado la naturaleza del problema.

Tiempos Computacionales (segundos)							
Escenarios considerados:		CPLEX - 2	2	CPLEX - 4	4	CPLEX - 6	6
250 puntos_3 distritos	Máximo	3603.27	4.89	3603.74	4.69	3603.63	4.97
	Promedio	3603.21	4.80	3603.66	4.49	3602.72	4.72
	Mínimo	3603.16	4.72	3603.54	4.19	3601.43	4.57
600 puntos_6 distritos	Máximo		66.88		63.02		317.41
	Promedio		64.01		61.28		155.89
	Mínimo		60.96		59.29		59.47
1500 puntos_15 distritos	Máximo		1297.56		1408.03		1290.69
	Promedio		1273.81		1301.81		1278.19
	Mínimo		1260.35		1237.12		1265.70

Tabla 5.15. Tiempos Computacionales

5.5 Pruebas Sin Límite de Tiempo

Debido a que CPLEX no logró encontrar la solución óptima dentro del límite de tiempo establecido, se resolvieron las instancias más pequeñas, 80 clientes, 3 distritos, 2 escenarios de demanda, sin establecer un límite de tiempo y poder comparar la solución óptima encontrada por CPLEX con la solución encontrada por el heurístico. Sin embargo, CPLEX sólo pudo resolver algunas instancias para este tamaño de problema, ya que en ocasiones el programa se quedó sin memoria. Así mismo, también se resolvieron las instancias utilizando el modelo con variables continuas, para obtener una cota inferior aproximada. Para las instancias que CPLEX logró

encontrar la solución óptima, se muestran los resultados obtenidos por CPLEX 11.1, el método heurístico y CPLEX utilizando el modelo continuo, en las tablas 5.16, 5.17 y 5.18, respectivamente. Se pensaba que al resolver las instancias con el modelo continuo se podría obtener una cota inferior aproximada, sin embargo se observó que la diferencia con las soluciones del método heurístico y del método resuelto por CPLEX sin límite de tiempo es muy grande y se concluye que realmente no representa una cota inferior adecuada para el problema.

Resultados CPLEX - Sin límite de tiempo							
Cp	0.1	0.3	0.5		0.7	0.9	
Lambda	0.9	0.9	0.1	0.9	0.5	0.5	0.9
F.O.	0.951997	1.0429	1.07825	1.11856	1.24037	1.3371	1.26989
Z	0.629269	0.878267	0.488941	0.878267	0.629269	0.629269	0.878267
W	2.19131	2.16485	2.41449	2.16485	2.19131	2.19131	2.16485
Sum U	0.483666	0.378326	0.699216	0.378326	0.483666	0.483666	0.378326
Tiempo (seg)	6231.94	34768.5	59.718	11817.4	1073.77	370.136	17229.2

Tabla 5.16. Resultados CPLEX sin límite de tiempo - Instancia chica

Resultados Método Heurístico							
Cp	0.1	0.3	0.5		0.7	0.9	
Lambda	0.9	0.9	0.1	0.9	0.5	0.5	0.9
F.O.	0.975692	1.073159	1.091289	1.235888	1.327925	1.467768	1.43484
Z	0.899506	0.899506	0.715792	0.853257	0.738974	0.738974	1.203583
W	0.921254	0.920942	0.97468	0.927445	0.937973	0.937973	0.916741
Sum U	0.566129	0.514534	0.699216	0.631722	0.699216	0.699216	0.543795
Tiempo (seg)	0.46	0.491	0.511	0.491	0.51	0.471	0.5

Tabla 5.17. Resultados del Método Heurístico – Instancia chica

Resultados CPLEX - MODELO CONTINUO							
Cp	0.1	0.3	0.5		0.7	0.9	
Lambda	0.9	0.9	0.1	0.9	0.5	0.5	0.9
F.O.	0.755196	0.755196	0.083911	0.755196	0.419553	0.419553	0.755196
Z	0	0	0	0	0	0	0
W	2.0338	2.0338	2.0338	2.0338	2.0338	2.0338	2.0338
Sum U	0	0	0	0	0	0	0
Tiempo (seg)	0.094	0.078	0.078	0.094	0.094	0.078	0.078

Tabla 5.18. Resultados CPLEX Modelo Continuo – Instancia chica

Por otro lado, en la tabla 5.19 se muestran las diferencias porcentuales entre el valor de la función objetivo encontrada por el método heurístico y el valor obtenido por CPLEX sin límite de tiempo. De la misma manera que en la experimentación formal, estas diferencias se obtuvieron con la ecuación (15). Se puede observar que la mayoría de las soluciones se encuentran por debajo del 10% y en general no exceden el 13%. Ya que los porcentajes son positivos, CPLEX encuentra mejores soluciones para estas instancias chicas. Sin embargo, se reitera que el método exacto es una relajación del problema, ya que no se considera la adyacencia entre los puntos. Y aún cuando CPLEX encuentra mejores soluciones numéricas, gráficamente se puede observar que el heurístico encuentra una mejor configuración de los distritos. Esto demuestra que la adyacencia es un elemento clave para el diseño de distritos. Estas diferencias en la configuración de los distritos se presentan en las figuras 5.4, 5.5 y 5.6.

