INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY

PROGRAMA DE GRADUADOS EN ELECTRONICA COMPUTACION, INFORMACION Y COMUNICACIONES

TECNOLÓGICO DE MONTERREY.

FUNDAMENTOS DE LOGICA FRACTAL BASADA EN CONJUNTOS AUTOCONTENIDOS: CREANDO CONDICIONES PARA UNA TEORIA UNIFICADA DE LAS CIENCIAS DE SISTEMAS NATURALES Y SOCIALES

TESIS

MAESTRIA EN ADMINISTRACION DE LAS TECNOLOGIAS DE INFORMACION

POR:

JOSE RUBEN SOLIS BAEZA

JUNIO DE 2003

INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY
PROGRAMA DE GRADUADOS EN ELECTRONICA
COMPUTACION, INFORMACION Y
COMUNICACIONES

TECNOLÓGICO
DE MONTERREY.

FUNDAMENTOS DE LOGICA FRACTAL BASADA EN CONJUNTOS AUTOCONTENIDOS: CREANDO CONDICIONES PARA UNA TEORIA UNIFICADA DE LAS CIENCIAS DE SISTEMAS NATURALES Y SOCIALES

TESIS

MAESTRIA EN ADMINISTRACION DE LAS
TECNOLOGIAS DE INFORMACION

POR:
JOSE RUBEN SOLIS BAEZA

JUNIO DE 2003

FUNDAMENTOS DE LÓGICA FRACTAL BASADA EN CONJUNTOS AUTOCONTENIDOS: CREANDO CONDICIONES PARA UNA TEORÍA UNIFICADA DE LAS CIENCIAS DE SISTEMAS NATURALES Y SOCIALES

Por:

José Rubén Solís Baeza

TESIS

Presentada al Programa de Graduados en Electrónica, Computación, Información y Comunicaciones

Este trabajo es requisito parcial para obtener el grado de

Maestro en Administración de las Tecnologías de Información

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

Junio de 2003

FUNDAMENTOS DE LÓGICA FRACTAL BASADA EN CONJUNTOS AUTOCONTENIDOS: CREANDO CONDICIONES PARA UNA TEORÍA UNIFICADA DE LAS CIENCIAS DE SISTEMAS NATURALES Y SOCIALES

Por:

José Rubén Solís Baeza

TESIS

Presentada al Programa de Graduados en Electrónica, Computación, Información y Comunicaciones

Este trabajo es requisito parcial para obtener el grado de

Maestro en Administración de las Tecnologías de Información

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

Junio de 2003

Dedicatoria

A Dios (que les vaya bien). Jeremías 33:3. Gracias.

A Mamá por su amor y aliento desde el día que partí. Mujer valiente y esforzada.

A Papá que me ha regalado la mejor herencia: la vida y la libertad de pensamiento (¿no hay quinto malo?).

A mis abuelitos y abuelitas.

A mis hermanos por su apoyo de todas clases y en todo momento

A Francisco, porque abriste camino. Siempre has sido ejemplo de certeza y humildad en la vida de nosotros (sólo que no abusen... eh?! Montoneros...)

A Yenny, porque has iluminado con tu humor y amor la familia entera (a estas alturas deduzco que hubiera estudiado comunicaciones... too late).

A Alicia, corazón de oro y alma inquebrantable. Tu fe nos sostiene guerrera (voy a poner una $ucur$al de ya sabes qué).

A Margarita, sabes que hubiera sido imposible llegar a este momento sin tu apoyo y amor. Gracias flaquita (Don´t cry for my Canada... my soul is with u).

A todas sus familias que ahora son familia mía también: Jorge Pinto, Raquel Sosa, Jorge González y John Steiz (en orden de solicitud de la mercancía. Ojo: no se aceptan devoluciones).

A mis sobrinos: Javier, Jorge, José, Luis y los que faltan... (mis ninios!!!)

Una mención especial para mis tíos Icela Barceló y Hugo Solís por todo el apoyo, guía y amor en mis tiempos difíciles (perdón por las abundantes inconveniencias, pero fueron los genes, salí chueco).

Tía Carmita y Jesús por su abrazo incondicional. Gracias por su ayuda (me pueden usar de ejemplo sobre daños colaterales).

A mis tías Cristina e Irma por amarnos desde niños (seguimos esperando la herencia de los tíos).

A mis amigos que hicieron de Monterrey mi casa.

A Francisco Togno por su cariño y respeto amoroso. Gracias por compartir su casa y sus escritos. Gracias por su apoyo.

Reconozco que su ayuda llegó en forma precisa y exacta para que pudiera salir adelante.

Que Dios me permita verlos y tenerlos cerca siempre. Todos estos años fuera de casa me han hecho falta. Los he extrañado.

Y a ti amor, por ser mi amiga de toda la vida desde siempre y para siempre. Te amo Brenda (sign connection).

Agradecimientos

Al Dr. Christian Garrigoux por sus observaciones precisas (no lo vuelve a hacer ¿verdad? No se preocupe, yo tampoco)

Al Dr. Luis García Calderón por su tiempo y opiniones (Estoy seguro que le quité el insomnio con las dos sesiones. En verdad, una disculpa por el *via crucis*)

A Kathia Laszlo por abrirme las puertas de su intelecto y de su casa (Gracias por la inspiración)

Al Dr. Alexander Laszlo por su guía y amistad (Doc, gracias por todo. Me quedé corto con los agradecimeintos: paciencia, mansedumbre, buena fe, disposición, disponibilidad, por su interés, y por las pláticas de cubículo y de casa; por aceptar a gente anormal).

A todos ustedes: ¡gracias por jugar canicas conmigo!

La tesis expuesta a continuación es una investigación sobre la naturaleza de la ciencias de los sistemas. Nace con el propósito de explorar la posibilidad de crear un lenguaje común entre las ciencias sociales y las naturales, que sea capaz de permitir el tránsito de los sistemas formales de uno al otro en el lenguaje matemático. Para lograr este propósito se han introducido tres grandes rubros, a saber:

Lógica. Se abordan los fundamentos del pensamiento más que su manifestación y naturaleza empírica. Por ello, al analizar la ciencia de los sistemas junto con la teoría general de los sistemas, se observó que la propiedad usada para formalizar estas áreas de estudio son los isomorfismos matemáticos. Sin embargo, se basan en una concepción clásica (enfoque reduccionista) del lenguaje, pero no en el discurso teorético. Esta tesis pone manifiesto que la matemática usada en la teoría general de sistemas está basada en ecuaciones diferenciales. Muchas propiedades matemáticas (sistemas deductivas, modos de demostración, comprobación así como estructuración formal), se derivan de la lógica clásica dotando al cuerpo de la teoría con los supuestos axiológicos propios de la doctrina.

Por otro lado, se trae a colación la lógica difusa para evidenciar que es posible construir consistentemente un cálculo proposicional (que es el alcance abordado en este trabajo) a partir de fundamentos distintos a la noción clásica.

Basado en esto, se propuso la existencia de un tipo de lógica basada en principios diferentes a las dos anteriores. Esta lógica toma como referencia fenómenos que ocurren en el terreno de la complejidad. Lo que propone la tesis a este nivel, es proporcionar evidencia para explorar la posibilidad de desarrollar este tipo de lógica.

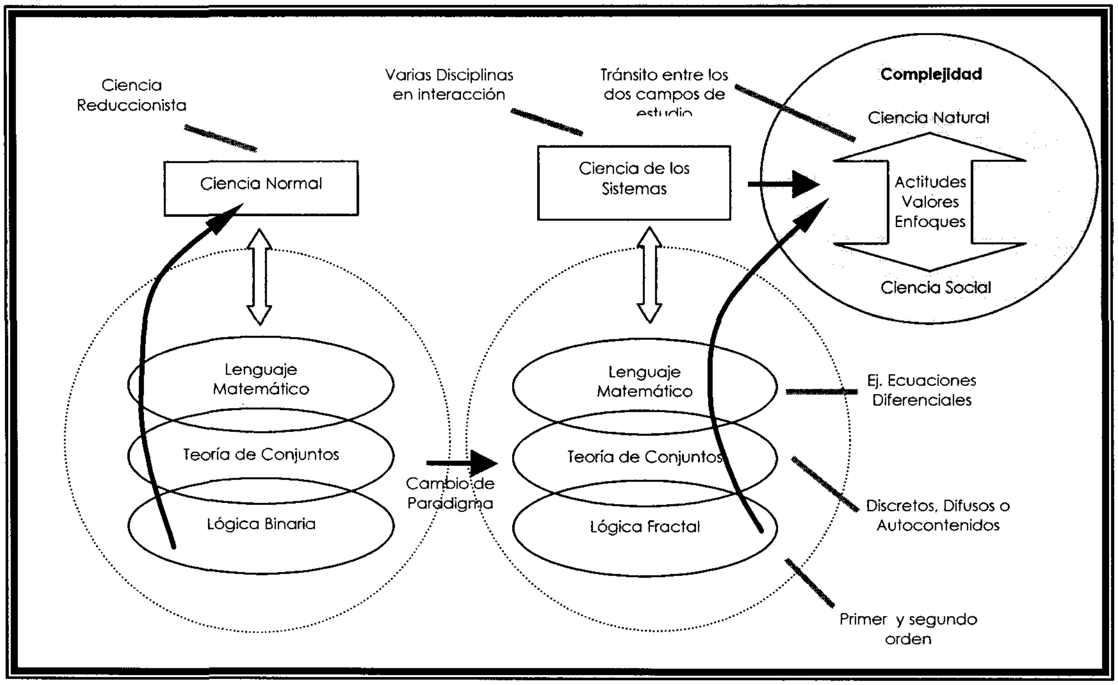
Complejidad. La teoría general de sistemas y la ciencia de los sistemas trata de establecer un marco conceptual donde interaccionen fenómenos hombre-naturaleza. Se prescinde de los fenómenos propios de las ciencias particulares y estableciendo la noción de que existe una estructura detrás de nuestra realidad. Se utiliza la visión organísmica de esta estructura de forma tal que es capaz de desarrollarse y evolucionar. Trabajos anteriores tanto en el área filosófica como empírica han sido propuestos para explicar, la mayor de las veces como analogía. La complejidad define un territorio donde los fenómenos no pueden ser descritos únicamente por la teorías reduccionistas sino que requieren de un marco teórico que explique otras propiedades (como las emergentes). Es aquí donde son importantes las aportaciones tanto de la ciencia de los sistemas como de la teoría general de sistemas ya que elaboran una propuesta que va más allá del mundo biológico y cruza las fronteras de otras ciencias para convertirse en una propuesta transdisciplinaria.

Fractales. Esta rama de las matemáticas es atendida en la tesis no en el sentido de usar las ecuaciones para *explicar* fenómenos, sino como una geometría a partir de la cual es posible construir un sistema lógico con una formulación matemática precisa. A partir de este lenguaje formal se pretende elaborar una lógica con características que las otras dos (clásica y difusa) no son capaces de tener. En particular este último punto no se analiza ya que el resultado del tratamiento matemático fue un operador del cálculo proposicional. Para explorar a detalle las consecuencias se debe contar con las formulación completa. Esto no es una limitante, dado que el propósito de la tesis es demostrar la viabilidad de esta existencia. Por último, la elección de fractales no es arbitraria, está ligada a la noción de evolución, al caos dinámico inherente de la naturaleza así como a las propiedades emergentes de los sistemas vivos.

Los tres temas son tratados porque existen de fondo conexiones entre ellos. La ciencia de los sistemas trata con problemas de complejidad donde existe una formulación matemática para tratar fenómenos transdisciplinarios. Esta formulación es hecha a través de la teoría general de los sistemas y se basa en los isomorfismos. Detrás de los isomorfismos yace la estructura matemática del pensamiento lógico clásico, dado que él se derivan formalismos del lenguaje. ¿Se puede aportar una vía diferente para la formulación de los isomorfismos? ¿Cómo se podrían realizar? La respuesta es sí, dado que la lógica clásica es el marco de donde de desarrollan las teorías reduccionistas y, dentro de la visión organísmica son necesarias propiedades diferentes. Esto se logra por la reformulación de la lógica clásica. La investigación pone de manifiesto que las lógicas parten (matemáticamente) de la teoría de conjuntos donde se desprenden los primeros elementos para fundamentar su estructura. Para ello, se propuso un conjunto fractal y de derivó una expresión proposicional.

Es a esta formulación que se ha propuesto como lógica fractal. No es una lógica acabada pero es posible realizarla. En esta tesis se da un primer paso.

A continuación presento un esquema simplificado de la tesis:



Esquema de la tesis

De lado izquierdo tenemos la representación de la ciencia normal, entendida como la ciencia analítica y reduccionista que es expresada por un lenguaje matemático. Parte de este lenguaje matemático se basa en la teoría de conjuntos. La lógica binaria está representada también por esta teoría de conjuntos, permitiendo un manejo exacto del lenguaje. Se establece pues, que el fundamento de la ciencia normal es la lógica binaria.

La tesis establece que es posible establecer matemáticamente un objeto matemático llamado lógica fractal basado en conjuntos autocontenidos. Aquí es donde se hace una cambio de paradigma ya que se reemplaza la noción de conjuntos discretos a conjuntos fractales. De propone la viabilidad de construir un sistema lógico basado en la noción de fractales, aspirando a proporcionar un lenguaje matemático para abordar fenómenos complejos. La naturaleza intrínseca de dichos fenómenos pone en contacto la interacción de varias disciplinas pertenecientes tanto a la ciencia natural como social.

1.1 Antecedentes del problema

En este capítulo se expondrán los elementos teóricos de donde nace la investigación de la tesis. Se hablará de la teoría general de la evolución como marco conceptual, así como de la ciencia de los sistemas en donde se abordan problemas transdisciplinarios. Posteriormente se abordará el tema del mundo como organización en donde suceden fenómenos complejos, es decir, interacciones hombre–naturaleza.

Ervin Laszlo (Laszlo, E., 1993), señala las concepciones cíclicas de Spengler y Toynbee sobre el destino de las civilizaciones -crecen, mueren y vuelven a nacer-, sugiriendo, en cambio, la idea del advenimiento de una nueva civilización, más adaptada a nuestra actual situación planetaria, global conscientes de los efectos de nuestras acciones y actitudes a una escala de tiempo mayor y no sólo a la que concierne nuestra existencia

Poseer inteligencia es una herramienta que nos puede ayudar a este propósito y significa hacer depender el propio futuro del ejercicio confiable de ella. Por otro lado, la inteligencia es una facultad que no se ejerce necesariamente de manera confiable. Una especie inteligente puede hacer elecciones deliberadas y, por ello, también puede hacer elecciones erróneas. Las elecciones correctas favorecen a la vida, porque aseguran la supervivencia en mutua armonía con el medio ambiente. Pero otras, pueden ser fatales para toda la especie y hasta para la biosfera en que esa especie se ha desarrollado (Laszlo, E., 1993).

En la búsqueda de orden y explicación el hombre a través de la historia ha desarrollado la ciencia. Hemos hecho como civilización *historia*. Ervin Laszlo (1972) concibe la historia de la ciencia como una evolución del atomismo al pensamiento holístico. Sugiere que el pensamiento científico temprano fue holístico pero especulativo, el pensamiento científico es empírico pero atomista. Y a través de la historia nadie ha estado libre de error, antes porque reemplazaba la investigación factual con fe y revelación, y luego, porque se sacrificó la coherencia en el altar de los hechos. Somos testigos hoy de otro salto en los caminos del pensamiento: el salto hacia una teoría rigurosa pero holística. Esto significa en términos de hechos y eventos en el contexto del todo, formar conjuntos integrados con características y relaciones propias.

En esta dualidad de posturas de cómo hacer ciencia, se reconocen características particulares. Ervin Laszlo (1993) establece que el nuevo reconocimiento de las limitaciones filosóficas y prácticas del predicamento humano y finito nos impulsa a abandonar el ideal tradicional de la ciencia vista como un todo. Junto con el ideal de la ciencia omnisciente está también en vías de desaparición la descripción dualista de una humanidad, que subordina la naturaleza a sus propios designios.

Se observa a través de una creciente realización de masivos cambios y transformaciones sociales que son reflejados en nuevas realidades de la era de la información y conocimiento postindustrial. Estamos entrando en el siglo veintiuno con organizaciones diseñadas durante el siglo diecinueve. Mejorar o reestructurar los sistemas existentes, basados en el diseño de la era de la máquina industrial, ya no funciona más. Sólo un cambio radical y fundamental de perspectivas y propósitos, y del rediseños de nuestras organizaciones y sistemas sociales, satisfacerá las nuevas realidades y requerimientos de nuestra era (Banathy B, 1996).

Russell (Laszlo, K., 2001) consideró que tenemos que aprender a pensar de una nueva manera para aplicar nuestro conocimiento y dar soluciones creativas a nuestros problemas. Aprender a pensar en nueva manera -esto es, más allá del reduccionismo y entrar al modo sistémico- tal vez dependa de nuestra habilidad de detener nuestro sistema científico dominante siga basado en la visión de mundo reduccionista y continúe propagando mitos y valores (Laszlo, K., 2001).

1.2 Teoría general de la evolución

La teoría general de la evolución trata de procesos de interacción de sistemas complejos que se mueven fuera del estado inerte termodinámico y del equilibrio térmico. La dinámica evolutiva es caracterizada por períodos de fluctuación con bifurcaciones cuando el sistema puede ser trascendido a niveles más altos de complejidad (Laszlo, E., 1993). Un sistema es cualquier conjunto de elementos –tanto naturales o sociales- de orden fenomenológico.

Una de las implicaciones de la teoría evolutiva es que el futuro pude ser creado pero no en el sentido de una "ingeniería social" o "predicción del futuro"; podemos armonizar con la evolución y co-crearla (Laszlo, K., 2001). Se reconoce la posibilidad de llegar a tener conciencia de la evolución, se debe llegar a tener conciencia de la evolución misma. El próximo salto de la sociedad humana puede ser intencionalmente guiado (Laszlo, E., 1993). La creación de una nueva sociedad no se puede atener a resolver cada uno de los complejos problemas globales interrelacionados (Laszlo, K., 2001).

Prigonine (1989) señala que nuestro mundo ya no es simbolizado por estables y periódicos movimientos planetarios que son el corazón de la mecánica clásica. Es un mundo de inestabilidades y fluctuaciones, quienes son responsables en última instancia de la gran variedad y riqueza de las formas y estructuras que vemos en la naturaleza alrededor nuestro.

Nuevos conceptos y herramientas son claramente necesarios para describir la naturaleza, en donde evolución y pluralismo son palabras claves (Prigonine, 1989). Los nuevos métodos en este contexto ayudan a un mejor entendimiento del medio ambiente en que vivimos. En él encontramos tanto irregularidades como fluctuaciones inesperadas a larga escala en el tiempo.

Los fenómenos a los que Prigonine (1989) apunta son fenómenos que nacen en el campo de la físico-química y de los sistemas biológicos, así como de los ambientales. Estos mecanismos se encuentran repetidamente a través de diferentes fenómenos: no-equilibrio, estabilidad, bifurcación y simetrías fracturadas y orden en amplio rangos.

1.3 Ciencia de los sistemas

La ciencia de los sistemas hace más comprensible la compleja dinámica humana de los cambios político-económicos y socio-culturales. Fenómenos observados en el universo, tanto naturales como sociales, no vienen en paquetes con etiquetas científicas, humanísticas trascendentales ya que involucran complejas combinaciones de campos del saber y situaciones multifacéticas que para ser abordadas requieren una aproximación holística (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

La idea principal de estudiar las *totalidades* ocurrió en el campo de la biología. El iniciador de la consolidación en su versión moderna fue von Bertalanffy en 1940. von Bertalanffy elaboró un marco teórico que es aplicable en varios campos de interés. El trabajo original titulado General System Theory (GST) sigue siendo usado –un ejemplo de ello fue Rapoport (1986), quien extendió el concepto basado en la idea que las homologías existen entre dos disciplinas que habían sido consideradas separadas como diferentes materias. GST es entonces, una metateoría (Flood, et. al, 1990).

Flood (1990) divide la evolución de la ciencia de los sistemas en cuatro ciclos:

Ciclo 1. Pensamiento sistémico, cuando formalizado, promovió su uso.

Ciclo 2. Pensamiento sistémico, cuando formalizado, permitió a la teoría de sistemas explicar la estructura y comportamiento de otras disciplinas.

Ciclo 3. Pensamiento sistémico, usado en aplicaciones del mundo real, ayudó a administrar efectivamente otras disciplinas.

Ciclo 4. Pensamiento sistémico, cuando fue usado en la aplicaciones del mundo real, mejoró la efectividad en la administración de problemas

La evolución del pensamiento de sistemas fue elaborado en el trabajo de Jackson (1991).

Ya von Bertalanffy (1972) señaló que la Teoría General de Sistemas se refiere a una colección de conceptos generales, principios, instrumentos, problemas, métodos y técnicas relacionados con los sistemas, donde *sistema* se aplica a una disposición de componentes interrelacionados para formar un todo. La necesidad de una compresión más profunda de los fenómenos biológicos, psicológicos y sociales, despertó el interés en el estudio de sistemas que, si en bloque interactuaban con el medio ambiente, estaban a su vez constituidos por partes ligadas por interacciones. Este nuevo campo de estudio contrastaba con el método clásico (newtoniano), que concibe el objeto de investigación científica como una colección de componentes aislados, de cuyas relaciones intentan deducirse las propiedades de todo objeto, sin considerar las interacciones entre las partes.

Ya en los años treinta se empezó a pensar que el nuevo enfoque científico, al que con frecuencia se llamó método de los sistemas, era superior al clásico en algunos dominios de la ciencia, sobre todo en biología y ciencias sociales. Desde entonces se han multiplicado las pruebas de que ciertas propiedades de los sistemas no dependen de la naturaleza específica de éstos, sino que son comunes a sistemas de muy distinta naturaleza, desde la perspectiva de la clasificación tradicional de las ciencias (von Bertalanffy, 1972).

Algunas de estas propiedades se interpretaron al principio como simples semejanzas (geométricas, cinemáticas, termodinámicas) entre sistemas. Dos sistemas se consideraban similares, cuando las variables de una eran de la misma naturaleza física que las del otro, y cuando los valores de estas variables eran proporcionales para instantes correspondientes. Después, como apunta von Bertalanffy et. al. (1972), el significado de semejanza se amplió hasta incluir sistemas con variables de distinta naturaleza física. Este tipo de semejanza entre sistemas, se basa en la semejanza de las ecuaciones algebraicas o diferenciales que describen los sistemas en cuestión.

Varios principios de semejanza entre sistemas se incorporaron finalmente en una teoría formal conocida como teoría de la semejanza o similitud (Skoglund, 1967). Se contempló que es posible que una disciplina utilizara métodos desarrollados por otras. Los resultados que se derivan del estudio de este sistema pueden ser utilizados bajo las reglas de la teoría de la semejanza, y modificarse de tal modo que sean aplicables a cualquier miembro de su misma clase de equivalencia. La generalización de semejanza entre sistemas a la analogía entre sistemas, fue otro paso importante en la concepción de sistema general. La semejanza entre las estructuras de las ecuaciones algebraicas o diferenciales, es un caso de isomorfismo matemático (Rapoport, 1986). Es una representación formal de una determinada clase de equivalencia que se obtiene cuando una relación isomorfa se aplica a ciertas características de los sistemas.

Rapoport (1986) señala que el estudio en contextos conceptuales concretos, de los aspectos y versiones del isomorfismo, así como de su generalización –el homomorfismo- es importante para desarrollar áreas de la metodología de sistemas generales con aplicaciones específicas. La relación de homomorfismo es reflexiva y transitiva, pero no simétrica. Esto significa que podemos clasificar los sistemas basándonos en una relación homomórfica entre ellos, pero no podemos dividirlos en clases disjuntas (von Bertalanffy, 1972). Sin embargo, esta dificultad puede verse superada en base al modelo homomorfo.