Diferencia Porcentual con Respecto a CPLEX							
Cp	0.1	0.3	0.5		0.7	0.9	
Lambda	0.9	0.9	0.1	0.9	0.5	0.5	0.9
Función Objetivo	2.49%	2.90%	1.21%	10.49%	7.06%	9.77%	12.99%

Tabla 5.19. Diferencia Porcentual entre el Método Heurístico y CPLEX

Comparación para Cp = 0.3 y Lambda = 0.9

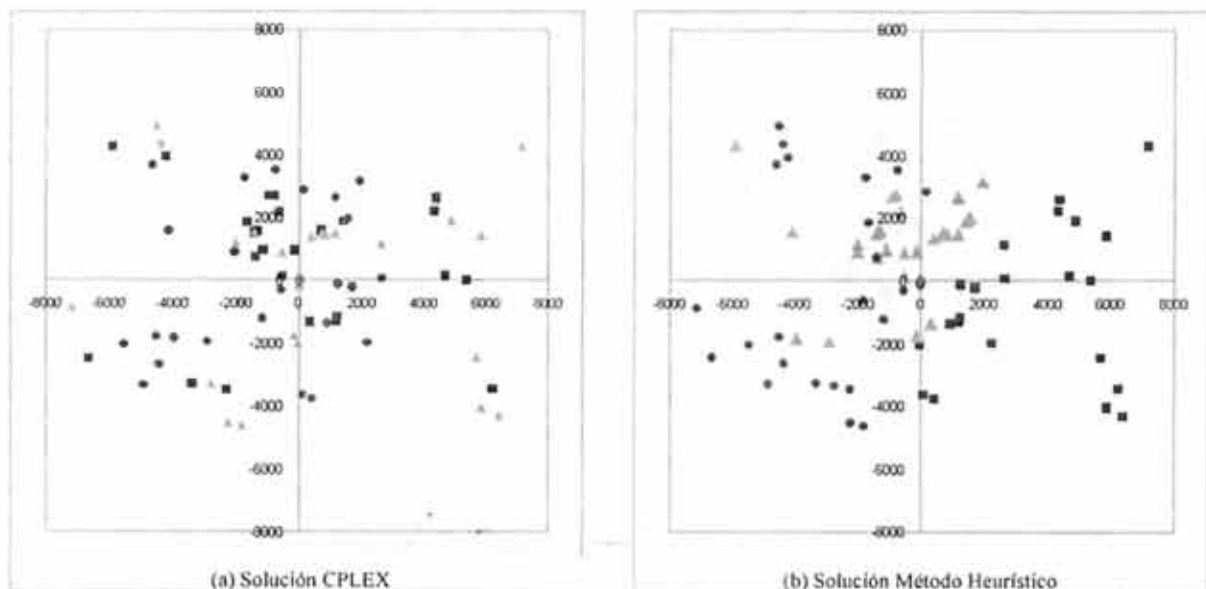
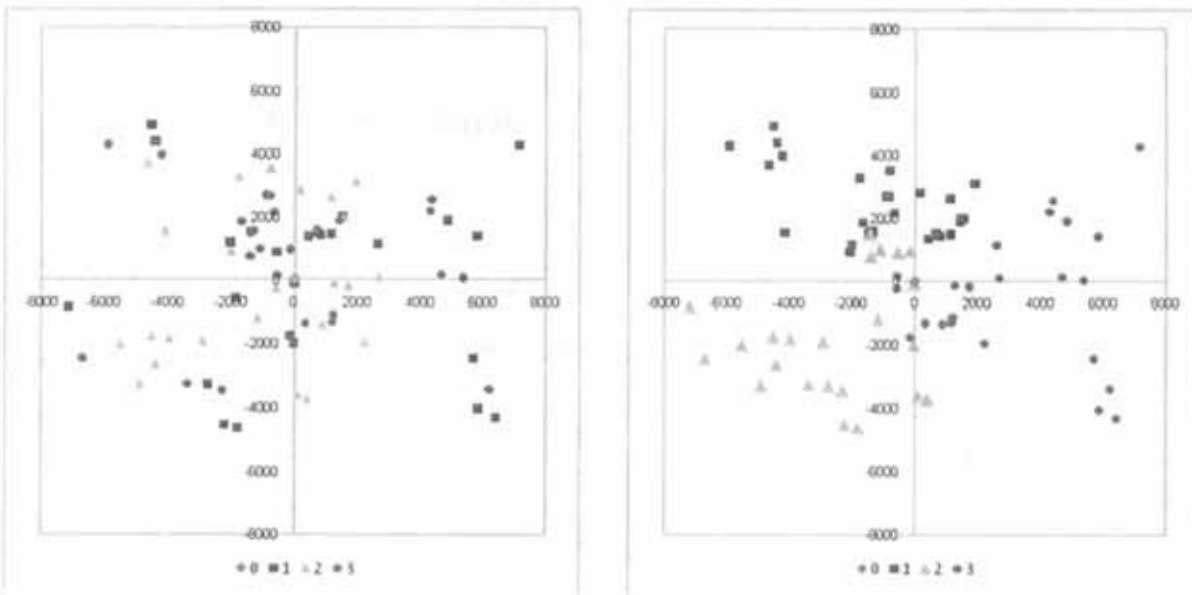


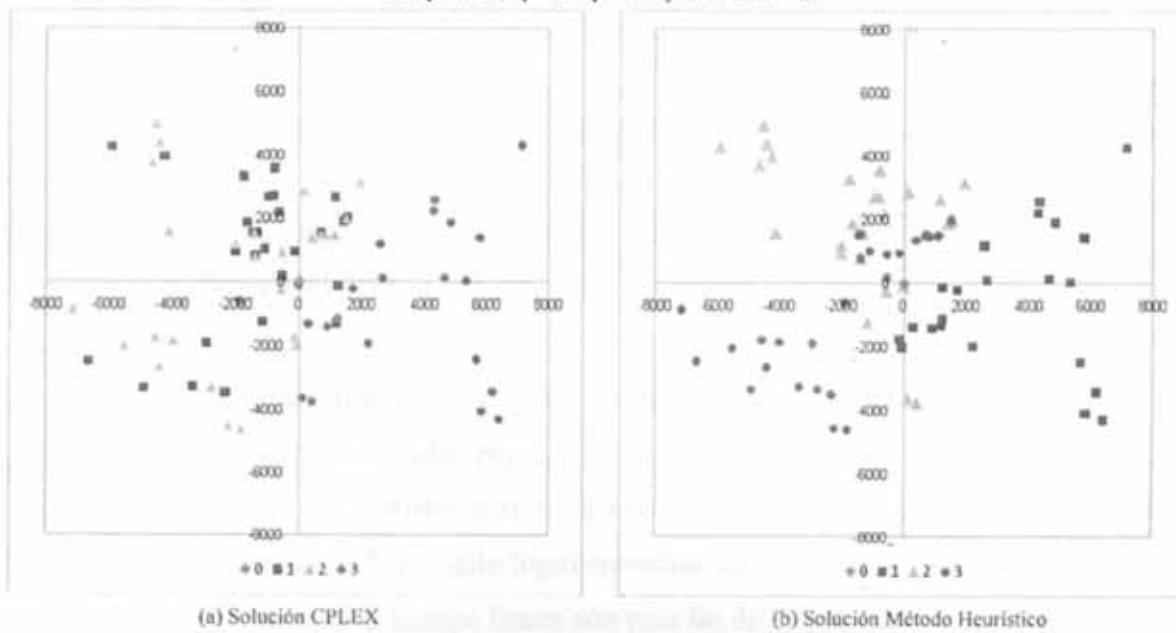
Fig. 5.4. Comparación de Diseño de distritos para Cp = 0.3 y Lambda = 0.9

Comparación para $C_p = 0.5$ y $\text{Lambda} = 0.9$



(a) Solución CPLEX (b) Solución Método Heurístico
Fig. 5.5. Comparación de Diseño de distritos para $C_p = 0.5$ y $\text{Lambda} = 0.9$

Comparación para $C_p = 0.7$ y $\text{Lambda} = 0.5$



(a) Solución CPLEX (b) Solución Método Heurístico
Fig. 5.6. Comparación de Diseño de distritos para $C_p = 0.7$ y $\text{Lambda} = 0.5$

APÉNDICE I

Clasificación de la Revisión de la Literatura

En la siguiente tabla se resumen los trabajos relacionados con el diseño de distritos de distribución estudiados en la sección 2.1, incluyendo también los que están relacionados con el concepto de demanda estocástica en la sección 2.2. Se clasifica de acuerdo a los criterios del objetivo y al método de solución, así como también se exponen las principales características y las diferencias con respecto a la presente investigación.

Investigación	Criterio		División		Aglomeración					Características principales del problema y diferencias del método de solución con respecto a la metodología propuesta	
	Único	Múltiple	Diagrama Voronoi	Construcción y algoritmo de barrido	División gráfica	Agrupamiento	Mejora y búsqueda local	Asignación			
								Crecimiento por semillas	Problema de Transporte		Programación Entera
Keeney (1972)	X		X								<ul style="list-style-type: none"> - El objetivo es minimizar la distancia recorrida. - Hay una instalación por cada distrito y no un centro de distribución para toda la región. - El método de solución presentado es gráfico. - No presentan una formulación basada en grafos.
Deckro (1977)		X				X					<ul style="list-style-type: none"> - No abarca un problema específico, se propone una metodología general con múltiples objetivos.