Rigurosamente hablando, la Teoría General de Sistemas, no es una teoría axiomática aunque incluye teorías formales von Bertalanffy, et. al. (1972) – la teoría de máquinas de estado finito o autómatas, la teoría matemática de los lenguajes formales, teoría de las máquinas de Turing, la teoría de Mesarovic, la teoría de Wymore, entre otras. La Teoría General de Sistemas contiene distintos conceptos, hipótesis, principios metodológicos y técnicas de computadoras, que no pueden incluirse en ninguna teoría formal.

La frase aristotélica "el todo es más que la suma de sus partes" es, como definición del problema básico de los sistemas, aún válida. El *dictum* aristotélico sigue en vigor. Se debe subrayar el hecho de que el orden u organización de un todo o sistema trasciende a sus partes cuando éstas se consideran por separado (Germana, Joseph, 2000), no es algo que entre en el campo de la metafísica, ni es superstición antropomórfica (von Bertalanffy, 1972) o especulación filosófica sino un hecho con el que nos enfrentamos cada vez que se estudia un organismo vivo, un grupo social e incluso un átomo. La ciencia, sin embargo, no estaba preparada para tratar este problema. La máxima del *Discours de la Méthode* de Descartes era "fragmentar todo problema en tantos elementos simples y separados como sea posible". Este enfoque, que Galileo formuló como el método "resolutivo", fue el paradigma conceptual de la ciencia desde su fundación hasta el moderno trabajo de laboratorio: resolver y reducir los fenómenos complejos a partes y procesos elementales.

Este método daba excelentes resultados cuando los hechos observados podían dividirse en cadenas causales aisladas, es decir, en relaciones entre dos o pocas variables. El método fue esencial para el éxito de la física y la tecnología. Pero quedaron por resolver problemas de varias variables. Esto sucedió incluso con el problema mecánico de tres cuerpos (von

Bertalanffy, 1972); esta situación se hizo crítica al estudiar la organización de los seres vivos o incluso del átomo, en su configuración básica, protón-electrón (hidrógeno).

1.4 Teoría de la Organización

Se propusieron dos ideas cardinales para tratar el problema del orden u organización. Una fue la comparación con máquinas hechas por el hombre -hombre máquina-; la otra la concepción del orden como un producto del azar -concepción darwiniana y su selección natural- (von Bertalanffy, 1972). La teoría de que el organismo vivo es una máquina dio origen a explicaciones de los fenómenos biológicos, tanto a nivel de fisiología de los órganos como al de las estructuras submicroscópicas y procesos enzimáticos de la célula.

Pese al éxito obtenido en la explicación de procesos vivos cada vez más numerosos y refinados, hubo cuestiones básicas que permanecieron sin resolver, por ejemplo, la supervivencia del más apto o la reproducción diferencial nos lleva a un argumento circular. Este requiere de organismos que se mantengan, existencia previa a la participación de éstos en una competencia en que predominarán aquellos con un valor selectivo o reproducción diferencial. Este mantenimiento, sin embargo, es un postulado; no lo explican la leyes ordinarias de la física, Al contrario, la segunda ley de la termodinámica señala que sistemas ordenados en los que ocurren procesos irreversibles tienden hacia los estados más probables, por tanto hacia la destrucción del orden existente, y, en último término, a la decadencia (von Bertalanffy, 1972).

Sin embargo, la literatura de la teoría de la organización establece la existencia de diferentes metáforas que pueden ser usadas para visualizar las organizaciones, cada una de ellas permite el entendimiento de sus características y funciones. Morgan (1998), discute diferentes "imágenes de la organización" consideradas "máquinas", "organismos", "cerebros", "culturas", "sistemas políticos", "prisioneros psicóticos", "flujo y trasformación" e "instrumentos de dominación" , por mencionar algunas. Elegir modelar la organización en alguna de estas formas obviamente afecta nuestro enfoque adoptado para estudiarlas o buscar cambiarlas.

Los sistemas sociales pueden ser vistos como organizaciones. Se puede modelar los sistemas sociales dotando a éstos con una estructura matemática. Por ello, la contribución de la ciencia de los sistemas a las humanidades es de importancia crítica ya que proveen de un marco conceptual formal, aspirando a una teoría sistémica (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

Mientras que las ciencias avanzan hacia un marco de pensamiento en la construcción de una teoría unificada de la física así como otras áreas de investigación, en el campo de las humanidades es manifiesta una tendencia hacia posiciones relativistas en asuntos concernientes a la evolución social con el correspondiente rechazo de aplicar principios normativos en el diseño del futuro humano. Los estudios del progreso de la civilización y de los cambios organizacionales cada vez más usan el enfoque de sistemas (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

Por ello, la ciencia de los sistemas provee una perspectiva que puede ser considerada como un campo de investigación en sí más que una colección de disciplinas específicas.

Von Bertalanffy (Laszlo A., Laszlo E., 1997), menciona las teorías que juntas conformaron el marco del pensamiento de sistemas, ya que a inicios del siglo XX se concibió el mundo como caos, donde la mecánica y la filosofía positivista representaban la única realidad, la vida como una accidente de procesos físicos, y la mente como epifenómeno. Por otro lado, fue el caso en las teorías de evolución donde la vida aparece como producto de oportunidades, como resultado de mutaciones aleatorias y los supervivientes de la selección natural.

1.4.1 El mundo como organización

Pero actualmente se propone otra perspectiva básica: el mundo como organización. Con esta concepción, se puede cambiar las categorías básicas bajo las cuales el pensamiento científico descansa e influenciar en actitudes prácticas.

Lilienfeld menciona que esta tendencia está caracterizada por la intervención de varias disciplinas como la cibernética, teoría de la información, teoría general de sistemas, teoría de juegos, de decisiones, de colas y otras. En aplicaciones prácticas el análisis de sistemas, sistemas de ingeniería, investigación de operaciones, etc. Son diferentes en los supuestos básicos, técnicas matemáticas y propósitos, algunas veces son contradictorias y otras insatisfactorias. Sin embargo, si en algo están de acuerdo es en concebir "sistemas", "*totalidades*" u "*organizaciones*" *lo que anuncia un nuevo enfoque* (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

Otra característica propia del paradigma que se debe poner de manifiesto es la expresada por el economista Kenneth Boulding enviada a von Bertalanffy donde evidencia la dificultad de cruzar las fronteras entre cada disciplina. Pero propone que tenemos que rebasar las restricciones y limitantes de la *orientación analítica así como replantear la metodología* de la investigación reduccionista de la ciencia tradicional. La investigación de sistemas nos permite orquestar los fines de varias disciplinas científicas dentro de un marco de pensamiento de sistemas y desarrollarlos y aplicarlos a modelos y métodos de diversas ciencias

En cuanto a las aplicaciones en humanidades, la ciencia de los sistemas puede modelar complejas interacciones personales, grupales y hombre-naturaleza sin reducir el objeto de estudio a agentes individuales. Capitaliza la emergencia de paralelismo en diferentes interpretaciones disciplinarias de la realidad y propone una teoría general de la complejidad.

Es importante distinguir entre el sistema teorético y el sistema empírico. El primero son suposiciones y proposiciones que tienen interpretación lógica y referencias empíricas, mientras que la segunda es un conjunto de fenómenos en el mundo observable descriptible conceptualmente.

1.5 Teoría general de los sistemas (TGS)

Von Bertalanffy (1972), indica que en la Teoría General de los Sistemas pueden indicarse tres aspectos principales, no separables en cuanto a contenido pero distinguibles en intención. El primero se circunscribe como *ciencia de los sistemas*, es decir, la exploración y la explicación científicas de los *sistemas* de las varias ciencias (física, biología, psicología, ciencias sociales, etc.) con la teoría general de los sistemas como doctrina de principios aplicables a todos los sistemas (o subclases definidos por ellos).

Están ingresando en la esfera del pensamiento científico entidades de naturaleza esencialmente nueva. En sus diversas disciplinas –ya fueran la química, la biología, la psicología o las ciencias sociales-, la ciencia clásica procura aislar los elementos del universo observado –compuestos químicos, enzimas, células, sensaciones elementales, individuos en libre competencia, etc.-, con la esperanza que volviéndolos a juntar, conceptual o experimentalmente, resultara el sistema o totalidad –célula, mente o sociedad-, siendo inteligible.

Ahora se ha establecido que para comprender no se requieren sólo los *elementos* sino las *relaciones* entre ellos, tal como lo afirma von Bertalanffy (1972). Se pone de manifiesto aspectos, correspondencias e isomorfismos generales comunes a los "sistemas". Es este el dominio de la Teoría General de los Sistemas (TGS). De hecho, estos paralelismos e isomorfismos aparecen –a veces inesperadamente- en *sistemas* de diferente naturaleza. De modo que la TGS es la explotación científica de *todos* (los sistemas) y las *totalidades* (relaciones holísticas) que aun en el siglo XX se consideraban nociones metafísicas que rebasaban de los lindes de la ciencia (Hilborn, 2000).

El segundo territorio es el de la *tecnología de los sistemas* (Banathy, 1996), i.e. los problemas que surgen en las tecnologías y la sociedades modernas y que comprenden tanto el *hardware* de computadoras, automación, maquinaria autorregulada, etc., como el *software* de los nuevos adelantos y disciplinas teóricos.

Otra clasificación la proporciona Laszlo, A. donde se introduce la evolución de las tecnologías *soft* y *hard*. La última es cualquier herramienta, máquina, dispositivo y equipo o proceso tecnológico basado en técnicas ingenieriles y principios (know-how). La primera, se refiere a sistemas de soporte, grupos de procesos, diseño de metodologías y proceso de toma de decisiones (know-why y know-what-for).

	Present	Future
Soft	Intellectual	Technologies of Human Interaction
Hard	Manufacturing Technologies	Ecosystemic Technologies

La orientación evolutiva de las tecnologías *hard* y *soft* (Laszlo, A. 2002).

La tecnología y la sociedad moderna ha incrementado las fronteras del estudio fenoménico alternativos a los caminos y medios tradicionales, para lo cual se proponen actitudes de naturaleza holista o de sistemas, y generalista o interdisciplinaria. Sistemas en múltiples niveles piden control científico (Laszlo, E., 1993): ecosistemas, cuya perturbación lleva a problemas apremiantes como la contaminación; organizaciones formales, como la burocracia, las instituciones educativas o el ejército; los graves problemas que se presentan en sistemas socioeconómicos, en relaciones internacionales, políticas, represalias y negociaciones. Sin importar hasta dónde sea posible la compresión científica (en contraste con la admisión de la irracionalidad de los acontecimientos culturales e históricos), y en qué grado sea factible o deseable el control científico, es indiscutible que son problemas de *sistemas*, es decir, problemas de interrelaciones entre gran número de variables. Lo mismo se aplica a objetivos más limitados en la industria, el comercio y armamento. Los requerimientos tecnológicos han conducido a nuevos conceptos y disciplinas, en parte originales y que implantan nuevas nociones básicas, como las de las teorías de control y la información, de los juegos y de la decisión, de los circuitos y de colas. etc.

La característica general, es que éstas descienden de problemas específicos y concretos en tecnología, pero los modelos conceptos y principios –así los de la información, retroalimentación, control, estabilidad, circuito, etc.-, han traspasado las fronteras de las especialidades, tienen naturaleza interdisciplinaria y resultan independientes de sus concreciones especiales, según lo demuestran modelos isomorfos de retroalimentación de sistemas mecánicos, hidrodinámicos, eléctricos, biológicos, etc. Análogamente, convergen adelantos originados en ciencia pura y aplicada, como la teoría dinámica de los sistemas y la teoría de control. Se extiende un espectro desde la teoría matemática afinada -pasando por la simulación por computadora, en la cual pueden tratarse variables cuantitativamente, en ausencia de soluciones analíticas- hasta la discusión informal de problemas que tienen que ver con sistemas (Bertalaffy, 1972).

En tercer lugar (von Bertalanffy, 1972) está la *filosofía de los sistemas*, a saber, la reorientación del pensamiento y la visión del mundo resultante de la introducción del *sistema* como nuevo paradigma científico (en contraste con el paradigma analítico, mecanicista, unidireccionalmente causal, de la ciencia clásica). Al igual que toda teoría científica de gran alcance, la teoría general de los sistemas tiene sus aspectos metacientíficos o filosóficos. El concepto de *sistema* constituye un nuevo *paradigma*, una nueva filosofía de la naturaleza, contrastando las leyes de la naturaleza de la visión mecanicista del mundo y el devenir del mundo.

Esta a su vez se divide en dos partes. La primera es la *ontología de los sistemas* donde se define qué se entiende por sistema y cómo están plasmados en los distintos niveles del mundo de la observación (von Bertalanffy, 1972). Lo que haya de definirse y de describirse como sistema no es evidente o trivial. Se puede convenir que una galaxia, un perro, una célula y un átomo son *sistemas reales* (Miller, 1978), esto es, entidades percibidas en la observación o inferidas por ésta, y que existen independientemente del observador. Por otro lado, están los *sistemas conceptuales*, como la lógica, las matemáticas (pero incluyendo, por ejemplo, la música), que son ante todo construcciones simbólicas, con sistemas conceptuales correspondientes a la realidad.

Con todo, la distinción no es, ni mucho menos, tan nítida y clara como pudiera creerse. Un ecosistema o un sistema social es *real*, según apreciamos en vivencia propia, cuando el ecosistema es perturbado por contaminación, o la sociedad nos pone ante problemas insolutos. Pero no se trata de objetos de percepción u observación directa, son construcciones conceptuales (Byrne, 1998). Lo mismo pasa hasta con los objetos de nuestro mundo cotidiano, que en modo alguno son sencillamente datos sensoriales o simples percepciones, sino que están construidos con innumerables factores mentales que van de la dinámica *gestaltista* y los procesos de aprendizaje a los factores culturales y lingüísticos que determinan en gran medida lo que percibimos. Así, la distinción entre objetos y sistemas *reales* dados en la observación, son imposibles de establecer sin más que sentido común (Bertalaffy, 1972). Se trata de problemas que aquí apenas se señalan.

Esto nos lleva a la *epistemología de sistemas*. De lo anterior se desprende la diferencia de la epistemología positivista o empirismo lógico, aun compartiendo la actitud científica. La epistemología (y metafísica) del positivismo lógico está determinada por las ideas del fisicalismo, atomismo. Frente al fisicalismo y reduccionismo, los problemas y modos de pensamiento de las ciencias biológicas, sociales y del comportamiento requieren igual consideración, la reducción a las partículas elementales y las leyes ordinarias de la física no parece ser una vía factible. En comparación con el proceder analítico de la ciencia clásica, con resolución en elementos componentes y causalidad lineal o unidireccional como categoría básica, la investigación de totalidades organizadas de muchas variables requiere nuevas categorías de interacción, transacción y organización teolológica, con los cuales surgen muchos problemas para la epistemología y los modelos y técnicas matemáticas (Lane, David, 2000). La percepción no es una reflexión sobre cosas reales (cualquiera que sea su condición metafísica), ni el conocimiento una aproximación a la realidad trascendente al hombre. Es una interacción entre el sujeto conocedor y el objeto conocido, dependiente de múltiples factores en la naturaleza (biológica, psicológica, cultural, lingüística). La propia física enseña que no hay entidades últimas tales como corpúsculos u ondas, que existan independientemente del observador. Esto conduce a una filosofía *perspectivista* para la cual la física, sin dejar de reconocerle los logros en su campo y en otros, no representa el monopolio del conocimiento. Frente al reduccionismo y las teorías que declaran que la realidad es un aglutinamiento de partículas físicas, genes, reflejos, pulsiones, observamos la subordinación biológica cultural y lingüística.

1.5.1 Definición de Sistema

Flood and Jackson (1991) sugieren que el concepto de "sistema" no se refiere a cosas reales en el mundo sino una manera particular de organizar nuestros pensamientos acerca de él. Los sistemas existen como pinturas mentales, estructurando cualquier entidad o fenómeno del que se está atento asignándole valor.

Churchman (1971) propone una definición del concepto de sistema que complementa la visualización de la complejidad de los fenómenos. Define las condiciones necesarias para que un conjunto de elementos, procesos o actividades estructuradas y relacionadas sean concebidas como un sistema (**S**), así:

1. **S** es teleológico.
2. **S** tiende a una medida de desempeño.

3. Existe un cliente a quien **S** le da un servicio de tal forma que a un mayor rendimiento se generan mayores satisfactores y, usualmente el cliente es quien establece el estándar de la medida del rendimiento de **S.**

4. **S** tiene componentes teolológicos que coproducen la medida del rendimiento de **S.**

5. **S** posee un ambiente (teolológico o no) que también coproduce las medidas de rendimiento de **S.**

6. Existe un decisor que puede causar cambios en el rendimiento de los componentes de **S** que también pueden cambiar el rendimiento de **S.**

7. Existe un diseñador que conceptualiza la naturaleza de **S.**

8. La intención del diseñador es modificar **S** hasta el punto de maximizar el valor de satisfacción del cliente.

9. **S** es estable respecto al diseñador, de tal forma que no hay garantía de que la intención del diseñador se realice.

Por otro lado, Ackoff (Laszlo A., Laszlo E., 1997) sugiere que un sistema es un conjunto de dos o más elementos interrelacionados con las siguientes propiedades:

1. Cada elemento tiene un efecto en el funcionamiento del todo.

2. Cada elemento es afectado por al menos un elemento del sistema.

3. Todos los posibles subgrupos de elementos también tienen las primeras dos propiedades.

Sustituyendo el concepto de *elemento* por *componente* se puede proporcionar una definición de sistema de cualquier tipo (formal, existencial o afectivo). Como mencionan Laszlo A. y Laszlo E. el todo está compuesto por la interdependencia de los componentes. En una definición básica, un sistema es *un grupo interacciones de componentes que conservan algún conjunto de relaciones con la suma de los componentes más esas relaciones, conservando algún conjunto identificable de relaciones a otras entidades* (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

Dos implicaciones importantes son, la primera, que esta definición limita el conjunto de entidades en el mundo físico cuyo comportamiento estadístico es predicho por la segunda ley de la termodinámica, donde el grado de entropía crece en un sistema cerrado fuera del equilibrio y permanece constante para sistemas en equilibrio. La segunda, es la aproximación llamada "reducción a la dinámica" contraria a la "reducción a los componentes" que normalmente es practicada en las metodologías de las ciencias clásicas.

646863

Un sistema también puede definirse como un conjunto de elementos relacionados entre sí y con el medio ambiente. Esto es susceptible de ser expresado matemáticamente. La teoría dinámica de sistemas se ocupa de la variación de los sistemas en el tiempo. Existen dos métodos principales de descripción: interno y externo. Un sistema interno se describe mediante un conjunto de *n* medidas, llamadas variables de estado, Analíticamente su variación en el tiempo se expresa típicamente por un conjunto de *n* ecuaciones diferenciales simultáneas de primer orden:

$$\frac{dQ_n}{dt} = f_i(Q_1, Q_2, \ldots, Q_n).$$

El conjunto de ecuaciones diferenciales nos permite expresar formalmente propiedades del sistema, tales como totalidad y suma, estabilidad, mecanización, crecimiento, competición, finalidad y equifinalidad (Rapoport, 1986).

En la descripción externa, el sistema se considera una "caja negra"; sus relaciones con el medio ambiente y otros sistemas se representan gráficamente en sistemas de bloque y flujo; consiste en general en funciones de transferencia que relacionan a los inputs y outputs. Por lo general estas funciones se suponen lineales y se representan por un conjunto discreto de valores (decisiones de si-no en teoría de la información), según señala Rapoport (1986).

1.6 Complejidad Organizada

von Bertalanffy, Whitehead y Weiss detectaron el potencial de desarrollar una ciencia general de complejidad organizada. De estos tres, fue von Bertalanffy quien proporcionó una teoría general de sistemas, cuya *emergencia* las definió como:

1. Existe una tendencia general hacia la integración de varias ciencias, natural y social.

2. Esta integración puede ser centrada en la teoría general de sistemas.

3. Dicha teoría puede tener significados importantes con el propósito de extraer teorías de campos no físicos de la ciencia.

4. Desarrollar principios unificados corriendo verticalmente a través del universo de las ciencias individuales, esta teoría nos acerca al propósito de una ciencia unificada.

Fue hasta 1960 donde se reconoció el esfuerzo de una integración científica y una teoría de la formulación en un plano transdisciplinario. La teoría general de sistemas ha crecido hacia otros campos como la biología organísmica, a parte de encontrar aplicaciones en la cibernética y la teoría de la información. También se ha expandido a las humanidades incluyendo áreas como trabajo social, salud mental y ciencias políticas y del comportamiento. Esta expansión se debe a la creciente necesidad de desarrollar teorías capaces de aplicaciones interdisciplinarias (Laszlo A., 2001).

Los diferentes marcos conceptuales de la perspectiva de sistemas provee de elementos para ofrecer la construcción de una metodología holística para la investigación humanística. Ilya Prigogine menciona "las bases para cualquier ley natural que describa la evolución de un sistema social deben ser las mismas leyes que gobiernan los sistemas abiertos donde hay intercambio de materia y energía" (Laszlo A., Laszlo E., 1997). Sin el propósito de reducir los sistemas sociales a la física, la ciencia de los sistemas promete ofrecer una poderosa herramienta conceptual capaz de interrelacionar a humanos, sociedades y naturaleza.

La manera en que una ley natural gobierna un sistema social puede ser ejemplificada a través de los principios generales de la evolución. La información que se encuentra codificada en una cultura equivale al DNA, que al igual que en su papel biológico, guía la replicación estructural y provee de un contexto de operación para las acciones individuales. Se puede extender el concepto de cultura de individuos a sociedades, permitiendo la aplicación de teórica científico – sistémicas de estructuras disipativas de una naturaleza evolutiva de los sistemas sociales (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

2.1 Enunciación del problema

La racionalidad científica ha procedido por medio de la búsqueda de formas elementales e irreductibles. De esta manera, se gesta y desarrolla un método cuyos frutos han sido generosos existiendo la tendencia en convertirlo en método único (von Bertalanffy, 1972). Este método o manera de abordar los problemas es denominado método analítico clásico, y ha sido el eje en torno al cual se ha organizado el conocimiento occidental.

El método analítico clásico supone la posibilidad de resolver una entidad en partes: *1)* la entidad se supone constituida de tales partes y éstas son discernibles; *2)* existe la posibilidad de aislar cadenas causales y *3)*atomizar para buscar *unidades*. Supone, además, que la interacción de las partes es lo suficientemente pequeña como para ser despreciable (Murthy, 2000); se procede a asilar dichas partes y luego se les suma. Este proceso de sumar supone un principio de superposición lineal que remite la descripción del todo en términos de los componentes de las partes.

Sin embargo, de manera relativamente reciente, surgen ciertas dificultades que impiden la aplicación de este método tradicional. Entre tales dificultades pueden mencionarse las siguientes:

1. Las condiciones expuestas, en general, no valen para aquellas entidades en donde las partes interactúan (interacciones no triviales).

2. La imposibilidad de asilar cadenas causales.

Por ello, von Bertalaffy (1972) propone la necesidad de reorientar el conocimiento y la investigación. Esta reorientación tiene dos momentos teóricos importantes: la aparición de la teoría de sistemas abiertos y posteriormente la aplicación de expresiones y modelos matemáticos.

En el desarrollo reciente de la ciencia, encontramos un reenfoque en los alcances del quehacer científico a diferencia del sueño *Lapalaciano*- (Ramírez, 1999) donde se aseguraba el poder predictivo del estado del universo en cualquier momento a partir del conocimiento de las posiciones y momentos de las partículas constituyentes, o bien, de propuestas como la de Bolztmann, quien aseguraba que los acontecimientos se dirigen hacia estados de máxima probabilidad. Estas aspiraciones (basadas en conjeturas de la ciencia normal en su momento histórico) deben enfrentar posiciones como la de Heinsenberg, para quien es imposible disolver fenómenos en sucesos locales.