Haugland et al. (2005)	X					X				<ul style="list-style-type: none"> - El objetivo es minimizar la distancia recorrida. - La metodología se basa en una búsqueda tabú y un heurístico iterativo. - El problema se divide en dos etapas: división en distritos y ruteo de vehículos.
Galvao et al. (2006)		X	X							<ul style="list-style-type: none"> - Mejora el modelo de anillos concéntricos presentado por Novaes et al. (2000). - Se utiliza un diagrama de peso multiplicativo de Voronoi. - Se propone un método de aproximación continua.
Novaes et al. (2007)		X	X							<ul style="list-style-type: none"> - Los autores combinan un diagrama Voronoi con un algoritmo de optimización. - Modelo de aproximación continua.
Zhong et al. (2007)		X				X	X			<ul style="list-style-type: none"> - El objetivo es minimizar la distancia total recorrida y el tiempo total de proporcionar el servicio en cada parada. - Tres conceptos son importantes: celdas, zona núcleo y zona flexible. - Proponen una metodología dividida en dos etapas: agrupar zonas núcleo utilizando búsqueda tabú y construcción de las rutas de distribución por asignación de celdas.
Metodología Propuesta		X			X		X			<ul style="list-style-type: none"> - Se considera solamente un centro de distribución. - La carga de trabajo es definida en tiempo de trabajo (considerando entregas y recolecciones)

											<ul style="list-style-type: none"> - Se establece un límite de carga de trabajo que no debe excederse. - La demanda se considera aleatoria y desconocida. - Se consideran distintos escenarios de demanda. - El problema es formulado como un grafo. - Los objetivos a optimizar son: carga de trabajo balanceada entre los distritos, compacidad y el excedente de la carga de trabajo. - No se considera la región como una estructura de anillos concéntricos ni se propone un método de aproximación continua. - El procedimiento heurístico se propone en base a un algoritmo híbrido combinando búsqueda tabú y GRASP.
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

Tabla I.1. Resumen de la Revisión de la Literatura

APÉNDICE II

Pseudo-código para los Algoritmos de Selección de Semillas

A continuación se presenta el pseudo-código para cada método de selección de semillas. Se modificaron los métodos presentados por González (2009), para considerar los puntos de todos los días laborales.

Se definen las siguientes variables, incluyendo las previamente definidas:

RCL = conjunto de puntos que se asignan a la lista de candidatos restringida

$seed_j$ = punto que ha sido seleccionado como semilla para el distrito j , $j \in J$

$Sdist$ = distancia entre las dos primeras semillas seleccionadas

$angle_i^d$ = ángulo del punto i del escenario d medido en grados, $i \in V_d$, $d \in D$

$work_i^d$ = número de recolecciones y entregas asignadas a un punto i del escenario d ,
 $i \in V_d$, $d \in D$

Algoritmo P-Dispersión

Set $RCL = \{ \phi \}$,

for $k=1, \dots, |RCL|$ do

Set $\operatorname{argmax}\{r_{i_0}^d\} \in RCL$
 $i \in V_d - RCL$

Select $seed_i$ randomly from RCL ,

Set $V_d' = V_d - \{seed_i\}$ and $RCL = \{ \phi \}$,

for $k=1, \dots, |RCL|$ do

Set $\operatorname{argmax}\{r_{i, seed_i}^d\} \in RCL$
 $i \in V_d' - RCL$

Select $seed_i$ randomly from RCL ,

Set $V_d' = V_d - \{seed_2\}$, $RCL = \{ \phi \}$ and $Sdist = r_{seed_1, seed_2}^d$

for $j=3, \dots, m$ do

for $k=1, \dots, |RCL|$ do

$$\text{Set argmax } \{ Sdist + \sum_{i \in V_d'} \sum_{k=1}^{j-1} r_{i, seed_k}^d \} \in RCL$$

$$i \in V_d' - RCL$$

Select $seed_j$ randomly from RCL ,

Set $V_d' = V_d' - \{seed_j\}$, $RCL = \{ \phi \}$ and $Sdist = Sdist + \sum_{k=1}^{j-1} r_{seed_j, seed_k}^d$

Método del Ángulo

Define $V_d' = [v \in V_d \mid angle_i^d \leq angle_{i+1}^d, i \geq 1]$,

$$\text{Set } \bar{A} = \frac{\text{Max}_{i \in V_d} \{ angle_i^d \}}{m}$$

Select $seed_1$ randomly from V_d' ,

Set $RCL = \{ \phi \}$, $seed_1 \in V_d'$ and $A = \bar{A} + angle_{seed_1}^d$

for $j=2, \dots, m$ do

if $A > \text{Max}_{i \in V_d'} \{ angle_i^d \}$ then

$$\text{Set } A = A - \text{Max}_{i \in V_d'} \{ angle_i^d \} + \text{Min}_{i \in V_d'} \{ angle_i^d \}$$

Set $a = \text{Min} \{ i \in V_d' \mid angle_i^d \geq A \} \in RCL$

for $k=2, \dots, (|RCL|-1)/2$ do

$$\text{Set } \text{Min} \{ k \in V_d' - RCL \mid angle_k^d \geq angle_a^d \} \in RCL$$

$$\text{Set } \text{Max} \{ k \in V_d' - RCL \mid angle_k^d \leq angle_a^d \} \in RCL$$

Select $seed_j$ randomly from RCL

Set $seed_j \in V_d'$, $RCL = \{ \phi \}$ and $A = \bar{A} + angle_{seed_j}^d$

Método de la Carga de Trabajo

Define $V_d' = [v \in V_d \mid work_i^d \leq work_{i+1}^d, i \geq 1]$,

Compute $work_i^d = wp_i^d + we_i^d \quad \forall i \in V_d$ and $\bar{W} = \sum_{i \in V_d} \frac{work_i^d}{m}$

Set $RCL = \{ \phi \}$ and $p = 0$,

for $j=1, \dots, m$ do

Set $a = \text{Min} \{ i \in V_d' \mid \sum_{k=p+1}^i work_k^d \geq \bar{W} \} \in RCL$

for $k=2, \dots, (|RCL|-1)/2$ do

Set $\text{Min} \{ k \in V_d' - RCL \mid work_k^d \geq work_a^d \} \in RCL$

Set $\text{Max} \{ k \in V_d' - RCL \mid work_k^d \leq work_a^d \} \in RCL$

Select $seed_j$ randomly from RCL ,

Set $seed_j \notin V_d'$, $RCL = \{ \phi \}$

Set p to the value of the position of the seed in set V_d'

APÉNDICE III

Pseudo-código para el Heurístico Híbrido

A continuación se presenta el pseudo-código para el procedimiento de solución propuesto.

Se definen las siguientes variables, incluyendo las previamente definidas:

$Distr_i^d$ = Distrito donde el punto i del escenario d es asignado actualmente.

$OFbest1$, $OFbest2$ and $OFbest3$ = Los tres mejores valores de la función objetivo, donde $OFBest1$ es el mejor valor global.

$XBest1$, $XBest2$, $XBest3$ = valores binarios correspondientes a las tres mejores soluciones, donde $XBest1$ define a la mejor solución global.

$adj^{copy}(i,j)^d$ = copia de la matriz de adyacencia actual, la cual es actualizada de acuerdo al movimiento temporal realizado en el primer paso, para que el segundo paso evalúe movimientos condicionados al primer paso.

Tot_iter = número total de iteraciones para el algoritmo de Búsqueda Local.

W_{min} = mínima carga de trabajo establecida para evitar quitarle puntos a los distritos con menor carga de trabajo. En esta ocasión se determinó como el 50% del promedio de la carga de trabajo de la solución actual.

1-S_LS(OF, X_{ij}^d)

Set:

$$iter=0, tperm'=tperm$$

$$OFbest1=\mu 1, OFbest2= \mu 2, OFbest3= \mu 3,$$

$$XBest1_{ij}^d = 0, XBest2_{ij}^d = 0, XBest3_{ij}^d = 0 \quad \forall d \in D, i \in V_d, j \in J,$$

$$i^{d*}=0, imin=0, jmin=0, dmin=0, j2_prev=0,$$

Do

PRIMER PASO:

```
for ( $d = 1; d \leq D; ++d$ ) {  
  for ( $i = 1; i \leq |V_d|; ++i$ ) {  
    iter++,  
    if ( $border_i = 1 \ \& \ W_j\_Tot \geq W_{min}$ ) {  
       $i^* = i;$   
       $X_{i^*}^d, Distr_{i^*} = 0,$   
      for ( $j = 1; j \leq |J|; ++j$ ) {  
        if ( $adj(i,j)^d = 1 \ \& \ Tabú(i^{d^*}, j) + tperm < iter$ ) {  
           $X_{i^*,j}^d = 1,$   
           $OF = Cp \sum_j \sum_d U_j^d + \lambda * W + (1-\lambda) * Z$   
          if ( $minOF - OF > epsilon$ ) {  
             $minOF = OF,$   
             $imin = i^*, jmin = j, dmin = d,$   
          }  
        }  
        else if ( $minOF - OF > epsilon$ ) {  
           $minOF = OF,$   
           $imin = i^*, jmin = j, dmin = d,$   
        }  
      }  
    }  
  }  
}
```

CRITERIO DE ASPIRACIÓN

```
else if ( $adj(i,j)^d = 1$ ) {  
   $X_{i^*,j}^d = 1,$   
   $OF = Cp \sum_j \sum_d U_j^d + \lambda * W + (1-\lambda) * Z$   
  if ( $minOF - OF > epsilon$ ) {  
     $minOF = OF,$   
     $imin = i^*, jmin = j, dmin = d,$   
  }  
  else if ( $minOF - OF > epsilon$ ) {  
     $minOF = OF,$   
     $imin = i^*, jmin = j, dmin = d,$   
  }  
}
```

OFBEST(OF, X_{ij}),

$X_{i^*,j}^d = 0,$

$X_{j^*}^d, Distr_{j^*} = 1,$

Perform the best move found:

```
if ( $imin > 0 \ \& \ dmin > 0$ ) {  
   $X_{imin}^{dmin}, Distr_{imin} = 0, X_{imin,jmin}^{dmin} = 1,$   
}
```

Actualizar:

Matrices $adj(i,j)^d$, $Tabu(i,j)^d$ y Wj_Tot

Repetir hasta que se cumplan las condiciones de paro.