Mientras en un pasado relativamente reciente la ciencia se ocupaba de reducir los fenómenos a la interacción entre sus partes elementales (elementales en tanto que se les suponía aislables unas de otras, investigables por sí mismas) hoy el énfasis se coloca en las nociones de totalidad y jerarquía, en problemas de organización, en problemas que no pueden reducirse a acontecimientos locales, en relaciones que surgen en la totalidad y que no son manifiestas en el comportamiento de las partes.

Se sugiere la existencia de modelos, principios generales y leyes que se aplican a todos los sistemas independientemente de la naturaleza de las entidades incorporadas, del carácter de las fuerzas que actúan en ellos y del tipo de relaciones que se establecen entre los elementos. Se trata, entonces, de encontrar principios universales que sean aplicables a los sistemas en general (Bailey, 2001).

La aplicación de la Teoría General de Sistemas a problemas que surgen en el ámbito de lo social muestra que el punto de vista funciona cuando no se limita a entidades materiales sino a entidades parcialmente inmateriales y heterogéneos (von Bertalanffy, 1972). Así, el problema no es solamente el de la complejidad de los fenómenos sino el de las entidades mismas. Debe existir, pues, una estructura teórica que aporta una visión sistémica a las ciencias naturales y sociales faltando unir esta dos a través de un lenguaje y estructuras símiles.

Bajo esta perspectiva, se propone evidenciar el vínculo entre las ciencias fácticas y la formal, siendo esta última su fundamento axiomático. Sin embargo, dado el carácter transdisciplinario de la ciencia de los sistemas, hasta ahora no se cuenta con un formalismo en el ámbito de la lógica. Se estudiarán los fundamentos tanto de la lógica tanto clásica como difusa para extraer de ellas sus características. La ciencia clásica se fundamenta en estas lógicas pero bajo el paradigma sistémico, se propone investigar la posibilidad de formalizar una lógica con características particulares.

El problema a resolver es encontrar evidencia tanto teórica como formal para la elaboración de los fundamentos de esta lógica . Se propone el fractal conjunto de Cantor como un ejemplo para ser tratado a través de la teoría de conjuntos y deducir así una expresión que represente el cálculo proposicional. Este resultado es importante ya que es evidencia de una investigación formal a fondo sobre la estructura matemática de la lógica propuesta.

2.2 Validación de la solución

Por medio de un proceso deductivo se presenta las siguientes proposiciones:

1. Sea Lógica Clásica (LC) susceptible de ser representada geométricamente (GC). Sea esta geometría susceptible de representación funcional (FC). Luego entonces, LC tiene representación FC.

2. Sea Lógica Difusa (LD) susceptible de ser representada geométricamente (GD). Sea esta geometría susceptible de representación funcional (FD). Luego entonces, LD tiene representación FD.

3. Sea Lógica Fractal (LF) susceptible de ser representada geométricamente (GF). Sea esta geometría susceptible de represtación funcional (FF). Luego entonces, LF tiene representación FF.

Sin embargo, no se tiene una representación formal de la Lógica Fractal. Contamos con los formalismo GF y FF. De esta forma pasamos de la proposición 1 a 2 a 3 de forma inductiva (débil por el número de eventos). Para establecer la propiedad transitiva de 3 usaremos un proceso abductivo.

2.3 Producto resultante

La investigación debe arrogar evidencia suficiente para sustentar o no la posibilidad de una lógica basada en conjuntos fractales. El producto resultante de la tesis es proveer de un marco formal para formulación axiomática de la ciencias de los sistemas. La demostración será enunciar una expresión de cálculo proposicional basada en conjuntos que poseen propiedades de propios de los fenómenos complejos.

Debido a los recursos bibliográficos y de tiempo, la investigación no abarcó la elaboración de los enunciados referentes al cálculo proposicional completo. Sin embargo, se establecen las herramientas teóricas para investigaciones futuras.

3.1 Propósito de la Tesis

La tesis de esta obra es comprender la influencia de la estructura del modelo lógico clásico que es base conceptual sobre la se construyen los discursos científico reduccionista y la filosofía positivista. Debemos ser capaces de entender la frontera de nuestra lógica actual y observar de qué manera nuestra realidad nos impulsa a contemplar nuevos modelos de pensamiento. No existe una intención de predicción y control.

La descripción de los fenómenos (naturales y sociales) está modela bajo ciertos paradigmas. Todos ellos tienen su terreno descriptivo donde las teorías científicas intentan proporcionar una descripción completa y definitiva de la realidad pero ésta, a la luz de la historia de las ideas del pensamiento racional, evidencia ser una aproximación a la verdadera naturaleza de las cosas. Estamos ante el reconocimiento de una descripción aproximada y limitada de la realidad.

El primer paso es entender el papel de la visión mecanicista del mundo. La teoría matemática creada por Newton, la filosofía cartesiana y la metodología concebida por Bacon han desarrollado el concepto de realidad que predominó durante los siglos XVII, XVII y XIX. Se proponía que la materia constituía la base de toda existencia y se concebía al universo como objetos separados que permanecían ensamblados por un máquina cósmica. El significado de los fenómenos naturales se podía deducir reduciendo a sus partes constitutivas básicas y poniendo en evidencia los mecanismos que la ponían en funcionamiento. Esta teoría reduccionista que se asocia con el método científico. Las otras ciencias, en búsqueda de una metodología robusta así como legitimación en sus discursos, se valieron de ella adoptando la visión de la realidad expuesta por la física clásica y modelaron sus propias ideas de acuerdo con ella. Las ciencias naturales, las humanidades y las ciencias sociales se inspiraron en la física clásica newtoniana ya que ha sido ejemplo de una ciencia exacta.

Sin embargo, la revolución conceptual de la física pone de manifiesto la limitación de esta visión mecanicista. El universo ya no es concebido como una cantidad de objetos separados sino como una red de relaciones dinámicas de la cual el observador y la conciencia forman parte esencial.

El segundo paso es fundamental: entender que detrás de la metodología, formulación y filosofía de la física y matemática, está detrás la lógica clásica. Parece obvio y por ello pasa desapercibido. La lógica impone reglas al pensamiento y al lenguaje. Es la herramienta fundamental de la que se hace uso para la construcción delas ideas. Es la esencia de toda ciencia y la crisis de percepción de cada una de ellas es el límite de la propia lógica.

La propuesta de lógica fractal puede proporcionar bases racionales para los cambios de actitud y valores que nuestra sociedad necesita. Estamos ante la posibilidad de diseñar formas de organizarnos para un cambio fundamental basados en argumentos científicos. El pensamiento científico no tiene que ser reduccionista necesariamente sino puede ser sistémico y ecológico.

3.2 Contribución de la tesis

La tesis abarca un amplio rango de ideas y se reconoce que la presentación de los desarrollos detallados en los diferentes campos es superficial dado los límites de tiempo y conocimientos. Ningún elemento en este escrito es original, y son expuestos la mayor de las veces de forma representativa. Pero la manera en la que las distintas partes se integran en el conjunto es más importante que las partes mismas. Son las interconexiones e interdependencias entre los distintos conceptos lo que representa la esencia de la contribución. Se espera que el total que resulte sea más que la simple suma de tus partes integrantes.

Las ciencias factuales basan el desarrollo de las teorías en base a lógicas que ayudan a formalizar un lenguaje pero que poseen ciertas limitantes. Estas limitantes son puestas de manifiesto en la investigación de la ciencia reduccionista.

A pesar que se ha desarrollado la idea de una teoría general de sistemas no se cuenta con una lógica que permita por una lado, fundamentar la teoría misma; por otro, proveer de herramientas conceptuales que reenfoquen los problemas formulados.

Esta es una investigación que aporta un valor agregado ya que en la búsqueda bibliográfica no se encontró trabajo similar alguno. Además, introduce un idea de contenido matemático y filosófico que se presenta prometedor. A pesar que no se logra sino un resultado modesto, es evidencia suficiente para explorar con mayor detalle las ideas establecidas.

4.1 Caracterización General Científica

En este capítulo se expondrán los diferentes métodos bajo los cuales se desarrolla la tesis con una descripción de cada uno de ellos. Como primer punto se abordará el método axiomático (deductivo) necesario para el desarrollo de la parte lógica. Posteriormente se hablará sobre los métodos empíricos (inductivos) que son propios de la cienca factual que ya han sido tratados en el capítulo anterior (ciencias de los sistemas). Por último se tratará el tema de la abducción necesaria para completar la formulación metodológica.

Es difícil, como lo reconoce Kerlinger (1975) proporcionar una caracterología de "ciencia". No obstante, ésta podría entenderse como un "cuerpo de ideas" (Bunge, 1979) o sistema de conocimientos. Estos conocimientos tienen la peculiaridad de ser el resultado de la aplicación de un conjunto de procedimientos racionales y críticos -esto es, no dogmáticos, no de opinión, no arbitrarios (López Alonso, 1982)- que caen bajo la denominación genérica de 'método científico'. En consecuencia, lo que esencialmente caracteriza a la ciencia en tanto saber racional y críticamente fundado sobre la realidad (empírica y no-empírica), es el método a través del cual se construye ese saber o conocimiento.

Es en virtud del tipo de método seguido para alcanzar el conocimiento científico como puede establecerse una primera distinción entre las ciencias: las *'ciencias formales'* se caracterizarían por el empleo del así llamado 'método axiomático' y las *'ciencias empíricas o fácticas'*, por el empleo de un método que, genéricamente, se podría denominar como el 'método de la contrastación empírica'.

4.2 Las ciencias formales y el método axiomático

El núcleo metodológico de las ciencias formales como la Lógica y la Matemática lo constituye el método axiomático. Este método consiste en la postulación de un conjunto de proposiciones o enunciados los cuales guardan entre sí una relación de deducibilidad. Este conjunto de proposiciones recibe el nombre de sistema axiomático por cuanto el punto de inicio de toda la cadena deductiva lo constituyen los axiomas, proposiciones cuya verdad no se demuestra aunque se toman como verdaderas.

A partir de los axiomas y mediante la aplicación de una serie de reglas de inferencia, se derivan los otros componentes de la cadena deductiva denominados teoremas. Estos, habida cuenta del proceso deductivo que les dio origen, habrán de ser verdaderos en la medida en que lo sean los axiomas (recordar que en toda deducción válida, las conclusiones nunca pueden ser falsas si las premisas son verdaderas. En un sistema axiomático, las premisas son los axiomas y las conclusiones, los teoremas). A su vez, en todo sistema axiomático, los conceptos o términos con los que arman sus enunciados constituyentes pueden ser de dos tipos: términos primitivos o indefinidos, aquellos que se aceptan y emplean sin definición y términos definidos, aquellos que se definen a partir de los términos primitivos (Fernández, 2001).

4.3 La cuestión del método en la ciencia empírica

Respecto del método seguido por la ciencia empírica, pueden distinguirse a su vez varias versiones encontradas que difieren entre sí en lo referente a la concepción epistemológica respecto de lo que es la ciencia en sí o el conocimiento científico como tal. Entre estas versiones respecto de cuál es el método que sigue la ciencia empírica para lograr un conocimiento de la realidad, es tradicional distinguir entre las posiciones *inductivistas* y las *falsacionistas*. Estas últimas también conocidas como *refutacionistas*.

4.3.1 El inductivismo

Desde la perspectiva del inductivismo, el conocimiento científico se concibe como un conocimiento *verdadero o cierto* sobre la estructura del mundo derivable por *inducción* a partir de la observación de un cierto número de hechos particulares por lo que, el método característico de la ciencia habrá de ser el *método inductivo*. De allí el nombre de *inductivismo* con el que se conoce a esta posición metodológica.

Podemos preguntarnos en qué consiste el método inductivo como medio de acceso al conocimiento científico. En lo esencial, en la derivación -mediante un proceso de inferencia no deductiva de un conjunto de reglas generales bajo las cuales queden comprendidos las instancias particulares del fenómeno objeto de estudio. Estas reglas vendrían a describir una regularidad empírica en el comportamiento de los fenómenos observados por lo que suele denominárseles 'leyes empíricas' (Nagel, 1981). Estas leyes constituirían, para el inductivista, el corazón de la ciencia. Dado que esta posición admite que los enunciados universales (que constituyen afirmaciones generales referidos a todos los miembros de una cierta clase) *derivados* mediante generalización inductiva pueden darse por verificados, esto es, probados como verdaderos, a esta variedad de inductivismo se la conoce con el nombre de *verificacionismo*.

El problema central del verificacionismo, el 'problema de la inducción', es que la argumentación inductiva que sirve de base para la formulación de las leyes empíricas no constituye un razonamiento lógicamente válido por lo que, en principio, la conclusión -ley general- puede ser falsa aún cuando las premisas de partida -hechos observados- sean verdaderas. Luego, para superar este problema, los inductivistas se vieron obligados a apelar a algún principio que permitiera legitimar la pretensión de verdad de las leyes empíricas.

El así denominado "principio de inducción" permitió a los inductivistas justificar el supuesto de que las leyes empíricas podrían considerarse como enunciados verdaderos acerca del mundo. Este principio se puede formular como sigue: "si, en una gran variedad de circunstancias, se observa un gran número de objetos de una cierta clase y es el caso que absolutamente todos poseen la propiedad *j*, entonces puede aceptarse a todos los efectos como verdadero que todos los objetos de esa clase poseen la propiedad en cuestión" (Chalmers,1991; Klimovsky, 1997). Puesto que el principio de inducción no garantiza que una cierta ley general no sea refutada habida cuenta que es lógicamente posible encontrar un contraejemplo que la invalide, el inductivismo primitivo se vio obligado a reconsiderar el carácter de verdad perenne de sus leyes empíricas adoptando en su lugar, el concepto de verdad probable.

Desde una visión más atenuada del inductivismo, se comenzó a considerar que las afirmaciones generales de la ciencia no necesariamente se abstraían inductivamente de la experiencia sino que también, eran factibles de ser descubiertas por cualquier otro medio. Además, desde este inductivismo moderado, el conocimiento científico no era ya concebido como un conocimiento necesariamente verdadero sobre la realidad. Esta posición atenuada llegó a conocerse con el nombre de *confirmacionismo* (Fernández, 2001).

Las leyes empíricas, desde esta perspectiva, en lugar de considerarse como enunciados verdaderos sobre la estructura del mundo, se contemplan como una descripción *probablemente* verdadera acerca de cómo es el mundo siendo el grado de probabilidad mayor o menor en función del monto de apoyo observacional que le sirve de sustento. Luego, para el confirmacionismo, las afirmaciones o enunciados generales de la ciencia que disponían de un fuerte apoyo empírico se las consideraría *confirmadas* antes que *verificadas*.

El estatuto de *verdad probable* de una ley empírica se encontraría justificado por un principio de inducción de corte probabilístico que dice: "si, en una gran variedad de circunstancias, se observa un gran número de objetos de una cierta clase y es el caso que absolutamente todos poseen la propiedad *j*, entonces puede aceptarse a todos los efectos como *probablemente* verdadero que todos los objetos de esa clase poseen la propiedad en cuestión" (Chalmers,1991).

La pretensión de justificar mediante este principio de inducción reformulado, el carácter de verdad probable de una ley universal enfrenta un problema de peso, como señala Chalmers (1991), el concepto de que la probabilidad que sea verdadera una generalización empírica de carácter universal es, a todos los efectos, nula por cuanto la probabilidad es definida como un cociente entre un número *finito* de casos singulares o hechos observados –evidencia empírica acumulada- y un número potencialmente *infinito* de casos posibles –dominio de la ley general- es igual a cero.

Ambas variantes inductivistas coinciden en el concepto de que es posible establecer la verdad o probable verdad de los enunciados universales -núcleo del saber o de las teorías científicas- mediante la recolección oportuna de la evidencia empírica pertinente. En efecto, en los enfoques menos sofisticados del inductivismo, la recolección de datos *precede* a la formulación, mediante la generalización inductiva, de un enunciado universal. En el enfoque pragmático no importa cómo se obtenga o descubra un enunciado universal, *a posteriori* de su formulación debe recabarse la evidencia empírica que servirá de base como prueba de su verdad o probable verdad (Fernández, 2001).

Se puede decir que cierta teoría puede refutarse de científica, o lo que es lo mismo, adquiere visos de legitimidad en la medida en que se encuentre justificada o avalada por los datos empíricos, árbitros últimos de la verdad o probable verdad de una tal teoría. Como lo señalan Klimovsky y de Asúa (1997), el enfoque inductivista es *justificacionista* en la medida en que supone que es posible una justificación empírica de los enunciados universales constituyentes del conocimiento científico en tanto que afirmaciones verdaderas o probablemente verdaderas acerca del mundo.

4.3.2 El refutacionismo

En oposición al concepto de conocimiento científico como conocimiento cierto o probablemente cierto sobre la estructura del mundo, Popper (1973) basándose en la idea de que ningún tipo de argumentación inductiva puede llegar a establecer la verdad o probable verdad de una proposición universal, desarrolla su concepción hipotética de la ciencia proponiendo que, a lo sumo, el conocimiento científico es una *conjetura* acerca de cómo es el mundo. Una conjetura es, esencialmente, un enunciado de carácter hipotético en el sentido de que establece una suposición acerca cómo está estructurado el sector de la realidad al cual él mismo hace referencia (Fernández, 2001). Los enunciados conjeturales, aunque se suponen verdaderos, por cuestiones estrictamente lógicas como habrá de verse, jamás podrán llegar a probarse que son tales.

Asumiendo que las afirmaciones en ciencia empírica deben poder *contrastarse con la* realidad (empírica), resulta imperativo para cualquier teoría (científica) contar con elementos de juicio que, de algún modo, le otorguen un sentido de verosimilitud a la misma. Entre estos elementos de juicio, se destacan aquellos de carácter observacional que, por su propia naturaleza (fáctica), provienen del campo de la experiencia. Los elementos observacionales reciben el nombre de 'consecuencias observacionales' (una consecuencia observacional es un enunciado o expresión lingüística de aquello que cabría esperar en caso de ser cierta la hipótesis que le dio origen.

Si las 'observaciones pertinentes' (Klimovsky, 1997), esto es los datos empíricos del caso se corresponden o no con lo que se afirma en dicho enunciado, se dice que se ha producido la verificación o refutación de la consecuencia observacional), por cuanto los mismos se desprenden como una consecuencia lógica de los enunciados conjeturales que se proponen a propósito de la estructura del mundo.

De esta forma, si el mundo es *verdaderamente* tal y como lo afirma una hipótesis H, entonces cabría esperar la ocurrencia (en el mundo) dé un cierto tipo de acontecimientos O. Ahora bien, podemos preguntarnos qué puede decirse de una teoría que cuenta con un cúmulo de elementos observacionales o evidencia empírica favorable a la misma. Si se asimila el concepto de enunciado hipotético o hipótesis (H) a las condiciones antecedentes de un enunciado condicional (p) y los elementos observacionales (O) a sus consecuentes respectivos (q), es claro que, desde el punto de vista lógico, el *cumplimiento o verificación* de O no conduce necesariamente a afirmar la verdad de H.

En caso de llegarse a esta conclusión, se comete la *"falacia de afirmación del consecuente"*. La mera ocurrencia del consecuente q, no garantiza la verdad del antecedente p por cuanto aquel bien puede llegar a producirse por múltiples razones, *entre éstas*, el antecedente p considerado en forma explícita. Esto es lo mismo que decir que la ocurrencia de O es *compatible* con un conjunto más o menos vasto de j posibilidades hipotéticas $H, H_1, H_2, \ldots, H_j$ de las cuales se encuentran bajo estudio sólo una, H. De allí que sería gratuito aceptar la verdad de H a partir del acontecimiento O. Si la verificación de O no permite establecer la verdad (o probable verdad) de H, su *no cumplimiento o refutación,* llevaría a establecer o a presumir la falsedad de H.

Puesto que *O* es una consecuencia que *debe* producirse en el supuesto de que *H* sea verdadera, la no ocurrencia o refutación de O lleva a pensar que *H* puede no ser verdadera, es decir, puede ser falsa. La razón *lógica* que lleva a expedirse sobre la falsedad de *H* a partir de la refutación de *O* estriba en que ésta es la conclusión de un *razonamiento deductivo* (un razonamiento deductivo es, desde el punto de vista lógico, un conjunto de enunciados o proposiciones una de las cuales, llamada *conclusión*, se pretende que se derive o infiera de un modo necesario o no contingente de las otras llamadas *premisas*) que tiene entre sus premisas a *H* y, como en toda *deducción válida* una conclusión no puede ser falsa si sus premisas son verdaderas, *H* no puede ser verdadera (Fernández, 2001).

Atento a este rol *asimétrico* que cumplen la verificación y la refutación de O en cuanto al establecimiento de la verdad de *H,* el refutacionismo tiende a considerar *corroboradas* a las hipótesis cuyas consecuencias observacionales resultan verificadas en la realidad. Una hipótesis corroborada es aquella que puede aceptarse *provisionalmente* como una descripción más o menos verosímil respecto cómo es el mundo en la medida en que, en el proceso de contrastación empírica, se produzca la verificación de sus respectivas consecuencias observacionales.

Cuando las consecuencias observacionales resultan refutadas, desde una posición refutacionista extrema conocida como 'falsacionismo ingenuo' (Chalmers, 1991), la hipótesis en cuestión se declararía falsa sin más. Una versión menos radical de esta posición, el 'falsacionismo sofisticado', admite que el proceso de contrastación empírica de una hipótesis dada es un asunto complejo en el cual intervienen no sólo la hipótesis principal a contrastar sino también otras hipótesis que se encuentran implícitas en el marco teórico (y metodológico) en el cual se inserta aquella. Por ello, la refutación de una determinada consecuencia observacional no implicaría necesariamente la falsedad de la hipótesis principal.

Para el refutacionismo, el conocimiento científico no es sino un conjunto articulado de hipótesis o conjeturas que, sin ser verdaderas, al comprobarse en el plano empírico, nos acercarían progresivamente a la verdad configurando así 'un modelo tentativo y verosímil' (Klimovsky y de Asúa, 1997), más no uno *verdadero*, acerca de la realidad. En punto a obtener este conocimiento, el refutacionista propone como única alternativa metodológica válida, el método hipotético-deductivo.

Esta posición consiste en formular hipótesis acerca de la realidad, derivar de ella deductivamente una serie de consecuencias observacionales, y someterlas a contrastación en el plano empírico. Si dichas consecuencias resultan verificadas, la hipótesis se mantiene; caso contrario, se revisan los datos observacionales o las hipótesis conexas a la hipótesis principal en pos de encontrar las razones por las que se produjo la refutación. De no haberlas o de producirse reiteradas refutaciones de las consecuencias observacionales asociadas a la hipótesis, ésta eventualmente se descarta como conocimiento científico válido.

4.4 Las ciencias formales y las ciencias fácticas

Además de la metodología, tanto de ciencias formales como de las fácticas, difieren en otros aspectos relevantes: el tipo de objetos de los que se ocupan, el tipo de enunciados con los que expresan el conocimiento sobre el mundo y, por último, la finalidad que persiguen. En cuanto a los objetos de estudio, las ciencias empíricas se ocupan de los hechos y acontecimientos del 'mundo en que vivimos' (Hempel, 1979), esto es, de la realidad empírica en tanto que, las ciencias formales se abocan al estudio de objetos ideales, esto es, entidades que sólo habitan en el mundo del pensamiento.

Respecto a los enunciados con los que operan las ciencias, suele afirmarse que las empíricas apelan predominantemente a *enunciados sintéticos* y, las formales, a *enunciados analíticos* en forma exclusiva. Los primeros son enunciados cuya verdad o falsedad es una función de su correspondencia con el estado de cosas de la realidad a la que hacen referencia. Los segundos, por el contrario, son afirmaciones cuya verdad o falsedad se determina en virtud de relaciones formales o semánticas que se establecen entre los términos o componentes que lo constituyen.