LAST_SEARCH($OFbest1$, $OFbest2$, $OFbest3$, $XBest1_{ij}^d$, $XBest2_{ij}^d$, $XBest3_{ij}^d$)

Regresar valores de $OFBest1$ y $XBest1_{ij}^d$

APÉNDICE IV

Gráficas de las Mejores Soluciones para cada Instancia

A continuación se muestran algunos ejemplos de la configuración de los distritos para los diferentes tamaños de las instancias dentro de la experimentación formal. Se presentan gráficas para las instancias de 250 puntos/3 distritos, 600 puntos/6 distritos y 1500 puntos/15 distritos, cada uno para 2, 4 y 6 escenarios de demanda. Para las instancias chicas de 250 puntos se utilizó $C_p = 0.5$ y $\lambda = 0.9$; para las instancias medianas y grandes, 600 y 1500 puntos respectivamente, se utilizó $C_p = 0.1$ y $\lambda = 0.9$.

INSTANCIAS 250 PUNTOS

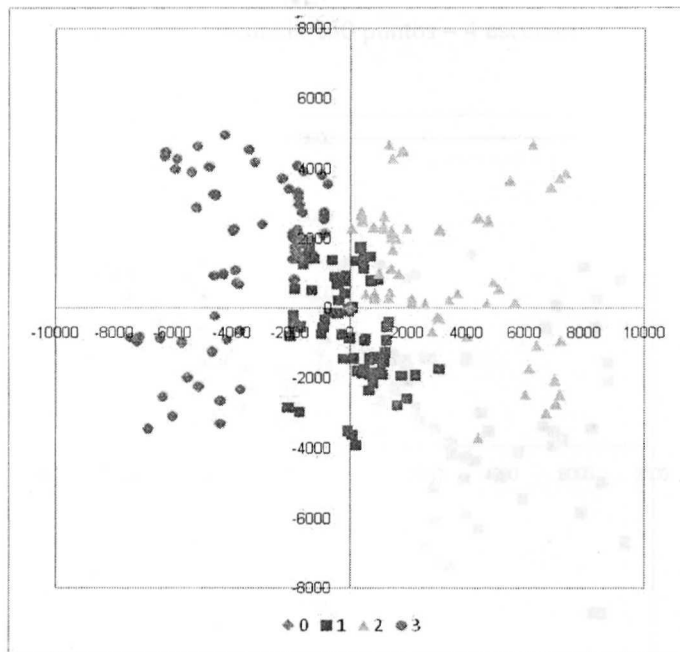


Fig. IV.1 Instancia 250 puntos – 2 escenarios

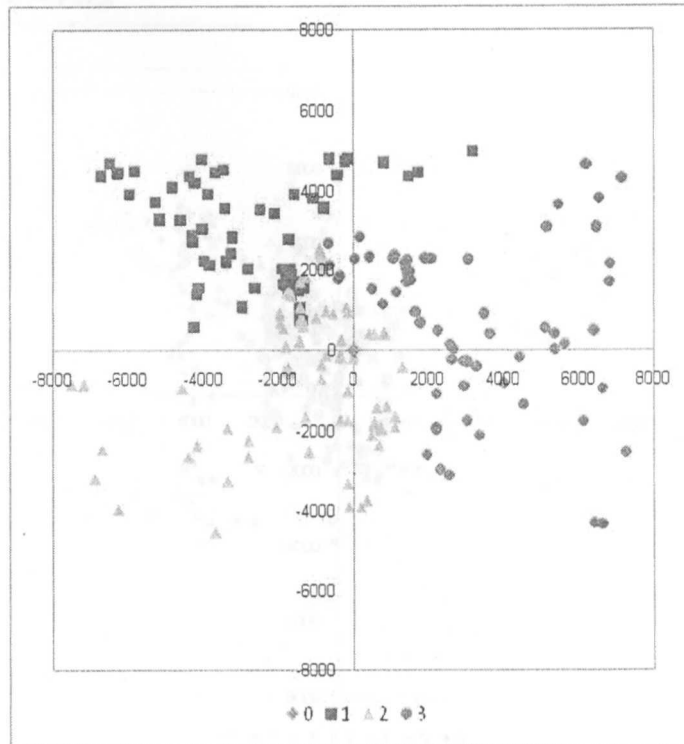


Fig. IV.2 Instancia 250 puntos – 4 escenarios

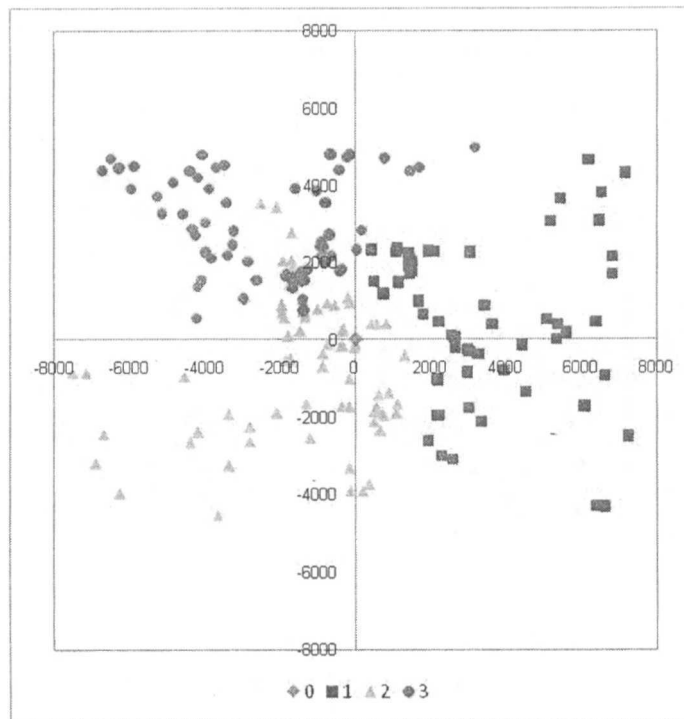


Fig. IV.3 Instancia 250 puntos – 6 escenarios

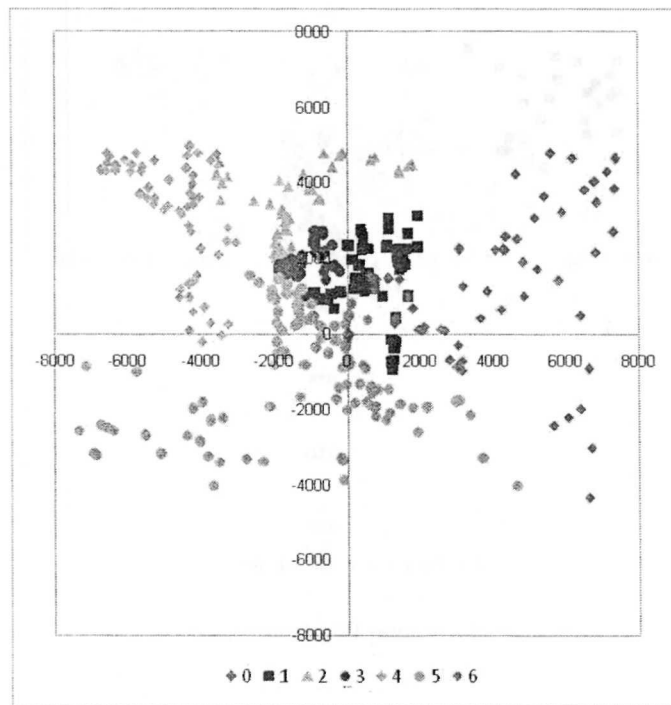


Fig. IV.4 Instancia 600 puntos – 2 escenarios