La finalidad que ambos tipos de ciencia persiguen son de naturaleza distinta. Las ciencias fácticas apuntan a describir y explicar el conjunto de fenómenos de un sector de la realidad que recortan como objeto de estudio. Por otro lado, las ciencias formales no se ocupa de la realidad empírica, y se afirma que su finalidad es el desarrollo y construcción de sistemas abstractos de pensamiento (Fernández, 2001).

4.5 El conocimiento científico

Bunge (1979), establece características que distinguen al conocimiento científico en tanto que construcción artificial de la mente humana. Este tipo de conocimiento tiene como notas denotativas el carácter de *fáctico, racional, verificable, objetivo, sistemático* y *explicativo*. El conocimiento científico es *fáctico* por cuanto trata sobre los fenómenos y hechos de la realidad empírica; es *racional* por estar fundado en la razón, esto es, en un conjunto de ideas y razonamientos y no en sensaciones, opiniones, pareceres o dogmas; *verificable* en el sentido de comprobable empíricamente por cuanto sus afirmaciones deben someterse al tribunal de la experiencia; *objetivo* por cuanto sus afirmaciones pretenden ser concordantes con los objetos de la realidad; *sistemático* en el sentido de constituir un cuerpo de ideas lógicamente entrelazadas más que un cúmulo de proposiciones inconexas y, por último aunque no menos importante, el conocimiento científico es *explicativo* en el sentido de que el mismo no se conforma con describir cómo es el mundo sino que intenta dar cuenta de las razones por las cuales el mundo es como es encontrando las razones por las cuales los fenómenos empíricos se comportan del modo en que lo hacen.

4.6 Abducción

Peirce es conocido como fundador de la lógica deductiva moderna (Putnam 1982; Quine 1995; Dipert 1995; Houser, Roberts, y Van Evra, 1997). La concepción tardía de la abducción requiere una comprensión amplia de la *lógica* que no es fácil de reconstruir. Desde la perspectiva de Peirce, la abducción permite entender los descubrimientos científicos. Establecía que las ramas de la ciencia se basan en el razonamiento *lógico*, y que el desarrollo de las leyes de la ciencia debía ser un área dentro de esta disciplina, descansando en una sólida teoría general.

Para entender la inferencia abductiva se puede comparar con la deducción y la inducción en relación con sus diferentes papeles en los procesos de descubrimiento científico:

"(...) no hay sino tres clases elementales de razonamiento. La primera, que yo llamo abducción (...) consiste en examinar una masa de hechos y en permitir que estos hechos sugieran una teoría. De este modo ganamos nuevas ideas; pero el razonamiento no tiene fuerza. La segunda clase de razonamiento es la deducción, o razonamiento necesario. Sólo es aplicable a un estado ideal de cosas, o a un estado de cosas en tanto que puede conformarse con un ideal. Simplemente da un nuevo aspecto a las premisas (...) El tercer modo de razonamiento es la inducción o investigación experimental. Su procedimiento es éste. Cuando la abducción sugiere una teoría, empleamos la deducción para deducir a partir de esa teoría ideal una promiscua variedad de consecuencias a tal efecto que si realizamos ciertos actos, nos encontraremos a nosotros mismos enfrentados con ciertas experiencias. Cuando procedemos a intentar esos experimentos, y si las predicciones de la teoría se verifican, tenemos una confianza proporcionada en que los experimentos que aún no se han intentado confirmarán la teoría. Yo afirmo que estos tres son los únicos modos elementales de razonamiento que hay" (Atocha, 1998).

Peirce formula una clara diferenciación entre las tres clases elementales de razonamiento, inductivo, deductivo y abductivo. El criterio de esta diferenciación no es la cuestión de las *reglas* sino la *función* de las formas inferenciales en los procesos científicos. Respecto a su función, se presenta una idea alterna de la inducción interpretada *no* siempre como la inferencia de lo particular a lo general en el sentido clásico.

La inducción se genera a partir de generales *dados*, de hipótesis inferidas abductivamente y de implicaciones inferidas deductivamente de esas hipótesis. La diferencia específica es que la abducción forma parte del proceso de descubrimiento, mientras que la inducción es parte del proceso de probar los descubrimientos. Mediante la inducción un general dado será sólo confirmado o falsado por experimentos futuros. En este sentido, el problema de la inducción clásico no se sostiene, porque ni la abducción ni la inducción econtienen por sí mismas ninguna pretensión de verdad (Atocha, 1998).

Existe, una *forma* específica de inferencia abductiva:

1. Se observa el hecho sorprendente, *F*.

2. Pero si *H* fuera verdadero, *F* sería cosa corriente.

Por lo tanto,

3. Hay razón para sospechar que *H* es verdadero.

La cuestión esencial es cómo es posible crear o encontrar la hipótesis *H*. A primera vista, la respuesta de Peirce a esta cuestión parece bastante poco satisfactoria. Identifica la abducción con *adivinar*, considerando este adivinar, por una parte, como un "poder instintivo" y, por otra, como un proceso que opera "sobre la base de otra información (...) bajo nuestro control" (Kapitan, 1992). El significado de esas formulaciones es vago, pero es posible encontrar una interpretación que proporcione el carácter *lógico* de la abducción.

Existen dos formas de obtener una hipótesis: en primer lugar, de acuerdo con la definición de Eco de *abducción creativa*, la hipótesis explicativa "tiene que ser inventada *ex novo*" (Eco, 1990). Sin embargo, es difícil ver cómo puede ser posible una "creación" originada de la nada. Existe otra posibilidad de obtener una hipótesis: en lugar de suponer que no hay hipótesis dada, podemos imaginar la existencia de una colección infinita de hipótesis posibles. Ambos modos de obtener hipótesis son equivalentes en tanto que, respecto a la búsqueda de una hipótesis, es irrelevante que no haya *ninguna* hipótesis dada o que haya un conjunto infinito de hipótesis posibles.

4.6.1 Desarrollo de la noción de abducción

Diversas versiones se desarrollaron en pensamiento de Peirce, ya que la noción de abducción se mezcla con diversos aspectos de su filosofía Se presentan a continuación elementos claves en el desarrollo de la noción de abducción para luego exponer la forma lógica.

El desarrollo de una *lógica de la indagación* ocupó el pensamiento de Peirce. En un principio esta lógica está compuesta por tres modos de razonamiento: *deducción, inducción e hipótesis*, cada uno de los cuales es un proceso independiente de prueba y corresponde a una forma silogística, que ilustramos en el siguiente ejemplo (Atocha, 1998):

Deducción
Regla.-- Todas las alubias de este saco son blancas.
Caso.-- Estas alubias son de este saco.
Resultado.-- Estas alubias son blancas.

Inducción
Caso.-- Estas alubias son de este saco.
Resultado.-- Estas alubias son blancas.
Regla.-- Todas las alubias de este saco son blancas.

Hipótesis
Regla.-- Todas las alubias de este saco son blancas.
Resultado.-- Estas alubias son blancas.
Caso.-- Estas alubias son de este saco.

De estos tres, la deducción es el único tipo de razonamiento completamente certero –desde el punto de vista del lógico-, que infiere su 'resultado' como conclusión necesaria. La inducción produce una 'regla' que se valida solamente "a la larga", y la hipótesis, la menos certera de las tres, simplemente sugiere que algo puede ser "el caso". Una hipótesis es una aseveración sobre un fenómeno y no está soportada por suficiente evidencia empírica. Una teoría es un cuerpo conceptual que ofrece una explicación coherente y tampoco está soportada por la evidencia empírica. Las leyes científicas se derivan de teorías que han sido corroboradas *a posteriori*. Desde el punto de vista inductivista una ley científica es posible.

Posteriormente Peirce considera a estas fromas de razonamiento como tres etapas en un método para la indagación lógica, en donde la hipótesis, ahora denominada abducción, es la primera de ellas:

"De su sugerencia (abductiva), la deducción puede inferir una predicción que puede ser puesta a prueba por la inducción" (Atocha, 1997).

La formación del concepto de abducción se hace mas compleja llegado a ser *el proceso de construir una hipótesis explicativa*. La silogística se sustituye por la forma lógica :

Se observa el hecho sorprendente C
Pero si A fuera verdadera, C sería una cosa normal

Por lo tanto, hay una razón para sospechar que A es verdadera

Dos aspectos fueron propuestos por Peirce para determinar que tan factible es una hipótesis abductiva. Se debe poder *poner a prueba* y debe ser *económica*. Así, una abducción es una explicación si da razón de los hechos conforme a la forma lógica arriba citada; su estatus es el de una sugerencia hasta que no se pone a prueba, lo cual explica el segundo criterio. Las motivaciones del criterio de economía son dos: la respuesta al problema práctico de manejar un sinfín de hipótesis explicativas, así como la necesidad de contar con un criterio para seleccionar la mejor explicación dentro de las que son sujetos de experimentación (Atocha, 1998).

Para Peirce, el razonamiento abductivo es fundamental en toda investigación humana. La abducción juega un papel en la percepción:

"La sugerencia abductiva nos viene como un destello"

y también está presente en el proceso general de la invención:

"Ella [la abducción] es la única operación lógica que incorpora nuevas ideas"

Así, la abducción parece ser tanto "*un acto de intuición como uno de inferencia*". Autores como Anderson (Anderson 1986), quien sugiere un doble aspecto en la abducción, el intuitivo y el racional.

4.6.2 Interpretaciones de la abducción Peirceana

En virtud de la contraposición de los dos aspectos de la abducción, el intuitivo y el racional, genera debate entre los estudiosos de Peirce. En general, se toma uno de los dos para su análisis (Kapitan 1990, Sharpe 1970, Thagard 1977). Algunos críticos han interpretado esta dualidad como "El dilema de Peirce" conlcuyendo que Peirce no tenía una visión coherente sobre la naturaleza de la abducción (Frankfurt 1958). Existe también la postura que trata de dar sentido a estos dos aspectos proponiendo a la abducción Peirceana como "*el instinto racional*" (Ayim, 1974). En este trabajo se usa la abducción en la interpretación de Anderson descrita anteriormente.

Con respecto a la forma lógica de la abducción, mientras que algunos estudiosos de Peirce le han dado un análisis que la identifica con la inducción (Reilly, 1970), otros han preferido darle la interpretación de *modus ponens* invertido (Anderson, 1986); y finalmente otros la han visto como una forma de heurística (Kapitan, 1990). Hasta aquí se deja la reconstrucción de la evolución de la noción de abducción en Peirce.

4.6.3 Abducción y la inferencia lógica

Una interpretación usual de la abducción como inferencia lógica es como *deducción para atrás más condiciones adicionales*. Se presenta la versión estándar que combina algunos requisitos comunes a diversos enfoques:

Dada una teoría θ (un conjunto de fórmulas) y una fórmula ϕ (una fórmula atómica), α es una explicación abductiva si (Atocha, 1998):

1. $\theta; \alpha \Rightarrow \phi$

2. α es consistente con θ

3. α es mínima

4. α tiene una restricción en su forma sintáctica (usualmente de fórmula atómica).

Así, una fórmula α es una explicación de ϕ con respecto a una teoría de trasfondo θ si se infiere a ϕ como consecuencia lógica (condición 1) y la explicación es consistente con la teoría (condición 2). Además, la mejor explicación es la mínima en el sentido de que es la fórmula más simple (condición 3), lo que en general se interpreta como aquella que es implicada por todas las otras posibles explicaciones. Sin embargo, no existe una sola caracterización de minimalidad lógica (Atocha, 1997) para una discusión sobre la noción de minimalidad como criterio lógico. Finalmente, la condición 4 es una restricción que evita formulas triviales.

Para ilustrar esta definición, se proporciona un ejemplo común de abducción

Sea θ la siguiente teoría:

El patio se moja cuando llueve ($ll \Rightarrow m$)

El patio se moja cuando los aspersores de agua están prendidos ($a \Rightarrow m$)

Sea ϕ: El patio está mojado (m).

Si sólo consideramos la condición 1, las siguientes son algunas de las fórmulas que cumplen con la condición de consecuencia lógica: ll, a, ll^a, ll^¬ll, $\theta \Rightarrow \phi$. La condición 2 de consistencia es necesaria ya que en la noción de consecuencia lógica clásica tarskiana de un conjunto inconsistente de premisas se deriva lo que sea. Así, tomamos en cuenta todas las condiciones, eliminamos las explicaciones inconsistentes (ll^¬ll) y las de forma compuesta (ll^a, $\theta \Rightarrow \phi$.), quedándonos tan solo con las dos primeras (ll,a) como explicaciones posibles.

Una condición adicional, que no se hace siempre explícita, es que $\neg(\theta \Rightarrow \phi)$ y $\neg(\theta \Rightarrow \neg\phi)$. Esto dice que ni el hecho a explicar ni su negación deben inferirse de la teoría. Esta condición aparece a veces como precondición para un *problema abductivo*.

La abducción como inferencia lógica es sólo una de las múltiples interpretaciones que se da en terrenos como la inteligencia artificial. Flach (1996) sugiere que esta multiplicidad se remonta a las dos teorías de la abducción en Peirce: la temprana teoría silogística y la tardía teoría inferencial, que corresponden a los dos períodos del desarrollo de la abducción en Peirce.

4.6.4 Estructura de la abducción

La abducción es un proceso de razonamiento, cuyo producto son explicaciones con cierta estructura inferencial. El esquema lógico de la abducción puede verse como una relación entre tres elementos:

$$\theta, \alpha \Rightarrow \phi$$

la observación o creencia ϕ (i.e., m), la explicación abductiva a (i.e., ll), y la teoría θ de trasfondo (p. e., $ll \Rightarrow m$, $a \Rightarrow m$). Se proponen tres parámetros principales que determinan tipos de abducción: (i) el parámetro inferencial ($\Rightarrow$), que determina la relación lógica entre el *explanandum* ϕ y el *explanans* (la teoría de trasfondo θ y la explicación α). Esta relación puede ser la de consecuencia lógica clásica, inferencia estadística o incluso algún tipo de inferencia no clásica. (ii) los detonadores abductivos: ϕ puede ser un fenómeno novedoso, como ver el patio mojado (iii) Las *salidas* α son los diversos productos de los procesos abductivos: hechos, reglas e incluso teorías. Las condiciones adicionales de consistencia y minimalidad, se toman en cuenta para ciertos tipos de abducción (Atocha, 1997).

Es esta la estructura general de la definición estándar de abducción como inferencia lógica ya que no se limita a interpretar la relación inferencial como clásica ni restringe la forma de las explicaciones a su expresión mínima. Sin embargo, este esquema general propone a la revisión como caso de razonamiento abductivo. A pesar de existir diversos trabajos que consideran este caso como de abducción (e.g. Aravindan et al 1994), no se ha tratado desde un punto de vista lógico. Se reconoce que los cambios en la teorías no se dan solo por acumulación de nuevos descubrimientos, sino que se dan también como consecuencia de anomalías. De esto modo se planeta la noción de abducción peirceana en donde un hecho es sorprendente por ser una experiencia *novedosa* o una *contraria a las expectativas*

5.1 El Mundo como representación compleja

En este capítulo se abordará el tema de complejidad exponiendo un debate en los uso discursivos entre la ciencia natural y social. La postura de los científicos naturales ha sido crítica ante las metodologías usadas en las ciencias sociales muchas veces por el uso inadecuado o inexacto de términos que son válidos en ciertos campos específicos. El área de estudio de complejidad requiere la noción y formulación de estas dos formas de hacer ciencia reconociendo la necesidad de crear una teoría transdisciplinaria capaz de formular de manera robusta modelos y teorías que expliquen fenómenos en los umbrales del área de la complejidad.

De una misma fuente la filosofía y la ciencia surgen: los intentos del hombre por comprender el mundo. Antes de intentar comprender el sutil funcionamiento de los múltiples fenómenos que se despliegan ante sus ojos, el hombre considera las preguntas generales sobre la estructura del mundo y sus cosas: ¿es el mundo simple o complejo?, ¿es el mundo ordenado o caótico?

Toda la civilización que emana de la civilización griega, revela la profunda influencia de una serie de dualismos. En todos ellas se encuentra la distinción de lo que es falso o verdadero. Pero también están los problemas del bien y el mal, de la armonía y la confusión, los problemas cosmológicos de la simplicidad o complejidad del mundo, del orden o el caos del universo. Finalmente, varios de los problemas continúan en nuestros tiempos: la dualidad entre la mente y la materia, la libertad y la contingencia (Russell, 1959).

El mundo no es sencillo y no hay una explicación universal para todos los fenómenos. Sin embargo, los filósofos griegos se percataron pronto que algunos fenómenos podían entenderse y por tanto predecirse. Descubrieron que la comprensión de los fenómenos se logra por medio de números, y para entender el mundo alrededor de nosotros, debíamos encontrar "los números en las cosas". Comprendida la estructura numérica, se describe al mundo. La escuela Pitagórica desarrolló una preocupación por las matemáticas permeando desde entonces la ciencia occidental.

A lo largo de la historia los científicos han desarrollado estrategias para entender los problemas que plantea la naturaleza. ¿Cómo puede decidirse si una respuesta propuesta es correcta? Desde el Renacimiento esta decisión se realiza por medio de la experimentación, esto es, del contraste de la teoría con los sucesos naturales. Para que un problema planteado sobre la naturaleza fuera exitosamente abordado por científicos debía tener dos cualidades: ser simple para poder ser entendido y ser manipulable para experimentar con éste.

La ciencia fue progresando y los objetos de estudio se fueron haciendo variados. Física, biología (botánica, zoología, etc.), geología, astronomía, química y otras ramas de la ciencia surgen y se dividen de acuerdo a los problemas que se quieren resolver. La estrategia general del descubrimiento científico es la determinación de la secuencia de los problemas por resolver. En cada momento histórico, el número de problemas científicos reconocidos como importante es bastante limitado. Los esfuerzos de los científicos de cada generación se concentran en estos problemas y, en general, se producen avances en la solución (Bernal. 1979). Si bien, esta exposición es una sobre simplificación de la manera en que la ciencia opera, se pretende exponer teorías elaboradas sobre el desarrollo de la ciencia. El objetivo es tener un contexto general donde ubicar a las matemáticas, en las ciencias naturales y en las ciencias sociales.

No es de extrañar que el estudio científico de los problemas sociales haya aparecido relativamente tarde. La sociología moderna comienza probablemente con Comte a mediados del siglo XIX y desde entonces la idea de usar matemáticas en ciencias sociales ha sido seriamente considerada. Un primer esfuerzo notable en esa dirección lo realiza Quantelet en 1835 con su propuesta de una física social, que evolucionó más tarde hacia el análisis estadístico (Doreian, 1990). A pesar de ciertos éxitos en el uso de las matemáticas en ciencias sociales, ha habido una ausencia general de su empleo, al menos hasta hace algunos años.

Una de las razones principales de esta ausencia es la dificultad de comprender todas las variables involucradas en los fenómenos sociales que permita crear modelos razonables de la realidad. Se argumenta que los fenómenos sociales son complejos. De hecho, no se ha creado aún un lenguaje de términos fundamentales que definan las variables de estudio en estos fenómenos. Los equivalentes en la física a los términos posición, velocidad, fuerza y otros. La complejidad de la vida social se refleja también en la dificultad de *medir* las variables relevantes ya definidas.

5.2 Visiones de la complejidad

En el siglo XX, en la décadas de los 60´s y 70´s un grupo de filósofos intentaron una comprensión integral del conocimiento tomando en cuenta los fenómenos naturales, al observador humano y el contexto cultural y social donde el observador estaba inmerso. Pensadores franceses como Gaston Bachelard, François Jacob, Edgar Morin, Michel Serres, entre otros, postulan la necesidad de crear una epistemología con un punto de vista antropológico y social. A esta concepción integral de la naturaleza y el conocimiento se le llamó *compleja*.

El pensamiento de estos filósofos fue influenciada por los avances científicos de los siglos XIX y XX. En particular, la termodinámica y la teoría de la información que permitieron comprender, por medio de variables macroscópicas, el mundo microscópico, y la mecánica cuántica que involucra al observador en la teoría. En sus ensayos integradores intentan explicar el camino de la organización del conocimiento con el mismo esquema de los procesos naturales. Así, Morin (Morin, 1977) nos dice:

"El caos es la desintegración organizadora. Es la unidad antagonista de la explosión, de la dispersión, la división del cosmos y de sus nucleaciones, sus organizaciones y sus ordenamientos... Los procesos de orden y de organización no se consiguieron un camino como un ratón a través de los agujeros del queso gruyère cósmico, se constituyeron en y a partir del caos, este es el funcionamiento del bucle tetralógico:

desorden → interacciones → orden → organización → desorden

Heráclito en uno de sus más densos aforismos identificó el 'camino inferior' (traducción: la desintegración dispersiva) y el 'camino superior' (traducción: la evolución progresiva hacia la organización y la complejidad)."

Es interesante notar que en la cita anterior proviene de un texto escrito en 1977, casi simultáneamente de que Benoît Mandelbrot introdujera la terminología del *caos*, en el sentido matemático más preciso, en el estudio de los fenómenos de la naturaleza. Sin embargo, conceptos científicos bien definidos provenientes de la física tales como *entropía* y el Segundo Principio de la Termodinámica son frecuentemente usados en las explicaciones de la evolución del conocimiento. Continuando con Morin:

"Así el Segundo Principio de la Termodinámica es mucho más que un útil estadístico y la entropía mucho más que una cantidad mesurable. Sin embargo, el Segundo Principio no es la llave del universo, y la entropía no es la única ley que rige la organización. El Segundo Principio y la idea de entropía deben ser asociados, siempre de manera compleja, al nuevo concepto de physis y de cosmos. Así estamos en posición de articular el Segundo Principio:

organización/orden → desorden

sobre el principio cosmo-físico que hemos formulado así:

desorden → interacciones (asociativas) → orden/organización

He aquí el mensaje: ninguna cosa organizada, ningún ser organizado no puede escapar a la degradación, la desorganización, la dispersión. Ningún ser vivo puede escapar a la muerte. Los perfumes se evaporan, los vinos se avinagran, las montañas se aplanan, las flores se marchitan, los seres vivos y los soles regresan a ser polvo...

Alrededor del lazo tetralógico se dispone una constelación policéntrica de nociones de interdependencia. Esta constelación conceptual no es más que valor general. Marca con su presencia todos los fenómenos, toda realidad que será estudiada. Esta constituye el primer fundamento de la complejidad de la naturaleza de la naturaleza... *La investigación de la 'naturaleza de la Naturaleza' no puede abstenerse de investigar el método para sujetar las articulaciones claves: Objeto/Sujeto, Naturaleza/Cultura, Physis/Sociedad que ocultan y rompen los conocimientos simples. Lo desconocido, lo incierto, lo complejo se sitúan justamente en estas articulaciones".*

Se cita relativamente largo este texto con el propósito de hacer patentes algunas características de los textos de esas décadas que prevalecieron en los últimos años del siglo XX. Se intenta crear una teoría general del conocimiento que tome en cuenta tanto los objetos físicos como a los observadores humanos en su contexto cultural y social. Una teoría que comprenda simultáneamente la complejidad del mundo externo y el interno del hombre.

Para este propósito, se hace uso de los conocimientos científicos establecidos en la época, y de su lenguaje: la segunda ley de la termodinámica, la mecánica cuántica (en física); la teoría de la evolución, la organización molecular de la vida (en biología); el teorema de Gödel y la cibernética (en matemáticas) y otros asuntos. No obstante, el uso que se da a todos estos conceptos científicos es superficial y en muchos casos equivocado. Los filósofos no parecen ser diestros en el manejo de ninguna de las nociones científicas usadas, pero parecen estar dispuestos a señalar generalizaciones conceptuales de estas nociones para su uso en una teoría general del conocimiento.

5.3 Teoría del caos

Alrededor de 1908, Poincaré y Clerk Maxwell observaron la existencia de fenómenos sensibles a los cambios de condiciones iniciales que normalmente eran pensados como consecuencias del azar. La investigación matemática indicaba, por el contrario, que sistemas gobernados por leyes físicas pueden manifestar cambios de una manera irregular y difícil de predecir, una situación que ahora se denomina de caos.

La teoría del caos estudia fenómenos regidos por leyes matemáticas perfectamente definidas, pero que presentan ciertas características especiales. En este sentido, los fenómenos estudiados por el caos son deterministas y ordenados, pero difíciles de predecir (es decir, pequeñas alteraciones en los parámetros de las funciones que rigen el fenómeno pueden producir grandes alteraciones en los valores tomados por las funciones).

En 1963, el meteorólogo Edward Lorenz del MIT estudió un sistema de ecuaciones diferenciales que describen flujos de aire en la atmósfera. El sistema es de una sencillez pasmosa; en tres dimensiones tomaría el siguiente aspecto:

$$\frac{dx}{dt} = -ax + ay$$
$$\frac{dy}{dt} = bx - y - xz$$
$$\frac{dz}{dt} = z + xy$$

Dada una solución de la ecuación para el tiempo t=0, podemos seguir la trayectoria de la solución en el tiempo. Típicamente lo que resulta se conoce como un atractor de Lorenz. Aquí tenemos toda la fenomenología del problema del estudio del clima.

Anterior al uso de las computadoras, para estudiar un sistema de ecuaciones como los que describen la dinámica de un fluido, se aplicaban algunos métodos que resultaban laboriosos de aplicar. Para visualizar el desarrollo del sistema en el tiempo, podían obtenerse soluciones parciales que sólo son válidas en intervalos pequeños de tiempo (para intervalos largos se pueden calcular las soluciones sólo para los llamados sistemas integrables). Con la llegada de las computadoras fue posible comenzar a resolver las ecuaciones por métodos numéricos aumentado la velocidad de cómputo.

De esta forma, fue posible hacer simulaciones del movimiento de los sistemas (aire, agua, planetas...) convirtiéndose una actividad cotidiana para muchos especialistas. Por otra parte, el estudio de objetos matemáticos como las aproximaciones por el método de Newton, los conjuntos de Julia y otros, han tomado una nueva dimensión al pasar de ser objetos teóricos a ser objetos visibles. Las computadoras toman en estos casos el papel de un poderoso microscopio que nos acercarnos y amplifica el objeto matemático estudiado en regiones pequeñas.

La consideración de estos fenómenos y su estudio con la ayuda de las computadoras, llevó a la definición de los llamados sistemas caóticos y a la teoría de fractales. En 1977, Mandelbrot realiza la importante observación de que los fenómenos naturales son en su mayoría caóticos.

Su libro *La geometría fractal de la naturaleza* ha influido en el pensamiento científico de los últimos años.

El estudio de ciertos sistemas físicos de comportamiento caótico reveló que estos tenían las mismas características que ciertos sistemas sociales: exhiben análogas relaciones matemáticas, las llamadas *matemáticas de sistemas complejos*. Formalmente se les conoce como matemáticas de sistemas adaptativos complejos, que exhiben mecanismos de retroalimentación negativos y positivos e incluyen sistemas naturales tales como el inmunológico, el desarrollo embrionario, los sistemas ecológicos y los mercados económicos. La complejidad surge así de una combinación de tendencias cooperativas y competitivas, pues tales sistemas están en continuo estado de equilibrio dinámico caótico (en el sentido matemático antes indicado). Estos sistemas operan de acuerdo a reglas muy simples y, de alguna manera, modelos complicados se derivan de la interacción de estructuras menores regidas por reglas simples. De esta manera, resulta que la complejidad es un fenómeno emergente.

A pesar que los sistemas sociales exhiben en general, en una primera aproximación, un comportamiento caótico de sistema complejo, el campo probablemente no estaba adecuadamente preparado para que científicos sociales adoptaran la complejidad matemática. Se produce así a lo largo de los años 80's, pero principalmente en los 90's del siglo XX una serie de excesos y simplificaciones provenientes sobre todo de los llamados *filósofos posmodernos y hermenéutas*. Como un ejemplo, se transcribe el siguiente párrafo:

Se puede formalizar un proceso dinámico mediante el concepto topológico de atractor: el proceso es atraído por un atractor. La complejidad del proceso se puede medir por la dimensionalidad del atractor... [Así] ya sabemos distinguir el caos del azar... El caos tiene forma, y la forma del caos es universal (Feigenbaum). Es la recurrencia iterativa, la problematización de soluciones, los caminos de la vida y del pensamiento. Un proceso lineal no supera las perturbaciones aleatorias, sus efectos se acumulan (son las pequeñas muertes que anuncian la gran muerte). En el cielo, nada se detiene: los atractores son circunferencias. En la tierra, todo se para: los atractores son puntos (todo cae: "Lo mismo que los jardines terrenales, también los paraísos se marchitan" –predicaba el Buda) (Ibáñez, 1993).

El párrafo citado tiene características típicas de los escritos de hermenéutas: la parte matemática no va más allá de algunos textos de divulgación científica combinada con algunas alegorías arbitrarias.

Sin embargo, este fenómeno no parece haber sido aislado, o incluso haber sido superado. El apresuramiento de algunos científicos sociales para tratar y estudiar la *complejidad* de su materia, puede haber llevado a algunas disciplinas, entre ella la sociología y ciertas tendencias de la filosofía, lejos de su verdadera naturaleza de construcción teórica y en algunos casos de experimentación (Peña, 1998).

5.4 Ciencias naturales y sociales

Charles P. Snow (Snow, 1956) en 1956, señalaba lo que consideraba un grave problema: la vida intelectual de la sociedad occidental entera se estaba dividiendo cada vez más entre dos grupos extremos. Por un lado, los intelectuales literarios y en el otro extremo, están los hombres de ciencia.

Esta brecha entre las dos culturas sigue existiendo pese haber intentos, serios algunos, otros no tanto, por crear puentes. Por una parte, encontramos cada vez más científicos preocupados por el contexto cultural y social en que viven. Por otra parte, el conocimiento se ha vuelto cada vez más interdisciplinario: las áreas que marcan las fronteras entre diferentes disciplinas son las que tienen un crecimiento más notable y aplicaciones novedosas.

Esta aproximación es válida tanto en el mundo de las ciencias "duras", donde los últimos años se han desarrollado la físico-matemática, la biofísica, la bioquímica, las biomatemáticas, etcétera; tanto como entre las ciencias físico-matemáticas y las ciencias humanas, donde han florecido algunas disciplinas como la economía-matemática, la sociobiología, la teoría de redes en sociología, los debates filosóficos sobre la biotecnología, la ecología y otros temas.

Sin embargo, algunas situaciones en los últimos años han ocasionado un distanciamiento mayor entre las *dos culturas*, tanto que, algunos intelectuales literarios hablan de la "guerra de las ciencias". Entre otras "agresiones" y "amenazas" entre las dos líneas culturales se señalan las siguientes, por una lado, los hombres de ciencia se confrontan a filósofos y sociólogos influyentes, como Feyerabend, que hablan de la ciencia como una 'superstición particular', al nivel de la astrología; además, algunos hombres de ciencia se pueden sentir molestos cuando los 'intelectuales' posmodernos usan conceptos de la física (el Principios de incertidumbre de Heisenberg, la segunda ley de la termodinámica...), de las matemáticas (el teorema de Gödel, el caos...) y de otras ciencias, de manera incorrecta, sin comprender de lo que dicen hablar y transmitiendo al público impresiones falsas de la ciencia; por último, los "intelectuales" pueden sentirse agredidos por la respuesta "arrogante y descalificadora" de los científicos al uso que ellos hacen de conceptos científicos.

El físico norteamericano Alan Sokal publicó en 1996 un artículo (Skoal 1996) en forma de parodia la forma en que algunos filósofos posmodernos y sociólogos franceses utilizan conceptos de la física. El texto fue publicado en una importante revista de "intelectuales" sin percatarse del propósito paródico. Poco tiempo después, Sokal expuso la falsedad de su artículo, desatando una discusión a nivel mundial que todavía no cesa. Al poco tiempo Sokal con un colaborador publicó un libro (Sokal, Bricmont, 1996) donde exponen largamente las críticas que había iniciado en el artículo de *Social Text*.

Llama la atención la posición de Sokal sobre una corriente de las ciencias humanas, representada por reconocidos filósofos, sociólogos y otros intelectuales (entre los que se cuentan Lyotard, Lacan, Derrida, Kristeva, Baudrillard y Deleuze) que han hecho uso sistemático de conceptos científicos fuera de contexto, sin justificar su pertinencia o sentido en el contexto de lo que exponen. Estrechamente ligado a este problema, se encuentra el del *relativismo epistémico*, esto es, la idea según la cual, la ciencia no es sino un "mito", una "narración" o una "construcción social", posiciones defendidas entre otros destacados filósofos y sociólogos por Feyerabend, Irigaray, Lyotard y Latour.

Siguiendo a Sokal, entendemos el "cientificismo" como la ilusión de que determinados métodos simplistas pero supuestamente objetivos o científicos nos permitirán resolver problemas complejos. El problema es que para hacer funcionar estos esquemas se olvidan partes importantes de la realidad que no encajan en el marco establecido a priori. En palabras del sociólogo Stanislav Andreski:

La receta para hacerse de un nombre en una empresa de este tipo es tan sencilla como provechosa: se toma un manual de matemáticas, se copian las partes menos complejas, se les añade algunas referencias a obra de alguna otra rama de la sociología, sin preocuparse en lo más mínimo de saber si las fórmulas transcritas guardan alguna relación con las auténticas acciones humanas y, por último, se da un título rimbombante al producto, que sugiera a quienes lo lean que se ha descubierto la clave de una ciencia exacta del comportamiento colectivo (Andreski, 1972).

Los ejemplos de cientificismo no son pocos: el psicoanálisis, el marxismo, algunas corrientes del postmodernismo. El cientificismo confunde frecuentemente con la actitud científica propiamente dicha. Como resultado, la reacción justificada contra el cientificismo en ciencias sociales ha dado lugar a una reacción contra la ciencia como tal.

Opiniones como la de Latour (Latour, 1984) en el sentido de que "las verdades científicas son, en el fondo, acuerdos sociales de lo que es real, alcanzados a través de un proceso de negociación", son interpretadas en una sociedad donde la educación científica no representa la formación académica masiva. Las críticas a algunos pensadores humanistas como las emprendidas por Sokal deben ser entendidas como hostilidades en una "guerra de las ciencias". Deben entenderse como una crítica a posiciones dañinas para la ciencia, como improductivas desde el punto de vista del conocimiento humano. La crítica debe ser el principal elemento del método que guíe la ciencia y toda labor del pensamiento humano.

5.5 Modelación matemática

A principios del siglo XX, el llamado enfoque axiomático cobró una fuerza, haciendo confiar a matemáticos como Hilbert en la posibilidad de axiomatizar las matemáticas, esto es, derivar todas las verdades matemáticas a partir de un número finito de postulados (o *axiomas*) *aceptados a priori* como verdaderos. En 1931, Kurt Gödel *acabó* con la esperanza formalista: demuestra que no puede encontrase un conjunto finito de axiomas que implique todos los resultados verdaderos de las matemáticas. Gödel demuestra que cualquier conjunto finito de axiomas que impliquen los axiomas para la aritmética de Peano y que sean consistentes (esto es, que no lleven a contradicciones) determina un sistema formal que no es completo, esto es, siempre se podrán encontrar afirmaciones cuya verdad o falsedad no puede ser demostrada usando sólo los axiomas y las reglas de inferencia lógica.

A pesar de que para algunos matemáticos y otros científicos, el descubrimiento de Gödel terminaba con la intención de conocer los fundamentos últimos de su disciplina, el efecto final no fue negativo. Las matemáticas siguieron progresando rápidamente sin preocuparse mucho por las cuestiones de fundamentos. Sin embargo, dado el interés filosófico del teorema de Gödel, el resultado ha sido examinado desde muy diversos puntos de vista, no siempre con el debido cuidado. La lista de "implicaciones" absurdas del resultado es larga. Algunas de ellas son las siguientes: la verdad matemática objetiva se opone a la mera demostrabilidad; no existe ningún algoritmo posible al que se pueda reducir la matemática, de manera que la mente humana sobrepasa cualquier formalismo; el Teorema de Gödel marca los límites del conocimiento de los objetos matemáticos en la misma forma que el Principio de Heisenberg los marca para los objetos físicos. Otro ejemplo, texto del crítico social Régis Debray:

"El enunciado del 'secreto' de los infortunios colectivos, es decir, de la condición a priori de toda la historia política pasada, presente y futura, se exprese en unos cuantos términos sencillos e infantiles. Si nos fijamos en que las definiciones del sobretrabajo y del inconsciente, se limitan, cada una de ellas, a una sola frase (y, en ciencias físicas, la ecuación de la relatividad general,

a tres letras), nos guardaremos de confundir simplicidad con simplismo. Este secreto tiene la forma de una ley lógica, generalización del Teorema de Gödel: no existe ningún sistema organizado sin clausura, y ningún sistema se puede clausurar exclusivamente con la ayuda de sus elementos interiores" (Derbay, 1981). A esta "generalización" del Teorema de Gödel, el filósofo Michel Serres le llama el Teorema de Debray-Gödel.

Se cita el ejemplo del Teorema de Gödel como una muestra del tipo de usos que la sociología hace hoy en día de las matemáticas. Este empleo, es conceptualmente erróneo e infecundo, y nadie resolverá un problema social haciendo uso de la *generalización* de Debray.

Sin duda, hay teóricos de la sociología que emplean matemáticas de una manera correcta y útil para sus fines, construir modelos matemáticos con base en las variables numéricas conocidas que permitan predecir, con alguna certeza, lo que ocurrirá en alguna situación del futuro –con otros valores de las variables. Sin embargo, falta a la sociología –por mencionar a una disciplina- las matemáticas apropiadas para sus fines. Las posibilidades de éxito de una disciplina se incrementan dramáticamente cuando ese campo "desarrolla o produce el desarrollo de herramientas matemáticas diseñadas específicamente para tratar sus peculiaridades" (Freeman, 1984).

¿Porqué y para qué se habría de construir modelos matemáticos en ciencias humanas? Tal vez, por la experiencia del éxito que han tenido las matemáticas en áreas de las ciencias naturales. El físico Eugene Wigner se refiere a este fenómeno como la 'irrazonable efectividad' de las matemáticas. Los físicos encuentran sorprendente la habilidad de los matemáticos de desarrollar herramientas que después serán necesitadas en modelos físicos de la realidad.

5.6 Umbral axiológico

Bertrand Russell (Russell, 1959) menciona que la civilización griega dio luz a un movimiento filosófico que va de la mano con la tradición científica, y es esta tradición dual la que ha dado forma a la civilización occidental. Sin embargo, aclara que el camino del cuestionamiento científico no es lo mismo que la filosofía. Pero una de las fuentes de la reflexión filosófica recae en la ciencia. Cuando se considera lo que la ciencia es, se está ante una pregunta filosófica. El estudio de los cánones del método científico, es un estudio filosófico. Russell establece la diferencia mencionando que uno de los problemas que siempre ha interesado a los filósofos es el tratar de describir al mundo en general, no es un problema filosófico el dar una descripción de hechos en el modo en que lo hace la ciencia. Lo que la filosofía le puede dar a la ciencia es un marco general, un orden para guardar sus descubrimientos.

A lo largo de la historia los filósofos-científicos han marcado rutas importantes por donde la ciencia ha progresado. Como ejemplo las matemáticas. Se puede al menos remontarse a Pitágoras y Platón e incluye los nombres de Leibniz, Descartes, Pascal, Pierce, Russell, Whitehead y Poincaré entre otros. Muchos otros matemáticos, sin ser filósofos, contaban con una posición filosófica sólida desde la cual enfocaban su trabajo matemático. También se puede ubicar a Newton, Gauss, Hilbert y otros personajes. Estos matemáticos se distinguieron por su capacidad de comprensión global del papel de las matemáticas en las ciencias y en el mundo, lo que les permitió guiar el desarrollo de las matemáticas en su tiempo.

En física, la tradición filosófica es también muy distinguida. En física moderna la doctrina epistemológica del positivismo tuvo un papel central en el desarrollo de las teorías de la relatividad por Einstein y de la mecánica cuántica por Heisenberg. Sin embargo, el positivismo también ha tenido un impacto negativo en algunos aspectos. Por ejemplo, son conocidos los debates de Ernst Mach en contra del atomismo, que produjo el rechazo de los positivistas de la mecánica estadística pese a sus espectaculares éxitos. Esta situación ha traído un alejamiento de físicos y filósofos en las últimas décadas.

Una de las características sobresalientes de las matemáticas, y probablemente de las ciencias en general, en la segunda mitad del siglo XX ha sido la ausencia de filósofos-científicos que indiquen direcciones para el progreso de las ciencias. En este sentido, el físico Steven Weinberg (Weinberg, 1992) indica:

"No conozco a nadie que haya participado activamente en el avance de la física después de la Segunda Guerra Mundial cuyo trabajo de investigación haya sido significativamente apoyado por el trabajo de filósofos. Resalté antes el problema de lo que Wigner llama 'la irrazonable efectividad' de las matemáticas; aquí quiero enfatizar otro fenómeno igualmente inquietante, el de la irrazonable inefectividad de la filosofía".

La tarea de la filosofía de la ciencia es una tarea importante: establecer el marco general de la ciencia, su metodología y su validez. También una tarea crítica. Sobre ellos debería caer la tarea de la demarcación entre la ciencia y la pseudociencia, que tiene serias implicaciones éticas y políticas (Lakatos, 1983).

6.1 Sistemas matemáticos

En el contexto matemático un sistema puede ser homogéneo (si cuenta con un solo universo, ámbito o dominio de individuos) o heterogéneo (si cuanta con varios). Puesto que cada sistema heterogéneo es también descriptible (de otra manera, claro) como sistema homogéneo, se entiende en lo que sigue por sistema siempre sistema homogéneo, a fin de simplificar la exposición.

Un sistema es una entidad compleja, compuesta de un conjunto no vacío, llamado el universo del sistema, y de una serie de individuos, relaciones y funciones (sobre ese universo) distinguidos o considerados. Si A es el universo del sistema, se debe observar especialmente en cierto individuos concretos $a_1 \ldots a_l$ de A. Éstos serán los individuos distinguidos del sistema. Cualquier subconjunto de A es un propiedad o relación monaria de A. Cualquier subconjunto de AxA, es decir, A^2, es una relación binaria en A. En general, cualquier subconjunto de AxAx...xA, es decir, A^n, es decir, cualquier conjuntos de n-tuplos de elementos de A, es una relación-aria en A. Pero no se tiene por qué atender a esa infinidad de relaciones. Sólo aquellas $R_1 \ldots R_n$ en que nos fijemos especialmente serán relaciones distinguidas del sistema. Y lo mismo ocurre con las funciones. Cualquier aplicación de A en A es una función en A, pero una tal función f sólo será una función distinguida del sistema si la enfocamos explícitamente al definirlo. El sistema es la secuencia formada por el universo A, las relaciones distinguidas $R_1 \ldots R_n$, las funciones distinguidas $f_1 \ldots f_m$, y los individuos distinguidos $a_1 \ldots a_l$.

1. A es un sistema si y sólo si hay A, $R_1 \ldots R_n$, $f_1 \ldots f_m$, $a_1 \ldots a_l$ ($0 \leq l,m,n$ E N), tales que
2. A=[A, $R_1 \ldots R_n$, $f_1 \ldots f_m$, $a_1 \ldots a_l$]
3. $A \neq 0$
4. $R_i \subseteq A^r$(para $1 \leq i \leq n$ y para algún número natural positivo r, que depende de i)
5. F_j:$A^s \rightarrow A$ (para $1 \leq j \leq m$ y para algún número natural positivo s,n que depende de j)

$a_i \in A$ (para $1 \leq i \leq l$).

6.2 Isomorfismo

Diversos sistemas pueden parecerse estructuralmente en ciertos aspectos, pero no en otros, pueden compartir unas estructuras, pero no otras. En caso extremo, pueden ser estructuralmente idénticos. En ese caso decimos que se trata de sistemas isomorfos. Son distinguibles por su "materia", por su universo, pero no por su forma: su forma es la misma, son isomorfas (Mosterín, 2000).

Sean A y B dos sistemas del mismo tipo de similaridad. Sea A=[A, $R_1 ... R_n$, $f_1 ... f_m$, $a_1 ... a_l$] y sea B=[B, $S_1 ... S_n$, $h_1 ... h_m$, $b_1 ... b_l$]. g es un isomorfismo entre A y B si y sólo si

1. g es una aplicación biyectiva de A en B

2. $g(a_i)=b_i$ para $1 \leq i \leq l$

3. Para todo $x_1,...,x_r \in A$: $g(f_j(x_1 ...x_r))= h_j(g(x_1 ...x_r))$, para $1 \leq j \leq m$ y donde r es el número ario de f_j.

4. Para todo $x_1 ...x_r \in$ A:[$x_1 ...x_r$]si y sólo si [$g(x_1)..g(x_r)$] $\in S_i$, para $l \leq i \leq n$, donde r es el número ario de R_i

Los sistemas A y B son isomorfos si y sólo si existe un isomorfismo ente A y B. La relación de isomorfía entre sistemas es reflexiva, simétrica y transitiva. Se trata de una relación de equivalencia.

El hecho que dos sistemas A y B sean isomorfos implica en especial que sus universos A y B poseen la misma cardinalidad, dado que la isomorfía requiere la existencia de una biyección entre A y B. Dos sistemas de cardinalidad distinta, podemos descartarla de antemano como isomorfa. Dos sistemas, sin embargo pueden parecerse estructuralmente sin ser isomorfos, pueden compartir una estructura sin ser estructuralmente idénticos.

6.3 Estructura

Diversas cosas pueden tener o compartir una misma forma. Diversos sistemas pueden tener o compartir una misma estructura. Una estructura es algo que tienen en común varios sistemas distintos que no sólo son similares, sino que además se parecen respecto a algún tipo de organización interna. Para ser descritos nos valemos de un lenguaje formal y de consecuencia e independencia.

6.3.1 Lenguaje formal

Un lenguaje formal es un instrumento que se construye para poder describir más fácilmente las estructuras, permitiéndonos hablar simultáneamente de todos los sistemas de un mismo tipo de similaridad. Sea L un lenguaje del tipo de similaridad $\tau = \langle r_{1 \ldots} r_n ; s_1 \ldots s_n ; l \rangle$. El alfabeto de L consta de los signos (Mosterín, 2000):

1. un conjunto denumerable de variables: x_1, x_1 , x_3,...
2. n relatores $P_1 \ldots P_n$. Cada uno de los relatores tiene una aridad determindada, que depende del tipo τ. Así, P_i tiene la aridad R_i (para $(1 \leq i \leq n)$
3. M functores: $g_1 \ldots g_m$. Cada uno de los functores tiene también su aridad. Así, g_i tiene la aridad s_i (para $1 \leq i \leq m$)
4. l constantes individuales
5. Conectores: $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
6. Cuantificadores: $\forall$, $\exists$
7. El signo de identidad: =

Las variables, conectores, cuantificadores y signo de identidad son comunes a todos los lenguajes formales de primer orden con identidad. Los relatores, functores y constantes individuales son signos peculiares de cada lenguaje formal, del que constituyen su alfabeto propio. Los conectores, cuantificadores, tienen significado fijo. Los relatores, functores y constantes individuales carecen de significado propio, pero adquieren significado distintos según el sistema sobre el que los interpretemos. No son conceptos, sino conceptores, matrices conceptuales que sólo se convierten en conceptos y adquieren significado al ser proyectados o interpretados sobre la correspondiente entidad distinguida de una sistema determinado.