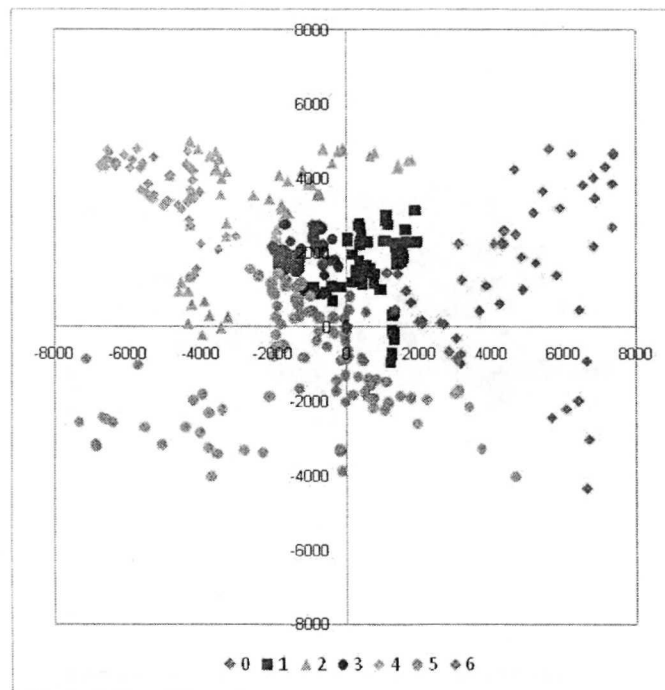


Fig. IV.5 Instancia 600 puntos – 4 escenarios

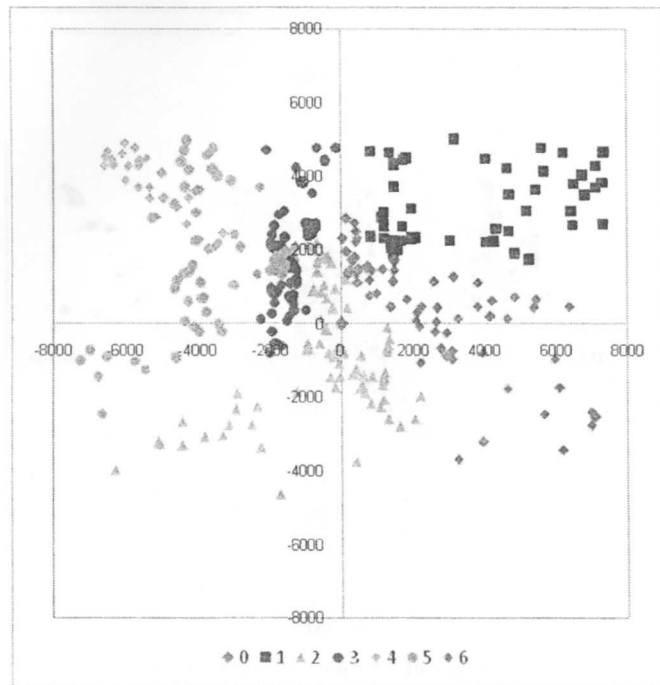


Fig. IV.6 Instancia 600 puntos – 6 escenarios

INSTANCIAS 1500 PUNTOS

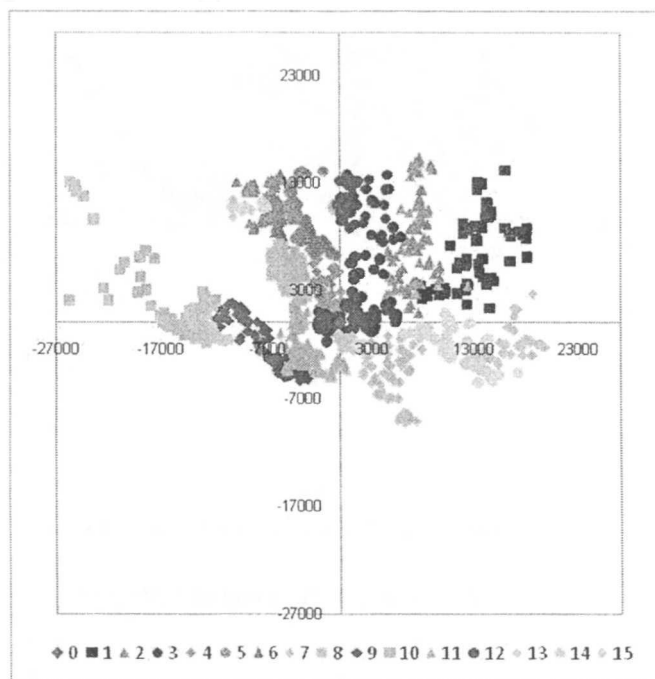


Fig. IV.7 Instancia 1500 puntos – 2 escenarios

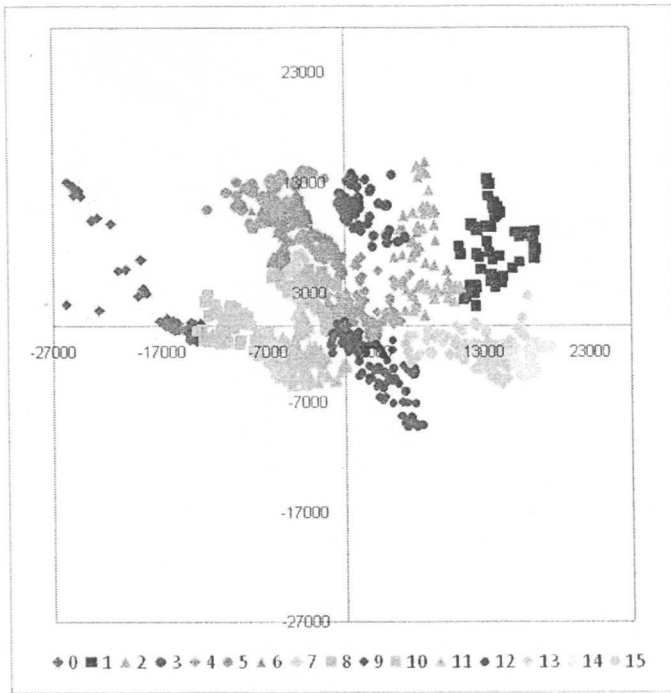


Fig. IV.8 Instancia 1500 puntos – 4 escenarios

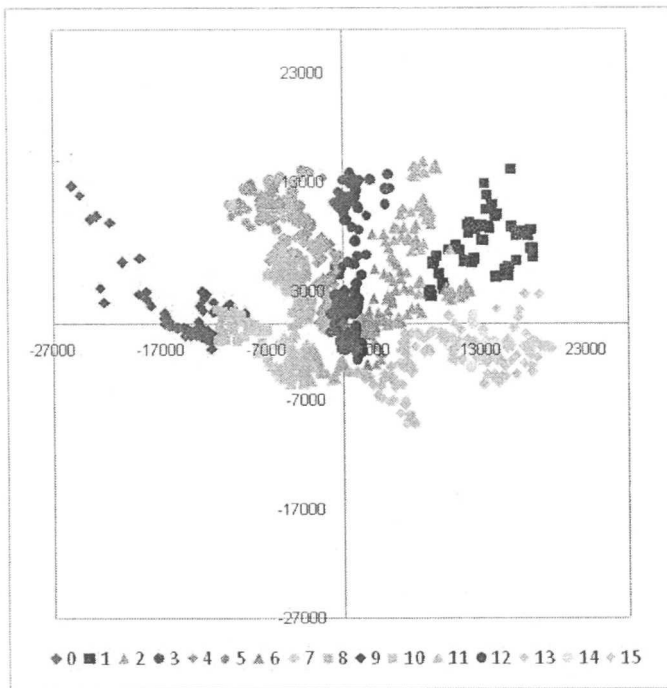


Fig. IV.9 Instancia 1500 puntos – 6 escenarios

Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey



30002007425960

<http://biblioteca.mty.itesm.mx>