A partir de los signos del alfabeto de un lenguaje formal L podemos definir los términos de L como todas y solas las filas que signos que se pueden formar mediante las siguientes reglas:

1. Cualquier variable individual es un término de L
2. Cualquier constante individual de L es un término de L
3. Si f es un functor s-ario y $\tau_1 \ldots \tau_s$ son términos de L, entonces f $\tau_1 \ldots \tau_s$ es un término de L.

A partir de los signos del alfabeto de L y de sus términos, podemos definir las fórmulas de las filas y los signos que se pueden formar mediante las siguientes reglas:

1. Si P es un relator r-ario de L y $\tau_1 \ldots \tau_s$ son términos de L, entonces P $\tau_1 \ldots \tau_s$ es una fórmula de L.
2. Si τ_1 y τ_2 son términos de L, entonces $\tau_1 = \tau_2$ es una fórmula de L

3. Si α es una fórmula de L, entonces $\neg\alpha$ es una fórmula de L

4. Si α es una fórmula de L y β es una fórmula de L, entonces $(\alpha \wedge \beta), (\alpha \vee \beta), (\alpha \Rightarrow \beta), (\alpha \Leftrightarrow \beta)$ son fórmulas de L.

5. Si α es una fórmula de L y x es una variable individual, entonces $\forall x\alpha y \exists x\alpha$ son fórmulas de L.

Las variables individuales que forman parte de una fórmula pueden estar ligadas o libres, según que caigan o no bajo el alcance de un cuantificador.

6.3.2 Consecuencia e independencia

Sea φ una sentencia de un lenguaje formal L de una cierto tipo de similaridad σ. Entonces está determinado, en qué sistemas de ese mismo tipo de similaridad φ resulta verdadera y en qué otros sistemas φ resulta falsa, es decir, qué sistemas satisfacen φ y qué sistemas no la satisface. Si todos los sistemas homólogos con L satisfacen φ, es lógicamente válida. Si al menos un sistema homólogo de L satisface φ, entonces es satisfacible.

Dado un conjunto Γ de sentencias de L, decimos que un sistema A satisface a Γ si y sólo si A satisface cada una de las sentencias de Γ. Dado un conjunto Γ de sentencias de L y dada una sentencia φ de Γ, se dice que Γ implica φ (o consecuencia de Γ), si y sólo si todo sistema que satisface a Γ satisface también a φ. En especial, una sentencia implica otra sentencia ψ, si y sólo si todo sistema que satisface φ satisface también ψ.

Una sentencia ψ es independiente de otra sentencia φ del mismo lenguaje si y sólo si ψ no es una consecuencia de φ. Del mismo modo, una sentencia φ es independiente de un conjunto Γ de sentencias del mismo lenguaje si y sólo si φ no es una consecuencia de Γ.

6.4 Modelo

Las sentencias que constituyen una teoría T pueden ser interpretadas sobre un sistema homólogo cualquiera A. Con ello se convierten en proposiciones o afirmaciones acerca de A, afirmaciones que pueden ser verdaderas o falsas. Si todas son verdaderas, decimos que A es un modelo o realización de T. Los expresaré así:

A es un modelo de T si y sólo si para cada $\varphi \in$ T: A sat φ.

La teoría T es un conjunto de sentencias de un lenguaje formal L. Los sistemas homólogos con L son las entidades de las que la teoría puede hablar, las entidades a las que la teoría puede ser aplicada (con éxito o si él, pero con sentido).

Sea T una teoría y sea A un sistema homólogo con su lenguaje. Las siguientes expresiones significan los mismo:

A sat T

A es un modelo de T

A es una realización de T

Para cada $\varphi \in$ T: A sat φ

Para cada $\varphi \in$ T: φ es verdadera en A

T se cumple en A

Una estructura, extensionalmente considerada, puede considerarse como una clase de sistemas similares que tienen algo más en común que un tipo de similaridad: esto es el modelo de una misma teoría.

Dada una teoría T, una cierta estructura queda unívocamente caracterizada por T, a saber, la estructura común a todos los modelos de T, o si se prefiere, la clase de todos los modelos de T, a los que podemos nombrar como Mod (T). Luego entonces:

$$Mod(T) = \{A | AsatT\}$$

Toda teoría caracteriza una estructura. ¿La inversa es válida? ¿Toda estructura es caracterizable por una teoría? Si por teoría se entiende teoría de primer orden, la respuesta es no. No toda estructura es caracterizable por una teoría de primer orden. Lo que tienen estructuralmente en común ciertos sistemas no siempre es expresable en lenguaje formal de primer orden. Cuando una estructura es caracterizable por una teoría de primer orden, se dice que se trata de una estructura elemental. Sea *E* una clase de sistemas. Se define:

E es una *estructura elemental* si y sólo si hay una teoría (de primer orden) *T* tal que *E=Mod(T)*

En otras palabras, *E* es una estructura elemental si y sólo si hay una teoría T tal que para cada sistema $\mathrm{A} : \mathrm{A} \in E$ si y sólo si A sat *T*

7.1 Prolegómenos históricos

El desarrollo histórico de la lógica en cuanto a su aplicación se diferencia en tres etapas:

- Primera etapa de aplicación a la filosofía (hasta Leibniz),
- Segunda, de extensión de su aplicación a las matemáticas (desde el siglo XIX),
- Actual, de la extensión a la tecnología vía la informática (desde 1960).

En efecto, la lógica, se inició como ciencia dedicada a la identificación de las formas humanas de razonamiento, con el objetivo de crear criterio para discernir las discusiones filosóficas de los antiguos griegos. Con ese mismo objetivo se utilizó en el renacimiento por Santo Tomás de Aquino como vehículo de transparencia de las discusiones teológicas.

Es Leibniz el primero que se plantea el objetivo de realizar una formulación de la lógica como cálculo de razones para servir como base matemática a las propias teorías matemáticas. La idea de Leibniz se comenzó a realizar a mediados del siglo XIX, con los trabajos de De Morgan y con la publicación de "The laws of thought" por G: Boole que proponían un cálculo algebraico de significados proposicionales bivalentes, y recibió un impulso decisivo con la aportación de G. Frege y su formulación del cálculo de predicados.

A principios del siglo XX se publican los "Principia Matemática" por Whitehead y Russell, se plantea por Hilbert la axiomatización de las matemáticas, Herbrand y Tarski en los años treinta fundamentan el enfoque semántico y Göedel en 1936 presenta su famoso teorema de incompletitud del enfoque axiomático de cualquier tipo de teorías matemáticas. No obstante este fracaso parcial, durante el primer tercio del siglo se había construido una base teórica de gran importancia tanto en la línea axiomática como semántica.

La limitación del enfoque axiomático produjo un cierto desencanto en el área de las matemáticas respecto a la lógica. Sin embargo, la aparición de las primeras computadoras de tercera generación revitalizó la actividad en la lógica, ahora no con objetivos de formulación universal de la matemática sino como vehículo al servicio de la informática en el área de la técnica de resolución de problemas en inteligencia artificial.

La década de los sesenta permitió fundamentar las dos técnicas de apoyo de la inteligencia artificial: la búsqueda heurística y la deducción automática. Esta última línea tenía como objetivo la utilización y extensión de las teorías lógicas disponibles de forma que pudiera formularse en ellas la resolución de problemas dentro del límite de la indecibilidad que tiene la lógica de primer orden. Esta nueva época de la lógica produjo además de este resultado una línea de creación de procedimientos (estrategias) de optimización computacional de los procesos de resolución.

En paralelo con este proceso se había producido a finales de los sesenta la crisis del software en donde se puso en relieve la falta de fiabilidad de los programas producidos en aquellas fechas con los lenguajes existentes así como los nuevos donde se ofrecía la capacidad de formular operaciones y estructuras de niveles importantes de complejidad pero en los que no era sencillo definir una forma ordenada para que el programador pudiera pasar de la forma de entender un problema a la forma de computar sus soluciones, factor clave en la eficacia del binomio programador-lenguaje, y por ende de la fiabilidad del software.

Como consecuencia surgió en los primeros años de los setenta la línea de programación estructurada, metodología de la programación y verificación de programas; esta última incorpora los métodos para comprobar que el conjunto de instrucciones de un programa es consistente con el conjunto de declaraciones en el cálculo de predicados, que representan la forma de entender el problema, intercalado entre los pasos sucesivos del programa.

Paralelamente, durante la década de los setenta, se produjo un movimiento en los laboratorios de investigación en Inteligencia Artificial de orientación hacia proyectos que pudieran aplicarse socialmente, lo que dio lugar a la presentación de los sistemas expertos como modelos computables del conocimiento no totalmente sistematizado, constituidos por entramados de conjeturas razonables de personas expertas en determinados temas, Este concepto ha producido un impacto general en la concepción de las aplicaciones de informática por significar la posibilidad de incorporar un tipo de conocimiento tradicionalmente exterior a la informática muy útil y abundante en diversas áreas y por lo tanto con importante valor añadido.

La construcción de sistemas expertos requiere modelar la forma de razonamiento denominada de "sentido común". Para ello se desarrollan líneas de extensión teóricas de la lógica principalmente de las lógicas probabilistas y posibilistas basadas en la asignación de significados continuos a las afirmaciones lógicas, estas ideas procedentes de Zadeh prometen un desarrollo importante en los años inmediatos dada la atención creciente a las aplicaciones de los sistemas expertos, ya que las realizaciones existentes hasta el momento de este tipo se basan en este tipo de modelación. Otra línea de representación del razonamiento de sentido común, está constituido por las lógicas no monótonas, sistemas de razonamiento en lógica de predicados pero que modifican dinámicamente sus supuestos para asegurar su consistencia.

Cabe por tanto señalar que a los principios de los ochenta, la lógica constituye una base del desarrollo de las técnicas informáticas en tres líneas fundamentales:

- Las lógicas de Hoare, como soporte de las técnicas de verificación de los programas procedurales (Cuena, 1986).
- Los lenguajes de programación lógica que son un nuevo enfoque conceptual de la programación capaz de formular tanto los algoritmos de la programación clásica como las bases de conocimiento para sistemas expertos (Cuena, 1986).
- La modelación del razonamiento de "sentido común" para los sistemas expertos, tanto en sus vertientes clásica, lógica difusa o no monótona (Cuena, 1986).

Todo esto, junto con la necesidad competitiva de la industria de computadoras, se apostó por los computadores de quinta generación cuya idea fundamental es producir máquinas adaptadas tanto a procesar datos como conocimientos por lo que se plantan basadas en una instrumentación de hardware de un lenguaje de programación lógica.

7.2 Conceptos Generales

El lenguaje, como instrumento de comunicación del conocimiento humano, está constituido por frases de tipo interrogativo, del tipo imperativo y del tipo declarativo. Estas últimas constituyen el elemento básico de la descripción del conocimiento.

El conocimiento puede producirse bien por constataciones de hechos o ideas, que tienen su reflejo en frases de tipo declarativo, como por deducción, a partir de una serie de declaraciones, de otras nuevas cuya afirmación se sigue necesariamente de las declaraciones previas.

La deducción, como proceso mental capaz de generar elementos de conocimiento a partir de otros, es el objeto de estudio de la lógica formal, cuya estructura, planteada como una enumeración de formas deductivas correctas por Aristóteles, se mantuvo prácticamente invariable hasta el siglo XIX en que Boole y Frege realizan su formulación matemática que culmina en los "Pincipia Mathamatica" de Whitehead y Russell, que a su vez sirven para los desarrollos de Hilbert y Gentzen en los años treinta.

Se presentará la formulación matemática de la lógica más usuales. Todas tienen en común una etapa previa de simbolización de las formas de lenguaje usual que puede hacerse a dos niveles según el grado de complejidad del análisis: cálculo proposicional y cálculo de predicados.

Cálculo proposicional. Representación del lenguaje usual tomando como elemento básico de la formulación una representación matemática de las fases declarativas simples (proposiciones).

Cálculo de predicados. Representación del lenguaje usual tomando como base los componentes de algunos tipos de proposición: términos y predicados.

Para cada uno de estos niveles de representación matemática del lenguaje, la forma de presentar las estructuras deductivas correctas tiene dos líneas principales:

- Definición axiomática de una serie de estructuras deductivas correctas, y de las reglas para la obtención de nuevas estructuras deductivas correctas a partir de aquellas.
- Definición de un conjunto de significados (normalmente: verdadero o falso) atribuible a las proposiciones y definición de las estructuras deductivas correctas en términos de relación entre significados de los elementos de la deducción.

En la primera línea están los métodos de teoría de la demostración y deducción natural y en la segunda línea la teoría interpretativa o de modelos.

Un cálculo con cuantificadores se le llama cálculo cuantificacional o de predicados. Cuando sólo cuantifica variables individuales el cálculo es de primer orden; cuando los propios predicados son cuantificados se les llama de segundo orden, y así para órdenes superiores cuando se trata de predicados de predicados de predicados... Por otro lado, el cálculo proposicional resulta limitado para dominios grandes o infinitos como ocurre con frecuencia en las ciencias y las matemáticas.

7.3 Lógica clásica

La Lógica Clásica es el estudio de las formas correctas del razonamiento; también es llamada Lógica Formal. No es el estudio de los procesos psicológicos involucrados en el razonamiento, o el estudio acerca de si son o no correctas nuestras conclusiones acerca de los hechos en el mundo. Más bien, se enfoca en lo abstracto, en los patrones básicos de razonamiento. Se entiende por razonamiento correcto la clase de razonamientos que asegura que las conclusiones son verdades de premisas verdaderas o evidencia perfecta. Usando las formas correctas de razonamiento, seremos capaces de confiar en nuestras conclusiones cuando son basadas en premisas verdaderas.

Es un sistema formal para representar conocimiento en términos de oraciones declarativas que expresan proposiciones, usando un método de letras y símbolos. Cuando se emplea este método se está interesado en la inferencia de patrones del razonamiento, y se está interesado en la estructura de esas inferencias. Las inferencias son una lista de proposiciones declarativas, una de las cuales es la conclusión y el resto son las razones o premisas que soportan la conclusión. Los patrones de inferencias son divididos a grandes rasgos en dos tipos: patrones deductivos y patrones inductivos.

7.4 Inducción

Los dos grandes rubros de razonamiento que se pueden distinguir son: razonamiento inductivo y razonamiento deductivo. La distinción se basa en la relación entre las razones presentadas para soportar una conclusión y la conclusión misma. Esto es, la distinción se refiere a la fortaleza de soportar las razones (o premisas) de una inferencia que permita una conclusión.

La certeza de las inferencias es justificada por la interrelación entre la forma correcta de esta inferencia y la verdad de las premisas. La estructura del razonamiento correctamente estructurado , una vez que las premisas sean aceptadas como verdaderas, no hay posibilidad que la conclusión sea falsa. Por ello, si una inferencia es una inferencia correctamente deducida, entonces es imposible para sus premisas que son verdaderas sea falsa su conclusión. Así, la relación entre premisas y conclusión es de certidumbre.

Ahora observemos este razonamiento:

El meteoro 1 se desintegra al entrar a la atmósfera terrestre.
El meteoro 2 se desintegra al entrar a la atmósfera terrestre.
El meteoro 3 se desintegra al entrar a la atmósfera terrestre.

.

.

.

El meteoro 50 se desintegra al entrar a la atmósfera terrestre.

Entonces, todos los meteoros se desintegran al entrar a la atmósfera terrestre.

Tenemos una conclusión que hace una afirmación general acerca de todos lo meteoros; no hace una afirmación simple acerca de objetos observados. De cualquier modo, la conclusión es soportada por un número significativos de ejemplos. Podemos entonces estar preparados para decir que el observador tiene buena evidencia para su conclusión. De cualquier modo, es claro que la relación entre el conjunto de las 50 premisas y la conclusión que establecen no es de certidumbre. A pesar de que el observador afirma correctamente acerca de sus 50 observaciones, es posible que la conclusión sea falsa.

En casos complejos, los razonamientos cuyas colusiones no son soportadas por sus premisas con certidumbre, sino con cierto grado de incertidumbre en el razonamiento en la estructura inferencial, se les llama razonamiento inductivo.

7.5 Deducción

Si las letras M, L denotan las proposiciones, podemos representar esquemáticamente un sistema deductivo:

Si M, entonces L

M

Luego entonces, L

Otra forma de representación es la inferencia es la flecha $\Rightarrow$ que establece la relación *si,... entonces* y por el símbolo $\therefore$ que establece el *luego-entonces*.

7.6 Estructura de una proposición lógica

La base de la lógica clásica proposicional es que las inferencias son compuestas como oraciones declarativas o proposiciones, las cuales pueden ser verdaderas o falsas. Estipulemos ahora que el bloque construido de inferencias sea simple, afirmativo, proposiciones declarativas las cuales pueden ser combinadas para formar proposiciones complejas. Por *proposición simple declarativa*, se debe entender lo mismo que proposición gramaticalmente simple, a saber, una proposición que no contiene otra proposición como componente. Una proposición es *afirmativa* cuando contiene palabras no negativas o prefijos.

Sean *proposiciones simples* representadas por letras como *p, q, r* o *s*. Cuando el significado de cada letra varía con cada proposición específica que representa en un tiempo particular, las letras asumen el papel de *variables proposicionales*.

Una *proposición compleja* es construida aplicando ciertas operaciones lógicas a las proposiciones atómicas.

7.7 Operaciones lógicas

Consideremos cinco operaciones lógicas para formar el lenguaje simbólico: negación, conjunción, disyunción, implicación y equivalencia. A pesar que otras operaciones son posibles, estas cinco operaciones son suficientes para describir cualquier proposición compleja.

Operación	Símbolo	Significado
Negación	$\neg$	no, no es el caso
Conjunción	$\wedge$	y, de cualquier modo
Disyunción	$\vee$	o, a menos que
Implicación	$\Rightarrow$	Si,... entonces, implica que, sólo si
Equivalencia	$\Leftrightarrow$	Si y sólo si, cuando y sólo cuando

Conectores Lógicos

7.7.1 Negación

La operación más simple cuando aplicamos a una proposición es la negación. Dado que la negación involucra sólo una proposición, es llamada *operación unaria* y el símbolo es llamado *operador unario*. Este operador no sólo es útil para representar negaciones de proposiciones en el lenguaje natural sino también revela su comportamiento respecto a las maneras que puede ser verdadero o falso. Se puede representar el comportamiento por medio de la *tabla de verdad* en donde *T* se entiende como "verdadero" y "F" como falso. La variable proposicional *p* representa cualquier proposición:

p	$\neg$ p
f	t
t	f

Esta representación es comunmente usada en los textos de la filosofía de la lógica, pero se puede tener una representación alternativa. Donde 2 representar TRUE y 0 reprenta FALSE:

p	$\neg$ p
0	1

1	0

La columna de valores de verdad debajo de la proposición *p* es llamada *columna base*. También se puede describir la negación de acuerdo a la expresión algebraica:

$$|\neg p| = 1 - |p|$$

7.7.2 Conjunción

Se forma conectando dos proposiciones con el conector "y". Dado que involucra dos proposiciones, es llamada *operación binaria*.

La tabla de verdad de la conjunción dice su comportamiento respecto a los valores de verdad que involucra.

p	q	p ∧ q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Conjunción

También podemos usar las siguientes expresiones matemáticas:

$$|p \wedge q| = \min[|p|, |q|]$$

o bien,

$$|p \wedge q| = |p| \cdot |q|$$

alternativamente,

$$|p \wedge q| = \max[0, |p| + |q| - 1]$$

A pesar que estas descripciones son equivalentes en la lógica clásica, son distintas en otros tipos de lógica como se verá en el apartado de lógica difusa.

7.8.3 Disyunción

Es una operación binaria formada por la conexión entre dos proposiciones con la palabra "o".

La tabla de verdad es:

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Disyunción

También,

$$|p \vee q| = \max[|p|,|q|]$$

equivalentemente,

$$|p \vee q| = \min[1,|p| + |q|]$$

7.7.4 Implicación

Es conocida como proposición condicional y se encuentra bajo la forma "si...entonces"

p	q	$p \Rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Implicación

Dos posibles representaciones son:

$$|p \Rightarrow q| = \min(1,1 + |q| - |p|)$$

$$|p \Rightarrow q| = 1 - |p| \cdot (1 - |q|)$$

Observemos que la implicación es un conectivo lógico asimétrico en el sentido que

$$|p \Rightarrow q| \neq |q \Rightarrow p|$$

Observemos que tanto la conjunción como las disyunción son simétricas.

7.7.5 Equivalencia

Se representa de la siguiente conjunción

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

De una manera más económica

$$p \Leftrightarrow q$$

La tabla de verdad de la implicación es

p	q	$P \Leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Equivalencia

La descripción matemática es

$$|p \Leftrightarrow q| = |p| \cdot |q| + |\neg p| \cdot |\neg q|$$

Los cinco conectores lógicos –negación, conjunción, disyunción, implicación y equivalencia- son suficientes para capturar la estructura subyacente de cualquier proposición compleja, y se llaman un conjunto *completo* de conectivos. De hecho, varios subconjuntos de los conectores lógicos son completos en ese sentido, por ejemplo, la negación con la conjunción, la negación con la disyunción, la negación con la implicación y sucesivamente. Cualquier conjunto de conectores lógicos que sean elegidos para representar proposiciones complejas son usualmente referidas como *conjunto de primitivos lógicos*.

7.8 Formas proposicionales y proposiciones contingentes

La tabla de verdad para las proposiciones demuestra que cualquier proposición es una proposición compleja a veces es simple, a veces es verdadera, a veces falsa. Cada renglón de una tabla de verdad estableces el valor de verdad de la combinación de las variables lógicas.

Las formas proposicionales complejas son aquellas donde el valor de verdad depende de cada una de las combinaciones del propio valor de verdad (cada uno de los renglones de una tabla de verdad). Cuando los hechos cambian, puede su valor cambiar. Se dice entonces que el valor de las proposiciones es *contingente* sobre los valores de verdad generados. Las formas proposicionales son contingentes en sí mismas dado que hacen aseveraciones acerca de algo en el mundo. También se pueden llamar *proposiciones empíricas*, ya que su valor de verdad sólo se puede obtener vía la consulta con nuestra experiencia de la realidad.

7.9 Contradicción

Son proposiciones complejas cuyo valor de verdad es falso bajo cualquier valor de sus partes atómicas. La forma representativa de una contradicción es la conjunción $p \wedge \neg p$, que dice que la misma proposición puede ser afirmada y negada al mismo tiempo. También es llamada *ley de la contradicción*. La tabla de verdad indica que la contradicción no puede ser verdadera bajo ninguna interpretación de sus proposiciones constituyentes:

p	$p \wedge \neg p$
0	0
1	0

Contradicción

Podemos ver que la contradicción se puede caracterizar como una proposición de la cual su valor de verdad es independientemente del valor de verdad de sus componentes. Así, el valor de verdad no depende de nada en el mundo; es el resultado enteramente de la estructura de la proposición.

7.10 Tautologías

Son llamadas proposiciones necesariamente verdaderas o proposiciones analíticas. Como su nombre lo indica, las tautologías son verdaderas ante cualquier valor asignado a sus proposiciones componentes. Los hechos no pueden causar que sean falsos y deben ser verdaderos debido a su estructura interna. La estructura básica de la tautología es la forma proposicional $p \vee \neg p$, la cual se conoce como la ley del tercer excluso.

P	$p \vee \neg p$
0	1
1	1

Tautología

7.11 Funciones lógicas

Es posible sistematizar las diferentes clases de funciones lógicas representando todos los posibles patrones de "verdaderos" y "falsos". Una función lógica es un esquema en el cual el valor de verdad de una variable proposicional (llamada *variable de salida*) es asignada únicamente a cada combinación de valores de verdad de otras variables (llamadas *variables de entrada*). Para *n* variables de entrada, tenemos 2^n combinaciones de valores de verdad. Cada función lógica asigna uno de los dos posibles valores de verdad a cada una de esas combinaciones. El número total que representa una de las funciones lógicas de *n* variables de entrada es:

$$2x2x...x2\,(2^n \text{ veces}) = 2^{2^n}$$

Por ejemplo, todas las funciones lógicas de dos variables son mostradas en la siguiente tabla donde *p, q* denotan variables de entrada y $r_1, r_2, \ldots, r_{16}$ denotan variables de salida de las funciones individuales. En la siguiente tabla se lista los nombres de dichas funciones. Se debe observar que algunas de las funciones son degeneradas en el sentido que la variables de salida asociadas dependen ya sea de sólo una de las variables de entrada (afirmaciones, negaciones) o son constantes (tautologías, contradicciones).

p	q	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{16}
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla de verdad para funciones lógicas para dos variables

Funciones lógicas para dos variables, ejemplos:

Función	Nombre
r_1	Tautología
r_2	Disyunción
r_3	Implicación
r_4	Aserción
r_5	Implicación
r_6	Aserción
r_7	Equivalencia
r_8	Conjunción
r_9	Ninguno de los dos
r_{10}	No-equivalencia

r_{11}	Negación
r_{12}	Inhibición
r_{13}	Negación
r_{14}	Inhibición
r_{15}	Neither-nor
r_{16}	Contradicción

7.12 Formas de inferencia y validez

Las tablas de verdad pueden ser usadas no sólo para determinar el carácter de valor funcional de las proposiciones, sino también son útiles para permitir distinguir entre inferencias válidas e inválidas. Se define como válida cuando no se puede una inferencia válida con sus premisas verdaderas siguiéndose una conclusión falsa.

Aplicando las tablas de verdad al problema de distinguir una forma de inferencia válida se pone en evidencia que pueden contener una cantidad considerable de proposiciones atómicas, dando como resultado que las tablas tengan una gran número de renglones. Por ello, se usa un método en que la complejidad y la simplicidad se manifiestan de manera diferente. Este método es la *deducción natural*. Este método demuestra que una conclusión puede ser verdadera cuando un conjunto de premisas dadas son verdaderas.

7.12.1 Reglas de inferencia

De la misma forma que proposiciones complejas son compuestas por proposiciones simples, atómicas o complejas, las inferencias válidas son compuestas por inferencias simples. La demostración de la validez involucra el uso de inferencias simples en la forma de reglas básicas de inferencia con el propósito de establecer la conexión entre el conjunto de premisas y la conclusión.

Las reglas de inferencia frecuentemente usadas son aquellas que se muestran en la siguiente tabla. Una prueba de validez de cada regla de inferencia es que su premisa lógicamente implica su conclusión. Esto significa que si formamos la implicación por el conjunto de premisas en cada dos pasas de la regla en el antecedente y ponemos la conclusión en el consecuente, la implicación será una tautología; así, cada regla de inferencia puede ser expresada como una implicación tautológica.

La idea central de proveer una conclusión seguida de un conjunto de premisas es descubrir los caminos en que una conclusión pueda encontrarse formadas por premisas dadas.

Conjunción	Simplificación
1. p 2. q ________ $\therefore p \wedge q$	1. $p \wedge q$ ________ $\therefore q$
Adición	**Silogismo disyuntivo**
1. q ________ $\therefore p \vee q$	1. $p \vee q$ 2. $\neg p$ ________ $\therefore q$
Modus Ponens	**Modus Tollens**
1. $p \Rightarrow q$ 2. p ________ $\therefore q$	1. $p \Rightarrow q$ 2. $\neg q$ ________ $\therefore \neg p$
Dilema Constructivo	**Dilema Destructivo**
1. $(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)$ 2. $p \vee r$ ________ $\therefore q \vee s$	1. $(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)$ 2. $\neg q$ ________ $\therefore \neg p \vee \neg r$
Silogismo hipotético	**Absorción**
1. $p \Rightarrow q$ 2. $q \Rightarrow r$ ________ $\therefore p \Rightarrow r$	1. $p \Rightarrow q$ ________ $\therefore p \Rightarrow (p \wedge q)$

Formas básicas de inferencia

También se puede hacer uso de un conjunto de traslaciones o reglas de reemplazo, con la cual podemos cambiar las formas originales de las premisas paras aplicar posteriormente las reglas de inferencia.

Involución (Doble negación)	$p \Leftrightarrow \neg\neg p$
Conmutatividad	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

Asociatividad	$[p \wedge (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r]$ $[p \vee (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$
Leyes de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
Distributiva	$[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r$ $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r$
Equivalencia	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q$
Contraposición	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
Implicación	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$
Exportación	$[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$
Idempotencia	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$

Reglas de Reemplazo

7.13 Estructura de las proposiciones

Es la lógica en que la validez depende del patrón de proposiciones como unidades simples de razonamiento; las relaciones lógicas entre cualesquiera dos unidades de razonamiento son relaciones entre dos proposiciones completas.

El desarrollo del cálculo proposicional se basa en entidades matemáticas representativas de unidades de información, cuya estructura se contempla como un todo, sin diferenciar sus componentes. Este planteamiento no permite representar matemáticamente determinadas estructuras deductivas, que son correctas en el lenguaje usual. Para aquellas que son susceptibles de ser representadas matemáticamente, es necesario crear una teoría que no tome como base la simbolización matemática de la proposición total sino la de sus componentes, es decir;

- Qué se afirma

- De quién o quiénes se afirma

El primer elemento se define como el predicado y el segundo, como los sujetos o términos.

Los predicados que se refieren a un único término se denominan predicados absolutos o monádicos. Los que se refieren a varios sujetos se denominan predicados de relación o poliádicos (según el número de términos pueden ser diádicos, triádicos, etc.).

7.14 Simbolización matemática

Una vez definidos los componentes de la proposición se plantea su representación matemática con base en términos y predicados. Para la simbolización de términos se supone como base de referencia un dominio genérico, no vacío.

Los términos se representan por variables o constantes cuyos valores posibles toman parte del dominio anterior.

x,y,z,t,... letras de variables, representan cualquier elemento del dominio

a,b,c,d,... letras de constantes, representan elementos concretos del dominio.

Para la simbolización de los predicados se utiliza la notación funcional:

$$P(p_1,p_2,\dots, p_n)$$

7.14.1 Lenguaje formal

El análisis y simbolización matemática requiere la definición de una sintaxis para la construcción de fórmulas representativas de estructuras de frase del lenguaje usual, acorde con las convenciones de este último y con las exigencias de transparencia, economía y precisión matemática. La definición del lenguaje formal para construcción de fórmulas que se describe a continuación es una generalización del ya planteado para el cálculo proposicional.

7.14.2 Alfabeto

Consta de los siguientes símbolos:

a) Símbolos de términos constituidos por letras de variables (x, y, w ,z, t, etc.), y letras constantes (primeras letras del alfabeto, a, b, c, d, etc.).

b) Símbolos de predicado, se emplea letras minúsculas del alfabeto p, q, r, s, etc.

c) Símbolos de conectivas y paréntesis idénticos a los utilizados en el cálculo proposicional: $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ (,).

d) Símbolos de cuantificación:

Cuantificador universal $\forall$

Cuantificador existencial $\exists$

Sintaxis de construcción de fórmulas

Una fórmula constituye una sucesión de símbolos del alfabeto que verifica las reglas de formación siguientes:

e) Toda proposición es una fórmula

f) Si p es una letra de predicados de n-ádico, $p(t_1, t_2, ..., t_n)$ es una fórmula, siendo t_i símbolos de términos.

g) Si A es una fórmula que contiene libre la variable x_i:

$$\forall x_i A(x_1, x_2, ..., x_i, ... x_n)$$

$$\exists x_i A(x_1, x_2, ..., x_i, ... x_n)$$

Son fórmulas correctas sintácticamente; las otras variables x_k que figuran en A distintas de x_i continúan siendo libres.

h) Si A y B son fórmulas

$\neg A, \neg B, A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B$ son fórmulas.

i) Sólo son fórmulas aquellas construidas según los conceptos de a) hasta h)

Dado un predicado variable P como predicado general se tiene:

$(\forall x)Px$	$\Leftrightarrow$	$\neg(\exists x)\neg Px$
$\neg(\forall x)Px$	$\Leftrightarrow$	$(\exists x)\neg Px$
$(\forall x)\neg Px$	$\Leftrightarrow$	$\neg(\exists x)Px$
$\neg(\forall x)\neg Px$	$\Leftrightarrow$	$(\exists x)Px$

Reglas de reemplazo de cuantificadores

7.15 El cuadrado de oposición

El cuadrado representa la relación entre los cuatro tipos de cuantificadores proposicionales descritos en la siguiente tabla:

Universal afirmativa (A)	"Todos los S son P"	$(\forall x)(Sx \Rightarrow Px)$
Universal negativa (E)	"No S es P"	$(\forall x)(Sx \Rightarrow \neg Px)$
Existencia afirmativa (I)	"Existe al menos un S que es P"	$(\exists x)(Sx \wedge Px)$
Existencial negativa (O)	"Existe al menos un S que no es P"	$(\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

Formas básicas de cuantificadores proposicionales

Se observa que la existencial negativa (O) es *contradictoria* a la universal afirmativa (A), y que la las proposiciones E e I son contradictorias también. Las proposiciones contradictorias son aquellas tales que cuando una de ellas es verdadera, la otra debe ser falsa. Las dos proposiciones universales no son contradictorias. Pueden ser ambas falsas y no ambas verdaderas. Por eso se llaman *contrarias.* Las dos existenciales son llamadas *subcontrarias*: pueden ser ambas verdaderas pero no ambas falsas.

7.16 *Teoría clásica de conjuntos*

Uno de los aspectos más importantes de la lógica clásica proposicional es que representa un instrumento para hacer distinciones de acuerdo con la formas lógica, si bien tautologías, contradicciones, proposiciones contingentes y distinguir lo verdadero de lo falso. La lógica de predicados extiende nuestra habilidad de distinción: permite hablar de grupos o individuos en términos de propiedades y predicados que poseen. Específicamente cuantificadores que ayudan a distinguir si cierta propiedad es satisfecha por todos los individuos en un grupo determinado o por sólo algunos.

La teoría clásica de conjuntos es otra manera de representar el mismo tipo de distinciones; a saber las distinciones entre grupos y cosas que pueden compartir una característica o propiedades. Como en la lógica proposicional y de predicados, la teoría clásica de conjuntos se funda en la idea de que los grupos son exactos y se pueden hacer distinciones entre dos grupos. Con ello, podemos definir claramente si un individuo está dentro o fuera del grupo. Debemos aceptar el supuesto que los grupos o conjuntos tienen fronteras definidas.

7.16.1 Complemento

Dado un conjunto A, se denota por $\overline{A}$ a aquellos elementos en el conjunto universal X que no están en A.

$$\overline{A} = \{x / x \in X \text{ y } x \notin A \}$$

7.16.2 Unión

Representa la unión de dos conjuntos A y B. Formalmente,

$$A \cup B = \{x / x \in A \text{ o } x \in B \}$$

De forma general,

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

Sea X el conjunto universo, entonces

$$A \cup \overline{A} = X$$

7.16.3 Intersección

Se denota por

$$A \cap B$$

Formalmente,

$$A \cap B = \{x / x \in A \text{ y } x \in B \}$$

De forma general,

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

Se deduce pues,

$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

7.16.4 Diferencia

Elementos pertenecientes a A pero no a B (A-B). Formalmente,

$$A - B = \{x / x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

7.16.5 Involución

Tiene su contraparte en la lógica clásica. Es la regla de la doble negación $\neg\neg P \Leftrightarrow P$. De esto modo,

$$\overline{\overline{A}} = A$$

7.16.6 Superposición

Un conjunto y su complemento no se superponen. Su contraparte en lógica clásica es la ley de contradicción.

$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

7.16.7 Exclusión

Tiene su contraparte lógica clásica con la ley del tercer excluso

$$A \cup \overline{A} = X$$

Veremos que estas propiedades definitorias no se conservan para conjuntos difusos.

Conmutatividad, asociatividad e idempotencia

Tanto la unión como la intersección son conmutativas. Se define,

$$A \cup B = B \cup A \text{ y } A \cap B = B \cap A$$

También comparten la propiedad de asociatividad. Se define,

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

y

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

La idempotencia colapsa los elementos redundantes. Se expresa,

$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$

7.16.8 Distributividad

También llamada ley de la distribución –también es una regla importante en lógica-. Formalmente,

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

7.17 Leyes de De Morgan

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

De aquí se desprende,

$$A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$$

$$A \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$$

7.18 Principio de dualidad

A cada propiedad le corresponde una propiedad dual. Podemos reemplazar

$$\varnothing, \cup, \cap$$

por

$$X, \cap, \cup$$

Varias de las propiedades expuestas en el resumen de la tabla siguiente, tienen su análogo lógico en la tabla de reglas de reemplazo

Involución	$\overline{A}$
Conmutatividad	$A \cup B = B \cup A,\ A \cap B = B \cap A$
Asociatividad	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Distributividad	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Idempotencia	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Absorción	$A \cap (A \cup B) = A$, $A \cup (A \cap B) = A$
Absorción por $\varnothing$ y X	$A \cup X = X$, $A \cap \varnothing = \varnothing$
Identidad	$A \cap X = A$, $A \cup \varnothing = A$
Leyes de contradicción	$A \cap \overline{A} = \varnothing$
Ley del tercer excluso	$A \cup \overline{A} = X$
Leyes de De Morgan	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$, $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Propiedades básicas de las operaciones de conjuntos clásicos

7.19 Lógica Difusa

Hasta ahora, se ha evidenciado la existencia de una correspondencia que define el isomorfismo entre la teoría de conjuntos, el álgebra booleana y la lógica proposicional.

Teoría de conjuntos	Álgebra Booleana	Lógica Proposicional
$P(X)$	B	$L(V)$
$\cup$	$+$	$\vee$
$\cap$	$(\cdot)$	$\wedge$
$(-)$	$(-)$	$(-)$
X	1	1
$\varnothing$	0	0
$\subseteq$	$\leq$	$\Rightarrow$

Por otro lado, existe una lógica desarrollada en la noción multivaluada. Esta lógica (LD) puede verse como parte de una extensión de la lógica no difusa multivaluada ya que constituye su base. Por conveniencia en el desarrollo de la LD se usa la lógica de Lucasiewicz L_1 (abreviado de L_{Aleph1}) en donde los valores de verdad están en el intervalo [0,1] bajo la siguiente notación:

$$v(\neg p) = 1 - v(p)$$
$$v(p \vee q) = \max(v(p), v(q))$$
$$v(p \wedge q) = \min(v(p), v(q))$$
$$v(p \Rightarrow q) = \min(1, 1 - v(p) + v(q))$$

Donde $v(p)$ denota los valores de verdad. Cada elemento del conjunto representa un subconjunto difuso de la tabla de valor de verdad del conjunto L_1, i.e. [0,1]. De esta forma, el significado del valor lingüístico del valor de verdad, τ se asume que es un subconjunto difuso de [0,1].

Formalmente, sea $\mu_\tau : [0,1] \rightarrow [0,1]$ denotando compatibilidad o membresía de la función τ. El significado de τ, como subconjunto discreto de [0,1] se expresa:

$$\tau = \int_0^1 \mu_\tau(v)/v$$

donde el signo de la integral denota la unión de los singletones $\mu_\tau(v)/v$.

8.1 Aspectos históricos

Al principio muy lentamente, después más rápido, las ciencias naturales se desarrollaron (sobre el curso de los miles de años, las áreas sobre las cuales el caos era prevaleciente fueron siendo más pequeñas). A mayores fenómenos identificados, las leyes de la Naturaleza fueron extraídas y sus reglas identificadas. Simultáneamente, las matemáticas fueron desarrollándose junto con las ciencias, y de este modo, un entendimiento de la naturaleza del fenómeno vino a ser parte del descubrimiento de una correcta matematización de ella. De esta manera, existía una continua alimentación de la ilusión de que era cuestión de tiempo, así como del esfuerzo necesario.

Una señal que ayudó a propiciar este efecto fue el desarrollo del cálculo por Isaac Newton (1643-17227) y Leibniz (1646-1716). A través de las ideas universales de cálculo, las bases fueron previstas con su aparente éxito de las leyes del movimiento de los planetas con tanto detalle como el desarrollo de poblaciones, la expansión del sonido a través de los gases, o inclusive del curso de los eventos climáticos. En ese entonces, existía la creencia que los términos determinismo y predictibilidad eran equivalentes.

La era del determinismo estaba fundamentada en el cálculo donde Laplace llegó a ser un símbolo. "Si podemos imaginar una conciencia los suficientemente grande para extraer posiciones y velocidades de todo los objetos del universo en un instante determinado, así como todas sus fuerzas, entonces, no habrá secretos para esa conciencia. Se podría calcular lo que sea acerca del pasado o del futuro de las leyes de causa y efecto" (Ramírez, S., 1999). Estructuralmente todo sistema (universo) es divisible pero funcionalmente resulta indivisible dadas las propiedades emergentes cuyas características aparecen a nivel del *todo* y no de manera aislada (Laszlo A., Laszlo E., 1997).

En este sentido, el credo determinista significa que el universo es comparable con un reloj preciso en funcionamiento, en donde el estado presente de las cosas, es por un lado simplemente la consecuencia de un estado anterior, y por otro lado, la causa de un estado futuro. Presente, pasado y futuro, están confinados por una relación causal; y de acuerdo con los deterministas, el problema con una prognosis exacta es sólo cuestión de la dificultad de recolectar los datos relevantes. El credo determinista característico de la era Newtoniana, cesó para las ciencias naturales con las contribuciones de Heisenberg en 1927, cuando estableció su principio de incertidumbre. Sin embargo, sigue siendo válido para otras ciencias.

8.2 No linearidad

Las matemáticas de los objetos lineales son particularmente sencillas. Como sucede, los objetos lineales disfrutan de una geometría simple e idéntica. La simplicidad de la geometría permite siempre una imagen mental relativamente simple para capturar la esencia de un problema.

El prejuicio histórico contra los problemas no lineales es que no son simples ni existe una geometría universal que los modele. Hasta hace poco, la percepción general científica era que cierto número de ecuaciones caracterizaba algunos problemas particulares.

El estudio del caos es una parte de un extenso programa llamado sistemas no lineales. Dentro del contexto de la física, un ejemplo de este tipo de sistema es el movimiento turbulento de un fluido. A pesar de que el caos no es el estudio exacto del fluido turbulento, la imagen de turbulencia -movimiento errático- sirve como icono para representar a los físicos la clase de problemas que finalmente desea comprender.

Caos es la ausencia de problemas con representación lineales. Es un error suscribir al espectro de los configuraciones permitidas por la destrucción de una geometría simple que convierte esos problemas donde sea en el extremo de lo impenetrable. ¿Cómo podemos empezar a describir inteligentemente esta nueva incómoda geometría? Esta pregunta es semejante a la pregunta de cómo podemos describir la geometría de la Tierra, no a través de nuestro aparto perceptual abstracto que no permite visualizarla inmersa dentro de un conjunto de tres dimensiones, pero prohibiendo el uso de nuestra imaginación. La solución a esta pregunta, primera hecha por Gauss y extendida a dimensiones arbitrarias por Riemann, fue el centro de la Teoría General de la Relatividad de Einstein.

Existen geometrías intrínsecas que describen varios movimientos caóticos, que sirven como unificador de la manera de ver la variedad de fenómenos no-lineales como similares? Sé que la respuesta es afirmativa bajo ciertas circunstancias. Los problemas no-lineales no aparecen aislados sino coordinados y sustentados por el trabajo teórico como una sola entidad. Esta promoción desde el detalle específico hacia la membresía de una clase general es uno de los logros del estudio del caos.

Una noción más fuerte que esta generalidad de geometrías cualitativas compartidas es la noción de universalidad, que significa similaridad cuantitativa. El hecho que los problemas no lineales, con sorprendente frecuencia puedan compartir una geometría idéntica es la llamada universalidad de la transición al caos.

8.3 Causalidad

El propósito máximo de la ciencia es la habilidad de relacionar causas con efectos. En la base de las leyes de gravitación, por ejemplo, los eventos astronómicos como los eclipses y la aparición de los cometas pueden ser predecidos con miles de años por adelantado. Otros fenómenos naturales, de cualquier modo, aparecen más difíciles de predecir. A pesar de los movimientos de la atmósfera, por ejemplo, que obedecen a las leyes de la física tal como el movimiento de las plantas, la predicción del clima es más problemático.

Hablamos de aspectos impredecibles del clima sólo como si habláramos acerca de un dado rodando o al dejar escapar aire de un globo y observar su movimiento errático mientras aquel es eyectado. No es clara la relación entre causa y efecto dado que tienen elementos erráticos. Existe, sin embargo, una razón para dudar que se puede, en principio, lograr la predictibilidad. Se asumió que es sólo necesario lograr recolectar y procesar grandes cantidades de información más precisa. Algunas de las primeras conclusiones acerca de la teoría del caos, ha alterado este punto de vista. Sistemas determinísticos simples con unos pocos elementos pueden generar un comportamiento aleatorio, y esa aleatoriedad es fundamental; colectar más información no la hace desaparecer. Este aspecto de la aleatoriedad es llamada caos.

8.4 Caos determinístico

Una paradoja aparente del caos es que el caos es determinístico, generado por reglas fijas que no involucran algún aspecto de cambio. Aún cuando hablamos de caos determinístico. En principio, el futuro es completamente determinado por el pasado, pero en presencia de pequeñas incertidumbres, así como minutos de error de medición que entran en los cálculos, son amplificadas, con el efecto de que aun siendo comportamiento predecibles en el corto término, son impredecibles a largo plazo.

El descubrimiento de tal comportamiento es uno de los logros más importantes de la teoría de caos. Otra es la metodología que ha sido diseñada para la evaluación científica precisa en la presencia de comportamiento caótico en los modelos matemáticos así como el en fenómenos reales. Usando esas metodologías, es ahora posible, en principio, estimar el "horizonte de predictibilidad" de un sistema. Este es el parámetro matemático, físico o temporal dentro del cual la predictibilidad es idealmente posible y más allá de la cual nunca seremos posibles de predecir con certeza. Se ha establecido, por ejemplo, que el horizonte de predictibilidad en el pronóstico del clima no es más allá de dos o tres semanas. Esto significa cuán exactos sean los datos del clima colectados y analizados, nunca seremos capaces de predecir el clima con cualquier grado de exactitud numérica fuera de este.

8.5 Causalidad estricta y causalidad débil

Heisenberg escribió: "En el estricto sentido de la ley de casualidad "Cuando conocemos el presente con precisión, podemos calcular el futuro" no es la conclusión sino la premisa la que es falsa. No podemos saber el presente del todo en sus detalles determinísticos.

De cualquier modo, toda percepción es la selección de una abundancia de posibilidades y una limitación de futuras posibilidades. Todos los experimentos son sujetos a las leyes de la mecánica cuántica, y por ello también el principio de incertidumbre, la invalidación del principio de la ley de la causalidad es definitivamente establecida a través de la mecánica cuántica."

De hecho, la historia del pronóstico de clima numérico ilustra muy bien la disminución en un mundo determinístico (llamado predecible); pero en realidad, el principio de incertidumbre de Heisenberg no significa la muerte del determinismo. Sólo lo modifica, dado que científicos no tomaron el credo de Laplace completamente en serio –como los suelen ser los credos-. El experimento más cuidadoso, es, después de todo, imposible de aislarlo de las influencias del mundo que lo rodea, y el estado de un sistema no puede ser precisado en un instante de tiempo. La precisión matemática absoluta que Laplace presupuso no es físicamente realizable; un momento de imprecisión siempre está presente.

Los que los científicos de hecho creen es esto: para aproximadamente las mismas causas se siguen aproximadamente los mismo efectos –tanto en la naturaleza como el un buen experimento-. De no ser cierto, no seríamos capaces de descubrir leyes naturales, ni pudiéramos construir máquinas funcionales.

8.6 El efecto mariposa

Pero este postulado que parece plausible aparentemente no es universalmente cierto. Y lo que es más, no hace justicia sobre el curso típico de procesos naturales sobre períodos largos de tiempo. Alrededor de 1960, Ed Lorenz descubrió esta deficiencia en los modelos numéricos usados para el pronóstico del clima, y fue el quien acuñó el término "efecto mariposa". Su descripción del caos determinista es esta: el caos ocurre cuando el error de propagación, es visto como una señal en un tiempo de proceso, crece del mismo tamaño o escala que la señal original" (Peitgen, 1992).

La respuesta de Heisenberg al pensamiento determinista fue incompleta. El concluyó que el principio de causalidad fuerte estaba equivocado porque sus presuposiciones son erróneas. Las leyes Naturales, y para la importancia del determinismo, no excluye la posibilidad de caos. En otras palabras, determinismo y predictibilidad no son equivalentes. Y lo que es sorprendente es que la teoría de caos ha descubierto que estos efectos son observables en sistemas mucho más simples que el clima.

Una de las lecciones de la teoría del caos es que la validez del principio de causalidad está restringida por el principio de incertidumbre por un lado, así como también por las intrínsecas propiedades de las leyes naturales por el otro.

8.7 El tamiz de los modelos

Esta forma de comenzar a entender el mundo que nos rodea es útil para hacer ciencia. Sin embargo, no siempre queda claro cuál es el mejor camino para entenderla. Por ejemplo, empeñarse reproducir con todo detalle un paisaje boscoso utilizando tan sólo elementos de la geometría clásica (círculos, triángulos, esferas, etc.) es una tarea ardua y muchas veces improductiva. Cuando se está interesado en descubrir cómo surgieron las formas y estructuras tan diversas y complejas que encontramos en la naturaleza, uno se pregunta si no habrá otras maneras de representarlas.

Sin embargo, estamos en posición de preguntarnos si existe una lógica asociada a la geometría de objetos fractales capaz de capturar los principios no lineales.

El conjunto de Cantor es un ejemplo ilustrativo de un fractal, demostrando que nuestra intuición acerca del espacio (aún espacios simples como un intervalo unitario) puede fallar para capturar mucho de la honda estructura inherente en estas intuiciones.

8.8 Formulación de una lógica proposicional a través de conjuntos fractales

Sea un espacio Euclideano n-dimensional $\Re^n$. Sean las coordenadas $x=(x_1,\dots,x_n)$, $y=(y_1,\dots,y_n)$. Se define la suma como $x+y=(x_1+y_1,\dots, x_n+y_n)$ y la multiplicación escalar $\lambda x=(\lambda x_1,\dots, \lambda x_n)$, siendo λ un escalar. Dos puntos en $\Re^n$ son medidos por la distancia métrica definidos por :

$$|x-y|=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i-y_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Sean los conjuntos E,F,U, ... subconjuntos en $\Re^n$. Si $x\in E$ tenemos un punto que pertenece al conjunto E. Si $E\subset F$ decimos que E es subconjunto de F.

Definimos δ-cuerpo paralelo como el conjunto de puntos cuya distancia es δ, así,

$$A_\delta=\{x:|x-y|\leq\delta \text{ para alguna y en A } \}$$

Sea la unión de dos conjuntos $A\cup B$. Sea la intersección $A\cap B$. De forma general,

$$\bigcup_\alpha A_\alpha$$

denota la intersección de un colección de conjuntos $\{A_\alpha\}$

Sea A contable si los elementos pueden ser listados de la forma x_1, x_2,..., para cada elementos de A , de otra forma es incontable. Z es contable pero $\Re$ es no-contable.

Sea el conjunto A compacto de cualquier colección de conjuntos abiertos que cubren A (que con la unión contengan a A).

La intersección de cualquier colección de conjuntos compactos es compacto también. Si $A_1\supset A_2\supset$ ... es una secuencia decreciente de conjuntos compactos, la intersección

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$$

es no vacío. Si $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ está contenida en V para un conjunto abierto $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$, entonces la intersección $\bigcap_{i=1}^{k} A_i$ está contenida en V para algún k.

La clase de conjuntos llamados de Borel, es la colección más pequeña de subconjuntos de $\Re^n$ y tiene las siguientes propiedades:

a) todo conjunto abierto y conjunto cerrado es un conjunto Borel

b) La unión de cada colección finita o contable de conjuntos de Borel es un conjunto de Borel y la intersección de cada colección finita o contable de conjuntos de Borel es un conjunto de Borel.

Se llama μ la medida de $\Re^n$, no negativo, entonces:

a) $\mu(\varnothing)=0$ (1.1)

b) $\mu(A) \leq \mu(B)$ si $A \subset B$ (1.2)

c) Si A_1, A_2, ... es una secuencia de conjuntos, entonces:

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i) \tag{1.3}$$

con la igualdad

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i) \tag{1.4}$$

donde A_i son conjuntos de Borel.

La condición a) establece que un conjunto vacío tiene una medida cero; la condición b) establece la relación de que a más grande el conjunto, mayor la medida; c) nos dice que si un conjunto es la unión de un número contable de piezas (que tal vez se superpongan) entonces, la suma de la medida de las piezas es al menos la medida del todo. Si un conjunto es descompuesto es un número contable de conjuntos de Borel entonces el total de la medida de las piezas es igual al la medida del todo.

Para cada subconjunto de A en $\Re^n$ sea $\mu(A)$ el número de puntos de A si A es finito, de otro modo, ∞. Entonces μ es una medida en $\Re^n$.

Sea *a* un punto en $\Re^n$. Sea $\mu(A)$ igual 1 si A contiene *a* y 0 de otra manera. Entonces, μ es la masa de distribución a través de un punto de masa concentrada en *a*.

Medida de Lebesgue en $\Re$.

La medida de Lebesgue $\Im^1$ extiende la idea de longitud a una colección larga de subconjuntos en $\Re$ que incluyen los conjuntos de Borel. Para intervalos abiertos y cerrados, se toma $\Im^1(a,b) = \Im^1[a,b] = b - a$. Si $A = \bigcup_i [a_i, b_i]$ como una unión contable (finita)de intervalos, se toma $\Im^1(A) = \sum (b_i - a_i)$ como la medida de A pensada como la suma de longitudes de los intervalos. Para un conjunto arbitrario de A, se define:

$$\Im^1(A) = \inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty} (b_i - a_i) : A \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} [a_i, b_i]\right\} \tag{1.5}$$

esto es, se cubre A para una colección contable de intervalos tomando el más pequeño largo de este. (1.1)-(1.3) siguen siendo conjuntos de Borel A.

8.8.1 Medida de Hausdorff

Sea U cualquier conjunto n-dimensional no vacío en un espacio Euclidiano $\Re^n$ cuyo diámetro de U es definido por

$$|U| = \sup\{|x-y| : x, y \in U\}$$

es decir, la distancia más grande entre dos puntos dados en U. Si $\{U_i\}$ es una colección de conjuntos contables (o finitos) de diámetro a lo mucho δ cubierto por F, donde $F \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i$ con $0 < |U_I| \leq \delta$ para cada I, se dice entonces que $\{U_i\}$ está $\delta - cubierto$ por F.

Supongamos que F es un subconjunto de $\Re^n$ y s es un número no negativo. Para cada $\delta > 0$ se define

$$\mathrm{H}_\delta^s(F) = \inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s : \{U_i\} \text{ es una } \delta - cubierto \text{ de F } \right\}$$

Se desprende por tanto,

$$\mathrm{H}^s(F) = \lim_{\delta \to 0} \mathrm{H}_\delta^s(F)$$

8.8.2 Dimensión de Hausdorff

Está definida como

$$\dim_H F = \inf\{s : \mathrm{H}^s(F) = 0\} = \sup\{s : \mathrm{H}^s(F) = \infty\}$$

de esta forma,

$$\mathrm{H}^s(F) = \infty \text{ si } s < \dim_H F$$

$$\mathrm{H}^s(F) = 0 \text{ si } s > \dim_H F$$

8.8.3 Intersección de fractales

La intersección de dos fractales a veces resulta ser un fractal. Se trata de calcular la dimensión de esta intersección. Si F tiene una frontera, hay una copia congruente F_1 de F de tal forma que $\dim_H F(F_1 = F)$ y una copia congruente con $\dim_H(F \cap F_1) = \varnothing$

Para $\Re^3$, dos superficies intersectadas es una curva, una superficie y una curva intersectada es un punto. En $\Re^n$ para manifolds suaves E y F se intersectan en general con una dimensión dim E+dim F-n > 0, así,

$$\dim(E \cap \sigma(F)) = \dim E + \dim F - n \ .$$

Así, podemos construir fórmulas análogas de E y F. En particular se puede establecer:

$$\dim(E \cap \sigma(F)) \leq \max\{0, \dim_H E + \dim_H F - n\}$$

Sea E y F subconjuntos de Borel en $\Re^n$, entonces,

$$\dim_H(E \cap (F + x)) \leq \max\{0, \dim_H(E \times F) - n\}$$

por lo que se tiene que calcular un producto. Si $E \subset \Re^n$, y $F \subset \Re^m$ donde existen conjuntos

$$\dim_H(E \times F) = \dim_H E + \dim_H F$$

Prueba: Por simplicidad se toma $E \in \Re$ y $F \in \Re$. Se elige un número $s > \dim_H E$ y $t > \dim_H F$. Entonces, existe un número $\delta_0 > 0$ tal que F puede ser cubierto por $N_\delta(F) \leq \delta^{-t}$ intervalos de longitud δ para todo $\delta \leq \delta_0$. Sea $\{U_i\}$ $\delta - cubierto$ por E por intervalos con $\sum_i |U_i|^s < 1$. Para cada i, sea $U_{i,j}$ sea cubierto por F por $N_{|U_i|}(F)$ intervalos de longitud $|U_i|$. Entonces $U_i \times F$ es cubierto por $N_{|U_i|}(F)$ cuadrados $\{U_i \times U_{i,j}\}$ de lado $|U_i|$. Entonces, $E \times F \subset \bigcup_i \bigcup_j (U_i \times U_{i,j})$, lo que implica:

$$\mathrm{H}^{s+t}(E \times F) < \infty$$

para todo $s > \dim_H E$ y $t > \dim_H F$, dada $\dim_H(E \times F) \leq s + t$

8.8.4 Ejemplo de cálculo proposicional a través de conjuntos fractales

Como ejemplo se propone la intersección de un conjunto de Cantor.

Sea F$\subset \Re$ el set de Cantor. Para λ , x $\in$ $\Re$ escribimos $\lambda F + x = \{\lambda y + x : x \in F\}$. Entonces.

$$\dim_H (F \cap F(F + x)) \leq 2(\log 2 / \log 3) - 1$$

para casi toda x $\in$ $\Re$, y

$$\dim_H (F \cap (\lambda F + x)) \leq 2(\log 2 / \log 3) - 1$$

para todo el conjunto de $(x, \lambda) \in \Re^2$ en el plano positivo.

En el transcurso de esta tesis he traído a colación diferentes temas tales como lógica, ciencia de los sistemas, complejidad y fractales. Todas en sí mismas son disciplinas de estudio con temas de investigación. Sin embargo, como establecí al inicio del trabajo creo que la contribución fundamental es la manera en que estas piezas están unidas.

Dentro del estudio de la ciencias, convengo que prevalece la noción de ciencias fácticas (*a posteriori*) y ciencias formales (*a priori*). Ambas tratan el tema de la naturaleza de la vedad, desde sus propios formalismo y evidencias, métodos y supuestos. Desde el punto de vista de estructural poseen enunciados de lenguaje. Las fácticas son sintéticos, las formales son sintéticos. A pesar de esta diferencia, comparten en esencia la estructura propia del lenguaje.

De este, se elaboran metodologías de pensamiento, las formas silogísticas que mediante los procesos de inducción, deducción y abducción, construyen enunciados acerca del mundo. Estos son susceptibles de ser evaluados como verdaderos o falsos , bajo la notación de conjuntos como 0 o 1 (o un valor intermedio). Se ha demostrado que es posible establecer un enunciado de lógica de predicados basada en conjuntos fractales.

Es importante señalar esto: los conjuntos fractales son susceptibles a ser manipulados para elabora una lógica, es decir, primero una de proposicional, luego una de predicados. De ahí se pueden desprender también formas silogísticas y luego formular un área matemática que contenga la noción de fractal.

Tanto las ciencias formales como fácticas abordan el tema de la complejidad. Desde el punto de vista matemático como se ha tratado es a través de los isomorfismos que son modelos matemáticos de estructura similar. Estos modelos también poseen una teoría de conjuntos detrás de ellos, de fondo. Por ello, también son susceptibles de ser replanteados bajo el paradigma de lógica fractal. No es casualidad sino conexión.

El propósito la ciencia permanece: las ciencias fácticas tienen que ver con la correspondencia entre sus enunciados y la realidad para describir, explicar o entender fenómenos. Las fácticas en establecer relaciones semánticas coherentes y consistentes entre sus términos desarrollando le pensamiento abstracto.

En el tema de complejidad sostengo que hay un abuso ilegítimo de términos que en realidad competen a otra áreas de investigación. Sin embargo, dentro de la Ciencia de los Sistemas, existe la propuesta de integrar las ciencias sociales con las naturales. Hay esfuerzos en esta dirección, por ejemplo, podemos mencionar los trabajos de Rapoport. Lo que se sugiere en este ámbito es el uso de los isomorfismos matemáticos para descripción de fenómenos. Desde mi punto de vista, la idea me parece atinada pero se basa en fundamentos limitados. Los isomorfismos a los que se hace alusión tienen sus fundamentos en una lógica clásica. Esta lógica sesga el planteamiento y desarrollo de los problemas a modelar.

La demostración matemática de la existencia de un enunciado proposicional aporta la visión sistémica a las ciencias naturales y sociales pueden ser unidas a través de un lenguaje y estructuras fractal en la estructura matemática. Tanto fenómenos en la naturaleza como sociales comparten esta naturaleza. La lógica fractal abstrae de la aplicación fractal como herramienta matemática y la propone a nivel de modelo de lenguaje para desarrollar posteriormente una teoría formal.

¿Se puede argumentar contundentemente sobre la posibilidad de la creación de un sistema formal (teórico, lógico y matemático) para la unificación de las ciencias sociales y las naturales? Desde el punto de vista reduccionista, no es posible ya que la supuestos de los que parten son diferentes, por lo tanto no es un problema de consecuencia sino de causa. Pero si contemplamos la evidencia desde el punto de vista matemático, es posible formalmente. Desde la perspectiva teórica, la ciencia de los sistemas aborda el problema hasta cierto punto (isomorfismos). Lo que concluyo de la investigación es que la conexión existe en la teoría de conjuntos. Los conjuntos fractales contienen ciertas propiedades usadas en la visión organísmica (las de estructura analítica no sintética que pueden ser derivadas posteriormente).

La posibilidad de poder proporcionar elementos racionales para lograr una empresa de esta magnitud es un desafío a cualquier interesado en el tema. Los instrumentos están dispuestos para seguir investigando sobre la naturaleza de las interrelaciones matemáticas, lógicas y axiológicas. Al plantear las interacciones en los temas que se desarrollan en la tesis, se tiene presente el término *información*. Cualesquier lógica de que se hable o haga mención, espera ser alimentada con datos provenientes del ecosistema. Las condiciones que exigen los predicables son de naturaleza distinta como lo es la taxonomía de la estructura misma para operar.

9.1 Trabajos futuros

A pesar del alcance limitado de los resultados, se establece la posibilidad de una investigación en varios rubros. Para tener una idea sobre los trabajos futuros menciono los siguientes:

- Formulación completa del cálculo proposicional. Establecer los operadores $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

- Desarrollo del cálculo de predicados. Cuantificar variables individuales del cálculo de primer orden, de segundo orden, y para órdenes superiores predicados de predicados de predicados). Explorar el cálculo proposicional para dominios grandes o infinitos.

- La investigación de las implicaciones filosóficas. Los conjuntos fractales poseen propiedades que tienen implicaciones filosóficas como la causalidad, el concepto de determinismo, el umbral de predictibilidad, así como la relación con el caos. Genrera un debate no poco controversial sobre el papel de la objetividad humana, el papel de la conciencia, la aspiración laplaciana clásica y la interpretación del sentido de la ciencia.

- La axiomatización de las propuestas sistémicas. Poder elaborar un lenguaje que permita formular tanto la ciencia natural como social (divididos no tanto por la evidencia científica sino por el sesgo histórico) permitirá establecer una teoría axiomática capaz de trazar el umbral de aplicación de los sistemas a los que se haga se esté estudiando.

Basados en este último, se podría formalizar la Teoría General de Sistemas para delimitar las fronteras de aplicación. Queda por investigar los límites a los cuales esta teoría puede ser relevante y aplicable.

Existen corrientes intelectuales y de respetarse que por diversas razones contemplarán este estudio inútil o vano. A la luz de la evidencia matemática creo que existe posibilidad de seguir desarrollando este trabajo primero desde el punto de vista de su formulación de lenguaje, luego desde la praxis.

Aún desde las mismas posiciones sistémicas se observan propósitos no compartidos. Por ello, será importante delimitar el alcance de esta teoría en un trabajo posterior.

- Anderson, Douglas. The Evolution of Peirce's Concept of Abduction.Transactions of the Charles S. Peirce Society 22: 145-164. 1986
- Andreski, Stanislav. Social Science as sorcery. Londres (1972).
- Aravindan, C. y Dung, P. M. Belief Dynamics, Abduction and Databases. En Logics in Artificial Intelligence. European Workshop JELIA'94, editado por C. MacNish, D. Pearce y L. Moniz Pereira, 66-85. New York: Springer-Verlag, 1994.
- Atocha Aliseda, La abucción como cambio epistémico: C. S. Peirce y las teorías epistémicas en inteligencia artificial, Analogía 12 (1998), 125-144, UNAM, 1998
- Atocha, Aliseda. Seeking Explanations: Abduction in Logic, Philosophy of Science and Artificial Intelligence. Amsterdam: Institute for Logic, Language and Computation, Universidad de Amsterdam, 1997.
- Ayim, Maryann. Retroduction: The Rational Instinct. Transactions of the Charles S. Peirce Society 10: 34-43. 1974
- Bailey, Kenneth D. "Towards Unifying Science: Applying Concepts Across Disciplinary Boundaries" Systems Research and Behavioral Science. Vol. 18 (2001): pp 41-46.
- Banathy, Bela H. Designing Social Systems in a Changing World. Plenum Press, USA, 1996.
- Bernal, John D. La Ciencia en la Historia. Nueva Imagen. UNAM (1979), México; publicación original en C.A. Watts Ed. (1959), Londres.
- Bertalanffy, Ludwig von. Teoría General de los Sistemas. Fondo de Cultura Económica. México, 1972.
- Bryrne, David. Complexity Theory and the Social Sciences. Routledge, USA, 1998.
- Bunge, M. La ciencia. Su método y su filosofía. Buenos Aires: Siglo Veinte, 1979.
- Chalmers, A. ¿Qué es esa cosa llamada ciencia?. Buenos Aires: Siglo Veintiuno, 1991.
- Churchman, Charles West, The Design of Inquiring Systems, Basic Books, Nueva York, EUA, 1971.
- Debray, R. Critique de la raison politique. Gallimard (1981).

- Dipert, Randall R. (1995). Peirce's Underestimated Place in the History of Logic: A Response to Quine. En Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries, editado por K. L. Ketner, 32-58. New York: Fordham University Press.
- Doreian, P. Mathematics in Sociology: Cindarella's Carriage or Pumpkin? Mathematics and Science. World Scientific (1990).
- Eco, Umberto (1990). Semiótica y filosofía del lenguaje. Barcelona: Lumen.
- Fernández, Humberto. La naturaleza de la ciencia y el método científico. Facultad de Psicología y Psicopedagogía de la USAL. Año II N° 5 Marzo 2001
- Flach, P. Abduction and Induction: Syllogistic and Inferential Perspectives. En Abductive and Inductive Reasoning Workshop Notes, ECAI'96, Budapest, 1996.
- Flood, Robert & Carson, Ewart. Dealing with Complexity. Plenum Press, USA, 1990.
- Frankfurt, Harry G. Peirce's Notion of Abduction. The Journal of Philosophy 55: 593-597. 1958.
- Freeman, F.C. "Turning a profit from Mathematics: the case of mathematics". J. Math. Soc. 10 (1984) 81-90.
- Germana, Joshep. "The Whole and Main Ideas of Systems Science". Systems Research and Behavioral Science Vol. 17 (2000): pp 311-313.
- Hempel, C. La filosofía de la ciencia natural. Madrid: Alianza, 1979.
- Hilborn, Robert. Chaos and Nonlinear Dynamics Oxford, 2000.
- Houser, Nathan, Don D. Roberts, y James Van Evra, eds. (1997). Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington: Indiana University Press.
- Ibáñez, Jesús. El centro del caos. Archipiélago, núm. 13 (1993), Siglo XXI, pp.14-26.
- Jackson, Michael C. Systems Methodology for the Management Sciences. Plenum Press, USA, 1991.
- José Cueña Lógica informática México. Alianza Editorial, 1988.
- Kapitan, Tomis (1992). Peirce and the Autonomy of Abductive Reasoning, Erkenntnis 37: 1-26.
- Kapitan, Tomis In What Way is Abductive Inference Creative? Transactions of the Charles S. Peirce Society 26: 499-512. 1990

- Kerlinger, F. S. Investigación del comportamiento. Técnicas y metodología. México: Interamericana, 1975.
- Klimovsky, G y de Asúa, M. Corrientes epistemológicas contemporáneas. Buenos Aires: Editores de América Latina 1997.
- Lakatos, I. La metodología de los programas de investigación científica. Alianza Editorial (1983). Original Cambridge Univ. Press (1974).
- Lane, David. "Should System Dynamics be Described as a "Hard" or "Deterministic" Systems Approach?" Systems Research and Behavioral Science Vol. 17 (2000) : pp 3-22.
- Laszlo C., Kathia. "Learning, Design and Action: Creating the Conditions for Evolutionary Learning Commmunity" Systems Research and Behavioral Science Vol 18 (2001): pp 379-391.
- Laszlo, Alexander. "The Epistemological Foundations of Evolutionary Systems Design" Systems Research and Behavioral Science. Vol. 18 (2001): pp 307-321.
- Laszlo, Alexander. "The Evolutionary Challenge for Technology" V Congreso Internacional de Ingienería Industrial y de Sistemas, 2002.
- Laszlo, Ervin & Laszlo Alexander. "The contribution of the Systems Sciences to the Humanities" Systems Research and Behavioral Science. Vol. 14 No. 1 (1997): pp 5-19.
- Laszlo, Ervin. La Gran Bifurcación. Editorial Gedisa, España, 1993.
- Laszlo, Ervin. The Relevance of General Systems Theroy. George Braziller, USA, 1972.
- Latour, B. La ciencia en acción. Milton Keynes (1984).
- López Alonso, A. *Temas de metodología de la investigación.* Buenos Aires: Eudeba, 1982.
- Miller, James Grier. Living Systems.McGraw-Hill, USA, 1978.
- Morin, Edgar. La Méthode. Seuil (1977).
- Mosterín, Jesús. Conceptos y Teorías de la Ciencia. Editoral Alianza, España, 2000.
- Murthy, P.N. "Complex Societal Problem Solving: A Possible Set of Methodological Criteria" Systems Research and Behavioral Science. Vol. 17 (2000): pp 73-101
- Nagel, E. *La estructura de la ciencia*. Buenos Aires: Piadós, 1981.